

---

# Masterarbeit

im Studiengang Ingenieurakustik der  
Hochschule Mittweida & Hochschule München

---

## Untersuchung des Einflusses periodischer Profil- & Flankenformabweichungen auf das Ergebnis der Welligkeitsanalyse nach VDI2612

vorgelegt von

**Daniel Steinshorn**

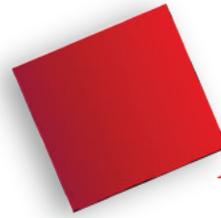
geboren am 24.11.1995 in Würzburg

Matrikelnummer-Mittweida: 53017 Matrikelnummer-München: 22702319

Abgabedatum am 06. Juni.2022

**Erstprüfer:** Prof. Dr.-Ing. Stefan Sentpali

**Zweitprüfer:** Prof. Dr.-Ing. Jörn Hübelt



---

# MASTER THESIS

in course of studies - acoustical engineering

University of applied sciences Mittweida & Munich

---

**Analysis of periodic profile and lead form deviations and their  
influence on the waviness evaluation according to VDI2612**

submitted by

**Daniel Steinshorn**

date of birth: November 24th 1995 – Würzburg

matriculation number-Mittweida: 53017 matriculation number-Munich: 22702319

submission date: June 6th 2022

first examiner: Prof. Dr.-Ing. Stefan Sentpali

second examiner: Prof. Dr.-Ing. Jörn Hübelt

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>iii</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>iv</b>
<b>Abstract</b>	<b>ix</b>
<b>1 Einleitung und Motivation</b>	<b>1</b>
<b>2 Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1 Begriffe zu Stirnradverzahnungen . . . . .	3
2.1.1 Zusammenhänge und Formeln nach DIN 3960 . . . . .	7
2.2 Abweichungen und Modifikationen von Evolventenverzahnungen . . . . .	8
2.2.1 Standardmodifikationen und Abweichungen nach ISO 1328-1 . . . . .	8
2.2.2 topographische Modifikationen . . . . .	10
2.3 Verzahnungsmessung . . . . .	11
2.3.1 taktile Verzahnungsmessung . . . . .	11
2.3.2 optische Verzahnungsmessung . . . . .	11
2.3.3 wälzende Verzahnungsprüfung . . . . .	12
2.4 Schwingungsanregung und Übertragung im Getriebe . . . . .	13
2.4.1 Schwingungsübertragung im Getriebe . . . . .	13
2.4.2 Anregungsmechanismen im Zahneingriff . . . . .	13
2.5 Methode der kleinsten Fehlerquadrate . . . . .	16
2.6 Kinematik und Stand der Technik des Wälzschleifens . . . . .	16
2.6.1 Betrachtung von Schwingungserregung am Zahnrad . . . . .	18
2.6.2 Zahnflankenabweichung infolge ganzzahliger Schwingungsordnung . . . . .	19
2.7 wälzkorrekte Aneinanderreihung der Linienabweichung . . . . .	21
<b>3 Stand der Technik</b>	<b>23</b>
3.1 Simulation der Hartfeinbearbeitung . . . . .	23
3.2 Ursachen für Welligkeiten auf Zahnflanken . . . . .	24
3.2.1 Überlagerung von Schwingungen im Schleifprozess . . . . .	25
3.2.2 Werkzeugfehler und Einfluss der Gangzahl . . . . .	27
3.2.3 Positionierungsfehler des Werkzeugs . . . . .	28
3.3 Methoden zur Ermittlung von periodischen Welligkeiten . . . . .	29
3.3.1 Auswertung nach Houjoh und Ratanasumawong . . . . .	29
3.3.2 Periodische Welligkeiten nach VDI 2612 . . . . .	30
3.3.3 Einflankenwälzprüfung . . . . .	30
3.3.4 Auswertung nach Gravel . . . . .	30
3.3.5 Auswertung nach Kimme . . . . .	31
3.4 Einfluss des Winkels der Welligkeit auf den Drehwegfehler . . . . .	32
3.5 Nutzen und Grenzen der Welligkeitsanalyse nach Gravel . . . . .	33
<b>4 Erstellung des Berechnungsmodells</b>	<b>35</b>
4.1 Überblick zum Programm und der Auswertung . . . . .	35
4.2 Definition der Zahnflankentopographie . . . . .	37
4.3 Probleme der Darstellbarkeit von topographischen Abweichungen . . . . .	38
4.4 Mathematische Definition von Welligkeiten . . . . .	40

4.5	Überlagerung von Welligkeiten und Modifikationen . . . . .	42
4.6	Aneinanderreihung & Auswertung von Topographien . . . . .	44
4.7	Periodische Abweichung ermitteln . . . . .	45
4.8	Darstellung von Ergebnissen . . . . .	45
<b>5</b>	<b>Analyse von periodischen Zahnflankenformabweichungen</b>	<b>48</b>
5.1	Informationsverlust durch Linienabweichung . . . . .	48
5.2	Auswirkung von Abweichungen auf das Ergebnis der Welligkeitsanalyse . . .	51
5.2.1	Welligkeitsanalyse ohne überlagerten Fehler . . . . .	51
5.2.2	Auswirkungen von Modifikationen und nicht periodischen Abweichungen	51
5.3	Einfluss von Welligkeiten auf das Ergebnis der Welligkeitsanalyse . . . . .	53
5.3.1	Reine Profil- und Flankenwelligkeiten . . . . .	53
5.3.2	Einfluss von Phasenfehlern auf die Welligkeitsanalyse . . . . .	55
5.3.3	Einfluss des Winkels auf die Welligkeitsanalyse . . . . .	56
5.4	Ursache und Entstehung von Seitenbänder . . . . .	61
5.4.1	Asymmetrische Seitenbänder . . . . .	65
5.5	Vergleich mit realen Ergebnissen . . . . .	66
5.6	Zusammenfassung der Erkenntnisse . . . . .	68
<b>6</b>	<b>Überlegungen zur Erweiterung der Welligkeitsanalyse</b>	<b>69</b>
6.1	Winkel der Welligkeit aus 2 Profilschnitten . . . . .	69
6.2	Phaseninformation zwischen Profil- und Flankenlinie . . . . .	70
6.3	Verwendung der oberen Einhüllenden . . . . .	71
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>72</b>
<b>A</b>	<b>Weitere Informationen und Grafiken</b>	<b>x</b>
<b>B</b>	<b>Programmcode der erstellten Anwendungen</b>	<b>xvii</b>
B.1	Hauptprogramm . . . . .	xvii
B.2	Unterprogramme . . . . .	xxi
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>xxx</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>xxxii</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>xxxiii</b>

# Abkürzungsverzeichnis und Glossar

CNC	programmierbare Steuerung ( <i>engl. computerized numerical control</i> )
DIN	Deutsches Institut für Normung
EoL	Prüfstand am Ende der Fertigungslinie ( <i>engl. End-of-Line</i> )
FEM	Finite-Element-Methode
FFT	Fast-Fourier-Transformation (iFFT - inverse FFT)
FM	Frequenzmodulation
FVA	Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V.
GDA	Abweichungsanalyse der Klingenberg AG ( <i>engl. gear deviation analysis</i> )
ISO	international organization for standardization
KMM	Koordinaten Messmaschine ( <i>engl. coordinate-measurement-machine</i> )
LSQ	<a href="#">Methode der kleinsten Fehlerquadrate</a> ( <i>engl. least squares method</i> )
PAP	Programmablaufplan
RMS	quadratischer Mittelwert ( <i>engl. root-mean-square</i> )
SFT	Einflankenwälzprüfung ( <i>engl. single flank testing</i> )
TE	Drehwegfehler ( <i>engl. transmission error</i> )
WU	Werkstückumdrehung
ZEO	Zahneingriffsordnung
X / Y / Z -Achse	translatorischen Achsen der Werkzeugmaschine (siehe <a href="#">Abb. 2.8</a> )
A / B / C -Achse	rotatorischen Achsen der Werkzeugmaschine (siehe <a href="#">Abb. 2.8</a> )
Flankenkoordinaten	Die beiden Koordinaten (Steighöhe $l_x$ und Wälzweg $l_r$ ), an der die Profil- und Flankenlinien aneinandergereiht werden.
Abrichten	Aufbringen der definierten Form auf die Schleifschnecke.
Geisterordnung	Frequenzen/Ordnungen die im Zahneingriff hörbar sind, aber kein offensichtlicher geometrischer Zusammenhang besteht.
dictionary	Datentyp in Python zur Schlüssel-Objekt-Paarung
Vektor	Eine Liste von 1D-Werten $\rightarrow$ [n-Elemente]
Array	2D-Datenwerte $\rightarrow$ [n-Elemente $\times$ n-Elemente]

# Symbolverzeichnis

## Griechische Symbole

$\gamma_T$	Steigungswinkel der Schleifschnecke
$\alpha$	Eingriffswinkel [°]
$\alpha_t$	Stirneingriffswinkel [°]
$\beta$	Schrägungswinkel auf dem Teilkreiszyylinder [°]
$\beta_b$	Grundschrägungswinkel [°]
$\beta_w$	Schrägungswinkel der Welligkeit [°]
$\Delta\varphi$	Phasendifferenz zwischen zwei Linien [°]
$\eta$	Modulationstiefe [–]
$\lambda$	Wellenlänge [mm]
$\lambda_F$	Wellenlänge in der Flankenlinie [mm]
$\lambda_P$	Wellenlänge in der Profillinie [mm]
$\omega$	Kreisfrequenz [Hz]
$\psi$	Winkelposition des Werkstücks [rad]
$\varepsilon$	Überdeckung
$\varepsilon_p$	$= \frac{L_{r,Zahn}}{p_{bt}}$ Einzelrad-Profilüberdeckung
$\varepsilon_\alpha$	Profilüberdeckung
$\varepsilon_\beta$	Sprungüberdeckung
$\varepsilon_\gamma$	Gesamtüberdeckung
$\varphi_1$	Drehtischposition [°]
$\xi$	Wälzwinkel [°]

## Lateinische Symbole

$\mathbb{N}_1$	natürliche Zahlen beginnend bei 1
$\mathbb{R}$	rationale Zahlen

$\mathbb{Z}$	ganze Zahlen
$b$	Zahnbreite [mm]
$C_\alpha$	Höhenballigkeit [ $\mu\text{m}$ ]
$C_\beta$	Breitenballigkeit [ $\mu\text{m}$ ]
$d$	Teilkreisdurchmesser [mm]
$d_a$	Kopfkreisdurchmesser [mm]
$d_b$	Grundkreisdurchmesser [mm]
$d_f$	Fußkreisdurchmesser [mm]
$d_y$	Durchmesser am Punkt-y [mm]
$f$	Frequenz [Hz]
$F_\alpha$	Profil-Gesamtabweichung [ $\mu\text{m}$ ]
$f_a$	axialer Vorschub [ $\frac{\text{mm}}{\text{WU}}$ ]
$f_s$	Abtastfrequenz [Hz]
$f_{f\alpha}$	Profil-Formabweichung [ $\mu\text{m}$ ]
$f_{f\beta}$	Flankenlinien-Formabweichung [ $\mu\text{m}$ ]
$f_{H\alpha}$	Profil-Winkelabweichung [ $\mu\text{m}$ ]
$f_{H\beta}$	Flankenlinien-Winkelabweichung [ $\mu\text{m}$ ]
$f_p$	Teilungs-Einzelabweichung [ $\mu\text{m}$ ]
$\text{frac}(O)$	nicht-ganzzahliger Anteil einer Ordnung
$h_p$	Messhöhe der Profillinie des Punkt-P [mm]
$\text{int}(O)$	ganzzahliger Anteil einer Ordnung
$k$	ganze Zahl wobei $k \in \mathbb{N}_1$
$L_r$	$= d_b \pi$ Wälzweg [mm]
$L_\alpha$	Profil-Wälzlänge [mm]
$L_\beta$	Flankenlinien-Wälzlänge [mm]
$L_{r,Zahn}$	Wälzweg vom Fußkreis zum Kopfkreis [mm]
$m_n$	Normalmodul [mm]

$m_t$	Stirnmodul [mm]
$n_T$	Drehzahl des Werkzeugs
$n_W$	Drehzahl des Werkstücks
$O$	Schwingungsordnung (allgemein)
$O_F$	Ordnung der Welligkeit in der Flankenlinie ( <i>engl. lead</i> )
$O_P$	Ordnung der Welligkeit im Profil
$p_x$	= $L_x/z$ Axialteilung [mm]
$p_z$	= $L_x$ Steigungshöhe der Verzahnung [mm]
$p_{bt}$	= $L_r/z$ Teilung auf dem Grundkreis [mm]
$q$	ganze Zahl wobei $q \in \mathbb{Z}$
$t$	Zeit [s]
$U$	Umdrehung [min] <sup>-1</sup>
$v_{fsh}$	Shiftgeschwindigkeit der Schleifschnecke [ $\frac{m}{s}$ ]
$z$	Zähnezahl [mm]
$z_i$	Zahnnummer des $i$ -ten Zahns

### Programm Abkürzung

$\underline{\bullet}$	Array= zweidimensionales-Array an Werten
' $\bullet$ '	Element in dem Dictionary <b>geardata</b>
$\bullet$	Vektor= eindimensionale-Liste an Werten
$\underline{l}_r$	Vektor des Wälzwegs [mm]
$\underline{l}_x$	Vektor der Steighöhe [mm]
$k_F$	= $O_F/L_x$ Wellenzahl in Flankenlinienrichtung
$k_P$	= $O_P/L_r$ Wellenzahl in Profilrichtung

### Indizes

$\bullet_\alpha$	Index für Profil
$\bullet_\beta$	Index für Flanke
$ \bullet $	Absolutwert [-]

- //• ganzzahlige Division
- mod • Modulo
- <sub>n</sub> für Größen im Normalschnitt
- <sub>p</sub> für Größen am Punkt-p
- <sub>T</sub> Index für Werkzeugschnecke (*engl. tool*)
- <sub>t</sub> für Größen im Stirnschnitt
- <sub>W</sub> Index für Werkstück
- <sub>x</sub> für Größen im Axialschnitt
- <sub>,i</sub> für das *i*-te Element
- <sub>,max</sub> der maximal annehmbare Wert
- Δ Differenz [–]

# Eigenständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel angefertigt habe. Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Ludwigsburg, den 2. Juni 2022



## Danksagung

Ein großer Dank geht an die Gleason Pfauter Maschinenfabrik GmbH in Ludwigsburg für die interessante Aufgabenstellung und meine dortigen Kollegen, die mir nicht nur aus fachlicher Sicht jederzeit behilflich waren, sondern auch eine flexible Zeitplanung zur Bearbeitung dieser Thesis ermöglichten. Besonders hervorheben möchte ich meinen Vorgesetzten Sven Mayer, der sich viel Zeit für Diskussionen und persönliche Einschätzungen nahm, sowie Herrn Dr. Kleinbach, der durch seine jahrzehnte lange Erfahrung im Bereich der Verzahnungen auch komplexe Zusammenhänge spielend vermitteln konnte.

Ebenfalls danken möchte ich meiner Familie und Freunden für die Entlastung, Unterstützung und Ablenkung wenn es gerade nötig war.

Zuletzt gilt meine Anerkennung Herrn Prof. Sentpali der meine Masterarbeit betreut und begutachtet hat. Für die hilfreichen Anregungen bei der Bearbeitung dieser Arbeit möchte ich mich herzlich bedanken.

# Abstract

In this thesis a model to investigate the effect of periodic tooth flank deviations on the waviness analysis is presented. Special emphasis is put on the behaviour of the analysis method itself. The model creates synthetic topographical deviations which will be analysed in the line-based ripple analysis. The effect of modifications and model-parameters are investigated for their influence. Main focus are periodic distortions and how they are reflected in the results. The occurring sideband phenomenon is studied as a part of it. Additional evaluation methods or suggested improvements are presented and compared with the existing standard.

The generation grinding kinematics and their sensitivity for noise-critical deviations will be discussed. The fundamental knowledge to understand gear flank deviations will be presented. Additionally an extensive comparison of publications and the state of the art on simulation and evaluation of periodic deviations are presented.

# 1 Einleitung und Motivation

Nur wenige Konsumgüter werden so emotional wahrgenommen wie das Automobil. Nicht nur das optische Erscheinungsbild, sondern auch das Klangbild wird immer wichtiger für das Wohlbefinden im Fahrzeug. Ein geringer Geräuschpegel, ebenso wie der psychoakustische Aspekt ist ab gewissen Preisklassen ein absolutes Kaufkriterium. Die Optimierung geht dabei viel weiter als die Betrachtung des Pegels. Die Fahrzeugakustik muss auf die Erwartungshaltung des Kunden, ob sportlich oder komfortabel angepasst werden [Gen10]. Der Fahrzeugakustiker strebt zunächst ein neutrales Verhalten des Fahrzeugs an, dass im Nachgang durch gezielte Gestaltung ein bestimmter Charakter verliehen wird. Diese Bestrebung wird für elektrisch angetriebene Fahrzeuge zu einer echten Herausforderung.

In Folge der Elektrifizierung des Antriebsstrangs entfällt der Verbrennungsmotor als dominant maskierende Geräuschquelle im Fahrzeug. Dadurch rücken andere Baugruppen wie das Getriebe mit schmalbandigen Anregungen und hoher Lästigkeit weiter in den Vordergrund [Her21]. Um eine hohe Leistungsdichte der Antriebseinheit zu Erreichen werden schnell-drehende Elektromotoren mit einer Getriebeübersetzung in Fahrzeugen eingesetzt. Eine Maskierung oder Dämmung von Störquellen ist zwar möglich, aber die effizienteste Form der Geräuschreduzierung ist die Abstellung bei der Entstehung.

Um den Kundenansprüchen zu genügen, werden bei den Fahrzeuggetrieben die Anforderungen an die Verzahnungsqualität angehoben und präventive (Auswerte)-Maßnahmen zum Erkennen und Verhindern von Geräuschen gesucht. Erstmals sind hierbei sogenannte Geisterfrequenzen in den Fokus gerückt. Diese sind Klangereignisse im Niederlastbereich, die eindeutig einem Zahnrad zugeordnet werden können, es jedoch keinen offensichtlichen geometrischen Zusammenhang (wie z.B. Zähnezahl) gibt.

Erfahrungsgemäß entstehen solche Geisterordnungen/Maschinenordnungen aus Welligkeiten auf den Zahnflanken, die durch die Abwälzbewegung der Zahnräder angeregt werden [KG]. Die Ursache für diese Welligkeiten sind vielfältig, stammen jedoch überwiegend aus ungewollten Schwingungen der Maschine im Fertigungsprozess [GK, Ran14].

Die bisher verbreitete taktile Qualitätsprüfung von Verzahnungen ermöglicht dabei keine Identifizierung dieser Charakteristiken, wodurch auffällige Zahnräder erst am Prozessende im EoL-Prüfstand akustisch auffallen. Zur Charakterisierung und Bewertung geräuschkritischer Welligkeiten hat Prof. Günther Gravel eine Auswertung beschrieben und stetig weiter entwickelt [Gra07, Gra09, Gra12, GK, Gra20]. Die Grundzüge der Auswertelogik zur Ermittlung von Welligkeiten wurde in die VDI2612 [VDI18] übernommen.

Ein wesentliches Problem dieser Methode ist jedoch die Interpretation der Ergebnisse, da eine hohe Amplitude nicht direkt eine laute Verzahnung bedeutet. Die Identifizierung von *lauten* Verzahnungen für Elektrofahrzeuge ist eine der wesentlichen Herausforderungen für die Werkzeug & Messmaschinenhersteller der aktuellen Zeit. Um die Auswertungen besser verstehen zu können wird in dieser Arbeit die Berechnungsmethode gezielt untersucht und deren Vor- und Nachteile aufgezeigt.

## **Ziel der Arbeit**

Ziel dieser Arbeit ist die Erstellung eines Modells zur Analyse von periodischen Formabweichungen und deren Einfluss auf das Ergebnis der Welligkeitsanalyse. Hierzu sollen die vollständigen Topographien mit verzahnungstechnischen Größen beschrieben werden. Neben den Welligkeiten sollen Modifikationen und weitere bekannte Abweichungen eingebracht und analysiert werden können.

Dabei sollen am fertigen Modell Erkenntnisse über die Auswertung, ihre Vorteile, Nachteile sowie Grenzen der Aussagekraft untersucht werden, um die bisherige Interaktion von Welligkeiten und den Ordnungsspektren besser verstehen zu können. Idealerweise sollen Optimierungen und Erweiterungen der Methode untersucht und eingebracht werden.

Im Fokus steht dabei die Analyse und das Verhalten des LSQ-Algorithmus, der zur Bestimmung der periodischen Abweichung verwendet wird. Bekannte Phänomene wie (asymmetrische) Seitenbänder, sowie der Einfluss von Überdeckungen, Winkel der Welligkeit und Abstand zu den Zahneingriffsordnungen sollen studiert werden.

Eine vorgelagerte Literaturrecherche soll den Stand der Technik und die Ursache für Welligkeiten kritisch gegenüberstellen.

## 2 Grundlagen

Die Verzahnungsqualität nach ISO1328-1 (und Vorgängern) ist seit Jahrzehnten ein wichtiges Kriterium zur Einordnung der Verzahnungsgüte für Kunden und Maschinenhersteller. Da Evolventenverzahnungen eine komplexe Geometrie aufweisen wurde hierfür eine wahre Fülle an Kennzahlen in der aktuellen ISO 1328-1 [DIN13] sowie weiteren nationalen Normen entwickelt, welche die Formabweichungen zur gewünschten Kontur bewertbar machen.

Mittlerweile zeigt sich jedoch das konventionelle Zahnradprotokolle nur eine begrenzte Aussagekraft über eine gute oder schlechte Verzahnung hinsichtlich der Akustik zulassen [Ran14]. In [Ing, FO69] untersucht FAULSTICH, ob die Verzahnungsqualität nach DIN 3963 (heute ersetzt durch ISO 1328-1&2) eine Aussage über das Geräuschverhalten des Zahnrades zulässt. Hierbei wird gezeigt, dass aus bisherigen Qualitätseinstufungen keine pauschale Aussage hinsichtlich des Geräuschverhaltens aufgrund von periodischen Abweichungen möglich ist. Gleichwertige Probleme beschreiben GRAVEL, RANK und DESCHER in [GK, Ran14, DW14].

Die fachlichen Grundlagen werden in den folgenden Abschnitten erläutert.

### 2.1 Begriffe zu Stirnradverzahnungen

Wälzweg / Wälzlänge  $L_r/L_\alpha$

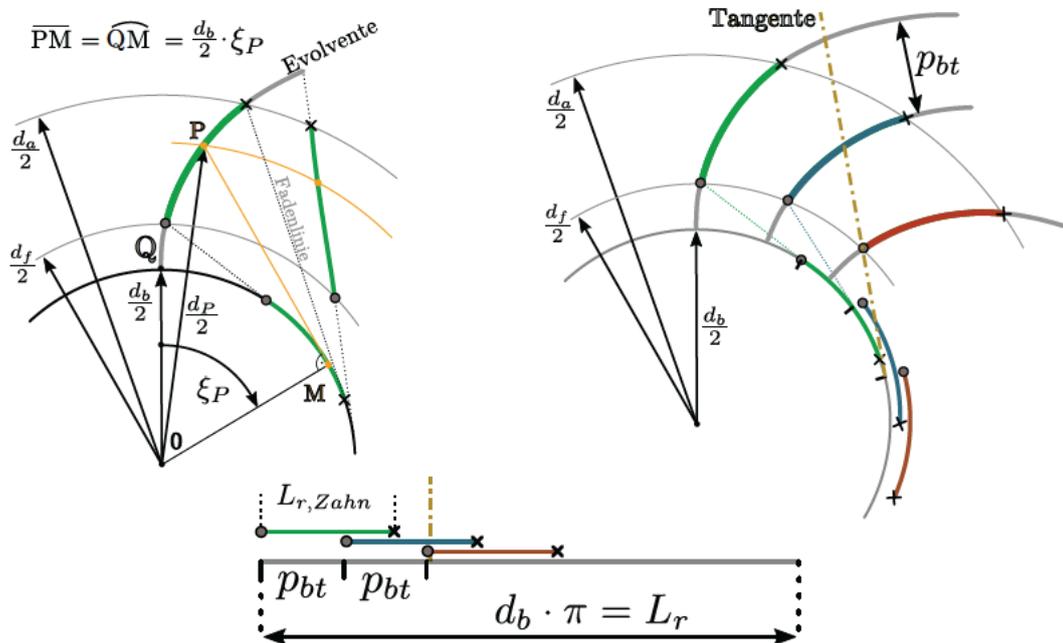


Abb. 2.1: Erzeugungsprinzip einer Evolvente und Bezug zum Wälzweg

Der Wälzweg stellt eine alternative Beschreibungsform zum Wälzwinkel  $\xi$  dar.

Die Evolvente beschreibt das Abwickeln der Tangente am Grundkreis. Umgangssprachlich wird diese auch als *Fadenlinie* bezeichnet, da das Fadenende durch schlupffreies Abwickeln eine Evolvente beschreibt. Nach diesem Prinzip muss die Bogenlänge um den Grundzylinder  $\tilde{QM}$  in [Abb. 2.1](#), sowie die begradigte Linie  $\overline{PM}$  die gleiche Länge aufweisen. Der Umfang am Grundkreis ( $\pi \cdot d_b$ ) beschreibt dabei im Wälzweg eine vollständige Umdrehung des Zahnrades [[KB17](#), [DIN87](#)]. Jede Zahnflanke beschreibt dabei einen Teilabschnitt auf dem *kontinuierlichen* Wälzweg  $L_r$ , der einer vollen Umdrehung entspricht.

In [Abbildung 2.1](#) rechts sind 3 aufeinanderfolgende Evolventen (bzw. Zahnflanken) dargestellt. Die Schnittpunkte der Evolventen mit der Fadenlinie beschreiben dabei die gleiche Position im Wälzweg, da im Wälzvorgang die Schnittpunkte alle gleichzeitig in Kontakt mit dem Nachbarrad sind. Bei einem Zahnrad beginnt nach jeder Grundkreisteilung  $p_{bt} = (d_b \cdot \pi)/z$  die neue Evolvente des Nachfolgezahns.

Die Wälzlänge jedes Zahns vom Fuß- zum Kopfkreis kann mit der [Gleichung \(2.1\)](#) berechnet werden. Die rechnerische Wälzlänge des Zahns kann relativ zur Grundkreisteilung betrachtet werden, wodurch sich die nicht genormte Größe der Einzelzahnrad-Profilüberdeckung  $\varepsilon_p$  in [Gleichung \(2.6\)](#) ergibt.

Der Wälzweg ist die geeignete Beschreibungsform zu Betrachtung vom Abwälzprozess, da bei konstanter Drehgeschwindigkeit des Zahnrads ein zeitlich konstantes entlangwandern des Wälzwegs vorliegt. Der Wälzwinkel  $\xi_p$  am Punkt  $p$  kann nach [Gl. 2.1](#) in die Position auf dem Wälzweg umgerechnet werden [[DIN87](#)].

$$L_{r,Zahn} = L_\alpha = \sqrt{\frac{d_a^2}{4} - \frac{d_f^2}{4}} \quad (2.1) \quad L_P = \left| \frac{d_b}{2} \right| \cdot \xi_P \quad (2.2)$$

### Steigungshöhe / Steighöhe $p_z$

Die Steigungshöhe  $p_z = L_x$  ist das axiale Gegenstück zum Wälzweg. Sie beschreibt die von der Mantellinie aufgespannt Zylinderhöhe. Bei einer vollen Zahnradumdrehung wird bildlich die Steighöhe einmal durchlaufen, wobei jeder Zahn mit seiner Zahnbreite einen Teilabschnitt darauf beschreibt. Die Steigungshöhe ist nur für Schrägverzahnungen definiert und ist dabei unabhängig vom betrachteten Durchmesser. Als Beispiel dient hier eine Wendeltreppe. Je geringer der Abstand zur Drehachse ist, desto höher die Steigung der Helix. Je größer der Durchmesser zur Achse, desto flacher die Steigung  $\beta$ , aber desto länger der zurückgelegte Weg. In jedem Fall wird die gleiche Höhe zurückgelegt (siehe [Abb. 2.3](#)).

Die Steighöhe und der Wälzweg sind über die (*engl. contact ratio*) nach [Gleichung \(2.9\)](#) gekoppelt. Anschaulich kann in [Abbildung 4.4](#) die Flankenlinie sowohl in die Steighöhe oder den Wälzweg projiziert werden.

$$p_z = \frac{|z| \cdot m_n \cdot \pi}{\sin(\beta)} = \frac{|z| \cdot m_t \cdot \pi}{\tan(\beta)} = \frac{d_b \cdot \pi}{\tan(\beta_b)} = |z| \cdot p_x \quad (2.3)$$

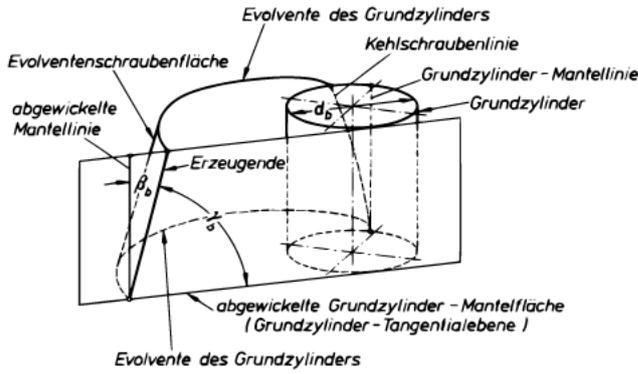


Abb. 2.2: Grundzylinder mit Evolventenschraubenfläche und Erzeugender nach [DIN87]

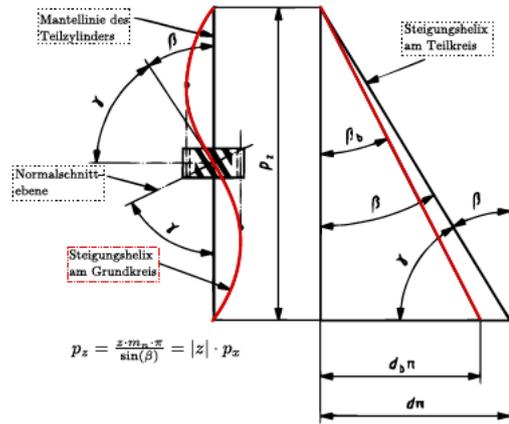


Abb. 2.3: Steighöhe  $p_z$  nach [DIN07]

### Teilungen

Der Teilungswinkel ist der im Stirnschnitt zugrunde liegende Winkel, der aus der Teilung eines vollen Kreisumfanges in  $z$  gleiche Teile hervorgeht [DIN87].

Die Grundkreisteilung  $p_{bt}$  beschreibt dabei die Länge des Umfangssegments des Teilungswinkel am Grundkreisdurchmesser.

Die Axialteilung  $p_x$  beschreibt analog den Abstand von aufeinanderfolgenden Zähnen in axialer Richtung, relativ zur Steighöhe.

$$p_{bt} = \frac{\pi \cdot d}{|z|} \quad (2.4)$$

$$p_x = \frac{p_z}{|z|} \quad (2.5)$$

### Überdeckung $\varepsilon$

Die Überdeckung beschreibt im Allgemeinen die Anzahl der durchschnittlichen im Eingriff befindlichen Zähne. In den hier verwendeten Messungen beschreiben diese Größen die Überlappung mit den Messlinien der nachfolgenden Zähne. Darauf wird näher im [Abschnitt 2.7](#) eingegangen.

Es werden 2 Größen der Überdeckung verwendet:

1. Die gemessenen Profillinien in der Wälzlänge werden relativ zur Grundkreisteilung normiert. Die dabei entstehende Einzelrad-Profilüberdeckung  $\varepsilon_p$  ist keine offizielle anerkannte Größe. Sie dient allerdings zur Veranschaulichung der Überlappung der Profillinien der Einzelzähne auf dem Wälzweg (nach [Gl. \(2.6\)](#)). Sie ist nicht mit der Profilüberdeckung  $\varepsilon_\alpha$  zu verwechseln, da diese eine Überdeckung einer Zahnradpaarung beschreibt und damit für die hier relevanten Auswertungen keine Anwendung findet.

$$\varepsilon_p = \frac{L_{r,Zahn}}{p_{bt}} = \frac{\sqrt{\frac{d_a^2}{4} - \frac{d_f^2}{4}}}{L_r/z} \quad (2.6)$$

2. Für Schrägverzahnungen entsteht infolge des Schrägungswinkels  $\beta$  eine zusätzliche Überdeckung nach Gl. (2.7), die sogenannte Sprungüberdeckung  $\varepsilon_\beta$ . Die Schrägung verlängert dabei die Länge des Teilungswinkels einer Zahnflanke. Bei Geradverzahnungen gilt  $\varepsilon_\beta = 0$ .

$$\varepsilon_\beta = \frac{b \cdot \tan(\beta_b)}{p_{bt}} = \frac{b}{p_x} = \frac{\sin(\beta) \cdot b}{m_n \cdot \pi} \quad (2.7)$$

### Kontaktlinie / Eingriffslinie / Eingriffsebene

Die Kontaktlinie (*engl. contact lines*) gibt den Kontakt von zwei im Eingriff befindlichen Zähnen wieder. Sie beschreiben damit für eine Drehposition (somit einen Punkt auf dem Wälzweg) den Kontaktbereich der gepaarten Zahnflanken [Lin12]. Für Geradverzahnungen sind die Kontaktlinien räumliche gerade Linien, die parallel zur Drehachse verlaufen. Für Schrägverzahnungen liegen die Kontaktlinien im Wälzweg abgebildet, als geneigte windschiefe Gerade unter  $\beta_b$  vor [KB17, S.45] (siehe auch Abb. 2.15 & 2.4 links). Bei Zahnkontaktsimulationen werden diese Linien infolge der Nachgiebigkeit des Materials zu Kontaktflächen. Dabei werden die endlich breiten Kontaktflächen auch *instantaneous line of contact* oder *contact pattern* genannt, da diese zu einem gewissen Zeitpunkt im Wälzprozess im Getriebe auftreten. Bei aufgebracht Balligkeiten bleibt nur noch ein ellipsenförmiger Kontaktpunkt, der *instantaneous point contact* übrig [FA04, S. 388 & 405]. Werden für verschiedene Drehstellungen diese Punkte berechnet, liegen diese auf einer Kurve, die als Kontaktpfad (*path of contact*) bezeichnet wird. Dieser Pfad kann als Bewegungsrichtung der Kontaktlinien im Wälzvorgang angesehen werden [Gol20], nach HEIDER auch als Eingriffsrichtung bezeichnet (siehe Abb. 2.4 Mitte).

Werden die Kontaktlinien für jede Drehstellung aufgetragen, liegen diese alle in einer Ebene, die als Eingriffsebene/Eingriffsfeld (*engl. surface of action*) bezeichnet wird. Alle möglichen Kontaktpunkte/-linien der abwälzenden Zahnflanken liegen darin. Im Stirnschnitt ist diese Ebene nur noch als Linie erkennbar, die als Eingriffslinie (*engl. line of action*) bekannt ist.

Im Schleifprozess entsteht ein Punktkontakt zwischen Schleifschnecke und Werkstück. Diese *Erzeugungsberührungspunkte* liegen auf der *Erzeugungsberührungspur* wie in Abbildung 2.14 erkennbar und sollten nicht mit den Kontaktlinien oder dem Kontaktpfad verwechselt werden.

### Schrägungswinkel $\beta$

Gerad- und Schrägverzahnungen unterscheiden sich durch die geneigten Flanken unter dem Schrägungswinkel  $\beta$  am Teilkreisdurchmesser. Die Steigungsrichtung (links  $\rightarrow$  *negativ*( $\beta$ ) / rechts  $\rightarrow$  *positiv*( $\beta$ ) für Außenverzahnungen) ist in Normen [DIN87, KB17] festgelegt. Der Schrägungswinkel ist nach Gl. (2.10) eine durchmesserabhängige Größe. Bei Schrägverzahnungen sind die Zähne auf dem Grundkreiszyylinder schraubenförmig unter dem Winkel  $\beta_b$  gewunden (auch Kehlschraubenlinie genannt siehe Abb. 2.2). Durch das Abwickeln der Mantelfläche wird aus der gewundenen eine gerade Linie. Diese Fläche (Wälzweg  $\times$  Zahnbreite) wird als Grundlage für die Darstellung der Topographie wie in Abb. 4.3 verwendet.

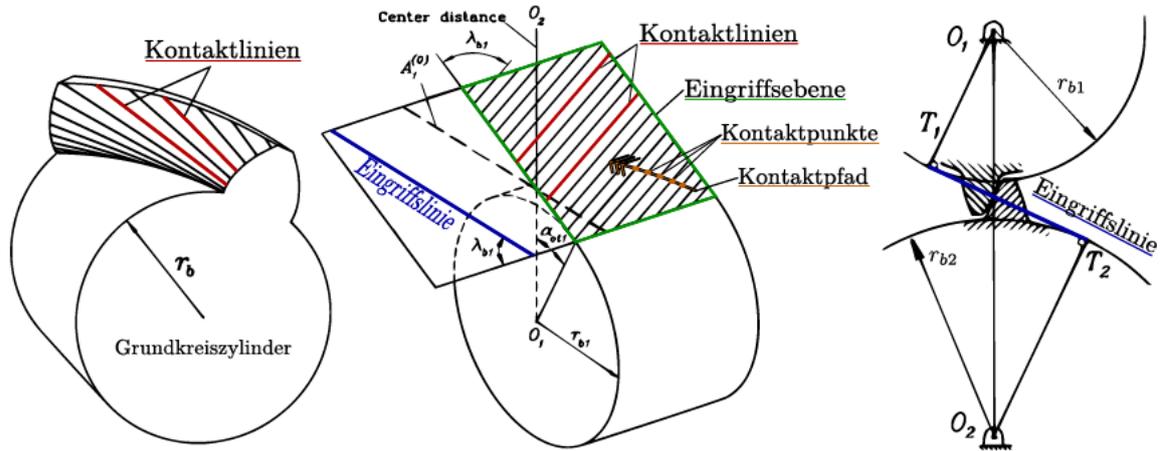


Abb. 2.4: Kontaktbedingungen von Stirnradverzahnungen im Zahneingriff [FA04]

## Ordnung $O$

Bei Baugruppen wie Getrieben verändert sich die erzeugte Kraftanregung proportional zur Drehzahl. Im Vergleich von Werten muss deshalb eine Drehzahlreferenz (z.B.  $n = 60 \text{ U/min}^{-1}$ ) angegeben werden. Praktischer im Umgang ist jedoch die Beschreibung als Ordnung. Hierbei wird der Wert relativ zu einer Bezugsgröße angegeben. Die Umrechnung von Zahneingriffsfrequenzen in Zahneingriffsordnungen ist dabei ein bekanntes Mittel. Vorteilhaft ist hier die vereinheitlichte Beschreibung auch für weitere Größen wie zum Beispiel Längen. Ebenfalls ist die Beschreibung für schwankende Bezugssignale (z.B. Drehzahlen) eindeutig definiert.

In dieser Arbeit werden viele periodische Daten und Messwerte relativiert verwendet. Es wird immer (außer explizit angegeben) die Umdrehung pro Werkstück als Bezugsgröße gewählt. Die 1. Ordnungen  $O = 1$  wird somit stets ein Ereignis pro WU repräsentieren.

$$O = \frac{f}{f_{\text{Bezug}}} = \frac{n}{n_{\text{Bezug}}} = \frac{\lambda}{L_{\text{Bezug}}} \quad (2.8)$$

## Verzahnungsgesetz

Das Verzahnungsgesetz sagt aus, dass die Normale jedes Berührungspunktes der beiden Zahnflanken stets durch den Wälzpunkt gehen muss, damit eine gleichförmige Übersetzung zwischen An- und Abtrieb gegeben ist. Bei abweichungsfreien Evolventen liegen alle Berührungspunkte auf der Eingriffslinie (siehe Abb. 2.4), welche diese Forderung erfüllt [KB17].

### 2.1.1 Zusammenhänge und Formeln nach DIN 3960

Die Steighöhe und der Wälzweg sind direkt abhängige Größen. Unter Verwendung von Gl. (2.3) und Einsetzen von Gl. (2.10) & (2.13) ergibt sich der Zusammenhang nach Gleichung (2.9).

LITVIN bezeichnet diesen Zusammenhang als (*engl. contact ratio*). [FA04, Fig.14.7.1].

$$p_z = \frac{z \cdot m_t \cdot \pi}{\tan(\beta)} = \frac{d \cdot \pi}{\tan(\beta_b) \cdot d/d_b} \Rightarrow p_z = \frac{\overbrace{d_b \pi}^{\text{Wälzweg}}}{\tan(\beta_b)} \quad (2.9)$$

Die Durchmesserabhängigkeit des Schrägungswinkels wird wie in [Abbildung 2.3](#) dargestellt mit der [Gleichung \(2.10\)](#) berechnet.

$$\tan(\beta_y) = \tan(\beta) \cdot \frac{d_y}{d} = \tan(\beta_b) \cdot \frac{d_y}{d_b} \quad (2.10)$$

Die Umrechnung von Wellenlängen in Wellenzahlen besteht nach der einfachen Formel [Gl. \(2.11\)](#). Die Wellenlänge einer bestimmten Ordnung kann mit [Gleichung \(2.12\)](#) berechnet werden.

$$k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \quad (2.11) \quad \lambda_P = \frac{L_r}{O_P} \quad \Leftrightarrow \quad \lambda_F = \frac{L_x}{O_F} \quad (2.12)$$

Der Teilkreisdurchmesser  $d$  wird aus dem Modul im Stirnschnitt  $m_t$  und der Zähnezahl berechnet. Er ist eine reine messtechnische Größe, der häufig als Bezugsdurchmesser verwendet wird. An dem Durchmesser sind beispielsweise die Profileingriffswinkel  $\alpha_t$  definiert.

$$d = z \cdot m_t \quad (2.13)$$

## 2.2 Abweichungen und Modifikationen von Evolventenverzahnungen

### Gestaltabweichungen von Oberflächen nach DIN 4760

Überlagerungen von sechs Arten der Gestaltabweichungen ergeben zusammen die Ist-Oberfläche. (Die Abweichung 5. und 6. Ordnung geben Gefügestrukturen wieder und sind deshalb vernachlässigbar klein für die Verzahnungsmessung). In [Abb. 2.5](#) sind die zur Untersuchung periodischer Abweichungen relevanten Abweichungen markiert.

#### 2.2.1 Standardmodifikationen und Abweichungen nach ISO 1328-1

Bei der Zahnradauslegung werden der idealen Evolventenkurve sogenannte *Modifikationen* überlagert. Diese garantieren ein besseres Tragfähigkeitsverhalten, besonders unter Berücksichtigung der Fertigungs- und Montageabweichungen und verhindern ein Kantentragen oder Eingriffsstöße im Betrieb [KB17, Tür10]. Wesentliche Dimensionierung der Standardmodifikationen wird anhand der Tragfähigkeit durchgeführt und ein Kompromiss zur Strukturanregung gesucht. Die bekannteste Form ist dabei die Balligkeit, welche durch eine bauchige Form in Profil- oder Flankenrichtung ( $C_\alpha, C_\beta$ ) die Tragverhältnisse in die Zahnmitte verlagert, um Winkelfehlstellungen der gepaarten Zahnräder zu kompensieren. Ebenfalls können Winkelabweichungen ( $C_{H\beta}$ ) zur Berücksichtigung der Durchbiegung von Wellen unter Last die Eingriffsverhältnisse verbessern. Modifikationen sind somit *gewollte Gestaltabweichungen der*

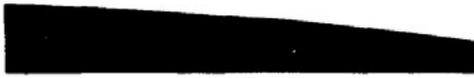
1. Ordnung: Formabweichungen 	Geradheits-, Ebenheits-, Rundheits- Abweichung, u.a.	Teilungsabweichungen Winkelabweichungen in Profil & Flanke
2. Ordnung: Welligkeit 	Wellen (siehe DIN 4761)	Flankenformabweichungen <u>Welligkeiten</u>
3. Ordnung: Rauheit 	Rillen (siehe DIN 4761)	<u>Vorschubmarkierungen</u> <u>Hüllschnittabweichungen</u>
4. Ordnung: Rauheit 	Riefen Schuppen Kuppen (siehe DIN 4761)	Rauheitswerte (Rz, Ra) Riefen und Kuppen Kratzer

Abb. 2.5: Gestaltabweichungen nach DIN4760 [DIN82]

*Zahnflankengeometrie* und werden bei der Berechnung der Qualität des Zahnrads berücksichtigt. Im Unterschied hierzu sind die übrigen Abweichungen die wirklichen Fertigungsfehler, die die Zahnradqualität bestimmen. Hierbei sind die wichtigsten Konturfehler:

**Teilungsabweichung ( $f_p$ ):** fehlerhafter Abstand zur nachfolgenden Zahnflanke

**Winkelfehler ( $f_{H\alpha}, f_{H\beta}$ ):** Kontur ist ein linear ansteigender Fehler überlagert.

**Formfehler ( $f_{f\alpha}, f_{f\beta}$ ):** Kontur weist nach Abzug von Modifikationen und Winkelfehlern eine Abweichung zur Soll-Geometrie auf. Hierin sind Welligkeiten, Vorschubmarkierungen und restliche Abweichungen enthalten.

Da in dieser Arbeit periodische Abweichungen im Fokus stehen sind besonders die Formabweichungen 2. und 3. Ordnung von Interesse. Die ISO1328-1 beschreibt beispielhaft die Profilformabweichung als „Abstand zwischen zwei Kopien der mittleren Profillinie, die das gemessene Profil über dem Profilauswertebereich einschließen“. In [Abbildung 2.6](#) ist exemplarisch die Profilabweichung dargestellt. Hierbei wird die Abweichung zur Sollgeometrie sowie die Ermittlung der Konturabweichungen dargestellt. Dabei wird ersichtlich, dass der Formfehler lediglich die Spitze-Spitze Abweichung zu den parallelen Ausgleichsprofilen (3.) darstellt. Somit sind alle Fertigungsfehler darin überlagert enthalten, die nicht mit einer Ausgleichsgerade (Fehler 1. Ordnung nach [DIN82]) ermittelt werden können. Liegt somit eine periodische Abweichung vor, wird die maximale Amplitude davon sichtbar. Jedoch können Abweichungen der Balligkeiten oder selbst bei der Überlagerung von 2 Wellen mit unterschiedlicher Wellenlänge eine positive Überlagerung diesen Wert stark beeinflussen.

Zusammenfassend werden nach ISO1328-1 im Wesentlichen Formabweichungen der 1.Ordnung nach DIN 4760 bewertet. Daraus können erfahrene Mitarbeiter auf Ursachen wie z.B. ein taumelndes Werkzeug schließen und Abstellmaßnahmen definieren. Die Bewertung der Abweichung erfolgt dabei individuell für jede Zahnflanke. Alle übrigen Abweichungen werden als Überlagerung der weiteren 2-4. Ordnungen in den Einzahlwerten ( $f_{f\alpha}, f_{f\beta}$ ) abgebildet. Aus der Praxis sind jedoch zahlreiche Beispiele bekannt, die bei der Geräuschprüfung am EOL-

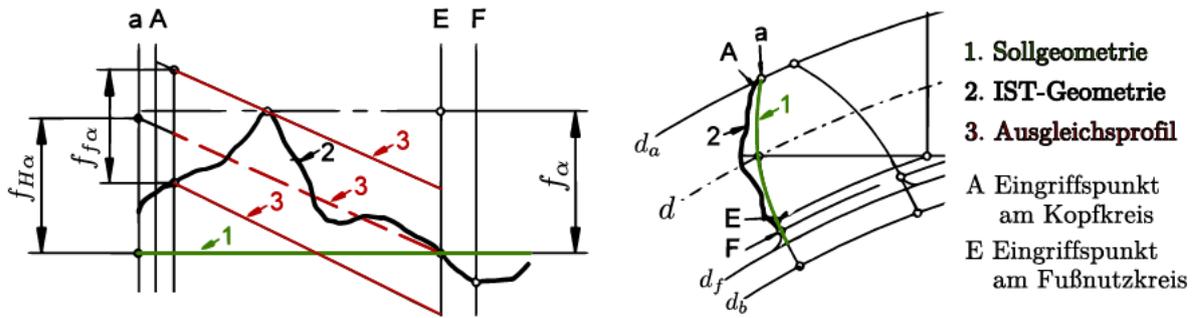


Abb. 2.6: Ermittlung der Profilabweichungen aus der Verzahnungskontur [VDI18, Bild13]

Prüfstand auffallen, ohne das in deren Verzahnungsdiagrammen Auffälligkeiten zu identifizieren waren.

Wie aus der Welligkeitsanalyse hervorgeht sind jedoch periodische Abweichungen kleiner als  $1\ \mu\text{m}$  zu finden, welche in den weiteren Formfehlern untergehen. Zur Bewertung dieser Fehlstellen sind somit neue Auswerteverfahren nötig. Aktuell liegen in den Normen noch keine einheitliche Richtlinien zur Messung und Bewertung von komplexen periodischen Modifikationen oder Welligkeiten vor. Es werden in [VDI18] kurze Denkansätze genannt. Allerdings existieren bereits kommerzielle Lösungen am Markt, wie die von GRAVEL vorgestellte Lösung, auf die später weiter eingegangen wird.

### 2.2.2 topographische Modifikationen

Durch moderne Fertigungstechnik sind topologische Modifikationen auf den Zahnflanken umsetzbar. In der praktischen Anwendung sind sie aber kaum verbreitet da deren Auslegung, Fertigung sowie Qualitätskontrolle kompliziert sind [Mic12]. Modifikationen sollen zum Einen das Tragbild optimieren, zum Anderen die Anregung im Zahnkontakt minimieren. Mit der topographischen Modifikation nach RADEV wäre erstmals eine getrennte Optimierung beider Einflussgrößen möglich.

In [Rad07] untersucht RADEV teilungsperiodische Korrekturen um die Verzahnungsanregung zu verringern. Dabei werden Wellen in Eingriffsrichtung (entlang des Kontaktpfades) der Evolventenkontur überlagert. Die erforderliche Flankenkorrektur muss dabei einen zur Drehwegabweichung gegenphasigen Materialauftrag darstellen. Die theoretisch ermittelte Topographie (beziehungsweise die Wellenzusammensetzung) wird dabei maßgeblich von der Profil- und Sprungüberdeckung ( $\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta$ ) bestimmt und für eine vorbestimmte Einzellast berechnet. Bei experimentellen Versuchen konnte unter erheblichem Fertigungsaufwand gezeigt werden, dass sich die Korrekturen in der Größenordnung von  $1\ \mu\text{m}$  günstig auf das Laufverhalten auswirken können ohne dabei die Tragfähigkeit zu beeinflussen. Dabei stellt die Amplitude der periodischen Anregungskorrektur die sensibelste Einflussgröße dar. Bereits bei kleinsten absoluten Abweichungen zum Sollwert bleibt die erwartete Anregungsminimierung gänzlich aus oder wird verschlechtert.

Weiterführend untersucht HEIDER in [Mic12] eine räumliche teilungsperiodische Welle die nur im Teilbereich (am Zahnkopf) des Eingriffsfeldes aufgebracht wird. Hierdurch sind größere

Korrekturbeträge der periodischen Modifikation möglich, was eine leichtere Fertigbarkeit ermöglicht. Er zeigt an berechneten Beispielen die vergleichbare Wirkung zu vollflächigen Modifikationen von RADEV. Da die notwendige Amplitude und Phasenlage der periodischen Modifikationen üblicherweise nicht gezielt definiert werden können, ist in einer praktischen Umsetzung im Regelfall mit einer Verschlechterung des Anregungsverhaltens zu rechnen. Dabei gilt, dass steifere Verzahnungen empfindlicher auf derartige Abweichungen reagieren.

In [AS17] beschreiben MEHR und YODERS das *deviation free topological grinding* um topologische Modifikationen umzusetzen. Dabei wird eine Vielzahl von CNC-Achsen verwendet um die gewünschte topographische Modifikation wie Welligkeiten auch im Wälzschleifprozess herzustellen. Eine Untersuchung bezüglich der anregungsreduzierenden Wirkung wurde nicht durchgeführt.

Diese Arbeiten stehen in direktem Kontrast zu dem Problem der Geisterordnungen. Geisterordnungen treten als Folge periodische Formfehlern entlang des Kontaktpfades auf. In diesen Beispielen wurden diese teilungsperiodischen Welligkeiten zur Anregungsminimierung genutzt, indem die zeitlich veränderliche Zahnsteifigkeit durch lokalen Materialauftrag kompensiert wurde.

## 2.3 Verzahnungsmessung

### 2.3.1 taktile Verzahnungsmessung

Ein übliches Zahnradmessprotokoll bewertet 4 Einzelzähne und nutzt diese als repräsentative Stichprobe für das gesamte Zahnrad. Die Kontur der Zahnoberfläche wird dabei mit einem taktilen Messverfahren aufgezeichnet. Hierbei wird die Oberfläche anhand einer Profillinie (Abweichung der Evolventenkantur im Stirnschnitt) und einer Flankenlinie (Abweichung der Kontur in axialer Richtung des Zahnrades) beschrieben (siehe Abb. 2.7). Linke und rechte Zahnflanken werden dabei getrennt betrachtet [VDI18]. KAHNENBLEY zeigt in [KG19], dass mit üblichen Messmaschinen periodische Abweichungen mit einer Messgenauigkeit von etwa 0,05  $\mu\text{m}$  aufgezeichnet werden können. Die Filterung und Abtastung in Profilrichtung werden im Wesentlichen in der VDI/VDE 2612 [VDI18] festgelegt. Eine äquidistante Abtastung kann im Wälzweg oder im Wälzwinkel erfolgen. Die Messung aller Profil- und Flankenlinien einer Verzahnung wie in Tab. 5.1 benötigt etwa 30min. Eine solche Messung ist jedoch viel zu Zeitaufwendig für eine Überwachung der in der Serienfertigung.

### 2.3.2 optische Verzahnungsmessung

Aktuell ist das taktile Messverfahren die verbreitetste Analyseform. In den letzten Jahren wurden optische Messverfahren zur Bestimmung von Flankenabweichungen deutlich verbessert und sind kommerziell verfügbar. Ein wesentliches Problem stellte die Zugänglichkeit der Messmittel in die Zahnücke dar. Aktuell können Abweichungen zu KMM von wenigen  $\mu\text{m}$  erreicht werden [NPSG19, RJBG19]. Infolge geringer Marktdurchdringung, sowie aufwändiger Auswertemethoden stellen laserbasierte Verfahren zurzeit noch einen Randbereich in der Verzahnungsmessung dar. In aktuellen Arbeiten wird jedoch das Potential von topologischen

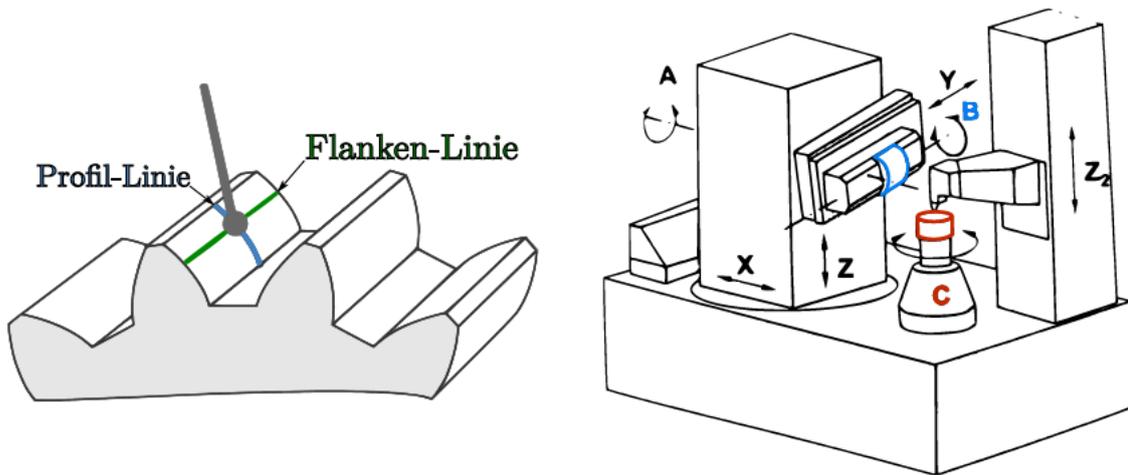


Abb. 2.7: taktile Verzahnungsmessung nach [VDI18]      Abb. 2.8: Achsen im Wälzschleifprozess [KB17]

Messungen gezeigt. In [RJBG19] werden optische und taktile Ergebnisse verglichen und erste Versuche der Drehwegfehlersimulation anhand von 3D-Punktwolken durchgeführt. In [GNPG17] wird der Sprung von Linien auf flächigen Messdaten zur Beschreibung bisheriger Qualitätskennzahlen wie  $f_{H\alpha}|C_\alpha$  verwendet. Dabei werden die topographischen Daten mit 2D-Chebyshev Polynomen eingepasst und daraus die zugehörigen Abweichungen berechnet. Die hohen Datenmengen und die Informationsdichte, gepaart mit geringeren Messzeiten zeigen Potential für die zukünftige Bewertung der topographischen Verzahnungsmikrogeometrie.

### 2.3.3 wälzende Verzahnungsprüfung

Weitere bisher angewendete Messverfahren untersuchen die Abweichung zur Soll-Flankenform am Zahnrad. Ebenso kann mithilfe der Einflankenwälzprüfung (und weiteren wälzenden Verfahren) der Drehwegfehler eines Zahnradpaares direkt ermittelt werden. Dabei wird das Zahnrad unter minimaler Last mit einem sehr präzisen Meisterrad abgewälzt. Hochgenaue Winkelgeber bestimmen dabei kontinuierlich die Differenz zur Soll-Lage. Sehr vorteilhaft an wälzenden Verfahren ist die direkte Messung des Drehwegs als Maß für die Zahnkrafteerregung. Zudem sind die Messzeiten für eine nachgelagerte 100% Prüfung ausreichend kurz um in der Serienfertigung angewendet zu werden.

Nachteilig ist jedoch die Notwendigkeit eines Wälzpartners in ausreichender Qualität der in der Regel für jede Applikation individuell gefertigt werden kann. Ebenso ist die Aufspannung häufig speziell und nicht universell nutzbar. Zudem sind Messgenauigkeiten von der jeweiligen Spannsituation der Prüflinge abhängig und insgesamt unschärfer als es mit den KMM möglich ist.

## 2.4 Schwingungsanregung und Übertragung im Getriebe

### 2.4.1 Schwingungsübertragung im Getriebe

Als Hauptursache der Geräuschanregung von Getrieben wird in der Literatur der Zahneingriff genannt [Rad07, KB17]. Die Schallentstehungskette nach FÖLLER in Abb. 2.9 beschreibt dabei die maschinenakustische Grundgleichung, welche anschaulich grundlegende Zusammenhänge verdeutlichen soll [Kol06, SS20].

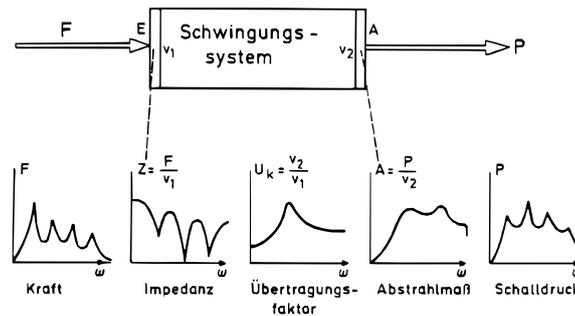


Abb. 2.9: Schallentstehungskette nach FÖLLER [Rad07]

Eine Kraftanregung bringt die Getriebestruktur über die mechanische Eingangsimpedanz zum Schwingen. Die induzierte/erzeugte Körperschallschnelle verteilt sich abhängig von der Schwingbereitschaft in der Struktur (Übertragungsmaß). An den Oberflächen führt die Schwingungsschnelle abhängig von deren Abstrahlmaß zu Luftschall (Schalldruck), der sich räumlich ausbreitet [Kol06].

Das allgemeine Modell der maschinenakustischen Grundgleichung lässt mit dem Erregerkraftpegel  $L_F(f)$ , dem Körperschallmaß  $L_h(f)$  (Schwungsverhalten der Struktur) und dem Abstrahlmaß der  $L_\sigma(f)$  auf den emittierten Schallleistungspegel  $L_W(f)$  schließen. Durch die hohe Lästigkeit von Getriebegeräuschen [Gen10] sollte stets die Anregung minimiert werden um aufwändige sekundäre Schutzmaßnahmen des Transferpfades zu vermeiden.

### 2.4.2 Anregungsmechanismen im Zahneingriff

Nach KLOCKE sind Getriebe schwingungsfähige Systeme deren Anregung durch zeitliche veränderliche Verzahnungssteifigkeiten, sowie geometrisch bedingte Abweichungen entstehen [KB17]. Dabei wird der Drehwegfehler (*engl. transmission error TE*) zwischen An- und Abtriebswelle als repräsentatives Maß für die Körperschallerregung genutzt [PCF<sup>+</sup>07, Rob88]. Alle nachfolgend dargestellten Anregungsmechanismen überlagern sich zum TE, der als innere Anregung des Getriebes gilt. Zusätzlich können äußere Anregungen wie Unwuchten oder ungleichförmige Kraftübertragung des Antriebsaggregats zusätzliche Geräusche hervorrufen, welche in dieser Arbeit jedoch keine weitere Betrachtung finden.

Der *Drehwegfehler* dient als zusammenfassende Beschreibungsgröße aller Abweichungen der gleichförmigen Rotation zwischen Ein- und Ausgangswelle. In der Literatur gilt Sie als Überbegriff von Verzahnungsfehlern im Betrieb und vereint die drei wesentlichen Anregungsmechanismen der Kraftanregungen von Verzahnungen [KB17, Mic12, Rad07]:

**Parametererregung:** periodische Veränderung der Gesamtzahnsteifigkeiten

**Stoßanregung:** Verformung des Zahns unter Last sorgt für zu frühen Zahneingriff

**Weganregung:** Abweichungen der Evolventenkontur verursachen Übersetzungsschwankungen

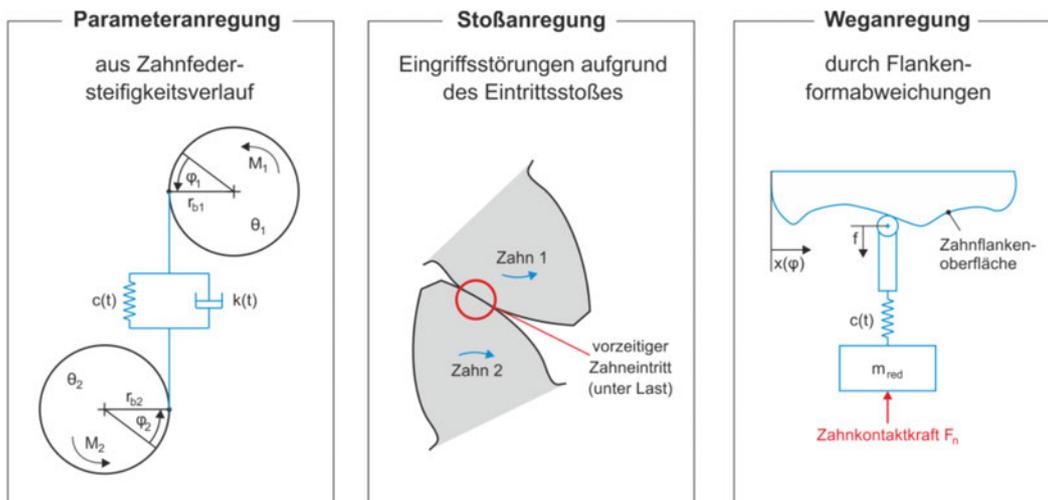


Abb. 2.10: Anregungsmechanismen im Zahneingriff nach [KB17, Kah21]

**Parametererregung** Im Abwälzvorgang eines Zahnradpaars wandert die Kontaktlinie zwischen dem Zahnkopf und dem Zahnfuß. Wird das Zahnrad belastet, wirkt eine aus dem Drehmoment resultierende Kraft, die den Zahn verformt. Infolge der zum Zahnkopf sinkenden Zahnbreite steigt die Verformung dabei an. Zudem variiert die Anzahl der im Eingriff befindlichen Zähne, wodurch eine periodische Veränderung der Steifigkeit und damit Verformungssprünge (ungleichförmige Drehbewegung) unter Last auftreten [KB17]. Infolge der wiederholenden Verformungen variiert ebenso die Übersetzung der Zahnradstufe, wodurch eine pulsierende Drehmomentschwankung im Getriebe entsteht. In Abb. 2.11 ist der Einfluss der Gesamtüberdeckung  $\varepsilon_\gamma$  von Gerad- und Schrägverzahnungen auf die Zahnfedersteifigkeit dargestellt. Die mittlere Verzahnungssteifigkeit  $c_{z\gamma}$  zeigt dabei die Überlagerung der Einzelzahnsteifigkeiten und ihren Abweichungen. Die Sprunghaftigkeit der Zahnsteifigkeit ist proportional zum erwarteten Drehwegfehler. An diesem Beispiel kann der Vorteil von Schrägverzahnungen aufgezeigt werden. Infolge der Sprungüberdeckung  $\varepsilon_\beta$  wird die Gesamtüberdeckung  $\varepsilon_\gamma$  vergrößert, sowie der Steifigkeitssprung beim Zahnaustritt geglättet.

**Stoßanregung** Ein unbelastetes und fehlerfreies Zahnradpaar erfüllt über den gesamten Zahneingriff das Verzahnungsgesetz. Durch das Drehmoment werden die Zähne relativ zum unbelasteten Zustand verformt, wodurch eine relative Verdrehung des Zahnradpaars zwischen belastet und unbelastet entsteht. Der neu eingreifende unbelastete Zahn berührt infolge der Winkelfehlstellung frühzeitig das Nachbarzahnrad. Dieser vorzeitige Zahneingriff verletzt das Verzahnungsgesetz und führt zu einer kurzzeitigen Drehbeschleunigung durch den Eingriffsstoß. Diese periodische Stoßanregung äußert sich mit der Zahneingriffsfrequenz und deren Vielfachen. Teilungsabweichungen führen ebenfalls zum versetzten Eingriff die meist jedoch einen langwelligen Drehwegfehler verursachen.



## 2.5 Methode der kleinsten Fehlerquadrate

Die (gewöhnliche) Methode der kleinsten Fehlerquadrate (*engl. least squares method*) nach Gauß bezeichnet ein Standardverfahren der Ausgleichsrechnung. Dabei wird eine Kurve in die  $n$  vorgegebenen Datenpunkte  $P_i(x_i, y_i)$  für  $i = 1, 2, \dots, n$  „optimal“ eingepasst. Voraussetzung zur Berechnung ist eine vorgegebene parameterabhängiger Funktion  $y = f(x, a; b; c)$ , bei der die Kurvenparameter  $S = a; b; c; \dots$  numerisch bestimmt werden. Optimierungsziel ist dabei die Summe der quadratischen Abweichungen zwischen den vorgegebenen Punkten und der Kurve zu minimieren. Dazu wird die vertikale Abweichung des  $i$ -ten Messpunkts  $\Delta_i = y_i - f(x_i)$  nach Gl. (2.14) verrechnet. Die Abweichungen werden auch als Residuen bezeichnet. [Pap09]

$$S(a, b, c) = \sum_{i=1}^n \Delta_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i)]^2 \quad (2.14)$$

Zur Bestimmung der Parameter aus dem nach Gl. (2.14) erzielten Minimum, werden die partiellen Ableitungen jedes Parameters gleich Null gesetzt. Aus diesen sogenannten Normalgleichungen (siehe Gl. (2.15)) lassen sich die Funktionskoeffizienten berechnen. Typischerweise wird dieser Regressionsansatz zum *curve fitting* von realen fehlerbehafteten Daten verwendet. Die Methode der kleinsten Fehlerquadrate setzt eine Normalverteilung der Messabweichung zur „wahren zugrundeliegenden Funktion“ voraus.

$$\frac{dS}{da} = 0, \quad \frac{dS}{db} = 0, \quad \frac{dS}{dx} = 0, \quad (2.15)$$

Der Vorteil dieser Regressionsmethode ist die Anwendbarkeit auf fast jegliche Funktionen die mathematisch beschreibbar sind. Ebenfalls vorteilhaft sind geringe Anforderungen an die Messdaten wie beispielsweise Äquidistanz. Nachteilig ist jedoch die fehlende Bewertung der Einpassgüte für nichtlineare Funktionen. Das *curve fitting* liefert somit immer ein Ergebnis, die Güte der Regressionskurve ist jedoch nur schwer zu bewerten.

## 2.6 Kinematik und Stand der Technik des Wälzschleifens

Das Wälzschleifen ist ein wirtschaftliches Verfahren zur Herstellung von außenverzahnten Stirnrädern in Großserien und ist deshalb im Bereich der Automobil-, NKW- sowie der Industriegetriebeherstellung beliebt [KB17]. Dabei wird mithilfe eines schneckenförmigen Werkzeugs aus Korund (dessen Profil im Stirnschnitte eine Evolvente aufweist) eine abwälzende Bewegung zwischen Werkstück und Schnecke erzwungen, um das Werkstück zu bearbeiten. Dabei besteht ein Punktkontakt im Schleifprozess der durch die wälzende Bewegung nach und nach die Evolvente ausbildet. Beim Wälzschleifen sind in der Regel stets mehrere Flanken im Eingriff, wodurch das hohe Zeitspanvolumen ermöglicht wird.

Durch den kontinuierlichen axialen Vorschub  $v_a$  [m/s] oder den gleichwertig verwendeten Axialvorschub  $f_a$  [mm/U] wird das Zahnrad über seine Breite bearbeitet. Üblich ist dabei eine Strategie von Schrapp- und Schlichthüben mit variabler radialer Zustellung pro Hub. Zur Bearbeitung wird die Schnecke je nach Gangzahl und dem damit verbundenen Schwenkwinkel

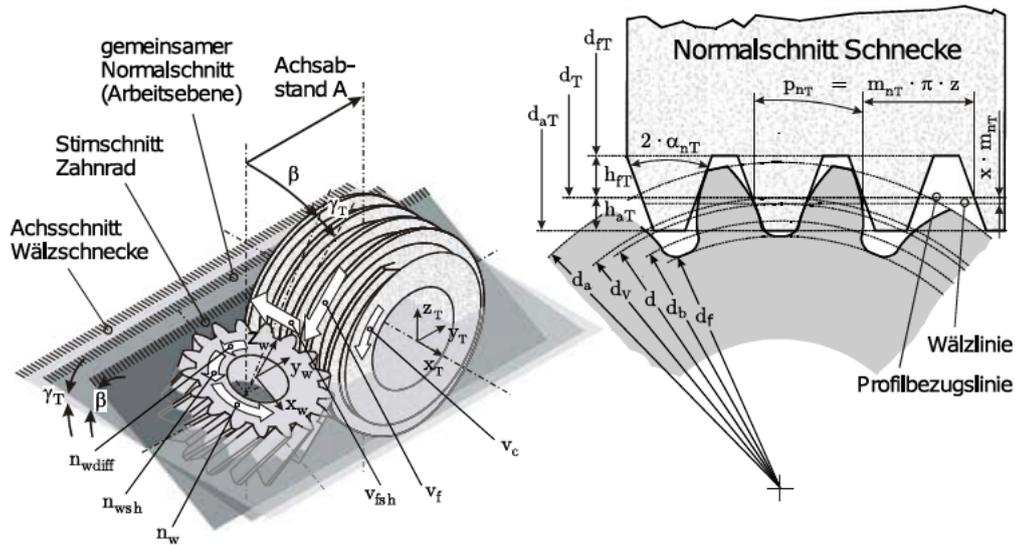


Abb. 2.12: Kinematik des Wälzschleifens von Stirnradverzahnungen nach TÜRICH [Tür02]

$\gamma_T$  zum Werkstück verdreht. Um gleichmäßigen Verschleiß der Schleifscheibe zu gewährleisten wird die Schleifscheibe tangential verschoben, das sogenannte *Shiften*. Das kann stufenweise nach jedem Zahnrad oder kontinuierlich während dem Schleifen mit der Shiftgeschwindigkeit  $v_{fsh}$  durchgeführt werden.

Die zur Bearbeitung notwendige kinematische Kopplung wird in Gleichung (2.16) dargestellt und besteht aus 3 Termen [Kim20]:

$$\omega_W = \underbrace{\omega_T \frac{z_T}{z_W}}_1 + \underbrace{\omega_T \frac{f_a \cdot \sin(\beta)}{m_{nT} \cdot \pi \cdot z_W}}_2 + \underbrace{v_{fsh} \frac{\cos(\gamma_T)}{m_{nT} \cdot \pi \cdot z_W}}_3 \quad (2.16)$$

1. Verhältnis der Drehgeschwindigkeit aus dem Verhältnis der Zähnezahl
2. relative Verdrehung durch Schrägungswinkel
3. Drehzahlveränderung infolge der Shiftbewegung im Schleifen

Eine Geradverzahnung ohne kontinuierliches Shiften benötigt lediglich den Zähnezahl-abhängigen 1. Term der Kopplung und stellt den einfachsten Fall dar. Für Schrägverzahnungen ist anschaulich durch die Windung des Werkstücks eine kleine Veränderung der notwendigen Drehzahl nötig. Die *statische Verdrehung* des Zahnrad muss somit in der Werkstückdrehzahl abhängig vom Axialvorschub ausgeglichen werden. Gleiches gilt für die tangentielle Bewegung der Schleifschnecke im 3.Term. Durch die Steigung der Schnecke wird abhängig vom Shiftweg eine zusätzliche statische Verdrehung erzeugt, die kinematisch korrigiert werden muss.

### 2.6.1 Betrachtung von Schwingungserregung am Zahnrad

Das Wälzschleifen bearbeitet das Werkstück im Hüllschnittverfahren. Durch den Punktkontakt wird für die Winkelstellung  $\psi_0$  das Zahnrad zerspannt. Nach einer vollständigen Umdrehung ( $\psi_1 = \psi_0 + 2\pi$ ) des Zahnrades ist die Schleifschnecke um  $|f_a|$  am Zahnrad axial gewandert, wodurch der Zwischenbereich abhängig von der Geometrie der Schleifschnecke angenähert wird. Vereinfacht betrachtet beschreibt der Berührungspunkt zwischen Schnecke und Werkstück eine Helix auf einem Zylinder (Abb. 2.13 links). Nach Gl. (2.17) beschreibt  $\psi_q$  den aktuellen Drehwinkel und  $q$  dient als Speicher der absolvierten Werkstückumdrehungen. Das  $r(\psi)$  dient anschaulich als Abweichung am Kontaktpunkt. Die axiale Höhe am Zylinder wird durch  $z$  beschrieben.

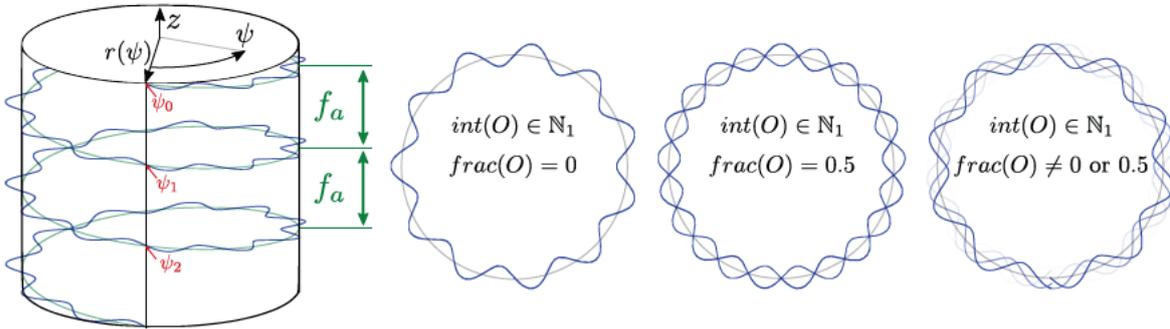


Abb. 2.13: vereinfachte Berührung im Wälzschleifprozess mit Schwingungsüberlagerung

$$\begin{aligned}
 \psi_q &= q \cdot 2\pi + \psi & \text{wobei: } \{q \in \mathbb{Z}\} \\
 r(\psi) &= r_{\text{zyl}} + \sin(\psi \cdot O) & \text{wobei: } \{\psi \in \mathbb{R} \mid 0 \leq \psi < 2\pi\} \\
 z &= f_a \left( q + \frac{\psi}{2\pi} \right) & (2.17)
 \end{aligned}$$

Tritt im Schleifprozess eine Schwingung auf, die eine Relativbewegung zwischen Schnecke und Werkstück hervorruft, trägt die Schleifscheibe partiell mal mehr und mal weniger Material ab. Besonders relevant ist dabei die Schwingfrequenz relativ zur Werkstückdrehzahl, auch als Ordnung  $O$  bezeichnet. Nach Gl. (2.18) kann eine Schwingungsordnung in den ganzzahligen Anteil  $\text{int}(O)$  und den nichtganzzahligen Anteil  $\text{frac}(O)$  getrennt werden. Diese Betrachtungsweise schlägt KAHNENBLEY vor [Kah21].

$$O = \frac{f_{\text{Stoer}}}{n_w/60} \begin{cases} \text{int}(O) = O//1, & \text{ganzzahliger Anteil} \\ \text{frac}(O) = O \bmod 1, & \text{nichtganzzahliger Anteil} \end{cases} \quad (2.18)$$

In Abbildung 2.13 wird beispielhaft die periodische Bewegung des Berührungspunktes in Blau beim Entlanglaufen der Helix dargestellt. Tritt eine reine ganzzahlige Schwingung auf ( $\text{frac}(O) = 0$ ), haben die periodischen Abweichungen über die Zylinderlänge die identische Phasenlage. Das Abweichungsmuster wird somit für jede volle Umdrehung  $q$  exakt wiederholt und die Abweichungsschwingung kann als ortsfest zum Werkstück gelten, da  $r(\psi_0) = r(\psi_1) = r(\psi_2) \dots$  gilt.

Liegt eine ganzzahlige Schwingung vor, kann die Phase der Abweichungsschwingung im Zylinderkoordinatensystem als ortsfest angesehen werden.

Treten ungerade Anteile ( $\text{frac}(O) \neq 0$ ) auf, weist die Berührspur nach jeder WU eine um  $\Delta\psi = O \cdot 2\pi$  verschobene Phasenlage und damit auch Amplitude auf. Da es sich um ein dauerhaftes Abtragen handelt, wird das zuvor entstandene Muster teilweise überschiffen.

Am Beispiel von  $\text{frac}(O) = 0.5$  besteht der besondere Zusammenhang, dass nach jeder zweiten Umdrehung die vorherige Phasenlage besteht. Auf dem Werkstück bleibt in diesem Fall eine *Halbwelle* mit doppelter Ordnung der eigentlichen Schwingung zurück. In der axialen Richtung bildet sich ein periodisches Muster für jede zweite WU. Nach KAHNENBLEY und GRAVEL entsteht das *axiale Fehlermuster*  $\lambda_F$  nach Gleichung 2.6.1. Die Variable  $q_r$  steht für die Anzahl der notwendigen Umdrehung bis zu einer ganzzahligen Periode.

$$L_{r,Zahn} = L_\alpha = \sqrt{\frac{d_a^2}{4} - \frac{d_f^2}{4}} \quad (2.19) \quad \lambda_F = f_a \cdot q_r \quad (2.20)$$

### 2.6.2 Zahnflankenabweichung infolge ganzzahliger Schwingungsordnung

Um die Entstehung der Welligkeit auf der Zahnflanke zu Verstehen und deren Potential hinsichtlich der Geräuscentstehung sind zwei Berührungen von Bedeutung:

1. Die Erzeugungsberührspur zwischen Schleifschnecke und Werkstück
2. Die Kontaktlinie zwischen dem Werkstück und dem späteren gepaarten Zahnrad

Im Herstellungsprozess ist die Schnecke und das Zahnrad nach dem Prinzip des Schraubradgetriebes gepaart. Durch die gekreuzte Drehachse von Schnecke und Zahnrad besteht nur ein Punktkontakt auf der Zahnflanke. Bei Rotation der gekoppelten Bewegungen läuft der Berührungspunkt auf der Erzeugungsberührspur entlang.

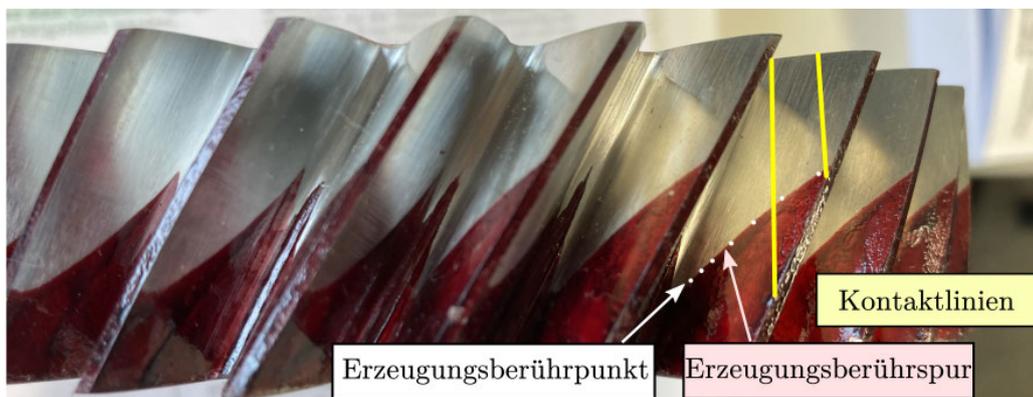


Abb. 2.14: Erzeugungsberührspur im Wälzschleifen an rechtssteigendem Zahnrad

Im Unterschied hierzu haben die Stirnräder im gepaarten Zustand durch parallele Drehachsen einen vollständigen Linienkontakt entlang der Zahnflanke. Wie bereits in [Abbildung 2.4](#) dargestellt, sind das die Kontaktlinien, die entlang des Kontaktpfades verschoben laufen. Die unterschiedlichen Berührungen sind in [Abbildung 2.14](#) dargestellt. Hier sind direkt die unterschiedlichen Winkel der erzeugten Berührungen zu erkennen. Dabei kommt die Frage

auf, wie eine Schwingung entlang der Erzeugungsberührspur eine geräuschkritische Welligkeit erzeugen kann. Zunächst wird dies am Fall der Geradverzahnung mit einer ganzzahligen Schwingung relativ zur WU veranschaulicht (Abb. 2.15 links).

Eine ganzzahlige Schwingung erzeugt eine Relativbewegung zwischen Werkzeug und Werkstück, wodurch an gewissen Berührungspunkten mehr oder weniger abgetragen wird (symbolisiert durch den Kreisdurchmesser). Da es sich um eine ganzzahlige Schwingung handelt, ist die Abweichung nach einer Vorschubbewegung identisch zur vorherigen ( $r(\psi_0) = r(\psi_1) = r(\psi_2) \dots$ ). Die Abweichungsamplitude an einem festen Drehwinkel ist somit identisch und eine topographische Welligkeit über die ganze Zahnflanke entsteht. Diese Welligkeit ist dabei nur in der Profillinie messbar.

Für Geradverzahnungen liegt die Kontaktlinie mit einem gepaarten Zahnrad vertikal über die Zahnflanke (identisch zur Flankenlinie) vor. Im Wälzprozess läuft die Kontaktlinie dem Kontaktpfad entlang und durchläuft somit die entlang der Erzeugungsberührspur hinterlassene Welligkeit. Da im Prozess mehrere Schneckengänge im Eingriff sind, wird die Schwingung der Schnecke direkt an allen Berührungspunkten (und damit phasenkorrekt nach Abschnitt 2.7) auf allen Zahnflanken hinterlassen. Für Schrägverzahnungen ist die Erzeugungsberührspur auf

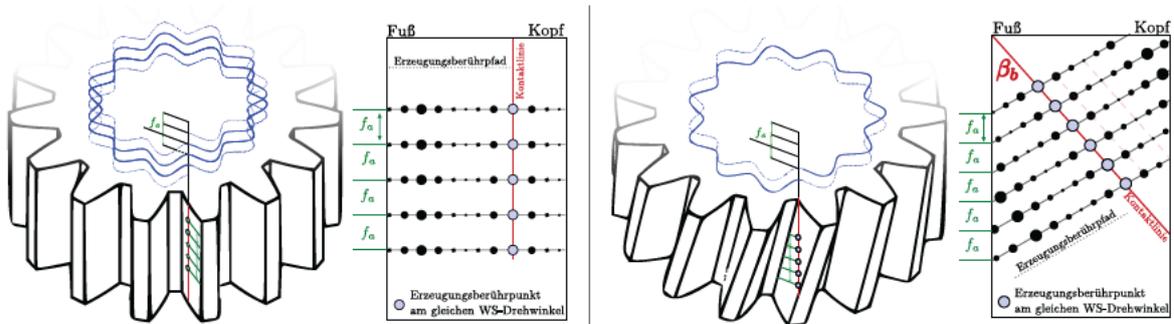


Abb. 2.15: Zahnflankenwelligkeiten bei ganzzahliger Schwingungsanregung

der Zahnflanke um  $-\beta_b$  auf der Zahnflanke geneigt [BKG<sup>+</sup>21]. Ebenso ist die Kontaktlinie (bzw. der Schnittpunkt der Zahnflanke mit Eingriffsebene) um  $+\beta_b$  geneigt. Die Wellenfront der entstehenden Welle weist wie die Geradverzahnung für einen festen Werkstückwinkel die gleiche Phasenlage und damit Amplitudenabweichung auf. Durch die Krümmung der Zahnflanke beschreibt ein konstanter Werkstückwinkel eine geneigte Linie, unter der auch die Kontaktlinie verläuft. Im Zahneingriff der Stirnradstufe wandern die Kontaktlinien dem Kontaktpfad entlang und durchlaufen Berg und Tal der Abweichung.

Ersichtlich wird ebenfalls, dass eine Welligkeit, welche unter der Kontaktlinie im Winkel  $\beta_b$  verläuft, kritisch hinsichtlich der Geräuscentstehung ist. Liegt eine Welligkeit unter anderem Winkel vor, durchläuft die Kontaktlinie nicht direkt Berg und Tal und sind vermeintlich weniger geräuschkritisch.

*Das Wälzschleifen hat somit das prozessimmanente Problem, dass der Erzeugungsberührpfad und der Kontaktpfad fast die identische Richtung aufweisen.*

## 2.7 wälzkorrekte Aneinanderreihung der Linienabweichung

Die wälzrichtige Aneinanderreihung der Messkurven wird am Beispiel des Wälzwegs  $L_r$  in [Abb. 2.1](#) dargestellt. Das Konstruieren der Evolvente (anschaulich durch Abwickeln eines Fadens) verknüpft einen Punkt  $P$  an einem beliebigen Durchmesser mit einem zugehörigen Punkt auf dem Wälzweg. Beim Erzeugen der Evolventen eines jeden Zahns müssen diese am Grundkreis um die Grundkreiseingriffsteilung  $p_{bt}$  zueinander verschoben sein, wie in [Abschnitt 2.1](#) erläutert. Daraus geht auch hervor, dass ein Durchmesser  $d_p$  am nachfolgenden Zahn ebenfalls um  $p_{bt}$  auf dem kontinuierlichen Wälzweg verschoben sein muss. Dabei bestimmt die Einzelzahn-Profilüberdeckung  $\varepsilon_p$  die Überlappung der einzelnen Profillinien. Ein  $\varepsilon_p = 2.5$  beschreibt somit, dass auf dem Wälzweg abwechselnd 2 und 3 Profile übereinanderliegend angeordnet sind. Im Umkehrschluss sind für die gleiche Wälzwegposition Messwerte von mehreren Profillinien vorhanden (siehe [Abb. 2.16](#)).

Das gleiche Prinzip wird bei den Flankenlinien angewendet. Bei Schrägverzahnungen beschreibt die Axialteilung  $p_x$  den Abstand von Zahn zu Zahn und die Sprungüberdeckung  $\varepsilon_\beta$  die Überlappung der Kurven. Die Zahnbreite beschreibt durch die Schrägung der Verzahnung die zusätzliche Länge der Eingriffsstrecke (siehe [MitteAbb. 4.3](#)).

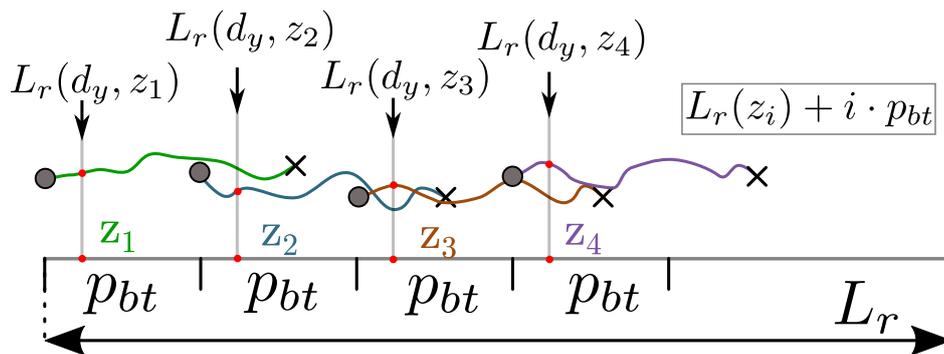


Abb. 2.16: wälzkorrekte Aneinanderreihung der Profillinien im Wälzweg

### Messtechnische Bestimmung von periodischen Zahnflankenformabweichungen

Die Profil- und Flankenlinien liefern die Abweichung der Einzelflanke, welche eine Indikation für die Weganregung im Wälzprozess darstellen. Sie sind ein kleiner Ausschnitt der Drehfehlerabweichung bei einer ganzen Umdrehung. Möchte man die Abweichung einer vollständigen Umdrehung abschätzen, müssen alle Abschnitte gemessen und wie in der Wälzbewegung korrekt aneinandergereiht werden. Nach GRAVEL kann für die Profillinien-Reihung damit aus KMM-Daten die Einflankenwälzprüfung mit einem sehr schmalen (abweichungsfreien) Wälzpartner imitiert werden.

Zur Erklärung der Aneinanderreihung nutzen wir zunächst die Profile:

Die Profillinien beschreiben ein Längenabschnitt auf dem Wälzweg  $L_r$ . Beispielhaft wird der Messpunkt am Durchmesser  $d_y$  für jeden Zahn ( $z_i, z_{i+1}, \dots$ ) verwendet. Jeder Zahnfuß beginnt auf dem Wälzweg um die Teilung  $p_{bt}$  verschoben. Aus diesem Grund müssen auch die Messpunkte aller Zähne auf einem beliebigen Durchmesser äquidistant auf dem Wälzweg

verteilt sein.

$$L_r(d_y, z_{i+1}) = L_r(d_y, z_i) + p_{bt} \quad \text{wobei: } L_r = z \cdot p_{bt} \quad (2.21)$$

Sind alle Profillinien im Wälzweg (und beginnen alle am gleichen Durchmesser) können die Messkurven einfach in steigender Reihenfolge nach Gl. (2.22) um  $i \cdot p_{bt}$  verschoben beginnen.

$$\sum L_r = \sum L_r(z_i) + i \cdot p_{bt} \quad (2.22)$$

Die Überlappung  $\varepsilon_p$  der Kurven ergibt sich damit automatisch. Dadurch können Abweichungen und Welligkeiten bis zur Drehfrequenz (1. Ordnung) und allen Vielfachen ermittelt werden. Der Vergleich zum SFT hinkt in den überlappenden Bereichen, da stets der *hervorragendste* Teil der Flanken die Drehbewegung dominiert.

Für die Flankenlinien ist der Prozess identisch. Für Zahnräder mit geringer Steigung oder Zahnbreite, entstehen für  $\varepsilon_\beta < 1$  Lücken bei der Aneinanderreihung. Die Ergebnisse von periodischen Anteilen sollte besonders für  $\varepsilon_\beta < 0,5$  vorsichtig betrachtet werden, da der *Methode der kleinsten Fehlerquadrate* viel Freiheit gegeben ist. Zu berücksichtigen ist ebenfalls, dass üblicherweise die Messdaten im Randbereich (z.B. Fußrundung) gekürzt werden. Diese Datenreduktion verringert die wirksamen Überdeckungen  $\varepsilon_p, \varepsilon_\beta$  ebenso.

Die Aneinander der Profil- und Flankenlinie aus den Zahnflankentopographien, sowie deren Überlappung ist in *Abbildung 2.17* dargestellt.

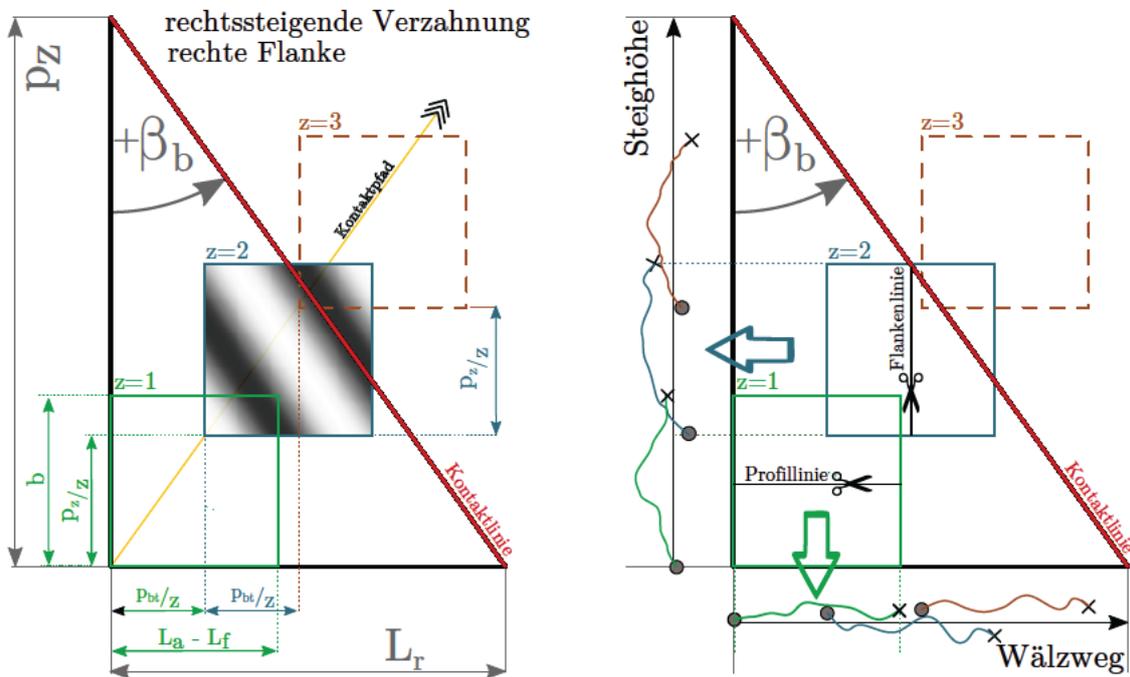


Abb. 2.17: Aneinanderreihung der Profil- und Flankenlinie aus der Zahnflankentopographie

# 3 Stand der Technik

## 3.1 Simulation der Hartfeinbearbeitung

Die Optimierung und Bewertung von komplexen 3D Vorgängen in der Verzahnungsherstellung bedarf aufwändiger Simulationen. Aus diesem Grund werden von viele Einrichtungen eigene Softwarelösungen entwickelt. Dabei sind die Programme und deren Modellvorstellungen häufig auf einen speziellen Aspekt (z.B. Zahnkontakt oder Anregung) zugeschnitten, die „eine für alle“ Software gibt es deshalb nicht.

Simulationsgestützte Untersuchungen zu periodischen Formabweichungen, insbesondere aus dem Wälzschleifprozess wurden bereits publiziert. Die wichtigsten Arbeiten und Autoren werden hier verkürzt dargestellt.

In der Dissertation (und zugehörigen Arbeiten) von KIMME [KDDa, Kim20, BKD21] wird mithilfe eines Abtragsmodells die Durchdringung von Werkzeug und Werkstück unter der Wälzschleifkinematik simuliert. Der durchdrungene Anteil am Werkstück wird dabei entfernt, wobei die Prozesskräfte (und somit auch Verformungen) nicht berücksichtigt werden. Es können verschiedene Abweichungen im Prozess oder am Werkzeug überlagert werden. Fokus der Arbeit ist die Berechnung und Bewertung der erzeugten topographischen Zahnflankenabweichung und die Auswirkung auf den zu erwartenden Drehwegfehler. Besonders periodische Abweichungen und ihre topographische Erscheinung relativ zur Kontaktlinie werden dabei studiert. Die Berechnungen erfolgen in Matlab sowie eigenentwickelten Tools der TU-Chemnitz und des Fraunhofer-Instituts. Veröffentlichungen in Zusammenarbeit mit BÖTTGER, DROSSEL ET AL. simulieren die Auswirkungen von Abweichungen im Abrichtprozess [BKD19] oder eine anregungsabhängige Shiftgeschwindigkeiten zur Vermeidung von kritischen topographischen Abweichungen [BKG+21].

In der Dissertation von KAHNENBLEY [Kah21] und vorangehende Arbeiten [KG17, GK] wird ein kommerzielles Produkt der Fa. Klingelnberg aus ihrer Abweichungsanalyse-Software (GDA) verwendet. Es beruht ebenfalls auf dem kräftefreien Abtragsmodell und soll die Analyse der Zahnflanke bei Prozessschwingungen und Werkzeugabweichungen (vergleichbar zu KIMME) ermöglichen. Fehler in der Werkzeuggeometrie oder Prozessschwingungen äußern sich somit auf dem Werkstück. Der Fokus der Arbeit liegt auf den topographischen und periodischen Zahnflankenabweichungen, dem Winkel der entstehenden Welligkeit, sowie den Einfluss auf das Ergebnis der Welligkeitsanalyse nach GRAVEL. In vorangegangenen Arbeiten wird zusammen mit GRAVEL eine Normale zur Ermittlung der Messgenauigkeit von periodischen Formabweichungen zwischen unterschiedlichen Messmaschinen hergestellt [KG, KG19].

Die ersten Umsetzungen zur Bestimmung von nicht teilungsperiodischen Welligkeiten mit taktilen KMM wurde von GRAVEL erstellt. Der Entwicklungsprozess der Auswertemethode ist über zahlreiche Vorträge und Veröffentlichungen verfolgbar. Die von GRAVEL behandelten Beiträge zu Simulationen behandeln hauptsächlich das Wälzfräsen [Grac, Gra13, Gra15, GK].

In seiner Dissertation [CHR17] untersucht DIETZ den Einfluss des dynamischen Maschinenverhaltens auf die Formabweichung der geschliffenen Zahnflanke. Der Autor nutzt anders als die

vorhergehenden Autoren ein Modell, welches aus der Durchdringung im Schleifprozess die dynamischen Kräfte ermittelt und daraus Nachgiebigkeiten der Struktur berechnet. Wesentliches Ziel der Arbeit ist die Verifikation des Kraftmodells und die Bewertung der realen Maschine. Nur ein geringer Anteil untersucht den Einfluss von periodischen Maschinenschwingungen und deren Einfluss auf die Zahnflankentopographie.

Weitere Dissertation von RADEV und HEIDER untersuchen den Einfluss von topographischen Modifikationen auf den Drehwegfehler. In beiden Arbeiten werden Welligkeiten als gezielte Modifikation zur Verringerung des Drehwegfehlers betrachtet und stellen damit den Gegensatz zu bisherigen Arbeiten dar. RADEV zeigt unter großem Aufwand das teilungsperiodische Welligkeiten unter korrekter Phasen- und Winkellage die Kraftanregung verringern können. HEIDER zeigt weiterhin das bereits Welligkeiten in Teilbereichen der Topographie gleichwertige Wirkungen haben (siehe [Abschnitt 2.2.2](#)). Die Berechnungen erfolgen in DZP, RIKOR und ANPLA, welche Teil der FVA Workbench (ein Simulationstoolkit) sind<sup>1</sup>.

### 3.2 Ursachen für Welligkeiten auf Zahnflanken

Bereits 1972 wurden in der VDI3336 [VDI72] Messprinzipien zur Bestimmung von Welligkeiten und deren Entstehungsursache beschrieben ([Abb. 3.1](#)). Es konnten schon damals neben den üblichen Zahneingriffsfrequenzen und Drehfrequenzen auch sogenannte „Maschinenfrequenzen“ festgestellt werden. Diese äußern sich als ganzzahliges Vielfaches der Drehfrequenz und beschreiben somit das gleiche Phänomen, das wir heute als Geisterordnung bezeichnen.

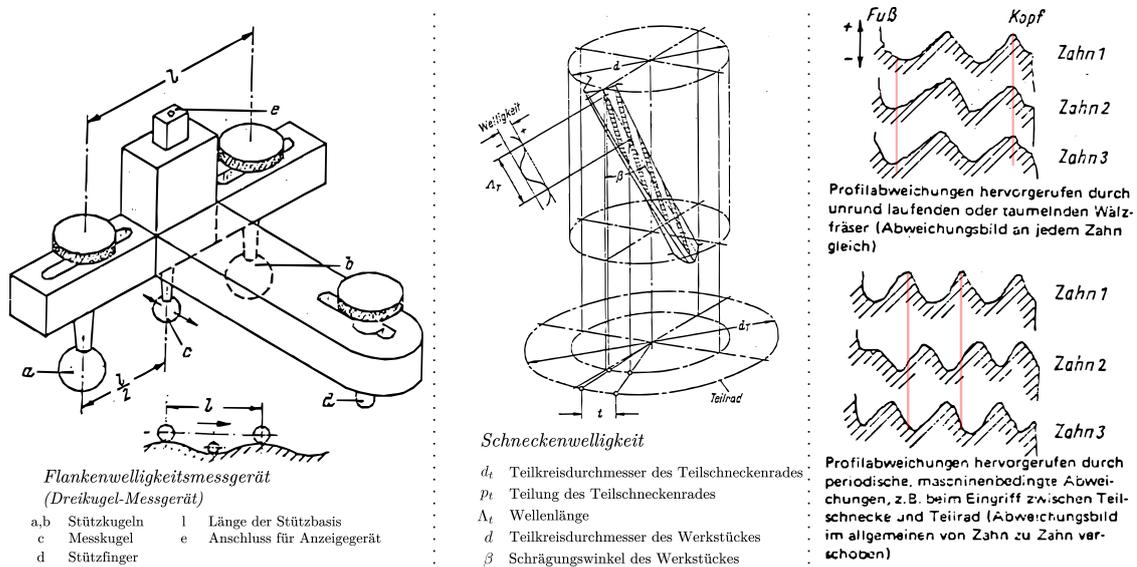


Abb. 3.1: Untersuchung von Welligkeiten in der VDI3336 aus 1972 [VDI72]

In der Hartfeinbearbeitung treten stets Vibrationen durch Unwuchten, Schleifkräfte und periodische Anregungen wie Lager oder Pumpen auf. Eine umfangreiche Darstellung von Ursachen wurde von RANK und DESCHER in [Abbildung 3.2](#) zusammengetragen. RANK zeigt, dass

<sup>1</sup><https://www.mec.ed.tum.de/fzg/forschung/simulations-und-berechnungsprogramme/>

nahezu jegliche Art der Schwingung im Bearbeitungsprozess eine Welligkeit auf der Oberfläche hinterlassen kann. Alle Entstehungsmechanismen müssen jedoch die Gemeinsamkeit einer periodischen Relativbewegung zwischen Werkzeug und Werkstück aufweisen. Zusätzlich können Abweichungen der Werkzeuggeometrie und Lage zu periodischen Formabweichungen führen. Die zugehörigen Arbeiten [Ran11, Ran14, DW14], sowie [PBAM20] zeigen dabei praxisnahe Fälle mit Auffälligkeiten am EoL-Prüfstand und ihre Identifikation.

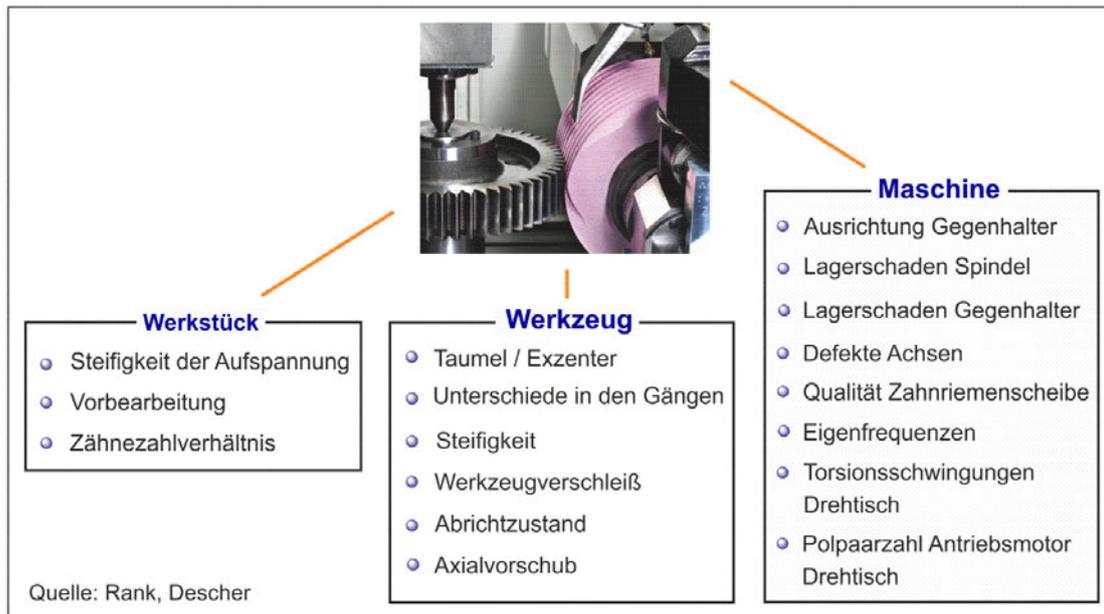


Abb. 3.2: Ursachen von Welligkeiten auf Zahnflanken nach RANK und DESCHER [GK]

### 3.2.1 Überlagerung von Schwingungen im Schleifprozess

Die überlagerten Schwingungen werden von KIMME und KAHNENBLEY in ganzzahlige und nichtganzzahlige Schwingungen pro Werkstückumdrehung unterteilt werden.

#### ganzzahlige Schwingung pro Werkstückumdrehung

Die ganzzahlige Schwingung pro Werkstückumdrehung der Werkzeugmaschine wird als problematisch betrachtet, da viele nachweisliche Fälle aus der Praxis zu geräuschkritischen Welligkeiten geführt haben [Graa, Ran14]. Die dadurch verursachten Abweichungen erzeugen dabei im wälzenden Prozess systematische Welligkeiten, die wie in Abschnitt 2.6.1 dargestellt entlang des Kontaktpfades verlaufen können. In Abbildung 3.3 zeigt KIMME die Sensitivität von Prozessschwingung in den 3 translatorischen und rotatorischen Richtungen. Zu Erkennen ist, dass Schwingungen in allen Achsen (mit der Ausnahme der A-Achse) eine Wellenfront entlang der Kontaktlinie hervorrufen. Die Schwingungsamplitude wurde auf eine Abweichung von  $\pm 1 \mu\text{m}$  am Teilkreisdurchmesser normiert und sind somit untereinander vergleichbar. Wie sich zeigt bilden sich die Schwingungen in der Y und C-Achse fast eins zu eins auf der Zahnflanke ab. Die X-Achsen schwingung zeichnet sich durch den Eingriffswinkel  $\alpha_n$  reduziert ab [Kah21, Kim20]. Die Z-Achsen schwingungen wirken sich abhängig vom Schrägungswinkel

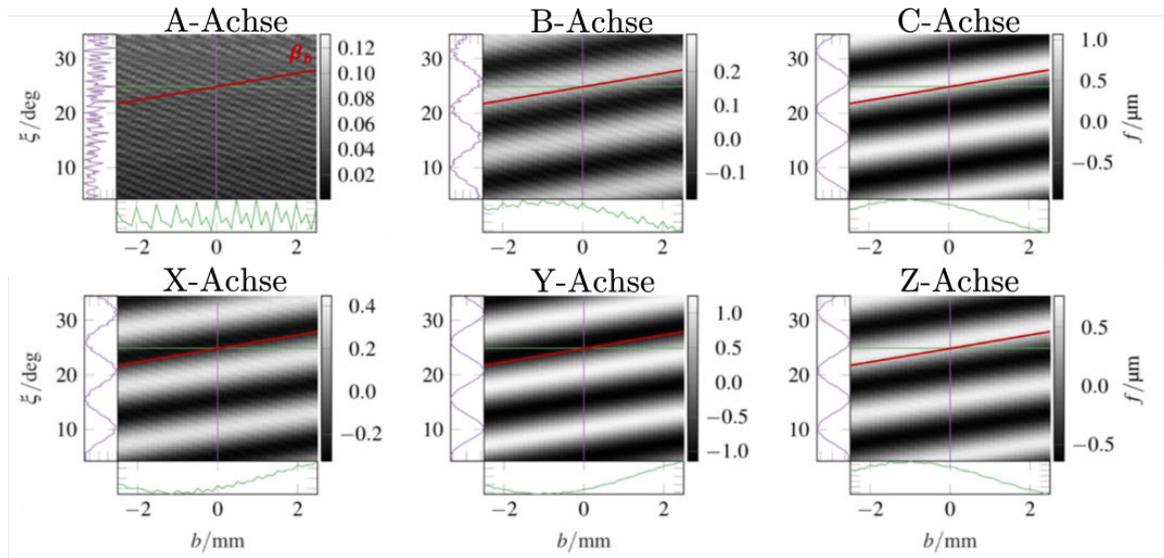


Abb. 3.3: erzeugte Zahnflankentopographie bei überlagerter Schwingung in den verschiedenen Freiheitsgraden [Kim20]

$\beta$  der Verzahnung auf die Fehleramplitude aus. Die A und B-Achsen zeigen insgesamt eine geringere Empfindlichkeit.

Gleichwertige Simulationsergebnisse liefert KAHNENBLEY für die Drehschwingung der C-Achse und der Lageschwingung in Y-Richtung. Aus den Simulationsergebnissen für die C-Achsschwingung geht ebenfalls eine Welligkeit unter dem Grundschrägungswinkel  $\beta_b$  hervor. Für die translative Schwingung in X/Y-Richtung erhält KAHNENBLEY jedoch anders als KIMME eine reine Welligkeit in Profilrichtung ( $\beta_w = 0^\circ$ ).

*Somit zeigen die beiden Simulationsergebnisse für diesen elementaren Fall bereits große Unstimmigkeiten.*

In der Validierungsphase von KAHNENBLEY wurde mit einem Shaker eine translatorische Schwingung während dem Schleifprozess in Y-Richtung eingebracht. Die ganzzahlige Schwingung hat hierbei jedoch eine Welligkeit unter  $\beta_b$  erzeugt, was der Berechnung nach den Ergebnissen von KIMME entspricht.

In [CHR17, 7.4] simuliert DIETZ die entstehende Abweichung durch eine Schwingungserregung mit der ersten Zahneingriffsordnung. Dabei wird die Aussage getroffen: „Anregungen, die in einem ganzzahligen Verhältnis zur Zahnradrehung stehen, können ausschließlich Profilabweichungen erzeugen.“ Diese Aussage wurde in den Arbeiten von KAHNENBLEY, GRAVEL und Weiteren in praktischen Versuchen in [Kah21, KG, BKD21] widerlegt.

### Nichtganzzahlige Schwingung pro Werkstückumdrehung

In seiner Dissertation untersucht KAHNENBLEY Entstehungsmuster durch nichtganzzahlige Schwingungen in der Simulation. Er beschreibt außerdem den Einfluss von nichtganzzahligen Schwingungen auf das axiale Fehlermuster und deren Entstehung. Dabei bestimmt die notwendige Anzahl Umdrehungen  $q_r$  nach Gleichung 2.6.1 die Länge des axialen Fehlermusters. Erarbeitet wird außerdem eine komplexe Systematik um die Lage von Seitenbändern in der



bestätigt er, dass für die geradzahlige Werkstück-Werkzeug Kombinationen nur jede zweite Flanke (wie von KAHNENBLEY erwähnt) bearbeitet ist. Aus diesem Grund werden Ordnungen nach  $O = z_W(k + 1/2)$  festgestellt.

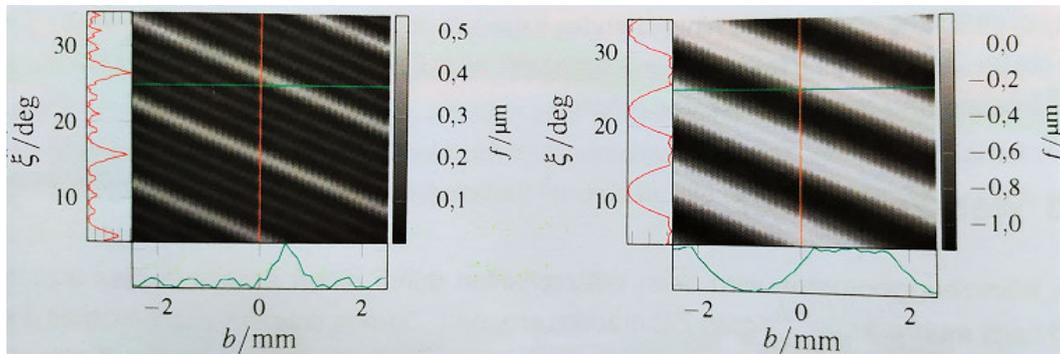


Abb. 3.6: Topographie (linke und rechte Flanke) bei 5-gängiger Schnecke mit Teilungsfehler [Kim20]

### 3.2.3 Positionierungsfehler des Werkzeugs

Eine weitere Fehlermöglichkeit besteht darin, dass die Lage der Werkzeugsymmetrieachse außerhalb der Rotationsachse liegt. Der entstandene Rundlauffehler oder Taumel des Werkzeugs ist dem Schleifprozess überlagert. KAHNENBLEY arbeitet in seiner Arbeit [Kah21] sehr ausführlich die Einflussgrößen heraus. Besonders relevant ist dabei das Zähnezahlverhältnis  $z_W/z_T$  und die Gangzahl  $z_T$  selbst. Besonders zu erwähnen ist beim Werkzeugtaumel die Abhängigkeit der Shiftposition auf die abbildende Topographie.

Es gibt 3 Fälle des Zähnezahlverhältnisses von Werkzeug zu Werkstück:

(Im weiteren werden nur mehrgängige Schnecken betrachtet)

1. Zähnezahl des Werkstück ist durch die Gangzahl teilbar (z.B:  $z_W/z_T = 20/4 = 5$ )
2. Verhältnis hat einen gemeinsamen Teiler  $gT$  (z.B:  $z_W/z_T = 42/4 \Rightarrow gT = 2$ )
3. Verhältnis hat keine oder mehrere gemeinsame Teiler (z.B:  $z_W/z_T = 37/4 = 9,25$ )

Der 1. Fall (siehe a) Abb. 3.7) zeigt dabei deutlich das Verhältnis  $O = 5$  in Profil und Flanke. In der Flankenlinie sind zusätzlich durch die Geradenstücke die Seitenbänder vorhanden.

Der 2. Fall zeigt besonders deutlich die  $O = 21$  welche aus dem Verhältnis  $42/gT = 21$  entsteht.

Der 3. Fall (siehe b) Abb. 3.7) ist in der Praxis angestrebt. Hierbei entstehen Seitenbänder die ungefähr mit dem Zähnezahlverhältnis auftreten. Die Wellenlänge  $\lambda_F$  des axialen Fehlermusters wird dabei aus dem der Gangzahl und dem Vorschub bestimmt  $\lambda_F = z_T \cdot f_a$ .

Auch KIMME erhält für unterschiedliche Gangzahlen stark abweichende Topographien und Ordnungsamplituden. Er bestätigt dabei einen hohen Einfluss des Vorschubs.

Die Analysen von GRAVEL zeigen für besonders große Taumelfehler eine elliptische Topographie, vergleichbar mit bekannten Flankenabweichungen aus dem Wälzfräsen [Grab].

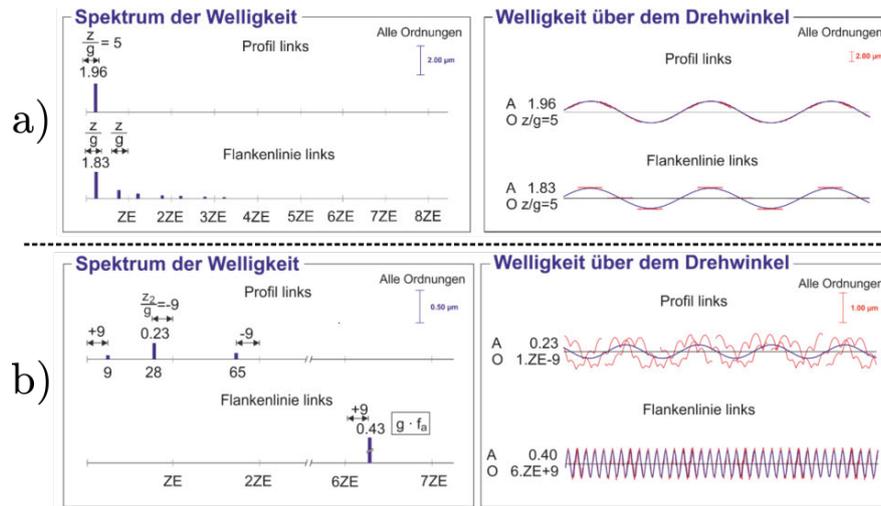


Abb. 3.7: Welligkeitsauswertung für taumelndes mehrgängiges Werkzeug a) mit teilbarer Zähnezah  $z_w/z_T = 20/4 = 5$  und b) mit nicht teilbarem Zähnezahverhältnis oder gemeinsamen Teiler

### 3.3 Methoden zur Ermittlung von periodischen Welligkeiten

#### 3.3.1 Auswertung nach Houjoh und Ratanasumawong

In [HRM07, RMH05] beschreibt die Autorengruppe eine Messmethode zur Bestimmung von Geisterfrequenzen. Ein Zahnradpaar wird unter definierter Last abgewälzt, wobei ein Beschleunigungssensor die Strukturschwingung und zwei Trigger für jede volle Umdrehung der Zahnräder einen Impuls aufzeichnet. Das Messprinzip beruht auf der Idee, dass geräuschrelevante Welligkeiten die Struktur anregen und dies messbar ist. Durchlaufen diese Anregungsfrequenzen nun Eigenfrequenzen des Systems, wirken diese als Verstärker. Schließlich kann anhand der Wellendrehzahl auf die Anregungsordnung des Zahnrads geschlossen werden.

Elementar für diese Auswertung ist dabei der Ansatz der zeit-synchronen Mittelung, deren Anwendbarkeit in den Quellen detailliert besprochen wird. Bei einer konstanten Drehzahl wird ein Beschleunigungssignal aufgezeichnet. Durch bekannte Zeitpunkte einer Umdrehung kann die Fensterlänge auf diese Größe zugeschnitten werden. Für jede volle Umdrehung des jeweiligen Zahnrades wiederholt sich die Anregung aus diesem Zahnrad phasengleich, während Schwingungsanteile aus anderen Quellen eine zufällige Phasenlage aufweisen. Wird aus vielen Messungen einer Umdrehung der Mittelwert gebildet, bleibt hauptsächlich der zum Zahnrad gehörende Schwingungsanteil erhalten. Die restlichen Umgebungsanteile werden statistisch berechenbar absinken (Steigerung des Signal-Rausch-Abstand). Bei geeigneter

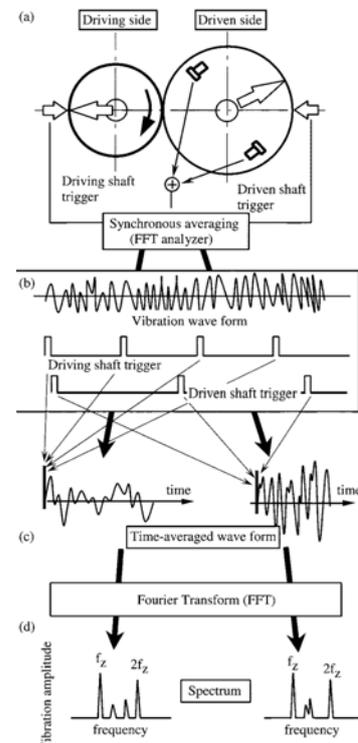


Abb. 3.8: Auswertung nach Houjoh [HRM07]

ten Zähnezählverhältnissen kann aus dem zeitgemittelten Signal die Ursache einem der beiden Zahnräder zugeordnet werden.

Diese Methode erkennt nur geräuschrelevante Welligkeiten auf Zahnflanken, was als Vorteil gewertet werden kann. Zu bemerken ist jedoch, dass die Messung stets die Laufeigenschaften eines Zahnradpaars beschreibt. Auch wenn die Welligkeiten den einzelnen Zahnrädern zugeordnet werden können, sind die Kontaktbedingungen stets die des Zahnradpaars. Der Vorteil dieser Methode zur [Einflankenwälzprüfung](#) ist keine Notwendigkeit eines genaueren Lehrzahnrades.

Seit 2007 wurden keine weiteren Quellen oder Anwendungen zu dieser Methode gefunden.

### 3.3.2 Periodische Welligkeiten nach VDI 2612

Die Bestimmung von periodischen Formfehlern wurde bisher in den Kennzahlen  $f_{f\alpha}/f_{f\beta}$  berücksichtigt. Erstmals wurde in der VDI/VDE2612 [VDI18] eine erweiterte Auswertung von Profil- und Flankenwelligkeiten vorgeschlagen. Die Profillinien beschreiben dabei bezüglich des Wälzwegs periodische Anteile, die auf die Teilung oder eine WU bezogen werden. Gleiches gilt für die Flankenlinie. Zur Bestimmung der Welligkeit wird eine Gauß Ausgleichsrechnung (LSQ) empfohlen, da durch nicht ganzzahlige Wellen im Auswertebereich die Fourieranalyse ungenauer wird. Die vorgeschlagene Auswertung beschreibt in groben Zügen die von GRAVEL publizierte Methode.

### 3.3.3 Einflankenwälzprüfung

Bei der Einflankenwälzprüfung wird ein Meisterrad und ein Prüfling unter quasi lastfreien Bedingungen aufeinander abgewälzt. Durch minimalen Drehwiderstand des Abtriebsrad wird ein kontinuierlicher Zahnkontakt sichergestellt. Durch den wälzkorrekten Eingriff unter minimaler Last werden die geometrischen Abweichungen der Flanke durch Modifikationen und Fertigungsfehler sichtbar. Die Drehwinkelabweichung wird dabei aus der IST-Stellung der beiden Räder, zur SOLL-Stellung ermittelt. Daraus können periodische Erregungen und Konturabweichungen ermittelt werden [KB17, S.297]. Die direkte Messung des Drehwegfehlers ist ein Vorteil, da diese die Drehbeschleunigung und damit die Geräuschanregung wesentlich bestimmt.

### 3.3.4 Auswertung nach Gravel

In [Gra07, Gra09] beschreibt GRAVEL erstmals Methoden zur besseren Vergleichbarkeit von Messergebnissen auf einer KMM. Dabei werden die Profil- und Flankenlinien aus bekannten taktilen Messverfahren (siehe [Abschnitt 2.3](#)) grafisch aufbereitet, sodass systematische Fehlstellen sicher erkannt werden können.

Erstmals wird die Welligkeitsauswertung erwähnt [Gra09]. Dabei werden die ermittelten Profillinien aller Zähne wälzrichtig nach [Abschnitt 2.7](#) über den Wälzweg aneinandergereiht. In die Messpunkte wird nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate (LSQ) ein Sinus eingepasst. Die unterbrochenen und überlappenden Abweichungen, sowie keine äquidistante Abtastung

sind dabei (im Vergleich zur FFT) kein Problem für den curve-fitting Algorithmus. Damit sollen Welligkeiten auf Zahnflanken erkannt, und somit laute von leisen Verzahnungen unterschieden werden. Die ermittelten ganzzahligen Ordnungen in der Profil- und Flankenlinie korrelieren dabei mit Auffälligkeiten aus Akustikmessungen am EOL-Prüfstand [Ran14, Graa, KG21]. Der Ablauf wird in [Abbildung 3.9](#) dargestellt und in [Abbildung 3.10](#) die berechneten Sinuskurven anhand von realen Messdaten aufgezeigt.

Es sind unterschiedliche Auswertemethoden vorhanden, die die Teilung, Winkelfehler und Balligkeiten aus den Messdaten eliminieren. Dadurch entfallen alle signifikanten Welligkeiten unterhalb der ersten ZEO und das Erkennen von Geisterordnungen ist einfacher möglich. In [Grab, GK, Graa] beschreibt GRAVEL erstmalig den Einfluss der Topografie und somit den Winkel der Welligkeit, relativ zum Grundeingriffswinkel  $\beta_b$ . Der Winkel der Welligkeit wird dabei aus vielen Profilmessungen ermittelt [Graa, KG17]. Liegt eine Welligkeit nahe dem Grundeingriffswinkel, tritt die gleiche Ordnung in Profil- und Flankenlinie auf. Diese Welligkeiten sind besonders geräuschkritisch, da beim Abwälzen mit dem Gegenrad die Kontaktlinie durch Berg und Tal wandert [Ran14, Gra20, Kah21, KG21].

Die Welligkeitsanalyse kann bei der Suche nach Geräuschursachen unterstützen und als Fertigungsüberwachungen verwendet werden. Sie liefert im Hinblick zu bekannten Geräusch- anregungen eine gute Korrelation, ist jedoch nach [GS, KG21] ohne Kenntnis über die Geräuschsituation unter Umständen nicht zielführend. Daher sollte diese Auswertung nicht als Prognosetool verwendet werden.

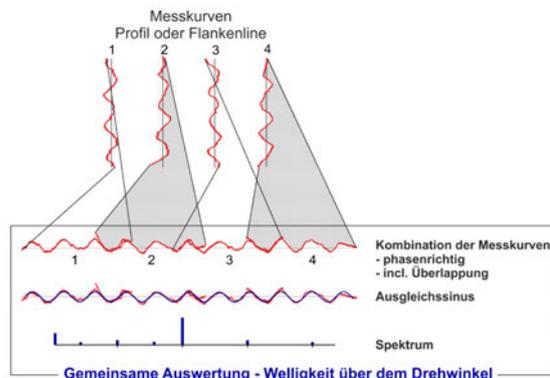


Abb. 3.9: Vorgehen der Welligkeitsanalyse nach Gravel [GK]

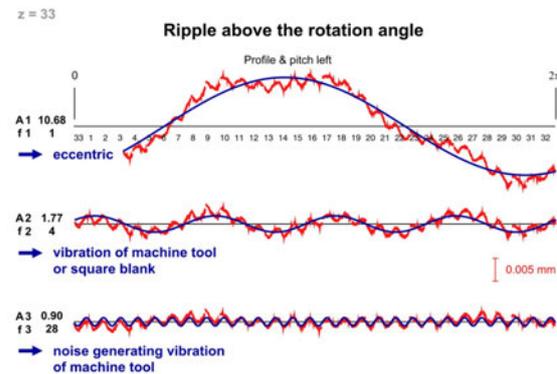


Abb. 3.10: Überlagerung berechneter Welligkeiten über realen Messdaten [Gra12]

### 3.3.5 Auswertung nach Kimme

In den Arbeiten [KDDa, Kim20, BKD21] untersucht KIMME und weitere Autoren die Abweichungen und Topographien über dem Wälzwinkel. Anders als GRAVEL wird eine FFT zur Bestimmung der Ordnungen genutzt und in den Auswertungen nur die Abweichungen der Profillinien betrachtet. Die Logik der Aneinanderreihung ist identisch zu den Methoden von GRAVEL. Um die notwendige Äquidistanz der Messdaten zu erhalten wird linear interpoliert. Überlappende Bereiche werden dabei beibehalten. In den Linienmessdaten werden vergleichbar

zu GRAVEL die Teilung, sowie Winkelfehler und Balligkeiten durch ein Polynom 2. Ordnung aus den Messdaten entfernt.

In den Betrachtungen werden sehr häufig die Topographien verwendet. In den hier verwendeten Beispielen kommt die Verwendung der FFT zugute, da Topographie bzw. der Winkel der Welligkeit durch die inverse der FFT für einzelne Ordnungen rekonstruiert werden kann.

### FFT vs. LSQ der taktilen Messwerte

Die Ermittlung von periodischen Abweichungen ist auf mehrere Arten möglich. KIMME vergleicht in [Kim20] die Ergebnisse für den LSQ-Sinus-fit und der FFT. Zusätzlich wird auch eine approximative Weiterentwicklung, die (*engl. nonequispaced-FFT*) untersucht, aber nicht weiterverfolgt.

Die Resultate der Methoden liefern bis zur 6.ZEO sehr vergleichbare Ergebnisse. Die Rechenzeit variiert jedoch sehr stark zwischen den Ergebnissen. Die FFT ist mit Abstand am Schnellsten, jedoch dauert die Berechnung (für alle Methoden) für jeden Stirnschnitt maximal  $\approx 12$  sec. Mit großen Abweichungen in den überlappenden Bereichen der Messkurven gibt es bei der FFT infolge des resampling Probleme. In der Arbeit von KIMME treten diese Fälle nicht auf, weshalb keine nähere Berücksichtigung stattfindet. In der Praxis sind (aus eigener Erfahrung) teilweise starke Abweichungen in den Übergangsbereichen vorhanden, weshalb die Zuverlässigkeit in der Praxis erst noch verifiziert werden müsste.

Auch GRAVEL vergleicht die FFT und den Sinusschätzer in verringertem Maße [Grab]. Er bezeichnet die problemfreie Überlappung der Messbereich, sowie keine Forderung hinsichtlich der Abtastung als vorteilhaft. Bei Vorliegen einer Phasenverschiebung der Welligkeit in der Aneinanderreihung von Zahn zu Zahn wird die eingeschätzte Amplitude dadurch verringert. Außerdem werden im LSQ-Algorithmus für viele Abweichungen (Balligkeiten und Winkelfehler) auch zusätzliche Sinuskurven approximiert, die den Nutzer fehlleiten können.

Beide Methoden haben ihre Vorteile. Für die Aneinanderreihung aller Linien mag der Sinusschätzer durch das stabilere Verhalten zuverlässigere Ergebnisse liefern. Bei Betrachtungen von Topographien oder Einzelflanken ist die FFT durch die Rücktransformation vermutlich die geeignetere Wahl.

## 3.4 Einfluss des Winkels der Welligkeit auf den Drehwegfehler

Das eigentliche Ziel der Welligkeitsanalyse und gleichwertigen Produkten ist die Vorhersage von Geisterordnungen durch das Zahnrad im Getriebe. Viele gemessenen Welligkeiten sind jedoch nicht geräuschrelevant. Es herrscht genereller Konsens, dass Welligkeiten die unter der Kontaktlinie  $\beta_b$  verlaufen eine Anregung durch diese Welligkeiten begünstigen [Kim20, Graa, GK]. Nach Gl. (3.1) bestimmt der Winkel der Welligkeit  $\beta_w$  die auftretenden Ordnungen (und umgekehrt). Für den übereinstimmenden Fall  $\beta_w = \beta_b$  sind die Ordnungen in Profil und Flanke identisch.

Die Veränderung des Welligkeitswinkels kann dabei durch nicht exakt ganzzahligen Bezug der Schwingung zum Werkstück entstehen (Abb. 3.5). KIMME schlägt außerdem eine Gewichtung von Welligkeiten in Abhängigkeit vom Unterschied von  $\beta_w$  zur Kontaktlinie. Aufgrund von

nicht monotonen Verlauf der Welligkeiten in der rekonstruierten Topographie, können zwar Tendenzen aus der Gewichtung gewonnen, aber keine zuverlässige Vorhersage des Drehwegfehlers ermittelt werden.

$$\tan(\beta_w) = \left( \frac{\lambda_P}{\lambda_F} \right) = \left( \frac{O_F}{O_P} \right) \cdot \tan(\beta_b) \quad (3.1)$$

Auch Überlagerungen von mehreren Welligkeiten können nach GRAVEL (wie in Abb. A.5) ein Geräuschproblem darstellen [Gra20, KG21]. Durch die lokalen Berge entsteht dennoch eine periodische Abweichung über die gesamte Kontaktlinie.

In der Simulation von KIMME werden für die in Abbildung 3.5 ermittelten Welligkeiten die zugehörigen Drehwegabweichungen berechnet. Dabei werden die Ergebnisse der geometrischen Welligkeiten *links* und der dazu berechnete Drehwegfehler *rechts* gegenübergestellt. Ersichtlich ist, dass besonders die  $O = 34.00$  unter korrektem Winkel sehr deutlich hervorsteicht. Andere Welligkeiten erzeugen dennoch Geisterordnung, jedoch mit verringerter Amplitude.

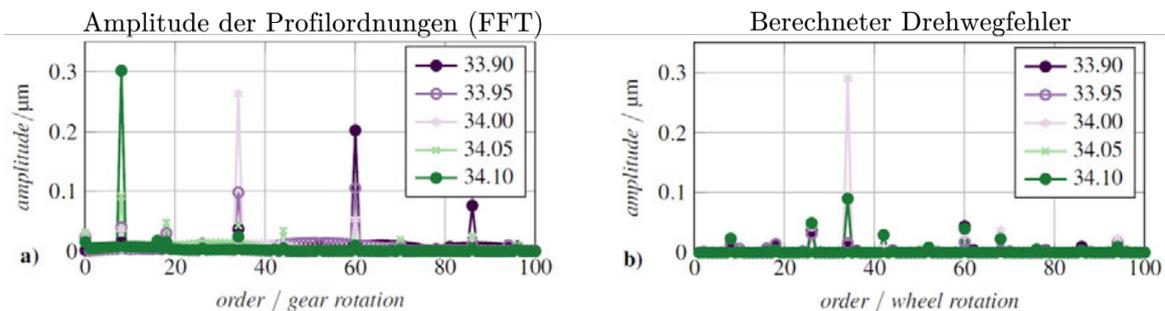


Abb. 3.11: Profilordnungen aus Abb. 3.5 und berechnete Drehwegabweichung [BKD21, Kim20]

### 3.5 Nutzen und Grenzen der Welligkeitsanalyse nach Gravel

Zur Bestimmung und Bewertung von Welligkeiten ist die Analysemethode von GRAVEL am Markt sehr verbreitet. Die Welligkeitsanalyse ist ein vergleichsweise neues und komplexes Instrument zur Bewertung von periodischen Strukturen auf der Zahnflanke. Das Ergebnis der Welligkeitsanalyse sind die Amplituden der ganzzahlig auftretenden Ordnungen auf der Zahnflankenoberfläche. In [KG19] konnte gezeigt werden, dass selbst alte Messmaschinen eine ausreichende Genauigkeit aufweisen um Welligkeiten zu identifizieren. In Praxisanwendungen konnte stets eine gute Korrelation zwischen Geräuschmessung und Welligkeitsanalyse festgestellt werden [GK]. RANK und weitere Quellen bestätigen den Zusammenhang von geometrischer Abweichungsordnung und Geräuschordnung [Ran11, Ran14, PBAM20].

Jedoch zeigt GRAVEL ebenfalls, dass die Welligkeitsanalyse Welligkeiten erkennt, die keine Geräusche erzeugen. „Es zeigt sich allerdings auch, dass viele Zahnräder Welligkeiten aufweisen, ohne im Betrieb auffällig zu sein [GS].“

Der Umstand, dass alle Abweichungen unabhängig von ihrem Einfluss der Geräuscherzeugung eingehen erschwert die Interpretation. Zudem zeigt die Auswertung eigene Charakteristiken, die wenig intuitiv und verständlich sind. Aus diesem Grund ist „eine Welligkeitsauswertung ohne Kenntnis der Geräuschsituation daher unter Umständen nicht zielführend [Gra09].“

Somit eignet sich die Welligkeitsanalyse als Unterstützung zur Identifizierung von *lauten Verzahnungen*. Auch kann sie bei bekannten kritischen Schwingungsordnungen oder Mustern zur Prozessüberwachung dienen. Jedoch kann nicht pauschal durch eine Ordnung im Diagramm auf einen hohen Geräuschpegel geschlossen werden. Aus diesem Grund ist diese Auswertung nur sehr begrenzt als Prognosetool zu verwenden. Erfahrungswerte aus früheren Prozessen ist dabei sehr wichtig. Durch den Winkeleinfluss der Welligkeit liefert die Abstraktion der Topographie in Profil- und Flankenlinie eine starke Vereinfachung. KIMME schreibt einzelnen Linien ebenfalls eine bedingte Aussagekraft zu [Kim20]. Außerdem können in der Analyse die veränderten Kontaktbedingungen durch Modifikationen nicht berücksichtigt werden.

In der Industrie wird zur Prozessüberwachung vermehrt auf die Einflankenwälzprüfung gesetzt. Aufgrund der schnellen Taktzeiten sowie bei hohen Stückzahlen sind die hohen Initialkosten hierfür gerechtfertigt. Zudem wird das Zahnrad wälzend geprüft, was eher dem realen Anwendungsfall entspricht.

Die Welligkeitsanalyse mit taktilen Messkurven liefert die höhere Messgenauigkeit und Flexibilität im Vergleich zur Einflankenwälzprüfung [KG]. Dadurch ist die Welligkeitsanalyse besonders für die Fehlersuche beziehungsweise zur Identifikation von Fehlern (stichprobenartig) gut geeignet. Da die Welligkeitsanalyse eine (relativ zur Schleifdauer) zeitintensive Allzahn-messung und eine Bewertung von Mitarbeitern benötigt ist diese für eine 100% Prüfung in der Serienproduktion nur begrenzt nutzbar.

## 4 Erstellung des Berechnungsmodells

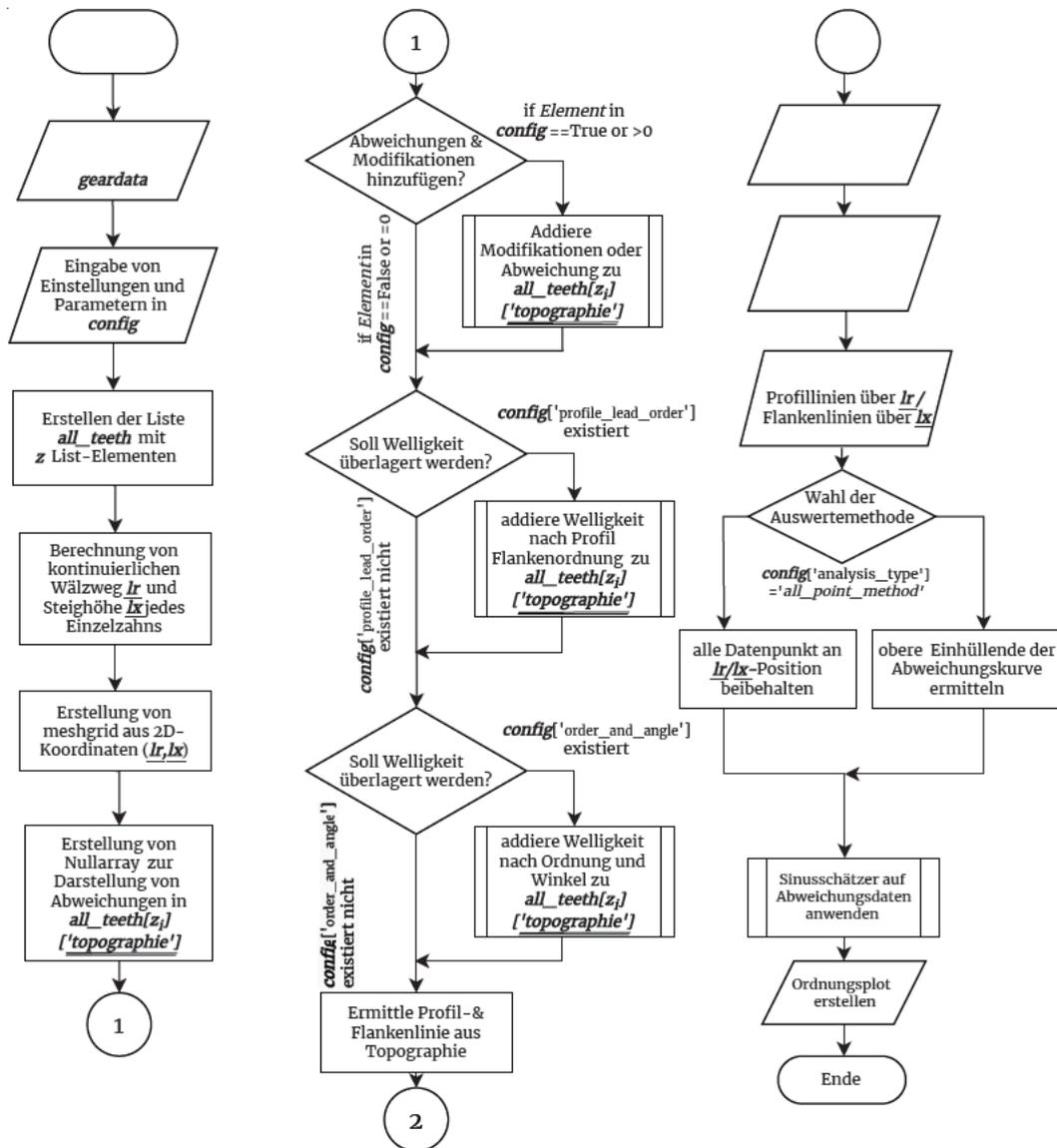


Abb. 4.1: Programmablaufplan der elementaren Funktionen des erstellten Programms

### 4.1 Überblick zum Programm und der Auswertung

Es wurde ein Programm zur Untersuchung des Einflusses von Abweichungen in der Welligkeitsanalyse erstellt. Hierfür wurden die relevanten Zahnradgeometrien zunächst sinnvoll abstrahiert, die Berechnungsmethode der Welligkeitsanalyse nachprogrammiert und eine zweckmäßige Beschreibung der Abweichungen erarbeitet. Das Ziel des Programms ist die Bewertung des Ergebnisses der Welligkeitsanalyse für bekannte Fehlermuster.

Dieser Abschnitt dient als Übersicht zum Verständnis der Programmstruktur dieses Modells.

Es wird in kurzer Form die Logik sowie Ablauf parallel zu [Abb. 4.1](#) erklärt und in den nachfolgenden Abschnitten tiefer in die relevanten Strukturen eingegangen. Die Umsetzung der Berechnungen und Darstellungen wurden in *Python3* durchgeführt.

Ein Download, sowie eine kurze Anleitung zur Installation der erforderlichen Anwendungen und der Eingabe ins Programm ist in [Anhang B](#) beschrieben.

**Zahnrad-Daten:** Die Grundlage der gesamten Berechnung benötigt eine Zahnrad-Geometrie. Hierfür wurde ein Dictionary `geardata` erstellt, das alle notwendigen Daten (wie Zähnezahl, Schrägungswinkel, Zahnbreite, ...) enthält. Alle zahnradbezogenen Daten sind darin mit zugehörigen Bezeichnungen enthalten.

**Konfiguration:** Das `config`-Dictionary enthält Einstellungen und Variablen, die im Programmablauf notwendig sind. Sie dient als übergeordnetes Sammelobjekt am Beginn des Codes zur Eingabe von Abweichungen, der Auswertart für alle Variablen die im Programmablauf einmal geändert werden könnten. Beispiel dafür ist die Eingabe von Welligkeiten und Modifikationen, sowie Einstellung ob Grafiken dargestellt werden sollen oder nicht.

1. Zu Beginn wird in der Liste `all_teeth` für jeden Zahn eine Unterliste angelegt. Für jeden Zahn wird abhängig von seiner Zahnnummer im fortlaufenden Wälzweg `lr` und Steighöhe `lx` mithilfe der Funktion `meshgrid` eine Fläche aufgespannt. Diese beiden 2D-Arrays beschreiben die Koordinatenachsen der Zahnoberfläche. Die spätere Zahn-Topographie wird durch ein Array mit Nullen initialisiert. Jeder Unterschied von Null in dem Array '`topographie`' beschreibt eine Abweichung zur idealen Zahnflanke.
2. Anschließend werden sämtliche Modifikationen wie Balligkeiten, Teilungsfehler oder Rau-schen zur '`topographie`' jedes Zahns hinzugefügt. Die notwendigen Amplituden sind in der `config` hinterlegt. Die errechneten flächigen Abweichungen werden der bestehenden '`topographie`' nach und nach hinzuaddiert.
3. Die Welligkeiten können nach zwei möglichen Methoden hinzugefügt werden. Die erste Methode benötigt als Eingabe die notwendigen Ordnungen in Profil- und Flankenrichtung sowie die Amplitude ( $O_P, O_F, Amp$ ). Die zweite Methode ermöglicht die Eingabe einer Ordnung und des Winkels der Welligkeit ( $O, \beta_w, Amp$ ).
4. Für die späteren Auswertungen der Welligkeitsanalyse werden nur die Linien-Informationen (wie bei üblichen taktilen Messungen) verwendet. Für eine festgelegten Durchmesser sowie Zahnhöhe wird eine Reihe aus der '`topographie`' kopiert. Das Vorgehen ist vergleichbar mit der Teilbetrachtung von Profil- und Flankenlinienmessung ([Abb. 2.7](#)).

⇒ Die Erzeugung der Abweichungen ist abgeschlossen und die eigentliche Auswertung beginnt.

5. Zur Visualisierung wird die Topographie der Zahnflanken einmal in 3D, sowie in einem colorplot dargestellt. Letzterer enthält zusätzlich an den Rändern die zugehörigen Profil- und Flankenlinien.
6. Als Grundlage der Ordnungsermittlung werden die Profil- und Flankenlinien wälzrichtig entlang des zugehörigen Arguments `lr, lx` aneinandergereiht. Für die weitere Verarbeitung der Abweichungskurven wird die Berechnungsmethode unter Verwendung aller Datenpunkte

(bisheriger Standard nach KAHNENBLEY, KIMME) oder der oberen Einhüllenden herangezogen. Hier wird somit ersichtlich, welche Daten in die Analyse der Ordnungsermittlung eingehen (*you-get-what-you-see*).

7. In die Abweichungen aller Abweichungspunkte wird nach der [Methode der kleinsten Fehlerquadrate](#) die Amplitude der Sinusfunktion bei freier Phasenwahl eingeschätzt. Es wird dabei jede ganzzahlige Ordnung bis zur festgelegten Grenzordnung berechnet. Die Berechnung erfolgt von niedrigen zu hohen Ordnungen. Hier sind zwei Auswertemöglichkeiten implementiert.  
Für den Auswerteparameter `'subtract'` können die zuvor berechneten Ordnungen für die weitere Ermittlung vom Eingangssignal abgezogen werden (in der Methode von GRAVEL verwendet). Die Auswertemethode `'none'` nutzt für alle Ordnungsberechnungen das unveränderte und ursprüngliche Abweichungsmuster.
8. Die Amplituden der Ordnungen werden in Anlehnung an die Darstellungsform nach GRAVEL in [Gra12, Graa, Ran14] als Balkendiagramm dargestellt. Die Farbe blau signalisiert die Profilordnungen, grün die Flankenordnungen.

## 4.2 Definition der Zahnflankentopographie

Eine umfängliche Beschreibung der gesamten Zahnflankentopographie wird angestrebt. Aus der flächigen Abweichung werden dann Reihen und Spalten vergleichbar mit den Profil und Flankenlinien entnommen. Die bisherigen topographischen Darstellungen nach KAHNENBLEY & GRAVEL, [Gra20, Kah21] oder der FA. FRENCO<sup>1</sup> wird die Zahntopografie über den Wälzweg und die Zahnbreite in rechteckiger Form dargestellt. KIMME & BÖTTGER [Kim20, BKD21] stellen die Zahntopografien in gleichwertiger rechteckiger Form über Zahnbreite und Wälzwinkel dar.

Die Darstellungen dieser Arbeit wurden weitestgehend an GRAVEL angelehnt. Zur kontinuierlichen Aneinanderreihung der Flankenlinien wurde deshalb anstatt der Zahnbreite die kontinuierliche Steigungshöhe  $\underline{lx}$  eingeführt. Dies bietet für die Berechnung der Welligkeiten und Aneinanderreihung der Flankenlinien den Vorteil eines fortlaufenden Funktionsarguments sowie ein Vorzeichen. Die [Steigungshöhe / Steighöhe](#)  $p_z$  bildet somit die Zahnbreite jedes Zahns bei gleicher Skalierung zu GRAVEL in wälzrichtiger Anordnung ab.

Die Lage der Abweichung der Zahnflanke am Punkt  $p - dev_p$  wird durch die beiden Koordinatenachsen  $l_{r_p}, l_{x_p}$  definiert. Jede Abweichung wird somit durch 2 Koordinatenpunkte auf der Zahnflankenbezugsfläche  $(l_{r_p}, l_{x_p}, dev_p)$  beschrieben. Beide Koordinatenvektoren nach Gl. (4.1)&(4.2) können zusammen eine Ebene aufspannen. In der programmiertechnischen Beschreibung wird hierzu mithilfe der Funktion `meshgrid` nach [Abbildung 4.2](#) jede Koordinatenachse von Vektoren (eindimensional) in Arrays (zweidimensional) umgewandelt (Notwendig durch die Matrizenschreibweise).

Zur Beschreibung der eigentlichen Flankenformabweichung wird ein Null-Array erstellt. Der Wert im Array beschreibt die Abweichung von einer mathematisch idealen Zahnflanke. Um eine Abweichung einzubringen wird der `'topographie'` eine Zahl hinzuaddiert. Die Über-

<sup>1</sup>[https://www.frenco.de/dateien/prospekte/frenco\\_ursachenanalyse.pdf](https://www.frenco.de/dateien/prospekte/frenco_ursachenanalyse.pdf), Stand 06.05.2022

lagerung von Abweichungen wird in [Abschnitt 4.5](#) weiter besprochen. Die Berechnung der Koordinatenachsen des  $i$ -ten Zahn ist in [Gl. \(4.1\)](#) & [\(4.2\)](#) beschrieben.

$$\underline{l_{r,z_i}} = \underline{[0 \rightarrow 'L_{r,Zahn}']} + (z_i - 1)'p_{bt}' + 'l_r(d_b \rightarrow d_f)' \quad (4.1)$$

$$\underline{l_{x,z_i}} = 'L_x' + ('e_{beta}' - 1)'p_x' - (z_i - 1)'p_x' - \underline{[0 \rightarrow 'b']} \quad (4.2)$$

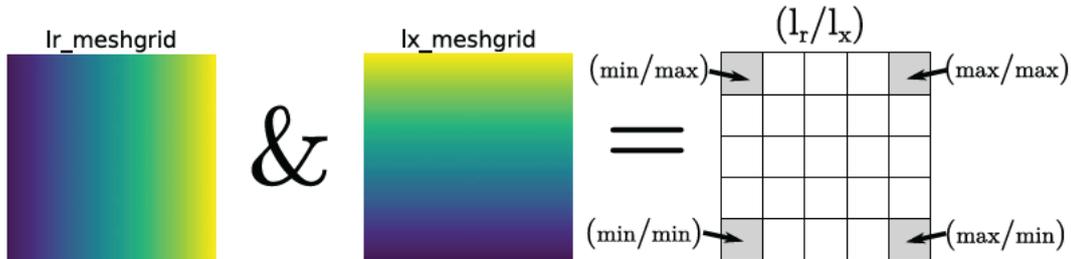


Abb. 4.2: Matrizenschreibweise zur Beschreibung der Zahnflankenkoordinaten

### 4.3 Probleme der Darstellbarkeit von topographischen Abweichungen

Die bisherige Verwendung der topographischen Darstellung wurde meistens nur zur Verbilligung einer Zahnflanke verwendet. Die Topografie der Zahnflanke wird durch viele Profilmessungen verteilt über die Zahnbreite angenähert. (Für Flankenlinien an variablen Durchmessern funktioniert dies gleichermaßen.) Da der Abstand der Profillinien bekannt ist, kann die linienweise Topografie wie in zahlreichen Veröffentlichungen verwendet als rechteckige Fläche dargestellt werden. Wie in [Abbildung 4.9](#) zu Erkennen gleicht ein vertikaler Schnitt der Topografie der Flankenlinie (=Zahnflankenabweichung an einem Durchmesser) und ein horizontaler Schnitt der Profillinie (=Zahnflankenabweichung auf einer Zahnhöhe). Die gemessenen Linien müssen somit zur Darstellung nur im vorgegebenen Abstand der Messmaschine aufgereiht werden. In [Abbildung 4.3](#) wurde der Prozess für eine rechte Flanke einer rechtssteigenden Verzahnung dargestellt, wobei zur Vereinfachung die Evolvente direkt vom Grundkreis beginnt.

Die hervorgehobenen Strichpunktlinien zeigen die taktilen Berührungswege der Messmaschine für Profil- und Flankenlinie. Die Mantelfläche ist eine fiktive Fläche bei der die Topographie jedes Zahns um den Grundschrägungswinkel geneigt angeordnet wird. Der nächste Zahn beginnt nach der Grundkreisteilung  $p_{bt}$  und überlappt sich, wenn die Einzelrad-Profilüberdeckung  $\varepsilon_p > 1$  ist. Die Axialteilung  $p_x$  beschreibt die zusätzliche Überlappung entlang des Wälzwegs infolge des Schrägungswinkels. Nach der Definition von  $\varepsilon_\beta$  gilt für  $\varepsilon_\beta = 1$ , dass durch die Schrägung des Zahnrads der Zahn  $i$  am oberen Ende der Zahnbreite und der Zahn  $i + 1$  am unteren Ende der Zahnbreite den gleichen Punkt auf dem Wälzweg beschreibt. Wird nun die verbreitete Darstellung in [Abb. 4.3](#) rechts betrachtet fällt zunächst auf, dass durch die Begradigung die Schraubenlinie auf die Zahnbreite projiziert und damit gestaucht wird. Zudem werden die Flankenlinien *begradigt* und als Schlussfolgerung die zuvor vertikal verlaufende Kontaktlinie um  $\beta_b$  geneigt.

Der wesentliche Faktor, der in der allgemein verwendeten Darstellung der Topografie vernach-

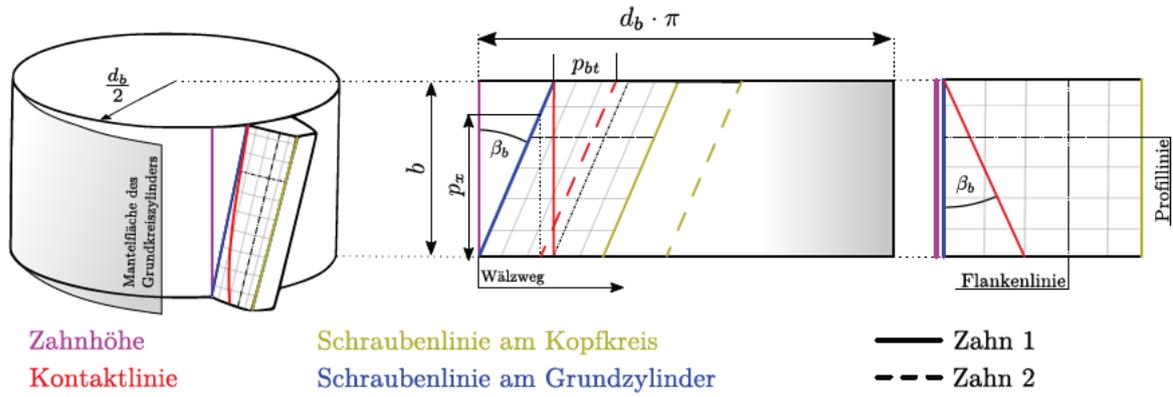


Abb. 4.3: Verzerrte Darstellung von flächigen Zahnflankenabweichungen

lässigt bzw. nicht dargestellt wird ist, dass die Steighöhe (= die Zahnbreite bei Schrägverzahnungen) und der Wälzweg gekoppelt Größen sind. Der Zusammenhang wird in Gleichung (2.9) von LITVIN [FA04] als (engl. *contact ratio*) bezeichnet. Bildlich kann nach Abb. 4.4 die Flankenlinie sowohl in den Wälzweg und die Steighöhe projiziert werden, weshalb ein direkter Zusammenhang besteht.

Dies stellt auf den ersten Blick kein Problem dar, verursacht jedoch einige Schwierigkeiten: In Abb. 4.5 ist eine Welligkeit mit Zahneingriffsordnung dargestellt. Für die zugehörigen Teilungen  $p_{bt}$ ,  $p_x$  liefert die Grafik wie erwartet eine Wellenlänge. Der schräge Verlauf der Welligkeiten zeigt jedoch bis zu 2 Perioden. Dabei wird verständlich, dass ein Entlangwandern der Steighöhe auch zusätzliche Anteile der Welligkeit einbringen muss.

Zudem wurde zu Beginn der Modellerstellung die Abb. 2.17 zur Beschreibung herangezogen. Da der nachfolgende Zahn um  $p_x$  und  $p_{bt}$  verschoben ist, wurden die Rechtecke auch stufenförmig aneinandergereiht. Wie in Abb. 4.5 erkennbar liegen im Kontaktpfad genau zwei Wellen statt einer. Somit müsste die Wellenlänge entlang des Kontaktpfades halbiert werden. Streng genommen vermitteln die flächigen Aneinanderreihungen kein sauberes Bild. Korrekt sind lediglich die Projektionen der Schnitte auf Wälzweg und Steighöhe.

In der mathematischen Erstellung von Wellen auf einer Fläche [ $dev(l_r; l_x) = \sin(l_x k_x + l_r k_r)$ ] ist eine kontinuierliche Beschreibung der Koordinatenachsen  $l_r, l_x$  und variable Wellenlängen  $k_r, k_x$  gefordert. Um einen geschlossenen Sinus über mehrere Zähne zu ermöglichen, sollte jeder Zahn ein Abschnitt auf einer kontinuierlichen Koordinatenachsen repräsentieren. Dadurch können auch an überlappenden Bereichen die Phasen der Welligkeiten ohne aufwändige (und fehlerbehaftet) Berechnung der Phasenlage geschlossen erzeugt werden.

Als alternative Darstellungsform könnte statt der Steighöhe ebenfalls der Wälzweg verwendet werden. Dadurch würde eine *Wälzweg über Wälzweg* Grafik entstehen, die jedoch keinen visuellen Bezug zur wirklichen Zahnoberfläche liefert.

Korrekterweise müssten die Topographien über der Zahnbreite als Parallelogramm, wie in Abb. 4.3 mittig verwendet werden. Damit ist die Kontaktlinie eine vertikale Linie im Wälzweg und die Schrägung erzeugt gleichzeitig ein Voranschreiten auf dem Wälzweg. Eine mathematisch kontinuierliche Aneinanderreihung der Flankenlinie entlang der Steighöhe ist jedoch nicht mehr einfach möglich.

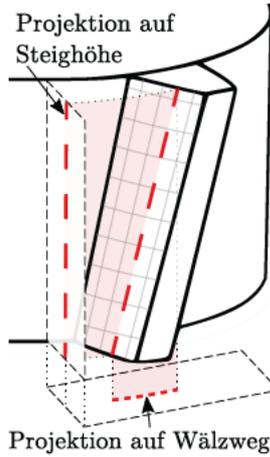


Abb. 4.4: Flankenlinienprojektion

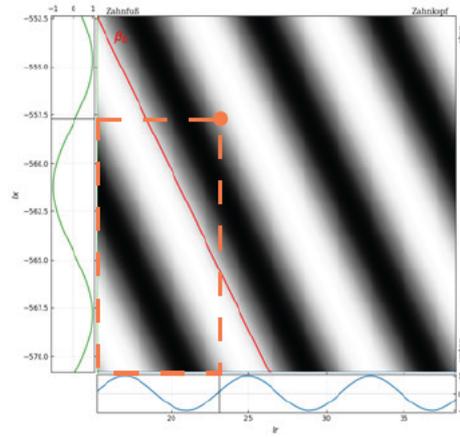
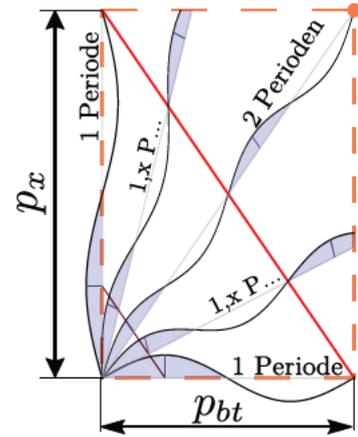


Abb. 4.5: verzerrte Wellenzahl in der Topographie



Jede Darstellungsform hat ihre Vor- und Nachteile. Vorteilhaft zeigte sich jedoch die grundlegende Koordinatenachse aus der mathematischen Definition der Welligkeiten beizubehalten. Da die rechteckige Beschreibung bereits verwendet und am einfachsten umsetzbar ist, wird diese auch weiterhin verwendet.

#### 4.4 Mathematische Definition von Welligkeiten

Zur Untersuchung des Verhaltens der Welligkeitsanalyse auf periodische Abweichungen muss eine mathematische Definition der Welligkeiten entwickelt werden. Im realen Schleifprozess bilden sich durch wiederholendes Überschleifen der erzeugten Oberfläche unzählige periodische Strukturen aus, wie in den Simulationsmodellen von KIMME oder KAHNENBLEY gezeigt wird. In dieser Arbeit beschränken wir uns jedoch auf Sinuswellen mit einer einheitlichen Wellenfront (hier als *ebene Welle* bezeichnet), sowie auf übliche Zahnflankenmodifikationen und Abweichungen. Als Grundlage der Beschreibung von Welligkeiten in Flankenkoordinaten nach Abschnitt 4.2 wird der grundlegende Zusammenhang verwendet:

$$\underline{topo+} = Amp \cdot \sin(\underline{l_r} k_P + \underline{l_x} k_F) \quad \text{wobei: } k_P = \frac{O_P}{L_r} \quad k_F = \frac{O_F}{L_x} \quad (4.3)$$

Die Wellenzahlen  $k_P, k_F$  bestimmen dabei die Anzahl der Wellen in Profil- und Flankenrichtung. Die Eingabe von Wellen soll dabei in zwei Formen möglich sein:

- I: Eingabe von der Welligkeit in Profil- und Flankenrichtung  $[O_P, O_F, Amp]$
- II: Eingabe von der Ordnung und dem Winkel der Welligkeit  $[O, angle, Amp]$

Die Übersicht des PAP zur Definition der Welligkeiten ist in [Abbildung 4.6](#) & [A.3](#) dargestellt. Die Variante I benötigt die Eingabe der (Profilordnung, Flankenordnung, Amplitude) und bestimmt über die [Gl. \(4.3\)](#) die Welligkeitsabweichung. Die Methode berechnet für jeden Zahn  $z_i$  (bzw. `tooth`) koordinatenabhängig die Welligkeit. Das Verhalten der Variante I ist mathematisch einfach und nachvollziehbar. Die Funktion wird als `add_profile_and_lead_orders`

bezeichnet.

Das wesentliche Problem dieser Beschreibungsmethode ist die kontraintuitive Eingabe. Für reine Profilwelligkeiten  $[O_P, O_F, Amp] = [2, 0, 1]$  oder Flankenwelligkeiten funktioniert die Eingabe wie erwartet. Problematisch ist die gleichzeitige Eingabe von Profil- und Flankenwelligkeiten. Wird beispielsweise  $[O_P, O_F, Amp] = [3, -2, 1]$  überlagert, ist in beiden Linien die  $O = 3 + 2 = 5$  vorhanden. (Durch die Eingabe einer negativen Ordnung kann der Winkel der Welligkeit invertiert werden.) Auch in der Aneinanderreihung sind in beide Richtungen 5 deutliche Sinuswellen enthalten. Bei einem anderen Beispiel von  $[O_P, O_F, Amp] = [47, -47, 1]$  wird eine Welligkeitsordnung von  $O = 47$  unter  $\beta_w = \beta_b$  erwartet. Dominant ist jedoch eine  $O = 51$  in beiden Linien zu erkennen. Die Welligkeiten rufen somit eine gekoppelte Eingabe hervor, die die eingegebenen Welligkeiten vermischen.

Aufgrund dieses Problems wurde anschließend die weitere Variante II zur Eingabe der Welligkeiten erstellt. Sie wurde schrittweise daran angepasst um die Erwartungshaltung von einer Ordnung unter dem gewünschten Winkel zu entsprechen. Diese Funktion 'add\_order\_and\_angle' wurde deutlich komplizierter und ist in Abb. A.3 dargestellt. Dabei sollten gewisse Kriterien der Funktion erfüllt sein:

- Eine Zahneingriffswelligkeit  $[O, angle, Amp] = [43, \beta_b, 1]$  unter der Kontaktlinie muss eine geschlossene Aneinanderreihung in Profil- und Flankenlinie mit  $O = 43$  Wellen ergeben.
- Welligkeiten auch mit  $O \neq k \cdot z_W$  unter  $\beta_b$  müssen in Profil und Flanke die gleiche Ordnung im Ordnungsplot enthalten. (z.B.  $[O, angle, Amp] = [41, \beta_b, 1]$ )
- Winkeländerungen sollten den Winkel der Welligkeit intuitiv in der Lage verändern.
- Welligkeiten von  $\beta_w = 0^\circ; 90^\circ$  sollen ebenfalls abbildbar sein.

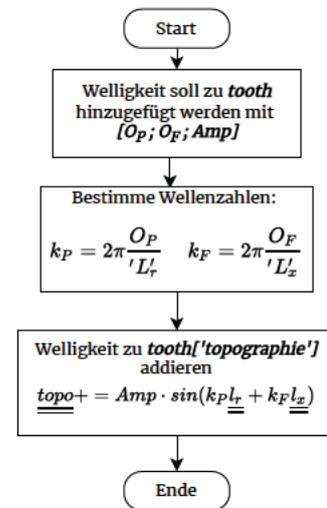


Abb. 4.6: Überlagerung einfacher Welligkeit

Alle Anforderungen erfüllt die Funktion weitestgehend. Die eingegebene Ordnung unter  $\beta_b$  werden auch mit gleicher Ordnung in der Welligkeitsanalyse ermittelt. Die Winkeländerung der Welligkeit funktioniert weitestgehend intuitiv. Bei der Verdrehung der Wellen besteht die Frage der Veränderung der Periodenlänge wie in Abb. 4.5 dargestellt. In diesem Modell wird die Wellenlänge der Ordnung stets unter  $\beta_b$  ermittelt und bleibt bei der Drehung erhalten. Das führt zum Ergebnis, dass eine  $[O, angle, Amp] = [43, 0, 1]$  eine Profilwelligkeit mit der 86.Ordnung hervorruft.

Ein Berechnungsproblem für  $O \neq ZEO$  und Winkeln nahe  $(0^\circ, 90^\circ)$  konnte jedoch nicht gelöst werden. Je weiter  $O$  von der nächste ZEO entfernt und je größer der Abstand von  $|\beta_w|$  zu  $|\beta_b|$  ist, desto größer die Differenz zwischen dem erwarteten und dem überlagerten Welligkeitswinkel. Die Eingabe der Welligkeit  $[O, angle, Amp] = [30, 0, 1]$  verursacht somit eine ebene Wellenfront, die keine reine Profilwelligkeit ist. Die Abweichung ist jedoch durchaus gering. Diese Abweichung zur Eingabe ist vertretbar, da die überlagerte Welligkeit einfach in der Topographie bewertet werden kann. Für reine Profil- & Flankenwelligkeiten kann weiterhin

die einfachen Welligkeitsfunktion (Variante I) genutzt werden.

Die hier beschriebenen Methoden sind nur ein Mittel zum Erstellen von Welligkeiten auf der Oberfläche. Ob das Resultat der gewünschten Eingabe entspricht, muss im Zweifelsfall überprüft werden. Die Funktionen 'add\_profile\_and\_lead\_orders' für die reinen Profil und Flankenwelligkeit und 'add\_order\_and\_angle' für alle restlichen Welligkeiten bieten ausreichend Möglichkeiten zur Überlagerung von periodischen Abweichungen.

## 4.5 Überlagerung von Welligkeiten und Modifikationen

Das Einbringen von Abweichungen zur idealen Zahnflanke ist ein elementarer Bestandteil der Analyse. Es sollten möglichst viele realistische Modifikationen und Fehler abgebildet werden können.

Eine Liste der eingebauten Abweichungsmöglichkeiten ist hier dargestellt:

- Welligkeit  $[O, \beta_w, Amp]$
- Welligkeit  $[O_p, O_F, Amp]$
- zufällige Phasenverschiebung Welligkeit
- periodische Phase der Welligkeit
- Frequenzmodulation der Welligkeit
- zufälliges Rauschen (in Topographie)
- Profilballigkeit  $C_\alpha$
- Breitenballigkeit  $C_\beta$
- Teilungsfehler (1.Ordnung / zufällig)  $f_p$
- Flankenlinien-Winkelfehler  $f_{H\beta}$

Die Erstellung der Welligkeiten ist im [Abschnitt 4.4](#) beschrieben. Die Topographie  $\underline{topo}(\underline{l}_r, \underline{l}_x)$  wird dabei abhängig von der Lage in den Flankenkoordinaten bestimmt.

Die Umsetzung von zahnkonstanten Abweichungen ist hierbei einfacher möglich. Die Abweichung wird in der Fläche definiert und ist unabhängig von den Flankenkoordinaten. Zufällige Abweichungen der Teilung oder überlagertes Rauschen sind zwar nicht für jeden Zahn konstant, die Beschreibung beim Programmieren ist es jedoch und gehört ebenfalls zu dieser Gruppe. Das Einbringen der Abweichung ist somit für jeden Zahn identisch und wird zur bestehenden Topographie addiert.

Die verschiedenen Abweichungen und ihr Anwendungszweck soll kurz erklärt werden:

Die **Welligkeiten** wurden bereits ausführlich in [Abschnitt 4.4](#) beschrieben. Zur Untersuchung der Sensitivität auf die ermittelten Ordnungen der Welligkeitsanalyse wurden 3 mögliche Formen der Phasenverschiebung eingebaut. Sie ersetzen keinesfalls kinematische Simulationen wie KIMME oder KAHNENBLEY durchgeführt haben, ermöglichen dennoch die Untersuchung der Stabilität und Auswirkungen von Abweichungen in der Welligkeitsanalyse.

- In der **zufälligen Phasenverschiebung der Welligkeit** wird die Welligkeit korrekt berechnet eine zufällige Phasenverschiebung addiert. Die Phasenlage schwankt zufällig innerhalb der eingegebenen Stärke  $\deg$ .

$$\underline{topo} = Amp \cdot \sin(\underline{l}_r k_r + \underline{l}_x k_x + \varphi_{random})$$

- Die **periodische Phasenverschiebung der Welligkeit**  $[O_{periodic}, Amp]$  berechnet zunächst die Welligkeit und fügt eine von der Zahnnummer abhängige Phasendifferenz dem ganzen Zahn hinzu. Die Verteilung wird dabei von der Zahnnummer  $z_i$ , der Ordnung der

Abweichung  $O_{periodic}$  und der Amplitude in Grad bestimmt.

$$\Rightarrow \varphi_{periodic z_i} = Amp \cdot (z_i - 1)^{1/z} \cdot O_{periodic}$$

$$\underline{\underline{topo}} = Amp \cdot \sin(\underline{l_r} k_r + \underline{l_x} k_x + \varphi_{periodic z_i})$$

- Die **Frequenzmodulation der Welligkeit** [ $O_{periodic}, Amp$ ] ist an die Frequenzmodulation nach DALE [Dal87] angelehnt. Die Phasenlage wird hier abhängig von der Koordinatenachse  $l_r/l_x$  periodisch verändert, wodurch eine ortsabhängige Veränderung der Welligkeit entsteht. Die Modulationstiefe  $\eta = O/O_{periodic}$  zusammen mit der eingegebenen Amplitude ergeben die Modulationsstärke.

$$\underline{\underline{topo}} = Amp \cdot \sin\left(\underline{l_r} k_r + \underline{l_x} k_x + (Amp \cdot \eta) \cdot \sin\left(\underline{l_r} \frac{O_{periodic}}{L_r} + \underline{l_x} \frac{O_{periodic}}{L_x}\right)\right)$$

Diese Abweichungen wurde nur für reine Profil- oder Flankenwelligkeiten eingebaut. Der Unterschied zur periodischen Phasenverschiebung ist, dass bei der FM die wirklichen Wellenlängen auf der Zahnoberfläche verändert werden und nicht nur die Phase in der Aneinanderreihung.

Das **zufällige Rauschen in der Topographie** dient als vergleichbares Messrauschen in der gesamten Zahnflanke und kann in  $\mu\text{m}$  eingegeben werden.

Die **Profilballigkeit** und **Breitenballigkeit** sind parabelförmige Abweichungen die sich entlang einer Koordinatenachse der Zahnflanke ausbreiten. Der Hochpunkt liegt hier immer in der Mitte der Zahnflanke und kann in  $\mu\text{m}$  eingegeben werden. Sie sind Standardmodifikationen in modernen Getrieben.

Der **Flankenlinien-Winkelfehler** kann einen linearen Anstieg der Abweichung über die Flanke abbilden. Dieser kann ursprünglich eine Modifikation oder ein tatsächlicher Fehler sein.

Die **Teilungsfehler** können einfache *zufällige Abweichungen* der Zahnflanke sein oder als *1.Ordnung* (repräsentativ für ein schräg eingespanntes Werkstück) eingebracht werden. Sie sind ein Offset der ganzen Zahnflanke mit der vorgegebenen Amplitude, als einfachste Implementierungsart.

## 4.6 Aneinanderreihung & Auswertung von Topographien

### Methode 1: all\_point\_method

Die Datenpunkte der Profil- und Flankenlinie werden ihrer zugehörigen Position auf dem kontinuierlichen Wälzweg (oder Steighöhe) zugeordnet wie in [Abschnitt 2.7](#) beschrieben. Jeder Datenpunkt jedes Zahns in dieser Punktwolke bleibt erhalten und hat die gleiche Gewichtung bei der Ermittlung der periodischen Abweichungen. Diese Methode wird mit höchster Wahrscheinlichkeit auch in der GRAVEL-Analyse verwendet und ist ebenfalls die Standard-Methode in dieser Arbeit.

### Methode 2: upper\_envelope

Im Wälzprozess mit mehreren Zähnen im Eingriff trägt der Zahn mit der *höchsten positiven* Abweichung zu der SOLL-Evolvente. Die Einflankenwälzprüfung würde somit nur die Abweichung der oberen Berge die auch durchwältzt werden erkennen. In Anlehnung an diesen Gedanken wurde versucht die obere Einhüllende der Wegabweichung aus allen Zähnen zu verwenden (schwarze Linie in [Abb. 4.7](#) rechts).

Die Profillinien-Informationen werden auf diese Bezugsachse linear interpoliert (ebenfalls nach [Abschnitt 2.7](#)). Das ist für die programmiertechnische Umsetzung nötig, um bei der Überlappung mehrerer Zähne die gleiche Stützstellen am Wälzweg zu nutzen. Beachtet werden muss außerdem die Überlappung an den Rändern. Da es sich um eine geschlossene Bewegung handelt (ein Kreis hat kein Ende), müssen die ersten und letzten Zähne zusätzlich an das Ende kopiert werden um die Abwälzung richtig wiederzugeben.

Von all diesen Punkten wird mit der numpy-Funktion `np.max()` die obere Einhüllende aller Kurven verwendet. Die schwarze Kurve zeigt dabei deutlich, dass nur noch ein Bruchteil der Abweichungsdaten wirklich in die Analyse einget. Besonders für hohe Winkelfehler entstehen dabei extreme Sprünge, welche hohe ZEO hervorrufen.

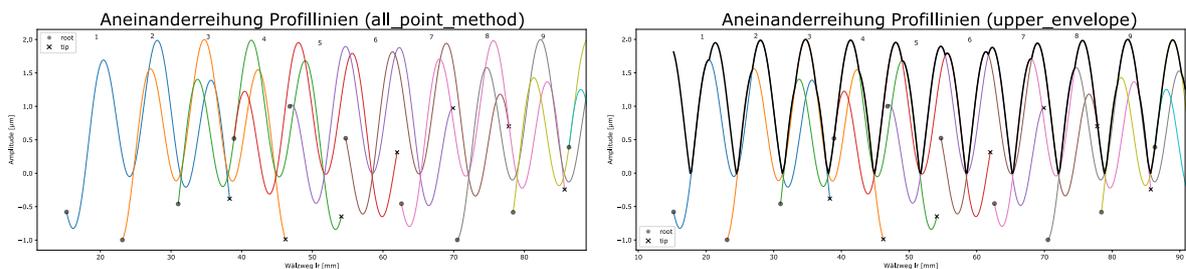


Abb. 4.7: Unterscheide der Aneinanderreihung in beiden Auswertemethoden

## 4.7 Periodische Abweichung ermitteln

In verschiedenen Veröffentlichungen [Gra12, Gra09] erwähnt GRAVEL das stetige subtrahieren von bereits ermittelten Welligkeiten. Somit wird das Eingangssignal für nachfolgende Ordnungen durch die Schätzwerte der vorherigen Ergebnisse verändert. Die Implementierung im Modell (siehe Abb. 4.8) beginnt bei niedrigen Ordnungen und zieht für jeden durchlaufenen Sinus die bestimmte Amplitude und Phase ab. Die Methode „subtract“ beschreibt das kontinuierliche Abziehen der eingeschätzten Ordnung, während für den Typ „none“ das Eingangssignal für alle Ordnungen identisch bleibt.

Die Wellen werden nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate mit der vorgefertigten Funktion `numpy.linalg.lstsq` eingeschätzt. Der Programmablauf ist in Abb. 4.8 skizziert.

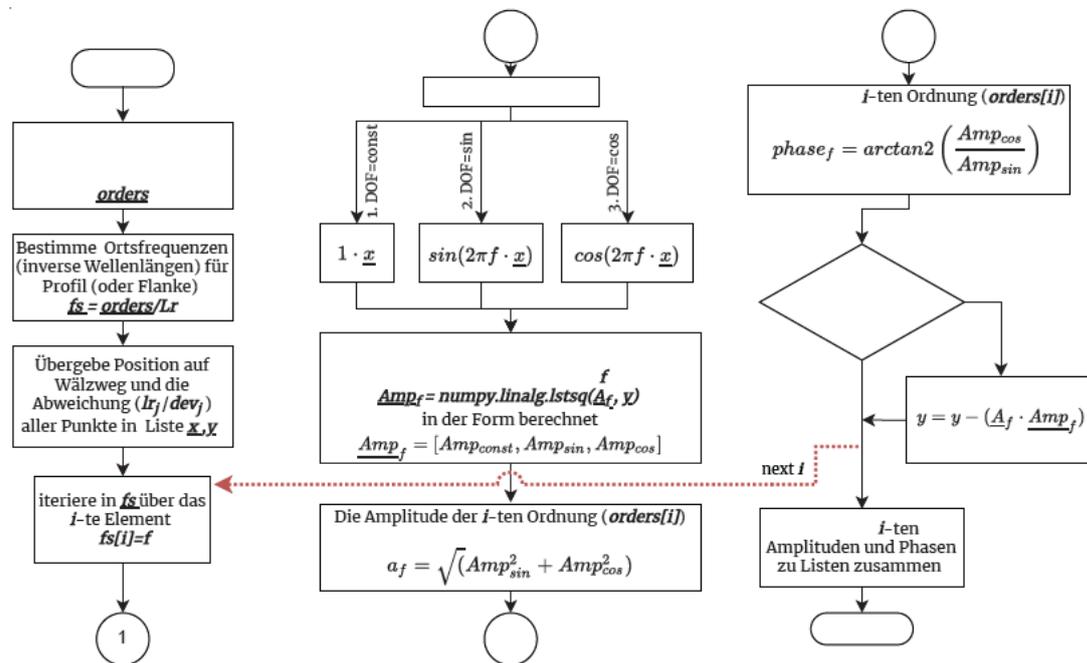


Abb. 4.8: Programmablaufplan des Sinusschätzer-Algorithmus

## 4.8 Darstellung von Ergebnissen

Im Wesentlichen werden 3 Darstellungen eingesetzt:

1. Darstellung der Zahnflankentopographie für den Winkel der Welligkeit
2. Aneinanderreihung der Profil- und Flankenlinien
3. Ordnungsamplituden aus dem Sinusschätzer (quantitatives Ergebnis)

**Topographie:** Die Zahnflankentopographie kann zum einen als 3D-Abweichung der Flanke oder als 2D-Colourplot mit variablen Profil- und Flankenlinien dargestellt werden. Die Farbdarstellung der Abweichung ist am geeignetsten zur Darstellung von Welligkeiten und deren Winkel. Zusätzliche Informationen der Profil- und Flankenlinienabweichungen helfen bei der

Abstraktion von der Topographie auf die Linien.

**Aneinanderreihung:** Die korrekte Aneinanderreihung beschreibt den Eingang für die Welligkeitsanalyse. Langwellige Fehler sind hier sehr deutlich zu erkennen. Die Phasenlage der Zahnabweichungen ist gut erkennbar, sowie langwellige Fehler der Linien. Die Darstellung dient ebenfalls zur Kontrolle der Eingangsgrößen, die mit der Welligkeitsanalyse analysiert werden.

**Welligkeitsordnungen:** Die Ordnungsamplituden stellen die Amplituden der ganzzahligen Ordnungen aus dem Sinus-Schätzer dar. Zur Unterscheidung werden die ZEO und Vielfache gesondert dargestellt. Wie sich herausstellt erzeugen viele Welligkeiten das Phänomen der *Seitenbänder* um die ZEO's, weshalb deren Lage schneller erfasst werden soll. Die Darstellung von Profil und Flankenordnungen übereinander soll bei der Identifikation von Seitenbänder und kritischen Welligkeiten ( $O_P = O_F$ ) unterstützen.

### Ergebnisse am Beispiel der Breitenballigkeiten

In [Abbildung 4.9](#) sind links oben die Zahnflankentopographien dargestellt. In beiden Darstellungen ist die parabelförmige Balligkeit von  $1\ \mu\text{m}$  zu erkennen.

- Die grüne (vertikale) Linie im Topographie-plot entspricht einer Flankenlinie am Teilkreisdurchmesser, links daneben wird die zugehörige gemessene Abweichung ebenfalls in grün dargestellt.
- Die blaue (horizontale) Linie entspricht der Messung einer Profillinie in der Zahnmitte. Der Kurvenverlauf der Profillinie wird darunter gezeigt.
- Die rote Linie zeigt den Winkel der Kontaktlinie unter dem Grundschrägungswinkel  $\beta_b$  dieser Verzahnung.

Darunter sind die Aneinanderreihungen der Profil und Flankenlinien gegeben. Die Profillinie verläuft dabei stets „auf dem Berg der Balligkeit“ ohne eine Abweichung zwischen den Kurven. Die Flankenlinien zeigen bei der Aneinanderreihung die Balligkeiten der Einzelflanken, wobei die Nummern die jeweilige Zahnnummer repräsentieren. Die hier sichtbaren Abweichungen ergeben den Eingang für den LSQ-Sinusschätzer

Im Bereich oben rechts sind die ermittelten Ordnungsamplituden für Profil- und Flanke dargestellt. In Profilrichtung sind hierbei erwartungsgemäß keine periodischen Abweichungen festzustellen. In den Flankenlinien sind wie erwartet lediglich Zahneingriffsordnungen (im Diagramm Balken in orange) mit Amplituden  $< 1\ \mu\text{m}$  vorhanden.

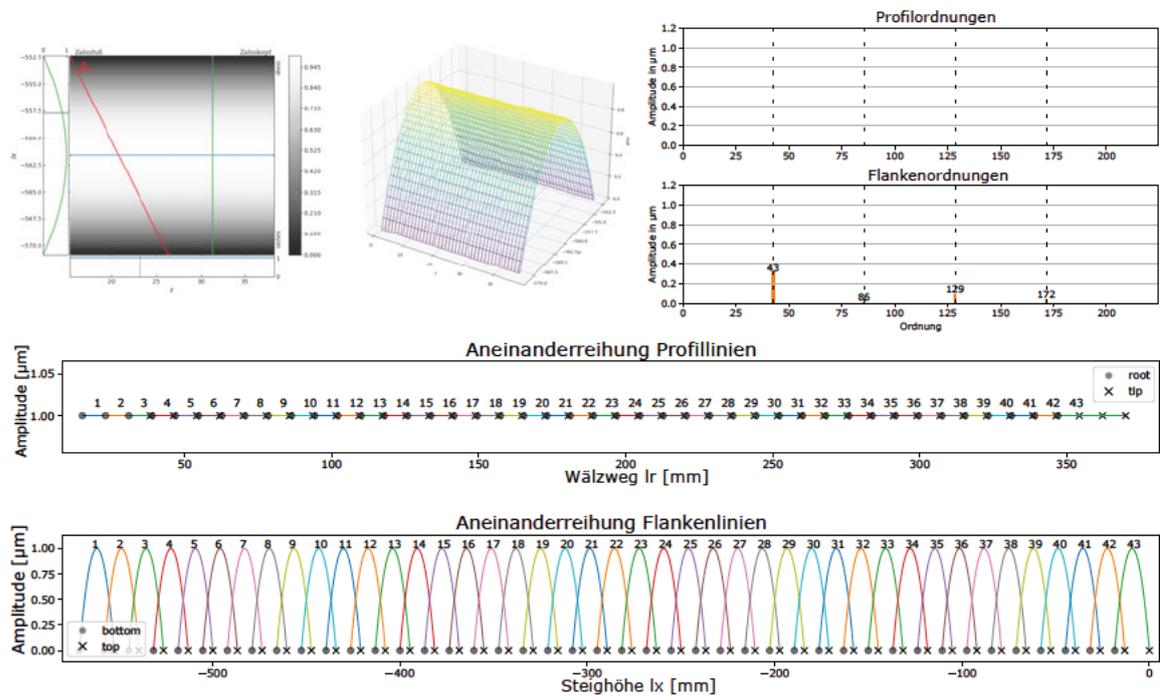


Abb. 4.9: Vollständige Welligkeitsanalyse für Verzahnung mit Breitenballigkeit von 1 μm

## 5 Analyse von periodischen Zahnflankenformabweichungen

Parameter <i>essentiell</i>	Größe	Parameter <i>ergänzend</i>	Größe
$m_n$	2,28 mm	$d$	116,9 mm
$\beta$	33°	$d_f$	$d - 2 \cdot m_n$
$Z$	43	$\beta_b$	30.995°
$b$	18,5 mm	$\varepsilon_p$	2,922
$\alpha_n$	19°	$\varepsilon_\beta$	1,407
$d_a$	$d + 2 \cdot m_n$	$p_{bt}$	7,9 mm
$d_b$	108,14 mm	$p_x$	13,15 mm

Tab. 5.1: Verzahnungsdaten des Beispiel-Zahnrads

Einstellung	
Sinusschätzer-Typ	„none“
„all_point_method“	

Tab. 5.2: Standard-Einstellungen im Programm

### 5.1 Informationsverlust durch Linienabweichung

Die Beschränkung der Zahnflankentopographie auf die beiden orthogonalen Linien stellt eine erhebliche Reduktion an Daten und damit auch ein Verlust an Informationen dar. Die Linien sollen repräsentativ für die gesamte Topographie sein. Fehlerhafte Bereiche außerhalb der Linie werden selbstverständlich nicht ermittelt und in der Analyse nicht erkannt. Beispielsweise arbeitet KIMME in [Kim20] mit einer lauten Verzahnung, die entlang der Zahnbreite ein variiertes Muster aufweist.

Jedoch bestehen im Bezug zur Welligkeitsanalyse weitere Probleme, die hier näher angesprochen werden sollen.

Der Winkel der Welligkeit ist für die Geräuscherzeugung im Wälzprozess sehr relevant. Durch die Reduktion auf eine 1D-Messreihe bleibt jedoch nur die Amplitude und Phase der eingeschätzten Welligkeit zurück. Wie in Abschnitt 5.4 angemerkt, ist die Phaseninformation aus der Welligkeitsanalyse keine zuverlässige Größe, da die Phasenlage durch weitere Effekte (die den quadratischen Fehler beeinflussen) zur wirklichen Welligkeit erheblich verschoben können. Somit bleibt zur Bestimmung des Winkels der Welligkeit nur die Möglichkeit mittels mehreren parallelen Profillinien (oder auch Flankenlinien) die Phasendifferenz als Indikator für die Lage der Welligkeit zu ermitteln (siehe Abschnitt 6.1). Die Isolation des Winkels der Welligkeit setzt dabei voraus, dass *fehlerhafte Fremdeinflüsse* in beiden Linien gleichwertig sind. Erst dann ist die berechnete Phasenlage repräsentativ für den Winkel der Welligkeit.

#### Rekonstruktion der Welligkeit

Ein Wunschziel wäre die Rekonstruktion der Topographie aus den Ergebnissen der Amplitude und Phase der Welligkeiten. Bei der Fourier-Analyse kann im Frequenzbereich durch die inverse Transformation in den ursprünglichen Zeit/Wegbereich zurückgerechnet werden.

KIMME zeigt dieses Verhalten für die Topographie (bzw. 77 Profillinien) auf einer einzelnen Zahnflanke.

Das Ergebnis der Welligkeitsanalyse besteht währenddessen aus den aneinandergereihten Informationen. Werden die Amplituden und Phasen aller Ordnungen erneut in den Wälzweg zurückgerechnet, entsteht eine erhebliche Abweichung zu den eingegebenen Abweichungen. In [Abbildung 5.1](#) wird die Rückrechnung für Welligkeit  $[O, \beta_w, Amp] = [20, \beta_b, 1]$  in Profilrichtung (bis zur 50. ZEO) durchgeführt. Beide möglichen Varianten der Schätzalgorithmen zeigen subjektiv ein gleich schlechtes Ergebnis. Die Verwendung der Ergebnisse der Welligkeitsanalyse zur Rekonstruktion der Eingabegrößen ist nicht möglich.

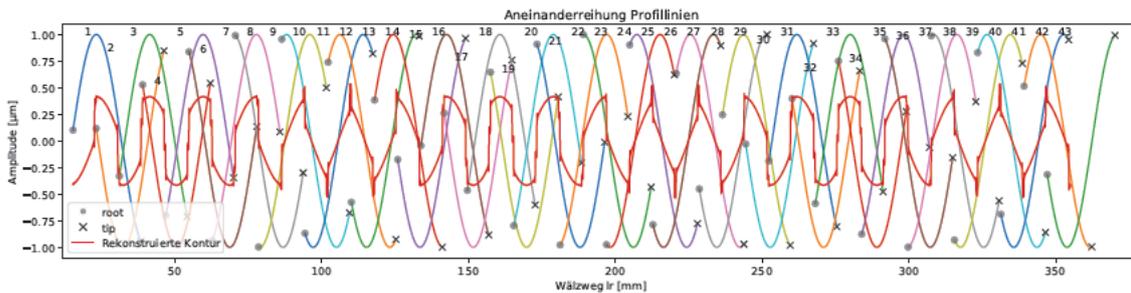


Abb. 5.1: Rekonstruktion der Abweichung aus dem Ergebnis der Welligkeitsanalyse an der Welligkeit  $[O, \beta_w, Amp] = [20, \beta_b, 1]$

### Verlust des Vorzeichens der Winkelwelligkeit

Der Winkel sowie die Wellenlänge der ebenen Wellen bestimmen die Profil- und Flankenlinienabweichungen. In den Linien bleibt von der Information nur eine Wellenlänge mit der zugehörigen Phasenlage übrig. Liegt eine ebene Welle in der Topographie, sind die Wellenlängen sowie die Phasenlage der Profil- und Flankenlinien über die Ordnungen nach [Gl. \(3.1\)](#) miteinander gekoppelt. Bei gegebener Welligkeit kann somit  $\beta_w$  errechnet werden.

Die Information des Vorzeichens des Welligkeitswinkels geht jedoch verloren. In [Abb. 5.2](#) sind zwei Welligkeiten mit  $O = 43$  und  $\beta_w = \pm 41^\circ$  dargestellt. Bei genauerer Betrachtung der Schnittlinien kann festgestellt werden, dass die Wellenlängen identisch sind. Da lediglich diese Linien der Eingang der Welligkeitsanalyse sind, kann im Nachgang das Vorzeichen der Welligkeit in keinem Fall aus einer Profil- und Flankenlinie in der Topographie rekonstruiert werden.

Im realen Beispiel ist der Informationsverlust der eindeutigen Winkelwelligkeit ebenfalls verloren. In realen Messdaten (z.B. [Abb. 5.20](#)) sind viele Abweichungen und somit auch Ordnungen überlagert. Die Annahme einer *ebenen Welle* ist bereits eine erhebliche Vereinfachung, jedoch können selbst zwei überlagerte Welligkeiten nicht wieder auseinandergehalten werden. Das Problem ist die Identifikation der zugehörigen Ordnungspaare in Profil und Flanke. Die Welligkeit unter  $\beta_w = \beta_b$  hat dabei die Besonderheit der gleichen Ordnung in Profil und Flanke. Streng genommen ist die Zugehörigkeit der beiden gleichen Ordnungen jedoch auch eine Annahme, welche nicht verifiziert werden kann.

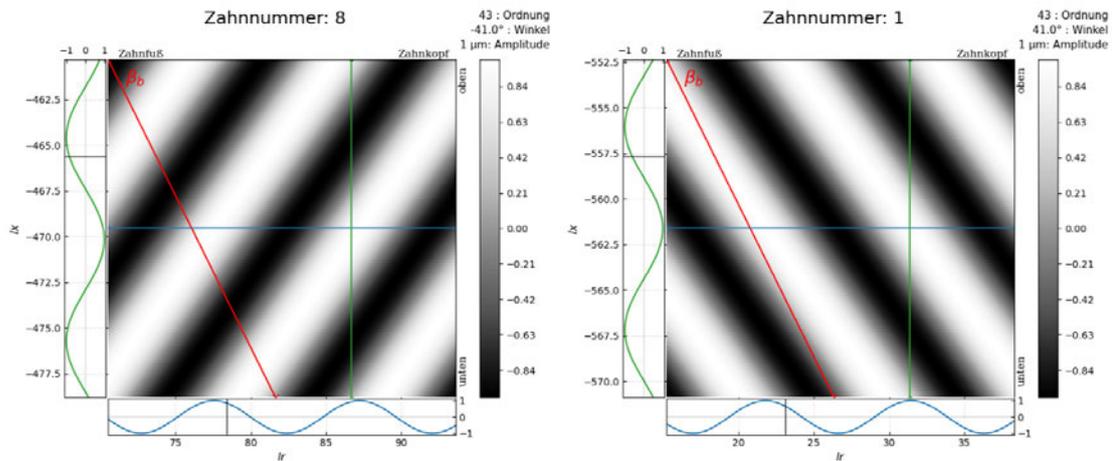


Abb. 5.2: Informationsverlust der Schrägungswinkel-Vorzeichen in Profil/Flankenlinie

### Versuch der Rekonstruktion der Topographie aus Profil- und Flankenlinie

Eine Rekonstruktion von reinen Profil- und Flankenordnungen führt direkt zum *Eierkarton-Problem*. Die Profil- und Flankenwelligkeit stehen orthogonal zueinander und überlagern sich unbeeinflusst. Ein beispielhaftes Muster ist in [Abbildung A.5](#) dargestellt.

Auch eine Rekonstruktion der Ordnungen unter dem Kontaktwinkel ist nach allen bisherigen Erkenntnissen nicht zielführend.

*Die Rekonstruktion der Topographie aus einer Profil und Flankenlinie ist nicht möglich.*

### Phasenlage der Welligkeit

Gravel nutzt in seiner Auswertung lediglich die Amplitude der ermittelten Welligkeitsordnungen. Zur Erweiterung der Analysemethode wird die Verwendbarkeit der Phase untersucht. In [Abb. 5.3](#) ist die Aneinanderreihung für die  $O = 57$  dargestellt. Durch den Phasenversatz der Wellen wird die Ausgleichswelle in etwa mittig mit geringerer Amplitude eingeschätzt. Die Seitenbänder zeigen keinen offensichtlichen visuellen Zusammenhang. In der Flankenlinie zeigt sich ein vergleichbares Bild.

Werden die Profil- und Flankenlinien an einer ganzen Teilung gemessen, beginnen die einzelnen Linien in allen Profil- und Flanken an der gleichen Stelle. Die ermittelten Abweichungen sind somit identisch, bis auf die Länge der Linie durch die Überdeckung  $\epsilon$ . Wird die Phase zwischen Profil- und Flankenlinie für diese *optimale* Welligkeit ermittelt, besteht eine Phasendifferenz von  $60^\circ$  der eingeschätzten Sinusordnung. Diese Differenz entsteht sehr wahrscheinlich aus der unterschiedlichen Überdeckung.

*Die Phasenlage aus der Welligkeitsanalyse zwischen Profil- und Flankenlinie unterscheidet sich bei vergleichbaren Eingangsgrößen sehr stark. Deshalb ist die Phasenlage keine zuverlässige Größe für weitere Auswertungen.*

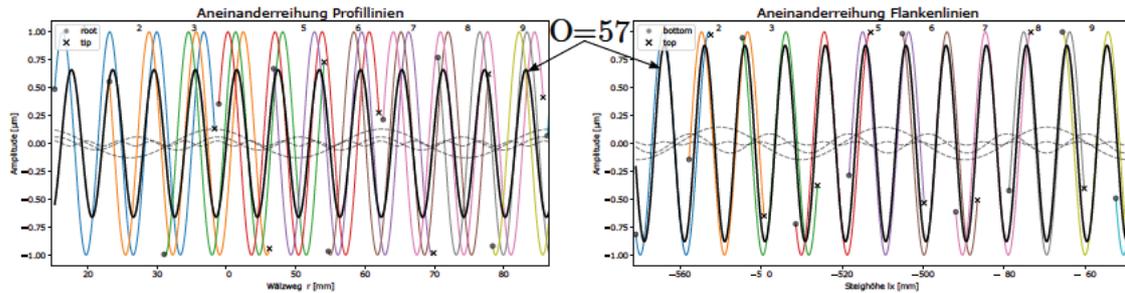


Abb. 5.3: Phasenunterschiede der eingeschätzten Welligkeit zwischen Profil- und Flankenlinie

## 5.2 Auswirkung von Abweichungen auf das Ergebnis der Welligkeitsanalyse

### 5.2.1 Welligkeitsanalyse ohne überlagerten Fehler

Die Welligkeitsanalyse versucht die periodischen Fehlerabweichungen der idealen Evolvente herauszufiltern. Liegt keine Abweichung hierzu vor, sollte auch keine Abweichung in der Analyse gefunden werden. Das hier entwickelte Programm erfüllt dieses Kriterium.

### 5.2.2 Auswirkungen von Modifikationen und nicht periodischen Abweichungen

#### Auswirkung von Balligkeiten auf die Welligkeitsanalyse

Balligkeiten sind übliche Standard-Modifikationen für heutige Leistungsverzahnungen, deshalb ist die Auswirkung in der Welligkeitsanalyse von Belang. Auch ideal gefertigte Zahnräder machen Geräusche, die durch den wiederholenden Charakter jedoch nur die Zahneingriffsfrequenzen oder -ordnungen (*engl. mesh harmonics*) anregen. Es entstehen keine dominanten Geräuschanteile zwischen diesen ZEO (Vielfache der Zähnezahl  $k \cdot z$ ), welche als Geisterordnung bezeichnet werden. Derartige Abweichungen können nur durch Fertigungsabweichungen entstehen [Kli21]. Aus diesem Grund darf die Analyse bei idealen Modifikationen der Einzelflanken (wie hier analytisch erzeugt) keine Ordnung ungleich der ZEO aufweisen.

Das Ergebnis der Breitenballigkeit wurde bereits in [Abschnitt 4.8](#) erläutert.

Gleiche Aussagen und Erkenntnisse lassen sich auf Profilballigkeiten übertragen. Durch die deutlich höhere Überdeckung der Einzelprofile  $\varepsilon_p$  sind die ermittelten Amplituden jedoch deutlich kleiner.

#### Auswirkung von Flankenlinienfehler auf die Welligkeitsanalyse

Für einen Flankenlinienfehler ergeben sich durch die teilungsperiodischen ansteigenden Linien ebenfalls nur Vielfache der Zähnezahl als Anregung. Abhängig von den Überdeckungen  $\varepsilon$  können die ermittelten Amplituden deutlich geringer als die eingegebene Abweichung sein. Bei der Überlagerung von Flankenlinienfehler und Balligkeiten tritt keine Beeinflussung der periodischen Struktur auf. Auch die ermittelten Ordnungen überlagern sich ohne gegenseitige Beeinflussung.

### Auswirkung von Teilungsfehlern auf die Welligkeitsanalyse

Bei Teilungsfehlern kann zwischen den zufälligen und den periodischen Abweichungen unterschieden werden. In diesem Beispiel wird angenommen, dass der Teilungsfehler über die ganze Zahnflanke identisch ist und deshalb in Profil und Flanke gleichermaßen auftritt. Darum sind die Abweichungsamplituden der Zähne in beiden Messlinien identisch.

Ein periodischer Fehler 1. Ordnung erzeugt die 1. Ordnung mit erwarteter Amplitude, sowie weitere Seitenbänder im Abstand von 1 um die ZEO nach Gleichung (5.3). Ein zufälliger Teilungsfehler äußert sich durch ein ungleichmäßiges Ordnungsspektrum, dass besonders bei kleinen Ordnungen eine zufällige Amplitude ermittelt wird. Obwohl in Profil und Flanke die gleichen Abweichungen überlagert sind, entstehen nur vergleichbare, keine identischen Ordnungsamplituden. Die Auswirkung von zufälligen Teilungsfehlern zeigt zusammen mit anderen Abweichungen stets das zufällige *Amplituden Grundniveau* in tiefen Ordnungen.

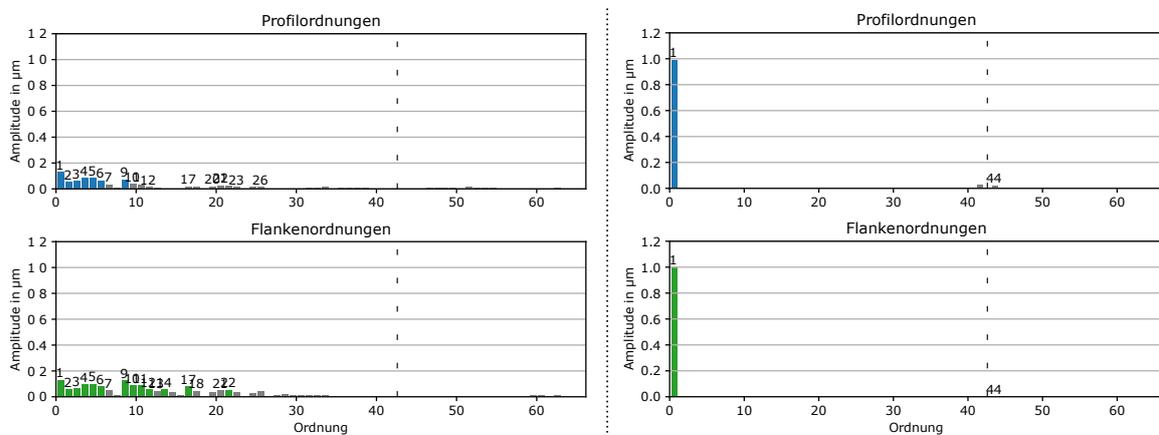


Abb. 5.4: Ordnungen durch Teilungsfehler *links*: random || *rechts*: 1. Ordnung

### Auswirkung von Messrauschen auf die Welligkeitsanalyse

Zur Analyse der Stabilität bei statistischen Messrauschen wird über die ganze Zahnflanke ein zufälliges Rauschen mit der Amplitude von bis zu 1 µm überlagert. Zur Darstellung wird die Profilwelligkeit  $[O_P, O_F, Amp] = [45, 0, 1]$  eingebracht und anschließend die zufällige Abweichung addiert. Die Ergebnisse sind in Abb. A.6 dargestellt, Vergleichswerte ohne Rauschen sind in Abb. 5.5 zu finden.

Die Ergebnisse mit und ohne Zufallsfehler sind fast identisch, trotz dem vergleichsweise hohen Rauschanteil. Wie in Abschnitt 2.5 erwähnt ist das LSQ-Verfahren zum herausfiltern von Zufallsfehler besonders geeignet, was von diesem Beispiel bestätigt wird.

## 5.3 Einfluss von Welligkeiten auf das Ergebnis der Welligkeitsanalyse

### 5.3.1 Reine Profil- und Flankenwelligkeiten

#### Profilwelligkeit

Eine Profilwelligkeit hat eine reine Ausbreitungsrichtung entlang der Profilmessrichtung. Dadurch sind die Flankenlinien eine abweichungsfreie gerade Linie. Liegt die ZEO oder eine Vielfache vor, ist die Topographie aller Zähne im Modell identisch, da keine Phasenverschiebung der Welle von Zahn zu Zahn vorhanden ist. Dadurch bleibt die Messhöhe stets konstant. Liegt jedoch eine Profilordnung  $O_P$  vor die nicht mit der Zähnezahl teilbar ist, tritt die dominante Ordnung nach Gl. (5.1) als Flankenordnung auf wie in Abb. 5.5 ersichtlich.

$$O_F = \begin{cases} O_P \pmod{z}, & \text{wenn } O_P \pmod{z} \leq z/2 \\ z - O_P \pmod{z}, & \text{wenn } O_P \pmod{z} > z/2 \end{cases} \quad (5.1)$$

$$\Delta O_{sideband} = \begin{cases} O_P \pmod{z} & \text{und} \\ z - O_P \pmod{z} \end{cases} \quad (5.2)$$

Der Grund liegt darin, dass die Messhöhe durch die Phasenverschiebung der Welle von Zahn zu Zahn variiert, wodurch ein „periodischer Teilungsfehler“ vorliegt. An unserem Beispiel-Zahnrad mit  $z = 43$  wird eine Profilordnung  $O_P = 45$  überlagert. Die Profilordnung wird vom Schätzer mit der richtigen Amplitude erkannt. Es entstehen zudem *Seitenbänder* um die Zahneingriffsordnungen im Abstand von  $\Delta O_{sideband}$  nach Gl. (5.2).

$$O_{Sideband} = k \cdot z \pm \Delta O_{sideband} \quad \text{wobei: } k \in \mathbb{N}_1 \quad (5.3)$$

In der Flankenlinie ist mit hoher Amplitude die Ordnung  $O_F = 2$  vorhanden. Ebenso sind die Seitenbänder um die ZEO mit anderen Amplituden als im Profil vorhanden. Besonders zu erwähnen ist, dass die komplementäre Ordnung in der Flankenlinie immer kleiner als die halbe Zähnezahl ist. Die Wirkung mit steigender Profilordnung kann in Abb. 5.6 gut nachvollzogen werden. Die Amplitude der Seitenbänder ist abhängig von der Überdeckung  $\varepsilon_p$  und  $\varepsilon_\beta$ . Je geringer der nichtganzzahlige Anteil, desto geringer die Amplitude der Seitenbänder. Ursache hierfür ist die nicht voll geschlossene Sinuswelle aus jedem Zahn, wodurch vermutlich ein periodisches Fehlermuster dem Sinusschätzer übergeben wird.

*Reine Profilwelligkeiten erzeugen durch die verschobene Messhöhe der Flankenlinien eine zusätzliche Amplitude in der Flankenlinie, deren Ordnung jedoch stets kleiner als die halbe Zähnezahl ist. Seitenbänder treten mit dem nicht teilbaren Rest  $\Delta O_{sideband}$  in der Profil- & Flankenlinie auf.*

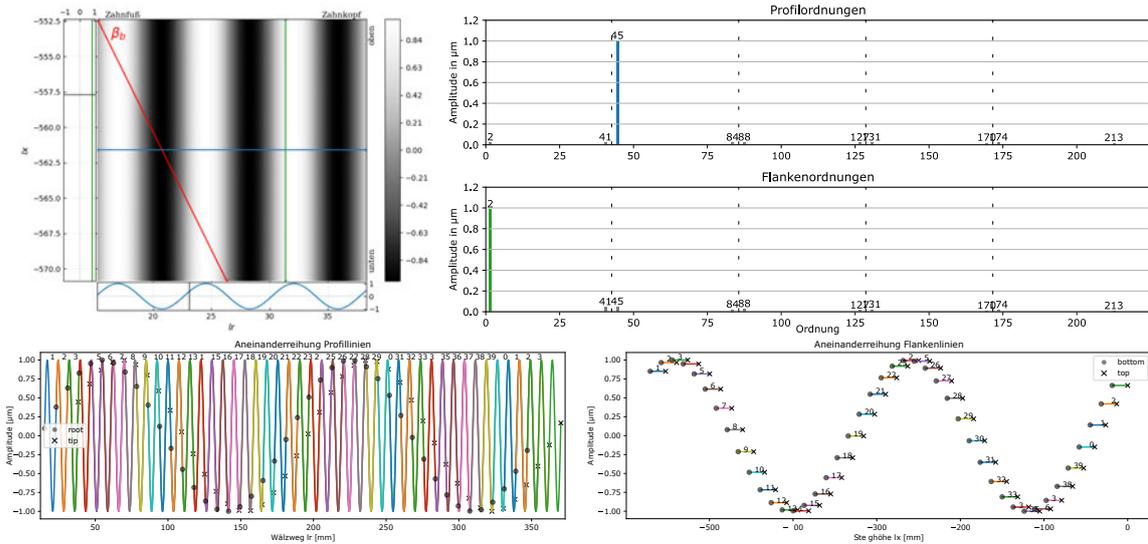


Abb. 5.5: Welligkeitsanalyse für reine Profilverwiegungen  $[O_P, O_F, Amp] = [45, 0, 1]$

### Flankenwelligkeit

Die oben beschriebene Logik für Profilverwiegungen kann ebenso auf Flankenwelligkeiten angewendet werden. Vergleiche hierzu [Abb. A.2](#). Die hohen Seitenbänder in der Flankenlinien resultieren aus  $\varepsilon_\beta \approx 1.5$ , welche ein Maxima für die Seitenbänder darstellt.

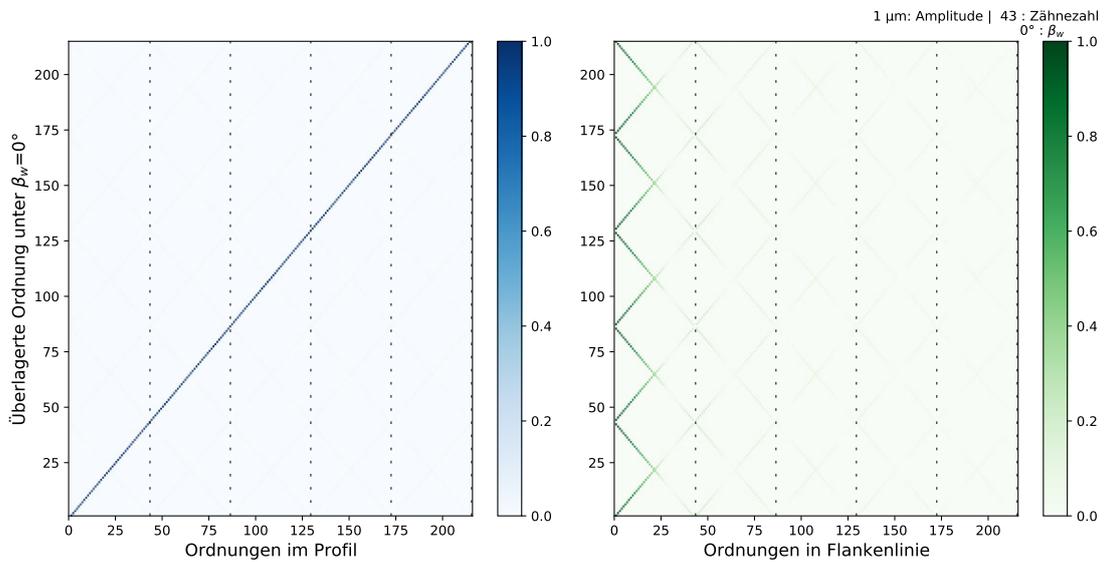


Abb. 5.6: Einfluss von Profilverwiegungen mit variabler Ordnung auf die Welligkeitsanalyse

### 5.3.2 Einfluss von Phasenfehlern auf die Welligkeitsanalyse

#### Einfluss von Phasenverschiebungen auf Profilwelligkeiten

In [Abschnitt 4.5](#) wurden 3 Arten zur Manipulation der Welligkeiten erstellt. Die Auswirkungen der 3 unterschiedlichen Einflüsse wird hier auf die Profilwelligkeit  $[O_P, O_F, Amp] = [30, 0, 1]$  angewendet.

Die zufällige Phasenverschiebung wird mit  $90^\circ$  überlagert, sodass eine Phasenverschiebung deutlich sichtbar wird. Die ermittelten Ordnungen sind jedoch nahezu unbeeinflusst. Die zufällige Komponente wie auch das künstliche Messrauschen scheint der Sinus-Schätzer sehr gut ausblenden können.

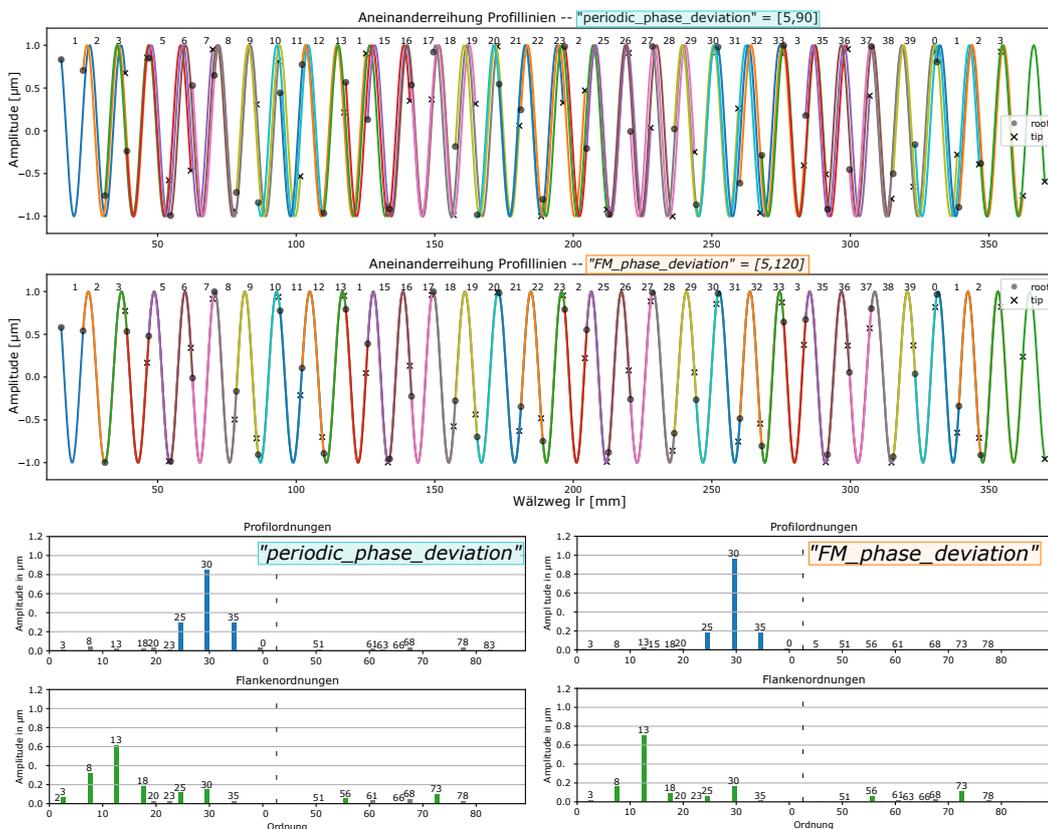


Abb. 5.7: Einfluss periodischer Phasenabweichungen auf die Ordnungsspektren

Die **periodische Phasenverschiebung** sowie die **Frequenzmodulation der Welligkeit** zeigen auffällige Ergebnisse (siehe [Abb. 5.7](#)). Es wurde in beiden Fällen eine Verschiebung der 5. Ordnung gewählt. Wie zu erkennen sind die entstandenen Seitenbänder mit der 5. Ordnung sowie Vielfache davon vertreten. Aus qualitativer Sicht sind die entstandenen auffälligen Ordnungen beider Methoden vergleichbar, obwohl die Aneinanderreihung der Profillinien sichtbare Unterschiede aufweist.

Während die periodische Variante (**periodic\_phase\_deviation**) klar sichtbare Abweichungen hervorruft, erzeugt die FM nur geringe sichtbare Variationen zur Ausgangswelligkeit. Selbst bei

genauer Betrachtung (ganz zu schweigen von praxisnahen Abweichungen) sind die Unterschiede fast nicht zu erkennen. Eine derartige leichte periodische Phasenänderung der Wellenlänge in der Flanke ist nur schwer zu erkennen und quasi nicht auffindbar bei weiteren überlagerten Abweichungen.

### 5.3.3 Einfluss des Winkels auf die Welligkeitsanalyse

#### Welligkeit entlang des Kontaktpfades $\beta_b$

Liegen Welligkeiten unter dem Winkel der Kontaktlinie  $\beta_w = \beta_b$  vor, weißt nach Gl. (3.1) und den Autoren KAHNENBLEY, GRAVEL die Welligkeit in Profil und Flanke die gleiche Ordnung auf. Dieses Verhalten können wir ebenfalls in diesem Modell beobachten.

In Abbildung 5.8 mit  $[O, \beta_w, Amp] = [O, \beta_b, 1]$  wurde die ermittelten Profil- und Flankenordnungen für jede ganzzahlige Welligkeit dargestellt. Dabei kann die Aussage von GRAVEL bestätigt werden. Eine Welligkeit  $O_i$  unter dem Kontaktwinkel erzeugt die gleiche Ordnung  $O_i$  in beiden Linien. Ebenfalls können zur klar dominanten Hauptordnung auch Seitenbänder aus der Differenzordnung nach Gl. (5.4) ermittelt werden.

$$O_{Sidebands} = \Delta O = O \pm |k \cdot Z| \quad (5.4)$$

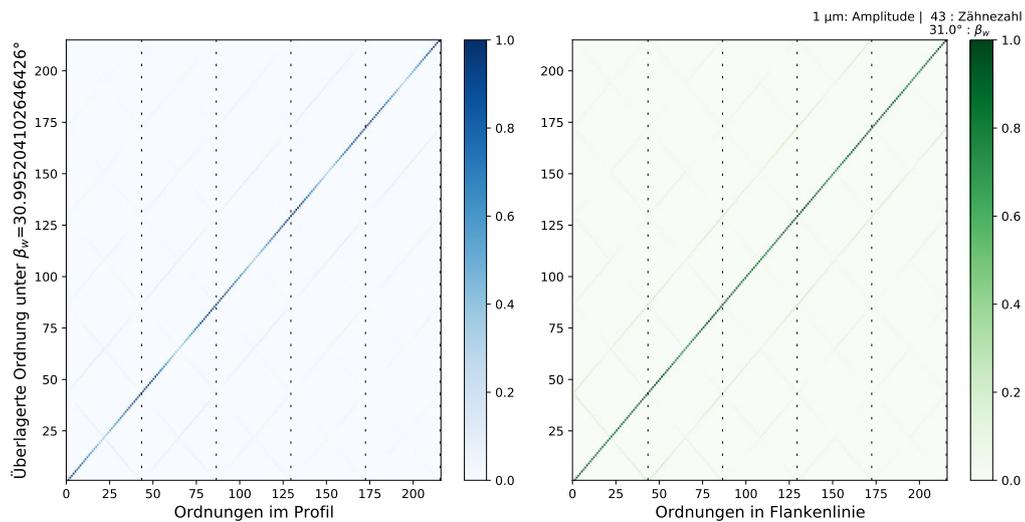


Abb. 5.8: Ordnungsspektren bei variabler Ordnung mit  $[O, \beta_w, Amp] = [O, \beta_b, 1]$

Ein weiterer Effekt kann in den Einzeldiagrammen Abb. 5.9 (oder in erweiterter Ausführung in Abb. A.4) beobachtet werden. Je weiter entfernt die Hauptordnung zur nächsten ZEO ist, desto geringer die eingeschätzte Amplitude. Für die Standardverzahnung mit  $\varepsilon_\beta = 1,41$  sinkt die Amplitude der eingeschätzten Ordnung von  $1 \mu\text{m}$  auf  $0,81 \mu\text{m}$ . In Profilrichtung sinkt der Wert sogar drastisch auf  $0,38 \mu\text{m}$  ab. Eine steigende Überdeckung  $\varepsilon$  verstärkt diesen Effekt deutlich. Im Extremfall sinkt die Amplitude der Hauptordnung sogar unter die Seitenbänder.

Um das Verhalten zu verstehen muss die Betrachtung der Aneinanderreihung von Profil- und Flankenlinie als Eingangsfunktion der Ordnungsanalyse in Abb. 5.11 betrachtet werden.

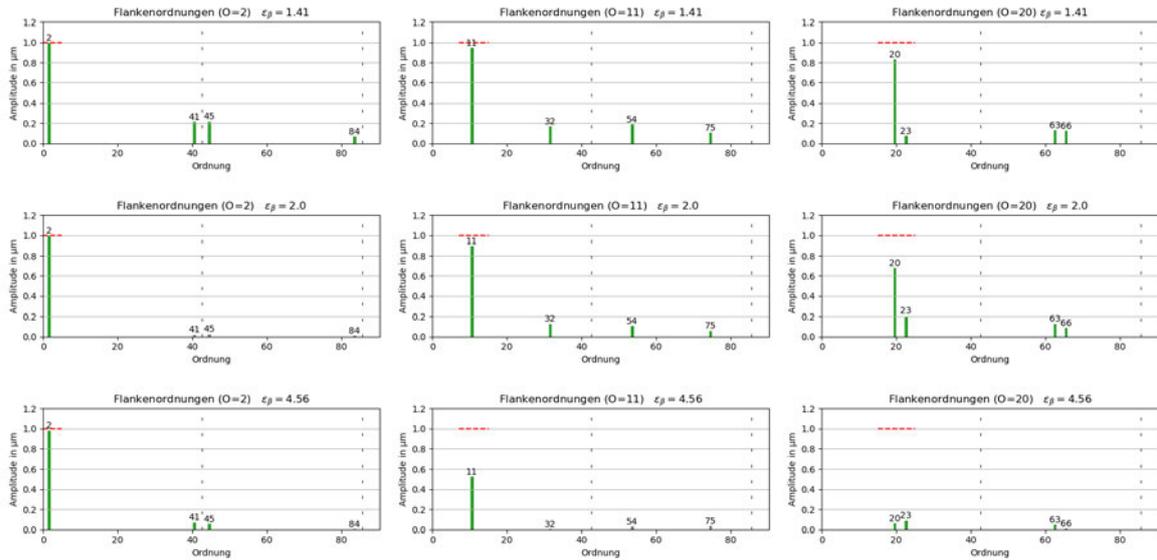


Abb. 5.9: Einfluss der Sprungüberdeckung  $\varepsilon_\beta = 1.41; 2.0; 4.56$  und Welligkeitsordnung  $O = 2; 11; 20$  unter  $\beta_b \hat{=}$  Kontaktlinie auf die ermittelte Ordnungsamplitude

Es ist dabei ein deutlicher Phasenversatz zwischen den überlagerten Flanken und Profilen zu erkennen. Diese Phasenverschiebung hat ihr Maximum, wenn der Abstand zur ZEO maximal wird. Wenn die Welligkeitsordnung genau den ZEO's entspricht, sind die Kurven ideal geschlossen.

Durch die Phasendifferenz ermittelt der Sinus-Schätzer nur einen Bruchteil der Welligkeitsamplitude, da ein großer Teil der Amplitude einen quadratischen Fehler erzeugt der durch einen Sinus nicht mehr weiter minimiert werden kann. Je größer dabei die Überlappungsbereiche, desto länger und gleichmäßiger wirkt die Phasendifferenz. Deshalb sinkt mit steigender Überdeckung die eingeschätzte Amplitude, da der LSQ-Fehler ein höheres konstantes Niveau erreicht. Die Seitenbänder äußern sich erneut nach Gl. (5.4) mit  $O_{sidebands} = 14$  um die ZEO.

Die Methode der kleinsten Fehlerquadrate, die zum Einschätzen der Sinuskurven verwendet wird, reagiert somit auf den Phasenversatz. Dies lässt sich wie folgt erklären:

Da diese Methode keinen äquidistanten Abstand der Werte benötigt oder wie in unserem Fall sogar mehrfach Werte für die gleiche Position vorliegen, werden gewisse Bereiche *überbewertet*. Liegt nun ein periodischer Versatz zwischen den Messkurven vor, wird der quadratische Fehler in den überlagerten Bereichen doppelt gezählt. Dieser Mechanismus ruft dabei die Seitenbänder hervor, was in Abschnitt 5.4 näher beschrieben wird.

### Welligkeit $O = 43$ mit variablen Welligkeitswinkeln

Die Zahneingriffsfrequenz wird durch den Kontakt von Werkzeug und Werkstück stets eine hohe Kraftanregung aufweisen. Zum besseren Verständnis von dieser Anregungsform wurden für die  $O = 43$  die Winkelpositionen in  $0,5^\circ$ -Schritten variiert und in Abb. 5.12 dargestellt. Der Graph wird optisch durch die  $0^\circ$  getrennt. Im oberen Bereich befindet sich die Welligkeit mit dem positiven Winkel der Welligkeit  $\beta_w$  sowie dem Winkel entlang der Kontaktlinie.

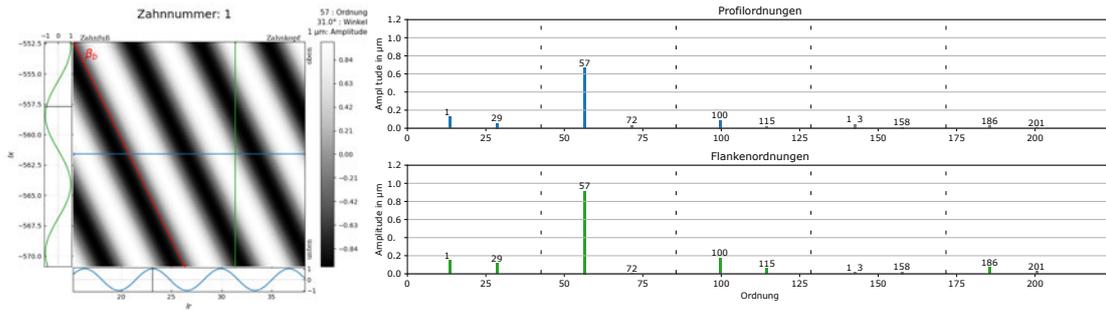


Abb. 5.10: Topographie und Ordnungsspektrum bei  $O = 57$  unter  $\beta_b$

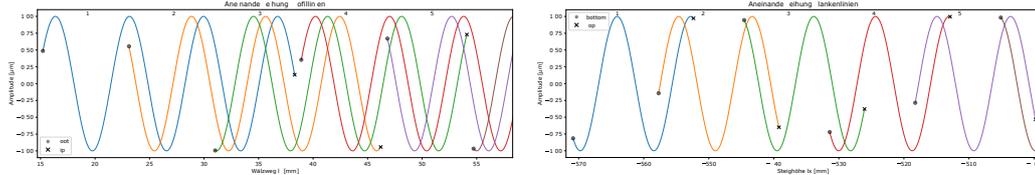


Abb. 5.11: Aneinandergereihte Profil und Flankenlinie für  $O = 57$  unter  $\beta_b$

Ersichtlich ist dabei die Unabhängigkeit der erzeugten Ordnung relativ zum Winkel  $\beta_w$ .

Beim Schneiden der Profil- und Flankenlinien geht die Information des Winkels der Welligkeit verloren (siehe Abb. 5.2). Somit ist die einzige Veränderung der Welligkeit zwischen positiven und negativen Winkel  $\beta_w$ , die Phasenlage von Zahn zu Zahn in der Aneinanderreihung. In Abb. A.9 sind jeweils 4 aufeinanderfolgende Zähne dargestellt. Die Wellenlängen bleiben identisch, lediglich die Phasenlage verändert die Aneinanderreihung der Linien.

Es kann somit festgehalten werden: *Eine Welligkeit deren Phase von Zahn zu Zahn identisch ist, kann nur Vielfache der ZEO in der Welligkeitsanalyse hervorrufen.*

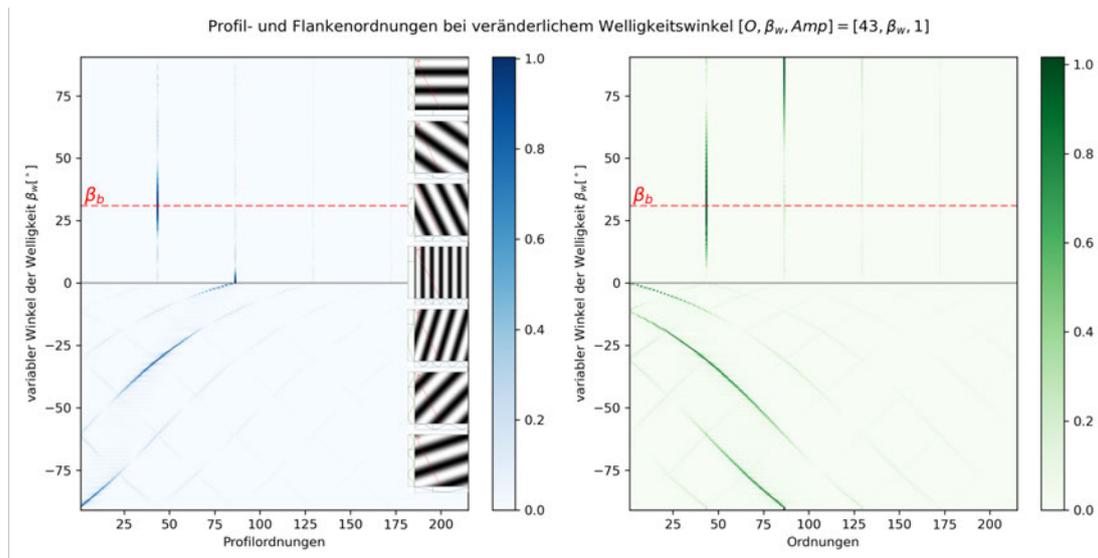


Abb. 5.12: Ordnungsamplituden bei Variation des Welligkeitswinkels für die 1. Zahneingriffsordnung

**Welligkeiten  $O \neq ZEO$  mit variablen Welligkeitswinkel**

Das Verhalten von Geisterordnungen (z.B. hier  $O = 57$ ) zeigt unter Variation des Welligkeitswinkels ein qualitativ vergleichbares Verhalten zu der Zahneingriffsordnung. Im oberen Bereich stimmt das Vorzeichen mit der Kontaktlinie überein. Es zeigen sich über die Verdrehung der Welligkeit eine Verschiebung der Amplitude in die Seitenbänder. Die Ordnungen sind jedoch aus dem Abstand der überlagerten Ordnung berechenbar (siehe Gl. (5.3)).

Im unteren Bereich von Abb. 5.13 verlaufen die Wellen gekreuzt zur Kontaktlinie und durchlaufen viele Einzelordnungen. Erneut können die Seitenbänder in den einzelnen Diagrammen beobachtet werden.

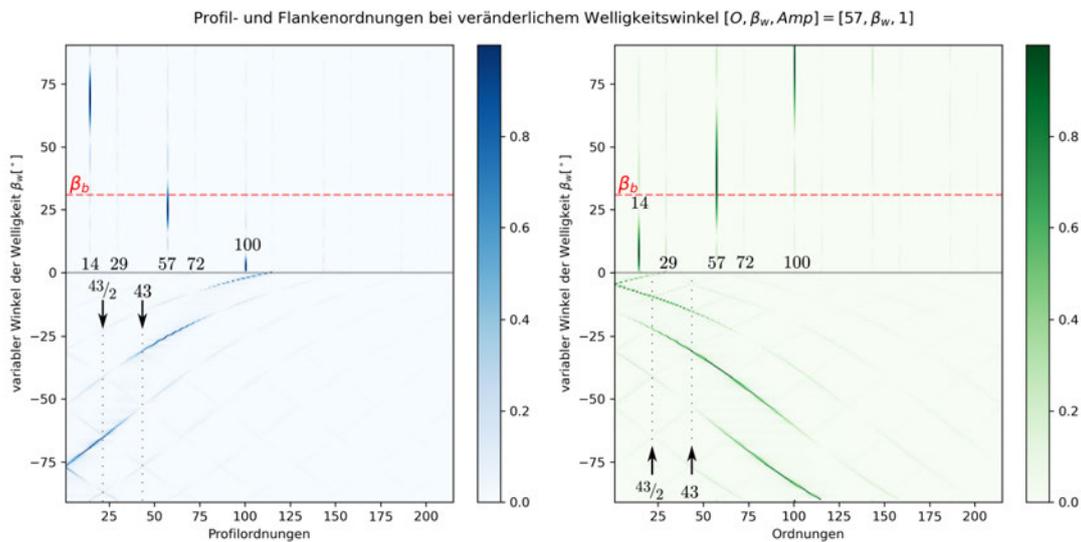


Abb. 5.13: Ordnungsamplituden bei Variation des Welligkeitswinkel für die  $O = 57$

**Welligkeit  $O = 57$  mit Winkel  $\beta_w = \pm 21^\circ$**

Ein Einzelfall aus Abb. 5.13 wird hier genauer betrachtet. In Abbildung 5.14 & A.7 wurde die Welligkeit für  $\beta_w = \pm 21^\circ$  dargestellt. Der Winkel der Welligkeit  $\beta_w = +21^\circ$  in Abb. 5.14 ist sichtbar zur Kontaktlinie verdreht, wodurch eine Stauchung der Profillinien und Längung der Flankenlinie eintritt. Zu erwarten wäre demnach auch eine Änderung im Ordnungsspektrum. Jedoch bleiben die Ordnungen durch die Phasenlage zwischen den einzelnen Zähnen erhalten. Je stärker die Veränderung der Wellenlänge durch die Verdrehung, desto größer werden die Amplituden in den Seitenbändern.

Im Fall von  $\beta_w = -21^\circ$  (Abb. A.7) liegen die Zahnflankenabweichungen und somit die Profil- und Flankenlinien unter einer anderen Phasenlage zwischen den Zähnen vor. Im Ordnungsspektrum werden dadurch mit der Drehung der Welligkeit die eingeschätzten Ordnungen kontinuierlich vom Winkel verändert. Daran wird der große Einfluss der Phasenlage zwischen der Aneinanderreihung ersichtlich.

Ein Sonderfall sind dabei exakt identische Topographien von jeder Flanke. Ist jede Zahnflanke gleich, werden die Abweichungen unabhängig vom Abweichungsmuster nur als Zahneingriffs-

ordnungen auftreten. Die besonders große Einflussgröße der Lage zwischen den Flanken kann theoretisch zwar studiert werden, jedoch ist dies ohne Bezug zu realen Werten nicht sinnvoll da fast jede Art der Abweichung künstlich hergestellt werden kann.

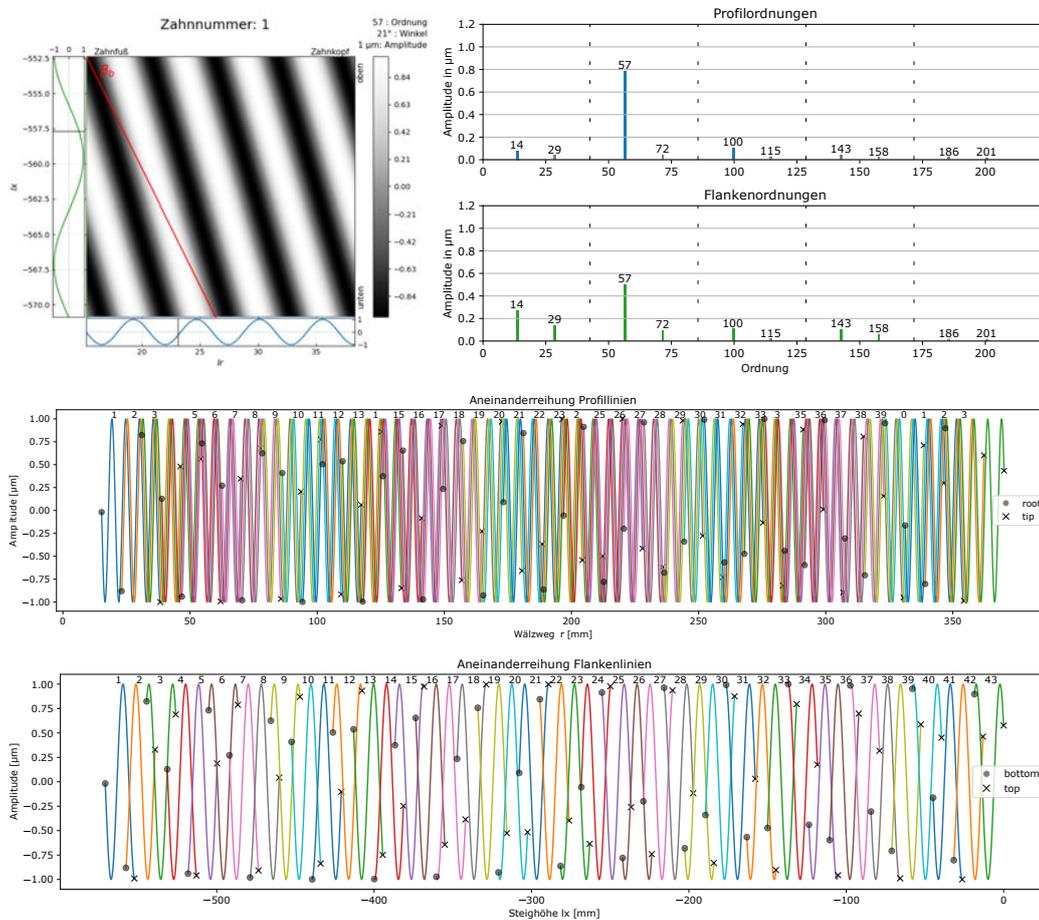


Abb. 5.14: Welligkeitsanalyse für  $[O, \beta_w, Amp] = [57, +21, 1]$

## 5.4 Ursache und Entstehung von Seitenbänder

Seitenbänder sind in dieser Untersuchung meistens eine ungewollte Störgröße, die die Auswertung und Interpretation erschweren. Zum besseren Verständnis werden die Entstehungsgründe näher erläutert.

In der Signalverarbeitung sind Seitenbänder das Ergebnis der Modulation von Wellen unterschiedlicher Frequenz. Nach DALE entstehen dabei Seitenbänder nur infolge von Fertigungsfehlern [Dal87].

In der Welligkeitsanalyse wird jedoch keine FFT verwendet, sondern es wird die Funktion mit dem geringsten Fehlerquadrat gesucht. Deshalb wird der Entstehungsgrund hierfür untersucht. Zur Analyse wird anhand einer Welligkeit  $[O, \beta_w, Amp] = [2, \beta_b, 1]$  die aneinandergereihten Flankenlinien in Abb. 5.15 a) untersucht. Es wurde bereits vorher aufgezeigt, dass Ordnungen die ungleich der ZEO sind, bei der Aneinanderreihung keine geschlossene Kontur ergeben (siehe Abb. 5.11). Das identische Verhalten zeigt sich hier erneut. In Abbildung 5.15 b) sind

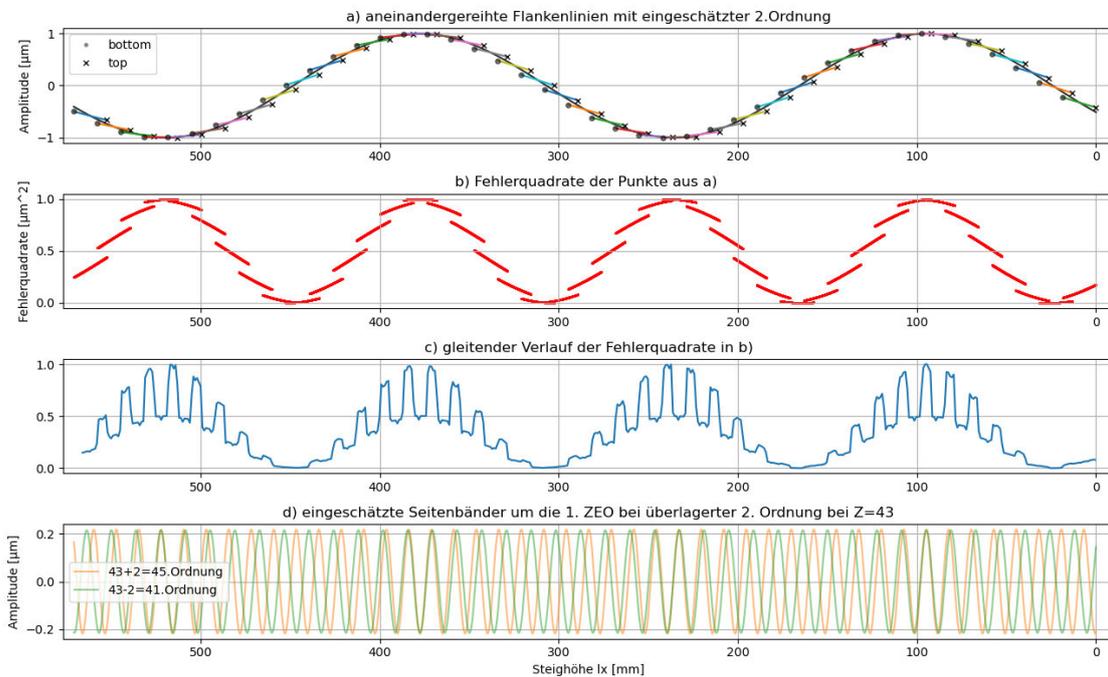


Abb. 5.15: Einfluss der Fehlerquadrate mit Sinusschätzer-Typ „none“ ( $\varepsilon_\beta = 1.41$ )

die Fehlerquadrate relativ zur Nulllinie dargestellt. Der LSQ-Algorithmus versucht die Summe der Abstände bei freier Wahl der Amplitude und Phase für die festgelegte Wellenlänge zu minimieren. Wird nun vereinfacht ein gleitender Mittelwert (über 1 mm gemittelt) gebildet, ergibt sich Teil c) der Abbildung. Es entsteht dabei ein stufiges Muster im Signal. Dies macht deutlich, dass infolge der Überdeckung  $\varepsilon_\beta \neq 1$  für gewisse Positionen der Steighöhe zwei Datenpunkte von zwei Zähnen vorhanden sind und somit eine doppelte Gewichtung in die Fehlerquadrate eingeht.

Das gleitende Fehlerquadrat kann näherungsweise beschrieben werden:

I: durch einen langwelligen Anteil (4 Wellenbäuche) und

II: durch einen fast rechteckigen, kurzwelligen Anteil (43 Rechtecke)

Der kurzwellige Teil zeigt zusätzlich ein An- und Abswellen der Amplitude (visuell mit einer Amplitudenmodulation vergleichbar).

Der eingeschätzte Sinus 2. Ordnung verringert ideal den langwelligen Anteil kann jedoch den kurzwelligen Teil nicht abbilden. In d) der Abb. 5.15 sind die beiden Seitenbänder um die 1.ZEO abgebildet, welche vom curve fitting ermittelt wurden. Dabei fällt auf, dass die beiden Funktionen an Stellen mit hohem kurzwelligen Fehlerquadrat in c) die gleiche Phasenlage und in Bereichen mit geringem Fehlerquadrat die gedrehte Phase aufweisen. Die Phasenlage der Seitenbänder richtet sich somit nach den Bereichen der hohen rechteckigen Fehlerquadrate. Erkennbar ist ein ähnliches Verhalten des Sinus-Schätzers bei den Seitenbändern um die Vielfachen der ZEO.

### **Einfluss der Überdeckung**

Wie bereits oben dargestellt sind die Überlappungen von mehreren Zähnen ein wesentliches Problem, da hierbei teilungsperiodische Sprünge in den Fehlerquadraten eingebracht werden, welche die Seitenbänder verursachen. Da sich die Messpunkte auf der Zahnflanke befinden, können wir durch reduzieren des betrachteten Bereichs die nichtganzzahlige Überlappung verhindern. Im Modell wurde zur Vereinfachung die Zahnbreite angepasst um ein  $\varepsilon_\beta = 1$  zu erhalten. Das Ergebnis in Abb. 5.16 zeigt dabei einen erheblich glatteren Verlauf der gleitenden Fehlerquadrate, wodurch die Amplitude der Seitenbänder fast auf  $1/10$  zum Vergleichswert reduziert wurde. Das gleiche Verhalten ist bei der Beeinflussung der Profildelligkeiten zu beobachten.

Zusätzlich kann in Abbildung 5.9 (bzw. erweitert in Abb. A.4) der Einfluss von steigender Überdeckung beobachtet werden. Dabei ist im Wesentlichen mit der Steigerung der Überdeckung eine Verringerung der Seitenbänder (und Hauptordnungen) zu verzeichnen. Je geringer der Abstand der Welligkeitsordnung zu einer ZEO ist, desto wirksamer ist die Wirkung der ganzzahligen Überdeckung. Bei Anwendung auf die realen Daten aus Abschnitt 5.5 konnte jedoch keine signifikante Verbesserung festgestellt werden.

*Die Amplituden der ermittelten Seitenbänder sind von den Überdeckungen  $\varepsilon_\beta, \varepsilon_p$  abhängig. Je geringer der Abstand zur nächsten ganzzahligen Überdeckung, desto geringer die Sprünge der Fehlerquadrate und der eingeschätzten Seitenbänder. Mit steigender Überdeckung sinken tendenziell die Amplituden der Seitenbänder.*

### **Einfluss der Welligkeitsordnung**

Die Seitenbänder äußern sich nach der in Gl. (5.3) beschriebenen Weise. Der Abstand der Seitenbänder ist somit für eine festgelegte Welligkeitsordnung unter dem kritischen Winkel  $\beta_w = \beta_b$  eindeutig bestimmbar. Die Amplituden der Seitenbänder zeigen dabei keine Abhängigkeit von den überlagerten Ordnungen.

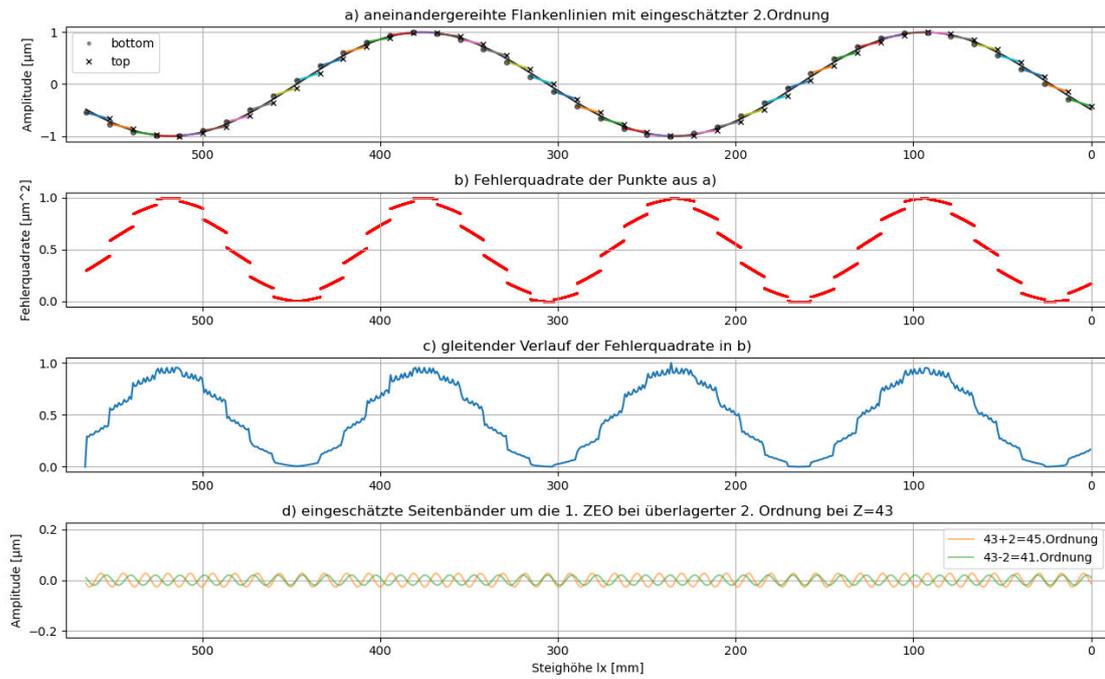


Abb. 5.16: Einfluss der Fehlerquadrate mit Sinusschätzer-Typ „none“ ( $\varepsilon_\beta = 1$ )

### Einfluss des Schätz-Algorithmus

In [Abbildung 5.18](#) wurde dieses Verhalten ansatzweise nachgebildet. Von den in a) dargestellten Flankenlinien wird der eingeschätzte Sinus 2. Ordnung abgezogen, wodurch die Werte in b) entstehen. Die Fehlerquadrate in c) zeigen dabei ein parabelförmiges Verhalten, das in Bereichen der Überlappung ein Schnittpunkt der Kurven entsteht. Die aus dem Differenzsignal ermittelten Ordnungen zeigen dabei erheblich geringere Amplituden als die Vergleichswerte.

In bisherigen Darstellungen wurde der Auswertetyp „none“ verwendet. Der Einfluss der Methode „subtract“ wurde in [Abb. 5.17](#) nachgebildet.

Bei niedrigen Ordnungen kann eine deutliche Verbesserung der Seitenband-Reduktion festgestellt werden. Bei höheren und somit relevanteren Ordnungen hinsichtlich der Geisterordnungen

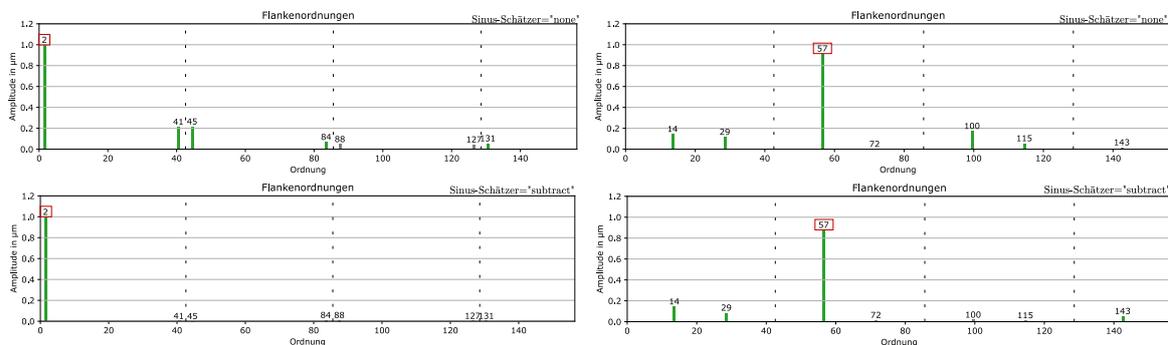


Abb. 5.17: Vergleich der Flankenlinienordnungen bei Sinusschätzer-Typ „none“ & „subtract“ für  $O = 2; 57$

wird die Wirkung jedoch deutlich geringer. Die Seitenbänder werden allen Anscheins erst geringer, nachdem die *hauptverantwortliche* Ordnung eliminiert wurde. Erkennbar ist ebenfalls die Verringerung der überlagerten Amplitude der  $O = 57$  in der subtrahierenden Methode durch vorher auftretende Seitenbänder ( $O = 14; 29$ ).

Hier wird anschaulich der Nachteil der „subtract“ Methode aufgezeigt, welcher bei realen Messdaten mit zusätzlichen Anomalien (Phasenverschiebungen, Rauschen, Amplitudensprünge) voraussichtlich noch extremer ausfallen und sogar unvorhersehbarer wird. Durch kontinuierliche Veränderung des Eingangssignals werden die höheren Ordnungen stetig weiter verändert und somit undeutlicher in der Auswertung und Interpretation.

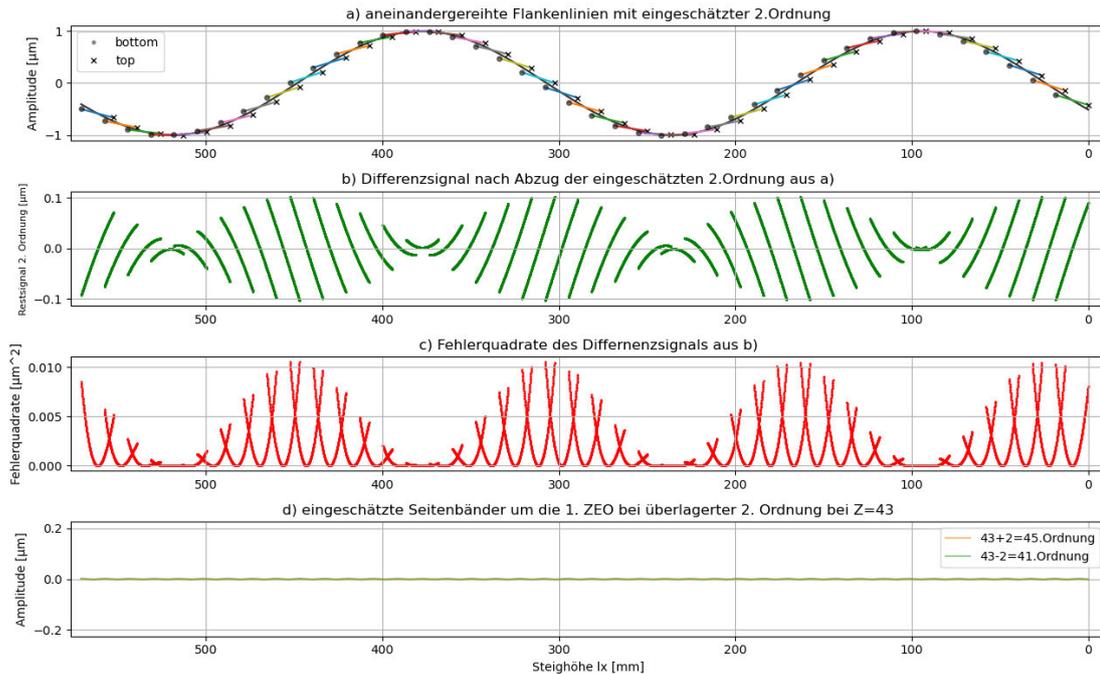


Abb. 5.18: Einfluss der Fehlerquadrate mit Sinusschätzer-Typ = „subtract“ ( $\varepsilon_\beta = 1.41$ )

### 5.4.1 Asymmetrische Seitenbänder

Das Auftreten von *asymmetrischen Seitenbändern* in den Ordnungen wird in der Praxis sehr häufig beobachtet. Ein Seitenband ist wie in [Abbildung 5.19](#) einmal rechtsseitig um  $+\Delta O$  und einmal linksseitig um  $-\Delta O$  im Abstand zur ZEO vorhanden. Pumpen und weitere Aggregate leiten bei allen möglichen Frequenzen Energie in die Struktur ein. Die Kräfte im Zahneingriff sind aber mit Abstand die Stärksten die direkt zwischen Werkzeug und Werkstück entstehen und wirken. Sie stimmen prozessbedingt mit der ZEO und Vielfachen überein.

In [Abb. 5.19](#) können aus der Drehung der Zahneingriffswelligkeit relativ zu  $-\beta_b$  (das entspricht somit einer Welligkeit entlang des Kontaktpfades, die Kontaktlinie wandert nicht durch Berg und Tal!) asymmetrische Seitenbänder erzeugt werden. Da die Zahneingriffsordnung stets eine Krafterregung erfährt, wäre die Frage wie die Schrägung zustande kommen könnte um derartige Muster zu erzeugen.

1. KIMME und BÜTTGER zeigen in Ihrem Simulationsmodell das bereits kleinste Abweichungen der Anregungsfrequenz zu einer Verdrehung der Welligkeit zum Kontaktwinkel  $\beta_b$  führen [[BKD21](#), [BKG+21](#)]. Die Anregungsfrequenz kann durch die Regelung in gewissen Bereichen schwanken. Durch die Schwankung werden Bereiche erneut überschiffen, wodurch eine schräge Welligkeit entstehen kann.
2. Eine weitere Möglichkeit sind die Vorschubmarkierungen. Nach [[BKG+21](#), [FA04](#)] verlaufen die Berührungspunkte beim Wälzschleifen unter dem Winkel  $-\beta_b$ , wie in [Abb. 2.15](#) dargestellt. Bei einem taumelnden mehrgängigen Werkzeug oder einer Gangabweichung entstehen nach [KAHNENBLEY](#) ebenfalls asymmetrische Seitenbänder. Das topographische Abweichungsmuster liegt dabei fast um  $90^\circ$  zur Kontaktlinie verschoben. Der Abstand des Seitenbands wird dabei durch den Teiler  $\Delta O = z_w/z_T$  bestimmt. Im Ergebnis von [KAHNENBLEY](#) liegt das Seitenband (auch axiales Fehlermuster) immer in hohen Flankenlinienordnungen, was mit den Praxisbeispielen (siehe [Abb. 5.20](#)) jedoch nicht übereinstimmt.

Es kann festgehalten werden, dass Welligkeiten die entlang des Berührungpfades auftreten, asymmetrische Seitenbänder verursachen können. Die Modelle zeigen hier kein einheitliches Verhalten.

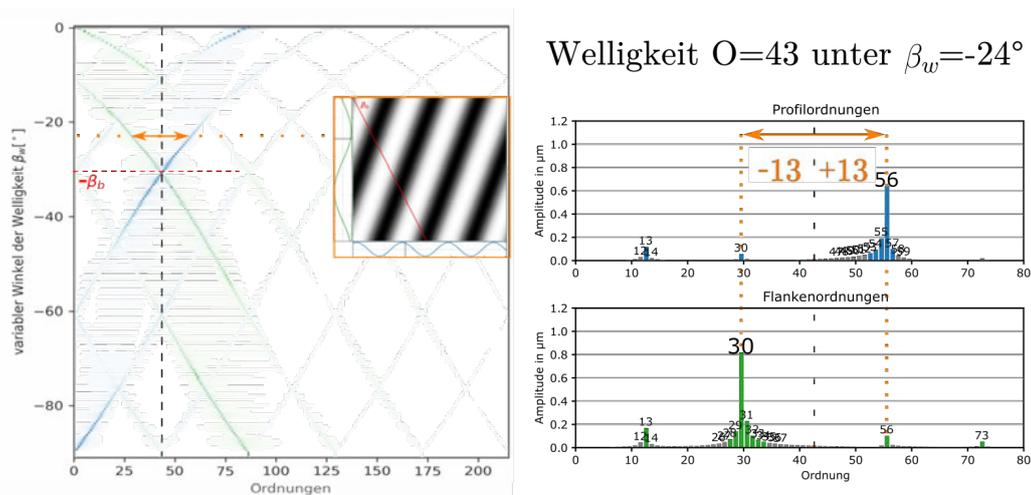


Abb. 5.19: Entstehung von asymmetrischen Seitenbändern bei gedrehten Welligkeiten

## 5.5 Vergleich mit realen Ergebnissen

Aus Schleifversuchen stehen Messdaten eines Zahnrads mit nahezu identischen Verzahnungsdaten wie in Tab. 5.1 beschrieben zu Verfügung. Das Versuchszahnrad ist jedoch linksgeschrägt und hat einen anderen Fuß- und Kopfkreisdurchmesser. Die Hauptgeometrien bleiben dennoch identisch. In Abb. 5.20 sind die Ergebnisse der Welligkeitsanalyse aus der Aneinanderreihungen von Profil- und Flanke (Abb. A.8) dargestellt. Während der Bearbeitung dieses Zahnrads wurde die Tischregelung manipuliert. Die Torsionseigenfrequenz der Tischspindel wurde gezielt angeregt, indem der Drehzahlregler in diesem Frequenzbereich besonders viel Energie einbringt. Da die Eigenfrequenz der Tischspindel fixiert ist, wurden Drehzahl und weitere Maschinenparameter so angepasst, dass die Eigenfrequenz möglichst nahe mit einem ganzzahligen Vielfachen der Tischdrehzahl zusammenfällt. Eine exakte Übereinstimmung war jedoch nicht möglich. Nach KAHNENBLEY sollte eine derartige Schwingung eine Welligkeit unter  $\beta_b$  verursachen und damit in Profil und Flankenlinie die gleiche Ordnung aufweisen.

Die Tischeigenfrequenz ergibt umgerechnet die 57,09.Ordnung der Tischdrehzahl. Auf dem gemessenen Zahnrad kann die 57.Ordnung identifiziert werden. Zusätzlich ist die 5.Ordnung (entspricht der Gangzahl  $z_T = 5$ ) mit zahlreichen Seitenbändern stark vertreten. Auffällig ist auch hier ein Beispiel für das *asymmetrische Seitenband* um die 2.ZEO.

Bei exakter Übereinstimmung wäre eine Welligkeit unter  $[O, \beta_w, Amp] = [57, \beta, 1]$  zu erwarten, wie in Abb. 5.10 hervorgerufen. Im Vergleich kann in den realen Messdaten neben der  $O = 57$  ebenfalls die zugehörige  $O = (57 - 43 = 14)$  in beiden Linien zugeordnet werden. Weitere Seitenbänder bleiben jedoch aus. Die Amplituden der Ordnungspektren aus Abb. 5.20 & 5.10 können nicht verglichen werden, da die Anregung an der Maschine unbekannt und die Auswertelänge (und damit Überdeckung) unterschiedlich ist.

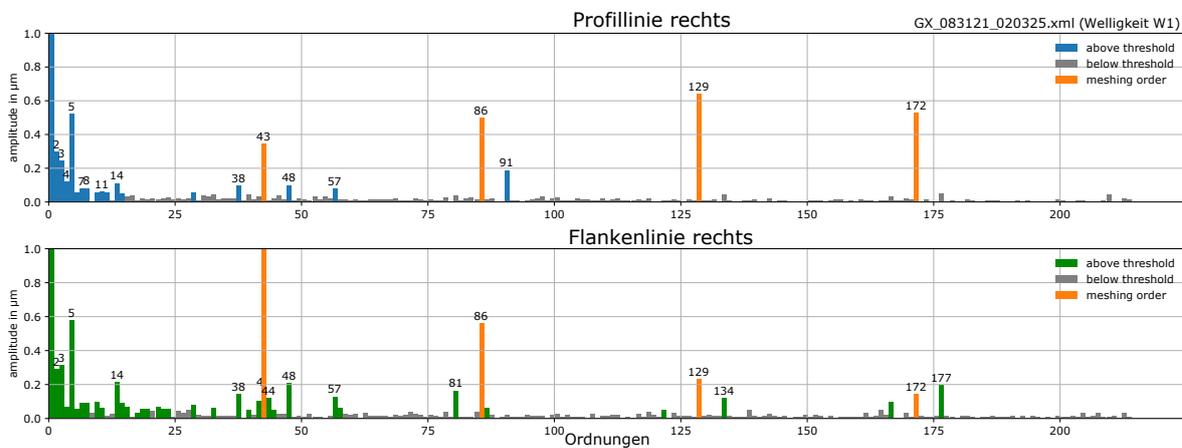


Abb. 5.20: Ordnungsspektrum der geschliffenen Verzahnung nach Parametern aus Tab. 5.3

Vorschub [mm/WU]	Eigenfrequenz [Hz]	Tischdrehzahl [1/min]	erwartete Ordnung [ord]	Gangzahl [ $z_T$ ]
0,066	341,8	359,18	57,09	5

Tab. 5.3: Schwingungs- und Prozessparameter im Schleifprozess

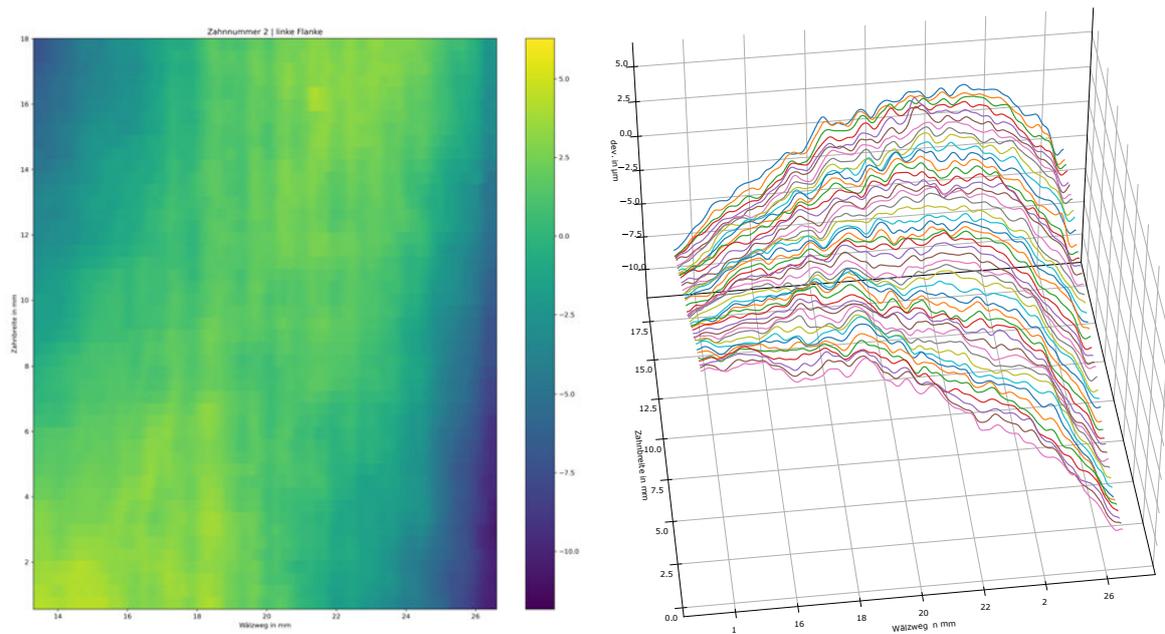


Abb. 5.21: einzelne Zahnflankentopographie der geschliffenen Verzahnung aus Abb. 5.20

Eine Zahnflankentopographie der geschliffenen Verzahnung wurde anhand von 50 Profillinien gemessen und in [Abbildung 5.21](#) auf 2 Arten dargestellt. In der 2D Darstellung kann die Verschränkung über die ganze Flanke sehr gut beobachtet werden. Im Bereich der Mitte der Flanke sind viele kleine Formfehler erkennbar. Besonders in der 3D Darstellung ist Abweichung der vielen Profillinien an der fast gleichen Stelle am Wälzweg (gleichen Durchmesser) erkennbar. An diesem Beispiel wird ganz klar ersichtlich, dass die eine optische Identifizierung von kleinen Abweichungen durch optische Begutachtung nicht möglich ist.

## 5.6 Zusammenfassung der Erkenntnisse

1. Treten Welligkeiten (unabhängig von deren Wellenlänge) ohne Phasenverschiebung zwischen den Zähnen auf, werden in der Welligkeitsanalyse nur Zahneingriffsordnungen ermittelt.
2. Die Amplituden der ZEO (bei vorhandenen Modifikationen/Fehlern) haben in den meisten Fällen keine Aussagekraft.
3. Reine Profilwelligkeiten verursachen Flankenwelligkeiten vergleichbarer Amplitude im Abstand zur nächsten ZEO (siehe [Abb. 5.5](#))
4. Die Überdeckungen  $\varepsilon_\beta; \varepsilon_p$  beeinflussen maßgeblich die Größe und Amplitude der Seitenbänder, wenn die aneinandergereihten Linien eine Phasenverschiebung aufweisen. Durch die Reduktion auf ganzzahlige Überdeckungen kann die Amplitude der Seitenbänder maßgeblich verringert werden. ([Abb. 5.15](#))
5. Phasenverschiebungen in der Aneinanderreihung der Welligkeiten reduziert die ermittelte Amplitude der Welligkeitsordnung. Dabei gilt, je größer die Überdeckung, desto stärker ist dieser Effekt.
6. Ordnungsamplituden können nur für ähnliche Verzahnungen ( $z; \beta; \varepsilon$ ) und gleiche Auswerteparameter verglichen werden
7. Ordnungsamplituden zwischen Profil und Flanke sind aufgrund der Überdeckung  $\varepsilon_p \neq \varepsilon_\beta$  nicht vergleichbar.
8. Bei der Analyse von Welligkeiten sollten stets die zu erwartenden Seitenbänder gesucht werden ([Abb. A.8](#)).
9. Die Phasenlage der Welligkeitsanalyse ist aufgrund der instabilen Fehlerquadrate keine zuverlässige Auswertegröße.
10. Der Winkel der Welligkeit ist aus der Welligkeitsanalyse nicht rekonstruierbar.
11. Periodische Phasenschwankungen der Welligkeiten führen zu Seitenbändern ([Abb. 5.7](#))

# 6 Überlegungen zur Erweiterung der Welligkeitsanalyse

## 6.1 Winkel der Welligkeit aus 2 Profilschnitten

Unter der Annahme von einer im Winkel verschobenen (ebenen) Wellenfront auf der Zahnflanke, können durch zwei Profilschnitte zusätzliche Information zum Winkel der Welligkeit ermittelt werden (siehe [Abb. 6.1](#)). Die Möglichkeiten sowie die Grenzen werden hier näher betrachtet.

Abhängig vom Winkel der Welligkeit und der Wellenlänge im Profilschnitt wird ein Phasenversatz proportional zum Abstand  $\Delta h$  entstehen. Die maximal darstellbare Phasenverschiebung zwischen dem oberen und unteren Schnitt ist auf eine vollständige Wellenlänge beschränkt. Anschaulich ist das ebenfalls eine ganze Wellenlänge in der Flankenlinie. Diese beschränkt die Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  auf den Intervall von  $]0, 2\pi]$ .

$$\Delta\varphi = \varphi_{upper} - \varphi_{lower} \quad \text{wobei} \quad \Delta\varphi = ]0, 2\pi] \quad (6.1)$$

Deshalb gilt, je größer der Abstand zwischen den Profillinien, desto geringer die maximal messbare Ordnung. Ein geringer Abstand der beiden Linien wird somit stets angestrebt.

Bei kleinen Winkeln  $\beta_w$  entsteht jedoch der Zielkonflikt, dass die Phasendifferenz sehr klein wird und somit in der Praxis in den Messabweichungen untergeht. Auf der Zahnflanke können außerdem realistisch nur Welligkeiten größer als die erste ZEO ermittelt werden. Niedrige Ordnungen stellen nur einen Bruchteil der Welligkeit dar und können nur im Bezug zu anderen Zahnflanken als periodisch erkannt werden.

Die maximal ermittelbare Ordnung in der Flankenlinie  $O_{F,max}$  ist invers proportional zum Abstand der Profillinien nach [Gleichung \(6.2\)](#).

$$\frac{p_x \cdot z}{\Delta h} = \frac{L_x}{\lambda_F} = O_{F,max} \quad (6.2) \quad \beta_{w,max} = \arctan\left(\frac{\lambda_P}{\lambda_F}\right) = \arctan\left(\frac{L_r}{O_P \Delta h}\right) \quad (6.3)$$

Der umgeformte Zusammenhang aus [Gl. \(3.1\)](#) begrenzt für die gegebene Profilverordnung  $O_P$  den maximal ermittelbaren Winkel der Welligkeit von  $0^\circ$  bis  $\beta_{w,max}$  (siehe [Gl. \(6.3\)](#)). Liegt der Winkel der Welligkeit zwischen den Grenzwerten ergibt der Phasenversatz  $\Delta\varphi$  nach [Gl. \(6.4\)](#) die notwendige Wellenlänge der Flankenlinie zwischen den Schnitten vor. Eine eindeutige Bestimmung des Vorzeichens der Welligkeit nur aus zwei Profillinien ist nicht gegeben.

$$\lambda_F = \frac{\lambda_P}{\tan(\beta_w)} = \frac{\frac{L_r}{O_P}}{\tan(\beta_{w,max})} \cdot \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \quad (6.4)$$

Der bestimmbare Welligkeitswinkel wird somit abhängig von der zu untersuchenden Ordnung begrenzt. Der Abstand zwischen den Profillinien ist dabei die wichtigste Einflussgröße und sollte stets so klein wie möglich gewählt werden.

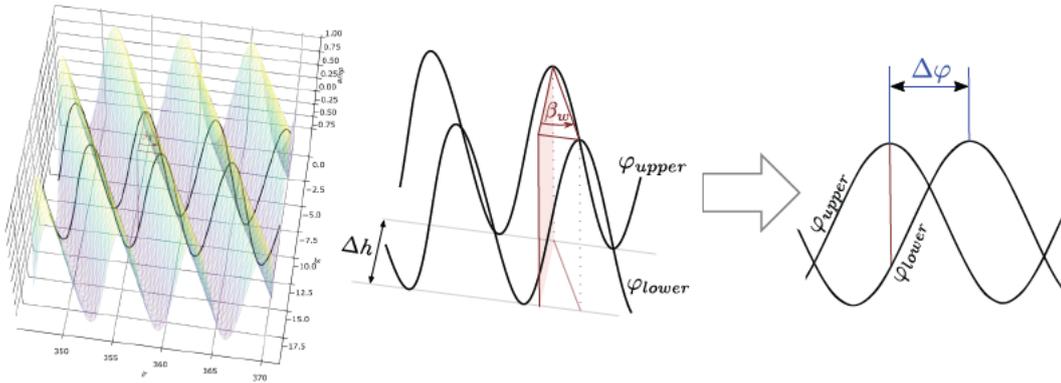


Abb. 6.1: Welligkeitswinkel aus zwei versetzten Profillinien ermitteln

## 6.2 Phaseninformation zwischen Profil- und Flankenlinie

Aus bisheriger Sicht wurde die Phasenlage der eingeschätzten ganzzahligen Sinusschwingung nicht verwendet, lediglich die Amplitude der wälzrichtig aneinandergereihten Amplitude war Teil der Auswertung.

Die üblichen Profil- und Flankenschnitte weisen einen Schnittpunkt am Durchmesser  $d_y$  und der Höhe  $h_y$  auf. Die beiden orthogonalen Messlinien verwenden an dieser Stelle den identischen Messpunkt (bei Vernachlässigung durch Abweichungen in der Abtastung). Dieser Punkt wird aus der Topographie  $Topo(h/d) = P_y$  beschrieben. Die Profillinie beschreibt die Topographie mit  $h_y = const$ , während für die Flankenlinie ein  $d_y = const$  annimmt. Liegt eine Welligkeit unter einem Winkel  $\beta_w$  vor, spiegelt sich diese unter den Wellenlängen  $\lambda_P$  und  $\lambda_F$  bzw. Ordnungen  $O_P$  und  $O_F$  wieder. Üblicherweise ist der Winkel der Welligkeit nicht bekannt, weshalb keine Rekonstruktion der gepaarten Ordnungen möglich ist. Für eine Welligkeit unter  $\beta_b$  spiegelt sich die gleiche Ordnung in der Profil- und Flankenlinie wieder. Unter der Annahme der ebenen Wellfront weisen beide Wellen am Schnittpunkt die gleiche Phasenlage auf. Aufgrund der Steigung beider Linien am Schnittpunkt kann die Richtung der Welligkeit ( $+\beta_b$  oder  $-\beta_b$ ) unterschieden werden.

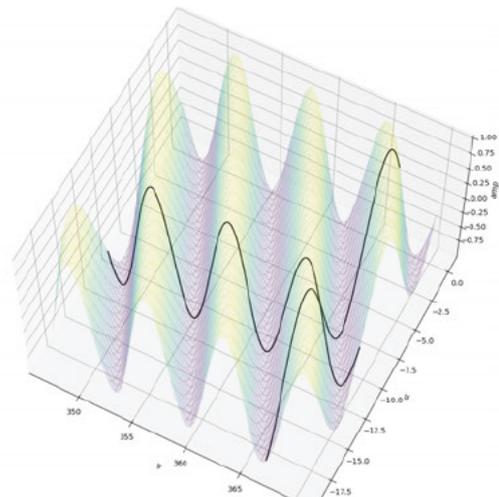


Abb. 6.2: Schnittpunkt<sup>70</sup> der Profil- und Flankenlinie bei Welligkeiten entlang des Kontaktpfads

Bei der Analyse versagt jedoch eine solche Erweiterung aufgrund der Unzuverlässigkeit der Phasenlage aus den geschätzten Welligkeiten nach [Abschnitt 5.1](#). Die Welligkeitsordnungen aus Profil- und Flanke werden zueinander verzerrt.

### 6.3 Verwendung der oberen Einhüllenden

Eine alternative Auswertemethode unter Einbeziehung der oberen Einhüllenden nutzt lediglich die hervorstechendsten Werte aus allen aneinandergereihten Messwerten. Diese könnten den Abweichungen einer wälzenden Prüfmethode näherkommen. Infolgedessen fließen Abweichungen die unterhalb dieser Schwelle sind nicht in die Analyse mit ein. Dadurch entstehen zwei weitere Schwierigkeiten bei der Identifikation von Welligkeiten:

- Treten dominante Abweichungen wie Balligkeiten oder Winkelfehler auf, werden wertvolle Datenmengen abgeschnitten. Ebenso werden teilungsperiodische Sprünge eingefügt die die ZEO's erhöhen.
- Sind große Phasenverschiebungen in den Welligkeiten vorhanden, werden die Amplituden der Welligkeiten verringert. Treffen zwei Welligkeiten gleicher Wellenlänge mit  $180^\circ$  aufeinander, bleibt eine periodische Halbwelle übrig. Der Sinusschätzer wird für dieses Signal die doppelte Wellenlänge sowie Amplituden kleiner als die Hälfte der eigentlichen Welligkeit ermitteln.

Für ein Beispiel in [Abb. 6.3](#) wird eine Flankenlinienabweichung überlagert. Die Ergebnisse zeigen ein vergleichbares Verhalten zu den bisherigen Analysen. Es wird jedoch ersichtlich, dass größere Formfehler den Auswertebereich verkleinern können. In praxisnahen Anwendungen können dadurch ungewollte Artefakte auftreten.

*Die alternative Auswertemethode ermöglicht auf den ersten Blick keinen Vorteil, sondern birgt potentielle Nachteile bei der Suche von Welligkeiten und Geisterordnungen.*

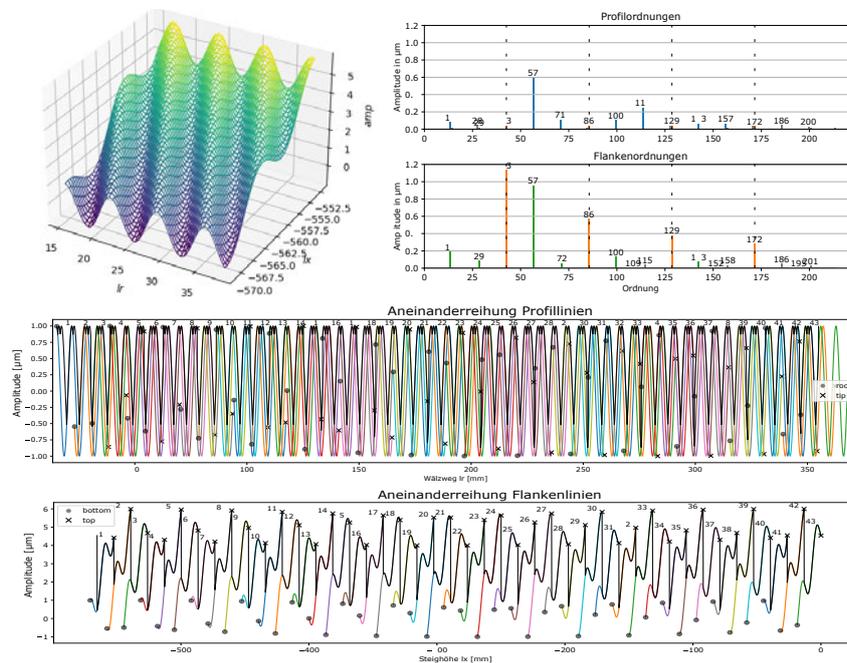


Abb. 6.3: Auswertemethode der *oberen Einhüllenden* für  $[O, \beta_w, Amp] = [57, \beta_b, 1]$  und zusätzlichen Flankenlinienfehler ( $5 \mu\text{m}$ )

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Modell zur systematischen Beurteilung von periodischen Zahnflankenabweichungen und deren Einfluss auf die Welligkeitsanalyse erstellt. Dabei lag ein besonderer Schwerpunkt in der Untersuchung des Verhaltens der Auswertemethode selbst.

Ein wichtiger Bestandteil der Arbeit war die kritische Gegenüberstellung aktueller Veröffentlichungen zu Simulationen und Entstehungsmechanismen von periodischen Zahnflankenabweichungen. Daraus konnte abgeleitet werden, dass Werkzeugabweichungen und besonders Schwingungen im Herstellungsprozess die Ursache für Welligkeiten auf dem Werkstück sind. Insbesondere das Wälzschleifen und die Übertragung von Maschinenschwingungen auf das zu bearbeitende Zahnrad wird dabei behandelt. Die Prozesskinematik des Wälzschleifens zeigt dabei das inhärente Problem, geräuschkritische Welligkeiten zu erzeugen.

Ein Ziel der Arbeit war die Erstellung eines Modells respektive eines Programms, um ideale Abweichungen mit der Welligkeitsanalyse (nach GRAVEL) analysieren zu können.

Im angefertigten Modell repräsentiert jede Zahnflanke eine individuelle Fläche, in der eine Vielzahl von Abweichungen eingebracht werden kann. Jede einzelne künstliche Zahnflankentopographie wird in verzahnungsbezogenen Koordinaten zueinander in Beziehung gesetzt. Gemäß der Welligkeitsanalyse werden die Flächen auf Linieninformationen (Vergleichbar zu Profil- und Flankenlinie) reduziert. Diese Linien werden wälzkorrekt aneinandergereiht und in Anlehnung an die Welligkeitsanalyse mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate auf ganzzahlige Wellen untersucht.

Im ersten Schritt wurden bekannte Verzahnungsfehler und Modifikationen im Modell überlagert und analysiert. Dabei konnte anhand von Balligkeiten gezeigt werden, dass Modifikationen und Abweichungen die an jedem Zahn identisch sind, nur mit dem Vielfachen der Zähnezahl (Zahneingriffsordnung) im Ergebnis der Welligkeitsanalyse auftreten können. Die Amplituden der Zahneingriffsordnungen werden durch die teilungsperiodischen Sprünge und weitere Abweichungen verfälscht und haben keine Aussagekraft. Statistisch zufällige Abweichungen werden durch die Berechnungsmethode zuverlässig herausgefiltert, sodass das Ergebnis nicht beeinträchtigt wird.

Insbesondere wurden periodische Abweichungen und deren Auswirkung auf das Ordnungsspektrum untersucht. Die vermeintlich geräuschrelevanten Welligkeiten entlang des Kontaktpfades können durch die Analyse sehr gut bestimmt werden. Sie äußern sich im Ergebnis unter identischen Profil- und Flankenlinienordnungen. Sind die Welligkeiten jedoch nicht ideal phasenkorrekt aneinandergereiht, werden reduzierte Ordnungsamplituden und zusätzliche Seitenbänder ermittelt. Die Variation des Winkels der Welligkeit zeigt anschaulich den hohen Einfluss der Phasenlage der Abweichungen von Zahn zu Zahn.

Sensibel reagiert die Welligkeitsanalyse auf sämtliche Fehlermuster, die einen wiederholbaren Charakter aufweisen. Besonders interessant ist dabei der Einfluss von periodischen Änderungen der Wellenlänge (vergleichbar zur Frequenzmodulation), da dieses Abweichungsmuster in der Praxis quasi unbemerkt bleibt. Selbst die Überdeckung der Verzahnung kann das Ergebnis der Analyse stark beeinflussen. In vielen Fällen entstehen dabei die Seitenbänder im Ordnungsspektrum.

Seitenbänder treten in einem gewissen Abstand zu den Vielfachen der Zahneingriffsordnung auf und erscheinen in der FFT aufgrund von Modulationen. In der hier verwendeten Methode der kleinsten Fehlerquadrate zeigt besonders die Überdeckung der Verzahnung einen großen Einfluss auf die Amplitude der Seitenbänder. Als Ursache hierfür konnte die ungleichmäßige Verteilung der Datenpunkte auf der Bezugsgröße identifiziert werden. Die Auswertemethode kann somit selbst ein periodisches Verhalten verursachen, was sich negativ im Ergebnis niederschlägt.

Des Weiteren wurde der Informationsverlust durch die Reduktion von Flächendaten auf Profil- und Flankenlinien untersucht. Die Information des Winkels der Welligkeit auf der Zahnflanke  $\beta_w$  geht dadurch in der Praxis nahezu vollständig verloren. Zudem wurde die Unzuverlässigkeit der Phasenlage aus der Welligkeitsanalyse an Beispielen aufgezeigt, weshalb sie zur Erweiterung der Auswertemethode nicht zielführend ist. Ebenso wurde belegt, dass aus den Ergebnissen der Welligkeitsanalyse keinesfalls auf die eingegebenen Verzahnungsabweichungen zurückgerechnet werden kann.

Mögliche Ansätze zur Erweiterungen der Welligkeitsanalyse scheitern an der fehlerbehafteten Phaseninformation der Welligkeiten. Lediglich zusätzliche Messkurven und neue Auswertemethoden können zukünftige weitere Informationen über die Zahnflankenabweichung hervorbringen.

Eine alternative Berechnungsmethode mit der oberen Einhüllenden wurde zusätzlich untersucht. Aufgrund der Vernachlässigung von Daten überwiegen jedoch die Nachteile zur bestehenden Methode.

Zusammenfassend leistet diese Arbeit einen grundlegenden Beitrag zum Verständnis der Welligkeitsanalyse und deren Einflussgrößen. Die Interaktion von *Welligkeit*  $\Rightarrow$  *Ordnung + Seitenbänder* und deren Entstehung wurde an Beispielen herausgearbeitet. Die Ergebnisse der Arbeit unterstützen zukünftig bei den sonst schwierig zu deutenden Ordnungsspektren und der Zuordnung von Seitenbändern. Außerdem wurden die Vorteile sowie die häufig vernachlässigten Grenzen der Auswertemethoden verdeutlicht. Die erarbeiteten Erkenntnisse unterstützen fortan die Ingenieure bei der Bewertung und dem frühzeitigen Identifizieren akustisch auffälliger Verzahnungen.

## Ausblick

Die Auswertemethode zur Bestimmung von periodischen Abweichungen mithilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate hat nur geringes Erweiterungspotential. Durch die Erzeugung von Seitenbändern aus der Analysemethode selbst, ebenso durch den Verlust der Phasenlage und Winkellage der Welligkeit sind elementare Informationen zur Erweiterung nicht nutzbar. Eine rückwärtige Transformation der LSQ-Ergebnisse, vergleichbar zur iFFT ist zudem nicht gegeben.

Die Zuordnung der EOL-Geräusche zu einem gewissen Zahnrad ist durch Welligkeitsanalyse aktuell das einfachste und schnellste Verfahren mit nachweislichen Erfolgen. Es fehlen demgegenüber elementare Eigenschaften zur Vorhersage von geräuschrelevanten Welligkeiten. Hierfür sind zusätzliche Mess- und Auswertestrategien notwendig. Erweiternde Verfahren sind bisher häufig komplex, sehr aufwändig oder kaum praxiserprobt. Andere Herangehensweisen wie die topographische Betrachtung der Abweichung von KIMME sind allerdings erforderlich.

Die optische Verzahnungsprüfung liefert dabei durch die schnelle flächige Datenerfassung neue Möglichkeiten. Die dafür benötigte Genauigkeit, sowie der Umgang mit den großen Datenmengen benötigt jedoch weitere Entwicklungszeit.

Um die Geräuschrelevanz der Abweichungen besser vorhersagen zu können, sind weitere Auswertungen zur Bestimmung der Lage der Welligkeit auf der Zahnflanke notwendig.

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, den laufenden Fertigungsprozess zu überwachen. Besonders die ganzzahligen Schwingungen können, wie von vielen Quellen bestätigt, geräuschrelevante Welligkeiten erzeugen. Eine Analyse von Maschinenschwingungen im Prozess bietet neben einer zusätzlichen Vermeidungsstrategie das Potential den Schleifprozess besser zu verstehen.

# Anhang A

## Weitere Informationen und Grafiken

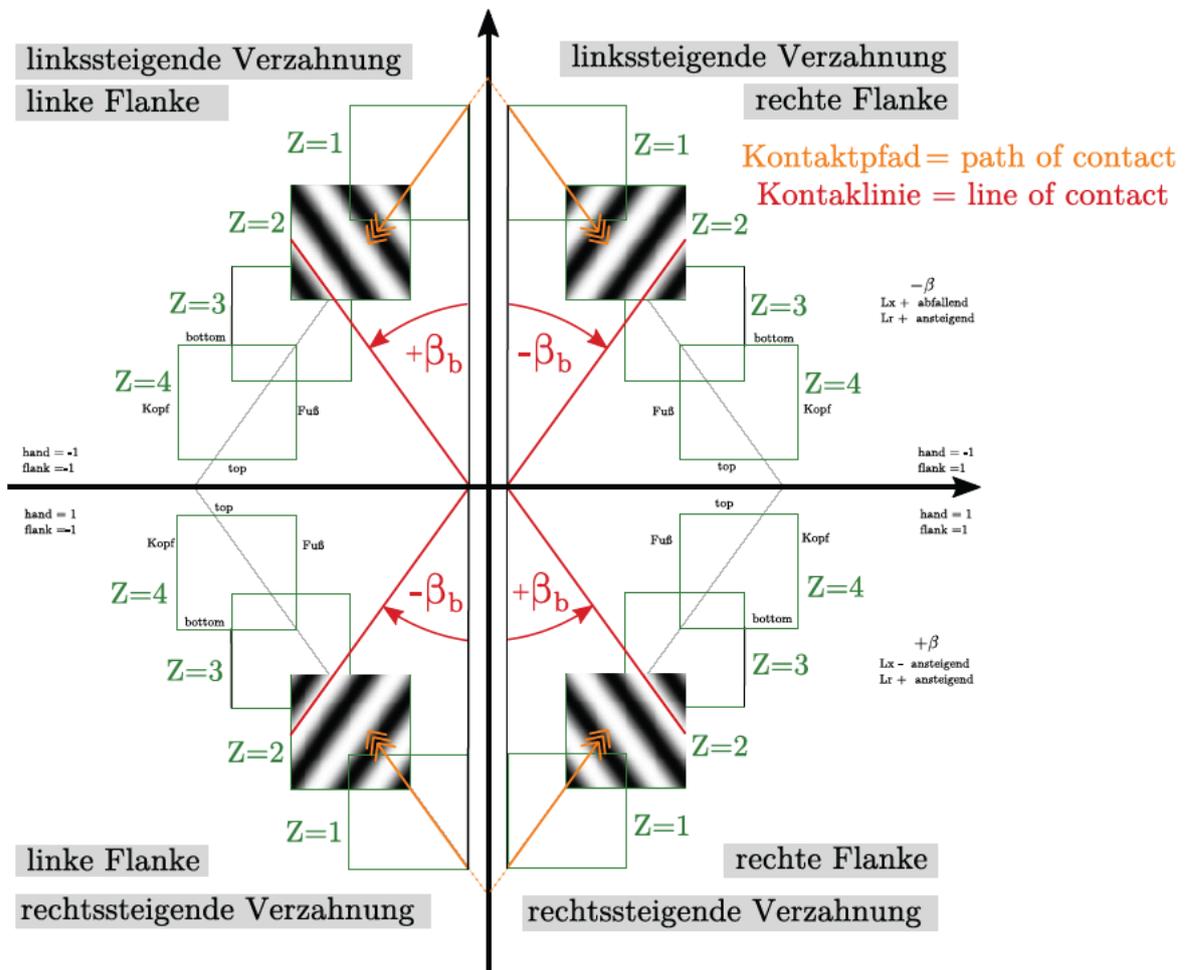


Abb. A.1: Aneinanderreihung der Topographie entlang der Steighöhe und dem Wälzweg

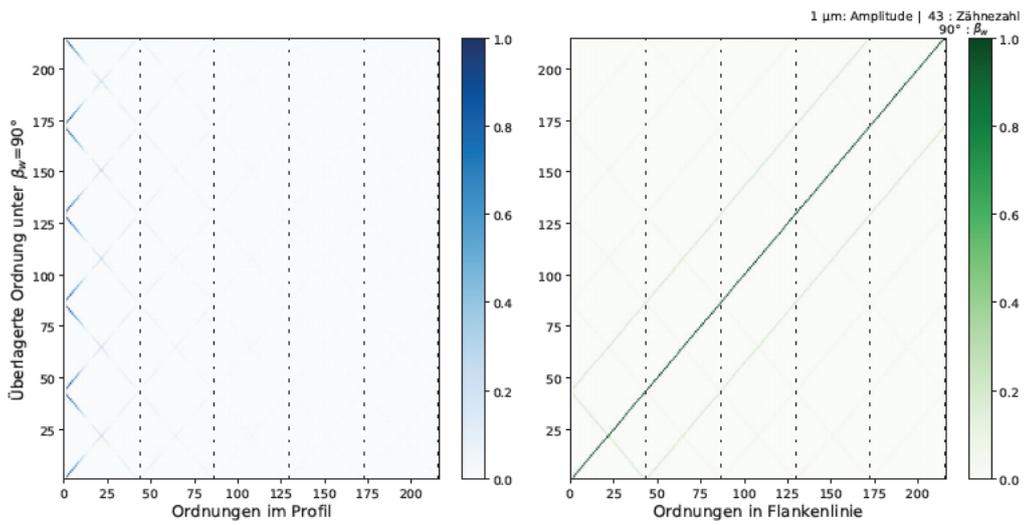


Abb. A.2: Einfluss von reinen Flankenwelligkeiten auf die Ordnungsanalyse

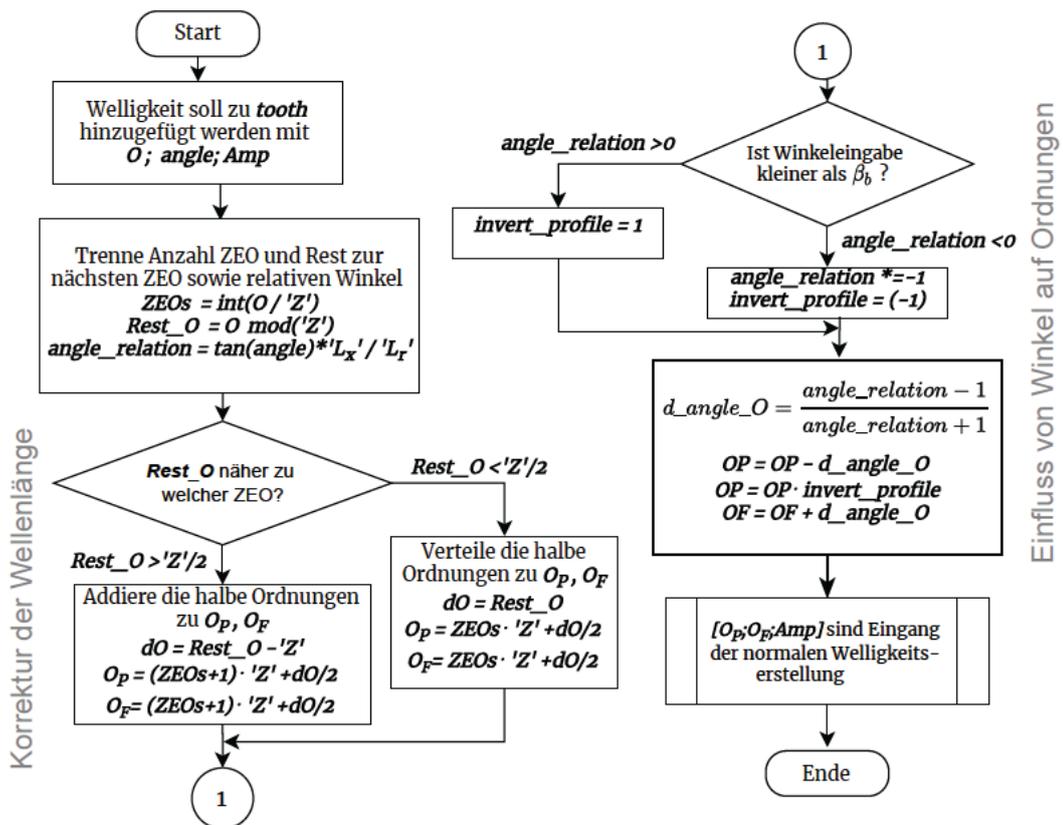


Abb. A.3: Welligkeiten nach der Methode "order\_and\_angle"

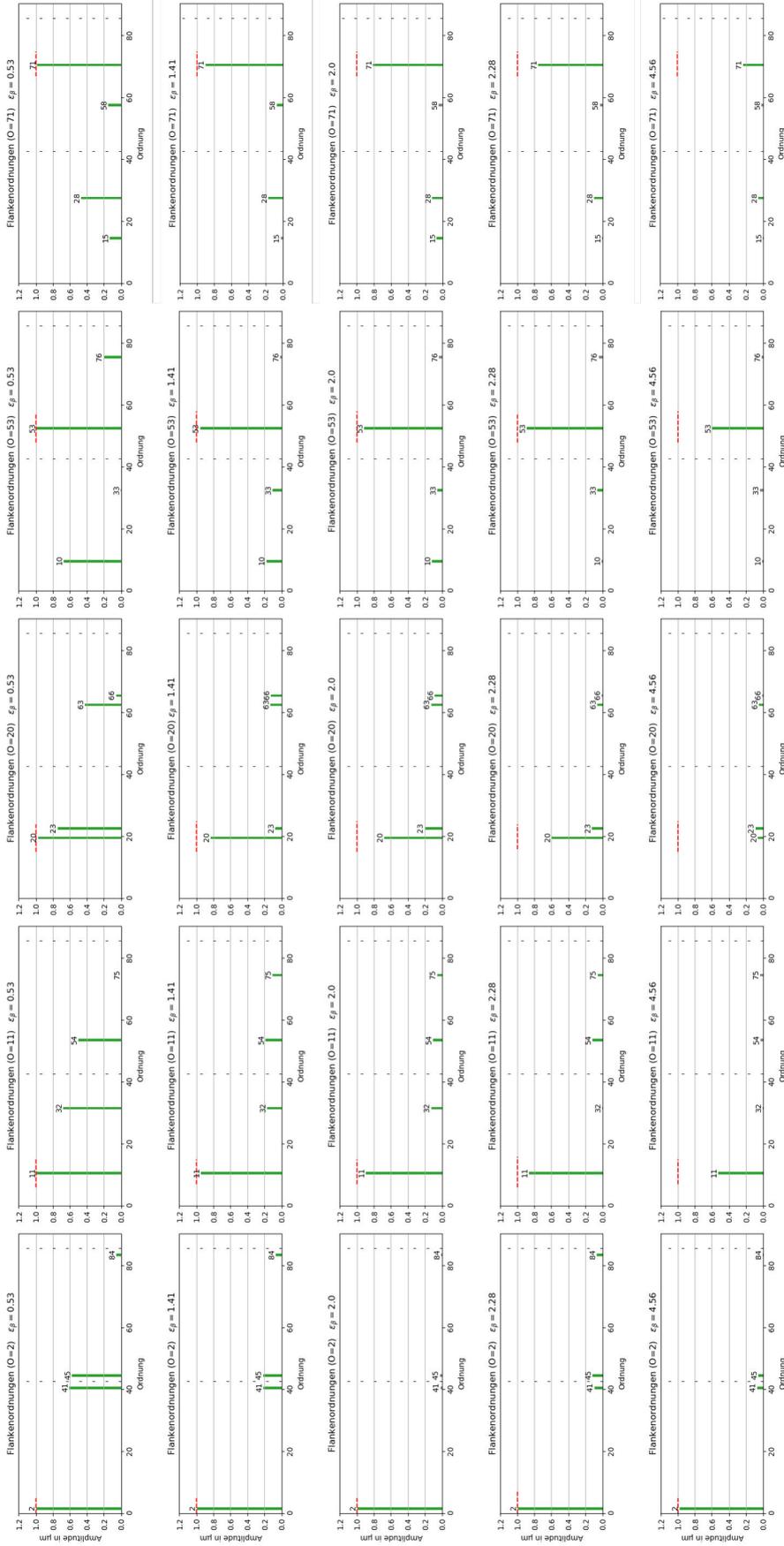


Abb. A.4: Einfluss der Sprungüberdeckung  $\varepsilon_\beta = 0.53; 1.41; 2.0; 2.28; 4.56$  und Welligkeitsordnung  $O = 2; 11; 20; 53; 71$  unter  $\beta_b \hat{=} \text{Kontaktlinie}$  auf die ermittelte Ordnungsamplitude der Flankenlinie

Zahnnummer: 1

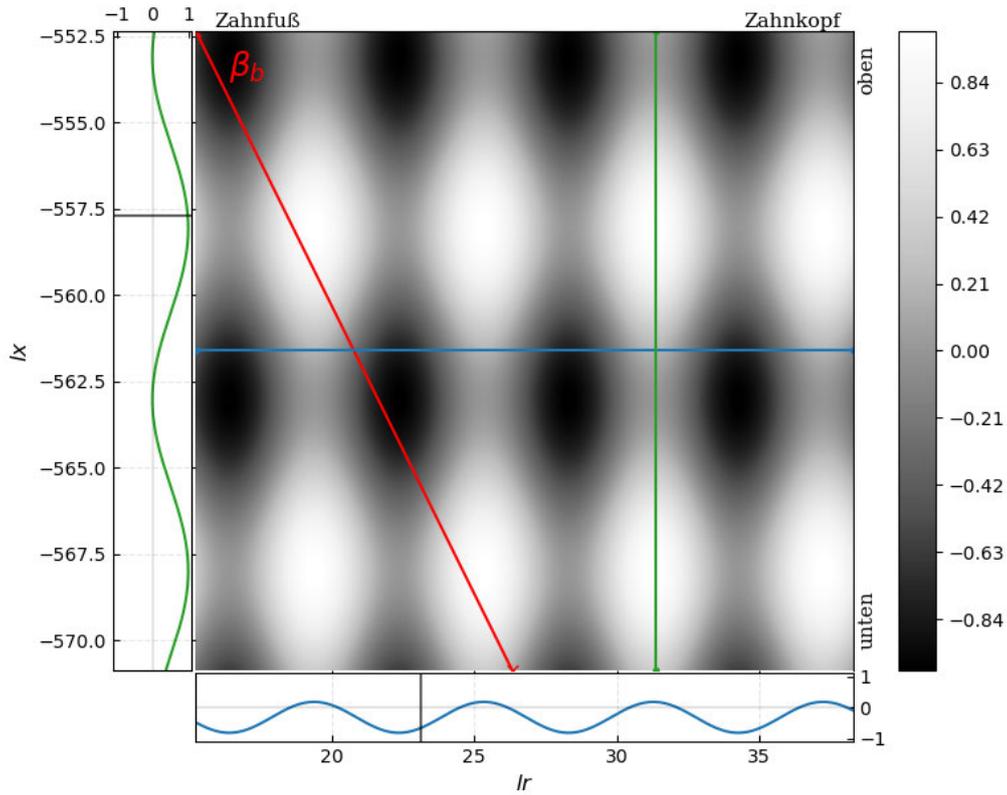


Abb. A.5: Eierkartonmuster aus einzelner Profil- und Flankenwelligkeit mit  $O_{P,F} = 57$

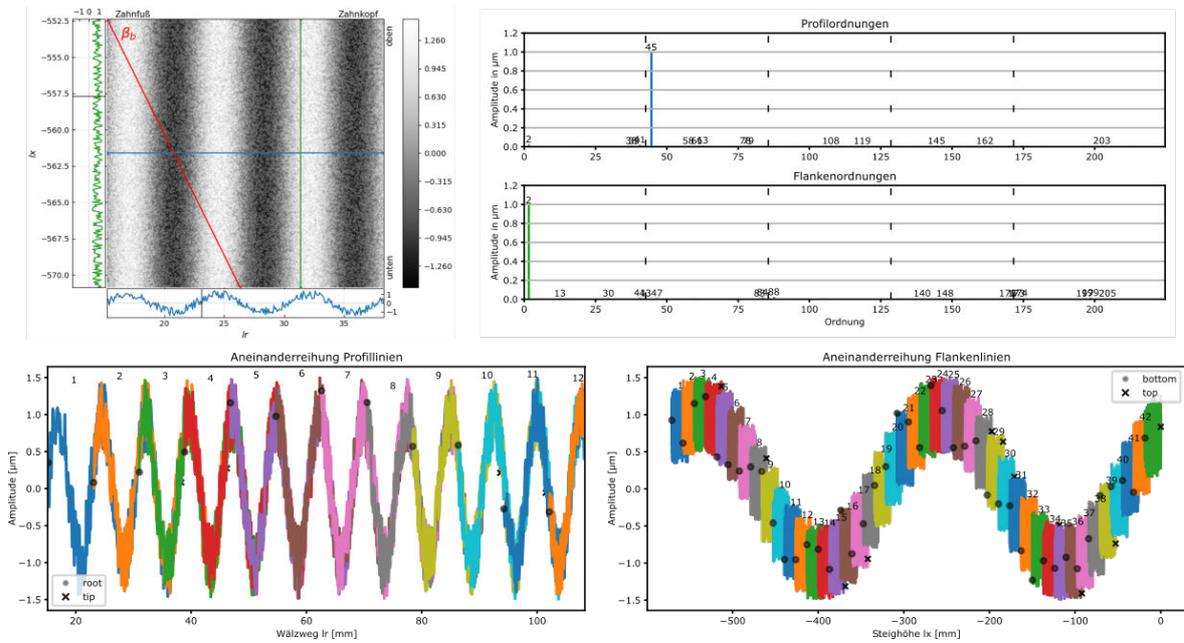


Abb. A.6: Profilwelligkeit  $[O_P, O_F, Amp] = [45, 0, 1]$  mit  $1 \mu\text{m}$  Zufallsfehler

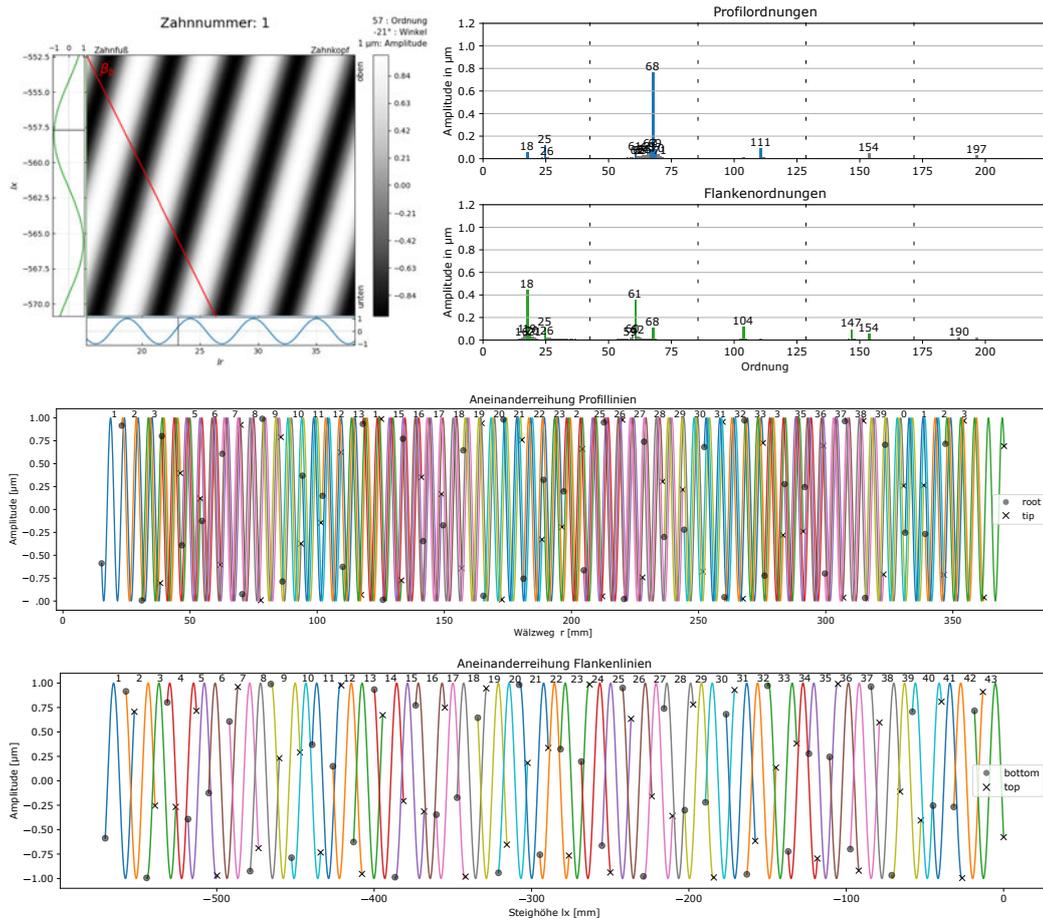


Abb. A.7: Ergebnisse der Welligkeitsanalyse für  $[O, \beta_w, Amp] = [57, -21, 1]$

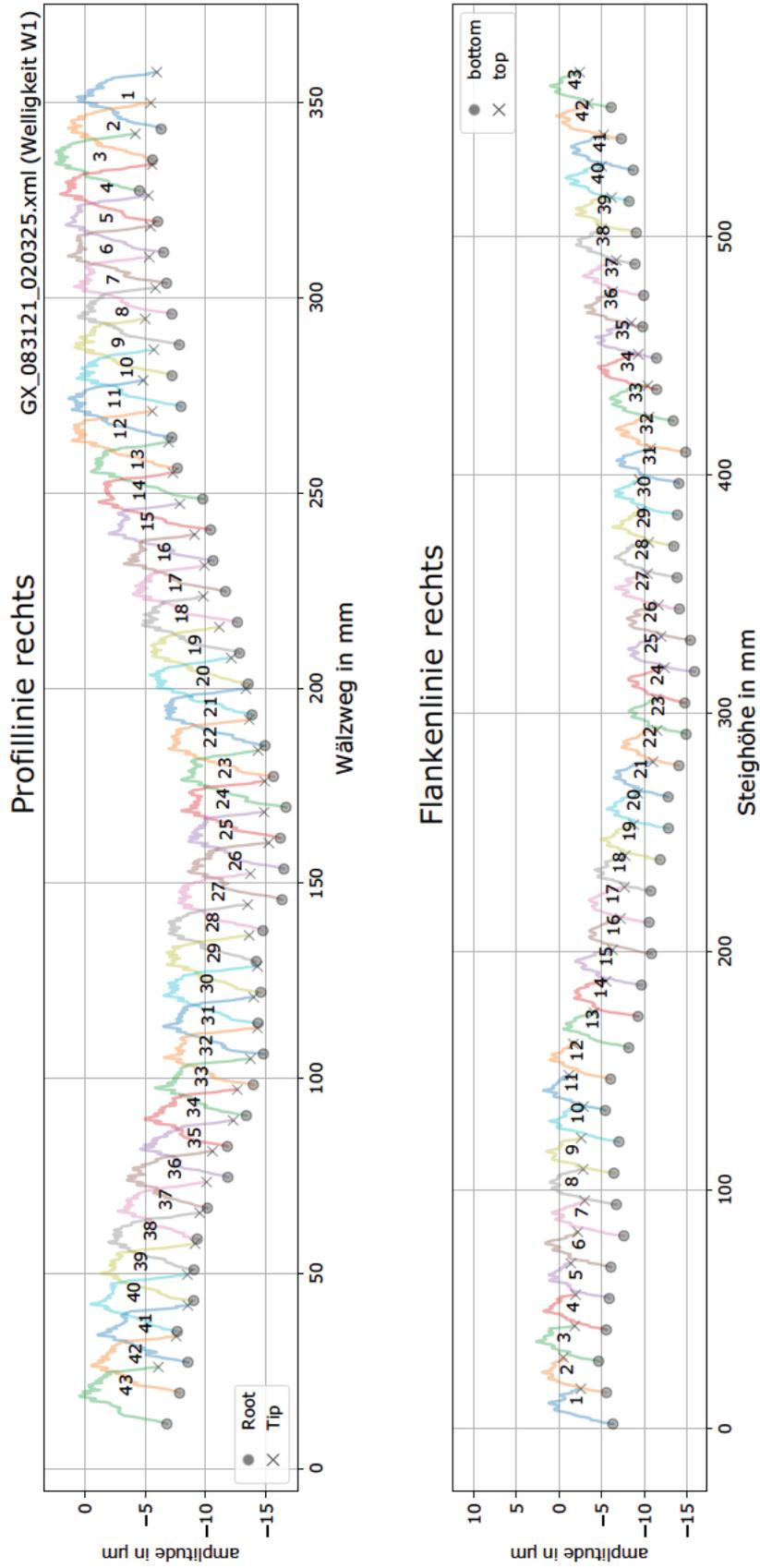


Abb. A.8: Aneinanderreihung der realen Messwerte aus Abschnitt 5.5

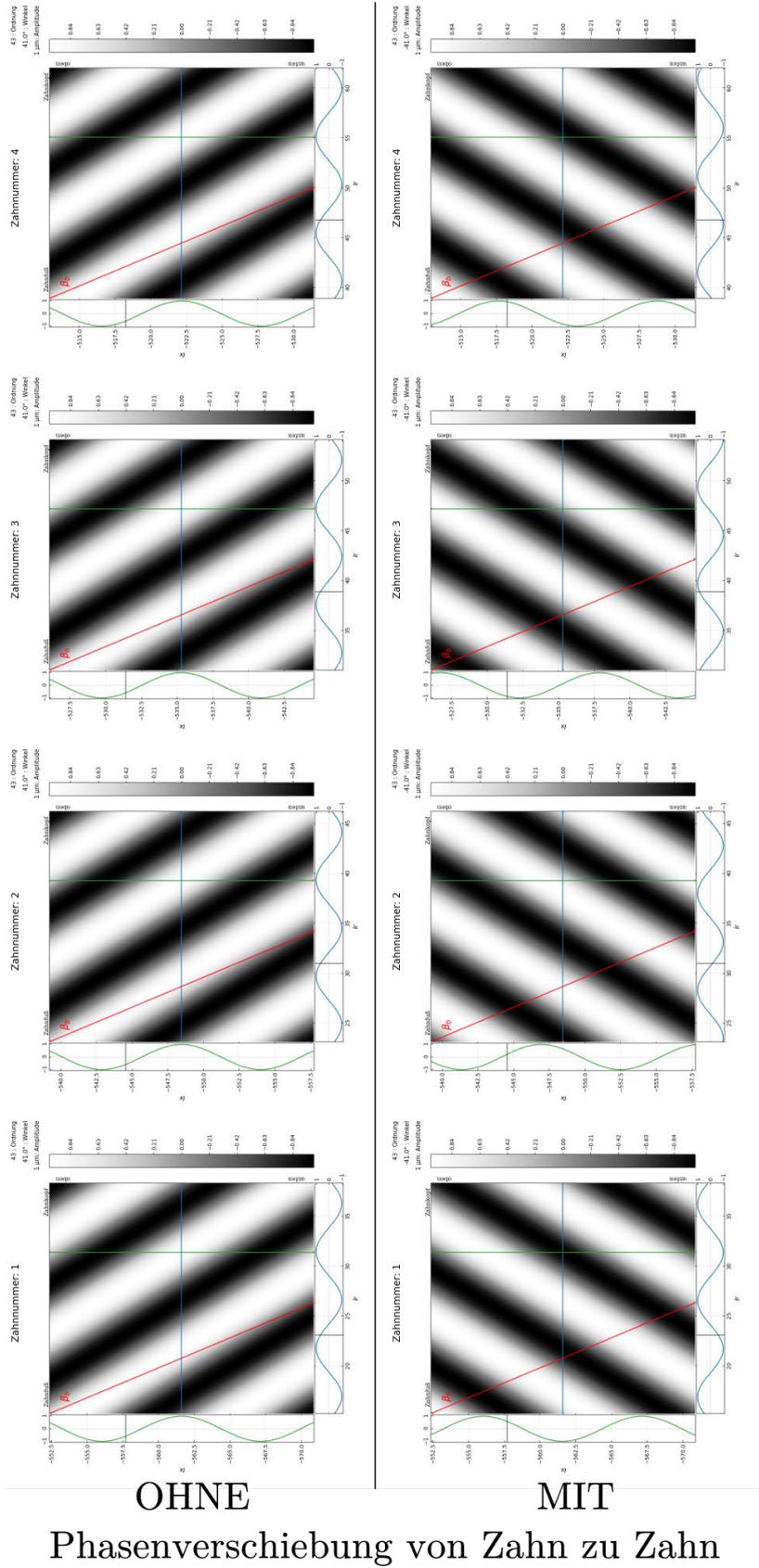


Abb. A.9: Phasenverschiebung von Zahn zu Zahn für  $O = 43$  und  $\beta_w = \pm 41$  deg

# Anhang B

## Programmcode der erstellten Anwendungen

Im Anhang wird der programmierte Python3-Code zur Verfügung gestellt. Die Dateien können auch direkt unter

<https://www.amazon.de/clouddrive/share/RoPDNHD6LGeDZl25DkK7bSxrfIPryCP4jkeCD1i8FoV>

heruntergeladen werden. Die \*.zip Datei ist dabei mit dem Passwort

„ danielsteinshorn\_ia19 “  
geschützt.

Eine kurze Anleitung zur Installation von notwendigen Programmen und die Eingabemöglichkeiten im Programm wird in der \*.doc Datei (gleicher Link) zur Verfügung gestellt.

### B.1 Hauptprogramm

---

```
import matplotlib.pyplot as plt
plt.close('all')
from matplotlib.lines import Line2D
import numpy as np
from math import ceil

from subprograms.gear_input import get_gear_data
geardata=get_gear_data()
from subprograms.calculation_analysation import (get_leadarray_at_diameter,
get_profilearray_at_height,
calc_lr_from_diameters, add_toothnumber,
flatten_to_sorted_xy_array, fit_Sinus)
from subprograms.diagrams_and_plots import (plot_3d, plot_contourf, amps_plot,
add_lead_data,
plot_all_profiles_and_leads, add_profile_data,)
from subprograms.add_deviations import (add_pitch_error, add_crowning, add_angle_error,
add_order_and_angle, add_profile_and_lead_orders,
add_noise_to_tooth)

deg2rad = np.pi/180

##### Eingabe von Auswerteparametern und Abweichungen #####
config={}
config["analysis_type"] = "all_point_method" #"all_point_method" #"upper_envelope"
config["maxorder"] = int(5*geardata["Z"])
config["lead_trace_diameter"] = geardata["d"]
config["profile_trace_height"] = geardata["b"]/2 #
#####Abweichungen#####
config["add_noise_amplitude"] = 0 #µm
config["add_profile_crowning"] = 0#µm Profilballigkeit
config["add_lead_crowning"] = 0 ##µm Breitenballigkeit
config["add_lead_angle_error"] = 0 ##
config["add_pitch_error"] =[0, "random"] ## amplitude µm und typ ("random" oder "first-
order")
#####Welligkeiten
#config["profile_lead_orders"] = [[21,0,1]] # add_waviness[[profile order,lead order,
amplitude],[second wavinesss]]
```

```

config["order_and_angle"]= [[45,geardata["beta_b"],1]] ###
config["random_phase_deviation"] = 0### +zufaellige Phasenverschiebung (in Grad)
config["periodic_phase_deviation"] = [5,0]### [Modulationsordnung , +-degree]
config["FM_phase_deviation"] = [5,0]### [Modulationsordnung, Verstärkung der Modulation]
#####plotte Grafiken und Einstellungen
config["plot_single_tooth"] = True
config["plot_topo_from_toothnumber"] = [1,2] ###toothnumbers, which should be plotted
config["threshold"] = 0.05
config["n_samples"] = 2**8

all_teeth=[]
add_toothnumber(all_teeth, geardata["Z"])

for tooth in all_teeth:
    Lx_continuos= (geardata["Lx"] + geardata["p_x"]*(geardata["e_beta"]-1)) -geardata["p_x"]
        *(tooth['toothnumber']-1) - np.linspace(0, geardata['p_x']*geardata['e_beta'],
            config["n_samples"], endpoint=True)
    Lr_continuos = np.linspace(0, geardata['Lr_zahn'], config["n_samples"], endpoint=True)
        + (tooth['toothnumber']-1)*geardata["p_bt"] + calc_lr_from_diameters(geardata["df"]
            ],geardata["db"])
    tooth['lr_lx_meshgrid'] = np.meshgrid(Lr_continuos, Lx_continuos)
    tooth['topographie'] = np.zeros(np.shape(tooth['lr_lx_meshgrid'])[0])
    ##### addiere Modifikationen und Welligkeiten
    add_crowning(tooth, config["add_profile_crowning"], typ="profile")
    add_crowning(tooth, config["add_lead_crowning"], typ="lead")
    add_angle_error(tooth, config["add_lead_angle_error"], typ="lead")
    add_pitch_error(tooth, config["add_pitch_error"][0], config["add_pitch_error"][1])
    add_noise_to_tooth(tooth, config["add_noise_amplitude"])
    if "profile_lead_orders" in config.keys():
        for waviness in config["profile_lead_orders"]:
            add_profile_and_lead_orders(tooth, order_profile= waviness[0], order_lead=
                waviness[1], amplitude= waviness[2], random_phase=config["
                    random_phase_deviation"], static_periodic_phase_shift=config["
                        periodic_phase_deviation"], FM_phase_shift=config["FM_phase_deviation"])
    if "order_and_angle" in config.keys():
        for waviness in config["order_and_angle"]:
            add_order_and_angle(tooth, order= waviness[0], angle_degree= waviness[1],
                amplitude= waviness[2], random_phase=config["random_phase_deviation"])
    tooth["lead"]= get_leadarray_at_diameter(tooth, config["lead_trace_diameter"])
    tooth["profile"]=get_profilearray_at_height(tooth, config["profile_trace_height"])
    tooth["flank"] = geardata["flank"]

##### plot topographie in 3D and 2D #####
for tooth in all_teeth:
    if tooth["toothnumber"] in config["plot_topo_from_toothnumber"]:
        plot_3d(tooth)
        plot_contourf(tooth, inspection_height=config["profile_trace_height"],
            inspection_diameter=config["lead_trace_diameter"],geardata=geardata, config=
                config)

##### Plot Aneinanderreihung der Flankenlinien#####
fig_flanke = plt.figure("Flanke", figsize=(15,4))
ax_flanke = fig_flanke.add_subplot(111)
for tooth in all_teeth:
    if tooth["toothnumber"] in range(1,geardata["Z"]+1):
        ax_flanke.plot(tooth["lead"][0], tooth["lead"][1], label=tooth["toothnumber"])
        bottom, top = 0,-1
        ax_flanke.plot(tooth["lead"][0][bottom], tooth["lead"][1][bottom], alpha=0.5,
            color="k", marker="o")
        ax_flanke.plot(tooth["lead"][0][top], tooth["lead"][1][top], alpha=0.9, color="k",
            marker="x")
        ax_flanke.text(np.median(tooth["lead"][0][bottom] -geardata["p_x"]*geardata["hand"]
            ]/2), np.max(tooth["lead"][1]) *1.01, tooth["toothnumber"])
legend_elements = [Line2D([0],[0], color="w", alpha=0.5, marker="o",

```

```

        label="bottom",markerfacecolor="k",markersize=7),
Line2D( [0],[0], color="k", alpha=0.9, marker="x",
        label="top",linestyle="None", markerfacecolor="k", markersize=7,
        ],
ax_flanke.legend(handles=legend_elements) # plot tip and root in legend
ax_flanke.set_ylabel(u"Amplitude [µm]")
ax_flanke.set_xlabel(u"Steighöhe lx [mm]")
ax_flanke.set_title(u"Aneinanderreihung Flankenlinien")
if geardata["hand"]==(-1):
    plt.gca().invert_xaxis()
fig_flanke.tight_layout()

##### Plot Aneinanderreihung der Profillinien#####
fig_profile = plt.figure("Profile",figsize=(16,4))
ax_profile = fig_profile.add_subplot(111)
counter =0
for tooth in all_teeth:
    if tooth["toothnumber"] in range(1,geardata["Z"]+1):
        ax_profile.plot(tooth["profile"][0], tooth["profile"][1], label=tooth["toothnumber"]
        ])
        root, tip= 0,-1
        if geardata["flank"]==-1:
            root, tip = tip, root
        ax_profile.plot(tooth["profile"][0][root], tooth["profile"][1][root], alpha=0.5,
            color="k", marker="o")
        ax_profile.plot(tooth["profile"][0][tip], tooth["profile"][1][tip], alpha=0.9,
            color="k", marker="x")
        ax_profile.text(np.median(tooth["profile"][0][0] +geardata["p_bt"]/2), np.max(tooth
            ["profile"][1]) *1.01 , tooth["toothnumber"])
legend_elements = [Line2D([0],[0],color="w",alpha=0.5,marker="o",
            label="root",markerfacecolor="k",markersize=7),
            Line2D([0],[0], color="k", alpha=0.9, marker="x",
            label="tip",linestyle="None", markerfacecolor="k", markersize=7,
            ),]
ax_profile.legend(handles=legend_elements) # plot tip and root in legend
ax_profile.set_xlabel(u"Wälzweg lr [mm]")
ax_profile.set_ylabel(u"Amplitude [µm]")
ax_profile.set_title(u"Aneinanderreihung Profillinien")
if geardata["flank"]==(-1):
    plt.gca().invert_xaxis()
fig_profile.tight_layout()

##### #####
all_profile_data = []
all_lead_data = []
if config["analysis_type"] == "all_point_method":
    for tooth in all_teeth:
        add_profile_data(tooth, all_profile_data)
        add_lead_data(tooth, all_lead_data)
    lr, profile_dev = flatten_to_sorted_xy_array(all_profile_data)
    lx, lead_dev = flatten_to_sorted_xy_array(all_lead_data)
elif config["analysis_type"] == "upper_envelope":
    profiles = []
    leads=[]
    lr_interp = np.linspace(geardata["lr_db_to_df"], geardata["lr_db_to_df"]+geardata["Lr"]
        ],10000)*geardata["flank"]
    ### fuege letzten Zaehne an den Anfang
    for tooth in all_teeth:
        profile_interp= np.interp(lr_interp, tooth["profile"][0], tooth["profile"][1], -np.
            inf, -np.inf)
        profiles.append(profile_interp)
    for n in range(0,ceil(geardata["e_p"]-1)):

```

```

    profile_interp= np.interp(lr_interp, all_teeth[-(n+1)]["profile"][0]-geardata["Lr"],
        all_teeth[-(n+1)]["profile"][1], -np.inf, -np.inf)
    profiles.append(profile_interp)
for n in range(0, ceil(geardata["e_p"]-1)):
    profile_interp= np.interp(lr_interp, all_teeth[n]["profile"][0]+geardata["Lr"],
        all_teeth[n]["profile"][1], -np.inf, -np.inf)
    profiles.append(profile_interp)

profiles = np.array(profiles)
profile_dev = np.max(profiles, 0)
# Werte, die nicht interpoliert wurden rauswerfen
lr = lr_interp[~np.isneginf(profile_dev)]
profile_dev = profile_dev[~np.isneginf(profile_dev)]
ax_profile.plot(lr_interp, profile_dev, "k", alpha=0.5)

lx_interp = (np.linspace(0, geardata["Lx"],10000)*geardata["hand"])[::-1]
### fuege ersten Zaehne an das Ende
for tooth in all_teeth:
    lead_interp= np.interp(lx_interp, tooth["lead"][0], tooth["lead"][1], -np.inf, -np.inf)
    leads.append(lead_interp)
for n in range(0, ceil(geardata["e_beta"]-1)):
    lead_interp= np.interp(lx_interp, all_teeth[-(n+1)]["lead"][0]+geardata["Lx"],
        all_teeth[-(n+1)]["lead"][1], -np.inf, -np.inf)
    leads.append(lead_interp)
for n in range(0, ceil(geardata["e_beta"]-1)):
    lead_interp= np.interp(lx_interp, all_teeth[n]["lead"][0]-geardata["Lx"], all_teeth
        [n]["lead"][1], -np.inf, -np.inf)
    leads.append(lead_interp)

leads = np.array(leads)
lead_dev = np.max(leads, 0)
# Werte, die nicht interpoliert wurden rauswerfen:
lx = lx_interp[~np.isneginf(lead_dev)]
lead_dev = lead_dev[~np.isneginf(lead_dev)]
ax_flanke.plot(lx_interp, lead_dev, "k", linestyle="dashdot", alpha=0.9)

##### Berechne Ordnungsspektrum und Plotten #####
orders = np.arange(1, config["maxorder"], 1)
fs_profile = orders / geardata["Lr"]
profile_orders = fit_Sinus(lr, profile_dev, fs_profile, typ="subtract") #"subtract" ## "none"
fs_lead = orders / geardata["Lx"]
lead_orders= fit_Sinus(lx, lead_dev, fs_lead, typ="subtract") #"subtract" ## "none"

fig3 = plt.figure("Ordnungen", figsize=(12,6))
axp = fig3.add_subplot(2, 1, 1)
axf = fig3.add_subplot(2, 1, 2, sharex=axp)

axf.set_title("Flankenordnungen", size=12)
axp.set_title("Profilordnungen", size=12)
amps_plot(axp, orders, profile_orders[0], 0.05, geardata["Z"], 1.2, typ_flanke=False)
amps_plot(axf, orders, lead_orders[0], 0.05, geardata["Z"], 1.2, plot_xlabel=True,
    typ_flanke=True)
fig3.tight_layout()

### Plotte Profil und Flankenlinien nebeneinander###
# tooth_idxs = [0,11,22,33]
# four_teeth =[all_teeth[i] for i in tooth_idxs]
plot_all_profiles_and_leads(all_teeth)

```

---

## B.2 Unterprogramme

### Funktionen für Abweichungen

---

```

import numpy as np
from subprograms.gear_input import geardata
from subprograms.calculation_analysation import get_limits
deg2rad = np.pi/180

def add_pitch_error(tooth, amplitude, typ="random", geardata=geardata):
    """ Teilungsfehler hinzufuegen """
    if typ=="random":
        tooth['topographie'] += amplitude*(np.random.random()-0.5)
    elif typ=="first-order":
        offset_teeth = amplitude*np.sin((tooth["toothnumber"]/geardata["Z"])*2*np.pi)
        tooth['topographie'] += offset_teeth

def parabola(x0, y0, x, x_min, x_max):
    """ Parabelerstellen """
    y = (-y0 / ((x_max - x_min) / 2.0) ** 2.0) * (x - x0) ** 2.0 + y0
    return y

def add_crowning(tooth, height, typ="profile", geardata=geardata):
    """ Balligkeiten C_a /C_b hinzufuegen
    typ="lead" -> add width_crowning// typ="profile" -> add profile-Crowning """
    if typ=="lead":
        lx_array = tooth['lr_lx_meshgrid'][1].T[0]
        lead_crowning= parabola(np.mean(lx_array), height, lx_array, np.min(lx_array), np.
            max(lx_array))
        for Spalte in range(len(tooth['topographie'].T[0])):
            tooth['topographie'].T[Spalte] += lead_crowning
    elif typ=="profile":
        lr_array = tooth['lr_lx_meshgrid'][0][0]
        lead_crowning= parabola(np.mean(lr_array), height, lr_array, np.min(lr_array), np.
            max(lr_array))
        for Zeile in range(len(tooth['topographie'][0])):
            tooth['topographie'][Zeile] += lead_crowning

def add_angle_error(tooth, amp, typ="profile", geardata=geardata):
    """ Winkelfehler f_Ha / f_Hb hinzufuegne
    typ="lead" -> add profile-angle_error // typ="profile" -> add lead-angle-error """
    if typ=="lead":
        lx_min, lx_max = get_limits(tooth, typ="lx")
        slope = amp/(lx_max-lx_min)
        linear_deviation = (tooth['lr_lx_meshgrid'][1].T[0] - lx_min)*slope
        for Spalte in range(len(tooth['topographie'].T[0])):
            tooth['topographie'].T[Spalte] += linear_deviation
    elif typ=="profile":
        lr_array = tooth['lr_lx_meshgrid'][0][0]
        linear_deviation = lr_array
        for Zeile in range(len(tooth['topographie'][0])):
            tooth['topographie'][Zeile] += linear_deviation

def add_noise_to_tooth(tooth, amp=0):
    """adds noise to the tooth['topographie']
    amp = 1 -> liefert Werte zwischen (-0.5,0.5)"""
    noise = amp*(np.random.random(tooth['topographie'].shape)-0.5)
    tooth['topographie'] += noise

def add_order_and_angle(tooth, order, angle_degree, amplitude=1, random_phase=0):
    """ add waviness to tooth['topographie'] [O,beta_w,Amp] """

```

```

if geardata["flank"]*geardata["hand"]==(-1):
    angle_degree*= (-1)
anz_z= order//geardata["Z"] #ganzzahliger Anteil
rest_order = order % geardata["Z"] # Rest
if rest_order>(geardata["Z"]/2):
    delta_order = (-geardata["Z"])+rest_order
    profile_input_order = (anz_z+1)*geardata["Z"]+(delta_order/2)
    lead_input_order = (anz_z+1)*geardata["Z"]+(delta_order/2)
elif rest_order<=(geardata["Z"]/2):
    delta_order = rest_order
    profile_input_order = (anz_z)*geardata["Z"]+(delta_order/2)
    lead_input_order = (anz_z)*geardata["Z"]+(delta_order/2)
##Welligkeiten Berechnen und hinzufügen
angle_relation = np.tan(angle_degree*deg2rad)/(geardata["Lr"]/geardata["Lx"])
if angle_relation< 0:
    angle_relation *=(-1)
    invert_profile = (-1)
else:
    invert_profile = 1
d_angle_order = order*((angle_relation -1)/(angle_relation+1))
profile_input_order==d_angle_order
profile_input_order*=- invert_profile
lead_input_order+=d_angle_order
    ##Welligkeiten Berechnen und hinzufügen
k_profile = 2*np.pi*(profile_input_order/geardata['Lr'])
k_lead= 2*np.pi*(lead_input_order/geardata['Lx'])##geardata['hand']
random_phase_deviation = (random_phase*deg2rad)*(np.random.random()-0.5)
#k_profile, k_lead= rotate(k_profile, k_lead, -geardata["beta_b"]*2)
tooth['topographie'] += amplitude* np.sin((k_profile*tooth['lr_lx_meshgrid'][0] +
    k_lead*tooth['lr_lx_meshgrid'][1]) + random_phase_deviation)
##add_profile_and_lead_orders(tooth, profile_input_order, lead_input_order,
    wavelength_factor, amplitude, random_phase=config["random_phase_deviation"])

def add_profile_and_lead_orders(tooth, order_profile, order_lead, amplitude=1, random_phase
=0, static_periodic_phase_shift= [0,0], FM_phase_shift=[0,0]):
    """ add waviness to tooth['topographie'] [O_P,O_F,Amp]"""
    #Wellenzahl berechnen
    k_profile = 2*np.pi*(order_profile/geardata['Lr'])
    k_lead= 2*np.pi*(order_lead/geardata['Lx'])
    #####FM_phase_shift
    if order_profile==0:
        k_l_FM= 2*np.pi*(FM_phase_shift[0]/geardata['Lx'])
        k_p_FM = 0
        eta = FM_phase_shift[1]*k_l_FM/order_lead
    elif order_lead==0:
        k_l_FM= 0
        k_p_FM = 2*np.pi*(FM_phase_shift[0]/geardata['Lr'])
        eta = FM_phase_shift[1]*k_p_FM/order_profile
    else:
        k_l_FM= 0; k_p_FM = 0 ; eta = 0
        print("config['FM_phase_deviation'] nur aktiv wenn nur einer der Ordnungen = 0 ist"
        )

    ##### zufaellige Phasenverschiebung
    random_phase_deviation = (random_phase*deg2rad)*(np.random.random()-0.5)

    ##### statische Phasenverschiebung
    perio_fkt = (tooth["toothnumber"]-1)/geardata["Z"]*static_periodic_phase_shift[0]
    phase_dev_amp = np.sin(perio_fkt*np.pi*2)*0.5#+0.5
    phase_shift_periodic = phase_dev_amp*static_periodic_phase_shift[1]*deg2rad
    ##fuege Welligkeit zu topo hinzu
    tooth['topographie'] += amplitude* np.sin((k_profile*tooth['lr_lx_meshgrid'][0] +
        k_lead*tooth['lr_lx_meshgrid'][1] + eta*np.sin(k_p_FM*tooth['lr_lx_meshgrid'][0] +
        k_l_FM*tooth['lr_lx_meshgrid'][1])) + random_phase_deviation +phase_shift_periodic)

```

## Funktionen für Berechnungen

---

```

import numpy as np
from subprograms.gear_input import geardata
deg2rad = np.pi/180

def add_toothnumber(all_teeth, numberofteeth):
    for tooth in range(1,numberofteeth+1):
        t = {'toothnumber': tooth}
        all_teeth.append(t)

def get_limits(tooth, typ="lr"):
    if typ=="lr":
        array = tooth['lr_lx_meshgrid'][0][0]
        out = np.min(array),np.max(array)
    elif typ=="lx":
        array = tooth['lr_lx_meshgrid'][1].T[0]
        out = np.min(array),np.max(array)
    return out

def find_nearest(array, value, typ="idx"):
    """ find the nearest value in an 1D Array and returns
    if typ=="idx" -> return index of the nearest value in array
    if typ=="value" -> return value of the nearest value in array
    if typ=="both" -> return [idx,value] index and value of the nearest value in array
    """
    array = np.asarray(array)
    idx = (np.abs(array - value)).argmin()
    if typ=="idx":
        output = idx
    elif typ=="value":
        output= array[idx]
    elif typ=="both":
        output= [idx, array[idx]]
    else:
        NotImplementedError
    return output

def calc_lr_from_diameters(diameter_upper, diameter_lower, geardata=geardata):
    if diameter_upper<diameter_lower:
        raise ValueError ("diameter_upper can not be smaller than diameter_lower")
    return np.sqrt(diameter_upper**2/4-diameter_lower**2/4)*geardata["flank"]

def get_leadarray_at_diameter(tooth, diameter, idx_at_diameter=None, geardata=geardata, ax=None):
    lr_at_diameter=calc_lr_at_diameter(diameter, tooth)
    if idx_at_diameter==None:
        idx_at_diameter = find_nearest(tooth['lr_lx_meshgrid'][0][0], lr_at_diameter, typ="idx")
    return tooth['lr_lx_meshgrid'][1].T[0], tooth['topographie'].T[idx_at_diameter] # get
    lx führungsgröße = tooth['lr_lx_meshgrid'][1].T[0]

def calc_lr_at_diameter(diameter, tooth, geardata=geardata):
    lr_at_diameter = calc_lr_from_diameters(diameter, geardata["df"]) + (tooth['toothnumber']-1)*geardata["p_bt"] + calc_lr_from_diameters(geardata["df"], geardata["db"])
    return lr_at_diameter

def get_profilearray_at_height(tooth, height, idx_at_height=None, geardata=geardata, ax=None):

```

```

lx_at_height = calc_axial_height_from_measurment_height(height, tooth)
if idx_at_height==None:
    idx_at_height = find_nearest(tooth['lr_lx_meshgrid'][1].T[0], lx_at_height, typ="
    idx")
return tooth['lr_lx_meshgrid'][0][0], tooth['topographie'][idx_at_height] # get lr fü
    hrungsgröße = tooth['lr_lx_meshgrid'][0][0]

def calc_axial_height_from_measurment_height(height, tooth, geardata=geardata):
    lx_offset = 0
    if geardata["e_beta"]>=1:
        lx_offset = geardata["p_x"]*(geardata["e_beta"]-1)
    lx = geardata["Lx"] + lx_offset - (geardata["p_x"]*(tooth['toothnumber']-1)) + geardata
        ["hand"]* height
    return lx

def flatten_to_sorted_xy_array(teeth_data):
    flattened_list=[]
    for element in range(len(teeth_data)):
        for xy in range(len(teeth_data[element])):
            flattened_list.append(teeth_data[element][xy])
    flattened_list.sort()
    x, deviation = zip(*flattened_list)
    deviation = np.asarray(deviation)
    x = np.asarray(x)
    return x, deviation

def fit_Sinus(x, y, fs, typ="none"):
    """Schätze Sinus in Daten und gebe Amplitude/Phase zurück
    typ='subtract' verändert Eingangssignal, 'none' behält """
    amps = np.zeros_like(fs)
    phase = np.zeros_like(fs)
    for i, f in enumerate(fs):
        ### Eingangsfunktion definieren
        A = np.vstack((np.ones_like(x), np.sin(2*np.pi*f*x), np.cos(2*np.pi*f*x)))
        #Ergebnis des lsq-Fitting
        p = np.linalg.lstsq(A.T, y, rcond=-1)[0]
        ### Berechne Amplitude und Phase durch RMS und Phase
        amps[i] = np.linalg.norm(p[1:])
        phase[i] = np.arctan2(p[-1],p[1]) #phase von -pi to +pi
        if typ=="subtract":
            y = y - np.dot(A.T, p)
        elif typ=="none":
            pass
        else:
            ValueError("no viable typ used")
    return amps, phase

```

---

## Funktionen für Grafiken

---

```

import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d
from matplotlib import cm
import numpy as np
from subprograms.gear_input import geardata
from subprograms.calculation_analysation import (get_limits, calc_lr_at_diameter,
    calc_axial_height_from_measurment_height,
    get_leadarray_at_diameter,
    get_profilearray_at_height)

def plot_3d(tooth, fig=False, ax=False, geardata=geardata):

```

```

"""plotte Einzelzahn-Topografie in 3D"""
from matplotlib import cm
import matplotlib.colors
if ax == False and fig==False:
    fig = plt.figure("Zahnnummer" + str(tooth["toothnumber"]) + " 3d")
    ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
norm = matplotlib.colors.Normalize(tooth['topographie'].min(), tooth['topographie'].max()
())
colors = cm.viridis(norm(tooth['topographie']))
surf = ax.plot_surface(tooth['lr_lx_meshgrid'][0], tooth['lr_lx_meshgrid'][1], tooth['
topographie'], facecolors=colors, shade=False) #, facecolors = colors[:, :, :-1].shape
surf.set_facecolor((0,0,0,0)) # only wireframe
ax.set_xlabel(r'$\Omega$') # lr = omega*t -> adimensional time
ax.set_ylabel(r'$\phi$') # lx -> phase
ax.set_zlabel(r'$\hat{a}$') # signal amplitude
fig.tight_layout()

def add_betab_to_plot(tooth, ax ,geardata=geardata):
def add_text_and_line(lr_oben, lx_oben, lr_unten, lx_unten ,text_place , ax=ax):
    ax.plot([lr_oben,lr_unten],[lx_oben,lx_unten], marker="x",color="r",alpha=1)
    ax.text(text_place[0], text_place[1], r'$\beta_b$', transform=ax.transAxes,
        fontsize=18,color="r")
    lx_oben=np.max(tooth['lr_lx_meshgrid'][1])
    lx_unten=np.min(tooth['lr_lx_meshgrid'][1])
    if geardata["flank"]*geardata["hand"]==(-1):
        lr_oben=np.max(tooth['lr_lx_meshgrid'][0])
        text_place =[0.87, 0.93]
    else:
        lr_oben=np.min(tooth['lr_lx_meshgrid'][0])
        text_place =[0.05, 0.93]
    ##take abs of p_bt t avoid XOR-logic
    lr_unten = lr_oben + np.abs(geardata["p_bt"]*geardata["e_beta"])*geardata["flank"]*
        geardata["hand"]
    add_text_and_line(lr_oben, lx_oben, lr_unten, lx_unten ,text_place)

def plot_contourf(tooth, inspection_height=None, inspection_diameter=None, geardata=
geardata ,config=None):
    """plotte Einzelzahn-Topografie als 2D-Colourplot"""
    from matplotlib.colorbar import Colorbar
    #set default values for vertical lines
    if inspection_diameter==None:
        inspection_diameter = geardata["d"]
    if inspection_height==None:
        inspection_height = geardata["b"]/2

    # Set up the axes with gridspec
    fig= plt.figure("Zahnnummer " + str(tooth["toothnumber"]), figsize=(8, 7)); row_colm=20
    ###define grid-for plotting and dependcies
    grid = plt.GridSpec(row_colm, row_colm, hspace=0.1, wspace=0.1)
    Topoplot = fig.add_subplot(grid[: -2, 2:(row_colm-2)]) # yticklabels=[]
    lead_plot = fig.add_subplot(grid[: -2, 0:2], sharey=Topoplot) #xticklabels=[],
    profile_plot = fig.add_subplot(grid[-2:, 2:-2], sharex=Topoplot) #yticklabels=[],
    colourplot= fig.add_subplot(grid[: -2, -1])

    #Formatting of axis
    Topoplot.spines['bottom'].set_visible(False)
    Topoplot.spines['left'].set_visible(False)
    Topoplot.tick_params('x', labelsz=1,labelbottom=False)
    Topoplot.tick_params('y', labelsz=1,labelbottom=False)
    plt.setp(Topoplot.get_xticklabels(), alpha=0.0001)
    lead_plot.tick_params(direction="in")
    lead_plot.set_axisbelow(True)
    profile_plot.tick_params(direction="in")

```

```

###plotte Colourplot
limits= [np.min(tooth['topographie'])*1.1 ,np.max(tooth['topographie'])*1.1]
contourplot = Topoplot.contourf(tooth['lr_lx_meshgrid'][0], tooth['lr_lx_meshgrid'][1],
    tooth['topographie'],
    cmap=cm.get_cmap("Greys_r"), levels=200)

##### Formatierung des Graph #####
lead_plot.set_ylabel(r'$lx$', fontsize=12)
profile_plot.set_xlabel(r'$lr$', fontsize=12)
add_betab_to_plot(tooth, Topoplot)
lr_limits=get_limits(tooth,"lr")
lx_limits=get_limits(tooth,"lx")
profile_x, profile_y = get_profilearray_at_height(tooth, inspection_height)
profile_plot.yaxis.tick_right()
profile_plot.plot(profile_x, profile_y, color="C0")
profile_plot.xaxis.grid(linestyle="--", alpha=0.3)
profile_plot.set_ylim(limits)
profile_plot.axhline(y=0, color='k', linestyle='-', alpha=0.1)
profile_plot.axvline(x=profile_x[0]+geardata["p_bt"], color='k', linestyle='-', alpha
    =0.6)
lead_y,lead_x=get_leadarray_at_diameter(tooth,inspection_diameter)
lead_plot.xaxis.tick_top()
lead_plot.plot(lead_x, lead_y, color="C2")
lead_plot.yaxis.grid(linestyle="--", alpha=0.3)
lead_plot.set_xlim([x for x in limits])
lead_plot.axvline(x=0, color='k', linestyle='-', alpha=0.1)

if geardata["hand"]==(-1):
    lx_limits= lx_limits[:-1]
if geardata["flank"]==(-1):
    lr_limits =lr_limits[:-1]

lead_plot.axhline(y=lx_limits[0] - geardata["p_x"], color='k', linestyle='-', alpha
    =0.6)
lr_at_diameter =calc_lr_at_diameter(inspection_diameter, tooth)
lx_at_height = calc_axial_height_from_measurement_height(inspection_height,tooth)
Topoplot.plot(list(lr_limits),[lx_at_height,lx_at_height],marker=".",color="C0",alpha
    =1)
Topoplot.plot([lr_at_diameter, lr_at_diameter],list(lx_limits),marker=".",color="C2",
    alpha=1)
cb = Colorbar(ax = colourplot, mappable = contourplot, orientation = 'vertical')
fig.suptitle("Zahnnummer: " + str(tooth["toothnumber"]) , fontsize=18)
links, rechts = "Zahnfuß", "Zahnkopf"
if geardata["flank"] == (-1):
    links, rechts = rechts, links
oben, unten= "oben", "unten"
if geardata["hand"] == (-1):
    oben, unten = unten, oben
Topoplot.text(0.22,0.88,links, horizontalalignment='left', verticalalignment='bottom',
    family='serif', transform=fig.transFigure, fontsize=11)
Topoplot.text(0.81,0.88,rechts, horizontalalignment='right', verticalalignment='bottom',
    family='serif', transform=fig.transFigure, fontsize=11)
Topoplot.text(0.827,0.865,oben, horizontalalignment='left', verticalalignment='top',
    family='serif', rotation='vertical', transform=fig.transFigure, fontsize=11)
Topoplot.text(0.827,0.21,unten, horizontalalignment='left', verticalalignment='bottom',
    family='serif', rotation='vertical',transform=fig.transFigure, fontsize=11)
if "order_and_angle" in config.keys() and len(config["order_and_angle"])==1:
    Topoplot.text(0.99,0.98, str(config["order_and_angle"][0][0]) + " : Ordnung",
        horizontalalignment='right', verticalalignment='top', transform=fig.transFigure
        , fontsize=11)
    Topoplot.text(0.99,0.95, str(np.round(config["order_and_angle"][0][1],1)) +r"° :
        Winkel", horizontalalignment='right', verticalalignment='top', transform=fig.
        transFigure, fontsize=11)

```

```

    Topoplot.text(0.99,0.92, str(np.round(config["order_and_angle"][0][2],1)) +r" µm:
    Amplitude", horizontalalignment='right', verticalalignment='top', transform=fig
    .transFigure, fontsize=11)
plt.show()
fig.canvas.draw()
fig.canvas.flush_events()
plt.show(block=False)

def add_profile_data(tooth, all_profile_data, anzrot=0, geardata=geardata):
    data = list(zip(tooth["profile"][0]+anzrot*geardata["Lr"], tooth["profile"][1]))
    all_profile_data.append(data)

def add_lead_data(tooth, all_lead_data, anzrot=0, geardata=geardata):
    data = list(zip(tooth["lead"][0]+anzrot*geardata["Lx"], tooth["lead"][1]))
    all_lead_data.append(data)

def amps_plot(ax, orders, amps, threshold, z, ymax=None, plot_xlabel=False, typ_flanke=
False):
    """ Plotte ORdnungsspektrum """
    idx_al_above_th = np.where(amps >= threshold)[0]
    idx_al_below_th = np.where(amps < threshold)[0]
    nordidc = np.array([i for i in range(len(orders)) if (orders[i] % int(z) == 0)])
    color_ = "C0"
    if typ_flanke:
        color_ = "C2"
    for i in range(1,np.max(orders)//z+1):
        ax.axvline(x=orders[(z*i)-1]-0.4, ymin=0, ymax=np.max(orders)+0.1, color='k',
        linestyle=(0, (5, 20)), linewidth=0.7)
    ax.bar(orders[idx_al_above_th] - 0.4, amps[idx_al_above_th], 0.8, color=color_)
    ax.bar(orders[idx_al_below_th] - 0.4, amps[idx_al_below_th], 0.8, color="C7")
    ax.bar(orders[nordidc] - 0.4, amps[nordidc], 0.8, color="C1")
    ax.yaxis.grid()
    ax.set_ylabel(u"Amplitude in µm")
    if plot_xlabel:
        ax.set_xlabel("Ordnung")
    isort = np.argsort(amps)
    amps = amps[isort][::-1]
    orders = orders[isort][::-1]
    for i in range(len(orders)):
        if amps[i] * 1e3 > threshold and orders[i] not in nordidc:
            # pass
            ax.text(orders[i] - 0.5, amps[i] + 0.02, "{0:d}".format(orders[i]),
            horizontalalignment="center")
        if i > 15:
            break
    ax.set_ylim((0, ymax))
    ax.set_xlim((0, None))

def plot_all_profiles_and_leads(all_teeth, dist=2, geardata=geardata):
    fig = plt.figure(figsize=(15,6))
    ps = fig.add_subplot(121)
    ls = fig.add_subplot(122)

    for tooth in all_teeth:
        lr_local = np.linspace(0,np.abs(geardata['Lr_zahn']),len(tooth["profile"][0]))
        ps.plot(lr_local, tooth["toothnumber"] * dist + tooth["profile"][1])
        ps.annotate(str(tooth["toothnumber"]), # this is the text
        (geardata['Lr_zahn']+0.2, tooth["toothnumber"] * dist + tooth["profile
        "][1][-1])) # horizontal alignment can be left, right or center
        lx_local = np.linspace(0,np.abs(geardata['b']),len(tooth["lead"][0]))
        ls.plot(tooth["toothnumber"] * dist + tooth["lead"][1], lx_local)
        ls.annotate(str(tooth["toothnumber"]), # this is the text
        (tooth["toothnumber"] * dist + tooth["lead"][1][-1], geardata['b']+ 0.2)) #
        horizontal alignment can be left, right or center

```

```
ls.set_ylabel(u"Zahnbreite in mm")
ls.set_xlabel(u"µm")
ls.set_title("Flankenlinien")
#ps.invert_xaxis()
ls.grid(True)
ps.set_xlabel(u"Wälzweg in mm")
ps.set_ylabel(u"µm")
ps.set_title("Profillinien")
#ps.invert_xaxis()
ps.grid(True)
fig.tight_layout()
```

---

## Funktionen für geardata

---

```

import numpy as np
deg2rad = np.pi/180

def get_gear_data():
    geardata={}
    geardata['flank'] =1 # 1->right-flank // -1->left-flank
    geardata['beta'] = 33
    geardata['mm'] = 2.28
    geardata['Z'] = 43
    geardata['b'] =18.5
    geardata['alpha_n'] = 19

    if geardata['beta']>0:
        geardata['hand'] =1 #rechtssteigend
    elif geardata['beta']<0:
        geardata['hand'] =-1 #linkssteigend
    else:
        geardata["hand"] = 0 #Geradverzahnung
    ###Winkel
    geardata['alpha_t'] = np.arctan(np.tan(geardata['alpha_n']*deg2rad)/np.cos(geardata['beta']*deg2rad))/deg2rad
    geardata['beta_b'] = np.arctan(np.tan(geardata['beta']*deg2rad)*np.cos(geardata['alpha_t']*deg2rad))/deg2rad
    ###Durchmesser
    geardata['db'] = geardata['Z']*geardata['mm']*np.cos(geardata['alpha_t']*deg2rad)/np.abs(np.cos(geardata["beta"]*deg2rad))
    geardata['d'] = geardata['Z']*geardata['mm']/np.abs(np.cos(geardata["beta"]*deg2rad))
    geardata['da'] = geardata['d'] + geardata["mm"]*2
    geardata['df'] = geardata['d'] - geardata["mm"] *2
    ###Waelzlaengen
    geardata['Lr_zahn'] = np.sqrt((geardata['da']/2)**2 - (geardata['df']/2)**2)*geardata['flank']
    geardata['Lr_db_to_df'] = np.sqrt(geardata['df']**2/4-geardata['db']**2/4)*geardata['flank']
    geardata['Lx'] = geardata['Z']*geardata['mm']*np.pi/np.sin(np.abs(geardata['beta'])*deg2rad)*geardata['hand']*(-1)
    geardata['Lr'] = np.pi*geardata['db']*geardata['flank']
    ### Teilungen
    geardata['p_bt'] = geardata['mm']*np.pi/np.cos(np.abs(geardata['beta'])*deg2rad)*np.cos(geardata['alpha_t']*deg2rad)*geardata['flank']
    geardata['p_x'] = geardata['Lx']/geardata['Z']
    geardata['e_beta'] = np.abs(geardata['b']*np.tan(np.abs(geardata['beta_b'])*deg2rad))/(geardata['p_bt'])
    geardata['e_p'] = np.abs(geardata['Lr_zahn']/(geardata['Lr']/geardata['Z']))
    def calc_lx_begin(geardata=geardata):
        lx_offset = 0
        if geardata["e_beta"]>=1:
            lx_offset = geardata["p_x"]*(geardata["e_beta"]-1)
        lx_begin = geardata["Lx"] + lx_offset
        return lx_begin
    geardata["Lx_begin"] = calc_lx_begin()
    return geardata
geardata = get_gear_data()

```

---

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Erzeugungsprinzip einer Evolvente und Bezug zum Wälzweg . . . . .	3
2.2	Grundzylinder mit Evolventenschraubenfläche und Erzeugender nach [DIN87]	5
2.3	Steighöhe $p_z$ nach [DIN07] . . . . .	5
2.4	Kontaktbedingungen von Stirnradverzahnungen im Zahneingriff [FA04] . . . .	7
2.5	Gestaltabweichungen nach DIN4760 [DIN82] . . . . .	9
2.6	Ermittlung der Profilabweichungen aus der Verzahnungskontur [VDI18, Bild13]	10
2.7	taktile Verzahnungsmessung nach [VDI18] . . . . .	12
2.8	Achsen im Wälzschleifprozess [KB17] . . . . .	12
2.9	Schallentstehungskette nach FÖLLER [Rad07] . . . . .	13
2.10	Anregungsmechanismen im Zahneingriff nach [KB17, Kah21] . . . . .	14
2.11	Parametererregung nach Linke [Lin12, Rad07, Mic12] . . . . .	15
2.12	Kinematik des Wälzschleifen von Stirnradverzahnungen nach TÜRICH [Tür02]	17
2.13	vereinfachte Berührung im Wälzschleifprozess mit Schwingungsüberlagerung .	18
2.14	Erzeugungsberührspur im Wälzschleifen an rechtssteigendem Zahnrad . . . . .	19
2.15	Zahnflankenwelligkeiten bei ganzzahliger Schwingungsanregung . . . . .	20
2.16	wälzkorrekte Aneinanderreihung der Profillinien im Wälzweg . . . . .	21
2.17	Aneinanderreihung der Profil- und Flankenlinie aus der Zahnflankentopographie	22
3.1	Untersuchung von Welligkeiten in der VDI3336 aus 1972 [VDI72] . . . . .	24
3.2	Ursachen von Welligkeiten auf Zahnflanken nach RANK und DESCHER [GK] . .	25
3.3	erzeugte Zahnflankentopographie bei überlagerter Schwingung in den verschie-	
	denen Freiheitsgraden [Kim20] . . . . .	26
3.4	Entstehung des axialen Fehlermuster [Kah21] . . . . .	27
3.5	Topographie und Profilordnung für nichtganzzahlige X-Schwingung [BKG <sup>+</sup> 21]	27
3.6	Topographie (linke und rechte Flanke) bei 5-gängiger Schnecke mit Teilungs-	
	fehler [Kim20] . . . . .	28
3.7	Welligkeitsauswertung für taumelndes mehrgängiges Werkzeug a) mit teilbarer	
	Zähnezahl $z_w/z_T = 20/4 = 5$ und b) mit nicht teilbaren Zähnezahlverhältnis oder	
	gemeinsamen Teiler . . . . .	29
3.8	Auswertung nach Houjoh [HRM07] . . . . .	29
3.9	Vorgehen der Welligkeitsanalyse nach Gravel [GK] . . . . .	31
3.10	Überlagerung berechneter Welligkeiten über realen Messdaten [Gra12] . . . .	31
3.11	Profilordnungen aus Abb. 3.5 und berechnete Drehwegabweichung [BKD21,	
	Kim20] . . . . .	33
4.1	Programmablaufplan der elementaren Funktionen des erstellten Programms .	35
4.2	Matrizenschreibweise zur Beschreibung der Zahnflankenkoordinaten . . . . .	38
4.3	Verzerrte Darstellung von flächigen Zahnflankenabweichungen . . . . .	39
4.4	Flankenlinienprojektion . . . . .	40
4.5	verzerrte Wellenzahl in der Topographie . . . . .	40
4.6	Überlagerung einfacher Welligkeit . . . . .	41

4.7	Unterscheide der Aneinanderreihung in beiden Auswertemethoden . . . . .	44
4.8	Programmablaufplan des Sinusschätzer-Algorithmus . . . . .	45
4.9	Vollständige Welligkeitsanalyse für Verzahnung mit Breitenballigkeit von 1 $\mu\text{m}$ . . . . .	47
5.1	Rekonstruktion der Abweichung aus dem Ergebnis der Welligkeitsanalyse an der Welligkeit $[O, \beta_w, Amp] = [20, \beta_b, 1]$ . . . . .	49
5.2	Informationsverlust der Schrägungswinkel-Vorzeichen in Profil/Flankenlinie . . . . .	50
5.3	Phasenunterschiede der eingeschätzten Welligkeit zwischen Profil- und Flankenlinie . . . . .	51
5.4	Ordnungen durch Teilungsfehler <i>links</i> : random    <i>rechts</i> : 1.Ordnung . . . . .	52
5.5	Welligkeitsanalyse für reine Profilwelligkeiten $[O_P, O_F, Amp] = [45, 0, 1]$ . . . . .	54
5.6	Einfluss von Profilwelligkeiten mit variabler Ordnung auf die Welligkeitsanalyse . . . . .	54
5.7	Einfluss periodischer Phasenabweichungen auf die Ordnungsspektren . . . . .	55
5.8	Ordnungsspektren bei variabler Ordnung mit $[O, \beta_w, Amp] = [O, \beta_b, 1]$ . . . . .	56
5.9	Einfluss der Sprungüberdeckung $\varepsilon_\beta = 1.41; 2.0; 4.56$ und Welligkeitsordnung $O = 2; 11; 20$ unter $\beta_b \hat{=}$ Kontaktlinie auf die ermittelte Ordnungsamplitude . . . . .	57
5.10	Topographie und Ordnungsspektrum bei $O = 57$ unter $\beta_b$ . . . . .	58
5.11	Aneinandergereihte Profil und Flankenlinie für $O = 57$ unter $\beta_b$ . . . . .	58
5.12	Ordnungsamplituden bei Variation des Welligkeitswinkel für die 1. Zahneingriffsordnung . . . . .	58
5.13	Ordnungsamplituden bei Variation des Welligkeitswinkel für die $O = 57$ . . . . .	59
5.14	Welligkeitsanalyse für $[O, \beta_w, Amp] = [57, +21, 1]$ . . . . .	60
5.15	Einfluss der Fehlerquadrate mit Sinusschätzer-Typ = „none“ ( $\varepsilon_\beta = 1.41$ ) . . . . .	61
5.16	Einfluss der Fehlerquadrate mit Sinusschätzer-Typ = „none“ ( $\varepsilon_\beta = 1$ ) . . . . .	63
5.17	Vergleich der Flankenlinienordnungen bei Sinusschätzer-Typ „none“ & „subtract“ für $O = 2; 57$ . . . . .	63
5.18	Einfluss der Fehlerquadrate mit Sinusschätzer-Typ = „subtract“ ( $\varepsilon_\beta = 1.41$ ) . . . . .	64
5.19	Entstehung von asymmetrischen Seitenbändern bei gedrehten Welligkeiten . . . . .	65
5.20	Ordnungsspektrum der geschliffenen Verzahnung nach Parametern aus Tab. 5.3 . . . . .	66
5.21	einzelne Zahnflankentopographie der geschliffenen Verzahnung aus Abb. 5.20 . . . . .	67
6.1	Welligkeitswinkel aus zwei versetzten Profillinien ermitteln . . . . .	70
6.2	Schnittpunkt der Profil- und Flankenlinie bei Welligkeiten entlang des Kontaktpfads . . . . .	70
6.3	Auswertemethode der <i>oberen Einhüllenden</i> für $[O, \beta_w, Amp] = [57, \beta_b, 1]$ und zusätzlichen Flankenlinienfehler (5 $\mu\text{m}$ ) . . . . .	71
A.1	Aneinanderreihung der Topographie entlang der Steighöhe und dem Wälzweg . . . . .	x
A.2	Einfluss von reinen Flankenwelligkeiten auf die Ordnungsanalyse . . . . .	xi
A.3	Welligkeiten nach der Methode “order_and_angle“ . . . . .	xi
A.4	Einfluss der Sprungüberdeckung $\varepsilon_\beta = 0.53; 1.41; 2.0; 2.28; 4.56$ und Welligkeitsordnung $O = 2; 11; 20; 53; 71$ unter $\beta_b \hat{=}$ Kontaktlinie auf die ermittelte Ordnungsamplitude der Flankenlinie . . . . .	xii
A.5	Eierkartonmuster aus einzelner Profil- und Flankenwelligkeit mit $O_{P,F} = 57$ . . . . .	xiii
A.6	Profilwelligkeit $[O_P, O_F, Amp] = [45, 0, 1]$ mit 1 $\mu\text{m}$ Zufallsfehler . . . . .	xiii
A.7	Ergebnisse der Welligkeitsanalyse für $[O, \beta_w, Amp] = [57, -21, 1]$ . . . . .	xiv

A.8	Aneinanderreihung der realen Messwerte aus Abschnitt 5.5 . . . . .	xv
A.9	Phasenverschiebung von Zahn zu Zahn für $O = 43$ und $\beta_w = \pm 41 \text{ deg}$ . . . . .	xvi

## Tabellenverzeichnis

5.1	Verzahnungsdaten des Beispiel-Zahnrad . . . . .	48
5.2	Standard-Einstellungen im Programm . . . . .	48
5.3	Schwingungs- und Prozessparameter im Schleifprozess . . . . .	66

# Literaturverzeichnis

- [AS17] ANDREAS E. MEHR ; SCOTT YODERS: Efficient hard finishing of asymmetric tooth profiles and topological modifications by generating grinding. In: *Gear Technology* (2017), Nr. August 2017, 76–83. <https://www.geartechnology.com/issues/0817x/asymmetric-grinding.pdf>
- [BKD19] BÖTTGER, Jonas ; KIMME, Simon ; DROSSEL, Welf-Guntram: Simulation of dressing process for continuous generating gear grinding. In: *Procedia CIRP* 79 (2019), S. 280–285. <http://dx.doi.org/10.1016/j.procir.2019.02.067>. – DOI 10.1016/j.procir.2019.02.067. – ISSN 22128271
- [BKD21] BÖTTGER, Jonas ; KIMME, Simon ; DROSSEL, Welf-Guntram: Characterization of vibration in continuous generating grinding and resulting influence on tooth flank topography and gear excitation. In: *Procedia CIRP* 99 (2021), S. S.208–213. <http://dx.doi.org/10.1016/j.procir.2021.03.029>. – DOI 10.1016/j.procir.2021.03.029. – ISSN 22128271
- [BKG<sup>+</sup>21] BÖTTGER, Jonas ; KIMME, Simon ; GENTZEN, Jens ; PUTZ, Matthias ; DROSSEL, Welf-Guntram: In-process evaluation of continuous generating gear grinding for maintaining workpiece quality and acoustic behavior of gear wheels. In: *Engineering Reports* (2021). <http://dx.doi.org/10.1002/eng2.12349>. – DOI 10.1002/eng2.12349. – ISSN 2577–8196
- [CHR17] CHRISTIAN DIETZ: *Numerische Simulation des kontinuierlichen Wälzschleifprozesses unter Berücksichtigung des dynamischen Verhaltens des Systems Maschine-Werkzeug*, ETH Zürich, Dissertation, 2017. <https://doi.org/10.3929/ethz-b-000171605>
- [Dal87] DALE A.K.: Gear noise and the sideband phenomenon. In: *Gear Technology* (1987), Nr. February 1987, S. 26–33. <http://www.geartechnology.com/issues/0187x/dale.pdf>
- [DIN82] DIN E. V.: *DIN 4760:1982-06 / Gestaltabweichungen; Begriffe, Ordnungssystem*
- [DIN87] DIN E. V.: *DIN 3960: 1987-03 / - Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare) mit Evolventenverzahnung*. Berlin, März 1987
- [DIN07] DIN E. V.: *(ISO\_21771:2007) Zahnräder- Zylinderräder und Zylinderradpaare mit Evolventenverzahnung- Begriffe und Geometrie*
- [DIN13] DIN E. V.: *ISO 1328-1:2018-03 / Zylinderräder- ISO-Toleranzsystem Teil 1: Definitionen und zulässige Werte für Abweichungen an Zahnflanken*
- [DW14] DESCHER, Frank ; WINTER, Wolfgang: Welligkeitsmessung an Sitrnradverzahnungen in der Serienfertigung: Vortragspräsentation. In: VDI VERLAG GMBH (Hrsg.): *5. VDI-Fachtagung Verzahnungsmesstechnik 2014*. VDI Verlag GmbH, 2014

- [FA04] FAYDOR L. LITVIN ; ALFONSO FUENTES: *Gear geometry and applied theory*. 2nd ed. Cambridge : Cambridge University Press, 2004. – ISBN 978–0–511–23000–4
- [FO69] FAULSTICH, Hans-Ingo ; OPITZ, Herwart: *Zusammenhänge zwischen Einzelfehlern, Einflanken-Wälzfehler und Tragbild evolventenverzahnter Stirnräder*. Wiesbaden : VS Verlag für Sozialwissenschaften, 1969 (Forschungsberichte des Landes Nordrhein-Westfalen). <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-663-20247-9>. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-663-20247-9>. – ISBN 9783663202479
- [Gen10] GENUIT, Klaus (Hrsg.): *Sound-Engineering im Automobilbereich: Methoden zur Messung und Auswertung von Geräuschen und Schwingungen*. Springer Berlin Heidelberg, 2010 <http://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-epflicht-1513555>. – ISBN 9783642014154
- [GK] GRAVEL, Günther ; KAHNENBLEY, Thies: Dem Geräusch auf der Spur – Welligkeiten auf Zahnflanken und ihre Ursachen. [https://www.ggravel.de/files/downloads/Vortrag\\_Dem\\_Ger--usch\\_auf\\_der\\_Spur.pdf](https://www.ggravel.de/files/downloads/Vortrag_Dem_Ger--usch_auf_der_Spur.pdf). In: *GETPRO Kongress 2017*
- [GNPG17] GOCH, Gert ; NI, Kang ; PENG, Yue ; GUENTHER, Anke: Future gear metrology based on areal measurements and improved holistic evaluations. In: *CIRP Annals* 66 (2017), Nr. 1, S. 469–474. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cirp.2017.04.046>. – DOI 10.1016/j.cirp.2017.04.046. – ISSN 00078506
- [Gol20] GOLDFARB, Veniamin: *Mechanisms and Machine Science Ser. Bd. v.81: New Approaches to Gear Design and Production*. Springer International Publishing AG, 2020 <https://ebookcentral.proquest.com/lib/kxp/detail.action?docID=6028155>. – ISBN 9783030349455
- [Graa] GRAVEL, Günther: *Analysis of gear measurement to solve noise problems in gear boxes: 2016*. [http://www.ptuv.de/files/downloads/solve\\_noise\\_problems\\_gear\\_box\\_2016.pdf](http://www.ptuv.de/files/downloads/solve_noise_problems_gear_box_2016.pdf)
- [Grab] GRAVEL, Günther: *Simulation als Unterstützung der Welligkeitsanalyse: Untersuchung von geometrischen Abhängigkeiten und Fertigungseinflüssen - 2014 Folien*
- [Grac] GRAVEL, Günther ; GRAVEL, Günther (Hrsg.): *Simulation und Korrektur von Fertigungsabweichungen: Qualitätsregelkreis Zahnradproduktion - 2010*. [https://www.ggravel.de/files/downloads/Vortrag\\_Qualit--tsregelkreis.pdf](https://www.ggravel.de/files/downloads/Vortrag_Qualit--tsregelkreis.pdf)
- [Gra07] GRAVEL, Günther: Verzahnungsabweichungen sicher Beurteilen und Korrigieren: Würzburg. In: *GETPRO Kongress*. 2007
- [Gra09] GRAVEL, Günther: *Bestimmung von Welligkeiten auf Zahnflanken*. [https://www.ggravel.de/files/downloads/Vortrag\\_welligkeit.pdf](https://www.ggravel.de/files/downloads/Vortrag_welligkeit.pdf). Version: März 2009 (GETPRO Kongress)
- [Gra12] GRAVEL, Günther: Analysis of ripple on noisy gears. In: *AGMA Technical Meeting Bd. 2012 Dredborn*, 2012 (AGMA Technical Meeting)
- [Gra13] GRAVEL, Günther: *Simulation von Abweichungen beim Wälzfräsen und Wälzschleifen*. [https://www.haw-hamburg.de/fileadmin/ti-mp/bilder/ipt/schwerpunkte/vortrag\\_waelzsimulation.pdf](https://www.haw-hamburg.de/fileadmin/ti-mp/bilder/ipt/schwerpunkte/vortrag_waelzsimulation.pdf). Version: 2013 (GETPRO Kon-

- gress)
- [Gra15] GRAVEL, Günther: Simulation of Hobbing and Generation Grinding to Solve Quality and Noise Problems. Version: 2015. [http://www.ptuv.de/files/downloads/simulation\\_to\\_solve\\_quality\\_and\\_noise\\_problems.pdf](http://www.ptuv.de/files/downloads/simulation_to_solve_quality_and_noise_problems.pdf). In: AMERICAN GEAR MANUFACTURERS ASSOCIATION (Hrsg.): *AGMA Fall Technical Meeting* Bd. 15FTM12. 2015. – ISBN 978–1–55589–023–0
- [Gra20] GRAVEL, Günther: *Ursachensuche geräuschanregender Welligkeiten an Zahnrädern: Web-Seminar - FVA 733 II*. <https://reposit.haw-hamburg.de/handle/20.500.12738/10658>. Version: 2020
- [GS] GRAVEL, Günther ; SEEWIG, Jörg: *Welligkeitsanalyse von Verzahnungsmessungen*. [https://www.ggravel.de/files/downloads/Vortrag\\_Simulation\\_von\\_Welligkeiten.pdf](https://www.ggravel.de/files/downloads/Vortrag_Simulation_von_Welligkeiten.pdf)
- [Her21] HERMANN J. STADTFELD: Psychoacoustics Applied to eDrive Noise Reduction. In: *Gear Technology* (2021), Nr. July, 48–54. <https://www.geartechnology.com/issues/0521x/psychoacoustics.pdf>
- [HRM07] HOUJOH, Haruo ; RATANASUMAWONG, Chanat ; MATSUMURA, Shigeki: Utilization of Synchronous Averaging for Inspection of Tooth Surface Undulations on Gears (Localization of Nonmesh Harmonic Components to Individual Gear). In: *Journal of Applied Mechanics* 74 (2007), Nr. 2, S. 269–278. <http://dx.doi.org/10.1115/1.2198248>. – DOI 10.1115/1.2198248. – ISSN 0021–8936
- [Ing] INGO FAULSTICH: *Considerations on Gear-Deviations and Noise Excitation*. Ludwigsbuurg,
- [Kah21] KAHNENBLEY, Thies: *Ursachen für Welligkeiten bei Stirnrädern und ihre Vermeidung*, Helmut-Schmidt-Universität Hamburg, Dissertation, 2021. <http://dx.doi.org/10.24405/12026>. – DOI 10.24405/12026
- [KB17] KLOCKE, Fritz ; BRECHER, Christian: *Zahnrad- und Getriebetechnik: Auslegung - Herstellung - Untersuchung - Simulation*. München : Hanser, 2017. – ISBN 9783446431409
- [KDDa] KIMME, Simon ; DROSSEL, Welf-Guntram ; DECKER, Harald ; AL, et: *Auswirkung von Maschinenschwingungen auf die Zahnradherstellung: Mai 2016*. Darmstadt, (VDI Wissensforum)
- [KG] KAHNENBLEY, Thies ; GRAVEL, Günther: Zahnradnormale für die sichere Messung geräuschverursachender Welligkeiten: Forschungsvorhaben Nr. 733 I. In: *FVA Heft* Bd. Nr: 1308 , 2018
- [KG17] KAHNENBLEY, Thies ; GRAVEL, Günther: Neue Entwicklungen zur Welligkeitsanalyse akustisch auffälliger Verzahnungen: Vortragsunterlagen. In: *6. Fachtagung Verzahnungsmesstechnik 2017*. Düsseldorf : VDI Verlag GmbH, 2017 (VDI-Berichte). – ISBN 9783180923161
- [KG19] KAHNENBLEY, Thies ; GRAVEL, Günther: Gear standards for reliable measurement of noise-causing tooth flank ripples. In: *Forschung im Ingenieurwesen* 83 (2019),

- Nr. 3, S. 537–543. <http://dx.doi.org/10.1007/s10010-019-00366-1>. – DOI 10.1007/s10010-019-00366-1. – ISSN 0015-7899
- [KG21] KAHNENBLEY, Thies ; GRAVEL, Günther: Vom Geräusch zur Ursache: Entstehung von Welligkeiten auf Verzahnungen: VDI-Berichte Nr. 2393. Version: 2021. <http://dx.doi.org/10.51202/9783181023938-69>. In: *Verzahnungsmesstechnik 2021*. Düsseldorf : VDI-Verlag GmbH, 2021 (VDI-Berichte). – DOI 10.51202/9783181023938-69. – ISBN 9783181023938, S. 69–82
- [Kim20] KIMME, Simon: *Simulation des Wälzschleifens und dessen Einfluss auf die Flankentopografie und Verzahnungsakustik*, Technische Universität Chemnitz, Dissertation, 2020. <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:ch1-qucosa2-715311>
- [Kli21] KLINGELNBERG AG: *DIMECON - Ursachen von Verzahnungsgeräuschen*. 17.11.2021 (DIMECON Webinar Klingelberg)
- [Kol06] KOLLMANN, Franz G.: *Praktische Maschinenakustik*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2006 (SpringerLink Bücher). <http://dx.doi.org/10.1007/3-540-30975-6>. <http://dx.doi.org/10.1007/3-540-30975-6>. – ISBN 9783540309758
- [Lin12] LINKE, Heinz: *Zahnräder und Zahnradgetriebe*. Version: 2012. [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-24303-5\\_6](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-24303-5_6). In: STEINHILPER, Waldemar (Hrsg.) ; SAUER, Bernd (Hrsg.) ; ALBERS, Albert (Hrsg.): *Konstruktionselemente des Maschinenbaus 2*. Springer Berlin Heidelberg, 2012 (Springer-Lehrbuch). – DOI 10.1007/978-3-642-24303-5\_6. – ISBN 978-3-642-24302-8, S. 369–569
- [Mic12] MICHAEL KARL HEIDER: *Schwingungsverhalten von Zahnradgetrieben: Beurteilung und Optimierung des Schwingungsverhaltens von Stirnrad und Planetengetrieben: Dissertation*. 2012 <https://mediatum.ub.tum.de/1109949>. – ISBN 978-3-8439-0767-5
- [NPSG19] NI, Kang ; PENG, Yue ; STÖBENER, Dirk ; GOCH, Gert: *Cylindrical Gear Metrology*. Version: 2019. [http://dx.doi.org/10.1007/978-981-10-4938-5\\_9](http://dx.doi.org/10.1007/978-981-10-4938-5_9). In: GAO, Wei (Hrsg.): *Metrology*. Singapore : Springer, 2019 (Springer reference). – DOI 10.1007/978-981-10-4938-5\_9. – ISBN 978-981-10-4937-8, S. 277–306
- [Pap09] PAPULA, Lothar: *Mathematische Formelsammlung für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. 9. Auflage. Wiesbaden : Vieweg + Teubner, 2009 (Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler). – ISBN 9783834801562
- [PBAM20] PAUA KETAN ; BHAGATE RAJKUMAR ; ADIGA GANESH ; M. KIRAN: *Ghost Frequency Noise Reduction through Displacement Deviation Analysis*. In: *International Journal of Transport and Vehicle Engineering* Vol14 (2020), Nr. 7, 246–249. <https://publications.waset.org/10011313/ghost-frequency-noise-reduction-through-displacement-deviation-analysis>
- [PCF<sup>+</sup>07] PIERMARIA DAVOLI ; CARLO GORLA ; FRANCESCO ROSA ; FABRIZIO ROSSI ; GIUSEPPE BONI: *Transmission Error and Noise Emission of Spur Gears*. In: *Gear Technology* (2007), Nr. March/April 2007, S. 34–38

- [Rad07] RADEV, Stoyan: *Einfluss von Flankenkorrekturen auf das Anregungsverhalten gerad- und schrägverzahnter Stirnradpaarungen*, Technische Universität München, Dissertation, 2007. <https://mediatum.ub.tum.de/645505>
- [Ran11] RANK BERNHARD: Geräuschanalyse an PKW-Automatikgetrieben in der Praxis. In: *Verzahnungsmesstechnik 2011*. Düsseldorf : VDI-Verlag GmbH, 2011 (VDI-Berichte). – ISBN 9783180921488, S. 195–210
- [Ran14] RANK BERNHARD: Welligkeiten auf Zahnflanken: Ursachen und akustische Auswirkungen. In: *5. Fachtagung Verzahnungsmesstechnik 2014* Bd. VDI-Berichte 2236 - Vortragspräsentation. Düsseldorf : VDI Verlag GmbH, 2014
- [RJBG19] RAPHAEL WAGNER ; JOHANNES GÖLZ ; BENJAMIN HÄFNER ; GISELA LANZA: Funktionsorientierte Qualitätssicherung von Mikrozahnrädern hinsichtlich des Geräuschverhaltens. In: *Technisches Messen* (2019), Nr. 9, S. 469–477. <https://www.degruyter.com/document/doi/10.1515/teme-2019-0090/html>
- [RMH05] RATANASUMAWONG, Chanut ; MATSUMURA, Shigeki ; HOUJOH, Haruo: Inspection of Tooth Surface Geometry by Means of Vibration Measurement (Assessment of Tooth Surface Undulation from Synchronous Averaged Signal and Application of Frequency Response Function). In: *JSME International Journal Series C Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing* 48 (2005), Nr. 4, S. 704–714. <http://dx.doi.org/10.1299/jsmec.48.704>. – DOI 10.1299/jsmec.48.704. – ISSN 1347–538X
- [Rob88] ROBERT E SMITH: The Relationship of measured Gear Noise to measured Gear Transmission Error. In: *Gear Technology* (1988), Nr. January/February 1988, S. S. 39–47
- [SS20] SENTPALI, Stefan ; SINAMBARI, Gh. R.: *Ingenieurakustik: Physikalische Grundlagen, Anwendungsbeispiele und Übungen*. 6. überarbeitete Auflage. Wiesbaden and Heidelberg : Springer Vieweg, 2020 (Springer eBook Collection). <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-658-27289-0>. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-658-27289-0>. – ISBN 9783658272890
- [Tür02] TÜRICH, Antoine: *Berichte aus dem Institut für Fertigungstechnik und Werkzeugmaschinen, Universität Hannover*. Bd. 610: *Werkzeug-Profilherzeugung für das Verzahnungsschleifen: Hannover, Universität., Dissertation*. Düsseldorf : VDI-Verlag, 2002. – ISBN 3183610027
- [Tür10] TÜRICH, Antoine: Producing profile and lead modifications in threaded wheel and profile grinding. In: *Gear Technology* (2010), Nr. January/February 2010, S. 54–62. <http://www.geartechnology.com/issues/0110x/tuerich.pdf>
- [VDI72] VDI: *VDI 3336:1972-07 / Verzahnen von Stirnrädern (Zylinderrädern) mit Evolventenprofil*. Juli 1972
- [VDI18] VDI: *VDI/VDE 2612, 11-2018 / Messen und Prüfen von Verzahnungen: Auswertung von Profil- und Flankenlinienmessungen*. 11-2018