

Mécanique des sols I

- Chapitre I
Propriétés physiques des sols
- Chapitre II
Hydraulique des sols
- **Chapitre III**
Déformations des sols
- Chapitre IV
Résistance au cisaillement des sols



Chapitre III

Déformations des sols

- 1- Contraintes dans les sols**
- 2- Calcul des contraintes dues aux surcharges**
- 3- Compressibilité des sols**
- 4- Calcul du tassement – méthode des couches**
- 5- Théorie de la consolidation de Terzaghi et Frohlich**
- 6- Durée des tassements**
- 7- Consolidation secondaire**
- 8- Dispositions constructives – tassements admissibles**

1. Contraintes dans les sols	2. Calcul des contraintes	3. Compressibilité des sols	4. Calcul du tassement
5. Théorie de la consolidation	6. Durée des tassements	7. Consolidation secondaire	8. Tassements admissibles

Qu'est-ce qu'un tassement ?

Chargement d'un sol

Surplus de contrainte

Déformation verticale → tassements



Conséquences des tassements sur les structures

Types de tassements

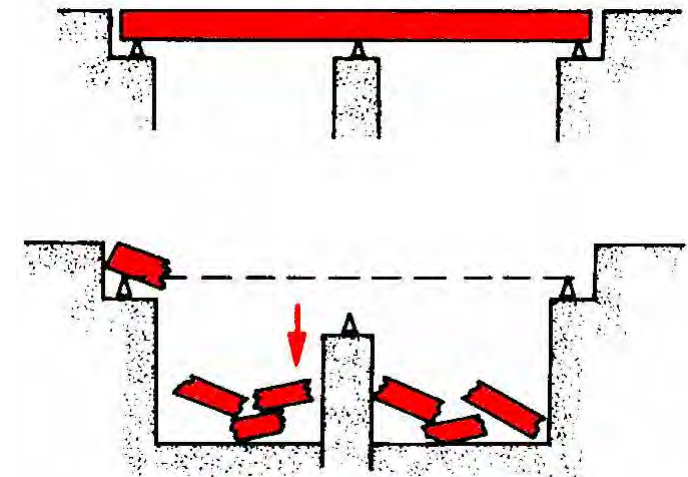
uniformes

- *affectent peu la structure*
- *problèmes de raccordement*

remblai – ouvrage d'art
canalisation – bâtiment

différentiels

- *peuvent entraîner des désordres importants*
- *structure hyperstatique* → tassement entre 2 appuis



Ordre de grandeur des tassements admissibles

Recommandations du 4^{ème} congrès international de Mécanique des Sols (Londres 1956)

Type de mouvement	Le tassement doit être limité pour assurer :	Tassement maximal
Tassement total	le drainage	15 à 30 cm
	la facilité d'accès	30 à 60 cm
	une certaine uniformité du tassement	
	- murs en maçonnerie	2 à 5 cm
	- poutraison	5 à 10 cm
	- silos, cheminées, radiers	8 à 30 cm
Tassements différentiels	stabilité au renversement des cheminées et tours	0,004 B
	circulation d'engins	0,01 L
	stabilité des empilages de marchandises	0,01 L
	fonctionnement des machines lourdes (avec possibilité de réglage ultérieur)	0,003 L à 0,0002 L
	fonctionnement des grues sur rail	0,003 L
	écoulement de l'eau dans les canalisations (attention de ne pas modifier les conditions de l'écoulement)	0,01 L à 0,02 L
	la sécurité à l'égard de la fissuration	
	- grands murs de briques	0,0005 à 0,001L
	- poutres en B.A.	0,0025 à 0,004 L
	- voiles en B.A.	0,003 L
- poutres continues en acier	0,002 L	
- poutres sur appuis simples en acier	0,005 L	

Exemple d'une poutre de 10 mètres

tassement total : 5 à 10 cm

tassement différentiel : 0.0025 à 0.004 L → 2.5 à 4 cm

A quoi sont dus les tassements ?

Phénomène de compressibilité des sols

→ *diminution de volume*

La compressibilité résulte de :

- ~~la déformation des grains de sol~~ → *négligeable*
- la compression de l'air et de l'eau contenus dans les vides
→ *instantanée* → *négligeable*



- l'expulsion de l'eau contenue dans les vides

eau chassée des vides : tassement → *consolidation primaire*

Remarque : importance du temps et de la perméabilité des sols



- la compression du squelette solide

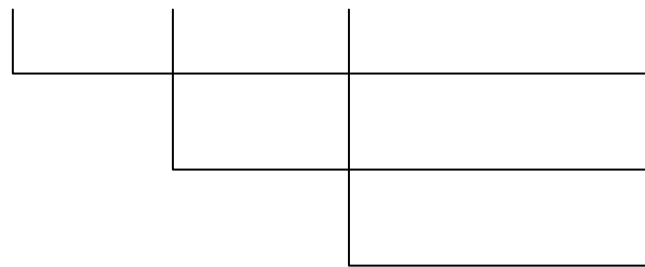
réarrangement des particules → *consolidation secondaire*



Composantes du tassement

Tassement total (S_t)

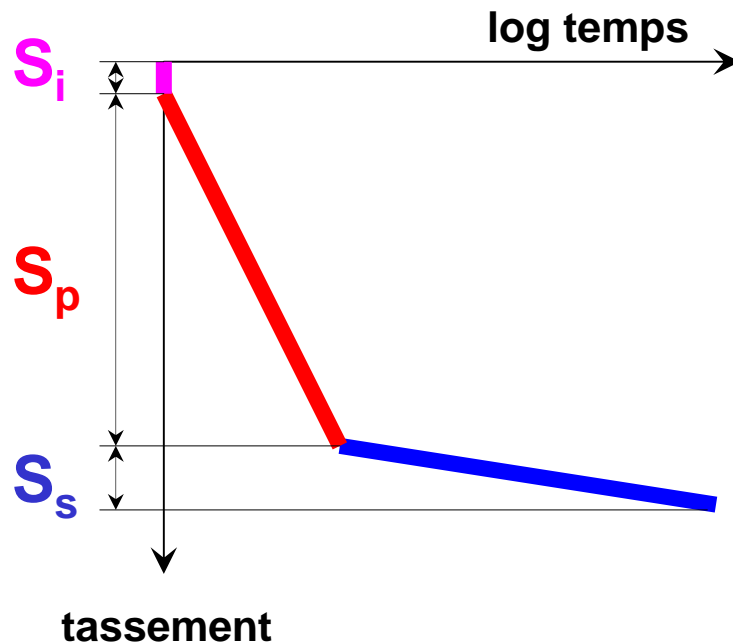
$$S_t = S_i + S_p + S_s$$



tassement immédiat

tassement de consolidation primaire

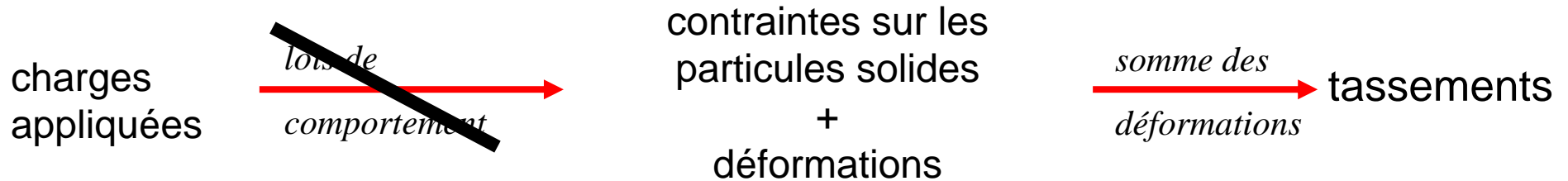
tassement de consolidation secondaire



- le plus important
- dépend fortement du temps
- peu compressible
- très long terme (des sols fins saturés)
- fluage du squelette solide
- évalué par la théorie de l'élasticité du volume en fonction du temps d'une couche de sol saturé sous l'action d'une contrainte constante

Méthode d'obtention des tassements

Si les lois de comportement étaient connues



Principe de calcul du tassement total

(a) charges

charges appliquées



contraintes à la profondeur où on veut calculer le tassement

(b) déformations

étude expérimentale du sol



calcul du tassement à partir des contraintes déterminées en (a)

Prise en compte du temps de tassement : consolidation

Démarche de ce chapitre

Calcul des contraintes

- 1- Contraintes dans les sols
- 2- Calcul des contraintes dues aux surcharges

Calcul du tassement total

→ *sans considérer l'évolution du tassement dans le temps*

- 3- Compressibilité des sols
- 4- Calcul du tassement – méthode des couches

Calcul du temps de consolidation

- 5- Théorie de la consolidation de Terzaghi et Frohlich

- 6- Durée des tassements

→ *fonction de la perméabilité du sol*
- sols fins
- sols pulvérulents

1- Contraintes dans les sols

1.1 Contrainte totale

1.2 Contrainte effective – postulat de Terzaghi

1.3 Contrainte réelle – principe de superposition

1.4 Contrainte naturelle ou géostatique : σ_{v0}

1.4.1 *Sol homogène à surface horizontale*

1.4.2 *Sol homogène à surface inclinée*

1.4.3 *Sol stratifié à surface horizontale*

1.4.4 *Sol inondé à surface horizontale*

1.5 Contrainte due aux surcharges : $\Delta\sigma_z$

1. Contraintes
dans les sols

2. Calcul des
contraintes

3. Compressibilité
des sols

4. Calcul du
tassement

1.1 Contrainte totale

Comment se répartissent les contraintes dans un sol, sachant que ce dernier est multiphasique ?

Sol global

- milieu continu, sans distinction entre les phases solide et liquide
- complètement saturé

les contraintes exercées en un point sur une facette donnée

contraintes totales

Phases prises séparément

- lois de comportement différentes
- répartition des contraintes entre le solide et l'eau

squelette solide

responsable

- *des déformations*

- *de la résistance au cisaillement*

eau

- *incompressible*

- *aucune résistance au cisaillement*

Calcul des contraintes

1. Contraintes dans les sols

2. Calcul des contraintes

1.2 Contrainte effective – postulat de Terzaghi

Répartition des contraintes

- contraintes transmises dans le squelette des grains solides du sol

contraintes effectives σ' , τ'

- les seules contraintes pouvant exister dans l'eau sont des pressions

pression interstitielle
contrainte normale, sans cisaillement u


Postulat de Terzaghi (autour de 1920)

$$\sigma' = \sigma - u$$

contrainte normale totale
- *pression de l'eau*

contrainte effective

$$\tau' = \tau$$

 responsable des tassements et de la résistance au cisaillement

Remarques

- *sol sec* $\rightarrow \sigma' = \sigma$
- *pas de mesure de σ'*

Matrices de contraintes

- contraintes sur les grains solides

$$(\Sigma')_s = \begin{pmatrix} \sigma'_x & \tau'_{xy} & \tau'_{xz} \\ \tau'_{xy} & \sigma'_y & \tau'_{yz} \\ \tau'_{xz} & \tau'_{yz} & \sigma'_z \end{pmatrix}$$

- pression interstitielle

$$(\Sigma)_w = \begin{pmatrix} \mathbf{u} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{u} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{u} \end{pmatrix}$$

Lorsque le sol est partiellement saturé...

1.3 Contrainte réelle – principe de superposition

Principe de superposition



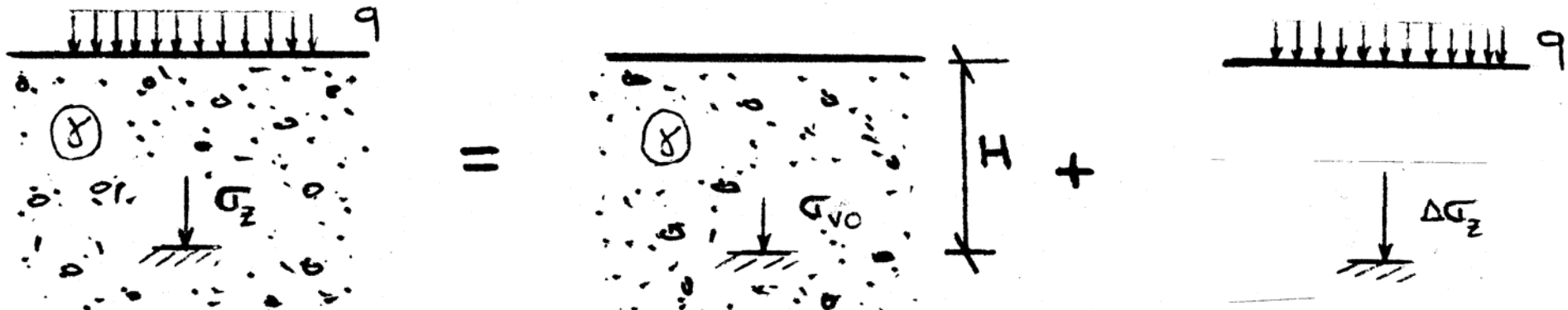
dans le domaine élastique linéaire, l'effet produit par l'action simultanée de plusieurs forces est égal à la somme de ceux produits par chacune des forces agissant séparément

$$\sigma_z = \sigma_{v0} + \Delta\sigma_z$$

contrainte à la
profondeur z

contrainte due au
poids des terres

contraintes dues
aux surcharges



sol : milieu semi-infini élastique

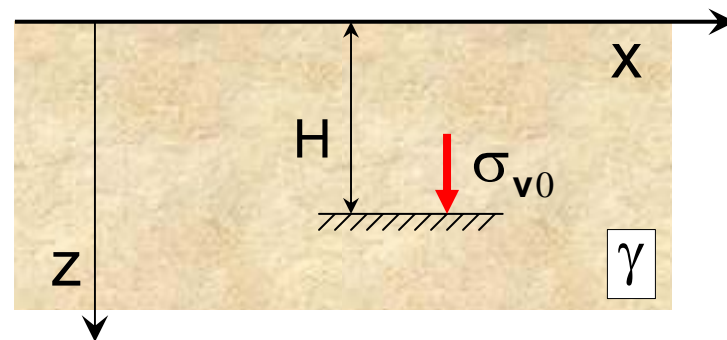
1.4 Contrainte naturelle ou géostatique

Contrainte naturelle σ_{v0}

- contrainte dans le sol avant tout chargement supplémentaire
- poids des terres

1.4.1 Sol homogène à surface horizontale

$$\sigma_{v0} = \int_0^H \gamma \, dz \Rightarrow \sigma_{v0} = \gamma H$$

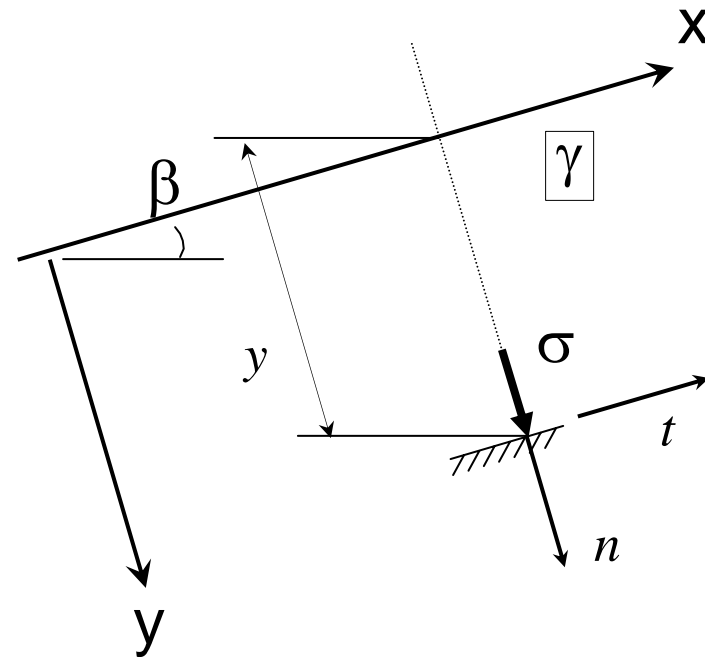
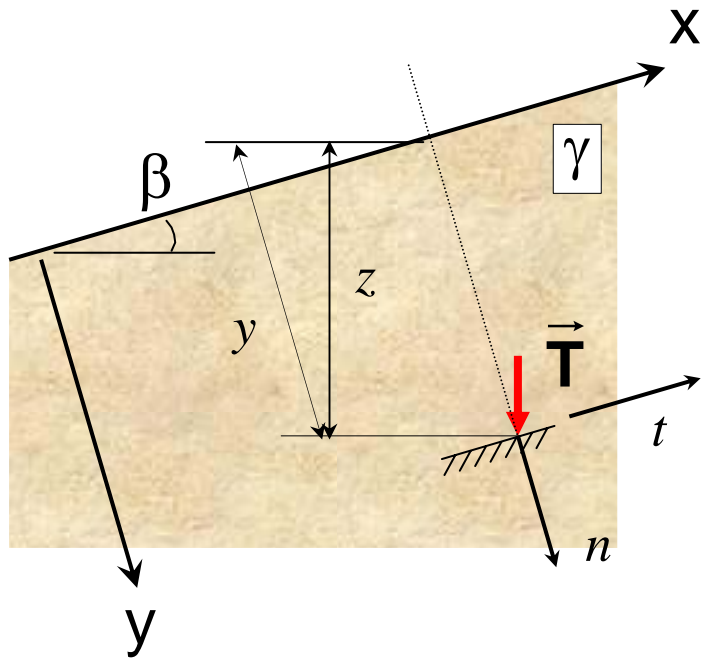
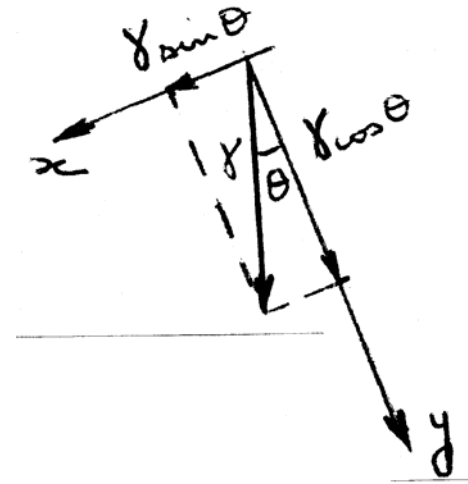


1.4.2 Sol homogène à surface inclinée

après application des équations d'équilibre

$$\sigma_y = \gamma \mathbf{y} \cdot \mathbf{cos} \beta = \gamma \mathbf{z} \cdot \mathbf{cos}^2 \beta$$

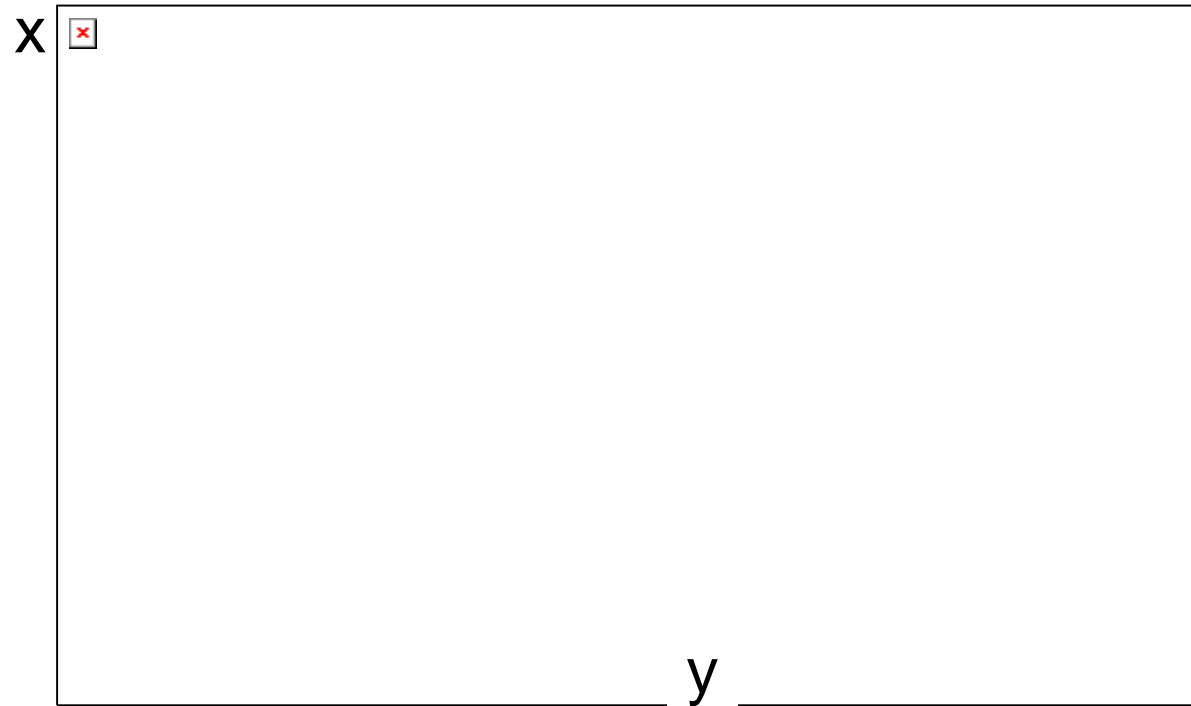
$$\tau_{xy} = \gamma \mathbf{y} \cdot \mathbf{sin} \beta = \gamma \mathbf{z} \cdot \mathbf{sin} \beta \cdot \mathbf{cos} \beta$$



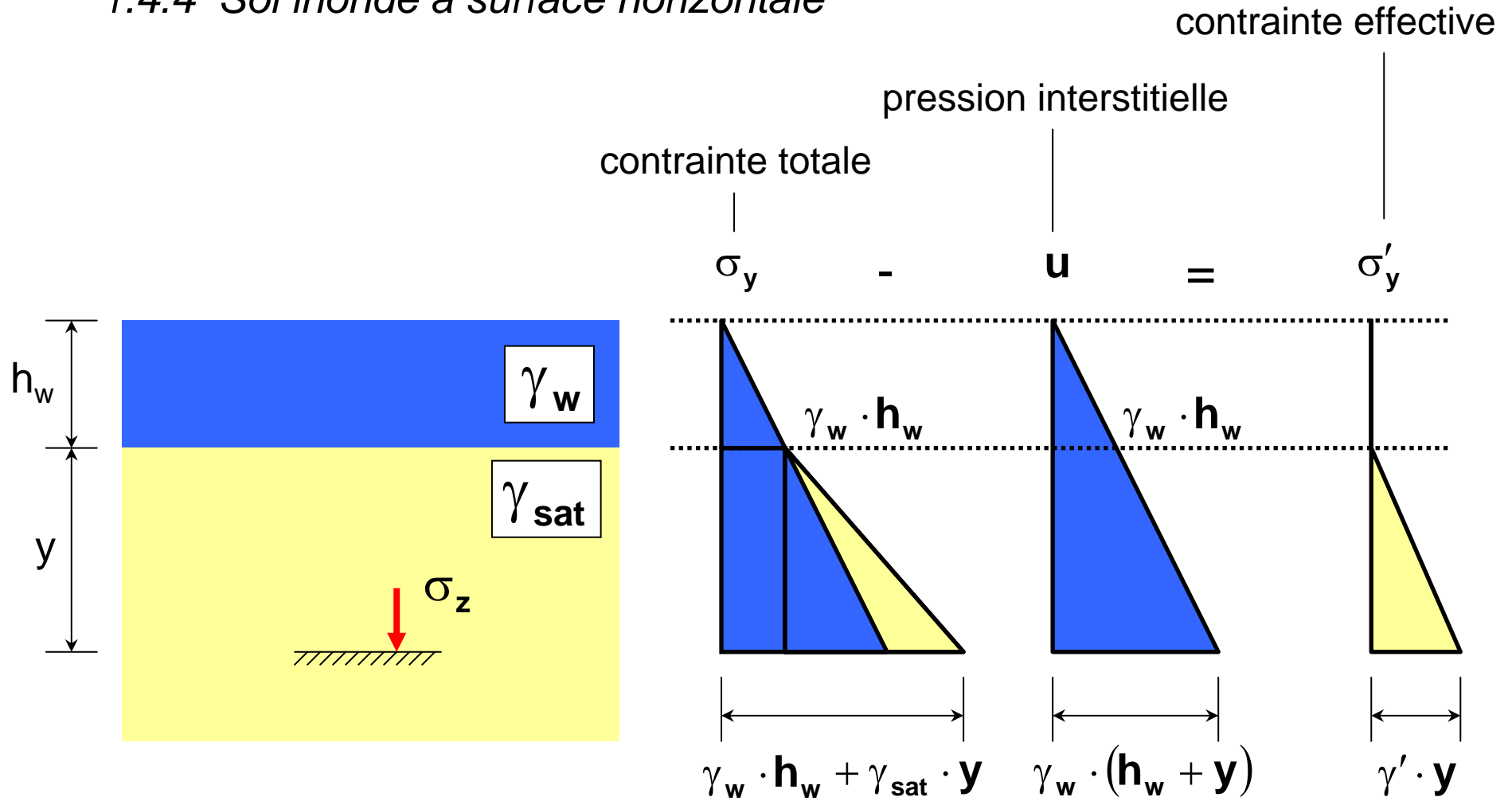
et $y = z \cdot \mathbf{cos} \beta$

1.4.3 Sol stratifié à surface horizontale

$$\sigma_z = \sigma_{v0} = \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i$$



1.4.4 Sol inondé à surface horizontale



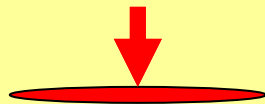
σ'_z indépendant de h_w

1.5 Contrainte due aux surcharges : $\Delta\sigma_z$

Surplus de charge qui va engendrer un déséquilibre du sol



$\Delta\sigma_{\text{semblai}}$



Argile

2- Calcul des contraintes dues aux surcharges

2.1 Détermination des surcharges

2.2 Charge concentrée : Q – relation de Boussinesq

2.3 Charge répartie : q

2.3.1 Principe de calcul

2.3.2 Charge uniforme circulaire

2.3.3 Charge uniforme rectangulaire

2.3.4 Charge uniforme répartie sur une surface quelconque

2.3.5 Charge trapézoïdale de longueur infinie (demi-remblai)

2.3.6 Charge triangulaire de longueur b (talus)

2.3.7 Distribution simplifiée

1. Contraintes
dans les sols

2. Calcul des
contraintes

3. Compressibilité
des sols

4. Calcul du
tassement

2.1 Détermination des surcharges

Cas particulier : surface uniformément chargée

→ sol soumis à un chargement uniforme q sur une surface importante

$$\Delta\sigma_z = q \quad \textit{transmission directe des contraintes}$$

Autres cas $\Delta\sigma_z \neq q$ *dissipation des contraintes avec la profondeur*

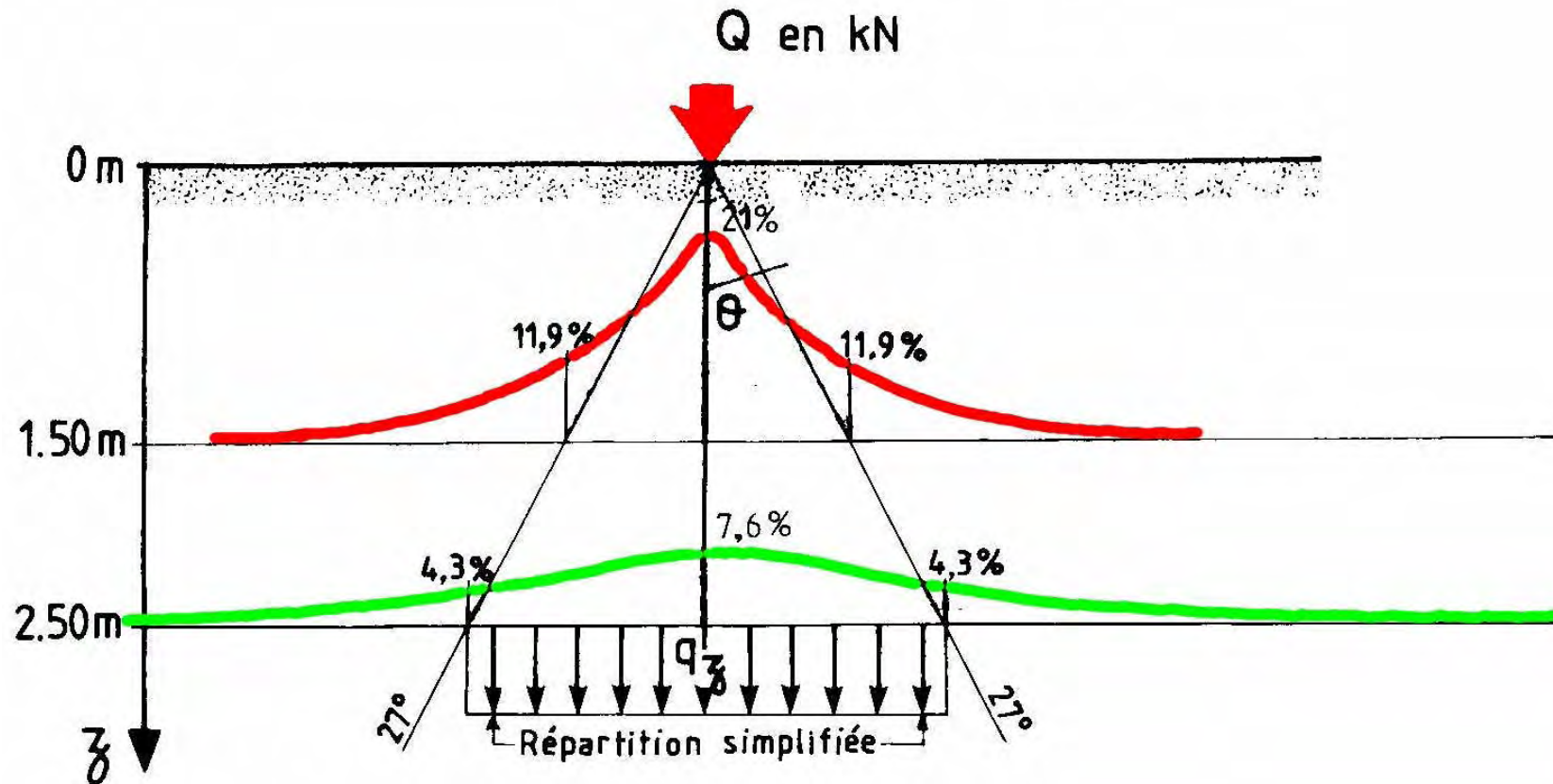
Pour le calcul de $\Delta\sigma_z$

- le sol est un milieu semi-infini
- le sol est élastique et non pesant

2.2 Charge concentrée : Q – relation de Boussinesq

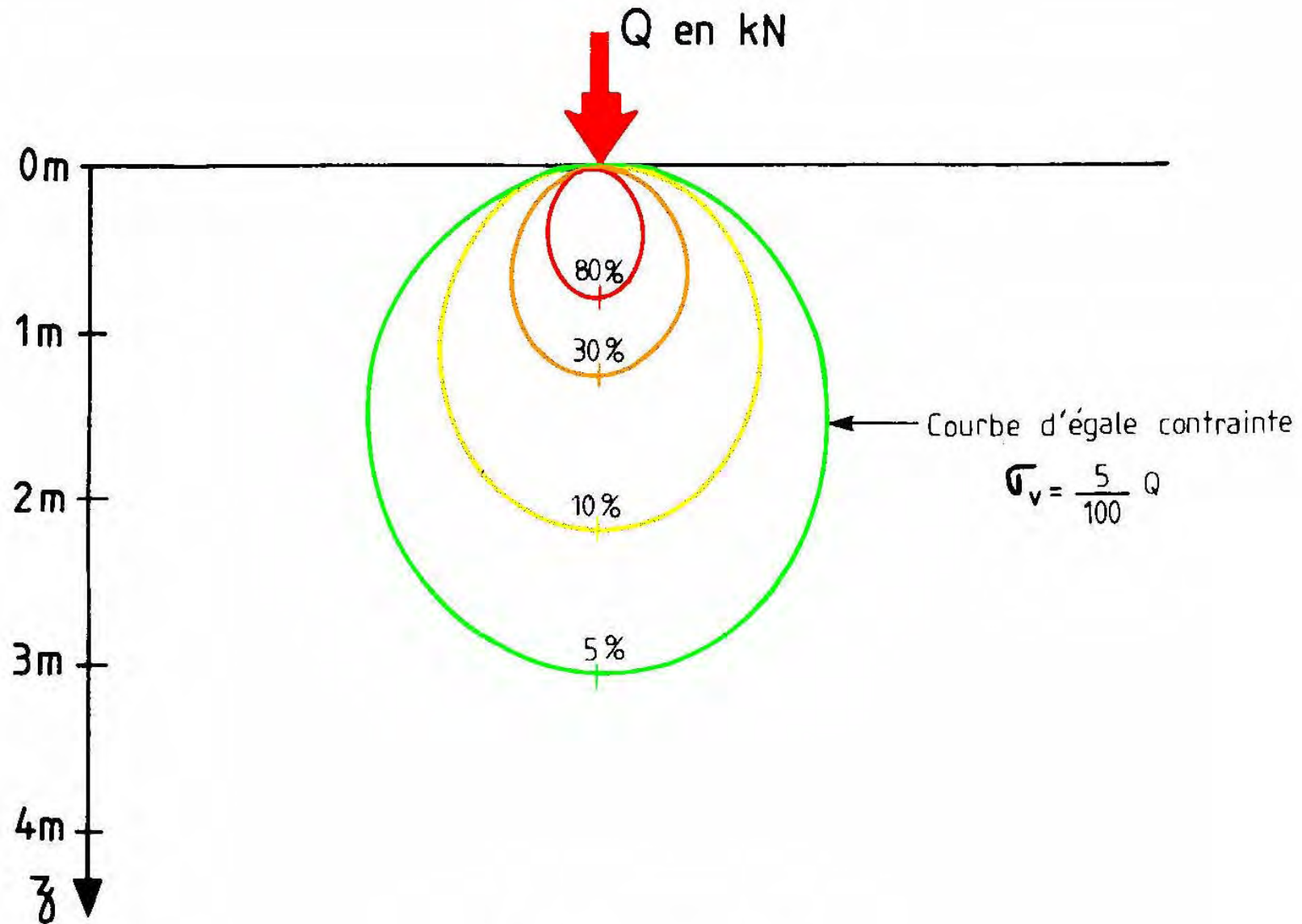
Répartition des contraintes sous une charge ponctuelle

- distribution suivant des plans horizontaux



b) Distributions des contraintes sur un plan horizontal

- bulbe de contraintes



a) Bulbe des contraintes

Calcul de $\Delta\sigma_z$ en fonction de la profondeur z

↪ Formule de Boussinesq (1885)

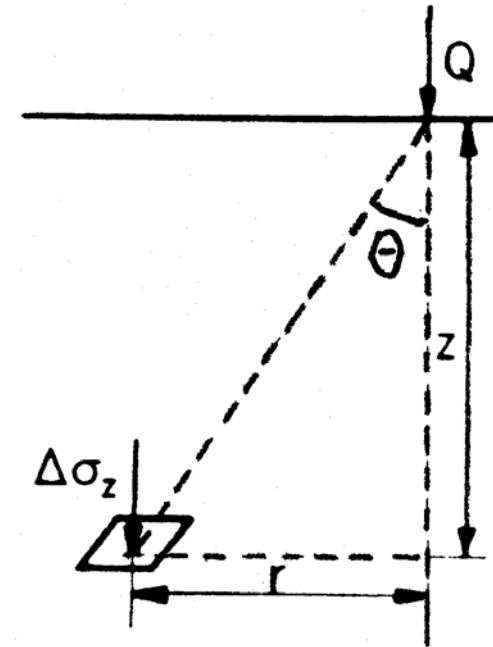
$$\Delta\sigma_z = \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{(r^2 + z^2)^{5/2}} = \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{1}{z^2} \cdot \cos^5 \theta$$

ou

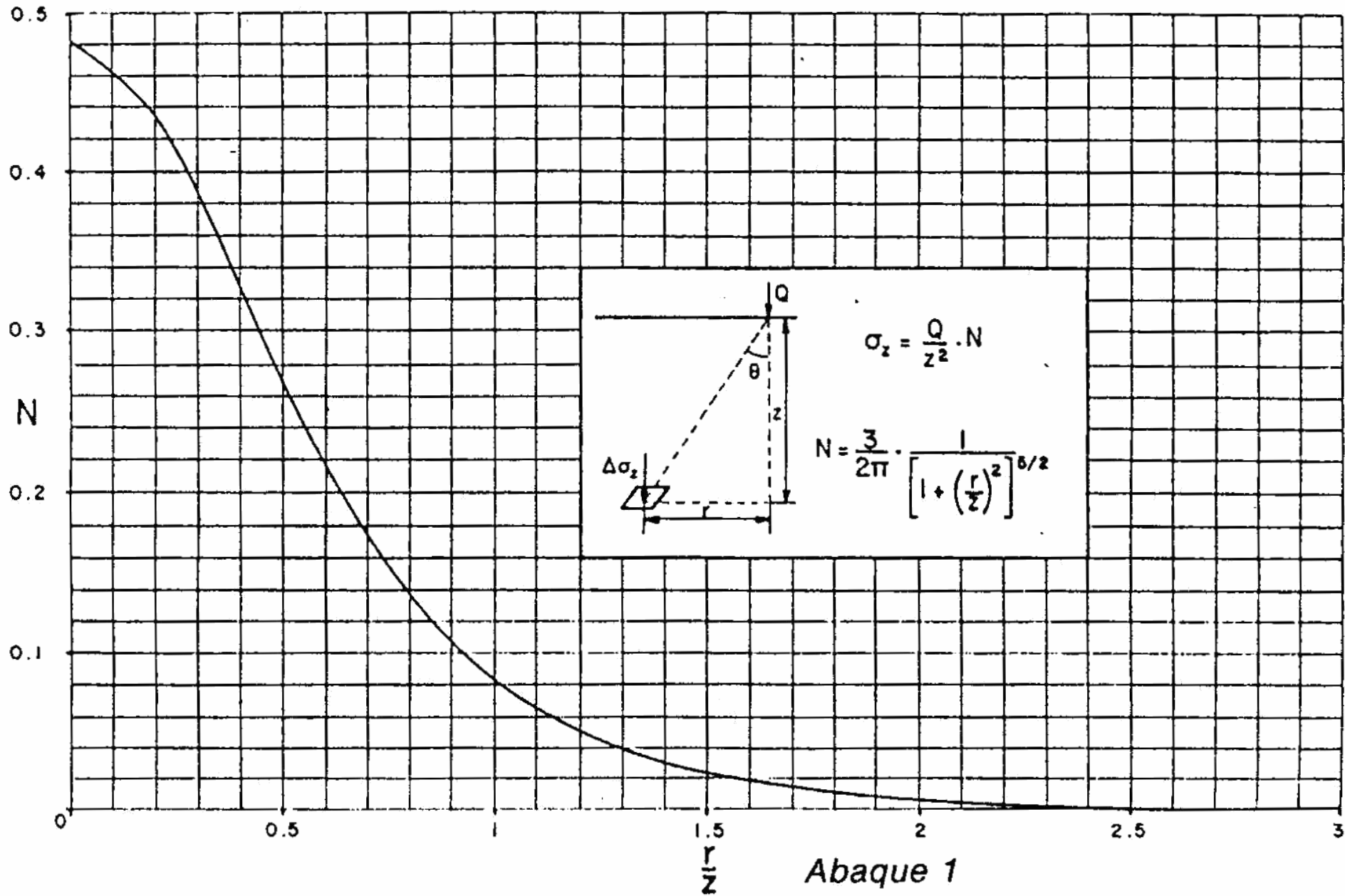
$$\Delta\sigma_z = \frac{3Q}{2\pi} \cdot \frac{z^2 \cdot r}{(r^2 + z^2)^{5/2}}$$

ou

$$\Delta\sigma_z = \frac{Q}{z^2} \cdot \mathbf{N} \quad \text{avec } \mathbf{N} = f(r/z)$$



abaque



2.3 Charge répartie : q

2.3.1 Principe de calcul

- Intégration de $d(\Delta\sigma_z)$
 - formule de **Boussinesq**
 - principe de superposition
 - différentes distributions de charges
 - milieux semi-infinis et non pesants
- Cas usuels de chargement (fondations, remblais...)
 - formules pour les cas simples
 - abaques
- Principe de calcul

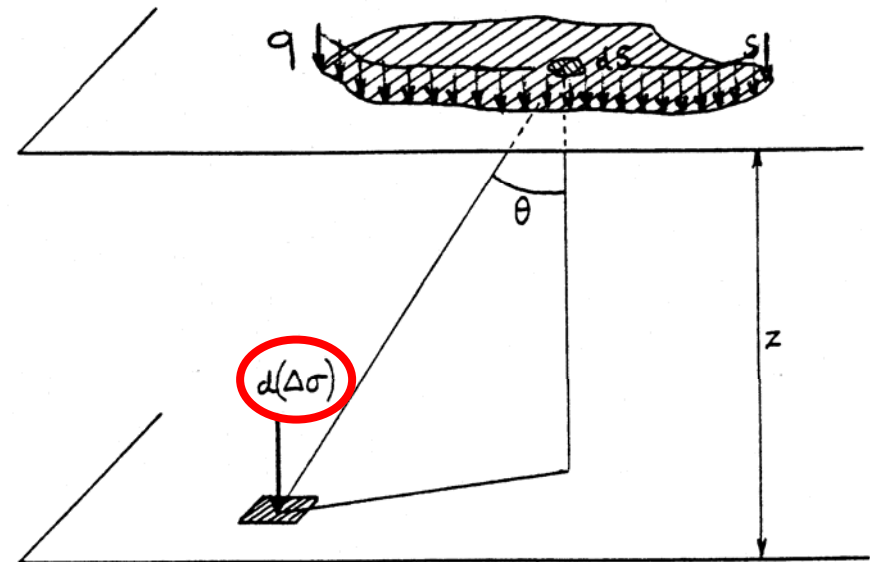
$$\Delta\sigma_z = I \cdot q$$

$\Delta\sigma_z$ contrainte sur une facette horizontale

q charge verticale uniformément répartie

I coefficient d'influence (<1), qui dépend de

- z
- écartement par rapport à la zone chargée
- forme et dimension de la surcharge



2.3.2 Charge uniforme circulaire

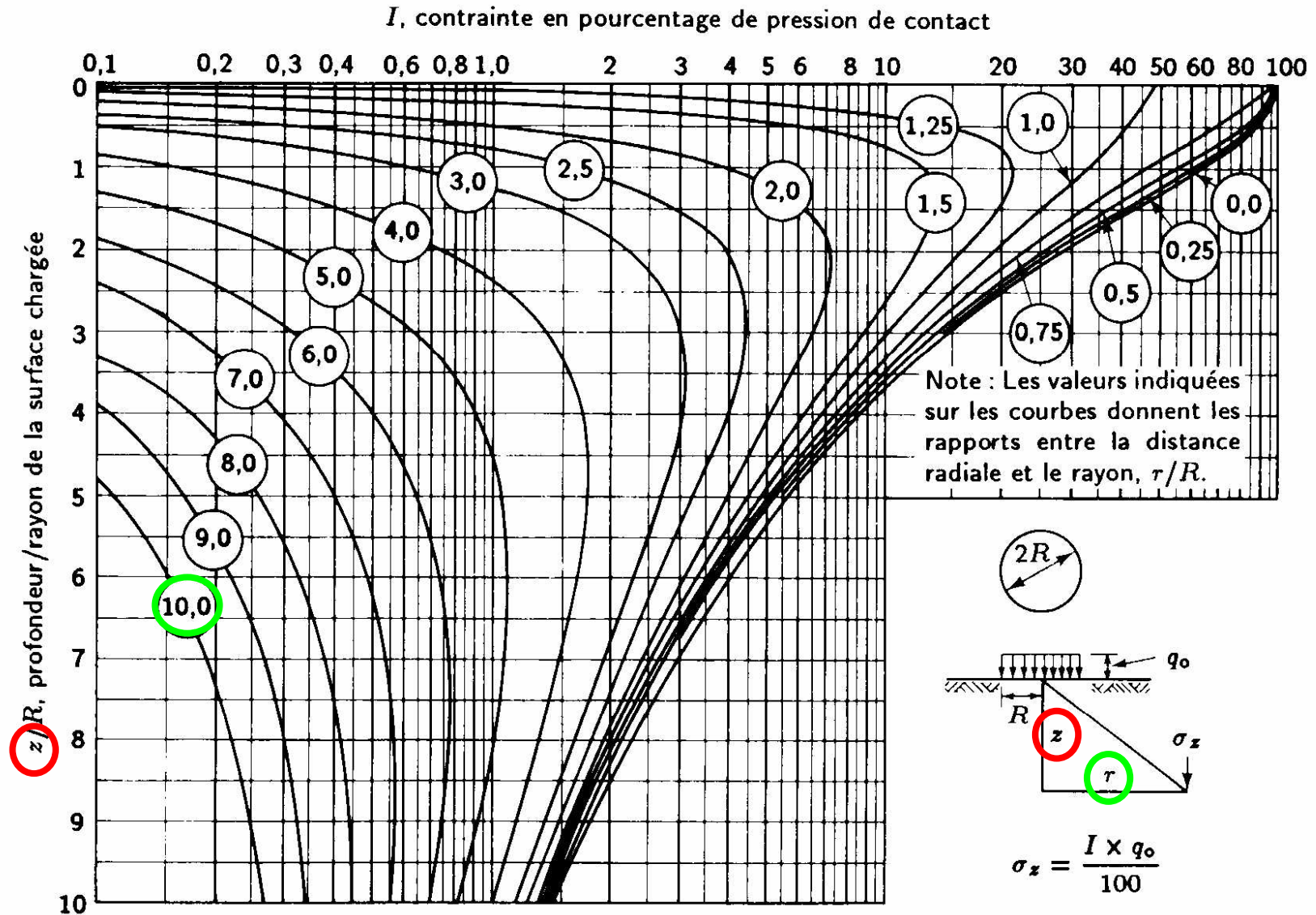
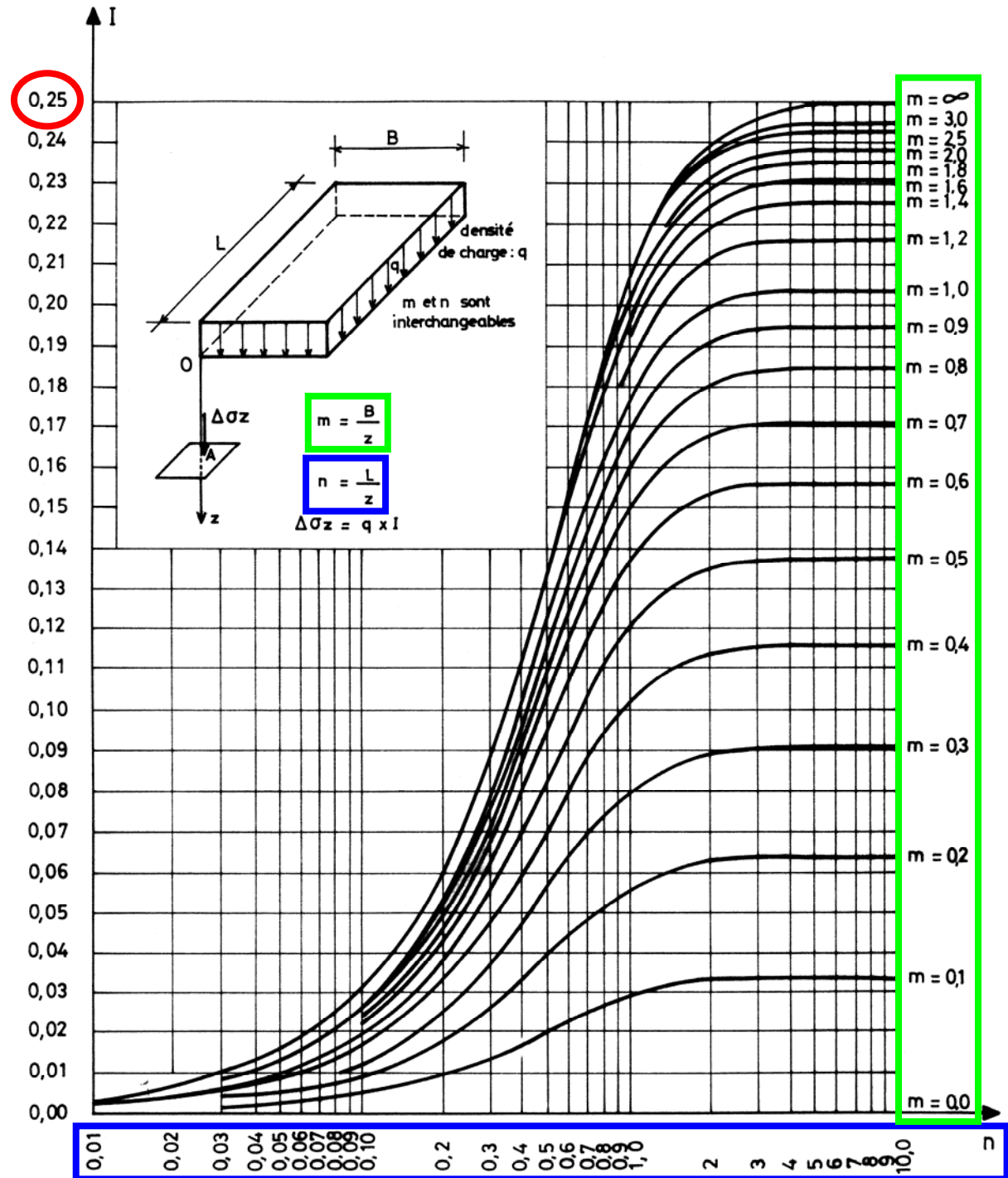


Figure 8.22 Valeur des coefficients d'influence exprimés en pourcentage de la pression de contact q_0 pour une contrainte verticale sous une surface circulaire uniformément chargée. (D'après Foster et Ahlvin, 1954, cités par la U.S. Navy, 1971.)

2.3.3 Charge uniforme rectangulaire

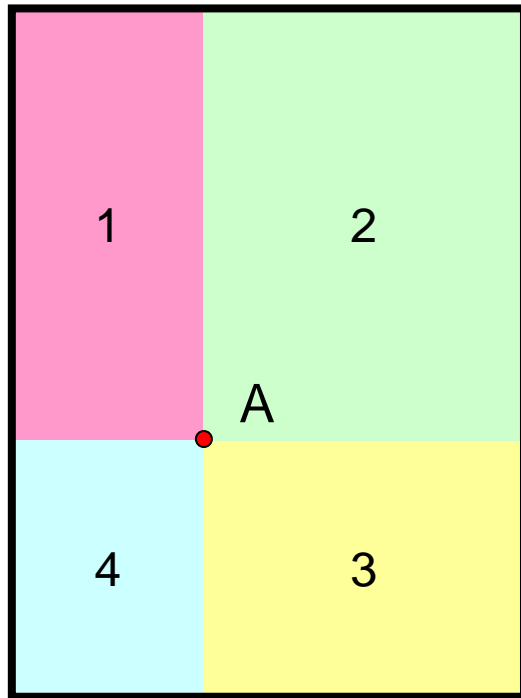
Abaque de Steinbrenner

- calcul sous un angle de l'aire chargée
- I en fonction de L/z et B/z
- L et B interchangeables

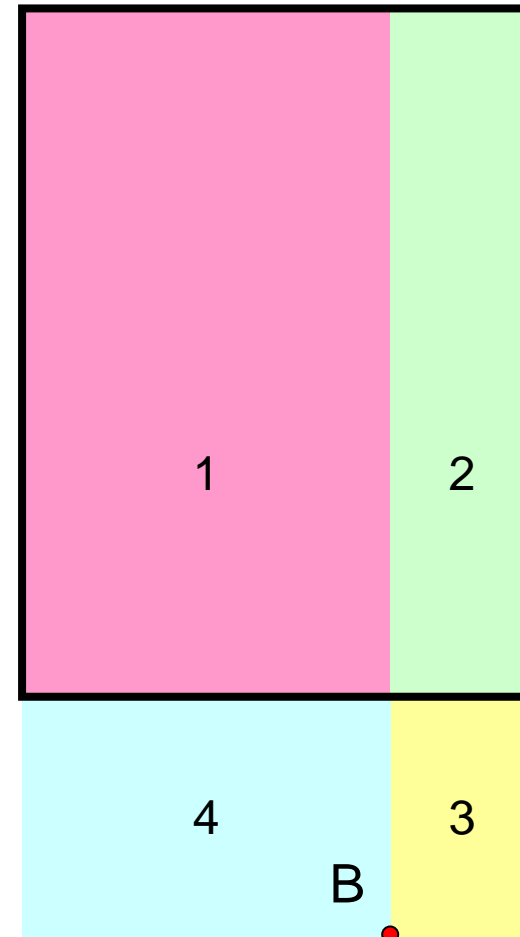


2.3.3 Charge uniforme rectangulaire

Exemples



$$I_A = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$



$$I_B = I_1 + I_2 - I_3 - I_4$$

2.3.4 Charge uniforme répartie sur une surface quelconque

Abaque de Newmark

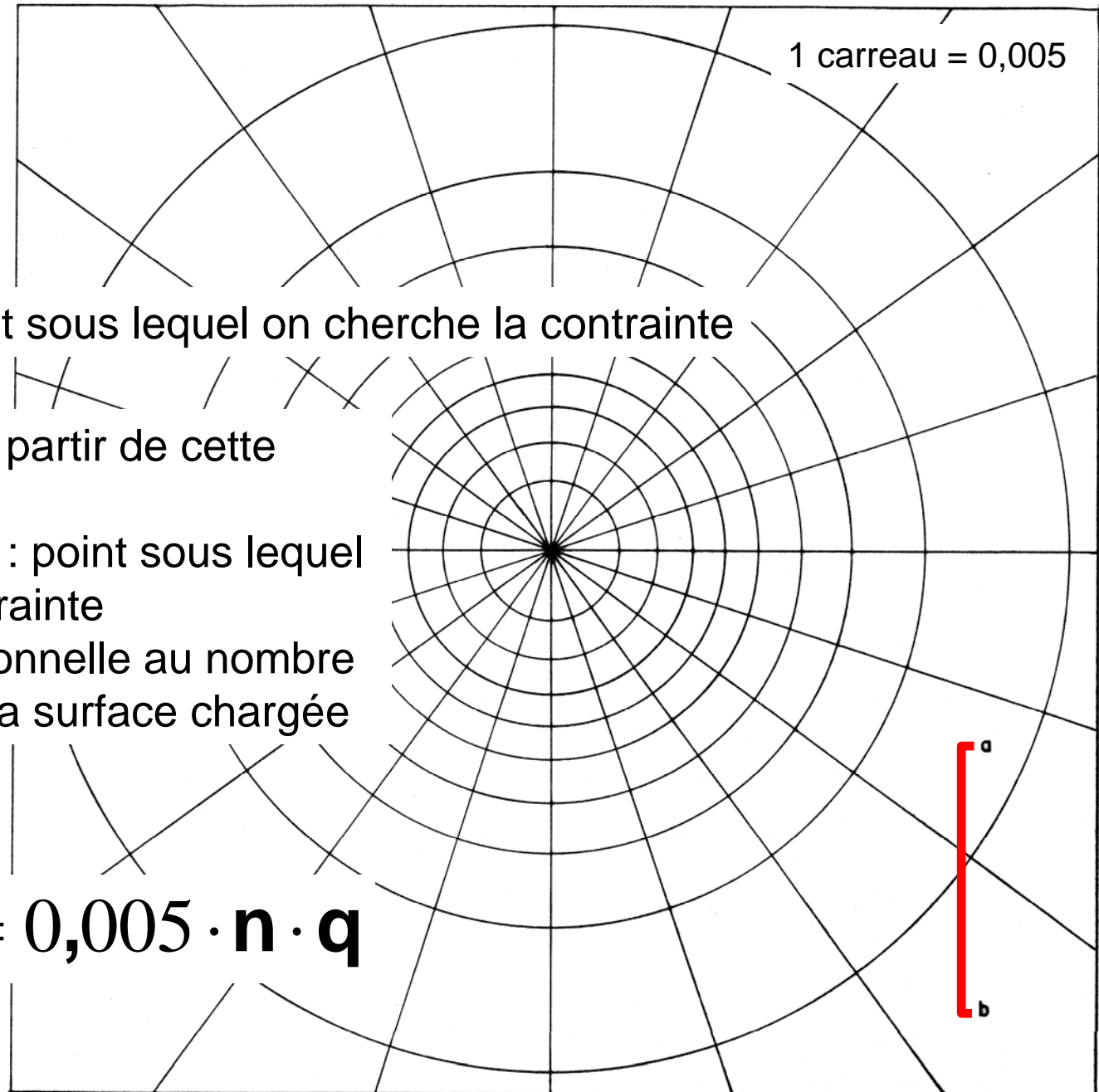
longueur ab

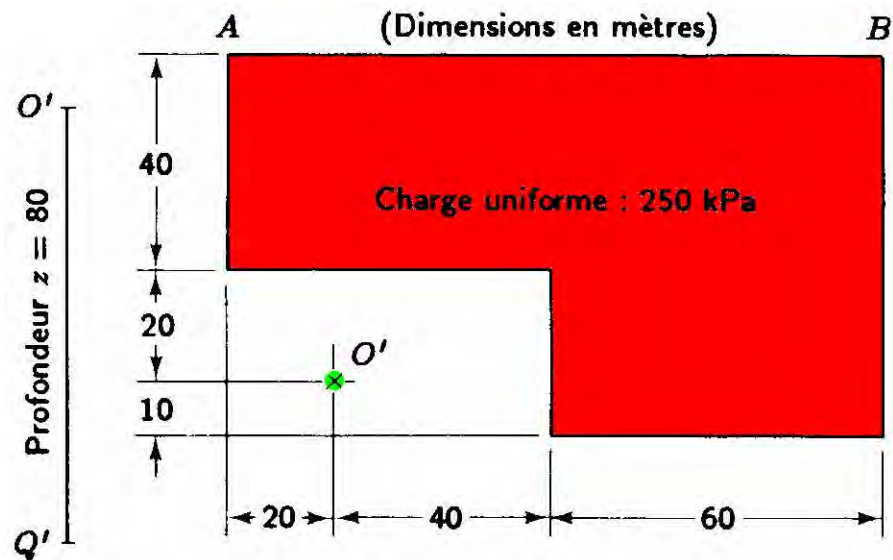


profondeur z du point sous lequel on cherche la contrainte

- ouvrage dessiné à partir de cette échelle ab
- centre de l'abaque : point sous lequel on cherche la contrainte
- contrainte proportionnelle au nombre de carreaux dans la surface chargée

$$\Delta\sigma_z = l \cdot q = 0,005 \cdot n \cdot q$$





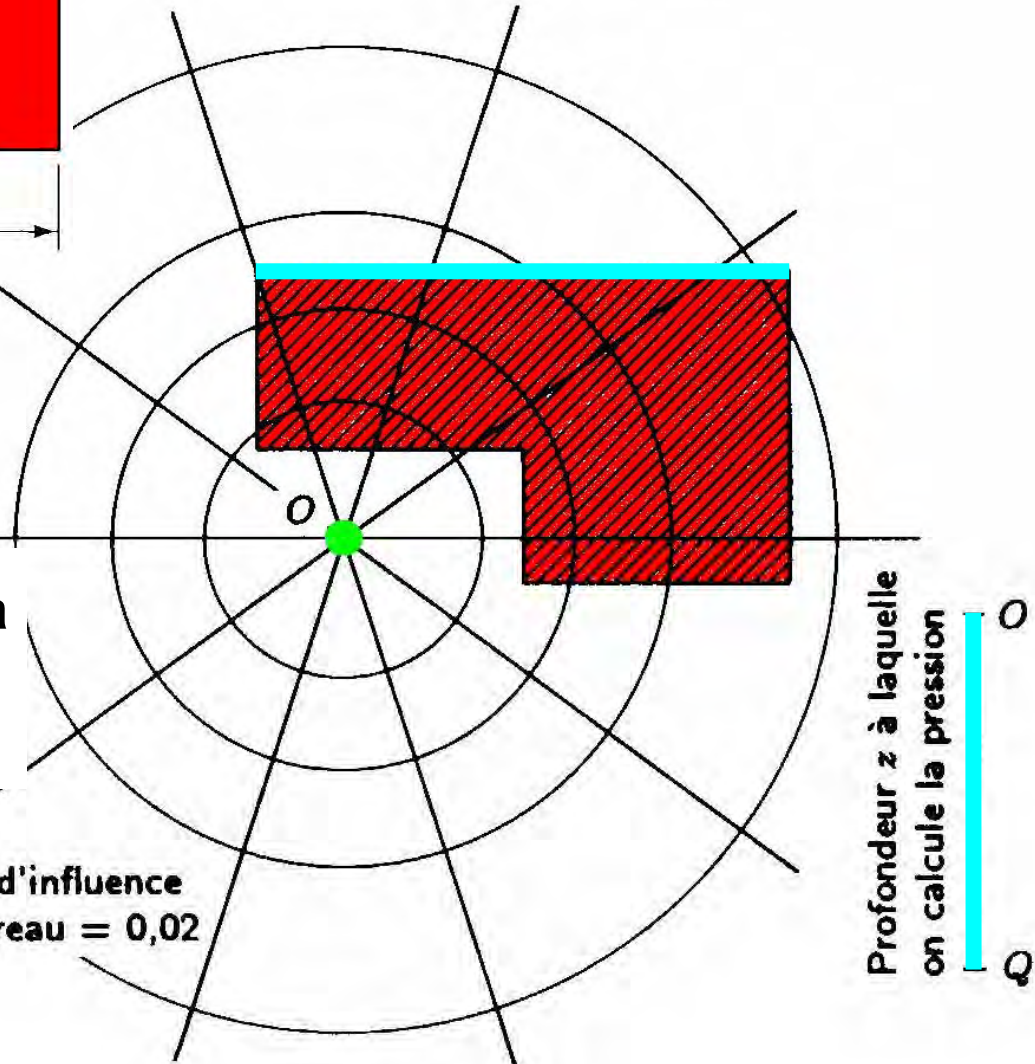
$AB = 1,5 \times OQ$
 environ 8 carreaux

$$\Delta\sigma_z = l \cdot q = 0,02 \cdot n \cdot q$$

$$\Delta\sigma_z = 0,02 \times 8 \times 250 \text{ kPa}$$

$$\Delta\sigma_z = 40 \text{ kPa}$$

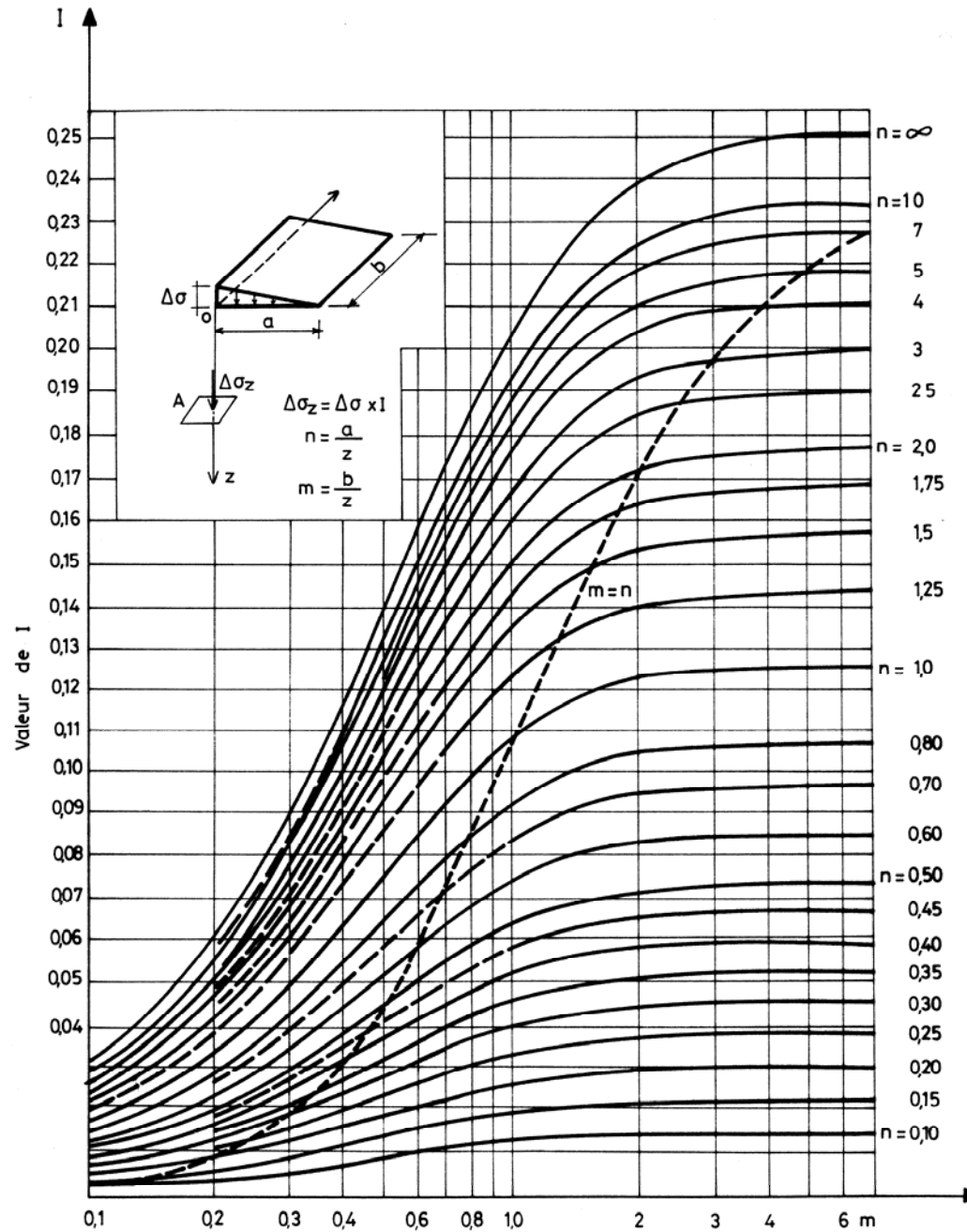
Valeur d'influence
 par carreau = 0,02



*Pour une autre profondeur,
 nouveau dessin avec nouvelle échelle*

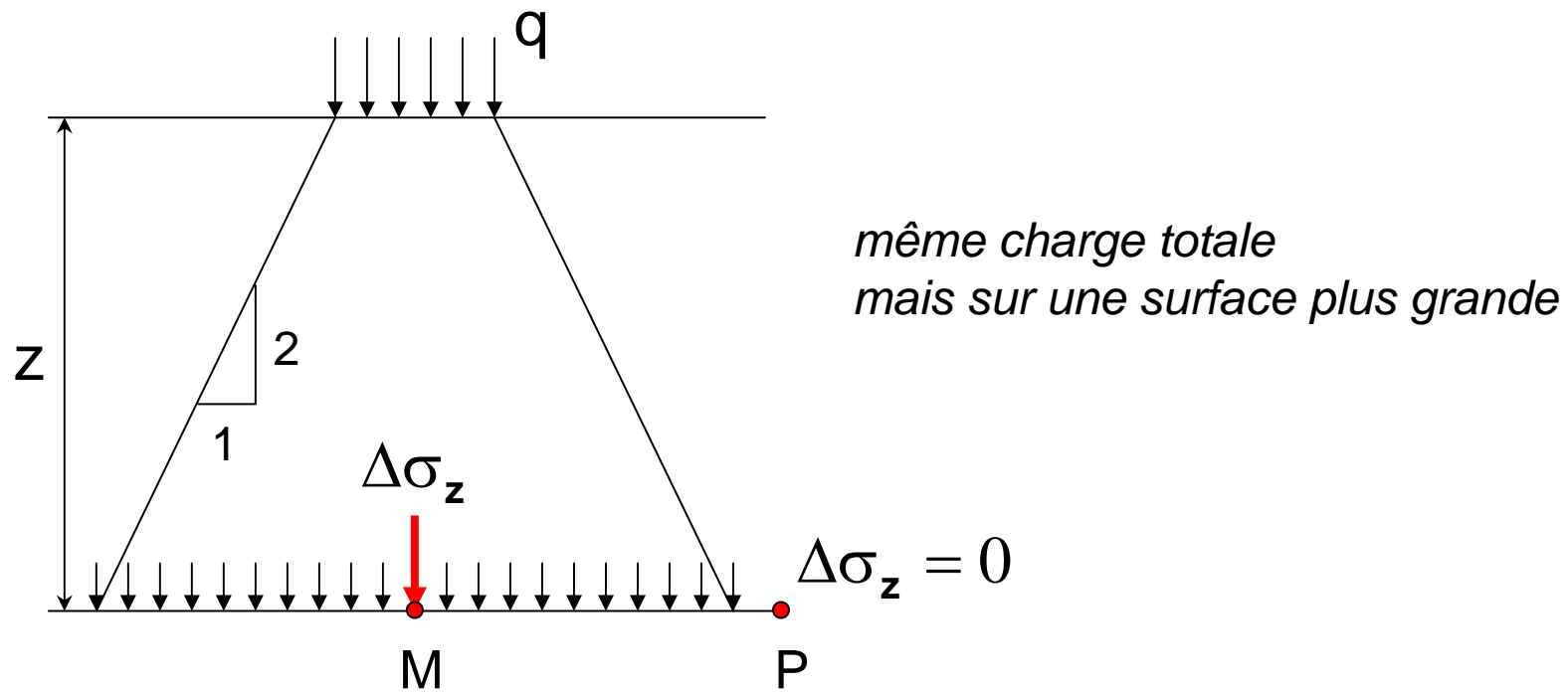
2.3.6 Charge triangulaire de longueur b (talus)

Abaque de Fadum



2.3.7 Distribution simplifiée

- méthode la plus simple
- valeur approximative des contraintes
 - *diffusion uniforme des contraintes avec la profondeur*
 - *limitée par des droites faisant une pente 2:1 (vertical:horizontal)*



3- Compressibilité des sols

3.1 Sols pulvérulents et sols fins

3.2 L'œdomètre

3.3 Courbe de compressibilité

3.4 Phénomène de la consolidation primaire

3.5 Caractéristiques de la compressibilité

3.5.1 Pression de préconsolidation

3.5.2 Indice de compression

3.5.3 Indice de gonflement

3.5.4 Module œdométrique

3.6 Classification des sols vis à vis de la compressibilité

3.6.1 Sol normalement consolidé

3.6.2 Sol surconsolidé

3.6.3 Sol sous-consolidé

1. Contraintes
dans les sols

2. Calcul des
contraintes

3. Compressibilité
des sols

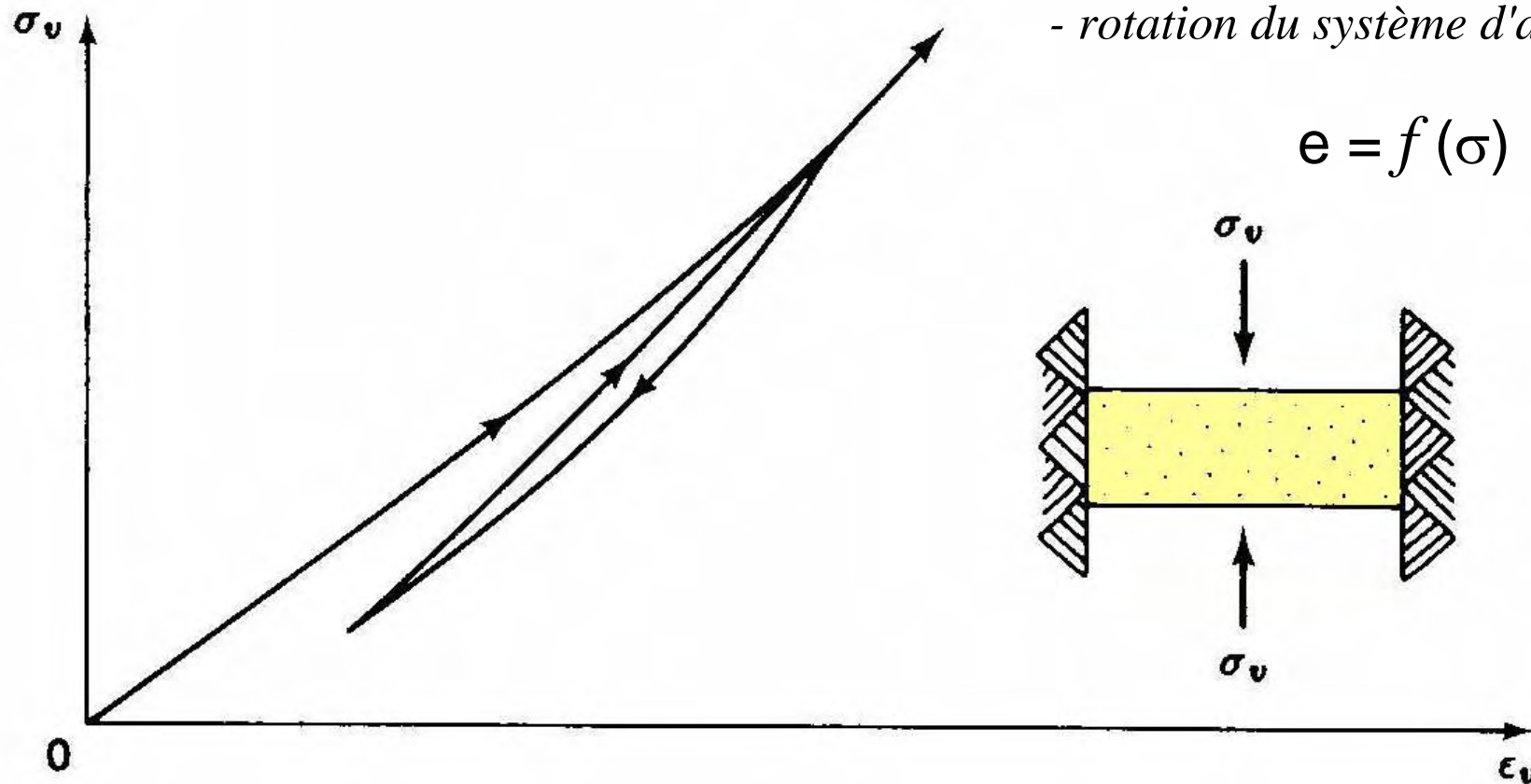
4. Calcul du
tassement

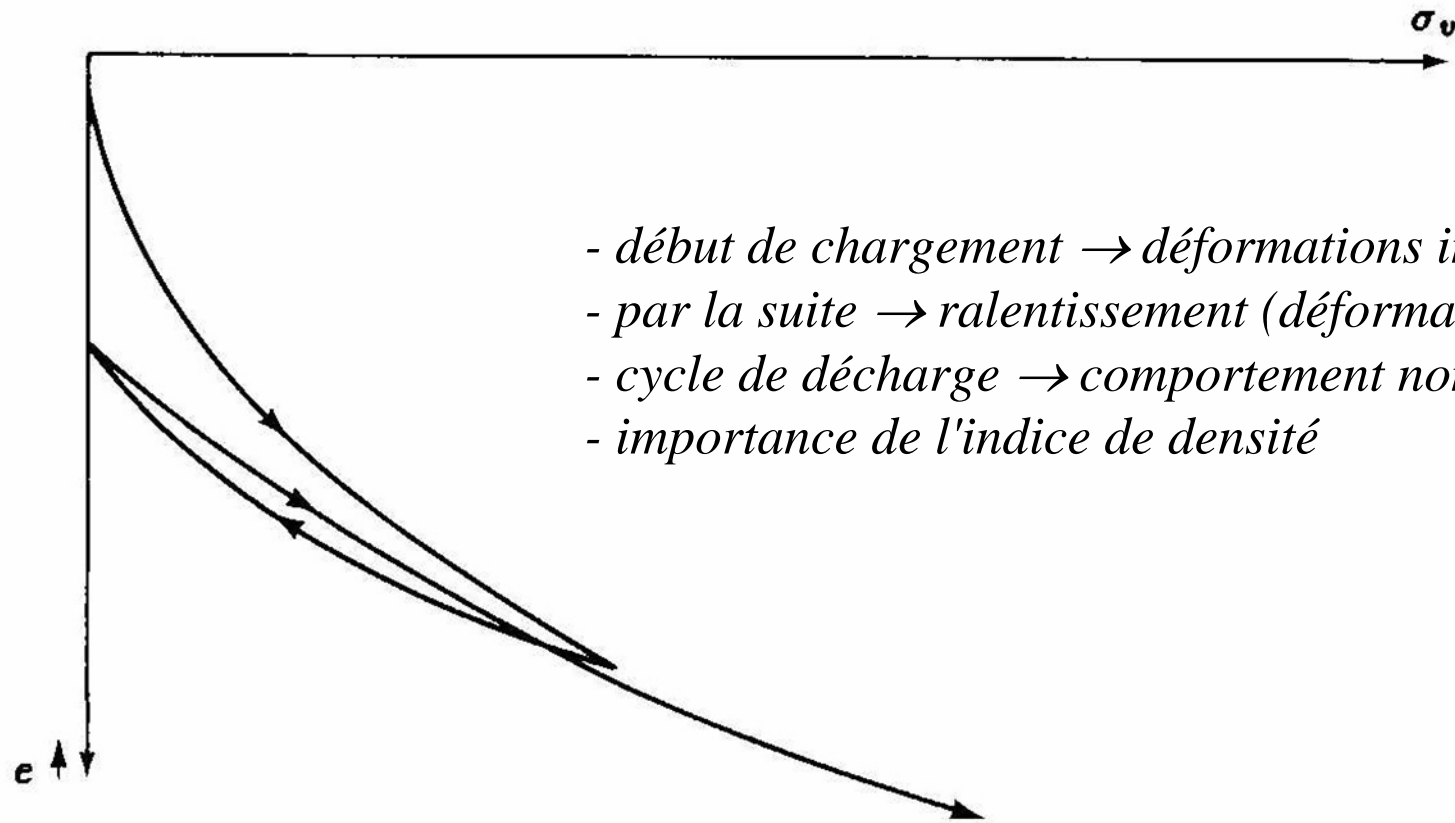
3.1 Sols **pulvérulents** et sols fins

Matériau granulaire soumis à une compression unidimensionnelle

- courbe contraintes / déformations *(sable en compression)*

- déformation \rightarrow indice des vides
- rotation du système d'axes





- début de chargement → déformations importantes
- par la suite → ralentissement (déformation des grains)
- cycle de décharge → comportement non réversible
- importance de l'indice de densité

$$I_D = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}}$$

faible : sol lâche → compressible

élevé : sol serré → très peu compressible

Matériau granulaire soumis à une compression unidimensionnelle

- compression en fonction du temps

atteinte rapidement

évacuation rapide de l'eau

compressibilité

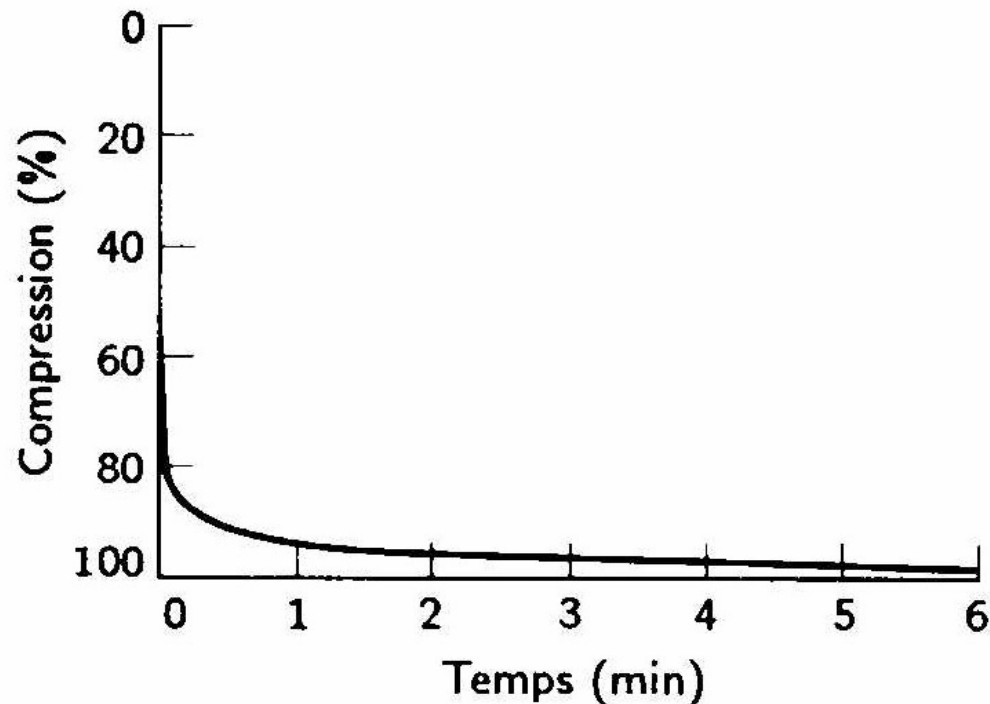


- seulement due à la compression du squelette solide

tassement instantané



- au moment de l'application des charges
- souvent pendant la construction
- identique sur sol sec, humide ou saturé



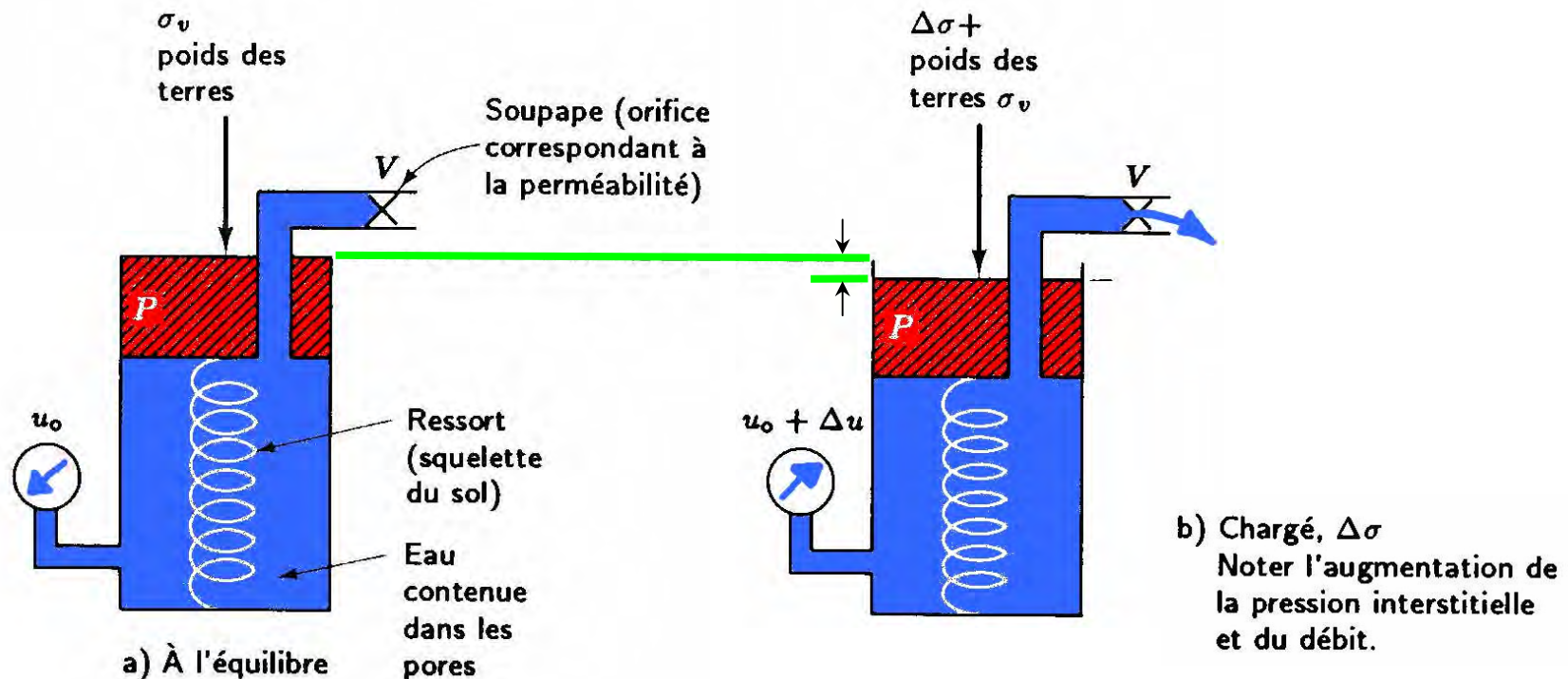
3.1 Sols pulvérulents et sols fins

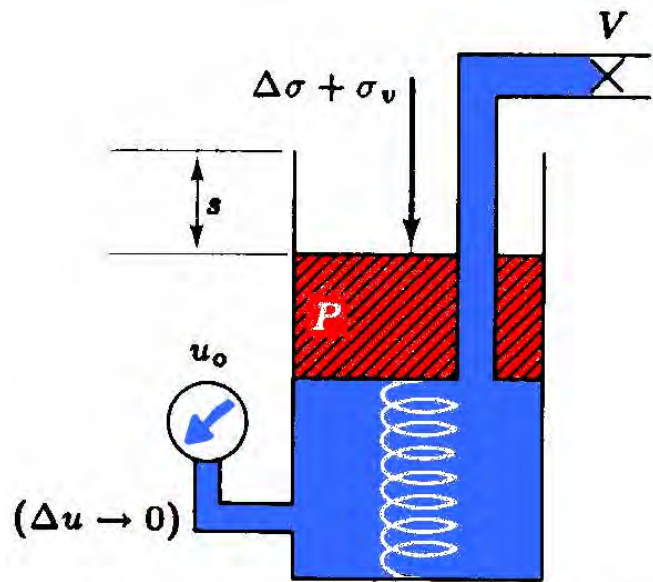
Tassement des sols fins

→ différent pcq l'eau s'évacue moins vite

- application d'une surcharge : transmission à l'eau
- évacuation de l'eau : transmission au grains solides

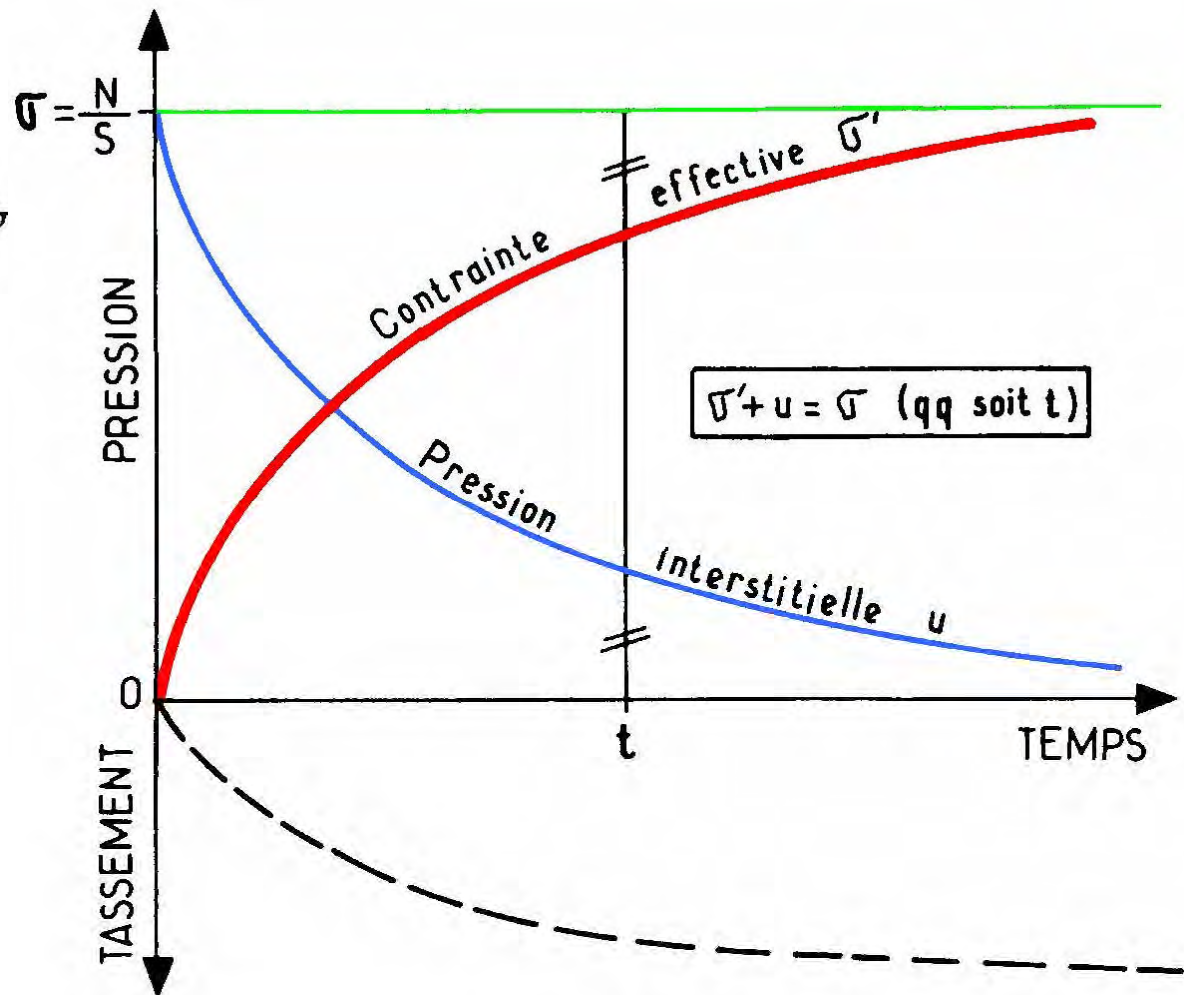
Approche phénoménologique : analogie du ressort





c) À l'équilibre sous les charges $\sigma_v + \Delta\sigma$
 Noter le tassement s .

→ consolidation primaire



3.2 L'œdomètre *(étude expérimentale de la compressibilité des sols)*

Description de l'appareillage

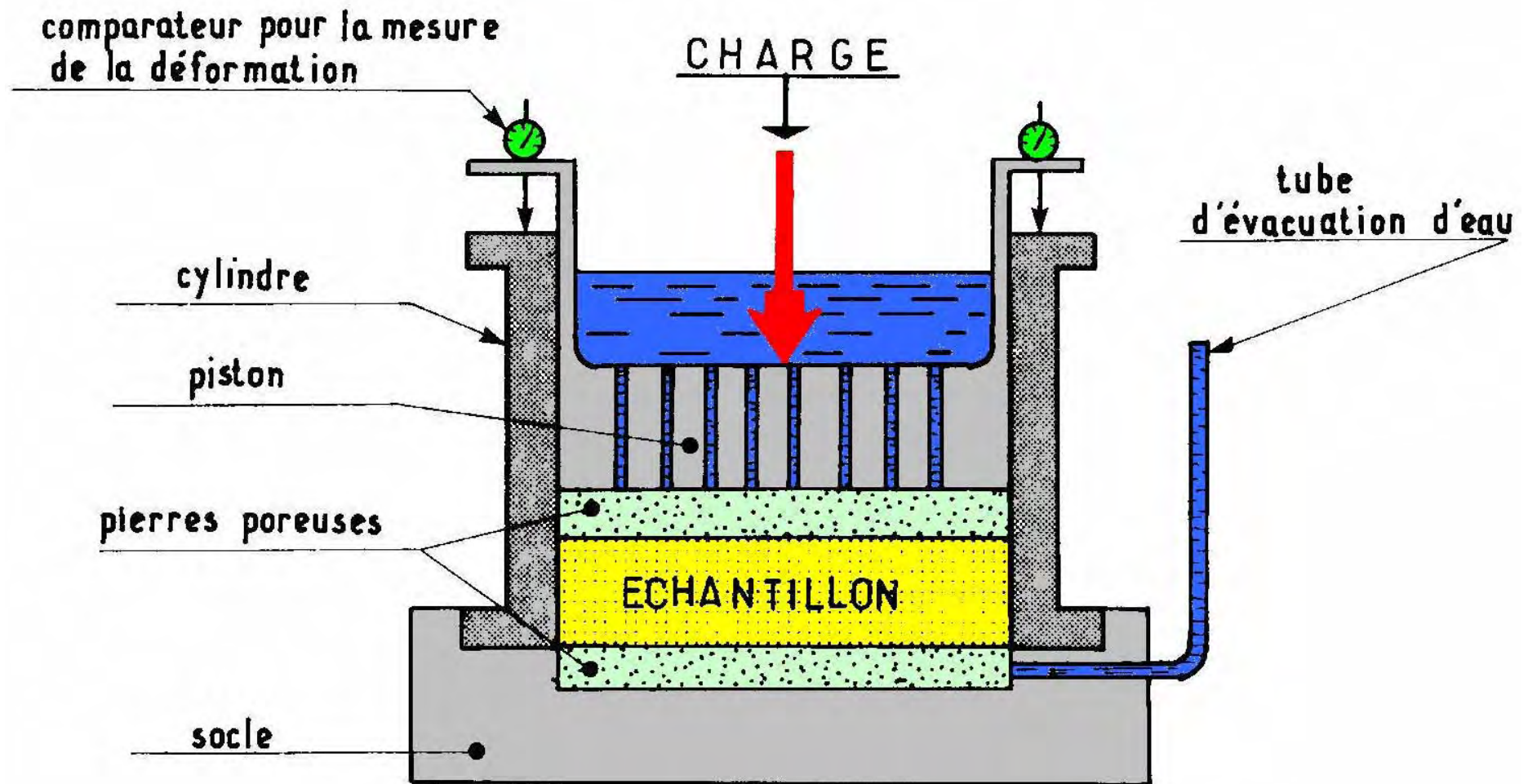
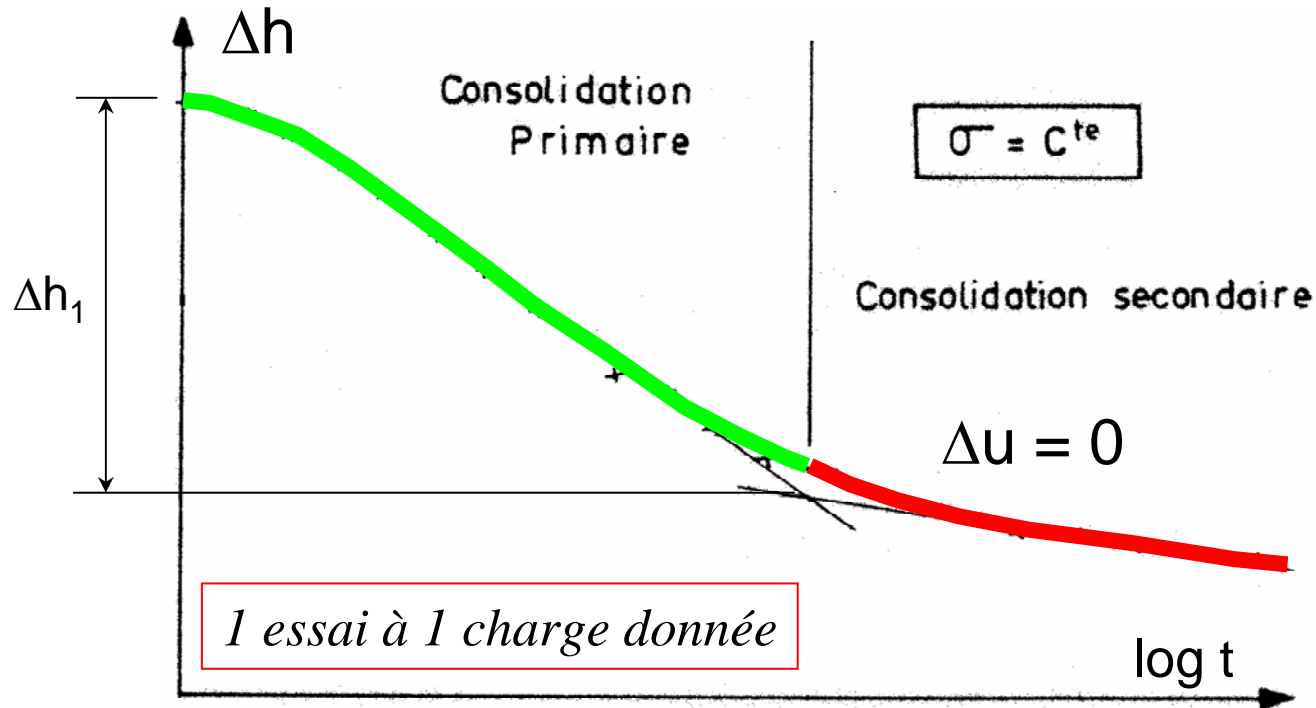


photo de l'oed

Procédure d'essai

- application d'une contrainte verticale uniforme sur l'échantillon
- mesure du tassement correspondant au cours du temps



Temps	Pression interstitielle	Contrainte effective	Contrainte totale	Tassement
$t = 0$	$u = \sigma$	$\sigma' = 0$	σ	0
fin de l'essai 1	$u = 0$	$\sigma' = \sigma$	σ	Δh_1

L'essai œdométrique fournit deux types de courbes

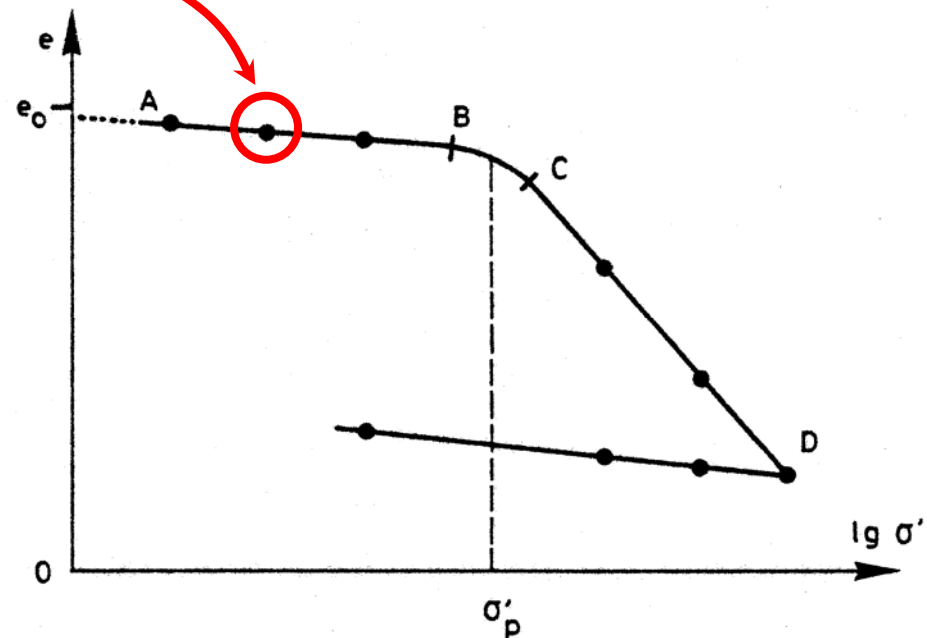
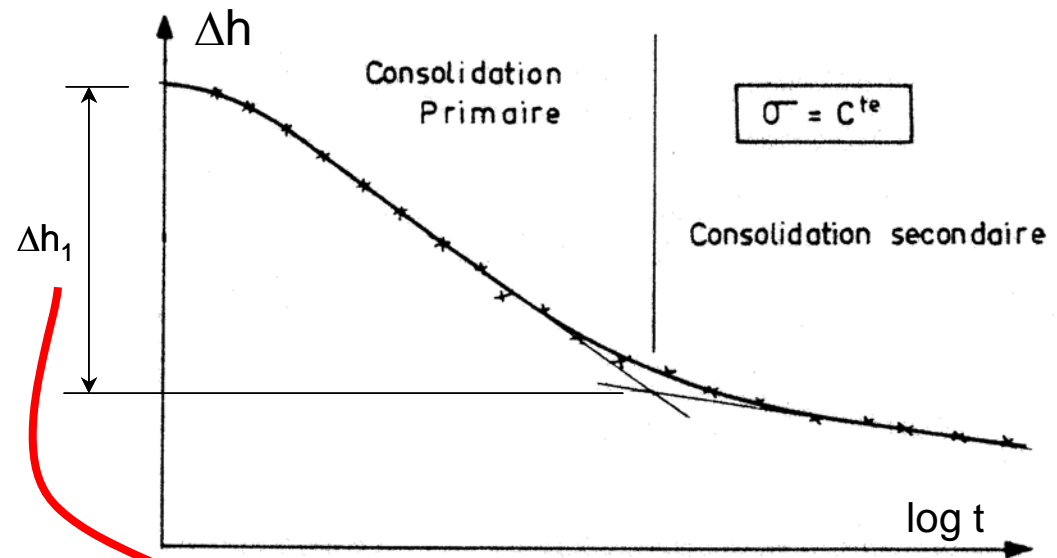
- courbe de consolidation

*tassement de l'échantillon
en fonction du temps pour
une contrainte constante*

essai répété pour plusieurs
contraintes croissantes sur le
même échantillon

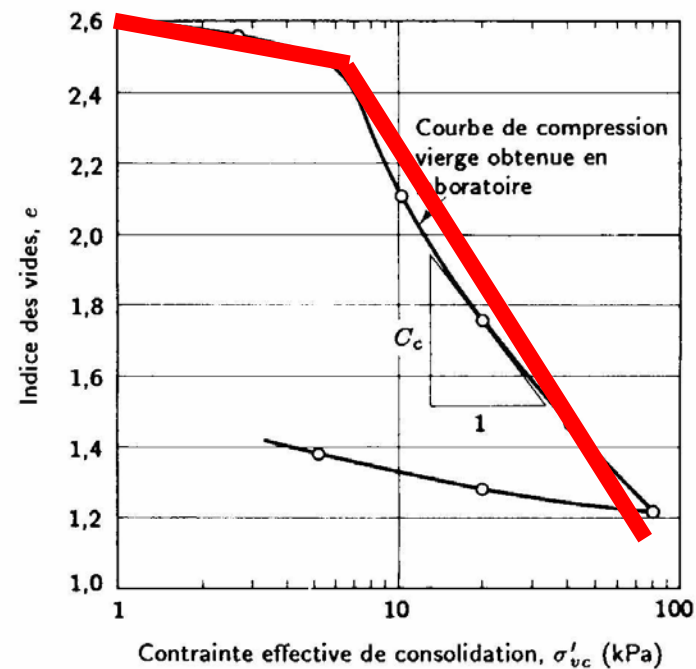
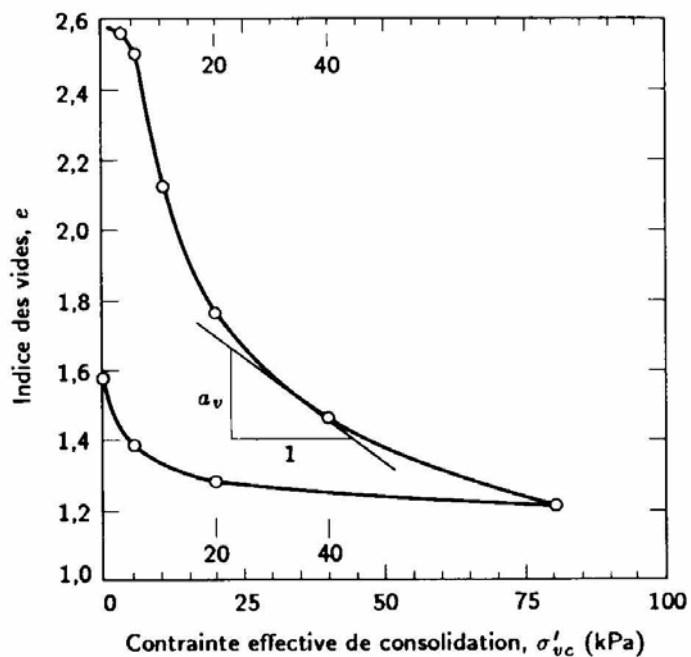
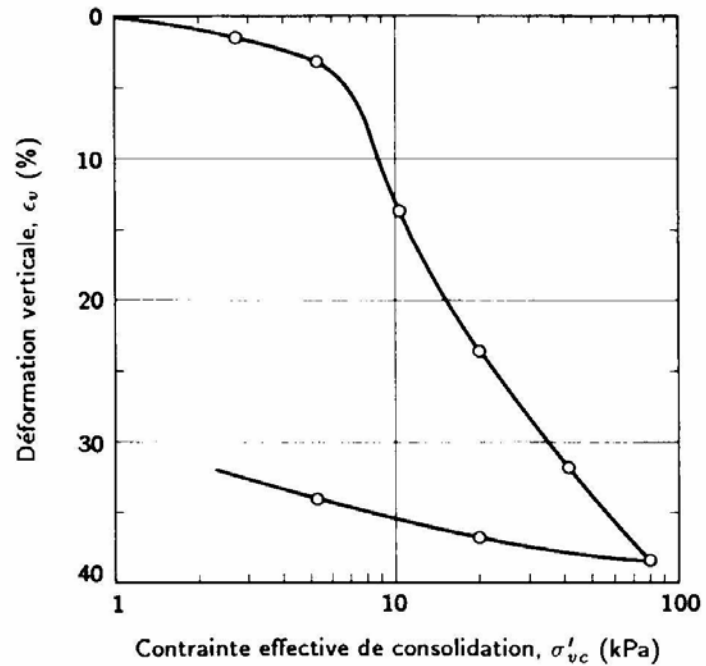
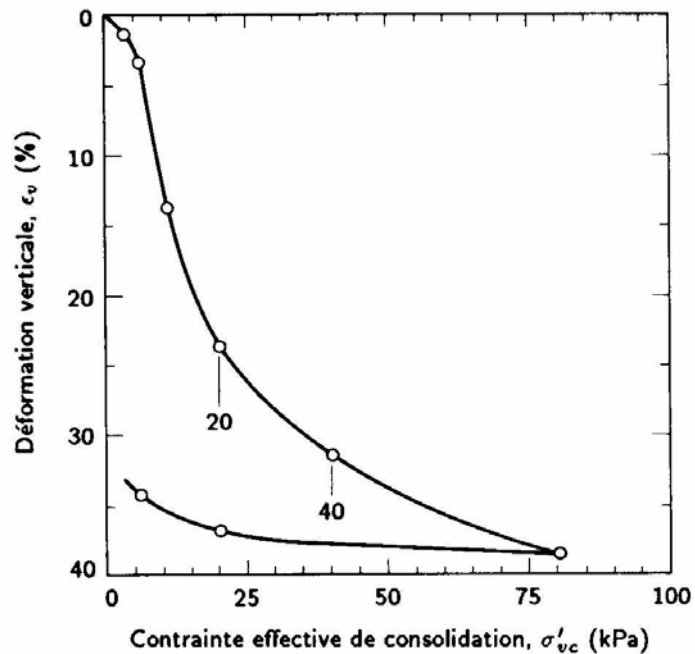
- courbe de compressibilité

*tassement en fonction de la
contrainte appliquée*



3.3

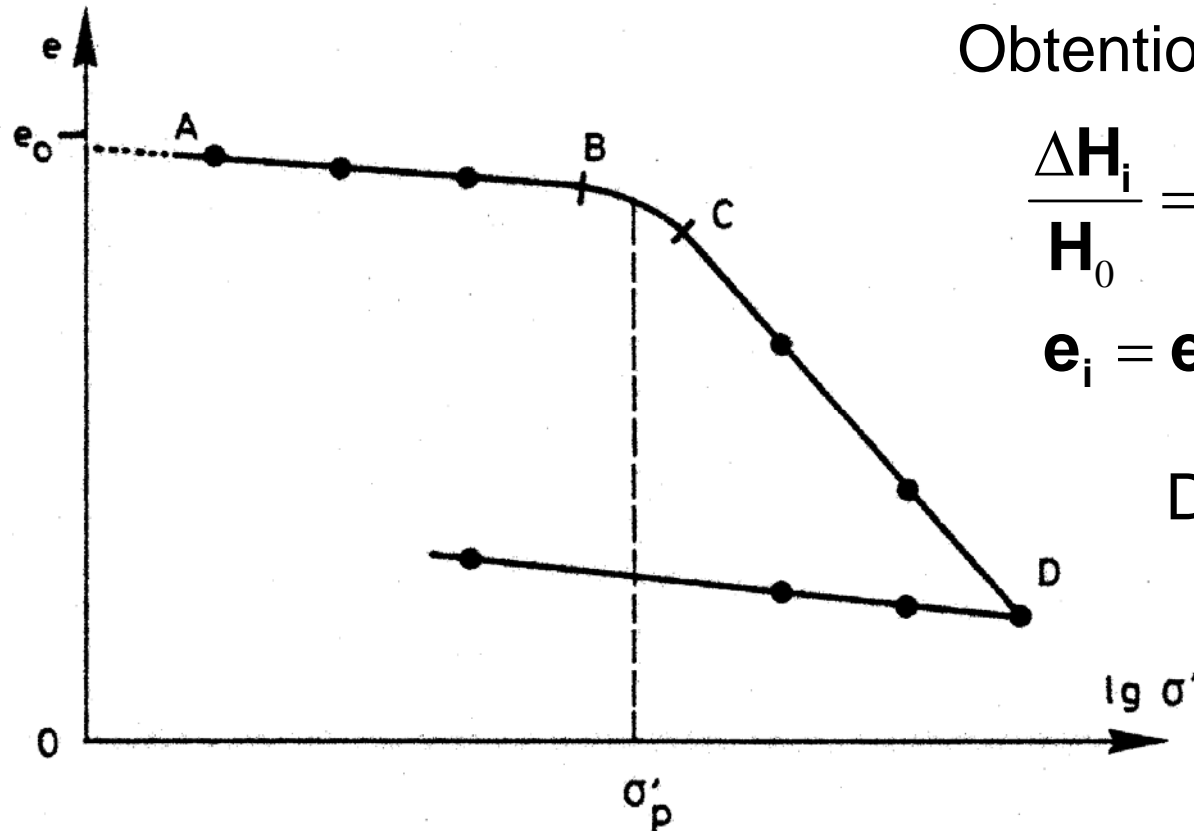
sibi



b)

b)

3.3 Courbe de compressibilité



Obtention de la courbe

$$\frac{\Delta H_i}{H_0} = \frac{\Delta e_i}{1 + e_0}$$

$$e_i = e_0 - \Delta e_i$$

Description de la courbe

$$\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{\Delta V_t}{V_t} = \frac{\Delta V_v}{V_v + V_s} = \frac{\Delta V_v / V_s}{V_v / V_s + 1} = \frac{\Delta e}{1 + e_0}$$

3.4 Phénomène de la consolidation primaire

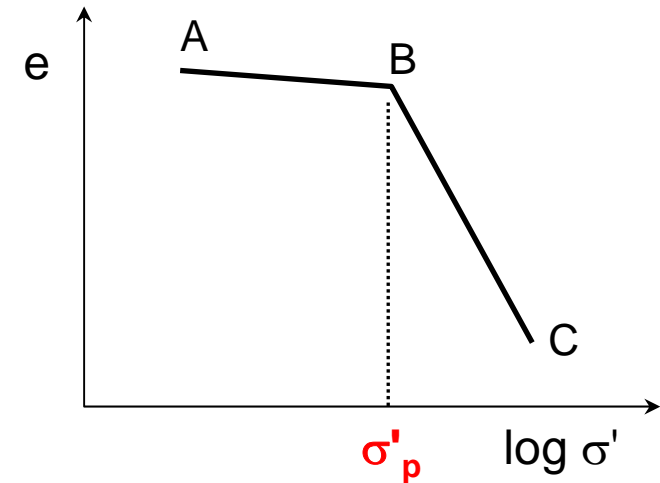
déjà abordé en 3.1

3.5 Caractéristiques de la compressibilité

3.5.1 Pression de préconsolidation

Schématisation de la courbe de compressibilité

- Pression de préconsolidation σ'_p
 - entre A et B
 - faible tassement
 - contraintes auxquelles le sol a déjà été soumis
 - à un moment ou à un autre de son histoire géologique, le sol a été soumis à une pression $\leq \sigma'_p$ (exemple : poids des terres)
 - entre B et C
 - forte compressibilité
 - le sol ne peut pas supporter plus que σ'_p sans se déformer de façon importante
 - le sol est soumis à des contraintes supérieures à toutes celles qu'il a déjà connues
 - courbe vierge de compressibilité

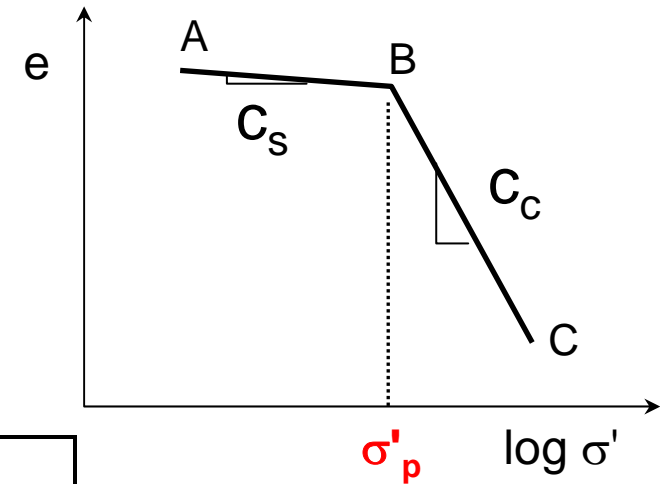


les sols sont donc des matériaux à mémoire

3.5.2 Indice de compression (c_c)

pente de la courbe vierge de compressibilité

$$c_c = - \frac{\Delta e}{\Delta(\log \sigma')}$$



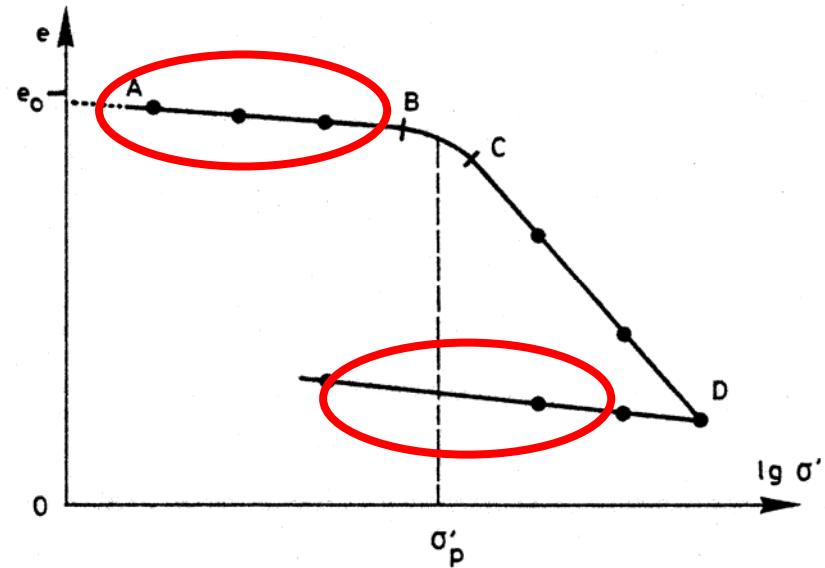
Sables	$0,01 < c_c < 0,1$
Kaolinites	$0,1 < c_c < 0,25$
Illites	$0,25 < c_c < 0,8$
Montmorillonites	$0,8 < c_c < 2,5$

incompressible	lorsque	$c_c < 0,02$	} Sables
très peu compressible	"	$0,02 < c_c < 0,05$	
peu compressible	"	$0,05 < c_c < 0,10$	
moyennement compressible	"	$0,10 < c_c < 0,20$	} Kaolinites
assez fortement compressible	"	$0,20 < c_c < 0,30$	
très compressible	"	$0,30 < c_c < 0,50$	} Illites
extrêmement compressible	"	$0,50 < c_c$	
			} Montmorillonites

relation empirique $c_c = 0.009 \cdot (w_L - 10)$

3.5.3 Indice de gonflement (C_s)

penne d'un cycle de déchargement-rechargement



3.5.4 Module œdométrique

relie les déformations aux contraintes

$$\Delta\sigma' = -E_{\text{oed}} \cdot \frac{\Delta H}{H}$$

$$E_{\text{oed}} = \frac{\Delta\sigma'}{\frac{\Delta H}{H}} = \frac{\Delta\sigma' (1 + e_0)}{\Delta e} = \frac{1 + e}{c_c} \cdot \frac{\Delta\sigma'}{\log\left(1 + \frac{\Delta\sigma'}{\sigma'}\right)}$$



- non constant
- dépend de l'état de contrainte initiale considérée σ' et de l'intervalle de contrainte $\Delta\sigma'$

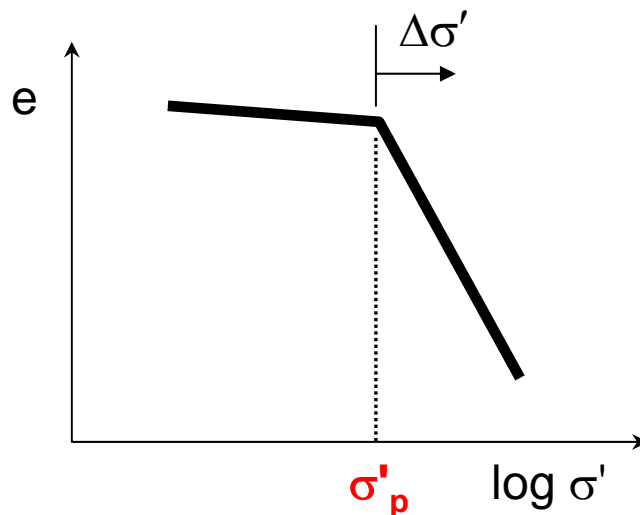
3.6 Classification des sols selon la compressibilité

Prélèvement d'un échantillon de sol à une profondeur donnée

- contrainte effective à laquelle était soumis le sol : σ'_{v0}
- essai œdométrique : σ'_p

3.6.1 Sol normalement consolidé

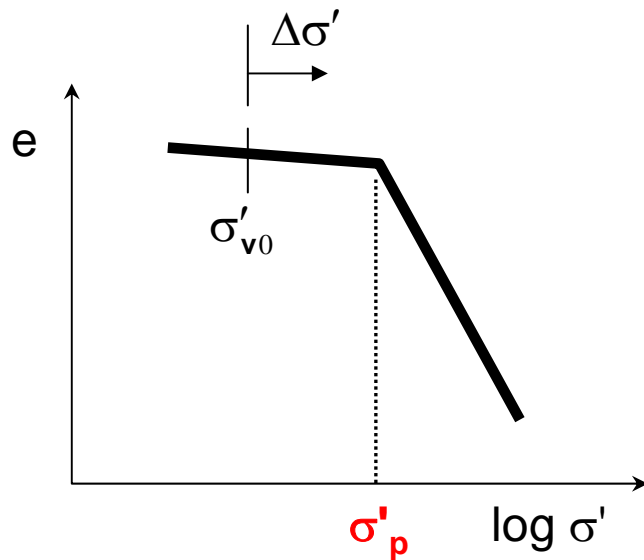
Si $\sigma'_{v0} \approx \sigma'_p$ → le sol est normalement consolidé (NC)



- ❖ application d'une surcharge au sol
→ tassement suivant courbe vierge
- ❖ dans le passé
→ ce sol a tassé uniquement sous son propre poids

3.6.2 Sol surconsolidé

Si $\sigma'_{v0} < \sigma'_p$ → le sol est surconsolidé (SC)



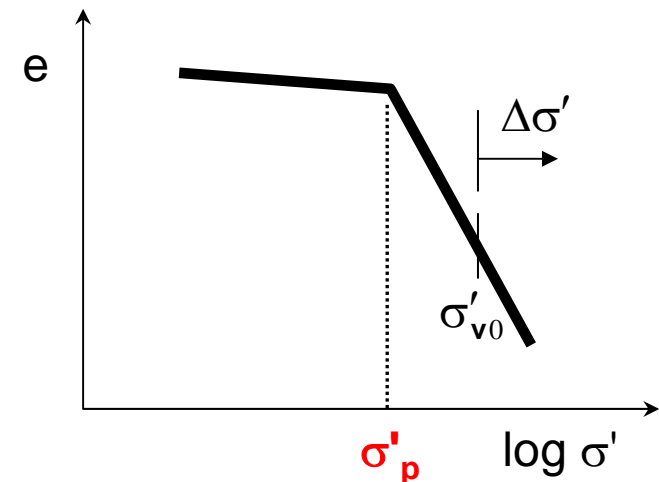
❖ à un moment antérieur de son histoire
→ ce sol a été soumis à une contrainte supérieure au poids des terres actuel

Ex : érosion, excavation, changement de niveau de la nappe phréatique

3.6.3 Sol sous-consolidé

❖ consolidation primaire pas terminée
→ le sol n'a pas encore été soumis à une contrainte aussi élevée que σ'_{v0} (poids des terres actuel)

Ex : remblai récent, mal compacté



Bilan - Intérêt de la classification

- fondations sur sol surconsolidé

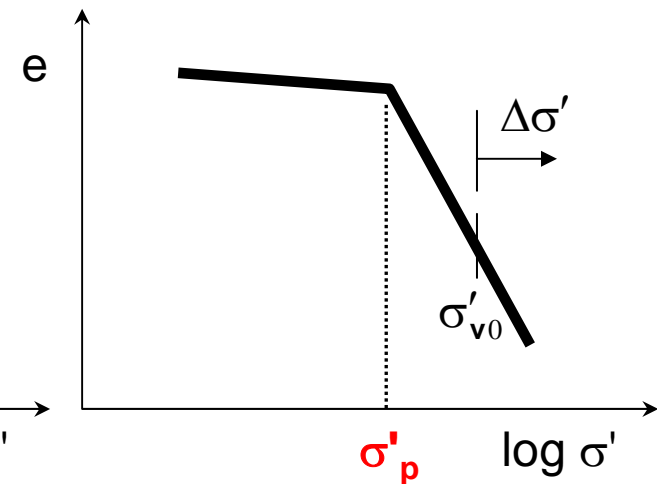
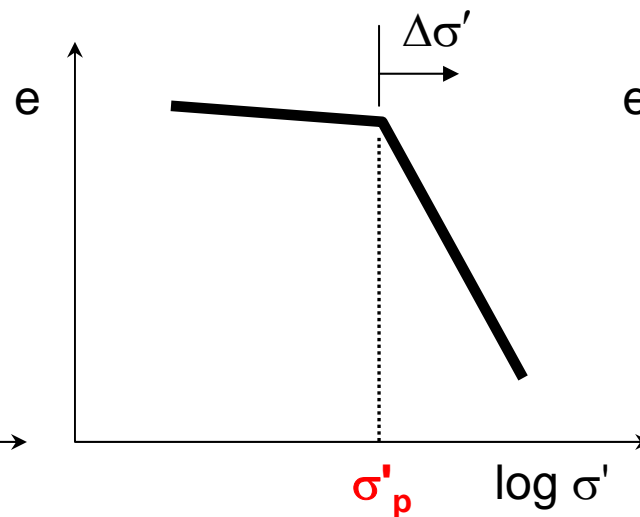
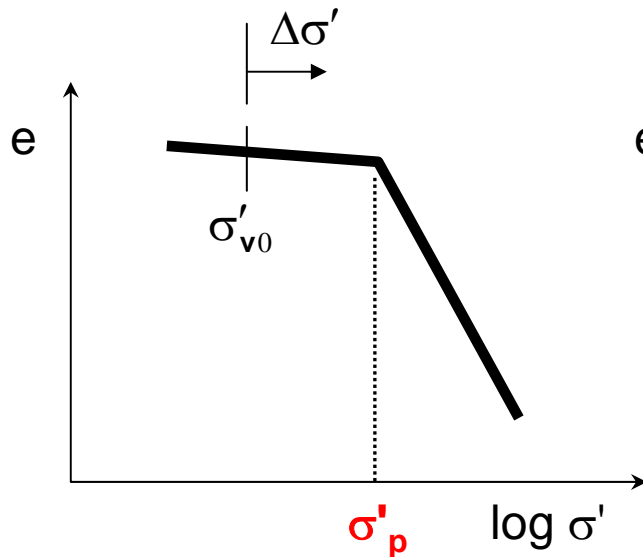
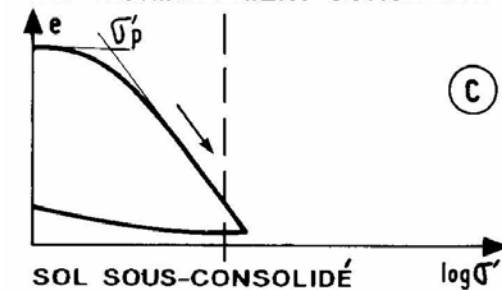
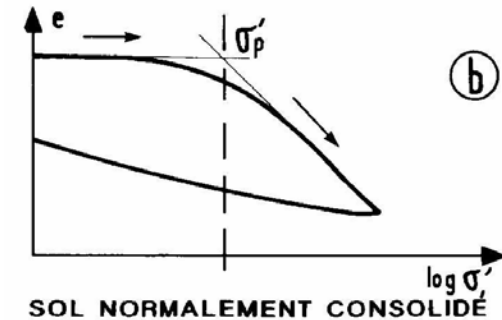
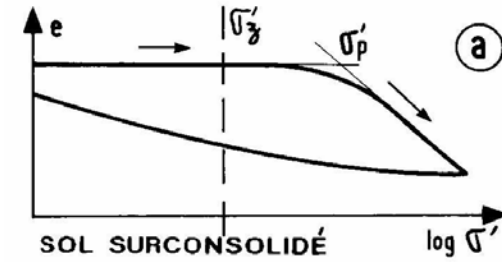
$\sigma'_{v0} + \Delta\sigma' < \sigma'_p$ → *faibles tassements, voire négligeables*

- fondations sur sol normalement consolidé

→ *toute surcharge entraîne un tassement, dépendant de c_c*

- sol sous-consolidé

→ *inconstructibles sans traitement particulier déformations même sans surcharge*



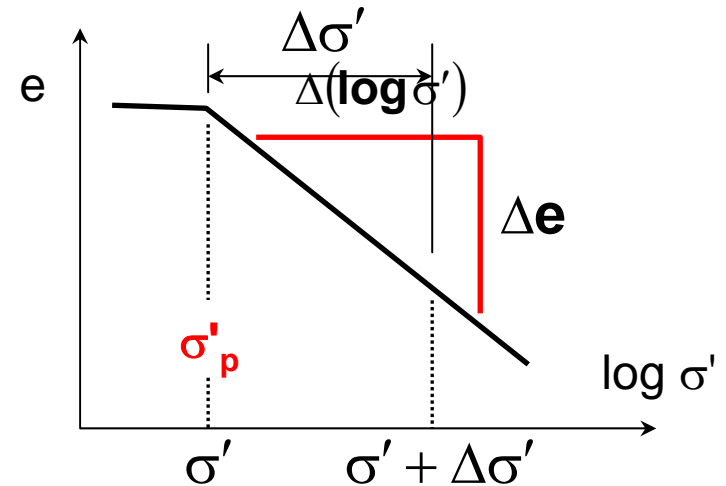
4- Calcul du tassement méthode des couches

Sol normalement consolidé

$$c_c = - \frac{\Delta e}{\Delta(\log \sigma')}$$

$$\log(\sigma' + \Delta\sigma') - \log \sigma'$$

$$\log\left(1 + \frac{\Delta\sigma'}{\sigma'}\right)$$



$$\Delta e = -c_c \cdot \log\left(1 + \frac{\Delta\sigma'}{\sigma'_{v0}}\right)$$

et $\frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta e}{1 + e_0}$

$$\Delta H = -H_0 \cdot \frac{c_c}{1 + e_0} \cdot \log\left(1 + \frac{\Delta\sigma'}{\sigma'_{v0}}\right)$$

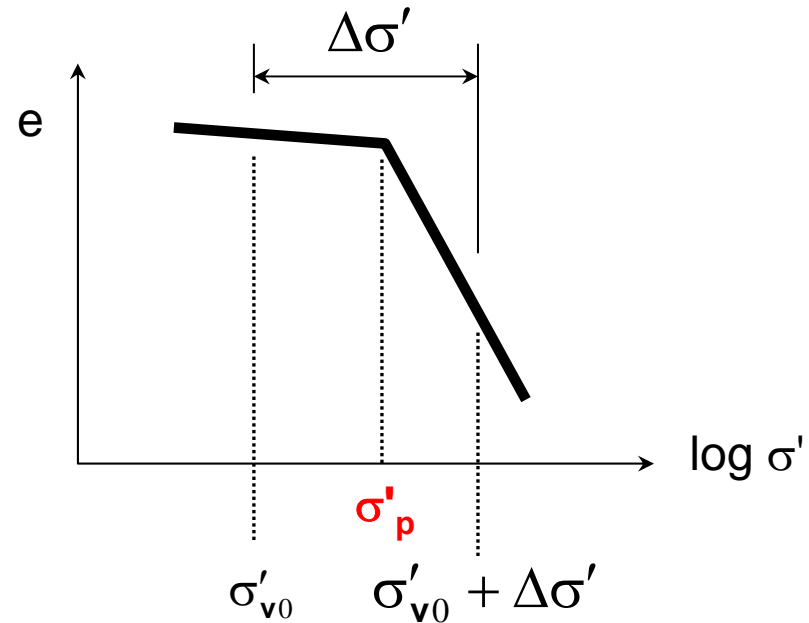
1. Contraintes
dans les sols

2. Calcul des
contraintes

3. Compressibilité
des sols

4. Calcul du
tassement

Sol surconsolidé $\sigma'_{v0} < \sigma'_p$



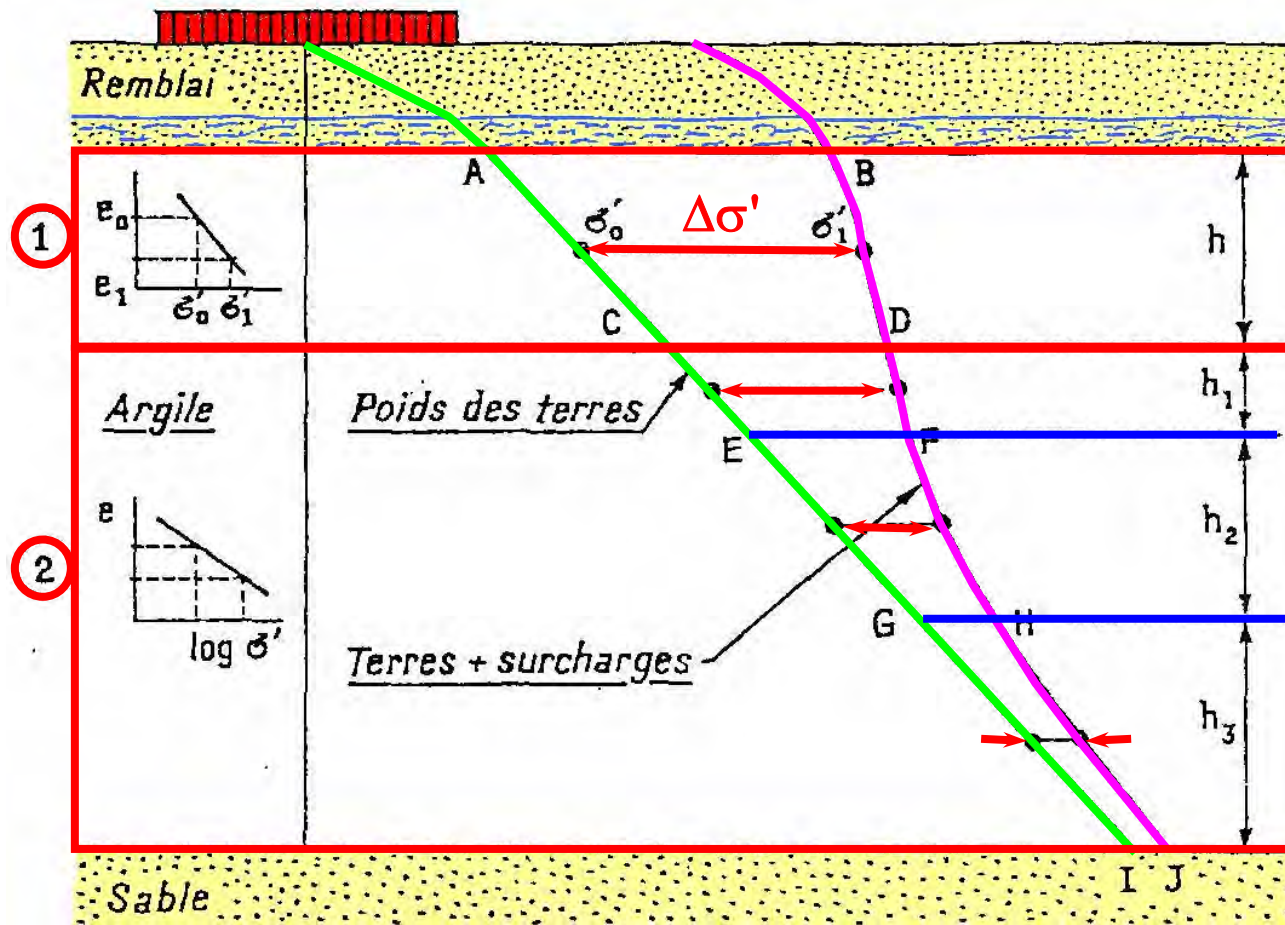
$$\log \sigma'_p - \log \sigma'_{v0} \qquad \log(\sigma'_{v0} + \Delta\sigma') - \log \sigma'_p$$

$$\Delta H = -H_0 \cdot \frac{c_s}{1 + e_0} \cdot \log\left(\frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}}\right) - H_0 \cdot \frac{c_c}{1 + e_0} \cdot \log\left(\frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma'}{\sigma'_p}\right)$$

Méthode des couches

- sol découpé en n couches de hauteur H_i
- calcul du tassement de chacune des couches
 - 1 essai oedométrique par couche
 - c_c et σ'_p par couche
 - σ'_{v0} et $\Delta\sigma'$ par couche

$$s = \sum_{i=1}^n \Delta H_i$$



5- Théorie de la consolidation de Terzaghi et Frohlich

5.1 Hypothèses

5.2 Équation de la consolidation

5.3 Solution de l'équation de Terzaghi

5. Théorie de la consolidation

6. Durée des tassements

7. Consolidation secondaire

8. Tassements admissibles

Degré de consolidation

Calcul précédent → tassement total d'un sol fin

- *surpressions interstitielles évacuées*
- *surcharges reprises par les grains solides*

Pour un sol très fin → quelques mois à plusieurs années

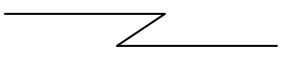
- *où en est la consolidation primaire ?*
- *combien de temps pour avoir le tassement total ?*

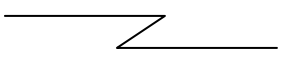
Utilisation de la théorie de Terzaghi et Frohlich

- *degré de consolidation moyen d'une couche compressible*

$$U = \frac{S_t}{S_\infty}$$

↓
en %

 tassement de la couche au temps t

 tassement final de la couche

Sachant que

- le tassement est fonction de la diminution de la surpression interstitielle

plus l'eau s'évacue

↪ plus les grains solides reprennent la surcharge $\Delta\sigma'$

↪ plus le tassement progresse

On peut montrer que

$$\mathbf{U} = \frac{\mathbf{s}_t}{\mathbf{s}_\infty} = 1 - \frac{\Delta\mathbf{u}}{\Delta\mathbf{u}_i}$$

— surpression interstitielle au temps t

— surpression interstitielle initiale

- à l'instant initial ($t=0$)

$$\Delta\mathbf{u} = \Delta\mathbf{u}_i \rightarrow \mathbf{U} = 0$$

- à la fin de la consolidation

$$\Delta\mathbf{u} = 0 \rightarrow \mathbf{U} = 1$$

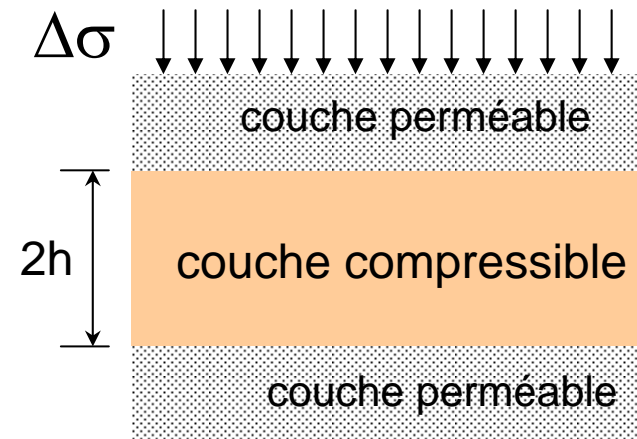
5.1 Théorie de la consolidation - Hypothèses

Description du problème

- couche compressible d'épaisseur constante $2h$
- entre 2 couches de matériaux perméables (sable ou gravier)
- surcharge uniformément répartie

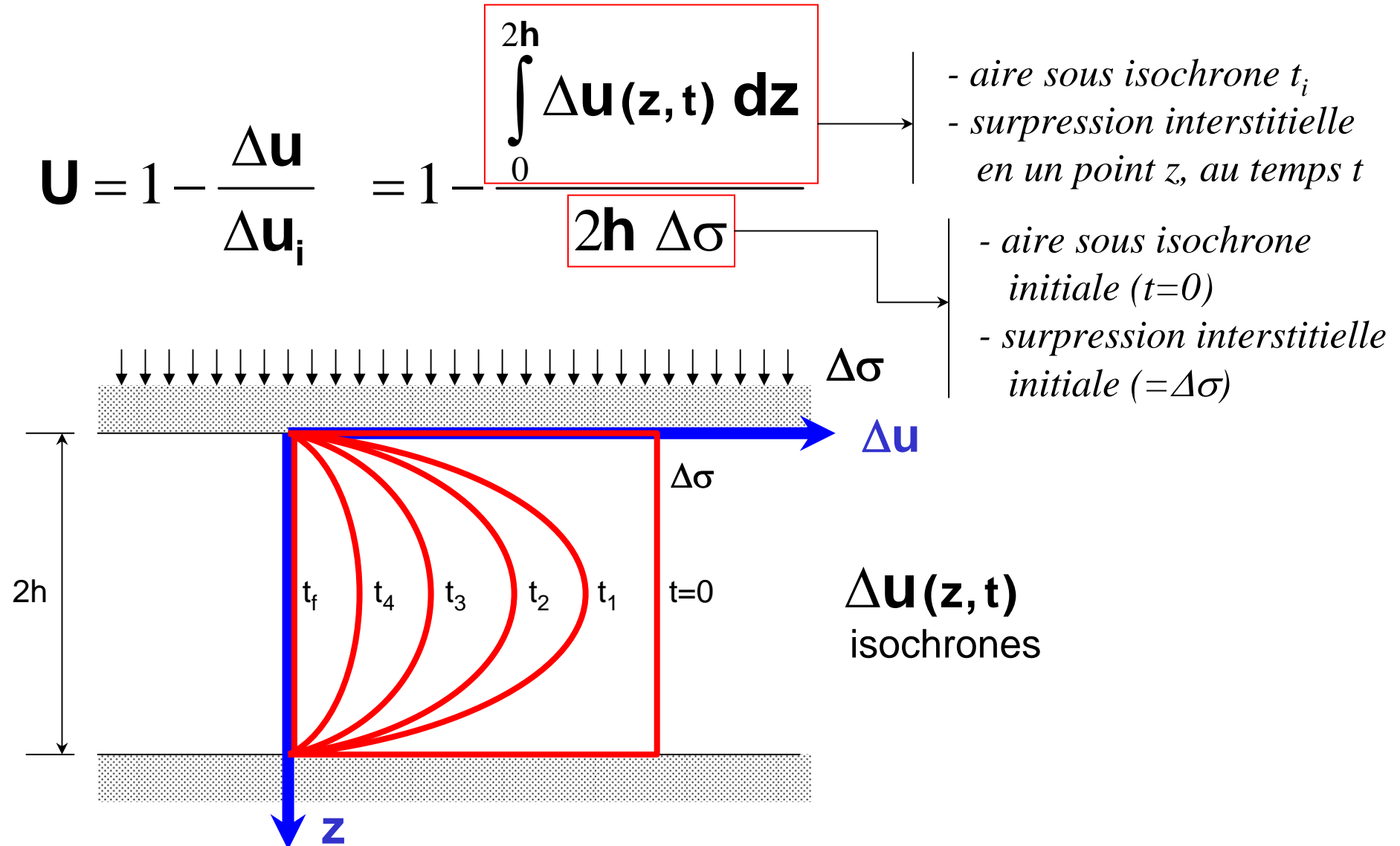
Hypothèses

- 1- étude de la consolidation primaire
- 2- sol de la couche compressible \rightarrow homogène
- 3- grains + fluide \rightarrow incompressible
- 4- sol saturé
- 5- loi de Darcy applicable
- 6- k constant sur $2h$
- 7- squelette \rightarrow élasticité linéaire (E_{oed} constant)



5.2 Équation de la consolidation

On démontre que la consolidation U au temps t (en %) :



Degré de consolidation

→ il suffit de déterminer $\Delta \mathbf{u}(\mathbf{z}, t)$ pour trouver le degré de consolidation

$$\mathbf{U} = 1 - \frac{\int_0^{2h} \Delta \mathbf{u}(\mathbf{z}, t) \, d\mathbf{z}}{2h \Delta \sigma}$$

la façon dont se répartie la surpression interstitielle sur la couche compressible en fonction du temps

Équation de la diffusion

→ $\Delta \mathbf{u}(\mathbf{z}, t)$ peut être représenté par l'équation de la diffusion de l'eau ou de la chaleur

$$\frac{\partial \Delta \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{c}_v \frac{\partial^2 \Delta \mathbf{u}}{\partial \mathbf{z}^2}$$

\mathbf{c}_v = coefficient de consolidation verticale

$$\mathbf{c}_v = \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_{\text{oed}}}{\gamma_w} \quad (\text{m}^2/\text{s})$$

5.3 Solution de l'équation de Terzaghi

Résolution d'une équation différentielle du second degré

→ *solution à partir d'une série de Fourier*

Conditions limites

$$\Delta \mathbf{u}(0, \mathbf{t}) = 0$$

$$\Delta \mathbf{u}(2\mathbf{h}, \mathbf{t}) = 0$$

surpressions interstitielles nulles
aux frontières de la couche

$$\mathbf{si} \ \mathbf{t} = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{u}_i = \Delta \sigma$$

Solution de l'équation

$$\Delta \mathbf{u}(\mathbf{z}, \mathbf{t}) = \Delta \sigma \cdot \sum f_1(\mathbf{Z}) f_2(\mathbf{T})$$

Z et T sont des
paramètres sans
dimension

Paramètres sans dimension

Z : paramètre géométrique

T : facteur temps

$$\mathbf{T}_v = \frac{\mathbf{c}_v}{\mathbf{d}^2} \cdot \mathbf{t} = \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_{oed}}{\mathbf{d}^2 \cdot \gamma_w} \cdot \mathbf{t}$$

Retour au degré de consolidation

C_v : coefficient de consolidation

d : distance de drainage

t : temps

$$\mathbf{U} = 1 - \frac{\int_0^{2h} \Delta \mathbf{u}(z, t) \, dz}{2h \Delta \sigma}$$

→ en remplaçant $\Delta \mathbf{u}(z, t)$ on obtient :

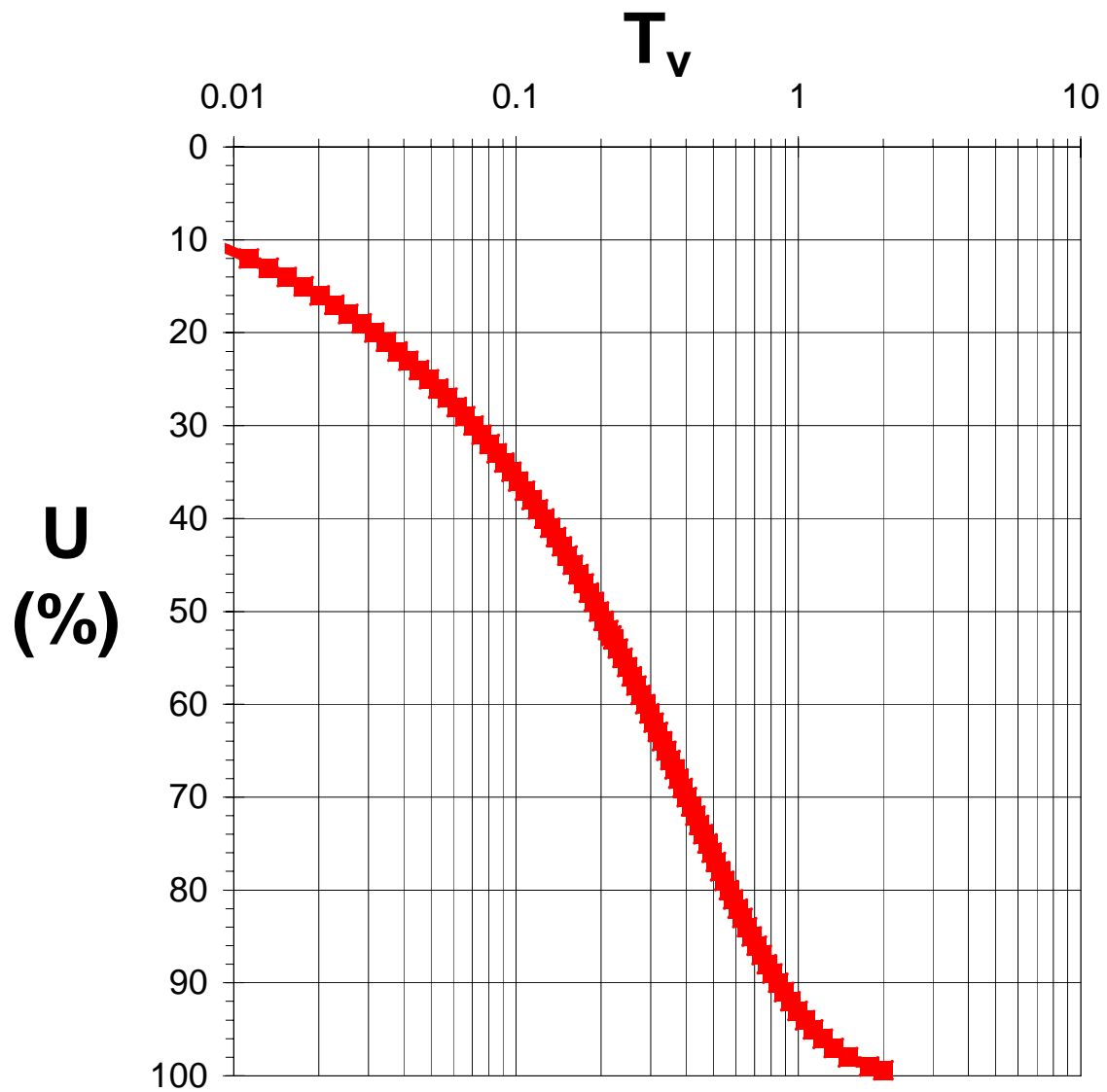
$$\mathbf{U} = 1 - \frac{8}{\pi^2} \cdot \sum \frac{1}{n} \cdot \exp\left(\frac{-n^2 \pi^2 \mathbf{T}_v}{4}\right)$$

U = f(T_v) → **U** ne dépend que de **T_v**

- *indépendant des caractéristiques géométriques (h) ou mécaniques (k, E_{oed}) du problème*
- *ces caractéristiques ne sont utilisées que pour le calcul de T_v*

$\mathbf{U} = f(\mathbf{T}_v)$ → fonction indépendante et unique

$$\mathbf{U} = \left(\frac{\mathbf{T}_v^3}{\mathbf{T}_v^3 + 0.5} \right)^{1/6}$$



6- Durée des tassements

6.1 Détermination de c_v à l'œdomètre
méthode de Casagrande

6.2 Temps nécessaire pour obtenir le tassement final

6.3 Consolidation d'un sol composé de plusieurs couches

6.4 Prise en compte du temps de chargement

6.5 Réduction du temps de consolidation

6.5.1 Méthode des drains

6.5.2 Méthode des surcharges

5. Théorie de la consolidation

6. Durée des tassements

7. Consolidation secondaire

8. Tassements admissibles

6- Durée des tassements

À partir de T_v

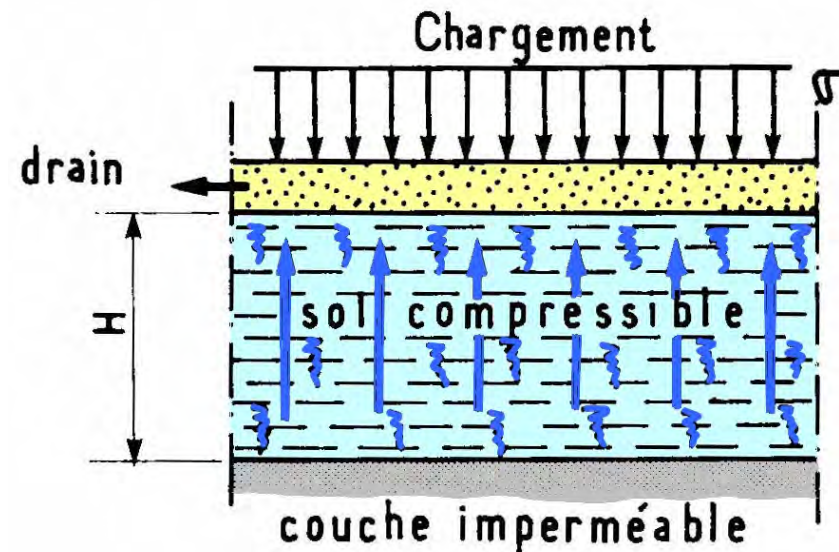
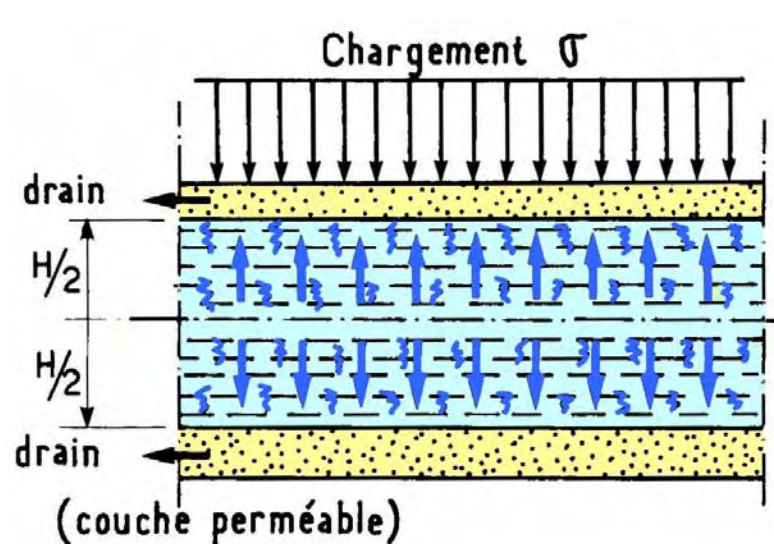
$$T_v = \frac{c_v}{d^2} \cdot t$$

c_v : coefficient de consolidation

d : distance de drainage

t : temps

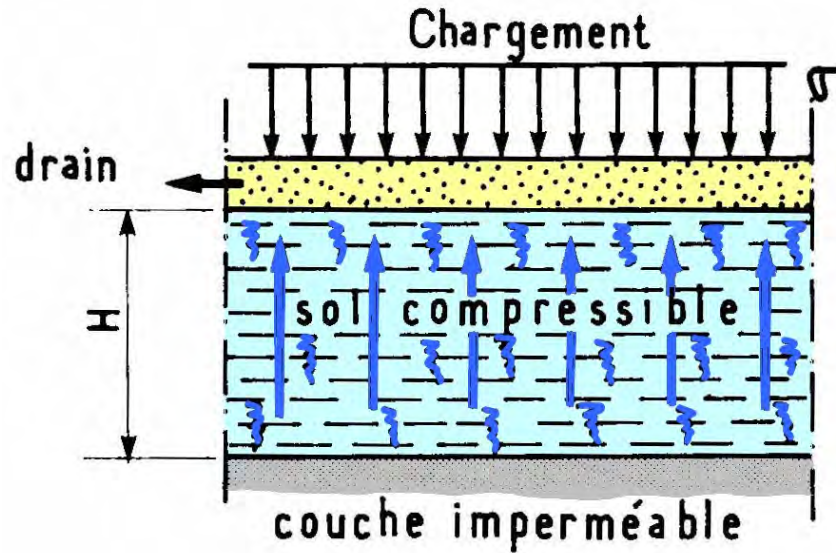
Pour U donné $\rightarrow T_v$ par $U = f(T_v) \rightarrow t = \frac{d^2}{c_v} \cdot T_v$



Exemple

$$H = 1 \text{ m}$$
$$c_v = 2 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$$

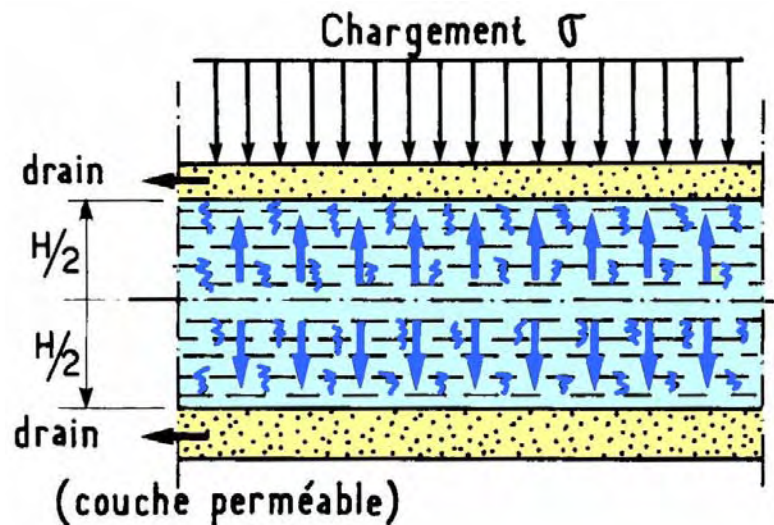
$$t = \frac{d^2}{c_v} \cdot T_v$$



$$U = 50\% \rightarrow T_v = 0,197$$
$$\rightarrow t = 114 \text{ jours}$$

$$U = 100\% \rightarrow T_v \approx 2$$
$$\rightarrow t = 1157 \text{ jours}$$

(3 ans et 2 mois)



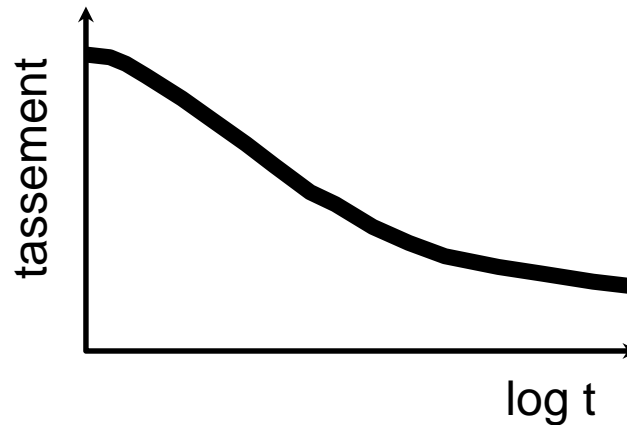
$$U = 50\% \rightarrow t = 28 \text{ jours}$$

$$U = 100\% \rightarrow t = 289 \text{ jours}$$

drainage par 2 faces
→ temps divisé par 4

6.1 Détermination de c_v à l'œdomètre méthode de Casagrande

À partir de la courbe de consolidation

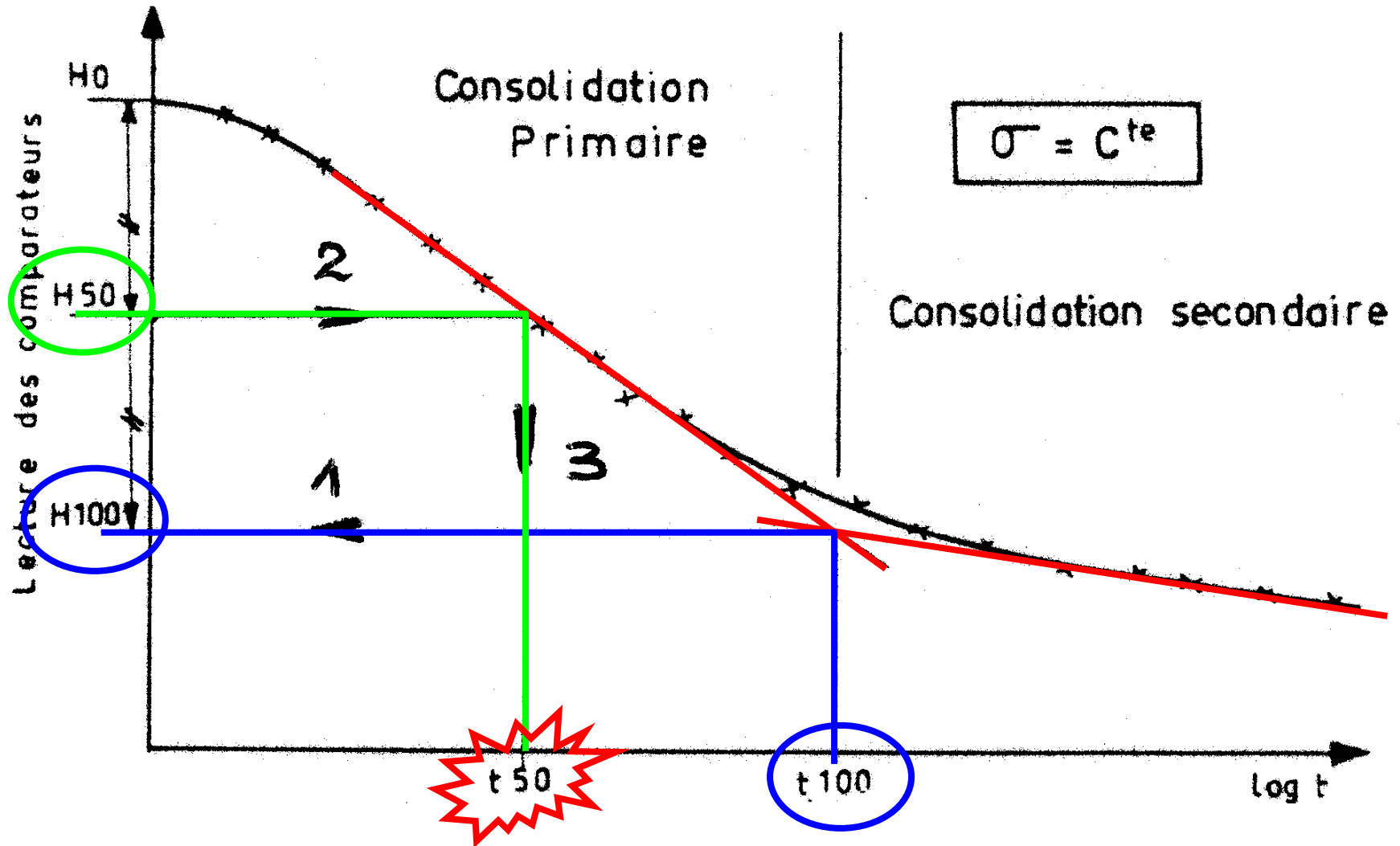


→ application de la relation $T_v = \frac{c_v}{d^2} \cdot t$ pour un degré de consolidation U de 50%

$$c_v = \frac{T_v \cdot d^2}{t}$$

- $T_v = 0.197$ (pour $U=50\%$)
- $d =$ distance de drainage
(demi épaisseur de l'échantillon dans l'œdomètre)
- $t = t_{50} =$ temps nécessaire pour atteindre 50%
de la consolidation primaire

Détermination de t_{50}



Ordre de grandeur de c_v

Kaolinites	$2 \cdot 10^{-7} < c_v < 4 \cdot 10^{-7}$
Illites	$10^{-7} < c_v < 2 \cdot 10^{-7}$
Montmorillonites	$2 \cdot 10^{-8} < c_v < 10^{-7}$
Argiles sableuses	de l'ordre de 10^{-7}
Limons	de l'ordre de $5 \cdot 10^{-6}$

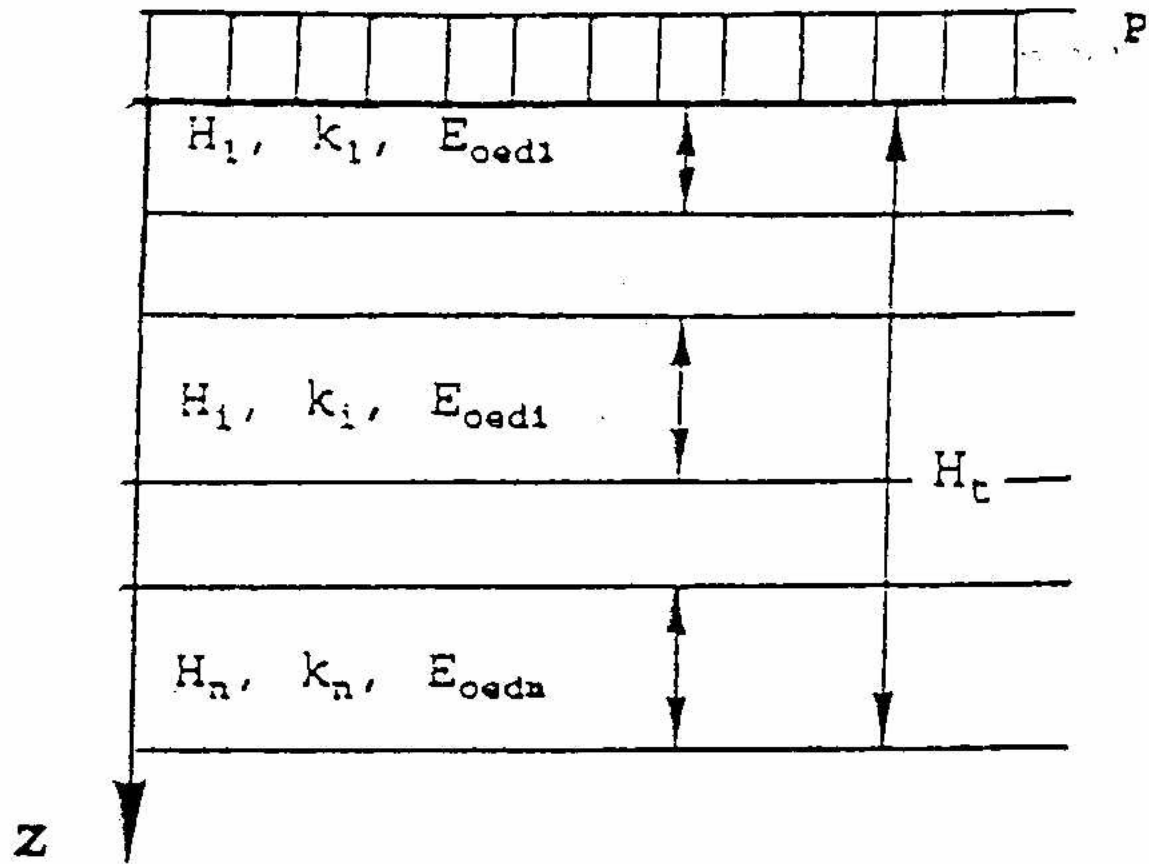
6.2 Temps nécessaire pour obtenir le tassement final

déjà abordé en 6.0

6.3 Consolidation - sol composé de plusieurs couches

Couche équivalente unique homogène d'épaisseur H_t

$$C_{ve} = \frac{\left(\sum_i h_i \right)^2}{\left(\sum_i \frac{h_i}{\sqrt{c_{vi}}} \right)^2}$$



6.4 Prise en compte du temps de chargement

Théorie de Terzaghi et Frohlich

→ *chargement instantané du sol*

Correction pour la prise en compte du temps de construction (t_c)

Hypothèses - *surcharge appliquée linéairement en fonction du temps*
 - *pour une surcharge donnée*

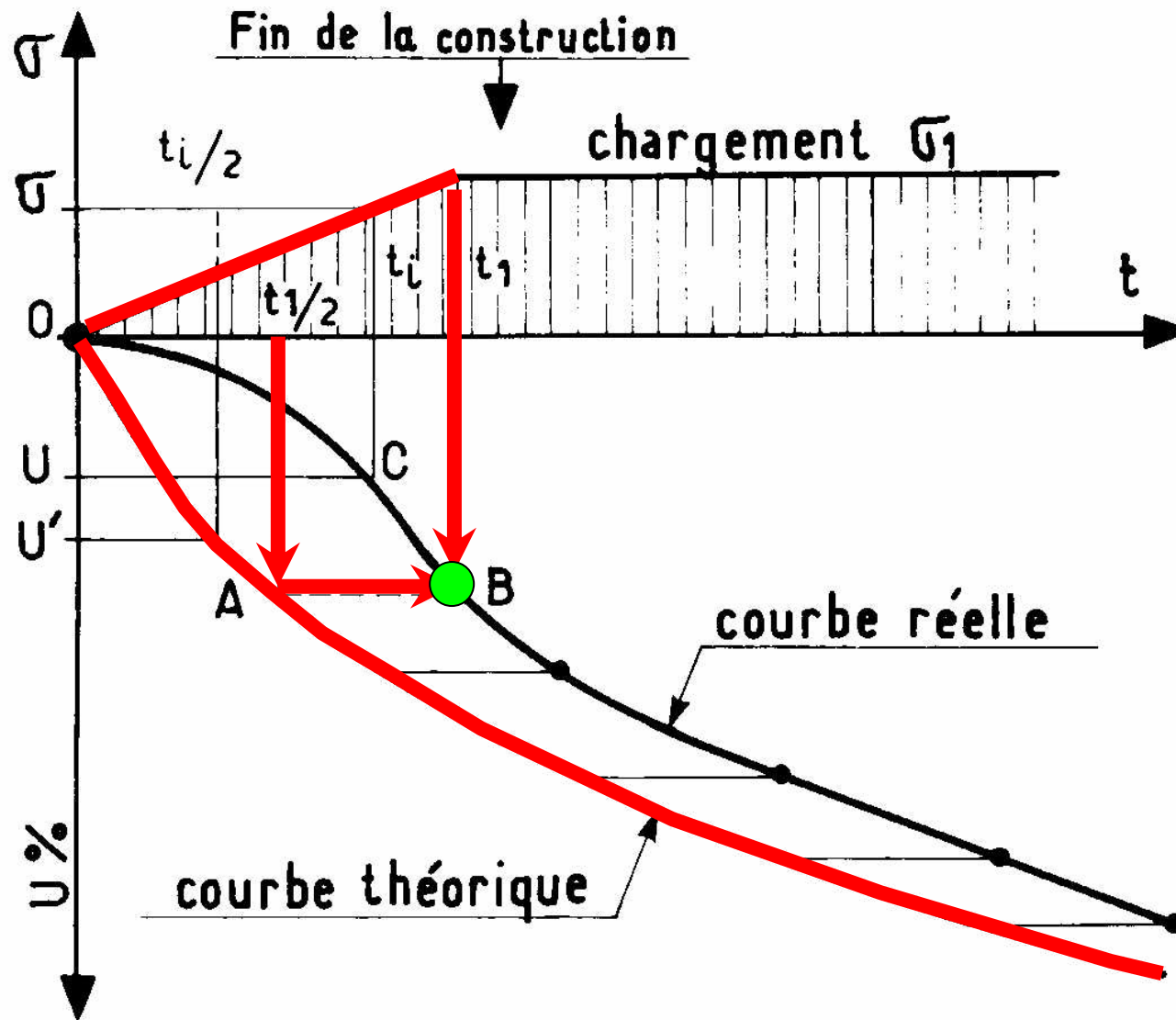


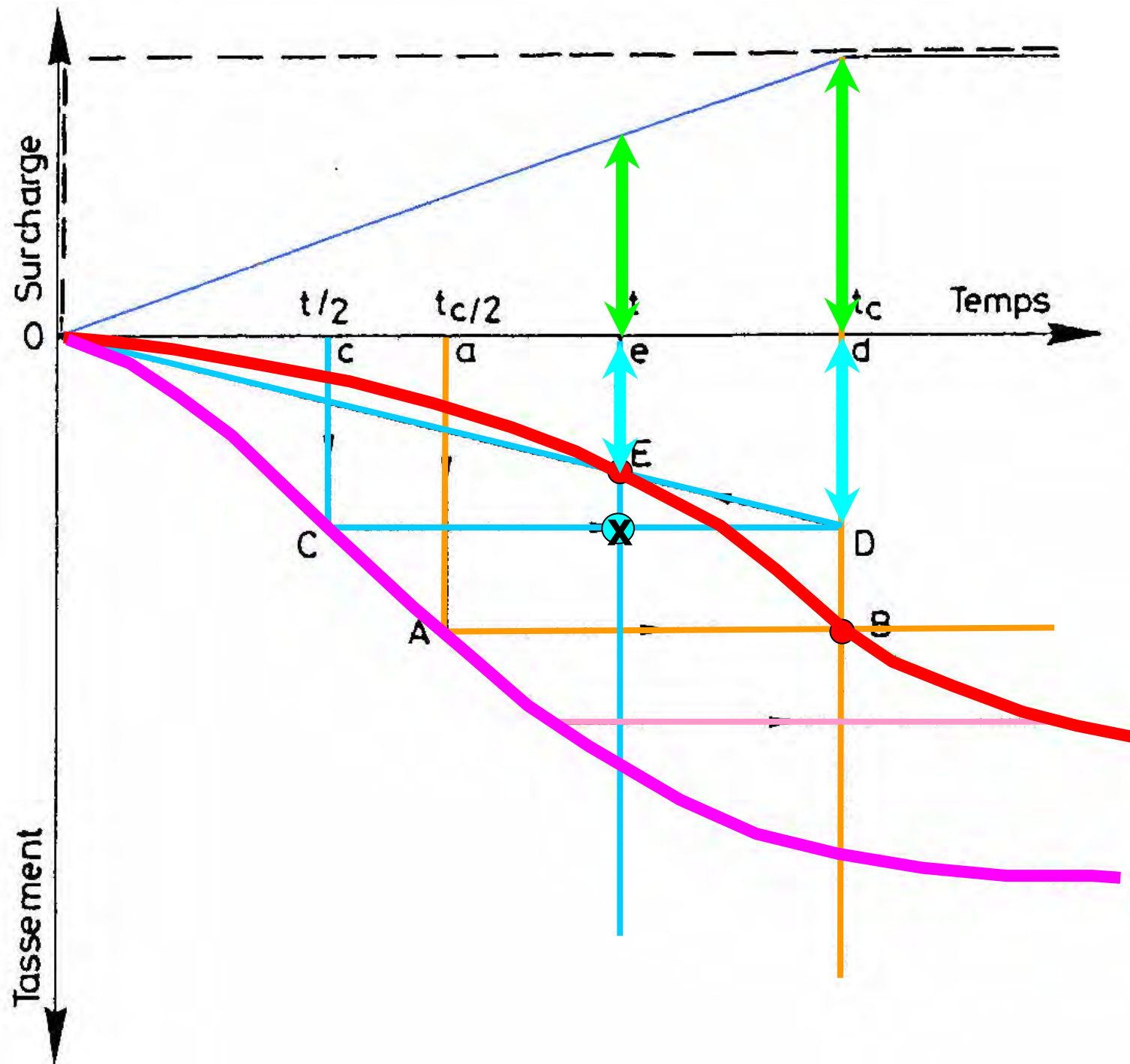
tassement au temps t = tassement au temps $t/2$

surcharge progressive

surcharge instantannée

- courbe théorique : charge appliquée instantanément à $t_0 = 0$
- chargement linéaire entre t_0 et t_1
- tassement réel à t_1 (B) = tassement observé si σ_1 avait été appliquée à $t_1/2$ (A)





6.5 Réduction du temps de consolidation

Accélération de la consolidation

→ *Deux principales méthodes*

6.5.1 Méthode des drains

$$t = \frac{T_v \cdot d^2}{c_v}$$



pour diminuer t , il faut augmenter c_v

$$c_v = \frac{k \cdot E_{oed}}{\gamma_w}$$

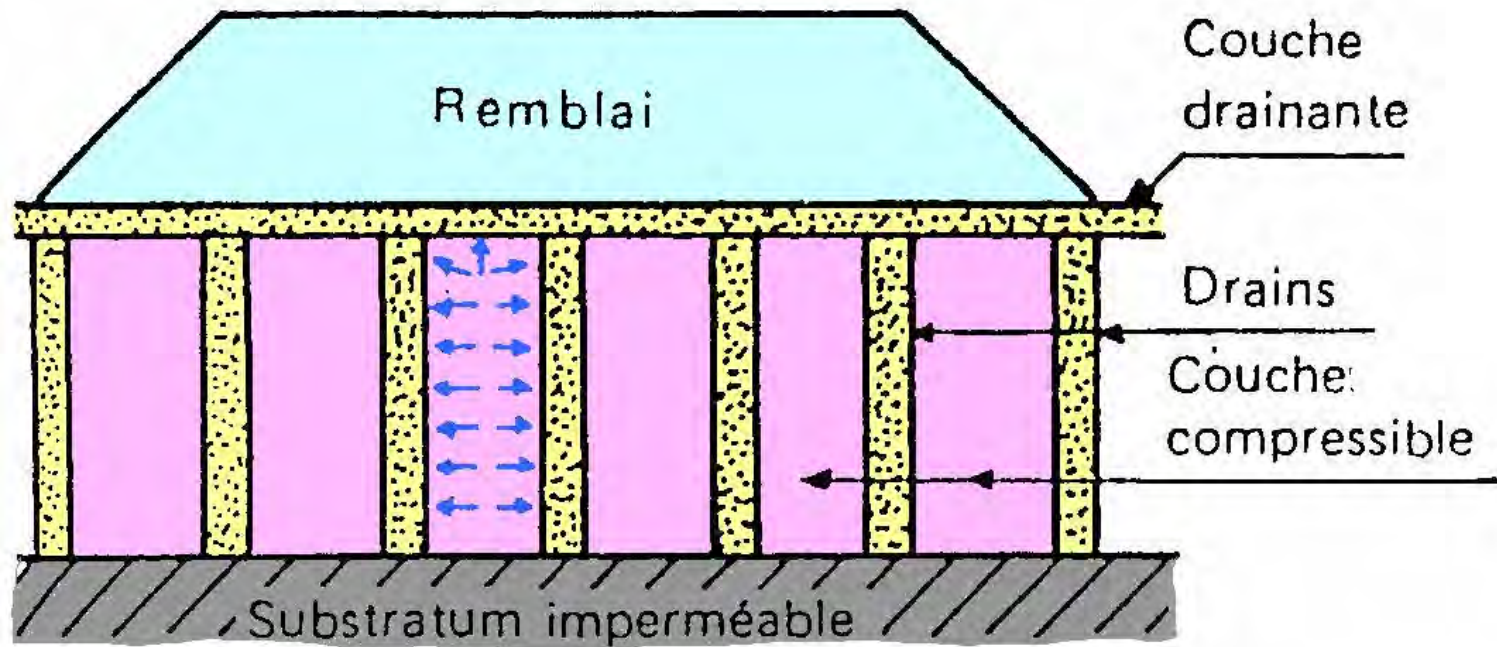
donc augmenter k



favoriser le drainage de la couche compressible

Principe

- forages verticaux perméables qui traversent la couche compressible
- trame régulière



Théorie de la consolidation de Terzaghi généralisée en 3D

$$1 - \mathbf{U} = (1 - \mathbf{U}_v) \cdot (1 - \mathbf{U}_r)$$

- consolidation verticale

$$\mathbf{U}_v \rightarrow \mathbf{T}_v = \frac{\mathbf{C}_v}{d^2} \cdot t$$

- consolidation radiale

$$\mathbf{U}_r \rightarrow \mathbf{T}_r = \frac{\mathbf{C}_r}{D^2} \cdot t$$

- consolidation radiale

$$U_r \rightarrow T_r = \frac{c_r}{D^2} \cdot t$$

c_r = coefficient de consolidation radiale $\frac{c_r}{c_v} = \frac{k_h}{k_v}$

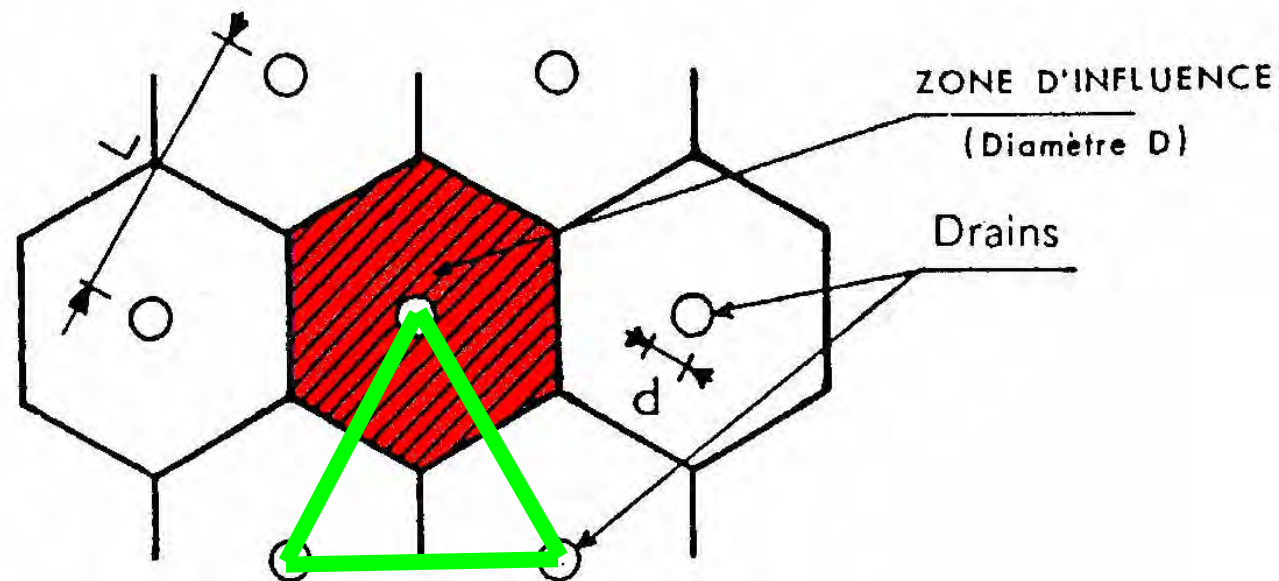
D = diamètre de la zone d'influence du drain



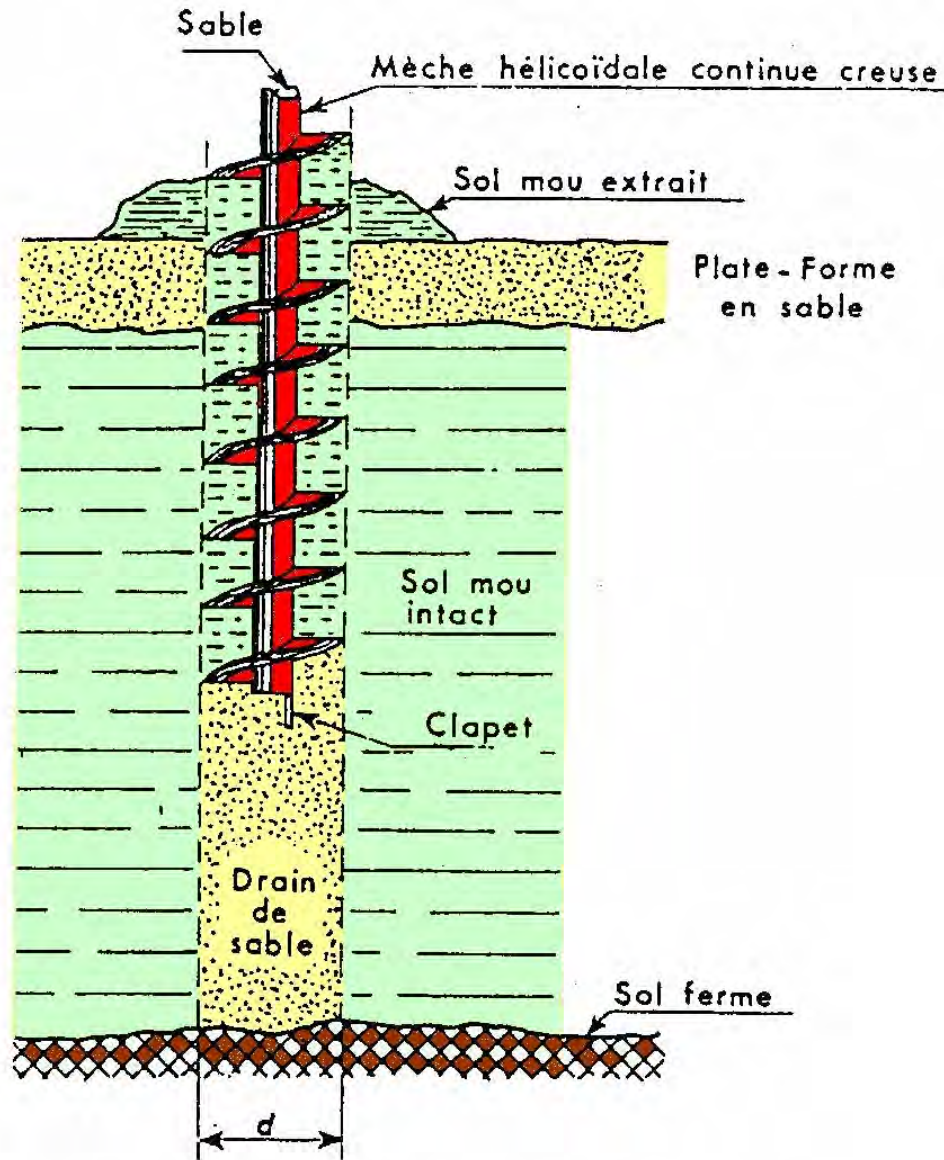
D = 1.05 L



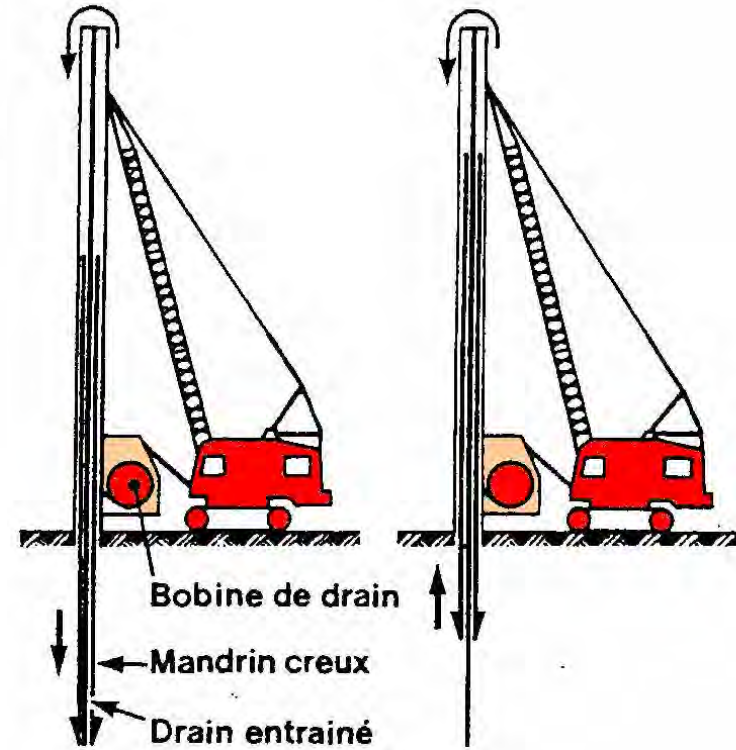
D = 1.13 L



Exécution des drains



a - Réalisation d'un drain de sable par forage à la tarière à âme creuse



b - Mise en œuvre des drains "mèches"

6.5.2 Méthode des surcharges

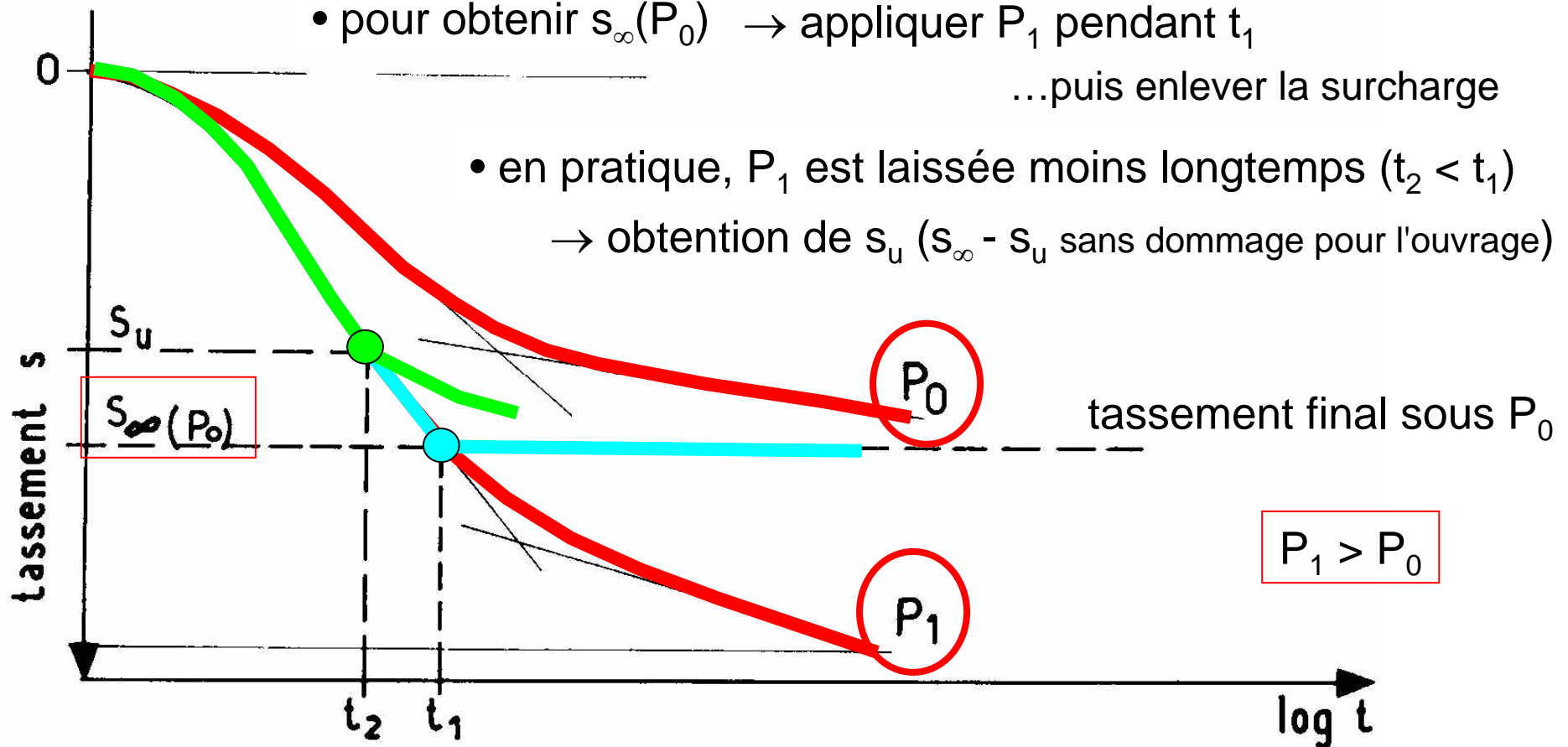
- ajout de charge sur le sol
- $\Delta\sigma$ n'affecte pas la relation $U = f(T_v)$

P_0 : charge de service de l'ouvrage à construire ...et sa courbe de consolidation

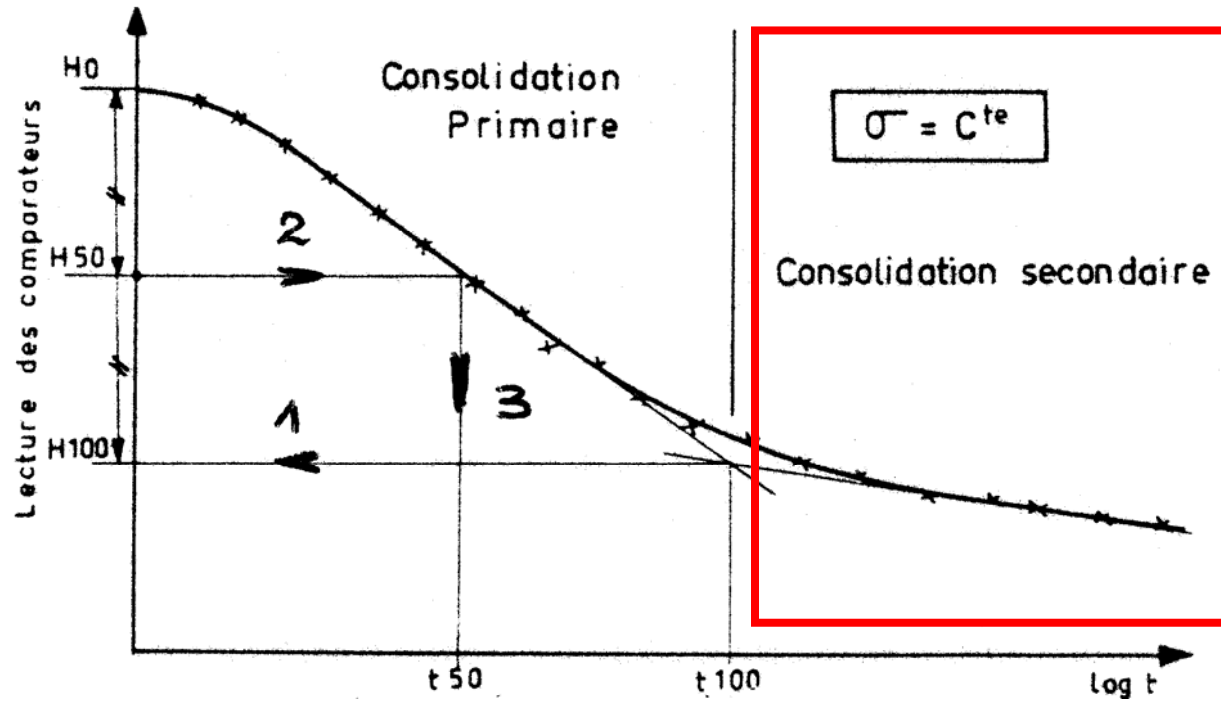
Procédé : • avant construction, appliquer une surcharge provisoire P_1
...sa courbe de consolidation

- pour obtenir $s_\infty(P_0)$ → appliquer P_1 pendant t_1
...puis enlever la surcharge

- en pratique, P_1 est laissée moins longtemps ($t_2 < t_1$)
→ obtention de s_u ($s_\infty - s_u$ sans dommage pour l'ouvrage)



7- Consolidation secondaire



Fluage du squelette minéral solide

5. Théorie de la consolidation

6. Durée des tassements

7. Consolidation secondaire

8. Tassements admissibles

8- Dispositions constructives tassements admissibles

Exemples de tassements admissibles

Type d'ouvrage	Tassement différentiel pour deux points distants de 10 m	Distorsion
<u>Bâtiments d'habitation :</u>		
- normaux	3 à 6 mm	3/10 000 à 6/10 000
- fragiles	3 mm	3/10 000
- souples	7 mm	7/10 000
<u>Constructions industrielles :</u>		
- traditionnelles (charpente métallique ou béton)	10 mm	1/1 000
- traditionnelles avec remplissage fragile	8 mm	0,8/1 000
- traditionnelles sans remplissage	15 mm	1,5/1 000

5. Théorie de la consolidation

6. Durée des tassements

7. Consolidation secondaire

8. Tassements admissibles

Recommandations du 4^{ème} congrès international de Mécanique des Sols (Londres 1956)

Type de mouvement	Le tassement doit être limité pour assurer :	Tassement maximal
Tassement total	le drainage	15 à 30 cm
	la facilité d'accès	30 à 60 cm
	une certaine uniformité du tassement	
	- murs en maçonnerie	2 à 5 cm
	- poutraison	5 à 10 cm
	- silos, cheminées, radiers	8 à 30 cm
Tassements différentiels	stabilité au renversement des cheminées et tours	0,004 B
	circulation d'engins	0,01 L
	stabilité des empilages de marchandises	0,01 L
	fonctionnement des machines lourdes (avec possibilité de réglage ultérieur)	0,003 L à 0,0002 L
	fonctionnement des grues sur rail	0,003 L
	écoulement de l'eau dans les canalisations (attention de ne pas modifier les conditions de l'écoulement)	0,01 L à 0,02 L
	la sécurité à l'égard de la fissuration	
	- grands murs de briques	0,0005 à 0,001L
	- poutres en B.A.	0,0025 à 0,004 L
	- voiles en B.A.	0,003 L
- poutres continues en acier	0,002 L	
- poutres sur appuis simples en acier	0,005 L	