

Geometría de formas diferenciales

Primer Semestre 2011

Alexander Cardona

El curso tiene como objetivo estudiar la teoría de formas diferenciales sobre variedades, así como la geometría asociada a diferentes tipos de estructuras (definidas por tensores de diferentes tipos) sobre ellas y sus aplicaciones en topología. En la primera parte (semanas 1 a 11) se estudiará la teoría general de variedades, campos vectoriales y el teorema de Frobenius; la teoría de formas diferenciales, cohomología de De Rham y los teoremas de Stokes y De Rham, así como los fundamentos de la teoría de grupos y álgebras de Lie. En la segunda parte (semanas 12 a 15) se estudiará la interacción entre análisis y topología ilustrada por la teoría de Hodge para variedades Riemannianas y, finalmente, la definición de curvatura y la construcción de clases características según el teorema de Chern-Weil. Las referencias principales serán los textos [1], [2] y [3].

Parte I

Semana 1. Introducción: Formas diferenciales en \mathbb{R}^n .

Parte I en [2].

Semana 2. Variedades: Definición y ejemplos.

Parte II en [2] y Secciones 1.2 a 1.11 en [3].

Semana 3. El espacio tangente a una variedad y campos vectoriales I.

Parte III en [2] y Secciones 1.12 a 1.25 en [3].

Semana 4. El espacio tangente a una variedad y campos vectoriales II.

Parte III en [2] y Secciones 1.27 a 1.40 en [3].

Semana 5. Teorema de Frobenius.

Secciones 1.41 a 1.64 en [3] y sección 2.3 en [1].

Semana 6. Grupos y álgebras de Lie.

Parte IV en [2] y Secciones 3.1 a 3.26 en [3].

Semana 7. Grupos y álgebras de Lie.

Parte IV en [2] y Secciones 3.27 a 3.57 en [3].

Semana 8. Tensores y formas diferenciales I.

Secciones 2.1 y 2.23 en [3].

Semana 9. Tensores y formas diferenciales II.

Secciones 2.24 y 2.34 en [3] y Parte V en [2].

Semana 10. Integración.

Parte VI en [2].

Semana 10. Teoría de De Rham I: Cohomología y Teorema de De Rham.

Secciones 3.1, 3.2 y 3.3 en [1].

Semana 11. Teoría de De Rham II: Sucesiones exactas, invarianza homotópica y aplicaciones.

Parte VII en [2].

Parte II

Semana 12. Estructuras Riemannianas sobre variedades.

Secciones 4.1, 4.2 en [1].

Semana 13. Teorema de Hodge y aplicaciones.

Secciones 4.3, 4.4 en [1] y capítulo 6 en [3].

Semana 14. Haces fibrados y conexiones: Definiciones y ejemplos.

Capítulo 5 en [1].

Semana 15. Curvatura y clases características: Teoría de Chern-Weil.

Capítulo 5 en [1].

Evaluación. Dos parciales 20% c/u, dos tareas 10% c/u, participación 10% y un examen final 30%.

References

- [1] Morita, S. *Geometry of differential forms*. Translations of Mathematical Monographs, **201**. American Mathematical Society, Providence, RI, 2001.
- [2] Tu, L.W. *An introduction to manifolds*. Universitext. Springer, 2008.
- [3] Warner, F. *Foundations of differentiable manifolds and Lie groups*. Springer-Verlag, 1983.