

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA JADERNÁ A FYZIKÁLNĚ INŽENÝRSKÁ

Katedra fyziky



DIPLOMOVÁ PRÁCE

**Návrh a optimalizace produkce svazků
gama záření inverzním Comptonovým
rozptylem femtosekundového
elektronového svazku na
femtosekundovém laserovém impulzu**

Karel Boháček

2013

Vedoucí práce: doc. RNDr. Vojtěch Petráček, CSc.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne _____

Karel Boháček

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat panu doc. Vojtěchu Petráčkovi za jeho podporu, cenné rady a podněty, které mi věnoval během vedení mé práce.

Dále bych chtěl poděkovat ing. Miroslavu Krúsovi za trpělivost, podporu, návrhy a připomínky, které mi poskytoval při konzultacích o tématech urychlování částic laserem a inverzním Comptonovu rozptylu.

Děkuji také všem, kteří mi vyjádřili svou podporu během psaní této práce.

Název práce: **Návrh a optimalizace produkce svazků gama záření inverzním Comptonovým rozptylem femtosekundového elektronového svazku na femtosekundovém laserovém impulzu**

Autor: Karel Boháček

Katedra: Katedra fyziky na FJFI ČVUT v Praze

Obor: Jaderné inženýrství

Druh práce: Diplomová práce

Vedoucí práce: doc. RNDr. Vojtěch Petráček, CSc.

Abstrakt: Tato práce je důležitým krokem k úspěšnému vytvoření zdroje gama záření pracujícího na principu inverzního Comptonova rozptylu na 25 TW titan-sařirovém laserovém systému v Badatelském centru PALS v Praze. V úvodní části práce je zmíněno, jakým způsobem se na současných laserových systémech dosahuje generování velmi krátkých intenzivních impulzů. Dále je popsána teorie interakce laseru s látkou a interakce laserového impulzu s plazmatem a jakým způsobem je dosahováno urychlování elektronů pomocí laseru. Pátá kapitola shrnuje teorii inverzního Comptonova rozptylu a je v ní provedeno srovnání různých typů zdrojů rentgenového a gama záření. V poslední kapitole jsou shrnuty závěry získané z experimentu na urychlování elektronů laserem a jsou zde zmíněny také provedené výpočty k rozptylu urychlených elektronů a laserového impulzu. V závěru kapitoly je na základě těchto výpočtů předložen návrh experimentálního uspořádání.

Klíčová slova: femtosekundové laserové impulzy, interakce laseru, plazma, urychlování elektronů, ponderomotorická síla, relativistická autofokusace, inverzní Comptonův rozptyl, zdroj gama záření

Thesis title: **Design and optimization of gamma photon beam production using inverse Compton scattering of femtosecond electron beam and femtosecond laser pulse**

Author: Karel Boháček

Department: Department of Physics at FNSPE CTU in Prague

Branch of study: Nuclear Engineering

Kind of thesis: Diploma thesis

Supervisor: doc. RNDr. Vojtěch Petráček, CSc.

Abstract: This thesis is an important step towards building a functional gamma-ray source based on inverse Compton scattering using 25 TW titan-sapphire laser at The Prague Asterix Laser System facility in Prague. In the first chapter of the thesis, generation of very short and intense laser pulses on current laser systems is mentioned. Then the chapter about theory of laser-matter and laser-plasma interaction, and how electron acceleration can be achieved using laser follows. The fifth chapter summarizes the theory of inverse Compton scattering and a comparison of x-ray and gamma sources is made. In the last chapter, results of electron acceleration experiment using the laser system are summarized and calculations of the scattering of electron beam and laser pulse are mentioned. In the end of the chapter, an experimental setup based on calculations is proposed.

Keywords: femtosecond laser pulses, laser interaction, plasma, electron acceleration, ponderomotive force, inverse Compton scattering, gamma-ray source

Obsah

1	Úvod	1
2	Intenzivní femtosekundové laserové impulzy	2
2.1	Generování krátkých impulzů	2
2.2	Zesilování krátkých impulzů	4
3	Interakce laseru s látkou	6
3.1	Interakce elektronů s elektromagnetickým polem	6
3.1.1	Nerelativistický pohyb v monochromatické vlně	6
3.1.2	Relativistický pohyb elektronu v rovinné vlně	8
3.1.3	Trajektorie v monochromatické vlně	10
3.2	Ionizace a tvorba plazmatu laserovým impulzem	15
3.2.1	Vícefotonová ionizace	15
3.2.2	Tunelová ionizace	16
3.2.3	Ionizace potlačením potenciálové bariéry	17
3.3	Ponderomotorická síla	17
4	Interakce laserového impulzu s plazmatem	19
4.1	Vlny v plazmatu	19
4.2	Urychlování elektronů laserem	20
4.2.1	Podélné vlnění v plazmatu	20
4.2.2	Lámání vln	22
4.3	Relativistická autofokusace	23
4.3.1	Kritický výkon	25

5	Inverzní Comptonův rozptyl	26
5.1	Energie rozptýlených fotonů a účinný průřez	27
5.2	Luminozita a četnost	30
5.3	Zdroje rentgenového/gama záření	32
5.3.1	Synchrotronové záření	33
5.3.2	Lasery založené na volných elektronech	34
5.3.3	Zdroje využívající inverzního Comptonova jevu	36
6	Výpočty a experimentální uspořádání	45
6.1	Urychlování elektronů femtosekundovým laserem	45
6.2	Simulace rozptylu	49
6.2.1	Divergence rozptýlených fotonů	51
6.2.2	Energie v závislosti na úhlu srážky	56
6.2.3	Četnost rozptýlených fotonů	57
6.3	Návrh experimentálního uspořádání	59
7	Závěr	61
A	Energie rozptýlených fotonů v laboratorní soustavě	63
B	Divergence svazků rozptýlených fotonů	65
C	Četnost fotonů	72
	Literatura	77

ÚVOD

Cílem této práce je základní návrh experimentálního uspořádání pro realizaci zdroje gama záření pracujícího na principu inverzního Comptonova rozptylu. Tento druh zdroje se vyznačuje vysokým jasnem, výkonem a intenzitou a poskytuje široké možnosti variability energie a výtěžku rozptýlených fotonů. Produkované záření gama je navíc téměř monoenergetické a v případě použití moderních laserových systémů může dosahovat délky v řádech několika femtosekund.

Z tohoto důvodu budou v této práci nejprve představeny techniky sloužící ke generování intenzivních femtosekundových laserových impulzů. Tyto laserové impulzy však nemusí sloužit pouze k využití v samotném inverzním Comptonovu rozptylu, ale lze je použít také pro urychlování elektronů. Z tohoto důvodu bude zmíněno, jak interaguje intenzivní laserový impulz s látkou, ze které může ionizací vytvářet plazma, a jak dále interaguje laser s tímto plazmatem. Bude popsán způsob, jakým v plazmatu vzniká podélné vlnění, které je možné využít k urychlování elektronů.

V části zabývající se teorií inverzního Comptonova rozptylu budou uvedeny nezbytné vztahy pro energii rozptýlených fotonů, diferenciální účinný průřez v laboratorní soustavě, luminozitu a četnost. Za pomoci těchto vztahů budou provedeny výpočty k určení divergence, energetického rozdělení a délky svazku produkovaného gama záření. Zmíněn bude také způsob, jakým by bylo možné zajistit, aby rozptýlené fotony byly fokusovány.

Bude popsán experiment provedený v Badatelském centru PALS, jehož účelem bylo zajištění svazku urychlených elektronů použitím titan-safírového laserového systému, a budou diskutovány výsledky tohoto experimentu. Na jeho základě a na základě výsledků provedených výpočtů bude navrženo experimentální uspořádání zdroje gama záření pro ověření teoretických poznatků.

INTENZIVNÍ FEMTOSEKUNDOVÉ LASEROVÉ IMPULZY

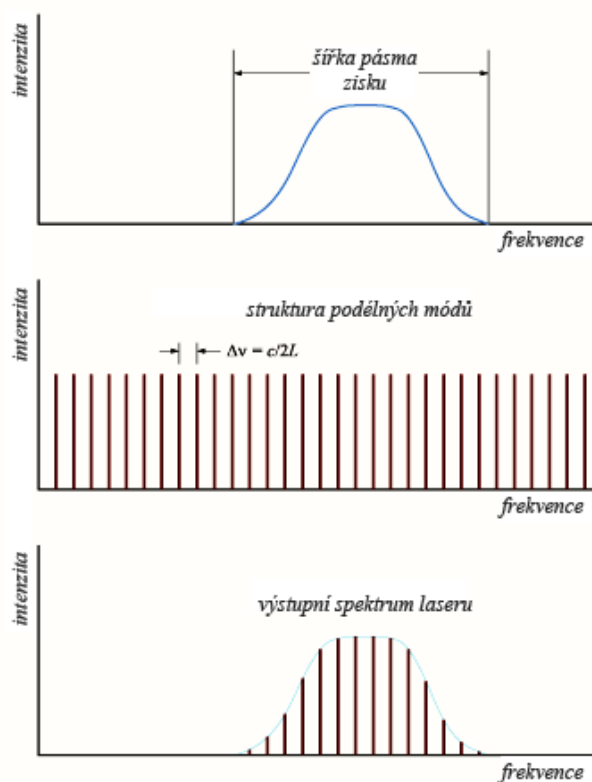
Za posledních několik desítek let došlo ke značnému rozvoji laserové techniky. Byly objeveny nové metody, jimiž jsme schopni dosahovat kratších a intenzivnějších laserových impulzů. Mezi tyto metody patří metoda svázání módů (anglicky *mode-locking*) a metoda rozmítnutí impulsu (jinak také CPA podle anglického *Chirped Pulse Amplification*). Druhá zmíněná metoda umožnila vznik až petawattových laserů [1]. V této kapitole budou tyto metody stručně popsány.

2.1 Generování krátkých impulzů

Ačkoli se někdy v teorii pro jednoduchost uvádí, že laser vydává koherentní monochromatické záření, ve skutečnosti se z aktivního média získá takřka spojitý svazek záření různých vlnových délek, což může být způsobeno přechody mezi pásy v pevných látkách, či v případě plynových laserů tepelným pohybem atomů a s tím spojeným Dopplerovým jevem. Nutno podotknout, že energetická šířka tohoto svazku, která se nazývá „šířka pásma zisku“, bývá řádově menší než jeho střední vlnová délka.

V dutině rezonátoru laseru dochází vlivem konstruktivní a destruktivní interference ke vzniku stojatých vln (neboli podélných módů) mezi jeho odraznými plochami. Povolené módy jsou ty, pro které je vzdálenost odrazných ploch rezonátoru L celočíselným násobkem poloviny vlnové délky $\frac{\lambda}{2}$, což lze zapsat jako

$$L = q \frac{\lambda}{2}. \quad (2.1)$$



Obrázek 2.1: Intenzita laserového světla v závislosti na frekvenci - pásmo získaných fotonů při výstupu z aktivního prostředí (nahore), podélné módy laserového rezonátoru (uprostřed), tvar výstupního spektra laseru, na základě povolených módů z pásma zisku (dole).

Jelikož je šířka pásma zisku nenulová (tedy vlnové délky fotonů uvolněných z aktivního média mají blízké hodnoty) a jelikož délka dutiny rezonátoru bývá o několik řádů větší než vlnová délka získaných fotonů, je podmínka daná rovnicí 2.1 splněna pro více vlnových délek z pásma zisku. Lze snadno odvodit, že rozdíl frekvencí dvou po sobě jdoucích módů je dán vztahem [2]

$$\Delta\nu = \frac{c}{2nL}, \quad (2.2)$$

kde c je rychlost světla ve vakuu, L je vzdálenost mezi odraznými plochami rezonátoru a n je index lomu světla v daném prostředí. Z šířky pásma zisku jsou tedy povoleny pouze některé módy, jejichž intenzita ve výstupním spektru laseru se pak odvíjí od původní intenzity odpovídající dané frekvenci (viz. obrázek 2.1).

V rezonátoru tak vzniká několik podélných módů, jejichž fáze spolu nemusí nijak vzájemně souviset. Vznikají tak náhodné fluktuace intenzity v čase vlivem destruktivní interfe-

rence těchto módů mezi sebou. Metodou svázání módů je zajištěno, že budou fáze jednotlivých módů upraveny tak, aby mezi nimi byl známý vztah, bylo možné využít konstruktivní interference těchto módů, a tak získat maximální intenzitu. Toho se dosahuje aktivním či pasivním způsobem. V případě aktivní metody se využívá akustooptického, elektrooptického či polovodičového modulátoru. Při pasivním svázání módů se jako jedné z odrazných ploch využívá satureovatelného absorbátoru, jehož hlavní vlastností je, že jeho odrazivost roste s intenzitou dopadajícího záření [3, 4].

2.2 Zesilování krátkých impulzů

Se zvyšujícím se výkonem laserů a zkracováním délky impulzů na řád femtosekund, jako to umožnila metoda svázání módů zmíněná výše, začal být další nárůst výkonu laserů limitován možnostmi laserových zesilovačů, neboť by v nich mohlo docházet ke vzniku nežádoucích nelineárních efektů nebo až poškození zesilovače. To je způsobeno tím, že vstupní fluence (intenzita záření integrovaná přes čas) potřebná k účinné extrakci uložené energie musí být stejného řádu jako saturační fluence. Ta se u pevných látek používaných v laserech pohybuje mezi 1 J/cm^2 (Ti:safír) a 6 J/cm^2 (Nd:sklo). Zesílení pikosekundových impulzů na tuto hodnotu není možné kvůli indexu lomu, jenž závisí na intenzitě pulzu I vztahem

$$n = n_0 + n_2 I. \quad (2.3)$$

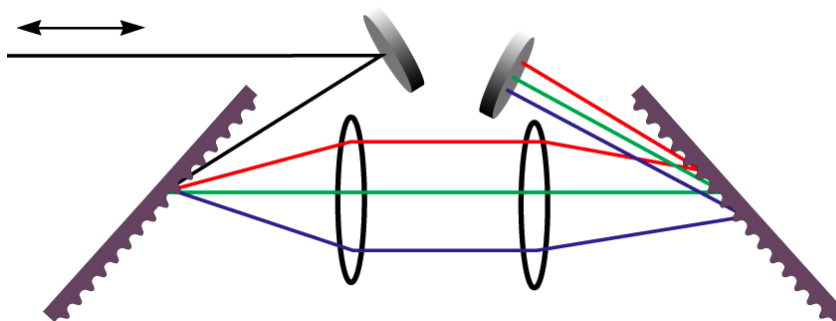
Na intenzitě závislý index lomu způsobuje nelineární fázový rozdíl

$$B = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^l n_2 I(z) dz, \quad (2.4)$$

kde n_0 je lineární index lomu, n_2 je nelineární index lomu druhého řádu a l je délka šíření impulzu. Tento fázový posun může vést až k filamentaci impulzu, která způsobí poškození zesilovače [1].

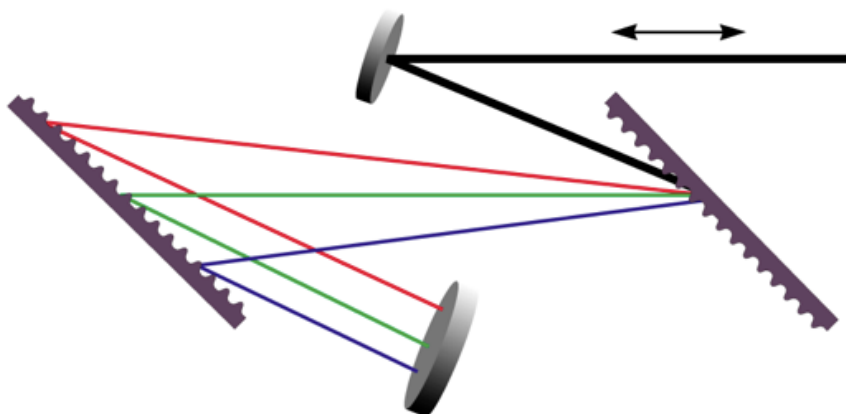
Prvním krokem metody rozmítnutí impulzu je rozmítnutí generovaného femtosekundového impulzu dle frekvencí v něm obsažených. Toho se docílí například použitím dvou difrakčních mřížek, kdy na první je přiveden laserový impulz, ten je odrazem od mřížky rozdělen dle frekvencí podle Braggova zákona, dále je fokusován na druhou, opačně natočenou mřížku. Následně je odražen od zrcadla a prochází zpět stejnou dráhou (viz. obrázek 2.2).

Díky tomu, že složky impulzu s delší vlnovou délkou necháme projít delší dráhou a složky s kratší vlnovou délkou prochází kratší dráhou, dojde k roztažení impulzu a zároveň ke vzniku časové závislosti frekvence v impulzu. Čím delší vlnová délka, tím později se v přichozím impulzu nachází. Toto rozmítnutí impulzu pomocí mřížek je nastaveno tak, aby docházelo k vyrušení pozitivní disperze do druhého řádu. Chyby vznikají až vlivem třetího řádu disperze. Aby se neprojevovaly, nesmí být impulz roztažen více než R -krát, kde $R = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ [1].



Obrázek 2.2: Rozmítnutí impulzu pomocí disperze pro metodu CPA.

Druhým krokem je zesílení impulzu v zesilovačích až o deset řádů. Po tomto zesílení je nutné impulz opět zkrátit, ideálně na původní femtosekundové hodnoty. Ke kompresi impulzu lze použít obdobný systém mřížek, jako tomu bylo pro rozmítnutí, tentokrát však s negativní disperzí. Časové trvání impulzu bude zkráceno opět na femtosekundové hodnoty tak, že dlouhé vlnové délky necháme projít kratší dráhou než krátké vlnové délky rozmítnutého impulzu (viz. obrázek 2.3).



Obrázek 2.3: Kompresi impulzu pomocí disperze pro metodu CPA.

INTERAKCE LASERU S LÁTKOU

Před samotným popisem, jak urychlovat elektrony pomocí laseru, je nejprve nutné se pro lepší pochopení tématu zmínit o způsobech, jakými laser interaguje s částicemi látky. Chování látky závisí na intenzitě použitého laseru, která přímo úměrně závisí na energii impulzu a nepřímo úměrně na délce laserového impulzu a na ploše, na kterou je laser fokusován, tzn. $[I] = \text{J.s}^{-1}.\text{cm}^{-2} = \text{W.cm}^{-2}$.

Interakci laseru s látkou lze do určité míry omezit na popis interakce s elektrony. Při nízkých intenzitách oscilují elektrony v atomech s frekvencí stejnou, jakou má laserové záření ($\omega = 2\pi c/\lambda = ck$). Při zvyšování intenzity začne docházet k ionizaci, elektrony budou odtrhávány z atomů a látka postupně ionizována. V ještě silnějších polích dochází k tomu, že tyto elektrony kmitají s relativistickými hybnostmi [5, 6]. Nyní si některé tyto způsoby interakce probereme důkladněji.

3.1 Interakce elektronů s elektromagnetickým polem

3.1.1 Nerelativistický pohyb v monochromatické vlně

Začněme s nejjednodušším případem nerelativistického přístupu k pohybu elektronu vystaveného monochromatické rovinné vlně. Mějme elektrické a magnetické pole rovinné vlny šířící se ve směru osy x vyjádřené vztahy

$$\vec{E}(x, t) = E_0 \vec{e} e^{ikx - i\omega t}, \quad \vec{B}(x, t) = \vec{x} \times \vec{E}, \quad (3.1)$$

kde E_0 je amplituda elektrického pole, \vec{e} je vektor polarizace (pro lineární polarizaci v ose y , resp. v ose z je roven jednotkovým vektorům \vec{y} , resp. \vec{z} ; pro kruhovou polarizaci platí $\vec{e} = (\vec{y} \pm i\vec{z})/\sqrt{2}$), k je vlnové číslo, ω značí úhlovou frekvenci a t je čas. Skutečná pole budou odpovídat reálným složkám těchto výrazů.

Vezmeme nyní v úvahu nerelativistické pohybové rovnice ve tvaru

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = -e \left[\vec{E}(\vec{r}, t) + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}(\vec{r}, t) \right], \quad (3.2)$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}. \quad (3.3)$$

V nerelativistickém případě, kdy platí $|\vec{v}| \ll c$, můžeme ve vztahu (3.2) zanedbat člen obsahující $\vec{v} \times \vec{B}$. Odtud lze za pomoci vztahu pro elektrické pole (3.1) ihned získat lineární řešení

$$\vec{v} = -\frac{ie}{m_e \omega} \vec{E}, \quad \vec{r} = \frac{e}{m_e \omega^2} \vec{E}, \quad (3.4)$$

kde elektrické pole bereme při konstantní hodnotě x pozice elektronu, neboť na ten nepůsobí žádná síla ve směru osy x . Pro nízké intenzity laseru tedy elektron začne pouze kmitat s frekvencí laseru ve směru polarizace laserového světla. Jak je také vidět z amplitudy $v_0 = eE_0/m_e\omega$ a z podmínky, kterou jsme kladli na amplitudu rychlosti, toto lineární řešení vyhovuje pouze případům, kdy $E_0/\omega \ll m_e c/e$, tedy pro velmi slabá elektrická pole.

Nyní uvažujme případ, kdy v důsledku silnějšího pole není v_0 zanedbatelně malé vůči c , a musíme proto ve vztahu (3.2) uvažovat druhý člen obsahující magnetické pole. Přejdeme k řešení vyššího řádu poruchové teorie, kdy bereme $\vec{v} = \vec{v}^{(1)} + \vec{v}^{(2)}$ (platí $\vec{v}^{(1)} \sim 1$ a $\vec{v}^{(2)} \sim v_0/c$). Vložením do pohybové rovnice (3.2) získáme

$$m_e \frac{d(\vec{v}^{(1)} + \vec{v}^{(2)})}{dt} = -e \left[\vec{E}(\vec{r}, t) + \frac{\vec{v}^{(1)} + \vec{v}^{(2)}}{c} \times \vec{B}(\vec{r}, t) \right]. \quad (3.5)$$

Ponecháme nyní pouze členy ~ 1 a členy $\sim v_0/c$:

$$m_e \frac{d\vec{v}^{(1)}}{dt} = -e\vec{E}, \quad m_e \frac{d\vec{v}^{(2)}}{dt} = \frac{\vec{v}^{(1)}}{c} \times \vec{B}. \quad (3.6)$$

Z první z těchto rovnic máme opět potvrzen tvar řešení nejnižšího (nultého) řádu. Pro lineární polarizaci podél osy y bude mít toto řešení tvar

$$\vec{v}^{(1)}(t) = -\frac{eE_0}{m_e\omega} \vec{y} \sin \omega t, \quad x^{(1)}(t) = -\frac{eE_0}{m_e\omega^2} \cos \omega t \quad (3.7)$$

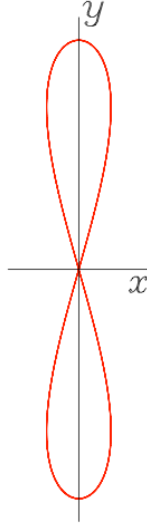
pro elektron, jemuž jsme pro jednoduchost umístili na pozici $x = 0$. Jde tedy o oscilace o úhlové frekvenci ω v ose y . Magnetické pole bude v tomto případě $\vec{B} = E_0 \vec{z} \cos \omega t$, a tudíž z druhé rovnice dostáváme

$$m_e \frac{d\vec{v}^{(2)}}{dt} = \frac{e^2 E_0^2}{m_e \omega} \vec{x} \sin \omega t \cos \omega t. \quad (3.8)$$

Odkud lze snadno zjistit, že elektron osciluje s úhlovou frekvencí 2ω v ose x :

$$v_x^{(2)}(t) = -\frac{e^2 E_0^2}{4m_e^2 \omega^2} \cos 2\omega t, \quad x^{(2)}(t) = -\frac{e^2 E_0^2}{8m_e^2 \omega^3} \sin 2\omega t. \quad (3.9)$$

Superpozicí této oscilace v ose x a oscilace nejnižšího řádu v ose y dostáváme trajektorii tvaru „osmičky“ (viz. obrázek 3.1). Elektron tedy bude



Obrázek 3.1: Trajektorie tvaru „osmičky“, kterou opisuje elektron v monochromatické rovině vlně, získaná z aproximace prvního řádu. [7]

Pro budoucí použití zavedeme bezrozměrnou veličinu zvanou *normalizovaný vektorový potenciál*

$$a_0 = \frac{eE_0}{m_e \omega c} = \frac{v_0}{c}. \quad (3.10)$$

Podmínku $|\vec{v}| = v_0 \ll c$ pak lze upravit do ekvivalentního tvaru $a_0 \ll 1$. Protážení trajektorie do osy y je v právě diskutovaném případě způsobeno tím, že poměr $x/y = a_0/8$, kde a_0 je malé.

Pro kruhovou polarizaci stačí dosadit $\vec{\epsilon} = (\vec{y} \pm i\vec{z})/\sqrt{2}$ do vztahů pro elektrické a magnetické pole (3.1) a obdobným postupem se dospěje k tomu, že člen úměrný $\vec{v}^{(1)} \times \vec{B}$ v (3.6) je roven nule, a tudíž bude trajektorie v tomto řádu neovlivněna.

3.1.2 Relativistický pohyb elektronu v rovinné vlně

Uvažme nyní pohyb elektronu v rovinné vlně šířící se ve směru osy x , kdy je energie a hybnost kmitajícího elektronu natolik velká, že musíme přejít k relativistickému popisu,

tn. v případech, kdy se normalizovaný vektorový potenciál a_0 rovná hodnotám blízcím se jedné a vyšším. S využitím vztahu $a_0 = 0,85 \cdot 10^{-9} \sqrt{I \lambda^2}$ [8], kde I je intenzita laseru v jednotkách $\text{W} \cdot \text{cm}^{-2}$ a vlnová délka λ je v μm , lze ukázat, že při použití laseru s vlnovou délkou $\lambda = 800 \text{ nm}$, je tato podmínka splněna pro intenzity řádu $> 10^{18} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$. V současnosti lze u nejvýkonnějších laserů světa dosáhnout intenzit okolo $10^{22} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$ [9].

Sada relativistických pohybových rovnic pro elektron v obecném elektrickém a magnetickém poli má v nekovariantním zápisu tvar [7]

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -e \left[\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right], \quad (3.11)$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} = \frac{\vec{p}}{m_e \gamma}, \quad (3.12)$$

$$\frac{d}{dt}(m_e \gamma c^2) = -e \vec{v} \cdot \vec{E}, \quad (3.13)$$

kde opět uvažujeme, že elektrické i magnetické pole jsou funkcí času a polohy $x(t)$. Rovinnou vlnu můžeme vyjádřit pomocí vektorového potenciálu

$$\vec{A} = \vec{A}(x, t), \quad \vec{A} \cdot \vec{x} = 0, \quad (3.14)$$

pomocí nějž můžeme vyjádřit elektrické a magnetické pole jako

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \partial_t \vec{A}, \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}. \quad (3.15)$$

Zavedli jsme značení $\partial_t = \partial/\partial t$ a obdobně budeme používat i $\partial_x = \partial/\partial x$ atp. Totální časovou derivaci budeme v našem případě šíření vlny ve směru osy x zapisovat $d/dt = \partial_t + v_x \partial_x$. Dále pak budeme indexem „ \perp “ značit složky vektorů vyskytující se v rovině yz (tedy například $\vec{p}_\perp = (p_y, p_z)$).

Nyní tedy platí $\vec{A} = \vec{A}_\perp$ a $(\vec{v} \times \vec{B})_\perp = -v_x \partial_x \vec{A}$. S pomocí těchto vztahů můžeme z rovnice (3.11) získat

$$\frac{d\vec{p}_\perp}{dt} = \frac{e}{c} (\partial_t \vec{A} + v_x \partial_x \vec{A}) = \frac{e}{c} \frac{d\vec{A}}{dt}, \quad (3.16)$$

odkud přímo dostáváme výraz

$$\frac{d}{dt} \left(\vec{p}_\perp - \frac{e}{c} \vec{A} \right) = 0, \quad (3.17)$$

vyjadřující zákon zachování hybnosti vůči translaci v příčné rovině yz .

Dále dosazením \vec{A} do x -ových složek (3.11) a (3.13) dostaneme s využitím (3.15) vztahy

$$\frac{dp_x}{dt} = -e \left[E_x + \left(\frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right)_x \right] = -\frac{e}{c} (v_y \partial_x A_y + v_z \partial_x A_z), \quad (3.18)$$

$$\frac{d}{dt}(m_e \gamma c^2) = e(v_y \partial_t A_y + v_z \partial_t A_z). \quad (3.19)$$

Odečtením těchto dvou rovnic získáme

$$\frac{d}{dt}(p_x - m_e \gamma c) = -\frac{e}{c} \left[v_y \left(\partial_x + \frac{1}{c} \partial_t \right) A_y + v_z \left(\partial_x + \frac{1}{c} \partial_t \right) A_z \right], \quad (3.20)$$

kde stále předpokládáme vlnu šířící se v kladném směru osy x , tzn. $\vec{A} = \vec{A}(x - ct)$. Jelikož \vec{A} splňuje vlnovou rovnici

$$\left(\partial_x + \frac{1}{c} \partial_t \right) \vec{A}(x - ct) = 0, \quad (3.21)$$

dostáváme další zákon zachování ve tvaru

$$\frac{d}{dt}(p_x - m_e \gamma c) = 0. \quad (3.22)$$

Trajektorie elektronu tedy vyplývá ze vztahů $\vec{p}_\perp - (e/c)\vec{A} = \vec{p}_{\perp 0}$ a $p_x - m_e \gamma c = K$, kde K je konstanta. Tyto vztahy jsou závislé na počátečních podmínkách, k nimž dospějeme úvahou, že elektron byl někdy na počátku v klidu a nebylo přítomné pole (tzn. $\vec{p} = 0$ a $\vec{A} = 0$), odkud přímo vyplývá $\vec{p}_\perp = 0$ a $K = -m_e c$. Zahrneme-li počáteční podmínky, upraví se naše výrazy do tvaru $\vec{p}_\perp = (e/c)\vec{A}$ a $p_x = m_e c(\gamma - 1)$, což za použití vztahů $E^2 = (m_e \gamma c^2)^2 = \vec{p}^2 + m_e^2 c^4$ a $\vec{p}^2 = p_x^2 + \vec{p}_\perp^2$ dává výraz

$$p_x = \frac{\vec{p}_\perp^2}{2m_e c} = \frac{1}{2m_e c} \left(\frac{e\vec{A}}{c} \right)^2. \quad (3.23)$$

Odtud je vidět, že p_x i \vec{p}_\perp zmizí, jakmile nastane $\vec{A} = 0$. Odtud tedy plyne důležitý závěr, že rovinná vlna nemůže ve vakuu sama o sobě sloužit k urychlování nabitých částic, což je zároveň závěr vyplývající z tzv. *Lawson-Woodwardova teorému* [10, 11].

3.1.3 Trajektorie v monochromatické vlně

Začneme vyjádřením vektorového potenciálu ve tvaru [7]

$$\vec{A} = A_0 [\vec{y} \delta \cos \phi + \vec{z}(1 - \delta^2)^{1/2} \sin \phi], \quad \phi = kx - \omega t, \quad k = \omega/c, \quad (3.24)$$

kde $\delta \leq 1$ je parametr závislejší na polarizaci vlny: pro polarizaci v ose y je $\delta = 1$, pro polarizaci v ose z je $\delta = 0$, pro kruhovou polarizaci je $\delta = 1/\sqrt{2}$, ostatní hodnoty odpovídají eliptické polarizaci.

Vztah pro potenciál (3.24) dosadíme do pohybových rovnic. Přitom bereme, že fáze $\phi = \phi(x(t), t)$. Protože bude výhodné používat ϕ jako jedinou proměnnou, je výhodné si připravit vyjádření pro časovou derivaci

$$\frac{d\phi}{dt} = -\partial_t\phi + v_x\partial_x\phi = -\omega + \frac{p_x}{m_e\gamma}k = -\omega + \frac{m_e c(\gamma - 1)}{m_e\gamma c} = -\frac{\omega}{\gamma}. \quad (3.25)$$

Díky tomu můžeme vyjádřit hybnost jako

$$\vec{p} = m_e\gamma \frac{d\vec{r}}{dt} = m_e\gamma \frac{d\phi}{dt} \frac{d\vec{r}}{d\phi} = -m_e\omega \frac{d\vec{r}}{d\phi}. \quad (3.26)$$

Ze vztahů (3.17) – (3.23) potom přímo obdržíme

$$\vec{p}_\perp = (p_y, p_z) = \frac{eA_0}{c}(\delta \cos \phi, (1 - \delta^2)^{1/2} \sin \phi), \quad (3.27)$$

$$p_x = \frac{1}{2m_e c} \left(\frac{eA_0}{c} \right)^2 [\delta^2 \cos^2 \phi + (1 - \delta^2) \sin^2 \phi] = \frac{1}{4m_e c} \left(\frac{eA_0}{c} \right)^2 [1 + (2\delta^2 - 1) \cos 2\phi]. \quad (3.28)$$

Střední hodnota členu obsahujícímu $\cos 2\phi$ je rovna nule, a proto

$$\langle p_x \rangle = \frac{1}{4m_e c} \left(\frac{eA_0}{c} \right)^2 \equiv p_d, \quad (3.29)$$

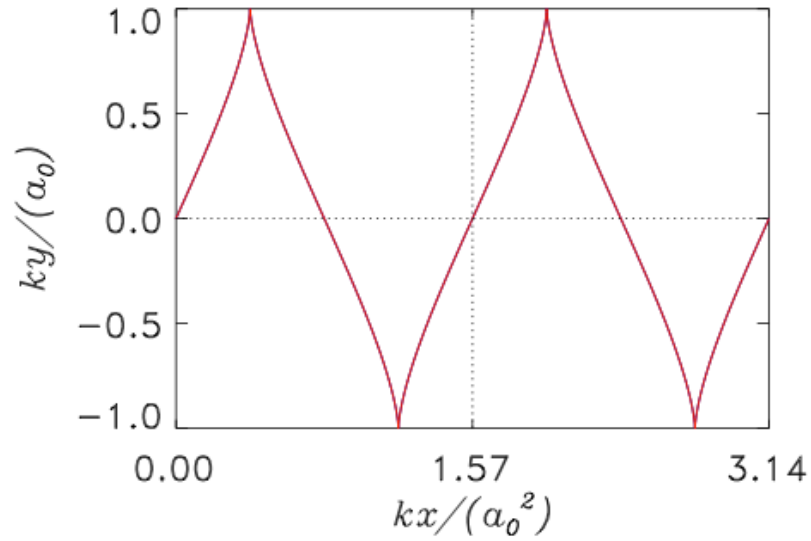
což znamená, že máme konstantní drift elektronu. Také si lze všimnout, že pro kruhovou polarizaci člen s $\cos 2\phi$ vymizí, neboť $2\delta^2 - 1 = 0$, pak tedy $p_x = \langle p_x \rangle$. Ze vztahů (3.26), (3.27) a (3.28) můžeme určit trajektorii v závislosti na ϕ :

$$\begin{aligned} x &= x(\phi) = \frac{c}{\omega} \left(\frac{eA_0}{2m_e c} \right)^2 \left[-\phi - \left(\delta^2 - \frac{1}{2} \right) \sin 2\phi \right], \\ y &= y(\phi) = -\frac{c}{\omega} \frac{eA_0}{m_e c} \delta \sin \phi, \\ z &= z(\phi) = +\frac{c}{\omega} \frac{eA_0}{m_e c} (1 - \delta^2)^{1/2} \cos \phi. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Pro lepší pochopení vlastností trajektorie upravíme tyto vztahy pomocí výrazu (3.10) a normalizujeme vzhledem k $1/k = \lambda/2\pi = c/\omega$ a dostaneme

$$\begin{aligned} \frac{x'}{a_0^2} &= \frac{1}{4} \left[-\phi + \left(\delta^2 - \frac{1}{2} \right) \sin 2\phi \right], \\ \frac{y'}{a_0} &= -\delta \sin \phi, \\ \frac{z'}{a_0} &= (1 - \delta^2)^{1/2} \cos \phi, \end{aligned} \quad (3.31)$$

Použili jsme přitom $\vec{r}' = k\vec{r}$ (tzn. $\phi = x' - t'$, kde $t' = \omega t$). Změnou normalizovaného potenciálu $a_0 \rightarrow Ca_0$, změní se trajektorie podle $(x, y, z) \rightarrow (C^2x, y, z)$. Trajektorie elektronu ve vlně polarizované v ose y (tzn. platí $\delta = 1$) je ukázána na obrázku 3.2.



Obrázek 3.2: Obecná trajektorie elektronu v monochromatické rovinné vlně o bezrozměrné amplitudě a_0 . [7]

V případě kruhové polarizace je trajektorii možno zapsat jako

$$\frac{x'}{a_0} = -\frac{\phi}{4} = \frac{x' - t'}{4}, \quad (3.32)$$

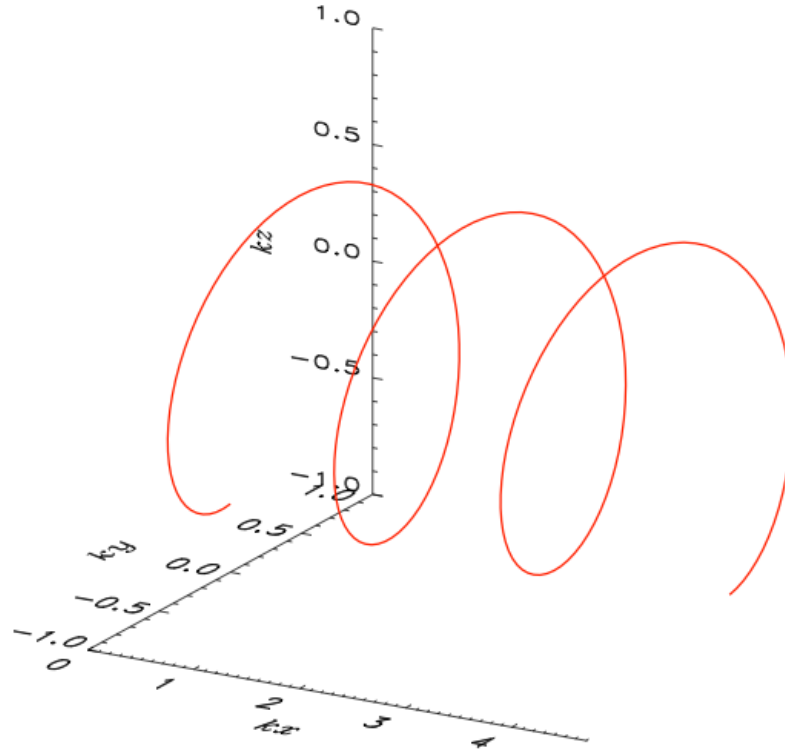
odkud dostáváme konstantní drift elektronu (stejný pro lineárně i kruhově polarizovanou vlnu)

$$x' = \frac{a_0^2}{a_0^2 + 4} t'. \quad (3.33)$$

V příčné rovině pak s využitím vztahů $y = (a_0/\sqrt{2}) \sin \phi$ a $z = -(a_0/\sqrt{2}) \cos \phi$ dostaneme

$$y'^2 + z'^2 = \frac{a_0^2}{2}. \quad (3.34)$$

Odtud vidíme (viz. obrázek 3.3), že trajektorie pro případ kruhové polarizace má tvar šroubovice o poloměru $R = a_0\lambda/2\pi\sqrt{2}$.



Obrázek 3.3: Trajektorie elektronu v kruhově polarizované rovinné vlně o bezrozměrné amplitudě $a_0 = 2$. [7]

Vzhledem k tomu, že driftová rychlost elektronu v_d je ve všech případech konstantní, je možné přejít do soustavy pohybující se rychlostí $V = v_d$. Pro případ kruhově polarizované vlny je triviální určit, že trajektorie v takové soustavě bude kruhová. U lineárně polarizované vlny je situace jen o něco málo složitější. V soustavě pohybující se rychlostí v_d platí $\langle p_x \rangle = 0$. To je ekvivalentní případu, kdy $K = m_e \gamma c - p_x$. S využitím $\gamma = \sqrt{\vec{p}^2/m_e^2 c^2 + 1}$ lze dospět k výrazu pro podélnou hybnost

$$p_x = \frac{\vec{p}_\perp^2 + m_e^2 c^2 - K^2}{2K} = \frac{e^2 \vec{A}^2/c^2 + m_e^2 c^2 - K^2}{2K}, \quad (3.35)$$

odkud na základě $\langle p_x \rangle = 0$ obdržíme

$$K^2 = m_e^2 c^2 + \left(\frac{e}{c}\right)^2 \frac{A_0^2}{2} = m_e^2 c^2 (1 + a_0^2/2). \quad (3.36)$$

Dosazením tohoto vztahu zpět do (3.35) dostaneme pro lineární polarizaci podél osy y

($\delta = 1$):

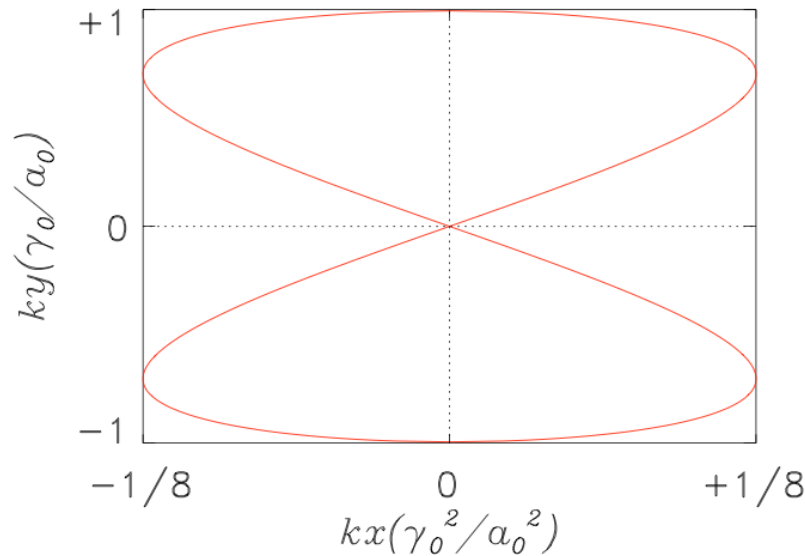
$$\frac{p_x}{m_e c} = \frac{a_0^2}{4\sqrt{1 + a_0^2/2}} \cos 2\phi, \quad \frac{p_y}{m_e c} = a_0 \cos \phi. \quad (3.37)$$

Ze vztahu $m_e \gamma c = p_x + K$ dostáváme $p_x = m_e c (\gamma - \sqrt{1 + a_0^2/2})$ a $d\phi/dt = -(\sqrt{1 + a_0^2/2}/\gamma)\omega$, takže nyní platí $d\vec{r}/d\phi = -\vec{p}/(m_e \omega \sqrt{1 + a_0^2/2})$. Využitím těchto vztahů a integrací přes ϕ obdržíme

$$x' = \frac{a_0^2}{8\sqrt{1 + a_0^2/2}} \sin 2\phi, \quad y' = -\frac{a_0}{\sqrt{1 + a_0^2/2}} \sin \phi. \quad (3.38)$$

Odtud získáváme trajektorii ve tvaru uzavřené smyčky (viz. obrázek 3.4)

$$x'^2 = \frac{y'^2}{16} \left(\frac{a_0^2}{\sqrt{1 + a_0^2/2}} - y' \right). \quad (3.39)$$



Obrázek 3.4: Obecná trajektorie elektronu v monochromatické rovinné vlně o bezrozměrné amplitudě a_0 ve vztahné soustavě, kde střední hybnost elektronu v podélném směru x je nulová. [7]

Jelikož je tento pohyb periodický, elektrony, které se takto pohybují, neustále vyzařují fotony, jejichž frekvence jsou různými násobky základní frekvence ω . Fotony o každé této harmonické frekvenci mají své vlastní úhlové rozdělení [8].

Při velmi vysokých intenzitách (v současnosti nedosažitelných $10^{30} \text{ W.cm}^{-2}$), kdy laserové pole vykoná na vzdálenosti Comptonovy vlnové délky ($\lambda_C = \hbar/m_e c$) práci převyšující klidovou hmotnost elektronu, se začne ve vysoké míře objevovat produkce párů elektron-pozitron [6].

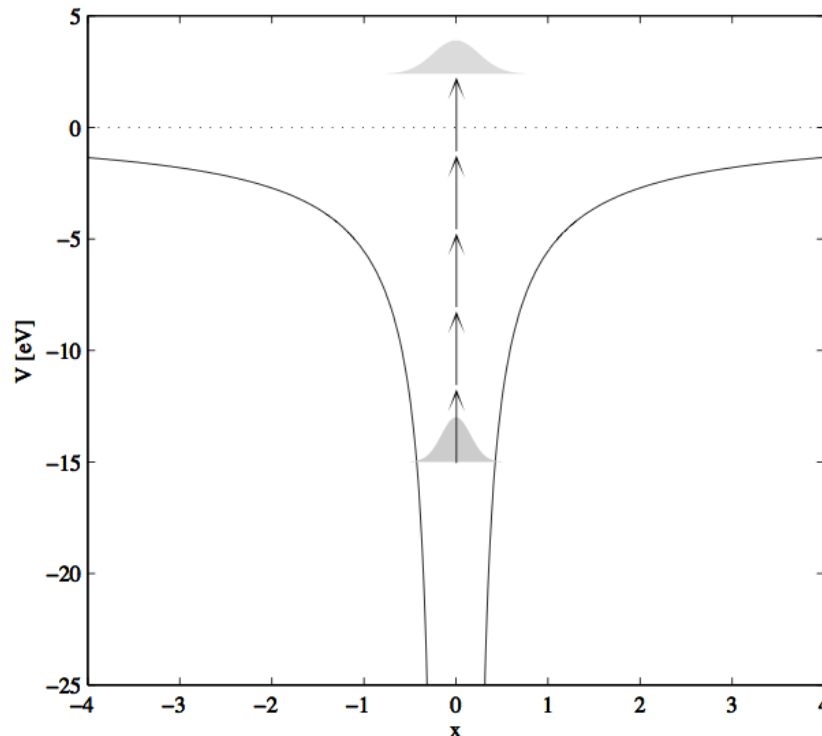
3.2 Ionizace a tvorba plazmatu laserovým impulzem

Vstoupí-li laserový impuls do oblasti, v níž se nachází například atomy plynu, začnou elektrony v těchto atomech cítit elektromagnetické pole laseru a oscilovat, jak bylo popsáno na začátku kapitoly. Při dostatečné intenzitě laseru dojde k uvolnění elektronů z elektronových obalů atomů, plyn je tedy ionizován a vzniká směs elektronů a kladných iontů - plazma.

Pro vysoké hodnoty intenzity laseru tedy vlastně můžeme mluvit přímo o popisu interakce laseru. Látka je totiž ionizována téměř okamžitě buď předpulzem nebo ve chvíli, kdy k atomům terčíku dorazí fotony z náběhové hrany laserového impulsu. [12]

3.2.1 Vícefotonová ionizace

Při intenzitách $10^{11} - 10^{13} \text{ W.cm}^{-2}$ může nastávat tzv. *vícefotonová ionizace*, kdy s elektronem téměř současně interaguje více fotonů, čímž je mu předáno dostatečné množství energie k odtržení od atomu. Zároveň však při takových intenzitách není pole laseru dostatečně silné, aby ovlivnilo potenciálovou jámu elektronů vázaných v atomech [13].

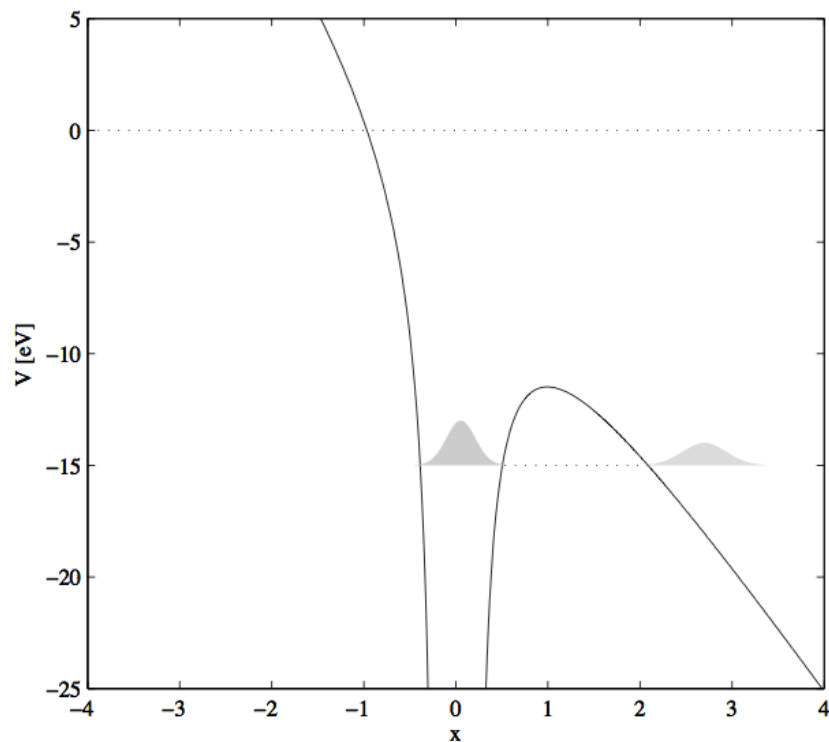


Obrázek 3.5: Vícefotonová ionizace [13]

Jediný foton titan-safírového laseru s vlnovou délkou $\lambda = 800$ nm, a tedy energií fotonu $\hbar\omega = 1,55$ eV, nedostačuje ani na ionizaci vodíkového atomu (ionizační potenciál vodíkového atomu je $E_i = 13,6$ eV), ale ionizace atomů tímto laserem je přesto realizovatelná. Tím, že s elektronem interaguje „téměř současně“ více fotonů, rozumíme, že „n plus první“ foton dorazí během doby života n-tého virtuálního excitovaného stavu, což znamená řádově během 10^{-14} s [14].

3.2.2 Tunelová ionizace

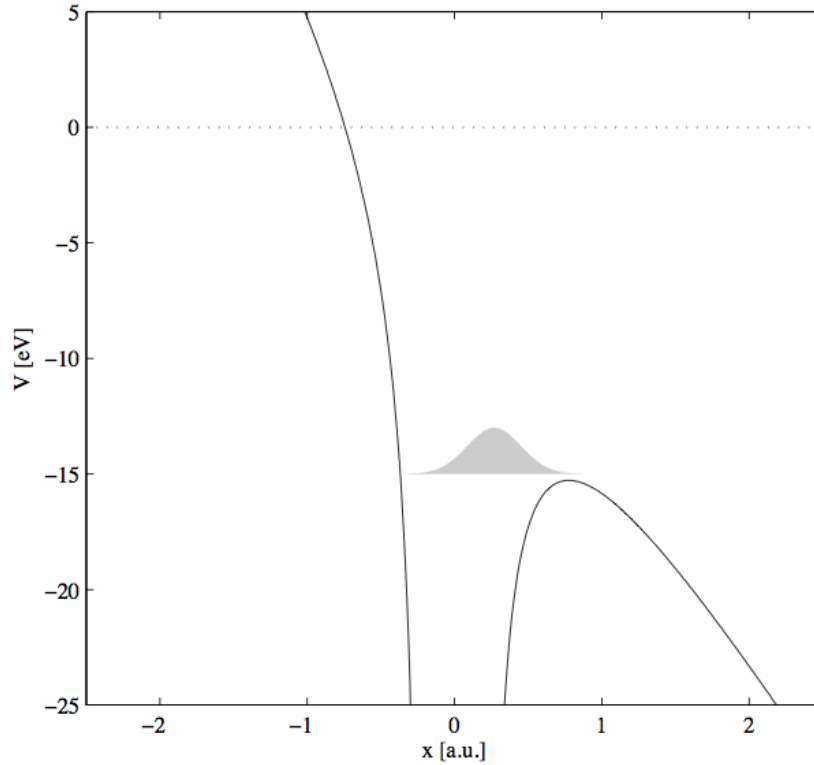
Při vyšších intenzitách (okolo $10^{14} - 10^{15}$ W.cm⁻²) je pole laseru dostatečně silné, aby narušilo coulombický potenciál, který váže elektrony v atomech. Není však dostatečně silné, aby deformovalo potenciál natolik, že se nad ní bude nacházet některý ze zaplněných elektronových stavů. V takovém případě může probíhat *tunelová ionizace*, která probíhá v důsledku kvantového tunelování, kdy elektron překoná potenciálovou bariéru s pravděpodobností úměrnou šířce této bariéry.



Obrázek 3.6: Tunelová ionizace [13]

3.2.3 Ionizace potlačením potenciálové bariéry

Při intenzitách laseru přesahujících $10^{15} \text{ W.cm}^{-2}$ deformuje laserový impulz potenciálovou jámu v obale atomu tak, že se alespoň některý základní stav elektronu bude nacházet nad ní a elektron může být z obalu okamžitě uvolněn. Jde tedy o *ionizaci potlačením potenciálové bariéry*, která je při velmi vysokých intenzitách laserů s krátkými impulzy v řádech femtosekund naprosto dominantní.



Obrázek 3.7: Ionizace potlačením potenciálové bariéry [13]

3.3 Ponderomotorická síla

Na nabitě částice v plazmatu, jímž prochází laserový impulz, působí tzv. *ponderomotorická síla*. Budeme-li opět uvažovat nerelativistický popis, lze ponderomotorickou sílu vyjádřit vztahem

$$\vec{F}_p = -\frac{e^2}{4m_e\omega^2}\vec{\nabla}(\vec{E}^2). \quad (3.40)$$

Z tohoto výrazu jsou vidět nejdůležitější vlastnosti této nelineární síly. Nabitě částice jsou touto silou vypuzovány z míst, kde je vysoká intenzita elektrického pole. To platí jak pro

elektrony, tak pro ionty, neboť síla závisí na kvadrátu elektrického pole. Dále pak závisí ponderomotorická síla na hmotnosti částice jako $\sim 1/m$, a tudíž působí mnohem výrazněji na elektrony než na mnohem těžší ionty.

V relativistickém případě, kdy $v \simeq c$ má vztah pro ponderomotorickou sílu tvar [7]

$$(\vec{F}_p)_{\text{rel}} = -m_e c^2 \nabla \left(1 + \frac{e^2 \langle E \rangle^2}{m_e^2 \omega^2} \right)^{1/2}, \quad (3.41)$$

kde $\langle E \rangle$ je střední hodnota intenzity elektrického pole. Detailní odvození relativistického tvaru ponderomotorické síly lze nalézt například v [15].

INTERAKCE LASEROVÉHO IMPULZU S PLAZMATEM

4.1 Vlny v plazmatu

Volné elektrony v plazmatu jsou ovlivňovány elektrickým potenciálem okolních částic, čímž vzniká kmitání jednotlivých nabitých částic plazmové (Langmuirovy) vlny. Budeme uvažovat plazma, ve kterém nedochází k srážkám mezi jednotlivými částicemi. Elektrony v plazmatu kmitají s plazmovou frekvencí ω_p definovanou vztahem

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\gamma m_e \varepsilon_0}}, \quad (4.1)$$

kde n_e je elektronová hustota plazmatu, e je velikost elektrického náboje elektronu, m_e je jeho klidová hmotnost, ε_0 je permitivita vakua a γ je Lorentzův faktor, který v tomto případě budeme používat ve tvaru $\gamma = \sqrt{1 + a_0^2}$. Jelikož plazmová frekvence nezávisí na vlnovém čísle k , je fázová rychlost dána jednoduše jako $(v_\varphi)_p = \omega_p/k$ a grupová rychlost $(v_g)_p = \partial\omega_p/\partial k = 0$.

Laserový impuls může stejně jako každé elektromagnetické záření do plazmatu pronikat, nebo se od něj odrážet. Aby se mohl laserový impuls plazmatem šířit, musí vlnové číslo k být reálné. Z disperzní relace

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2 \quad (4.2)$$

dostáváme nutnou podmínku $\omega > \omega_p$, jež musí být splněna, má-li impuls plazmatem pronikat. Rozlišujeme tedy tzv. podkritické plazma a nadkritické plazma. Podkritickým plazmatem, jehož frekvence ω_p je nižší než frekvence laserového impulsu ω , se může laserový impuls šířit. Je-li $\omega_p > \omega$, plazma je nadkritické a laserový impuls se bude od plazmatu odrážet. Z hraničního případu $\omega = \omega_p$ a vztahu (4.1) lze určit hodnotu tzv. *kritické hustoty*

$$n_c = \frac{\varepsilon_0 \gamma m_e \omega^2}{e^2}. \quad (4.3)$$

Plazma s hodnotou elektronové hustoty menší než n_c je schopné propouštět elektromagnetické záření dané frekvence ω a nazýváme jej podkritickým plazmatem. V opačném případě, kdy $n_e \geq n_c$, se záření o frekvenci ω od plazmatu odráží. Takové plazma nazýváme nadkritickým plazmatem.

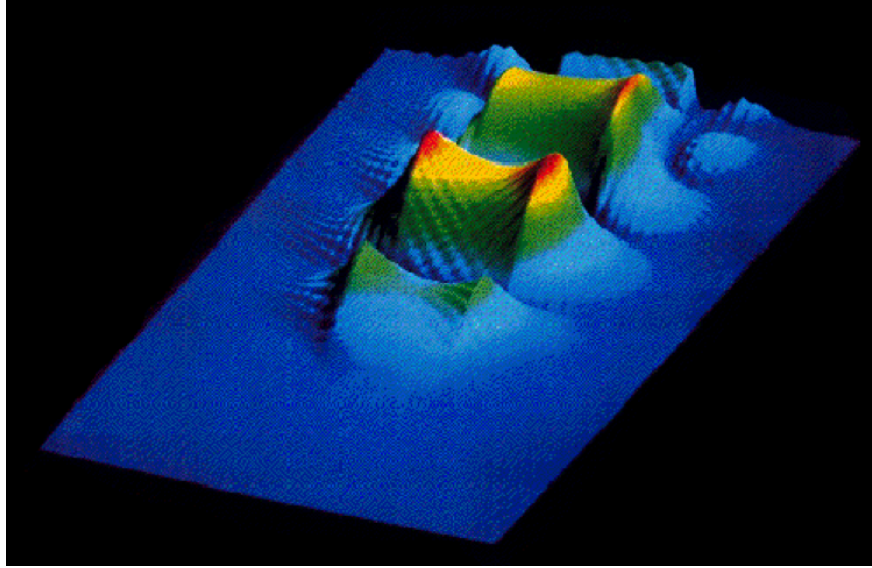
Podkritické plazma pro lasery z oblasti infračerveného záření bývá vytvořené z plyných terčíků a lze jej využít k urychlování elektronů. Naopak k urychlování iontů se využívá fólií či destiček pevného skupenství, z nichž se vytvoří nadkritické plazma pro dané laserové záření [8].

4.2 Urychlování elektronů laserem

Laserový impuls má příčné elektrické pole, které není samo o sobě vhodné pro urychlování částic. V roce 1979 objevili T. Tajima a J. Dawson [16] způsob, jak je možné využít interakce laserového impulsu s plazmatem k urychlování elektronů. Vlivem magnetického pole laserového impulsu jsou elektrony vytlačeny ze svých původních pozic, čímž jsou v plazmatu vybudeny podélné vlny, a tedy i podélné elektrické pole řádu až několika set GV/m. Takové elektrické pole je již pro urychlování částic (elektronů) využitelné [17]. Výhodou takového urychlovače by nepochybně byla jeho finanční a prostorová nenáročnost v porovnání s tradičními urychlovači, jež jsou v současnosti používány.

4.2.1 Podélné vlnění v plazmatu

Při vstupu do plazmatu vytlačuje laserový impuls elektrony ponderomotorickou silou z oblasti, kterou prochází, a tak vzniká v plazmatu takzvané „brázdové pole“ (z anglického pojmu *wakefield*), jako je zobrazeno na obrázku 4.1.



Obrázek 4.1: Brázdové pole vznikající za laserovým impulzem při průchodu plazmatem. Čím teplejší barva, tím silnější pole.

Zároveň lze uvažovat, že se ionty v plazmatu téměř nepohybují kvůli své relativně vysoké hmotnosti. Elektronů, které jsou vychýleny ponderomotorickou silou ze svých pozic, budou nuceny vracet se zpět ke svým rovnovážným polohám vlivem coulombického potenciálu, jenž je vytvářen nehybnými ionty. Tímto způsobem vznikají oscilace elektronů v plazmatu. Vychýlenými elektrony jsou ovlivněny elektrony v přilehlých oblastech plazmatu, a vzniká tak podélné vlnění (princiálně podobné zvukovým vlnám), které se plazmatem může dále šířit ve směru šíření laserového impulsu.

Účelem je vytvořit takové podélné vlnění v plazmatu, které bude schopno urychlovat elektrony. To znamená vytvořit vlnění s fázovou rychlostí jen o málo menší, než je rychlost světla: $(v_\varphi)_p < c$, aby mohl relativistický elektron zůstat s vlnou ve fázi.

Už původní návrh laserového urychlovače částic byl založen na objevu, že laserový impuls s grupovou rychlostí $(v_g)_L$ za sebou bude v plazmatu nechávat brázdu, ve které plazmové vlny oscilují s fázovou rychlostí $(v_\varphi)_p$ [16]:

$$(v_\varphi)_p = (v_g)_L = c\sqrt{1 - \frac{\omega_p}{\omega}} \quad (4.4)$$

a je samozřejmě nižší než rychlost světla c , neboť grupová rychlost nemůže překročit rychlost světla.

Plazmové vlny lze účinně vybudit, je-li délka laserového impulsu τ_L srovnatelná s periodou

τ_p oscilací v plazmatu. To odpovídá hustotě plazmatu [18]

$$n_e[\text{cm}^{-3}] = \frac{1,6 \times 10^{21}}{\tau_L^2}, \quad (4.5)$$

kam za τ_L dosazujeme ve femtosekundách. Režim urychlování využívající těchto plazmových vln označujeme jako urychlování laserovým brázdovým polem nebo LWFA (z anglického *laser wakefield acceleration*). Jak je vidět ze vztahů (3.40), ponderomotorická síla je kvadraticky závislá na gradientu kvadrátu intenzity elektrického pole, tedy i krátký impuls s relativně nízkou energií má schopnost vybudit vlny o vysoké amplitudě. Amplituda vln brázdového pole bude maximální v případě, kdy doba trvání impulsu τ_L odpovídá přibližně polovině periody oscilace elektronů v plazmatu.

Laserový impuls totiž vlivem ponderomotorické síly nejprve působí na elektrony ve směru svého šíření a následně po čase úměrném délce trvání impulsu τ_L na ně zapůsobí znovu v opačném směru v okamžiku, kdy intenzita elektrického pole na konci impulsu prudce klesá. Elektrony vychýlené v první části procesu tedy začnou oscilovat s frekvencí plazmatu a v čase rovném polovině periody π/ω_p budou mít maximální rychlost ve směru opačném ke směru šíření laserového impulsu. V tomto okamžiku budou ponderomotorickou silou postrčeny podruhé. Při takové délce trvání impulsu tak vzniká *rezonanční brázdové pole*. V případě, kdy by byl použit laserový impuls o dvojnásobné délce trvání (tzn. $\tau_L = 2\pi/\omega_p$), by urychlení v druhé části procesu vyrušilo první urychlení.

4.2.2 Lámání vln

Růst amplitudy plazmových vln samozřejmě není neomezený, je limitován takzvaným *lámáním vln*. To je popsáno teorií hydrodynamiky, kde je lámání vln spojeno se singularitami v rovnicích popisujících chování tekutin. Amplituda maximálního urychlovacího elektrického pole je dána hodnotou tohoto elektrického pole, kdy dochází k lámání vln [17]

$$E_{\text{WB}} = \frac{m_e c \omega_p}{e} \sqrt{2(\gamma - 1)} \simeq 0,96 [\text{V/cm}] \sqrt{2n_e(\gamma - 1)}. \quad (4.6)$$

Tento vztah je odvozen pro jednorozměrné chladné plazma. Pro horké a vícerozměrné plazma je toto limitní pole obvykle nižší. Při lámání vln dochází k injekci elektronů, během tohoto procesu jsou vlny nevratně tlumeny. Elektrony, které jsou injektované tímto způsobem, se dostanou mimo fázi s plazmovou vlnou, začnou cítit elektrické pole této vlny a jsou následně

urychleny. Urychlování elektronů pomocí brázdrového pole je limitováno délkou interakce laserového impulsu s plazmatem. Tato délka je úměrná Rayleighově délce [18]

$$Z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda_L}, \quad (4.7)$$

kde w_0 je poloměr laserového svazku v ohnisku. Jelikož fázová rychlost brázdrové vlny je nižší než rychlost světla ve vakuu, elektrony, jež mají nakonec rychlost $v \simeq c$, se dostanou mimo fázi s brázdrovou vlnou, elektrony opustí urychlovací fázi brázdrového pole a přejdou do zpomalovací fáze. To bývá označováno jako *rozfázování*. Rozfázovací délka je definována jako vzdálenost, kterou elektron urazí, než bude jeho fáze posunuta o polovinu periody vůči brázdrové vlně. Jde tedy o vzdálenost, na které je elektron urychlován, a je dána vztahem [5]

$$L_{\text{acc}} = \frac{2c}{\omega_p} \gamma^2 = \frac{2c}{\omega_p} \left(\frac{\omega}{\omega_p} \right)^2. \quad (4.8)$$

Maximální energický příspěvek, který elektron může získat během toho, co urazí rozfázovací délku, je dána vztahem [17]:

$$W_{\text{max}} = eE_{\text{WB}}L_{\text{acc}}. \quad (4.9)$$

4.3 Relativistická autofokusace

Kvůli difrakci laserového impulsu by však bylo nemožné laser použít k urychlování částic (elektronů) na vyšší energie a bylo by třeba hledat způsob, jak laser v plazmatu fokusovat. Z experimentů se ukázalo, že při dostatečném výkonu laseru zajistí fokusaci samotné plazma. Laserový impuls, který interaguje s elektrony plazmatu, zajistí pohyb těchto elektronů, což má za následek relativistickou změnu hmotnosti elektronů, díky které dochází ke změně elektronové frekvence plazmatu, jak je vidět ze vztahu (4.1). Tím samozřejmě dochází ke změně dalších vlastností plazmatu - zejména jeho indexu lomu, jenž je dán vztahem

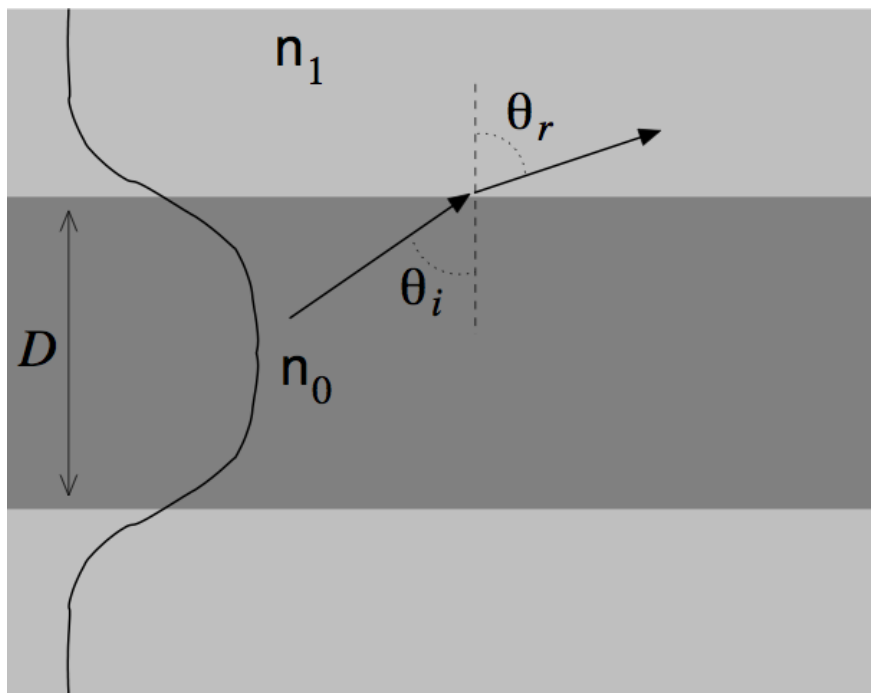
$$\eta = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2}. \quad (4.10)$$

Závislost intenzity laserového impulsu na vzdálenosti od osy svazku má obvykle gaussovský tvar, a tak s využitím vztahů $\gamma = (1 + a_0^2/2)^{1/2}$ a (3.10), dosazením do frekvence plazmatu ω_p dané vztahem (4.1) a následným využitím vztahu pro index lomu plazmatu (4.10), zjistíme velmi jednoduše, že s rostoucí vzdáleností od osy laserového impulsu bude index lomu η ve vytvořeném plazmatu klesat.

Je tedy zřejmé, že divergující svazek fotonů laserového impulsu, který prochází takovým plazmatem, bude při vzdalování od osy postupně narážet na rozhraní prostředí s různými hodnotami indexu lomu, a bude se tak stáčet do směru paralelně k ose. Při dostatečném výkonu laserového impulsu bude v některém místě plazmatu existovat rozhraní prostředí s různými indexy lomu takovými, že bude docházet k odrazu. Laserový impuls bude v takovém případě fokusován, a plazma tak vlastně funguje jako spojná čočka. Použijeme Snellův zákon

$$\frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_i} = \frac{\eta_0}{\eta_1}, \quad (4.11)$$

kde θ_i je úhel (měřený od kolmice), pod kterým přilétají fotony k rozhraní prostředí s různými indexy lomu, θ_r je úhel (opět měřený od kolmice), pod kterým vylétají fotony z rozhraní těchto dvou prostředí a η_0 a η_1 jsou indexy lomu těchto dvou prostředí, pro které v našem případě platí $\eta_0 > \eta_1$.



Obrázek 4.2: Ilustrační obrázek ke změně směru šíření laserového impulsu vlivem různého indexu lomu v jednotlivých „vrstvách“ daných vzdáleností od osy svazku. [7]

Situaci si lze představit podobně jako v případě optického vlákna (viz. obrázek 4.2), kde se světlo odráží od stěn vlákna na základě vhodné kombinace indexů lomu a úhlu dopadu. V této analogii odpovídá vnitřnímu prostředí optického vlákna prostor o průměru D , kudy

prochází laserový impuls a které má index lomu η_0 . Na rozhraní s vrstvou s indexem lomu η_1 bude docházet k lomu. K totálnímu odrazu dochází při $\sin \theta_r = 1$. Z této podmínky lze odvodit hodnotu minimálního potřebného výkonu (označovaného jako *kritický výkon*), od kterého bude docházet k autofokusaci.

Jelikož jedinou proměnnou elektronové frekvence plazmatu, jak je vidět z vyjádření (4.1), je množství elektronů v jednotce objemu n_e , lze použít disperzní relaci pro experimentální určení koncentrace plazmatu. Stačí k tomu změřit plazmovou frekvenci elektronů (například s využitím existence maximální frekvence záření, které ještě prochází plazmatem bez toho, že by se odráželo) a následně vypočítat množství elektronů v jednotce objemu (tedy koncentraci) ze vztahu (4.1) [19].

4.3.1 Kritický výkon

Relativistická autofokusace nastává při překročení kritického (prahového) výkonu, pro nějž (jak se ukázalo z experimentů) platí vztah [7]

$$P_c \text{ [GW]} = 17 \frac{n_c}{n_e}. \quad (4.12)$$

Bude-li výkon několikanásobně vyšší než tato hodnota, mohou se objevit další ohniska, z nichž se nakonec vytvoří jediný kanál, jímž bude impuls veden. Takový jev se pak nazývá samovedení laserového impulsu plazmatem. Laserový impuls se bude neustále fokusovat a defokusovat, dokud bude mít dostatek energie. Tímto způsobem může projít až několik Rayleighových délek [7]. Navíc, protože fázová rychlost vlnění v prostředí závisí na indexu lomu n tohoto prostředí vztahem $v_\varphi = c/n$, je zřejmé, že se bude měnit i tvar impulsu, a tedy i časový a prostorový profil intenzity.

INVERZNÍ COMPTONŮV ROZPTYL

Neelastický rozptyl rentgenového a gama záření na volném elektronu, který je v klidu, byl teoreticky popsán A. H. Comptonem [20] v roce 1923 a nazván *Comptonův rozptyl*. Foton o vysoké energii v tomto procesu předá část své energie a hybnosti elektronu, čímž dochází ke změně vlnové délky fotonu, resp. jeho energie. Hodnota vlnové délky rozptýleného fotonu λ' , resp. energie tohoto fotonu E'_γ je dána vztahem

$$\lambda' = \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta), \quad (5.1)$$

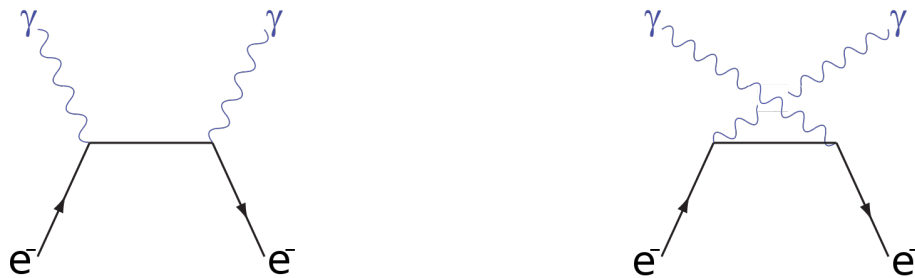
resp.

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}, \quad (5.2)$$

kde E_γ a λ jsou počáteční energie a vlnová délka fotonu před interakcí, h je Planckova konstanta, m_e je klidová hmotnost elektronu, θ je úhel rozptylu fotonu.

Z hlediska energie a hybnosti se jedná o pružný rozptyl. Proces označujeme jako nepružný proto, že dochází k pohlcení jednoho fotonu a vyzáření druhého fotonu s jinou energií a hybností (viz. Feynmanovy diagramy na obrázku (5.1)).

Existuje však také jiný, obdobný proces, kde relativistický elektron rozptyluje na fotonu o nízké energii. Rozptýlené fotony se v takovém případě budou nacházet v oblasti energií rentgenového a gama záření. Tento proces nazýváme *inverzní Comptonův rozptyl* (krátce ICS z anglického „inverse Compton scattering“), neboť v tomto případě je vysokoenergetickou



Obrázek 5.1: Feynmanovy diagramy pro inverzní Comptonův jev

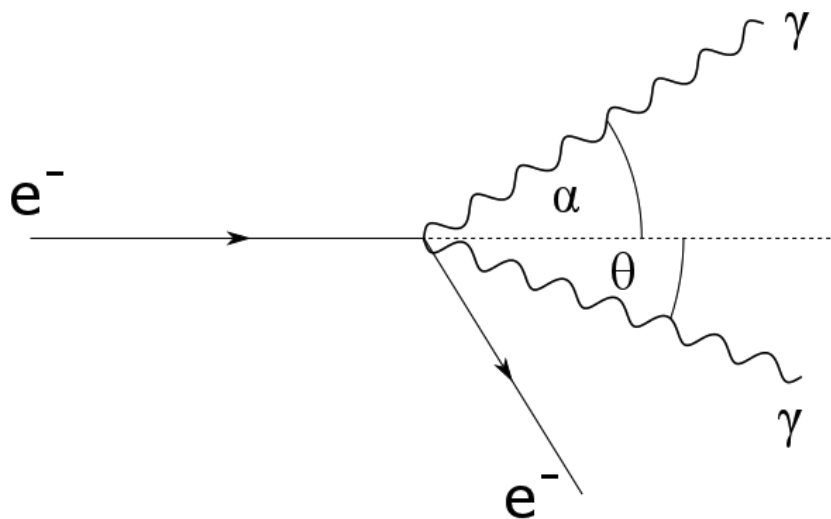
částicí elektron, zatímco foton je nízkoenergetický (oproti klasickému Comptonovu rozptylu, kde je tomu s energiemi naopak). Teoretické základy tohoto procesu položili L. Federici a A. M. Sandorfi [21, 22]. K realizaci lze velmi dobře využít laserový impulz jako zdroj nízkoenergetických fotonů.

5.1 Energie rozptýlených fotonů a účinný průřez

Energii rozptýlených fotonů v laboratorní soustavě lze pro obecný případ, kdy dochází ke srážce fotonů s elektrony pod obecným úhlem α , vyjádřit vztahem

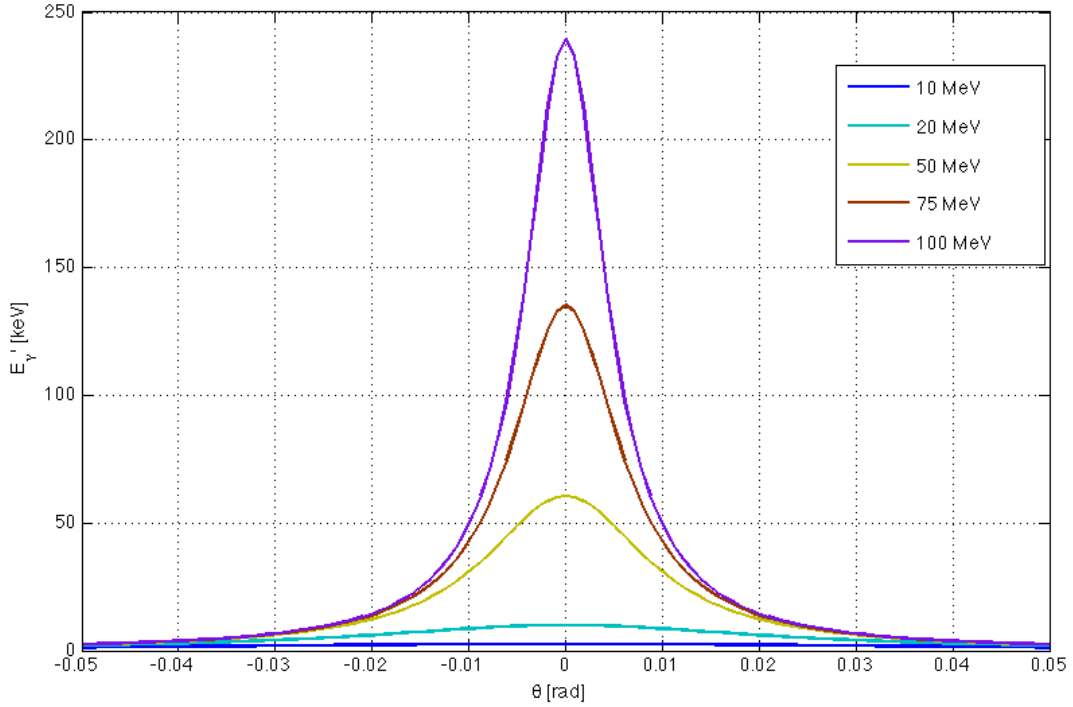
$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma(1 + \beta \cos \alpha)}{1 - \beta \cos \theta + \frac{E_\gamma}{E_e}(1 + \cos(\alpha + \theta))}. \quad (5.3)$$

Detailně je tento vztah odvozen v příloze A. Inverzní Comptonův rozptyl s obecným úhlem srážky je znázorněn na obrázku (5.2).



Obrázek 5.2: Znázornění inverzního Comptonova rozptylu v laboratorní soustavě. Nízkoenergetický foton nalétá pod úhlem α , vylétá pod úhlem θ .

Na obrázku 5.3 je znázorněno energetické rozdělení rozptýlených fotonů (určené podle vztahu (5.3)) pro případ čelní srážky pro různé kinetické energie elektronu na počátku a foton o počáteční vlnové délce 800 nm (tj. $E_\gamma = 1,55\text{eV}$).



Obrázek 5.3: Energetické rozdělení rozptýlených fotonů, čelní srážka ($\alpha = 0$, energie počátečních fotonů $E_\gamma = 1,55$ eV, různé kinetické energie počátečního elektronu (viz. legenda).

Diferenciální účinný průřez procesu v laboratorní soustavě lze odvodit z účinného průřezu v klidové soustavě počátečního elektronu, který je popsán Klein-Nishinovou formulí [23]

$$\frac{d\sigma}{d\cos\tilde{\theta}} = \pi r_0^2 R^2 \left(R + R^{-1} - 1 + \cos^2\tilde{\theta} \right), \quad (5.4)$$

kde r_0 je klasický poloměr elektronu (Comptonův poloměr), $\tilde{\theta}$ je úhel výletu rozptýleného fotonu v klidové soustavě počátečního elektronu a R je poměr mezi energiemi fotonu po rozptylu a před rozptylem v této vztažné soustavě. Jak vypadá poměr R , lze snadno zjistit ze vztahu (5.3), kde položíme $\beta = 0$, abychom měli případ, kdy je elektron na počátku v klidu (úhel α , pod kterým nalétává počáteční foton, bude v této soustavě samozřejmě roven nule), tedy

$$R = \frac{\tilde{E}'_\gamma}{\tilde{E}_\gamma} = \frac{1}{1 + \frac{\tilde{E}_\gamma}{m_e c^2} (1 + \cos\tilde{\theta})}. \quad (5.5)$$

Písmeny s vlnkou zde označujeme veličiny v klidové soustavě počátečního elektronu a písmeny bez vlnky veličiny v laboratorní soustavě. Pomocí Lorentzových transformací lze

získat diferenciální účinný průřez v laboratorní soustavě ve tvaru [24]

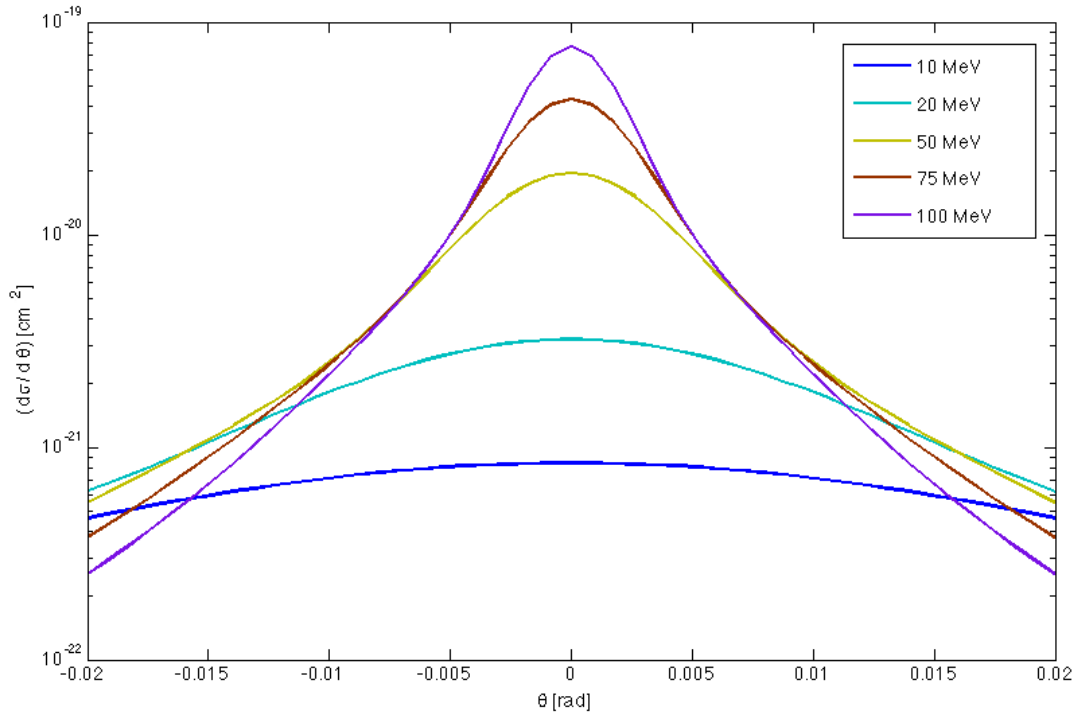
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\gamma^2(1 - \beta \cos \theta)^2} \frac{r_0^2}{2} R^2 \left(R + R^{-1} - 1 + \cos^2 \tilde{\theta} \right), \quad (5.6)$$

kde

$$\frac{1}{R} = 1 + \frac{\gamma(1 + \beta)E_\gamma}{m_e c^2} (1 + \cos \tilde{\theta}), \quad (5.7)$$

$$\cos \tilde{\theta} = \frac{\cos \theta - \beta}{1 - \beta \cos \theta}. \quad (5.8)$$

Závislost diferenciálního účinného průřezu na úhlu θ (dle vztahu 5.6) je pro různé kinetické energie počátečního elektronu znázorněna na obrázku 5.4.



Obrázek 5.4: Diferenciální účinný průřez v závislosti na úhlu θ pro různé hodnoty počáteční kinetické energie elektronu (viz. legenda).

Účinný průřez rozptylu fotonů do kužele o úhlu θ_C v laboratorní soustavě je vyjádřen vztahem

$$\sigma(\theta_C) = \int_0^{\theta_C} \frac{d\sigma}{d\theta} d\theta = 2\pi \int_0^{\theta_C} \sin \theta \frac{d\sigma}{d\Omega} d\theta. \quad (5.9)$$

Totální účinný průřez tedy získáme integrací od 0 do π .

5.2 Luminozita a četnost

Četnost fotonů rozptýlených do kužele o úhlu θ_C (tedy počet fotonů za časovou jednotku) je vyjádřena vztahem [24]

$$I_\gamma = \sigma(\theta_C)L, \quad (5.10)$$

kde $\sigma(\theta_C)$ je účinný průřez ze vztahu (5.9). a L je luminozita, kterou lze vypočítat podle

$$L = 2cfN_eN_\gamma \cos^2 \frac{\alpha}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_e(x, y, z, t) \rho_\gamma(x, y, z, t) dx dy dz dt, \quad (5.11)$$

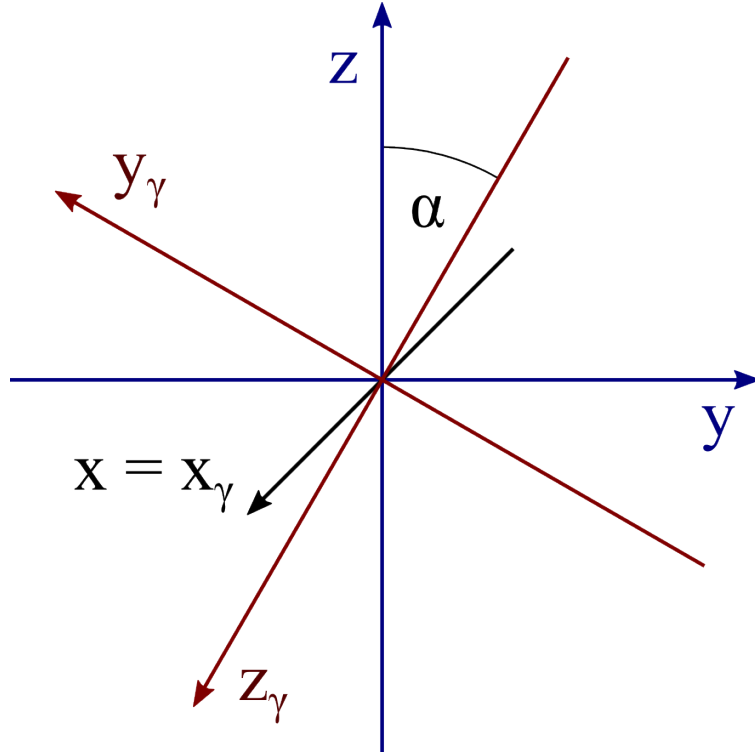
kde c je rychlost světla ve vakuu, f je frekvence srážek, N_e je počet elektronů ve svazku, N_γ je počet fotonů v laserovém impulzu a funkce ρ_e , resp. ρ_γ jsou distribuční funkce elektronového svazku, resp. laserového impulzu a mají tvar gaussovského rozdělení

$$\begin{aligned} \rho_e(x, y, z, t) &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{xe} \sigma_{ye} \sigma_{ze}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{\sigma_{xe}^2} + \frac{y^2}{\sigma_{ye}^2} + \frac{(z-ct)^2}{\sigma_{ze}^2} \right) \right] \\ \rho_\gamma(x_\gamma, y_\gamma, z_\gamma, t) &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{x\gamma} \sigma_{y\gamma} \sigma_{z\gamma}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_\gamma^2}{\sigma_{x\gamma}^2} + \frac{y_\gamma^2}{\sigma_{y\gamma}^2} + \frac{(z_\gamma-ct)^2}{\sigma_{z\gamma}^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (5.12)$$

V těchto vztazích funkce σ_{ae} , resp. $\sigma_{a\gamma}$ ($a = x, y, z$) představují RMS poloměry elektronového svazku, resp. laserového impulzu v daných osách. Souřadnice v distribuční funkci elektronového svazku v tomto případě budou splývat se souřadnicemi laboratorní soustavy. Zbývá tedy do této vztažné soustavy převést souřadnice laserového impulzu, což provedeme pomocí vztahů $x_\gamma = x$, $y_\gamma = -y \cos \alpha + z \sin \alpha$ a $z_\gamma = -y \sin \alpha - z \cos \alpha$, které jsme obdrželi z rotační matice (viz. obrázek 5.5). Vztah pro luminozitu (5.11) tedy můžeme upravit do tvaru

$$L = \frac{fN_eN_\gamma \cos \alpha/2}{2\pi \sqrt{\sigma_X^2 (\sigma_Y^2 \cos^2 \alpha/2 + \sigma_Z^2 \sin^2 \alpha/2)}}, \quad (5.13)$$

kde $\sigma_X^2 = \sigma_{xe}^2 + \sigma_{x\gamma}^2$, $\sigma_Y^2 = \sigma_{ye}^2 + \sigma_{y\gamma}^2$ a $\sigma_Z^2 = \sigma_{ze}^2 + \sigma_{z\gamma}^2$.



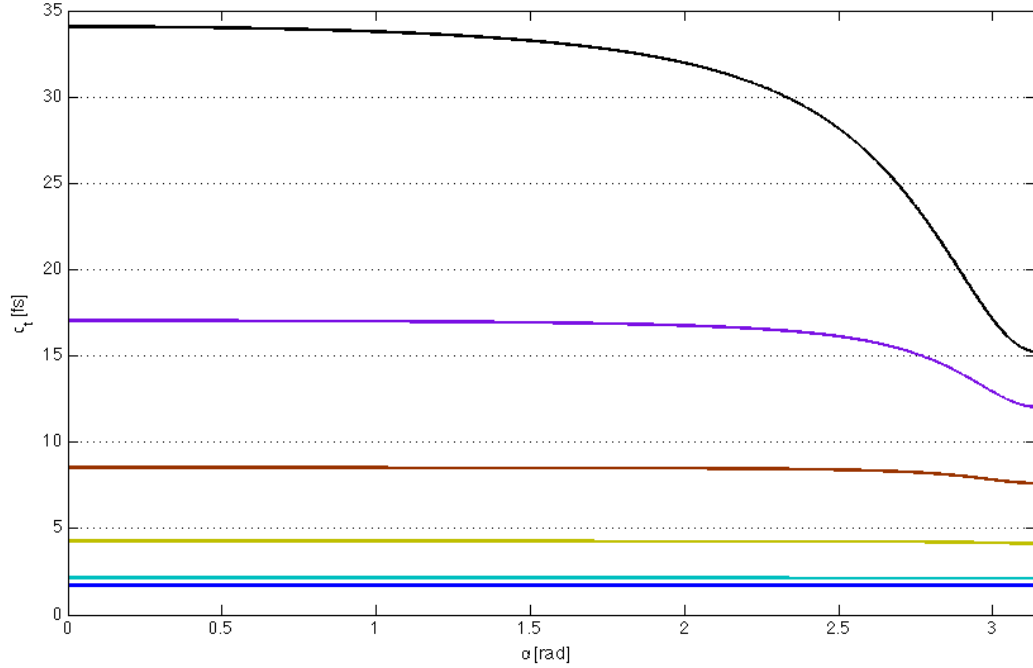
Obrázek 5.5: Vzájemná pozice vztažných soustav elektronů $\{x, y, z\}$ (modře) a fotonů $\{x_\gamma, y_\gamma, z_\gamma\}$ (červeně) v obecném případě srážky pod úhlem α .

Ze vztahu (5.11) lze také určit délku svazku rozptýlených fotonů pro případ, kdy se úhel srážky mění v rovině yz [24]

$$\sigma_t = \frac{\sigma_{ze} \sqrt{\sigma_{z\gamma}^2 \sin^2 \alpha + (\sigma_{ye}^2 + \sigma_{y\gamma}^2)(\cos \alpha + 1)^2}}{c \sqrt{(\sigma_{ze}^2 + \sigma_{z\gamma}^2) \sin^2 \alpha + (\sigma_{ye}^2 + \sigma_{y\gamma}^2)(\cos \alpha + 1)^2}}. \quad (5.14)$$

Odtud je vidět, že pro čelní srážku ($\alpha = 0^\circ$) bude délka konečného gama svazku rovna délce elektronového svazku, pro srážku pod úhlem $\alpha \simeq 180^\circ$ odpovídá délka gama svazku přibližně délce laserového impulzu.

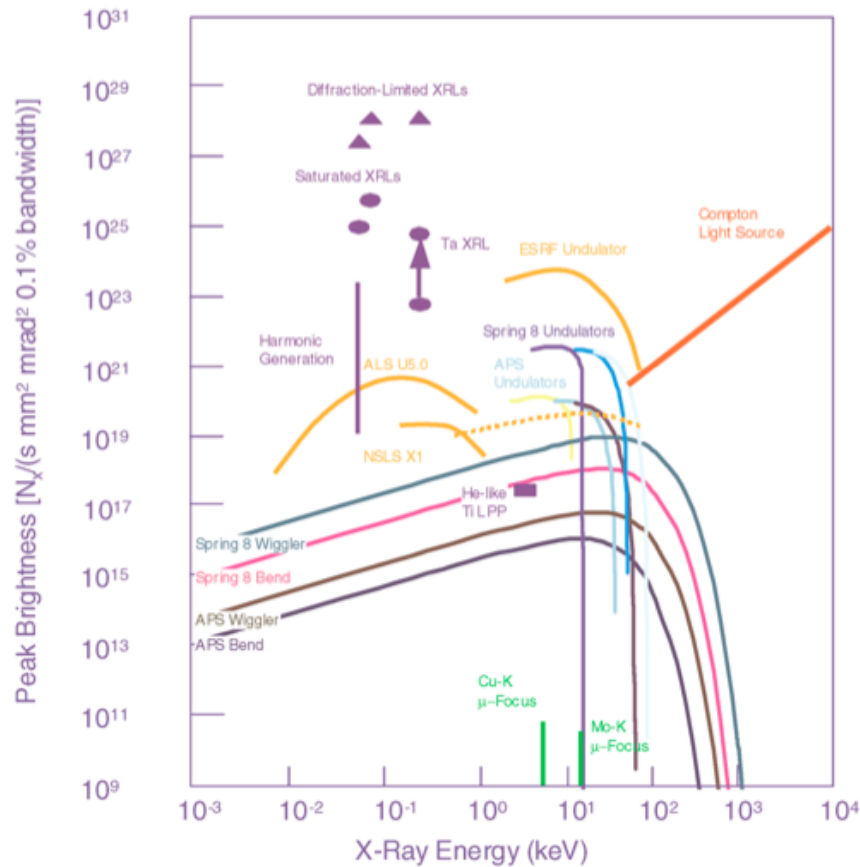
Pomocí tohoto vztahu lze také ověřit, že závislost na úhlu srážky se silněji projevuje pouze v případech, kdy má alespoň jeden ze srážených svazků řádově větší délku než šířku. V našem typu experimentu však bude délka svazků dokonce kratší než jejich šířka. Na obrázku 5.6 je znázorněna závislost délky svazku σ_t na úhlu srážky α s parametry $\sigma_{xe} = \sigma_{x\gamma} = \sigma_{ye} = \sigma_{y\gamma} = 30 \mu\text{m}$, $\sigma_{z\gamma} \simeq 5 \mu\text{m}$ a pro několik různých hodnot σ_{ze} . Na základě této závislosti je zřejmé, že v našem typu experimentu nelze dosáhnout zkrácení délky impulzu rozptýlených gama fotonů pomocí změny úhlu srážky v intervalu $\langle 0; \pi/2 \rangle$.



Obrázek 5.6: Závislost délky svazku σ_t na úhlu srážky α s parametry $\sigma_{xe} = \sigma_{x\gamma} = \sigma_{ye} = \sigma_{y\gamma} = 30 \mu\text{m}$, $\sigma_{z\gamma} \simeq 5 \mu\text{m}$ a hodnotami $\sigma_{ze} = \{2\sigma_{z\gamma}; \sigma_{z\gamma}; \sigma_{z\gamma}/2; \sigma_{z\gamma}/4; \sigma_{z\gamma}/8; \sigma_{z\gamma}/10\}$ (v grafu v tomto pořadí odshora dolů).

5.3 Zdroje rentgenového/gama záření

Inverzního Comptonova rozptylu lze tedy využít k vytvoření zdroje vysokoenergetického rentgenového/gama záření. V současnosti existuje velký zájem o vytvoření nové generace zdrojů zajišťujících velmi krátké ($\sim\text{fs}$), intenzivní, vysokoenergetické ($E > 100 \text{ keV}$) fotonové svazky, které by umožnily například zkoumání dynamických systémů na subatomární úrovni, zobrazování vnitřní struktury hustých materiálů a těles, zkoumání jaderné rezonanční fluorescence, generování polarizovaných pozitronů a vytvoření vysokoenergetického foton-fotonového kolideru [25, 26, 27, 28, 29]. Nyní budou některé zdroje rentgenového/gama záření stručně popsány.



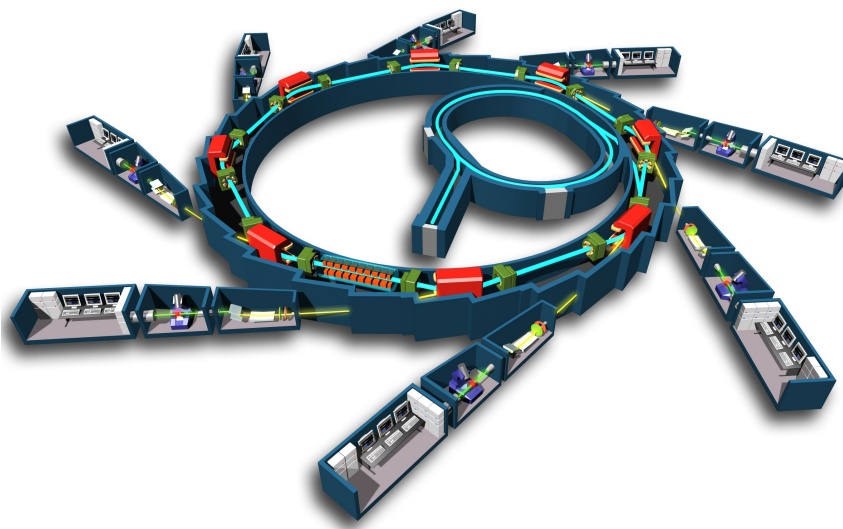
Obrázek 5.7: Srovnání jasu různých zdrojů rentgenového záření jako funkce závislé na energii [27].

5.3.1 Synchrotronové záření

Při zakřiveném pohybu nabitých částic, jež mají relativistickou rychlost, je do úzkého kužele ve směru tečné rychlosti vyzařováno synchrotronové záření. K tomuto jevu dochází například v kruhových urychlovačích a akumulacích prstencích, kde je dráha nabitých částic zakřivována působením magnetů do kruhové trajektorie.

Synchrotronové záření může mít vlnovou délku z oblasti mikrovln až rentgenového záření a energie v řádu desítek keV, a tudíž lze synchrotrony a akumulacní prstence využít jako rentgenové zdroje. Výhodami při použití takových zdrojů jsou vysoký jas a stabilita. Nevýhodou je délka vzniklých impulzů, která je v ideálním případě v řádu pikosekund, ale také nemožnost dosahovat energií záření řádů MeV a vyšších. Hlavním problémem však zůstává nákladnost a rozměrnost potřebných zařízení. I přesto jde v současnosti o jeden z

nejběžnějších zdrojů rentgenového záření vysoké kvality [30, 31].



Obrázek 5.8: Schéma francouzského synchrotronu SOLEIL, který je využíván jako zdroj vysokoenergetického rentgenového záření [32].

5.3.2 Lasery založené na volných elektronech

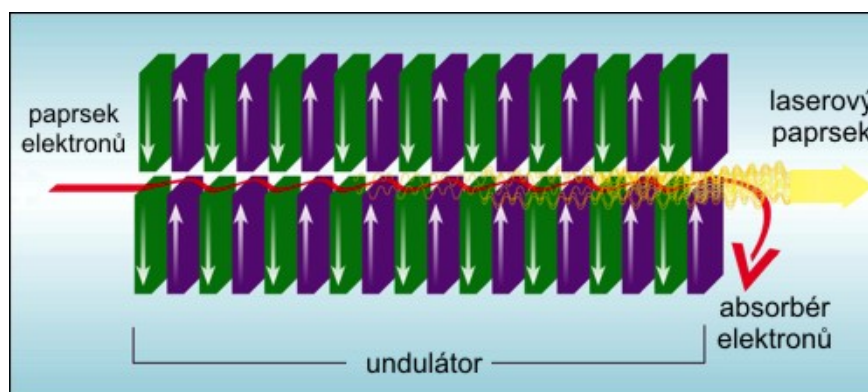
Na rozdíl od běžného laseru, skládajícího se ze zdroje energie, aktivního média a optického rezonátoru, využívají lasery založené na volných elektronech (krátce FEL z anglického Free-Electron Laser) jako zdroj energie i jako aktivní médium urychlené elektrony. Obvykle se FEL zařízení dělí na dlouhovlnné (infračervená až ultrafialová část spektra) a krátkovlnné (ultrafialová až rentgenová část spektra). Vlnovou délku vznikajícího záření lze měnit změnou energie urychlených elektronů a změnou použitého magnetického pole.

FEL zařízení fungují tak, že elektrony urychlené synchrotronem nebo lineárním urychlovačem vstupují do tzv. *undulátoru* či *wiggleru*, což je sada periodicky se střídajících, opačně orientovaných magnetů vytvářejících pole, které zakřivuje trajektorii nabitých částic do tvaru sinusoidy, čímž je vybuzeno synchrotronní záření. Elektrony, které se takto pohybují undulátorem/wigglerem, vyzařují synchrotronové záření v dopředném směru (viz. obrázek 5.9). Zda se jedná o undulátor nebo o wiggler je dáno parametrem [33]

$$K = \frac{Be \lambda_u}{m_e c 2\pi}, \quad (5.15)$$

kde B je velikost magnetického pole mezi magnety zařízení a λ_u je vlnová délka periodic-

kého pohybu elektronů v tomto magnetickém poli. Pro $K \ll 1$ se jedná o undulátor. V takovém případě dochází k interferenci záření emitovaného jedním elektronem v různých bodech dráhy, v důsledku čehož je záření koherentní a pík energetického rozdělení bude velmi výrazný. Pro $K \gg 1$ se jedná o wiggler, kdy k interferenci jako u undulátoru téměř nedochází, což má za následek méně koherentní až nekoherentní záření a značně větší energetický rozptyl.



Obrázek 5.9: Schéma undulátoru.

V případě dlouhovlnných FEL zařízení bývá stejně jako u klasického laseru využito rezonátoru se zrcadly, mezi kterými se bude vzniklé záření pohybovat. Postupně tak s opakováním procesu s dalšími elektronovými svazky dochází k navyšování intenzity vzniklého záření. Emise fotonů se začne se zvyšující intenzitou odlišovat od klasického případu synchrotronového záření. Elektrony prochází po sinusové trajektorii v undulátoru, vyzařují za přítomnosti elektromagnetického vlnění a dochází k procesu, jenž připomíná stimulovanou emisi. Elektrony se vlivem působení elektrické složky procházejícího elektromagnetického vlnění urychlují a zpomalují na základě relativní fáze elektronů vůči tomuto záření. Nehledě na původní prostorové rozdělení elektronů začne docházet k rovnoměrnému rozložení elektronů do tzv. mikroshluků, které jsou od sebe vzdáleny o velikost vlnové délky přítomného záření. Díky sfázování elektronů je vznikající záření koherentní a téměř monochromatické. Ke značnému zesílení dochází v případě, kdy síly undulátoru a záření působící na elektrony budou v rezonanci.

Krátkovlnná FEL zařízení jsou tedy zdrojem rentgenového záření. V takovém případě je vlnová délka vzniklého záření menší než 100 nm a již nelze vytvořit zrcadla pro rezonátor, která by toto záření odrážela. U těchto zařízení se proto využívá pouze jednoho průchodu

dlouhým undulátorem a tzv. *samo zesílené stimulované emise* (krátce SASE z anglického Self-Amplified Stimulated Emission), kdy opět dochází v přítomnosti vyzařovaného vlnění ke vzniku mikrosvazků elektronů a záření se opět postupně stává monochromatickým a koherentním. Nevýhodou je vznik nežádoucího nekoherentního záření na začátku procesu. To je možné eliminovat použitím záření z externího zdroje, které bude nastaveno tak, aby docházelo k rezonanci [34].

Výhodou laserů založených na volných elektronech je tedy zejména koherentní rentgenové záření a možnost nastavení energie, která závisí na energii elektronového svazku a na síle magnetického pole undulátoru. Pro využití FEL jako zdroje rentgenového záření je nutné vysokých energií elektronových svazků, které jsou schopny poskytnout lineární urychlovače. Nevýhodou zůstává nutnost rozměrné a finančně nákladné aparatury. Délky produkovaných impulzů jsou stejně jako v případě záření z kruhových urychlovačů v ideálním případě pouze řádu pikosekund. Zařízení tohoto typu se nachází například ve Stanfordu v USA (Linac Coherent Light Source) nebo v European X-ray Free Electron Facility v Hamburku v Německu [35, 36, 37, 38].

5.3.3 Zdroje využívající inverzního Comptonova jevu

Experimentů, které se zabývají zdroji využívajícími inverzního Comptonova jevu, je v současnosti velké množství, neboť oproti zdrojům využívajícím synchrotronového záření poskytují velké množství výhod. Rentgenové/gama impulzy z těchto zdrojů se vyznačují vysokým jasem a intenzitou, kvazi-monoenergetičností, velmi nízkou divergencí, vysokým špičkovým výkonem (množství fotonů v jednom impulzu za jednotku času) a délka impulzu záření může činit pouze několik femtosekund. Navíc je možné změnou energie původních elektronů a úhlu srážky elektronů s fotony snadno, velmi přesně a takřka libovolně volit energii vzniklého záření [39].

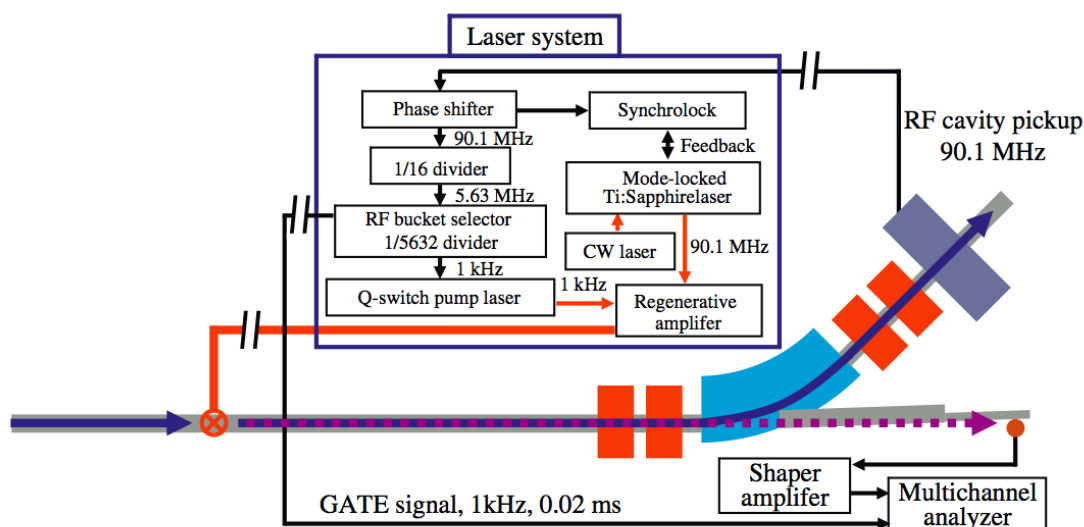
V procesu inverzního Comptonova rozptylu je limitujícím faktorem malý účinný průřez, který značně omezuje konverzi původních fotonů laserového impulzu na fotony z oblasti rentgenového/gama záření [40]. Je proto potřeba dobře fokusovaných elektronových svazků a velmi intenzivních laserových impulzů.

Pro realizaci zdroje využívajícího inverzního Comptonova rozptylu je tedy potřeba urychlovač elektronů, který zajistí elektronové svazky o potřebné energii, a laserový systém, který

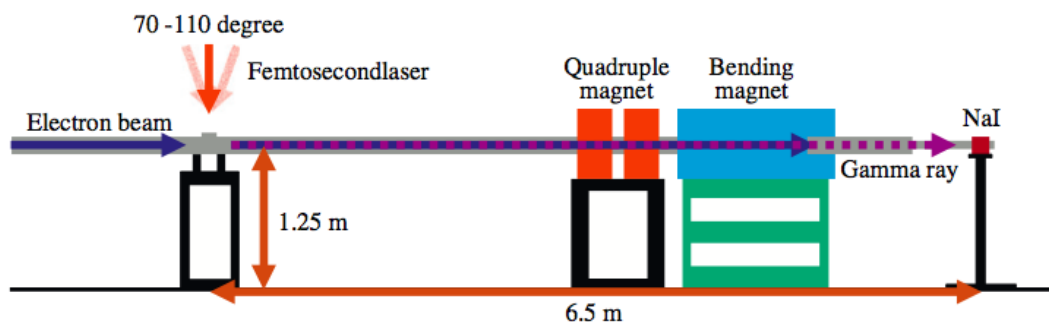
využívá metody CPA a je schopen generovat velmi intenzivní krátké impulzy. Možnosti různých experimentálních uspořádání budou dále podrobněji rozebrány.

Synchrotron + laser

První možností realizace zdroje využívajícího ICS je za pomoci laseru a synchrotronu. Takové uspořádání bylo vyzkoušeno v experimentu UVSOR-II v Japonsku, který v běžném provozu slouží k experimentům se synchrotronovým zářením [24]. Schéma experimentálního uspořádání je na obrázcích 5.10 a 5.11.



Obrázek 5.10: Schéma experimentu UVSOR-II (pohled shora) [24].



Obrázek 5.11: Schéma experimentu UVSOR-II (pohled z boku) [24].

Aparatura se v tomto případě skládá z 15 MeV lineárního urychlovače, 750 MeV syn-

chrotronu a 750 MeV akumulárního prstence, který poskytuje 1 mA svazky délky 100 ps. Fotony zajišťuje titan-safírový laserový systém pracující s frekvencí 1 kHz, který produkuje impulzy o výkonu 2 W a vlnové délce fotonů 800 nm. Pro snazší nastavování jsou příčné rozměry laserového impulsu nastaveny na 2,5 mm a 1,5 mm a délka impulsu byla nastavena na 1,4 ps (FWHM).

Počáteční úhel srážky laserového impulsu s elektronovým svazkem je možné měnit v rozmezí 70 – 110°. Gama záření je vyzařováno v původním směru pohybu urychlených elektronů, a je proto nutné elektrony oddělit ještě před detektorem. To je zajištěno dipólovým magnetem. Ve vzdálenosti 6,5 m od místa interakce je umístěn scintilátor NaI (1600 cm³).

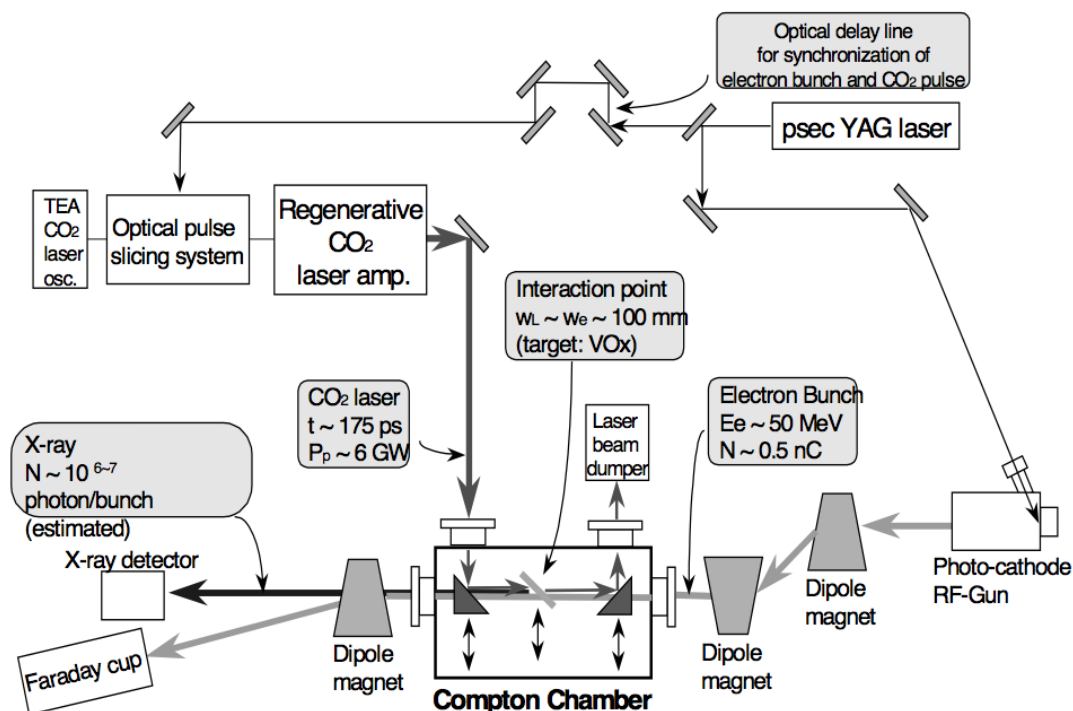
V těchto případech existuje také možnost využít nízkenergetického synchrotronového záření namísto laseru. Toto řešení je však nevýhodné kvůli intenzitě, která je značně nižší než při použití laserového systému.

Lineární urychlovač + laser

Druhou možností experimentálního uspořádání je využití lineárního urychlovače v kombinaci s laserovým systémem. To bylo vyzkoušeno například při experimentu v Accelerator Test Facility v Brookhaven National Laboratory (ATF BNL) [41].

Zde je používán CO₂ laser o výkonu 6 GW, s délkou produkovaného impulsu 175 ps (FWHM) a s energií impulsu 0,5 J. Lineární urychlovač poskytuje elektrony o energii 50 MeV, náboj svazku je 0,5 nC.

Laserový impuls je na začátku rozdělen na dvě části, z nichž jedna je přivedena na fotokatodu, která slouží jako zdroj elektronů pro lineární urychlovač. Druhá část impulsu je zesílena na 6 GW. Tento impuls je stranou přiveden do vakuové komory, kterou v podélném směru prochází elektronový svazek, a je následně fokusován parabolickým zrcadlem, které má díru pro průchod elektronového svazku. Synchronizací laserového impulsu s elektronovým svazkem je zajištěno, že k rozptylu bude docházet ve středu vakuové komory. Ve vakuové komoře dochází k čelní srážce. Velikost interakčního místa byla pro snazší nastavování zvolena na 100 μm. Schéma experimentálního uspořádání je na obrázku 5.12. Pro správné nastavení do místa interakce byl použit terčík z oxidu vanadu.



Obrázek 5.12: Schéma experimentu v ATF BNL [41].

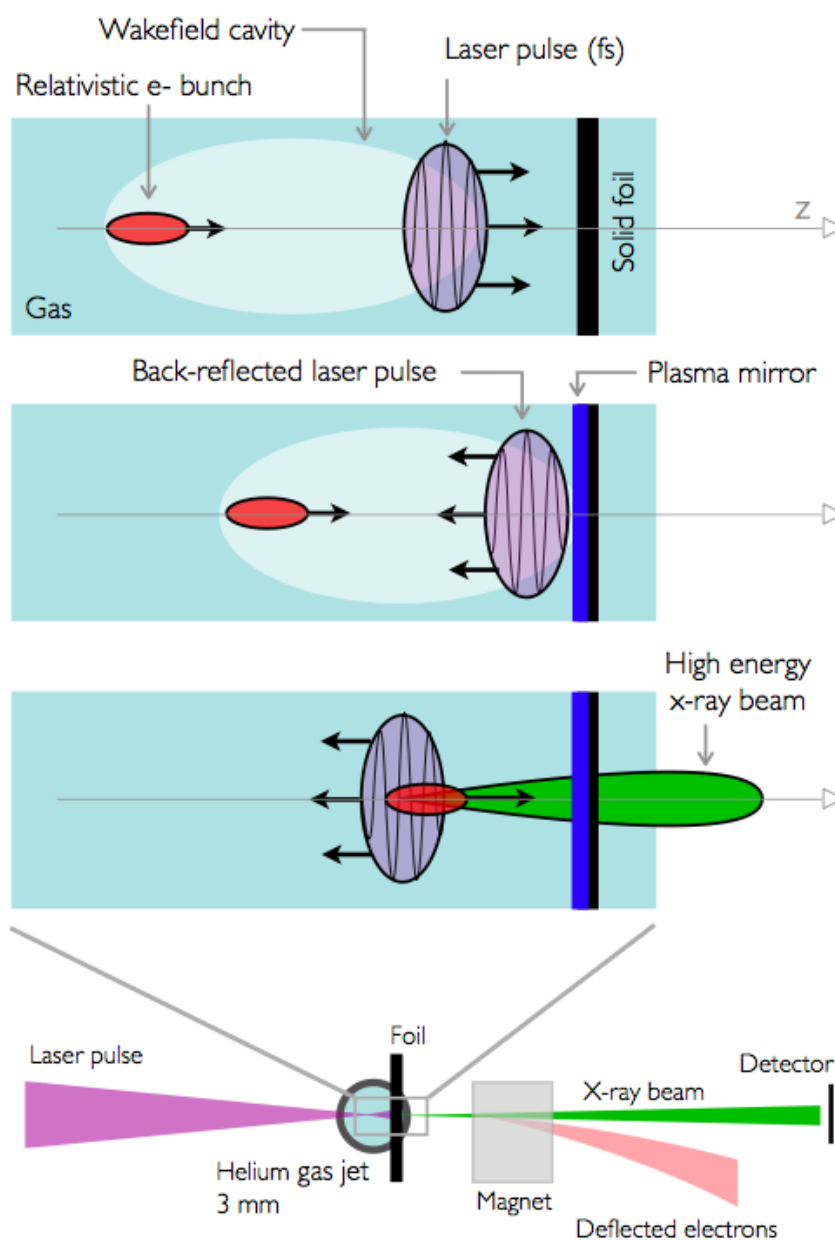
Nevýhodou obou metod využívajících standardní částicové urychlovače je délka vzniklého gama záření, která závisí na délce původního elektronového svazku (dle rovnice 5.14). Stejně jako v případě rentgenových zdrojů na bázi synchrotronového záření a laserů založených na volných elektronech je pak hlavní nevýhodou rozměrnost a finanční nákladnost použitých urychlovačů.

Laserové zdroje

S rozvojem elektronových urychlovačů využívajících urychlování laserovým impulzem v plazmatu (viz. kapitola 4) se otevřela také možnost využívat zdrojů gama záření, které ke své činnosti potřebují pouze laserový systém. Výhodami takových zdrojů jsou zejména délka vzniklého impulsu gama záření v řádu femtosekund (při použití femtosekundového laseru) a kompaktnost celého systému, který může být takřka „stolní“. V zásadě existují dvě možnosti, jak takový zdroj může fungovat.

První možností je použití fólie z vhodného materiálu jako plazmového zrcadla, od kterého se intenzivní laserový impuls odráží zpět proti elektronovému svazku, který předtím urychlil v plazmatu.

Druhou možností realizace je rozdělení laserového impulsu na dva, kdy první (intenzivnější) je použit k urychlení elektronů brázdovým polem v plazmatu a druhý je nastaven tak, aby interagoval s urychlenými elektrony a docházelo k inverznímu Comptonovu rozptylu.



Obrázek 5.13: Princip experimentu využívajícího plazmového zrcadla k dosažení inverzního Comptonova rozptylu [42].

Experiment s plazmovým zrcadlem byl v nedávné době realizován například v Laboratoire d'Optique Appliquée na ENSTA ParisTech [42]. Titan-safírový laser o výkonu 30 TW, délce impulsu 35 fs a energii 1 J je fokusován na heliový výtrysk o průměru 3 mm

za účelem vytvoření urychleného elektronového svazku. Ve vzdálenosti 1 mm od zadní hrany výtrysku se nachází tenká skleněná vrstva tloušťky 1 mm, která je ionizována náběhovou hranou přicházejícího laserového impulzu.

Dojde k vytvoření plazmatu o nadkritické hustotě, které pro daný laserový impulz funguje jako zrcadlo. Impulz se od tohoto zrcadla odráží (pro $a_0 \geq 0,04$ činí odrazivost plazmového zrcadla více než 70 %). Odražený laserový impulz následně interaguje s vytvořeným elektronovým svazkem, kde energie jednotlivých elektronů je $E \sim 100$ MeV a náboj svazku se pohybuje okolo 120 pC, a vzniká rentgenové záření (viz. schéma na obrázku 5.13). Elektrony i toto rozptýlené rentgenové záření procházejí bez problémů skleněnou fólií. Elektrony jsou následně odkloněny pomocí dipólového magnetu a rentgenové záření je detekováno pomocí vrstvy fosforu snímané CCD kamerou.

V tomto typu experimentu může vznikat rentgenové záření i z jiných procesů než inverzním Comptonovým rozptylem, byla proto použita diagnostika vzniklého záření, aby bylo v experimentu zajištěno minimalizování příspěvků ostatních procesů a aby bylo měřeno pouze rentgenové záření vzniklé z ICS. Energie synchrotronového záření je v tomto případě maximálně v řádu jednotek keV a bylo odstíněno pomocí tenké vrstvy hliníku (2,1 mm). Příspěvek brzdného záření, které může vznikat při průchodu elektronového svazku přes fólii, byl minimalizován použitím tenké vrstvy materiálu s nízkým protonovým číslem.

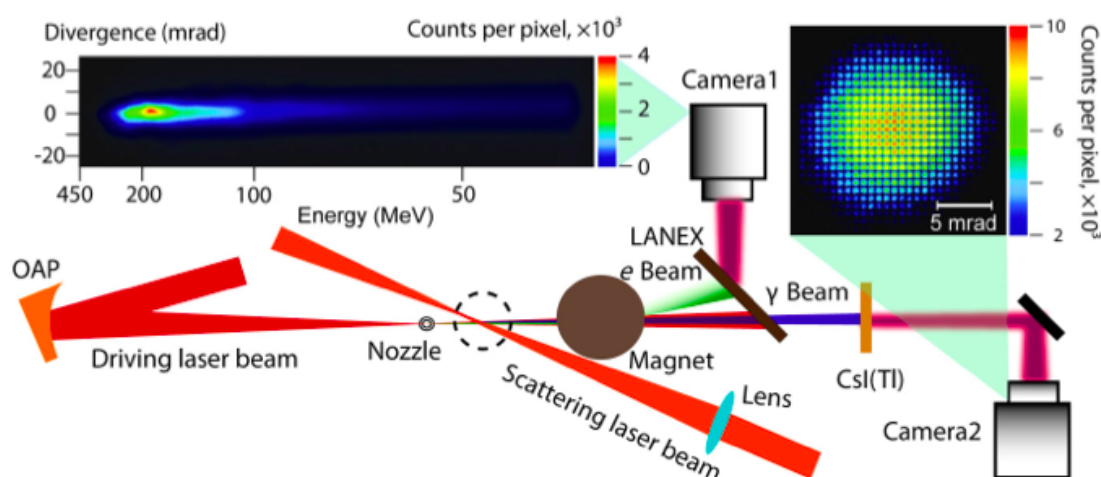
Množství fotonů rentgenového záření vzniklého inverzním Comptonovým rozptylem bylo navíc maximalizováno nalezením ideální pozice plazmového zrcadla vůči heliovému výtrysku. Při posouvání dále od výtrysku vůči ideální pozici docházelo ke snižování počtu fotonů produkovaných z ICS, protože profil laserového impulzu se s touto rostoucí vzdáleností zvětšuje. Naopak při přibližování fólie k heliovému výtrysku docházelo k poklesu počtu produkovaných fotonů rentgenového záření vlivem horších vlastností elektronového svazku. Posouváním fólie bylo možné také prokázat, že fotony detekované po všech optimalizacích experimentu, které minimalizovaly příspěvek ostatních procesů, pochází opravdu z ICS.

Pro určení energetického rozdělení rentgenového záření bylo použito částečné zastínění fosforového stínítka pomocí měděných filtrů tloušťky 500 μm až 1,2 cm, které odstíní záření o energiích od 50 keV do 200 keV. Divergence byla určena z velikosti obrazu na stínítku, vzdálenosti fosforového stínítka od zdroje a změření velikosti zdroje, která je prakticky rovna příčným rozměrům elektronového svazku.

Výsledkem byl impuls rentgenového záření s energií řádu několika set keV, divergencí 18 mrad (FWHM), velikostí zdroje méně než $3 \mu\text{m}$, počtem fotonů $\sim 10^8$ a jasnem 10^{21} fotonů $\text{s}^{-1}\text{mm}^{-2}\text{mrad}^{-2}$ na 0,1 % šířky pásma při 100 keV. Vysoká hodnota jasu oproti jiným zdrojům je důsledkem velikosti zdroje v řádu mikrometrů. Oproti synchrotronovému zdroji je sice jas nižší, ale energie fotonů rentgenového impulsu je při stejné počáteční energii elektronů značně vyšší.

Druhý typ **experimentu s dvěma laserovými impulsy** byl v nedávné době proveden kupříkladu na University of Nebraska a jde zároveň o experiment, jehož cílem bylo získat gama záření o energii řádu MeV [43].

Titan-safírový laserový systém Diocles je schopen s frekvencí 10 Hz generovat impulsy o výkonu 100 TW a vlnové délce 800 nm. Jak urychlující impuls, tak impuls pro rozptyl jsou vytvořeny z jednoho laserového impulsu pomocí děliče svazku, který zajišťuje dělicí poměr 80/20.



Obrázek 5.14: Schéma experimentu laserového zdroje gama záření na University of Nebraska [43].

Urychlující impuls o energii 1,9 J a délce 35 fs byl pomocí parabolického zrcadla s ohniskovou vzdáleností 1 m fokusován na plynný terčik (výtrysk složený z 99 % z hélia a z 1 % z dusíku) o průměru 2 mm. Velikost svazku v ohnisku činila $20 \mu\text{m}$ (FWHM). V této šířce bylo obsaženo 33 % celkové energie impulsu, což odpovídá intenzitě $7,4 \times 10^{18} \text{W}\cdot\text{cm}^{-2}$. Hustota

plazmatu vytvořeného z plynného terčíku byla $1,0 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$.

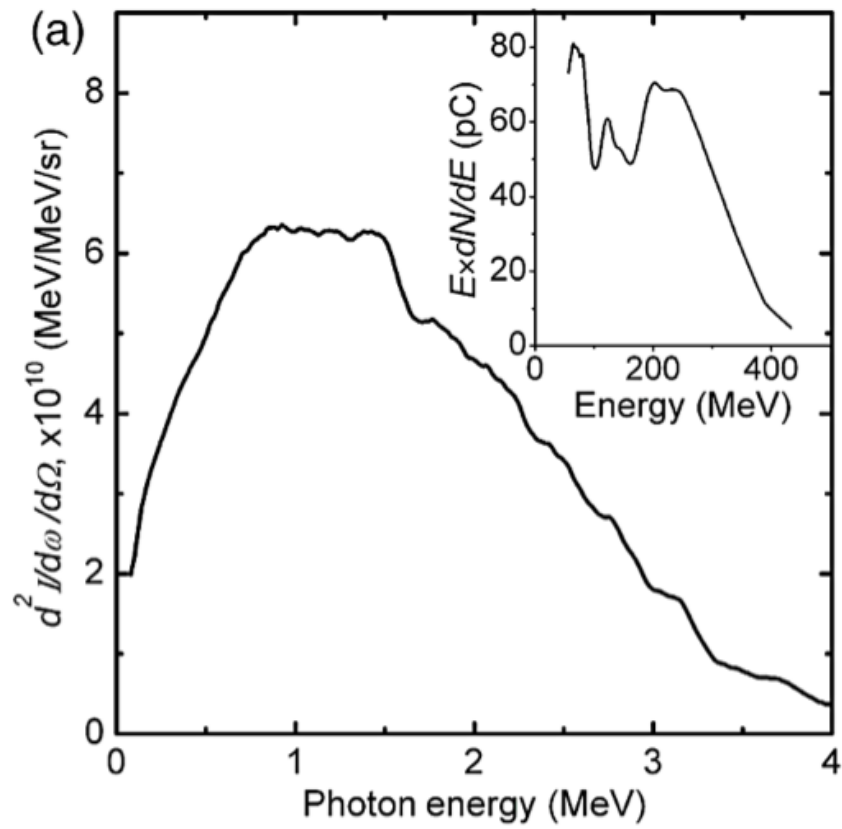
Energie a náboj vytvořeného svazku elektronů byly určeny pomocí magnetického spektrometru složeného z permanentního magnetu, vrstvy LANEXu a CCD kamery. Kvalitu elektronového svazku lze optimalizovat změnami hustoty plazmatu a pozice ohniska laserového impulsu vůči plynnému terčíku. Pomocí vhodného nastavení těchto parametrů byl vytvořen svazek s energií elektronů $\sim 250 \text{ MeV}$ a s celkovým nábojem $\sim 0,1 \text{ nC}$.

Druhý impuls sloužící k rozptylu měl energii $0,5 \text{ J}$, délku 90 fs a byl fokusován čočkou s ohniskovou vzdáleností 1 m do místa vzdáleného 1 mm od konce plynného terčíku. Velikost svazku v ohnisku činila stejně jako u urychlujícího impulsu $20 \mu\text{m}$ (FWHM) a v této šířce bylo obsaženo 16% energie tohoto impulsu, což představuje intenzitu $3,4 \times 10^{17} \text{ W.cm}^{-2}$. Úhel srážky tohoto laserového impulsu a svazku urychlených elektronů byl nastaven na 170° (kde 180° představuje čelní srážku).

K detekci gama záření byl použit 1 cm tlustý scintilátor CsI(Tl) s plochou $40 \times 40 \text{ mm}$, který byl umístěn ve vzdálenosti $1,72 \text{ m}$ ve směru šíření gama záření (tj. v původním směru urychlených elektronů) a který byl snímán CCD kamerou. Tento detekční systém byl kalibrován pomocí zářiče ^{137}Cs o známé aktivitě. Okolo detektoru bylo umístěno olověné stínění kvůli omezení šumu na pozadí.

Na schématu 5.14 je v pravé části zobrazen typický obrázek z detektoru gama záření s příslušným spektrem elektronového svazku (v tomtéž schématu vlevo). Z padesáti po sobě provedených výstřelů bylo v 90% detekováno gama záření. V 10% případů byla absence záření způsobena nežádoucími fluktuacemi elektronového svazku, které jsou patrné z pozice na vrstvě LANEXu. Naopak při zastínění laserového impulsu sloužícího k rozptylu nebylo v žádném ze čtyř set testovacích výstřelů detekováno gama záření, což svědčí o tom, že toto záření skutečně pochází z ICS procesu.

Experimentálně určená hodnota divergence činí $12,7 \text{ mrad}$ a počet fotonů v jednom gama impulsu $\sim 1 \times 10^7$. K určení spektra tohoto záření bylo využito částečného zastínění pomocí olověných filtrů tloušťky $1,7 \text{ mm}$ a $3,4 \text{ mm}$. Energetické spektrum získané ze simulací Monte Carlo (viz obrázek 5.15) je ve velmi dobré shodě s experimentálními daty a lze si podle něj tedy udělat poměrně dobrou představu o skutečném spektru. Maximální energie fotonů je až 4 MeV , pík spektra nabývá maxima kolem hodnoty 1 MeV .

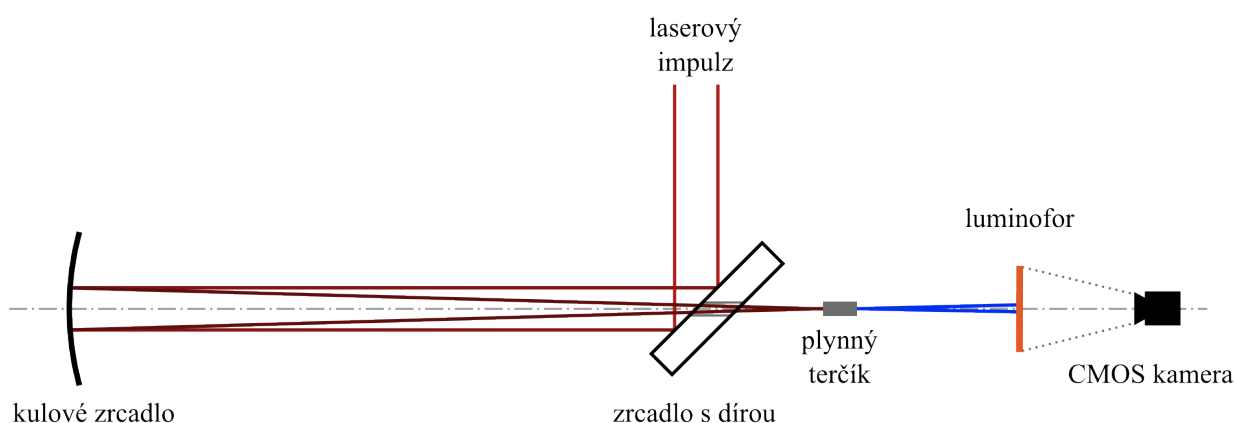


Obrázek 5.15: Spektrum gama záření v experimentu na University of Nebraska [43].

VÝPOČTY A EXPERIMENTÁLNÍ USPOŘÁDÁNÍ

6.1 Urychlování elektronů femtosekundovým laserem

Testovací experiment na urychlování elektronů, který je potřebný k úspěšnému vytvoření zdroje gama záření na principu ICS, byl v Badatelském centru PALS v Praze proveden v roce 2012.

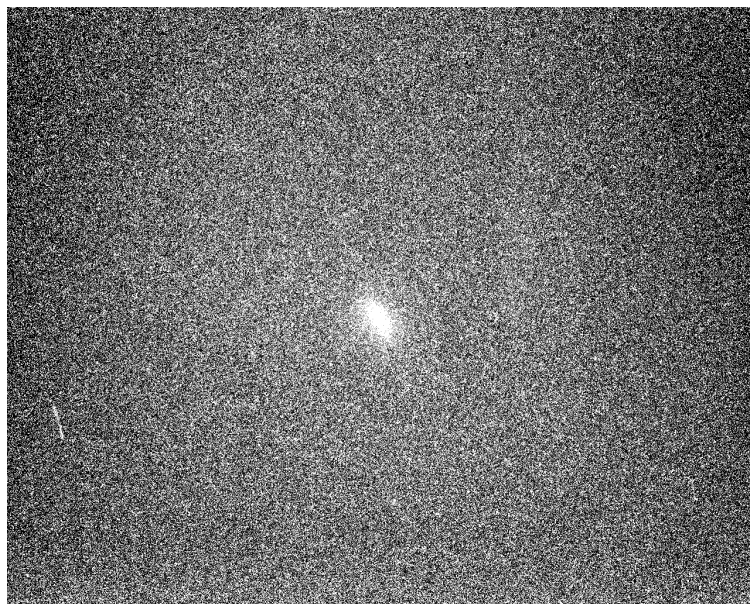


Obrázek 6.1: Schéma experimentálního uspořádání experimentu pro urychlování elektronů

Experimentální uspořádání je znázorněno na obrázku 6.1. Krátký laserový impulz o délce 40 fs (FWHM) a energii 600 – 900 mJ byl odrazem od zrcadla s dírou přiveden na kulové zrcadlo s ohniskovou vzdáleností 100 cm, které jej fokusovalo skrze díru v rovinném zrcadle na plynový (dusíkový) výtrysk o délce 4 mm a šířce 0,4 mm. Poloměr ohniska (FWHM) činil 25 μm , což značí intenzitu laseru $8 \times 10^{18} \text{ W}\cdot\text{cm}^{-2}$. Hustota vytvořeného plazmatu byla měněna mezi 10^{18} a 10^{19} cm^{-3} . Vlnová délka fotonů laserového impulzu je 810 nm, což odpovídá energii $E_\gamma = 1,55 \text{ eV}$. Tyto parametry budou používány v následujících výpočtech v této kapitole.

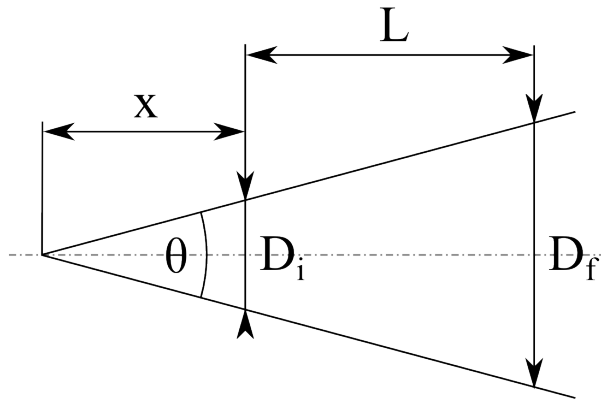
Světlo laseru bylo za výtryskem blokováno bílým papírem a hliníkovou fólií tloušťky 25 μm . Ve vzdálenosti 50 cm za plynovým výtryskem (ve směru šíření laserového impulsu) byl v optické ose experimentu umístěn luminofor Proxitronic ($\text{Gd}_2\text{O}_2\text{S:Tb}$) snímáný CMOS kamerou. Ten vydává viditelné zelené spektrum, a proto byl před kameru vložen úzkopásmový filtr propouštějící pouze zelené světlo. Snímání obrazu kamerou bylo synchronizováno s dusíkovým výtryskem a příchodem laserového impulsu tak, aby byl na kameře zachycen světelný signál vyvolaný na luminoforu dopadajícími elektrony.

Z 92 provedených výstřelů byly v 53 % případech zaznamenány elektronové svazky. Příklad obrazu zachyceného CMOS kamerou, snímající luminofor, je ukázán na obrázku 6.2.



Obrázek 6.2: Obraz z kamery snímající luminofor, kde je zachycen světelný záblesk způsobený elektronovým svazkem.

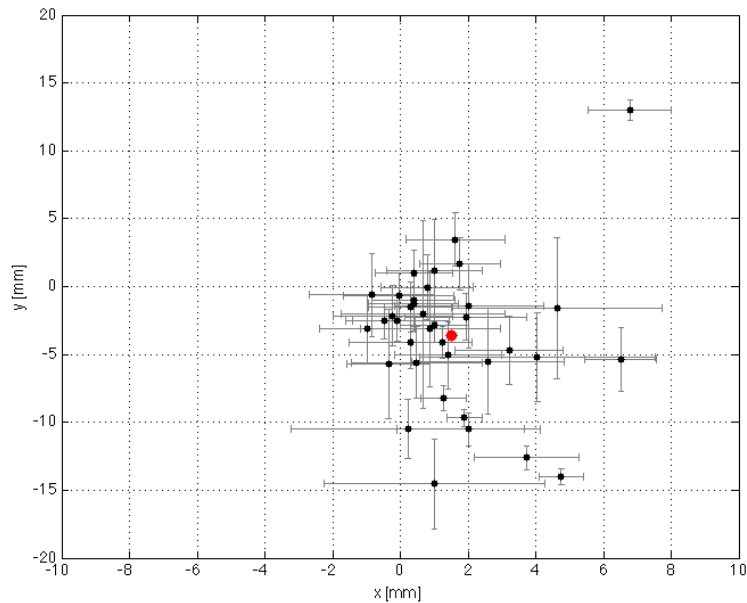
Z obrázků z tohoto detektoru byla zjištěna horizontální a vertikální divergence. Tu je třeba určit, aby bylo možné v budoucích experimentech fokusovat elektronový svazek. Divergenci definujeme jako úhel rozbíhavosti svazku na základě známé velikosti počátečního, resp. koncového průměru svazku D_i , resp. D_f (v našem případě jde o průměr elektronového zdroje v plazmatu a o průměr detekovaného záblesku na luminoforu) a na vzájemné vzdálenosti míst, ve kterých se svazek o těchto průměrech nachází.



Obrázek 6.3: Schéma pro odvození vztahu pro divergenci

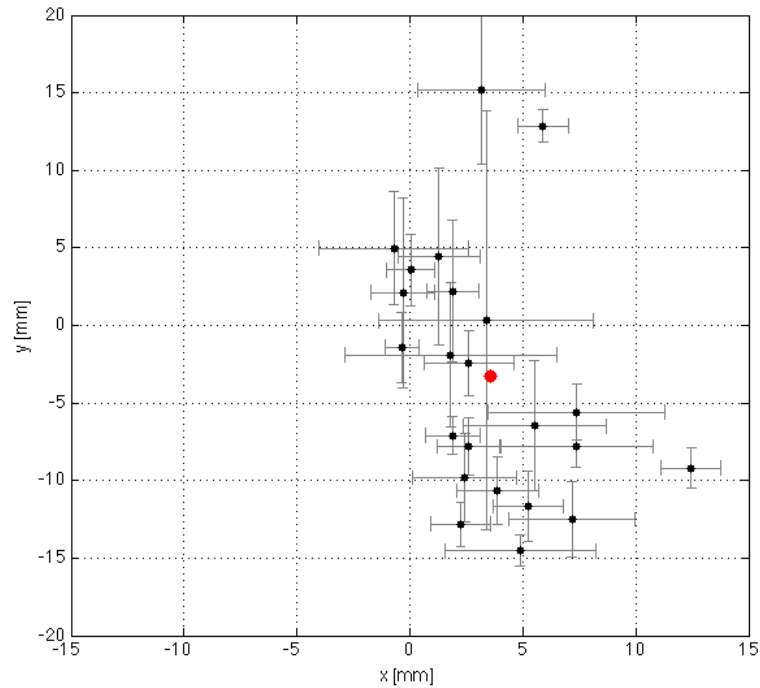
Pro odvození vztahu pro divergenci využijeme schématu na obrázku 6.3, odkud snadno dostaneme výraz

$$\theta = 2 \arctg \frac{D_f - D_i}{2L}. \quad (6.1)$$



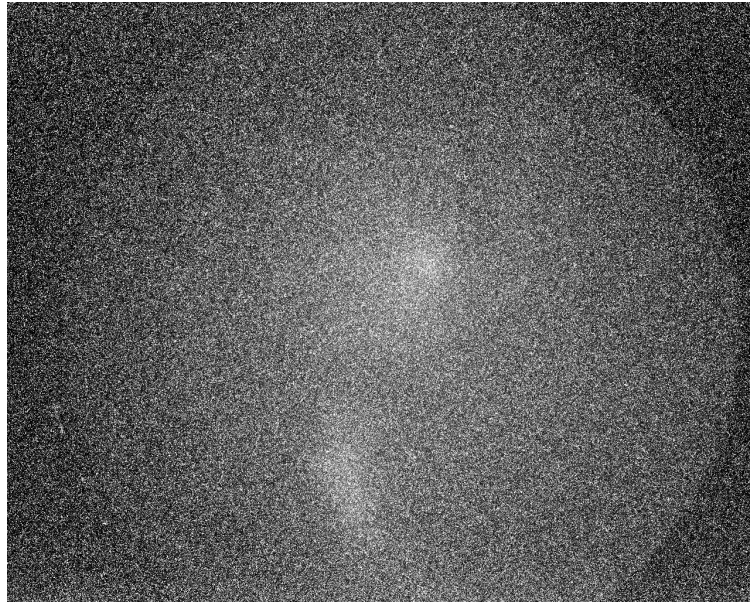
Obrázek 6.4: Směřovost elektronového svazku určená dle polohy svazků na ploše luminoforu. Intervaly v horizontálním a vertikálním směru kolem každého bodu značí rozměr detekovaného svazku. Souřadnice $[0, 0]$ odpovídá ose experimentu. Červený bod značí průměrnou hodnotu polohy (tzn. těžiště) registrovaných svazků.

Z naměřených dat bylo určeno, že průměrná horizontální divergence činí $(4 \pm 2)^\circ$ a vertikální divergence je $(6 \pm 3)^\circ$. Na obrázcích 6.4 a 6.5 je znázorněna směrnost elektronového svazku. Souřadnice $[0, 0]$ v tomto případě odpovídá ose experimentu. Obrázek 6.4 obsahuje polohy svazku v případech, kdy byl detekován jeden spojitý elektronový svazek. To nastalo ve 40 % ze všech výstřelů (tj. v 76 % případů, kdy byl úspěšně detekován svazek elektronů).



Obrázek 6.5: Směrnost elektronového svazku zaznamenaná luminoforem pro případy, kdy bylo zaznamenáno více svazků. Intervaly v horizontálním a vertikálním směru kolem každého bodu značí rozměr detekovaného svazku. Souřadnice $[0, 0]$ odpovídá ose experimentu. Červený bod značí průměrnou hodnotu polohy (tzn. těžiště), která byla určena ze všech svazků nezávisle na sobě.

Obrázek 6.5 obsahuje polohy svazků v případech, v nichž byly zaznamenány dva nebo více svazků. Tento případ nastal v 13 % ze všech výstřelů (tj. 24 % případů, kdy byl úspěšně detekován elektronový svazek). Příklad takového jevu je zaznamenaný na obrázku 6.6. K tomuto nežádoucímu jevu může docházet nekontrolovaným lámáním vln v plazmatu na několika místech či lámáním několika po sobě jdoucích plazmových vln a následně různými urychlovacími podmínkami.



Obrázek 6.6: Obraz z CMOS kamery snímající luminofor, kde jsou zachyceny světelné záblesky způsobené dvěma elektronovými svazky.

Jelikož autoinjekce elektronů pomocí lámání vln je velmi obtížně kontrolovatelný proces, byla z tohoto důvodu v experimentu zjištěna poměrně vysoká divergence svazku (může být způsobena také špatnou propagací laseru) a nestability ve směrovosti. Zajištění stabilizace směrovosti a snížení divergence bude nutné pro budoucí využití těchto urychlených elektronových svazků k produkci gama záření pomocí inverzního Comptonova jevu.

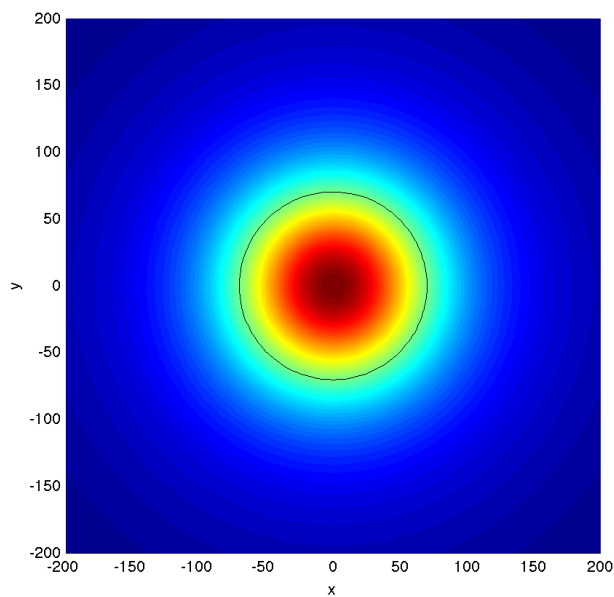
V příštích experimentech bude také třeba zajistit diagnostiku elektronového svazku, která by umožňovala měření energetického spektra. K tomu může být nejlépe použit magnetický spektrometr sestávající z dipólového magnetu a luminoforu snímaného kamerou, kdy trajektorie elektronů bude silným magnetickým polem (v řádech jednotek Tesla) zakřivena dle jejich energie (trajektorie elektronů s větší energií je zakřivena méně než těch s nižší energií), a z obrazu na stínítku bude z polohy a jasu možné určit energetické spektrum urychlených elektronů.

6.2 Simulace rozptylu

Pro určení divergence rozptýleného fotonového svazku byl použit vlastní program v softwaru MATLAB, který využívá vztahů z teoretické části předchozí kapitoly a který bere

jako vstupní parametry počáteční energii fotonu E_γ , kinetickou energii elektronu T_e , velikost interakční oblasti (udanou pomocí RMS poloměru), úhel srážky α a vzdálenost ohniska elektronů od interakční oblasti.

Konvolucí jednočásticových diferenciálních účinných průřezů bylo vypočteno celkové rozdělení fotonů v detekční rovině v určité vzdálenosti od interakční oblasti. Vzhledem k tomu, že elektrony v urychleném svazku i fotony v laserovém impulzu mají gaussovské rozdělení polohy, bylo uvažováno, že také místa interakce v rovině kolmé na osu budou mít gaussovské rozdělení. Konvoluce byla v tomto výpočtu počítána metodou Monte Carlo.



Obrázek 6.7: Příklad obrazce získaného konvolucí jednočásticových diferenciálních účinných průřezů z různých míst interakční roviny. Teplejší barva vyjadřuje větší hodnotu diferenciálního účinného průřezu, tedy i větší množství částic, které budou dopadat na stínítko v dané vzdálenosti. Černá kontura tvaru kružnice značí polovinu maxima, díky čemuž je patrná šířka v polovině maxima (FWHM). Numericky určená šířka (FWHM) je $141 \mu\text{m}$.

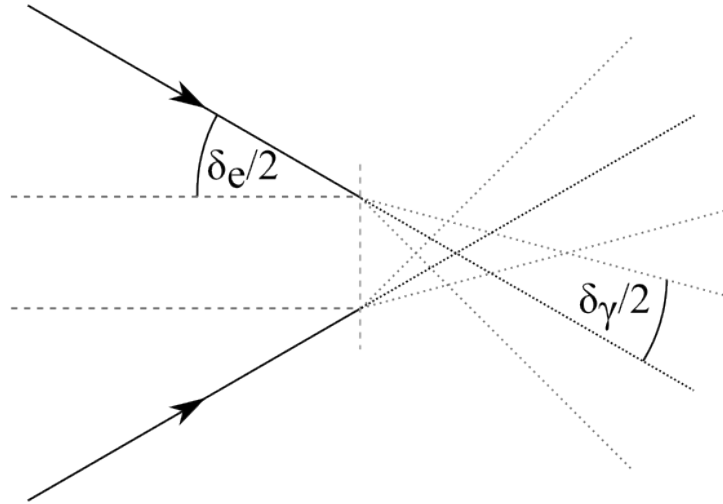
Ze vzniklého obrazce, jehož maximum se nachází v souřadnicích v ose experimentu, lze určit šířku (FWHM) rozptýleného svazku gama záření v dané vzdálenosti od interakční oblasti a odtud je dále možné vypočítat na základě vztahu (6.1) divergenci rozptýleného svazku. V předchozí kapitole bylo ukázáno, že se zvyšováním počáteční energie elektronů získáváme užší svazek rozptýlených fotonů (viz. graf 5.4). Proto byla šířka rozptýleného

svazku určována pro různé hodnoty počáteční kinetické energie rozptylovaného elektronu v intervalu $\langle 10 \text{ MeV}, 10 \text{ GeV} \rangle$.

Obrázek 6.7 je typickým případem takového vypočteného obrazce na základě konvoluce jednočásticových diferenciálních účinných průřezů z různých míst interakční oblasti. V tomto konkrétním případě byla nastavena interakční oblast o poloměru $10 \mu\text{m}$ (RMS) v horizontálním i vertikálním směru, vzdálenost detekční roviny činí 3 cm a kinetická energie elektronů, na kterých docházelo k rozptylu, $T_e = 100 \text{ MeV}$.

6.2.1 Divergence rozptýlených fotonů

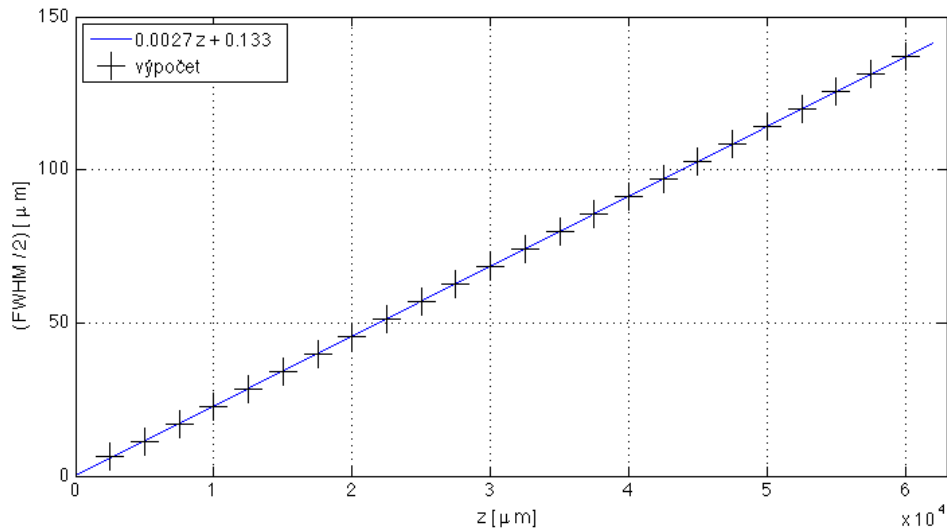
Nejprve byl ve výpočtu uvažován případ, kdy všechny interakce elektronů s fotony probíhají v jednom jediném bodě interakční roviny. Odtud je možné určit divergenci rozptýleného svazku fotonů, která má význam pro případ, kdy chceme dosáhnout fokusovaných rentgenových/gama svazků. K získání fokusovaného gama svazku lze využít fokusace původních elektronů, na nichž dochází k rozptylu. Maximum fotonů je totiž rozptýleno ve směru, jímž se pohyboval původní elektron ve svazku, a tudíž je možné zajistit, že také gama záření vzniklé z ICS bude mít ohnisko.



Obrázek 6.8: Existence ohniska rozptýleného gama záření je dána podmínkou $\delta_e > \delta_\gamma$. Na obrázkou jsou plnými čarami označeny elektrony, tečkovanými čarami jsou označeny rozptýlené fotony. Černá tečkovaná čára značí směr, jímž bude rozptýleno maximum fotonů, šedé tečkované čáry označují okraj svazku (bráno dle FWHM).

Aby bylo v určité vzdálenosti od interakční roviny opravdu možné nalézt ohnisko gama záření, je nutné, aby divergence rozptýlených fotonů δ_γ byla nižší než úhel δ_e , pod nímž se původně sbíhá svazek elektronů (viz obrázek 6.8). Z určení divergence rozptýleného gama záření tedy získáme podmínku pro minimální potřebný úhel, pod kterým budou elektrony fokusovány. Pro jakýkoli úhel sbíhavosti elektronového svazku splňující podmínku $\delta_e > \delta_\gamma$ bude tedy možné nalézt ohnisko gama záření. Tento minimální úhel zároveň udává maximální možnou vzdálenost ohniska od interakční roviny (čím větší bude úhel, pod nímž se elektrony sbíhají, tím blíže bude ohnisko k interakční rovině).

Z programu byly tedy pro různé počáteční kinetické energie elektronu určeny hodnoty šířky (FWHM) rozptýleného svazku v několika různých vzdálenostech od interakční roviny (2,5 – 60 mm). Tyto šířky byly vypočteny určením maxima nacházejícího se ve středu detekční roviny, proložením hodnot v ose x Gaussovou křivkou (hodnoty na ose y by posloužily stejně, vycházíme ze symetrie) a byly určeny souřadnice bodů osy x , jímž odpovídá polovina maxima. Odečtením těchto hodnot byla získána šířka (FWHM).



Obrázek 6.9: Graf zobrazující polovinu šířky (FWHM) v závislosti na vzdálenosti z od interakční roviny, proloženo přímkou $y=ax+b$, počáteční kinetické energie elektronu $T_e = 100$ MeV.

Vyneseme-li poloviční vypočtených hodnoty (HWHM) do grafu v závislosti na vzdálenosti, pro kterou byly určeny, lze z proložení těchto bodů polynomem prvního řádu $y = ax + b$

získat přímo $a = \text{tg}(\delta_\gamma/2)$. Z tohoto vztahu již není problém vyjádřit divergenci rozptýleného svazku δ_γ . Ukázka takového proložení (fitu) je na obrázku 6.9.

V tabulce 6.1 jsou pro různé hodnoty počáteční kinetické energie elektronů uvedeny hodnoty parametru a ; z něj určené divergence rozptýleného gama svazku a maximální vzdálenost ohniska pro uvažovaný případ interakční oblasti o poloměru $30 \mu\text{m}$ (RMS). Parametry a jsou určeny z vypočtených šířek v různých vzdálenostech pomocí proložení polynomem prvního řádu (podobně jako bylo popsáno u obrázku 6.9). V příloze B jsou pro různé energie elektronu zobrazeny závislosti šířky svazku (FWHM) na vzdálenosti. Vypočtené hodnoty jsou proloženy přímkami, jejichž parametry a jsou uvedeny v tabulce 6.1.

T_e [MeV]	a [-]	δ_γ [-]	f_{max} [μm]
10	2182×10^{-5}	$2,500^\circ$	458
20	1116×10^{-5}	$1,279^\circ$	896
50	452×10^{-5}	$0,518^\circ$	2212
75	303×10^{-5}	$0,347^\circ$	3300
100	227×10^{-5}	$0,260^\circ$	4405
200	114×10^{-5}	$0,131^\circ$	8772
500	45×10^{-5}	$0,052^\circ$	22222
750	30×10^{-5}	$0,034^\circ$	33333
1000	23×10^{-5}	$0,026^\circ$	43478
2000	11×10^{-5}	$0,013^\circ$	90909
5000	4×10^{-5}	$0,005^\circ$	250000
10000	2×10^{-5}	$0,002^\circ$	500000

Tabulka 6.1: Počáteční kinetická energie elektronu T_e , parametr a odpovídající tangensu úhlu (získaný z fitu výpočtu), divergence rozptýleného gama svazku δ_γ a maximální vzdálenost ohniska od interakční oblasti o průměru $30 \mu\text{m}$ (RMS).

Vzdálenost ohniska od interakční roviny se samozřejmě zvětší, pokud bude větší interakční oblast. Čím méně jsou však elektronový svazek a laserový impulz fokusovány, tím bude nižší luminozita (5.13), na níž závisí i četnost (5.10).

Z tabulky 6.1 je vidět, že pro energie do 2 GeV je maximální ohnisková vzdálenost od

místa interakce v řádech jednotek centimetrů či menší. Využitelnost fokusovaných gama svazků je tak při těchto energiích elektronů značně omezena, neboť se předpokládá, že bychom z gama svazku chtěli ještě před ohniskem odstranit nerozptýlené elektrony pohybující se ve stejném směru a ty podrobit diagnostice, na což není při těchto vzdálenostech dostatek prostoru. To by bylo možné až pro energie několika GeV a vyšší, kdy je ohnisko vzdáleno od roviny interakce několik desítek centimetrů.

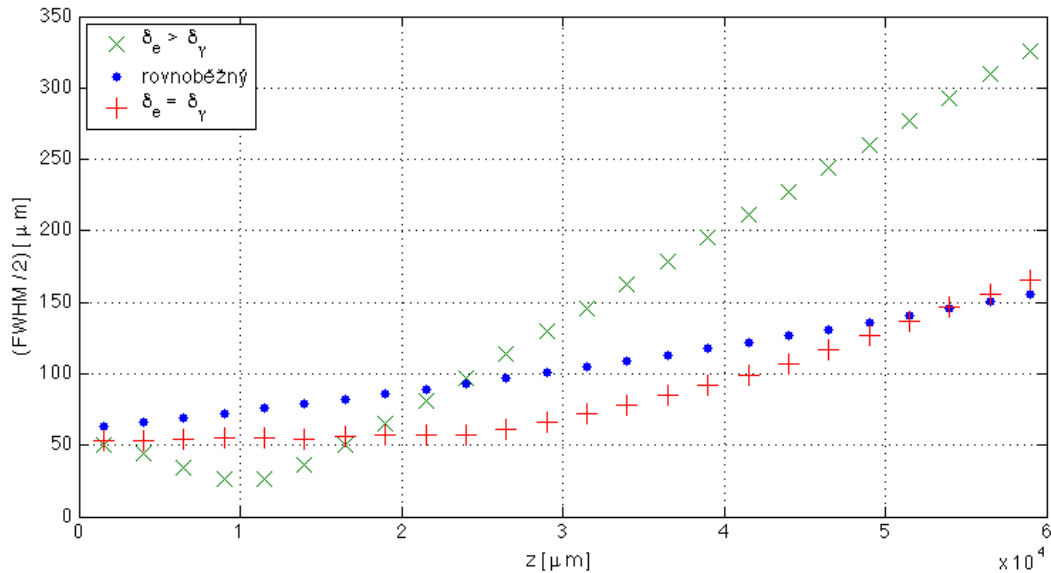
V našem experimentu očekáváme energie nižší než 1 GeV (stejně jako v podobných experimentech [42, 43]), výpočty však byly pro budoucí využití provedeny až do 10 GeV. Situace bude pro nízké energie značně zjednodušena, neboť vidíme, že fokusace urychlených elektronů za účelem zisku fokusovaných gama svazků by byla bezpředmětná, a tudíž ji v návrhu nebudeme uvažovat.

Obdobným způsobem byla určena divergence gama svazku pro případ čelní srážky rovnoběžných svazků v interakční oblasti o poloměru $10 \mu\text{m}$ (RMS), což odpovídá velikosti ohniska laseru v experimentu na urychlování elektronů popsáném v první části této kapitoly. Z tabulky 6.2 je zřejmé, že divergence se takřka nezmění oproti případu, kdy jsme tento výpočet prováděli pro interakce v jediném bodě interakční roviny.

T_e [MeV]	a [-]	δ_γ [-]
10	2180×10^{-5}	$2,498^\circ$
20	1113×10^{-5}	$1,275^\circ$
50	512×10^{-5}	$0,512^\circ$
75	338×10^{-5}	$0,338^\circ$
100	249×10^{-5}	$0,249^\circ$
200	116×10^{-5}	$0,116^\circ$
500	38×10^{-5}	$0,038^\circ$
750	23×10^{-5}	$0,023^\circ$
1000	16×10^{-5}	$0,016^\circ$

Tabulka 6.2: Počáteční kinetická energie elektronu T_e , parametr a odpovídající tangensu úhlu (získaný z fitu výpočtu) a divergence rozptýleného gama svazku δ_γ z výpočtu uvažujícího interakční oblast o poloměru $10 \mu\text{m}$ (RMS).

V případě, kdy nelze využít ohniska rozptýlených fotonů vzniklého díky fokusaci elektronů před interakcí, je naopak výhodné, aby elektronový svazek i rozptylovaný laserový impulz měli co nejdelší ohnisko. Průměr gama svazku ve větších vzdálenostech (tzn. pro fokusovaný svazek ve vzdálenosti daleko za ohniskem) bude nejmenší pro gama záření vzniklé interakcí rovnoběžných svazků a poroste s přibližováním vzdálenosti ohniska elektronů k interakční oblasti. V grafu 6.10 je zobrazena závislost poloviny vypočtených šířek (tj. HWHM) v závislosti na vzdálenosti od interakční roviny pro případ rovnoběžného elektronového svazku, pro mezní případ, kdy $\delta_e = \delta_\gamma$, a pro případ $\delta_e > \delta_\gamma$. Odtud plyne, že elektronový svazek musí být fokusován optikou s dlouhou ohniskovou vzdáleností, abychom dostali přibližně rovnoběžný svazek. Se zvětšováním ohniskové vzdálenosti elektronového svazku se však zvětšuje také jeho průměr v interakční oblasti, a proto je potřeba pro dosažení stejného výtěžku zajistit větší intenzitu laseru.

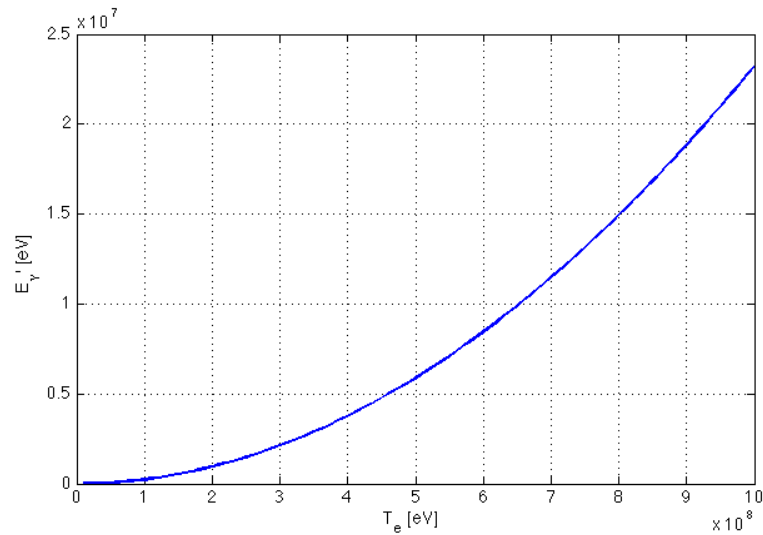


Obrázek 6.10: Závislost poloviny vypočtených šířek (HWHM) v závislosti na vzdálenosti od interakční roviny pro případ rovnoběžného elektronového svazku, pro $\delta_e = \delta_\gamma$ a pro $\delta_e > \delta_\gamma$. Uvedené hodnoty jsou vypočteny pro počáteční energii elektronů 100 MeV.

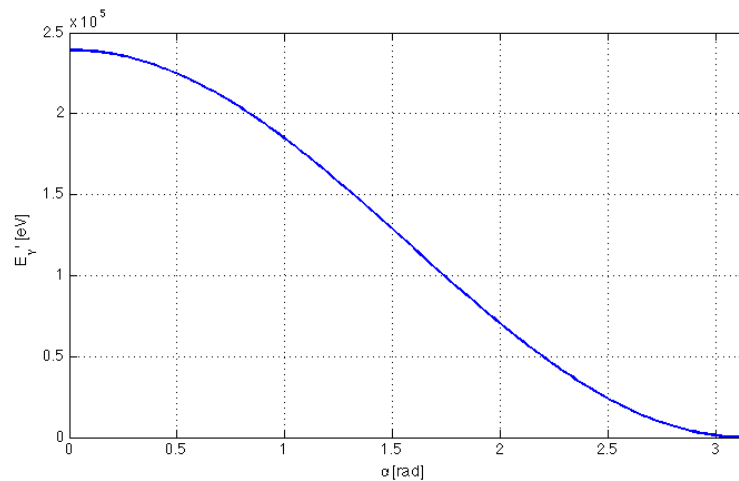
Při změnách úhlu srážky v rozmezí $\langle 0; \frac{\pi}{2} \rangle$ nebyla pozorována žádná patrná změna v divergenci rozptýlených fotonů. Předpokládáme proto nezávislost divergence na úhlu srážky.

6.2.2 Energie v závislosti na úhlu srážky

Kromě energetického rozdělení, které bylo zmíněno v předchozí kapitole, je vhodné zkoumat závislost maximální energie rozptýlených fotonů (tj. energie pro úhel výletu $\theta = 0^\circ$) na počáteční kinetické energii elektronů (viz. obrázek 6.11). Odtud je vidět, že energie rozptýlených fotonů poměrně rychle roste se zvyšující se energií elektronů účastnících se rozptylu.



Obrázek 6.11: Závislost energie rozptýlených fotonů na počáteční kinetické energii elektronů pro případ čelní srážky.



Obrázek 6.12: Závislost energie rozptýlených fotonů na úhlu srážky pro případ kinetické energie elektronů $T_e = 100$ MeV.

Dále je nutné znát také závislost maximální energie rozptýlených fotonů v závislosti na úhlu. Z grafu 6.12 je patrné, že maximální energie rozptýlených fotonů relativně rychle klesá se zvětšujícím se úhlem srážky. V tabulce 6.3 jsou uvedeny hodnoty pro případ, kdy kinetická energie elektronů $T_e = 100$ MeV. Na první pohled vidíme, že při kolmé srážce $\alpha = 90^\circ$ je maximální energie fotonů poloviční oproti čelní srážce.

α [-]	$E_{\gamma,max}$ [eV]	α [-]	$E_{\gamma,max}$ [eV]
0°	239296	100°	99011
10°	237483	110°	78853
20°	232097	120°	59932
30°	223302	130°	42825
40°	211363	140°	28053
50°	196641	150°	16067
60°	179580	160°	7234
70°	160697	170°	1824
80°	140564	180°	1,55
90°	119792	-	-

Tabulka 6.3: Maximální energie $E_{\gamma,max}$ v závislosti na úhlu srážky α .

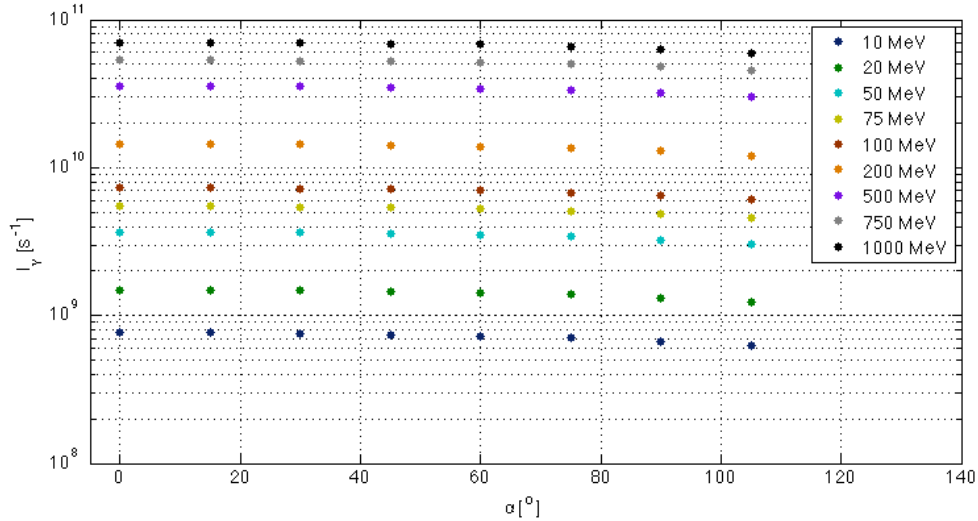
Zdroj gama záření pracující na principu inverzního Comptonova jevu je tedy možné naladit na potřebné energie gama záření jak pomocí energií elektronů ve svazku, tak pomocí úhlu srážky.

6.2.3 Četnost rozptýlených fotonů

Četnost (tedy počet fotonů za časovou jednotku) lze získat ze vztahu (5.10), který závisí na luminozitě a totálním účinném průřezu. Za luminozitu dosadíme ze vztahu (5.13) a totální účinný průřez lze získat integrací přes celý prostorový úhel ze vztahu (5.6).

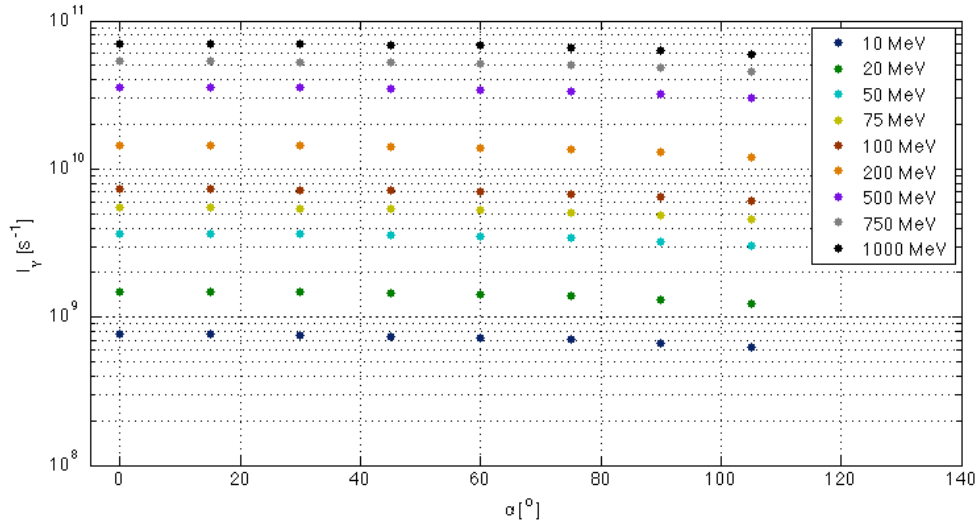
Vzhledem ke složitosti takové integrace byl tento krok proveden numericky v programu Wolfram Mathematica. Pro výpočet byly jako rozměry laserového impulzu použity hodnoty velikosti ohniska z experimentu pro urychlování elektronů, tedy RMS poloměr $\sigma_{x\gamma} = \sigma_{y\gamma} =$

$10 \mu\text{m}$ (odpovídá ohnisku o průměru $25 \mu\text{m}$ (FWHM)) a $\sigma_{z\gamma} = 5,1 \mu\text{m}$ RMS (odpovídá délce impulzu 40 fs (FWHM)). Tytéž hodnoty byly zvoleny pro elektronový svazek, neboť předpokládáme, že laser v plazmatu stabilně urychlí elektronový svazek (stejně příčné rozměry a řádově stejná délka). Počet fotonů v impulzu vychází z energie impulzu $E = 900 \text{ mJ}$ a energie jednoho fotonu $E_\gamma = 1,55 \text{ eV}$ jako $N_\gamma \simeq 4 \times 10^{18}$. Celkový náboj vzniklého elektronového svazku byl odhadnut dle obdobného experimentu [42] na $Q \simeq 100 \text{ pC}$, což s využitím hodnoty elementárního náboje elektronu dává počet elektronů $N_e = 6,2 \times 10^8$. Hodnoty vypočtených četností jsou uvedeny v grafu 6.13. Z vypočtených hodnot je vidět, jak četnost roste se zvyšující se energií elektronů a klesá se zvětšujícím se úhlem srážky (pro $\alpha = 180^\circ$, kdy se pohybují svazky „za sebou“, musí dle vztahu (5.13) evidentně platit, že luminozita je nulová).



Obrázek 6.13: Závislost četnosti na úhlu srážky pro různé energie (v grafu odshora od nejvyšší energie) pro poloměr svazků $10 \mu\text{m}$.

Nyní uvidíme, jak se změní četnost při zvětšení poloměru svazků na dvojnásobnou hodnotu $20 \mu\text{m}$ (odpovídá intenzitě laseru $2 \times 10^{18} \text{ W.cm}^{-2}$, což je asi čtvrtinová hodnota oproti případu pro poloměr $10 \mu\text{m}$). Četnosti vypočtené pro tyto hodnoty jsou uvedeny v grafu 6.14. Opět předpokládáme stejné rozměry laserového impulzu i elektronového svazku. Pro lepší představu bylo ponecháno stejné měřítko na ose y . Tabulky s vypočtenými numerickými hodnotami jsou uvedeny v příloze C.

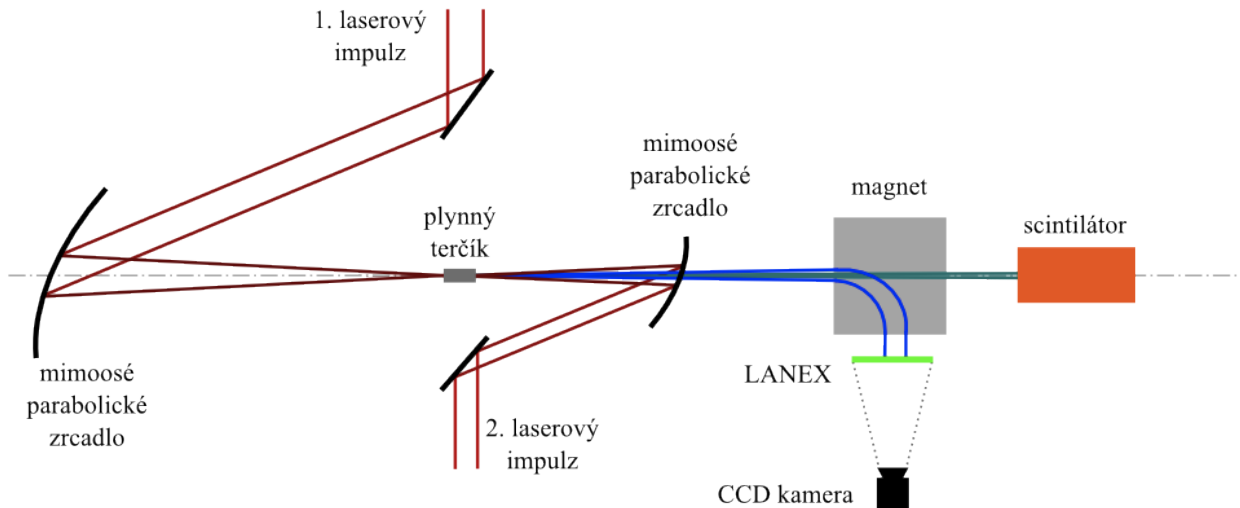


Obrázek 6.14: Závislost četnosti na úhlu srážky pro různé energie (v grafu odshora od nejvyšší energie) pro poloměr svazků $20 \mu\text{m}$.

6.3 Návrh experimentálního uspořádání

V návrhu experimentu vyjdeme částečně z experimentálního uspořádání pro urychlování elektronů laserem popsaného v začátku kapitoly. Stejně jako v případě experimentu [43] použijeme jediný laserový impuls, který bude děličem rozdělen na dva svazky. Oproti elektronovému experimentu bude první svazek fokusován mimoosým parabolickým zrcadlem (namísto použití kombinace zrcadla s dírou a kulového zrcadla). Tento svazek bude opět sloužit k vytvoření plazmatu z plynového terčíku a k zajištění urychlených elektronů. Ty nebudou v pilotních experimentech nijak fokusovány před místem interakce. I kvůli relativně vysoké divergenci bude druhý svazek fokusován parabolickým zrcadlem přímo na zadní část výtrysku, z něž jsou urychlovány elektrony. V této oblasti bude docházet k rozptylu fotonů na urychlených elektronech (viz. schéma experimentálního uspořádání na obrázku 6.15).

K detekci vzniklého gama záření použijeme scintilační detektor (NaI(Tl) nebo olovnaté sklo). Pro snížení šumu bude kolem tohoto detektoru umístěno stínění z olova. Energii nízkoenergetického gama záření je možné zhruba určit pomocí částečného zakrytí detektoru měděnými či olověnými filtry jako v experimentu [42]. Z rozměrů a polohy svazku v detektoru bude určena divergence a směrovost.



Obrázek 6.15: Schéma experimentálního uspořádání laserového zdroje gama záření.

Ještě před detektorem gama záření je třeba odstranit nerozptýlené elektrony, které se pohybují ve stejném směru. To bude provedeno dipólovým magnetem, jenž zároveň zajistí zakřivení dráhy elektronů dle jejich energie. Bude tudíž vhodné použít vrstvu LANEXu a kameru k diagnostice elektronového svazku. LANEX se skládá z luminoforu $Gd_2O_2S:Tb$, jenž je umístěn na vrstvě polyesteru a je překrytý průsvitnou vrstvou umožňující průchod vzniklého viditelného světla, které může být detekováno kamerou. Celé zařízení tak funguje jako magnetický spektrometr, který je možné využívat jako diagnostické zařízení i v experimentech zaměřených pouze na urychlování elektronů. Z pozice a jasu elektronového svazku v detektoru bude možné určit energetické spektrum elektronů.

V experimentu bude docházet k čelním srážkám mezi urychlenými elektrony a rozptylovacím laserovým impulzem. Tento úhel srážky byl zvolen proto, aby byla zajištěna co nejvyšší energie a co největší četnost vzniklého gama záření. Díky fokusaci laserového impulzu pomocí mimoosého parabolického zrcadla bude tuto geometrii možno v případě potřeby snadno měnit.

Po úspěšném zajištění produkce gama svazků budou při stejném uspořádání provedeny testovací výstřely se zastíněným laserovým svazkem určeným k rozptylu na elektronech. V takovém případě nesmí detektor zaznamenat žádné gama záření, aby bylo možné z jistotou říct, že původně detekované záření pochází z inverzního Comptonova rozptylu.

ZÁVĚR

V rámci této práce bylo navrženo experimentální uspořádání zdroje gama záření na principu inverzního Comptonova rozptylu. Tento experiment bude realizován v centru PALS v Praze. Návrh vychází z experimentu na urychlování elektronů pomocí titan-safírového laseru, který byl proveden v roce 2012. V tomto experimentu bylo úspěšně vytvořeno plazma z dusíkového terčíku, z něž byly urychleny elektrony, které bude možné použít pro inverzní Comptonův rozptyl.

Analýzou detekovaných elektronových svazků bylo ukázáno, že tyto elektrony mají relativně vysokou divergenci. Laserový impuls sloužící k rozptylu proto bude fokusován na zadní část plynového výtrysku. Kvůli zajištění lepších vlastností produkovaných elektronových svazků bude třeba vyzkoušet jiných injekčních schémat (například optické injekce).

Dále byl odvozen vztah pro energii rozptýlených fotonů, z něhož bylo možné ihned určit energetické rozdělení. Tvar píku energetického rozdělení silně závisí na počáteční energii elektronu, na kterém dochází k rozptylu. Pomocí vztahu pro délku rozptýleného svazku bylo ukázáno, že zvětšováním úhlu srážky v intervalu $\langle 0; \pi/2 \rangle$ nelze dosáhnout zkrácení produkovaného svazku gama záření.

Naopak se z dalších výpočtů ukázalo, že energie rozptýlených fotonů rychle klesá se zvětšujícím se úhlem srážky, proto bude v experimentu nastaven co nejmenší úhel (ideálně čelní srážka). Je tedy zřejmé, že energii produkovaného gama záření lze velmi přesně ovlivňovat jak pomocí změn počáteční energie elektronů, tak změnami úhlu srážky v laboratorní soustavě.

Z programu pro výpočet divergence byla určena závislost divergence na počáteční energii elektronů sloužících k rozptylu. Z těchto výpočtů také vyplynulo, že není prakticky realizovatelné pro energie elektronů nižší než několik GeV využít fokusace elektronů k vytvoření fokusovaného gama svazku. Naopak se ukázalo, že na větší vzdálenosti lze minimalizovat divergenci vzniklého gama záření použitím rovnoběžného elektronového svazku a rovnoběžného laserového impulsu. Fokusací elektronového svazku optikou s dlouhou ohniskovou vzdáleností lze získat přibližně rovnoběžný svazek. Tím však dojde ke zvětšení jeho velikosti v interakční

oblasti, a proto je potřeba zajistit větší intenzitu laseru. Pro vysoké energie počátečních elektronů se tak dá i na delší vzdálenosti získat relativně kolimovaný svazek gama záření.

Dále byla určena četnost produkovaných fotonů gama záření v závislosti na úhlu a počáteční energii rozptylovaných elektronů. Bylo také ukázáno, že se zvětšujícími se rozměry elektronového svazku a laserového impulzu četnost relativně rychle klesá.

Na základě poznatků ze zmiňovaných výpočtů a z popsáných experimentů, které byly již provedeny v jiných laboratořích, byl vytvořen návrh experimentálního uspořádání zahrnující také diagnostiku elektronového svazku a gama záření. Z důvodů zrušení plánovaného experimentu nebylo prozatím možné získané poznatky ověřit v praxi.

ENERGIE ROZPTÝLENÝCH FOTONŮ V LABORATORNÍ SOUSTAVĚ

Vztah pro energii rozptýlených fotonů v laboratorní soustavě pro obecný případ znázor-
něný na obrázku 5.2 můžeme vypočítat pomocí čtyřhybností

$$\begin{aligned} P_e &= (E_e, \vec{p}_e c), & P'_e &= (E'_e, \vec{p}'_e c), \\ P_\gamma &= (E_\gamma, \vec{p}_\gamma c), & P'_\gamma &= (E'_\gamma, \vec{p}'_\gamma c), \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

kde c je rychlost světla ve vakuu, P_e , E_e , resp. \vec{p}_e jsou čtyřhybnost, energie a vektor hybnosti elektronu, P_γ , E_γ , resp. \vec{p}_γ jsou čtyřhybnost, energie a vektor hybnosti protonu (nečárkovaná písmena značí veličiny před rozptylem a čárkovaná písmena značí tytéž veličiny po rozptyle). Zákon zachování čtyřhybnosti v laboratorní soustavě pak lze zapsat jako

$$P'_e + P'_\gamma = P_e + P_\gamma. \quad (\text{A.2})$$

Odečtením P'_γ od celé rovnice a umocněním dostaneme

$$P_e'^2 = (P_e + P_\gamma - P'_\gamma)^2. \quad (\text{A.3})$$

Tuto rovnici budeme dále upravovat (pro jednoduchost zápisu zavedeme značení $p_i := |\vec{p}_i|$, kde $i = e, \gamma$)

$$E_e'^2 - p_e'^2 c^2 = (E_e + E_\gamma - E_\gamma')^2 - (\vec{p}_e + \vec{p}_\gamma - \vec{p}_\gamma')^2 c^2 \quad (\text{A.4})$$

Umocněním závorek dostaneme

$$\begin{aligned} E_e'^2 - p_e'^2 c^2 &= E_e^2 + E_\gamma^2 + E_\gamma'^2 + 2E_e E_\gamma - 2E_e E_\gamma' - 2E_\gamma E_\gamma' - p_e^2 c^2 - p_\gamma^2 c^2 - p_\gamma'^2 c^2 - \\ &- 2(p_e c)(p_\gamma c) \cos(\pi + \alpha) + 2(p_e c)(p_\gamma' c) \cos(2\pi - \theta) + 2(p_\gamma c)(p_\gamma' c) \cos(\pi - \alpha - \theta). \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Následovným přeuspořádáním některých členů k sobě, použitím součtového vzorce pro funkci kosinus

$$\cos \alpha + \beta = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad (\text{A.6})$$

a vztahů pro energie a hybnosti

$$E_e^2 - p_e^2 c^2 = m_e^2 c^4 \quad (\text{A.7})$$

$$E_\gamma^2 - p_\gamma^2 c^2 = 0 \quad (\text{A.8})$$

získáme

$$\begin{aligned} m_e^2 c^4 = & \overbrace{E_e^2 - p_e^2 c^2}^{m_e^2 c^4} + \overbrace{E_\gamma^2 - p_\gamma^2 c^2}^{=0} + \overbrace{E_\gamma'^2 - p_\gamma'^2 c^2}^{=0} + 2E_e E_\gamma - 2E_e E_\gamma' - 2E_\gamma E_\gamma' + \\ & + 2(p_e c)(p_\gamma c) \cos \alpha + 2(p_e c)(p_\gamma' c) \cos \theta - 2(p_\gamma c)(p_\gamma' c) \cos(\alpha + \theta). \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Zapsáním energie elektronu ve tvaru

$$E_e = \gamma m_e c^2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} m_e c^2 \quad (\text{A.10})$$

a dosazením do vztahu (A.7) lze vyjádřit velikost hybnosti elektronu ve tvaru

$$p_e = \beta \gamma m_e c = \beta \frac{E_e}{c}. \quad (\text{A.11})$$

Využitím vztahů (A.8) a (A.11) lze rovnici (A.9) dále zjednodušit do tvaru

$$\begin{aligned} 2E_e E_\gamma - 2E_e E_\gamma' - 2E_\gamma E_\gamma' + 2\beta E_e E_\gamma \cos \alpha + \\ + 2\beta E_e E_\gamma' \cos \theta - 2E_\gamma E_\gamma' \cos(\alpha + \theta) = 0, \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

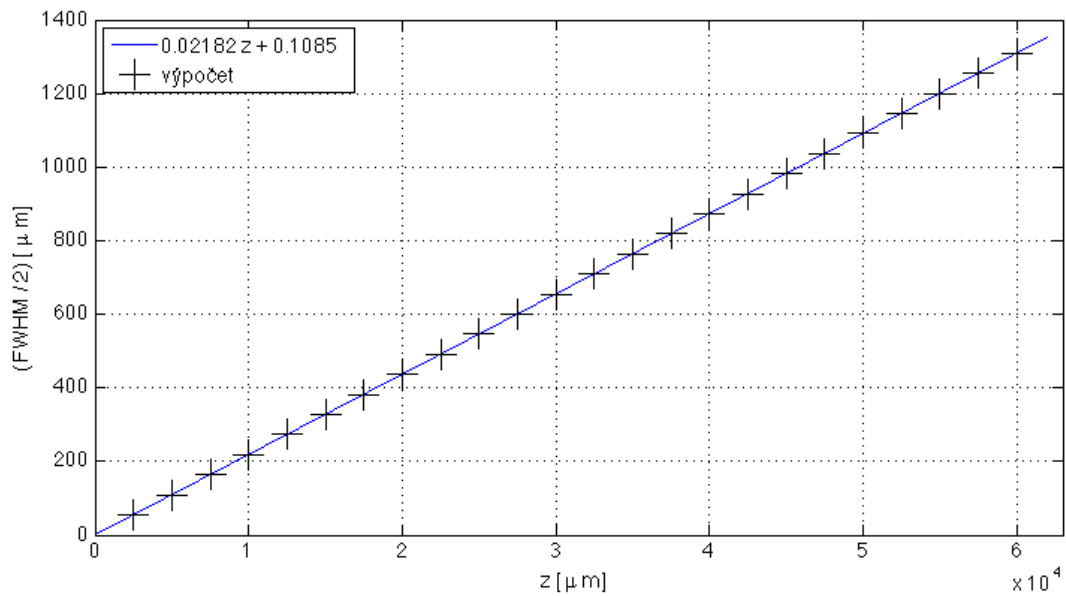
odkud lze již snadno vyjádřit energii rozptýleného fotonu jako

$$E_\gamma' = \frac{E_\gamma(1 + \beta \cos \alpha)}{1 - \beta \cos \theta + \frac{E_\gamma}{E_e}(1 + \cos(\alpha + \theta))}, \quad (\text{A.13})$$

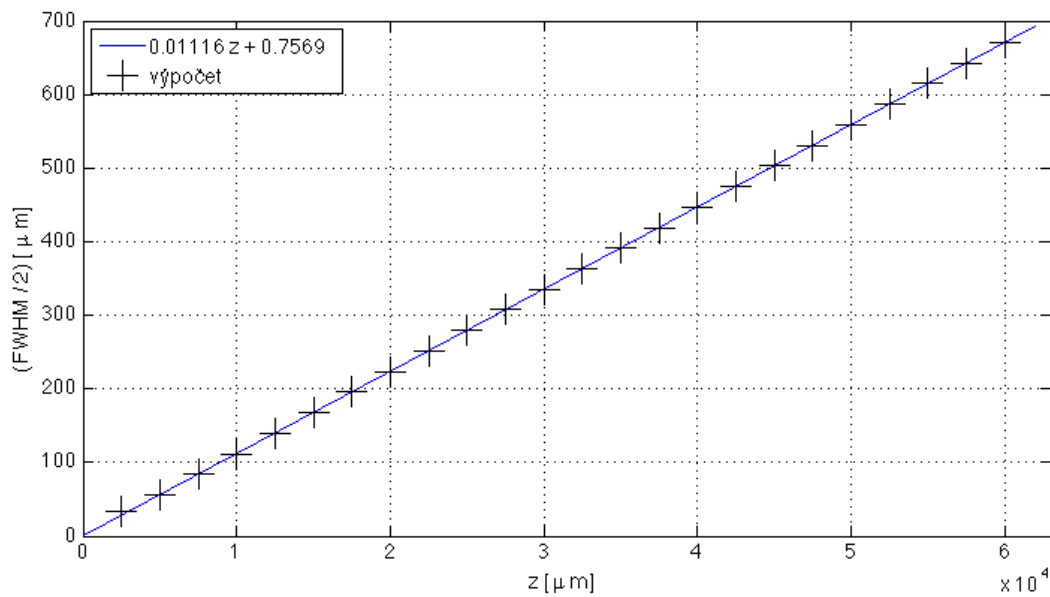
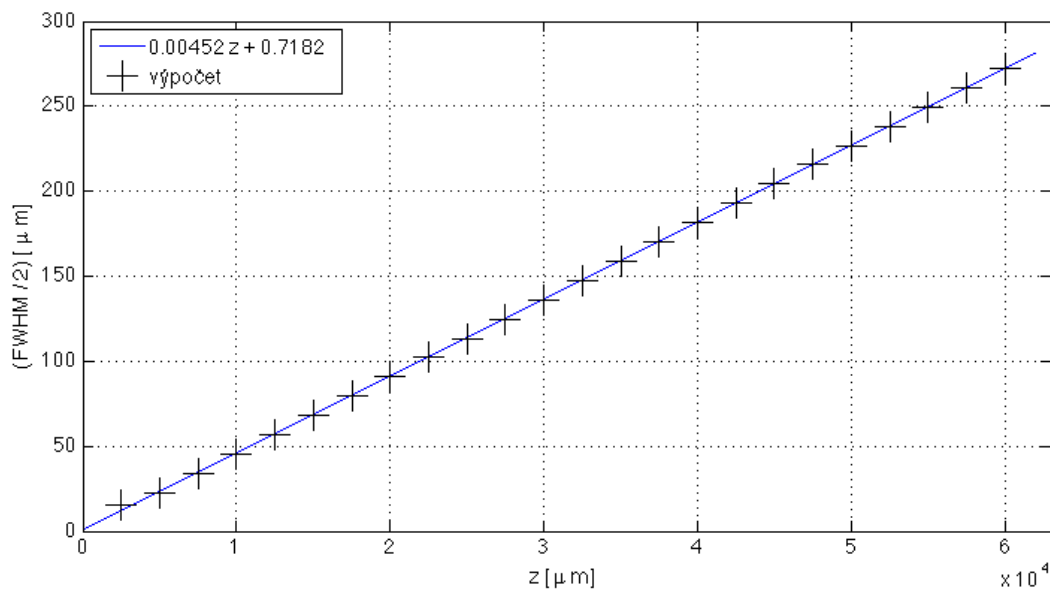
což je dokazovaný vztah (5.3).

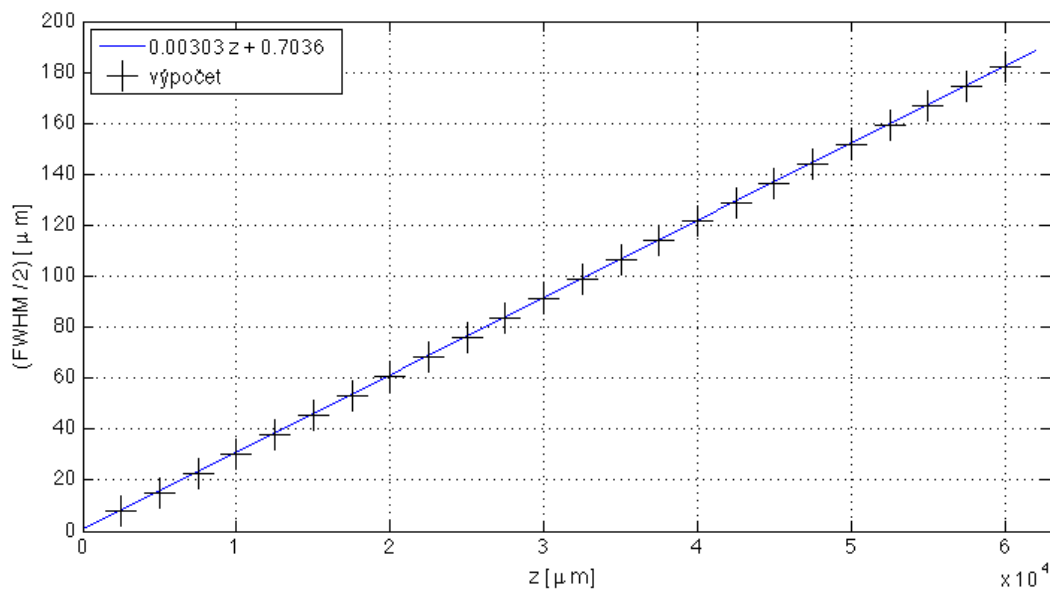
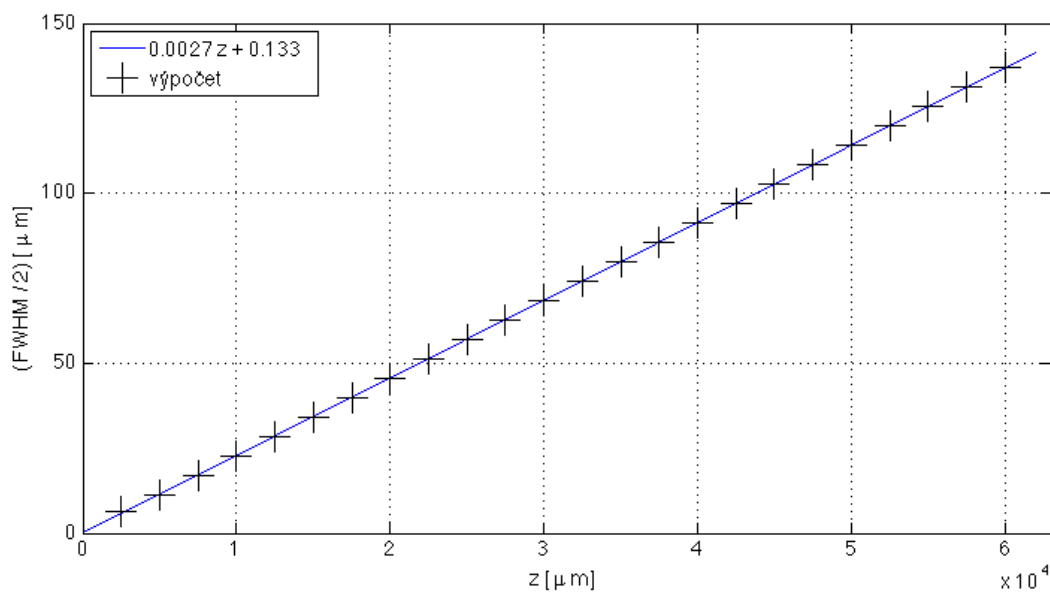
DIVERGENCE SVAZKŮ ROZPTÝLENÝCH FOTONŮ

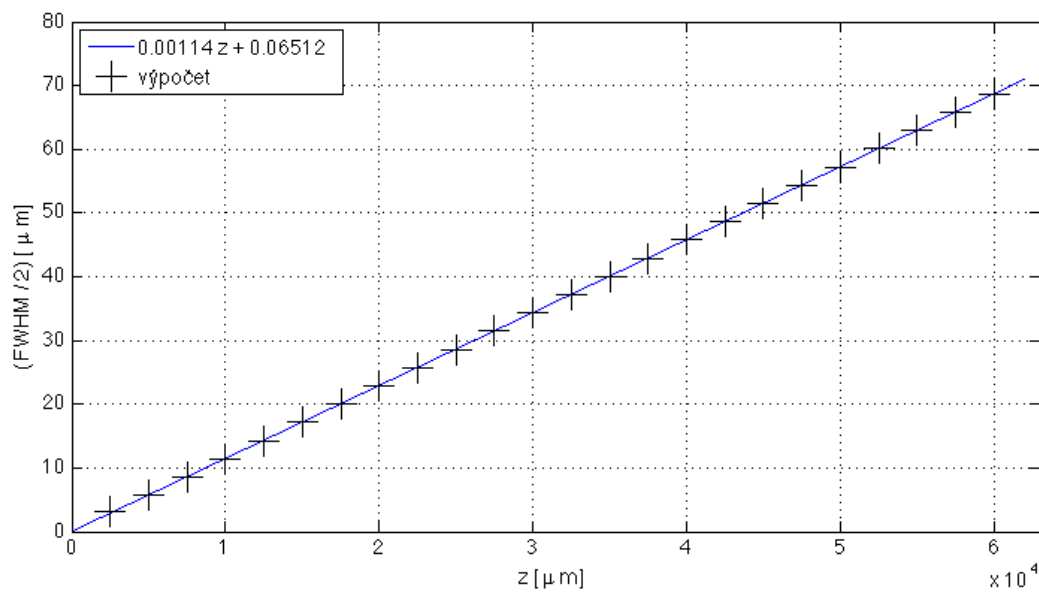
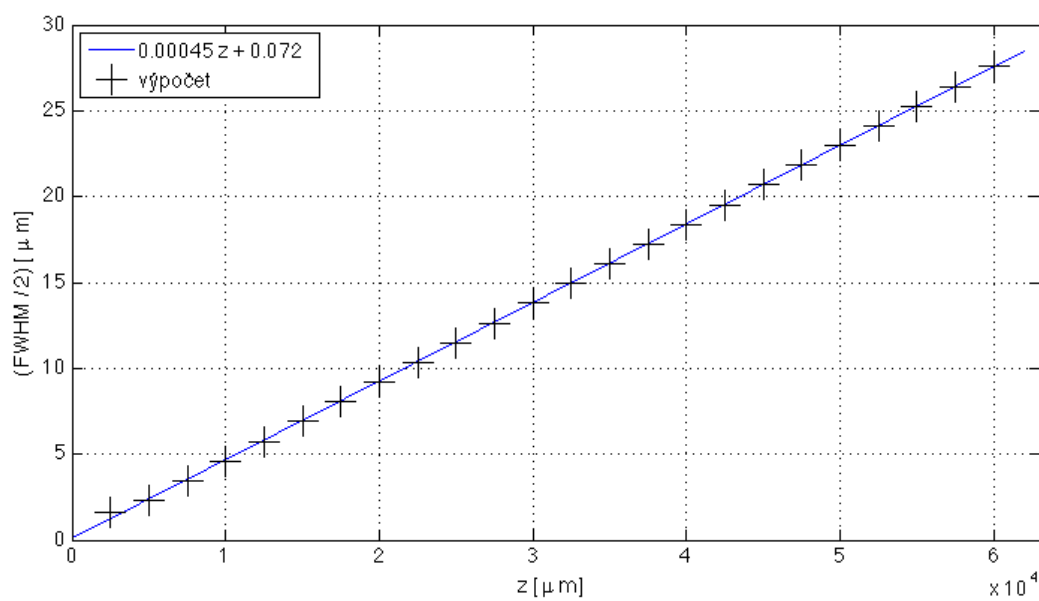
Následující grafy zobrazují polovinu šířky (FWHM) v závislosti na vzdálenosti z od interakční roviny pro počáteční kinetické energie elektronu T_e z intervalu $(10 \text{ MeV}; 10 \text{ GeV})$, hodnoty jsou proloženy přímkou $y = ax + b$ (hodnoty parametru pro každý případ jsou uvedeny v legendě každého grafu).

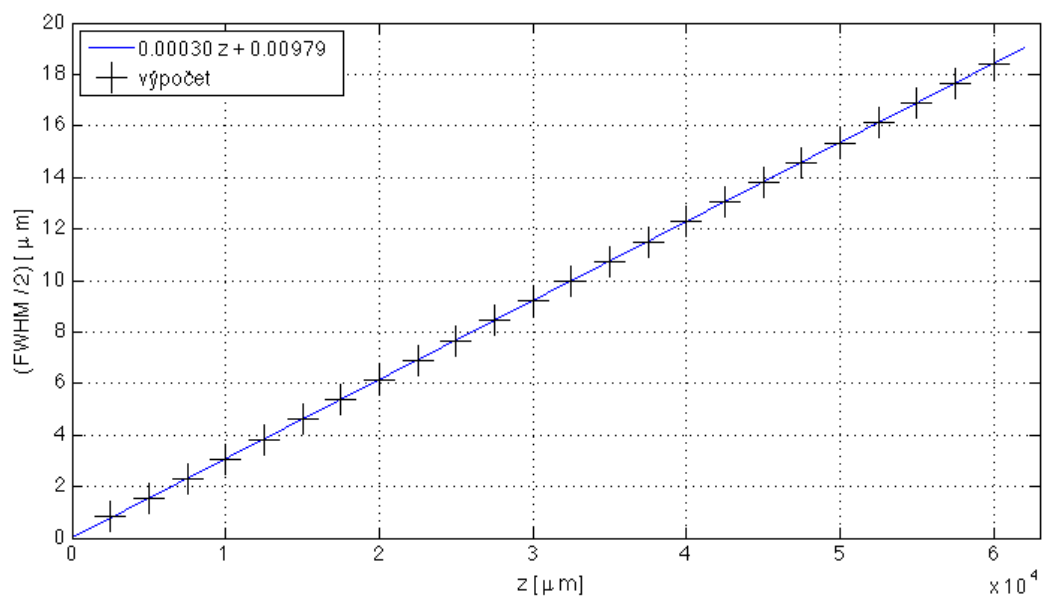
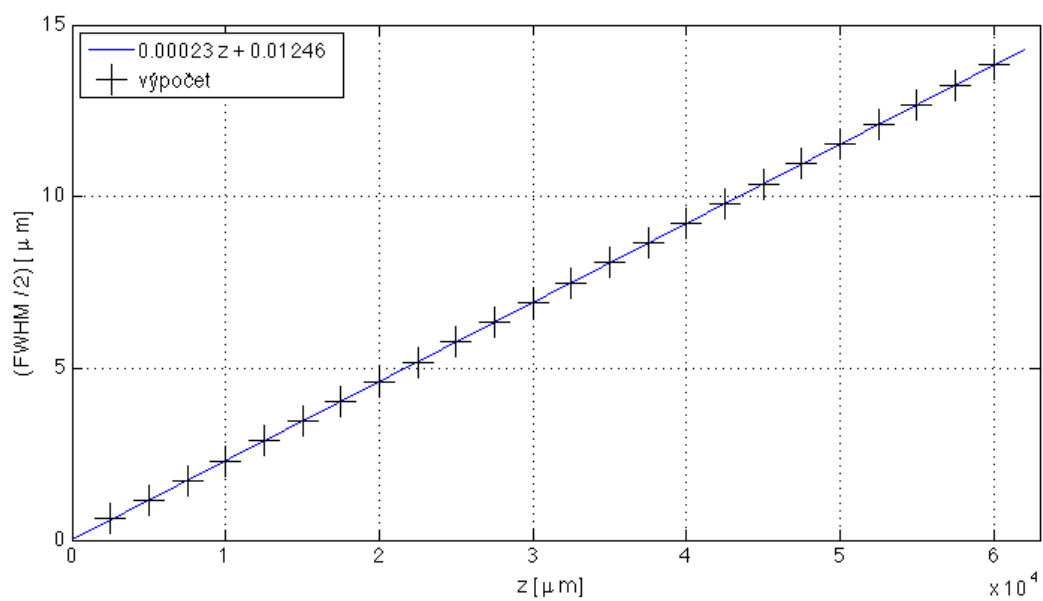


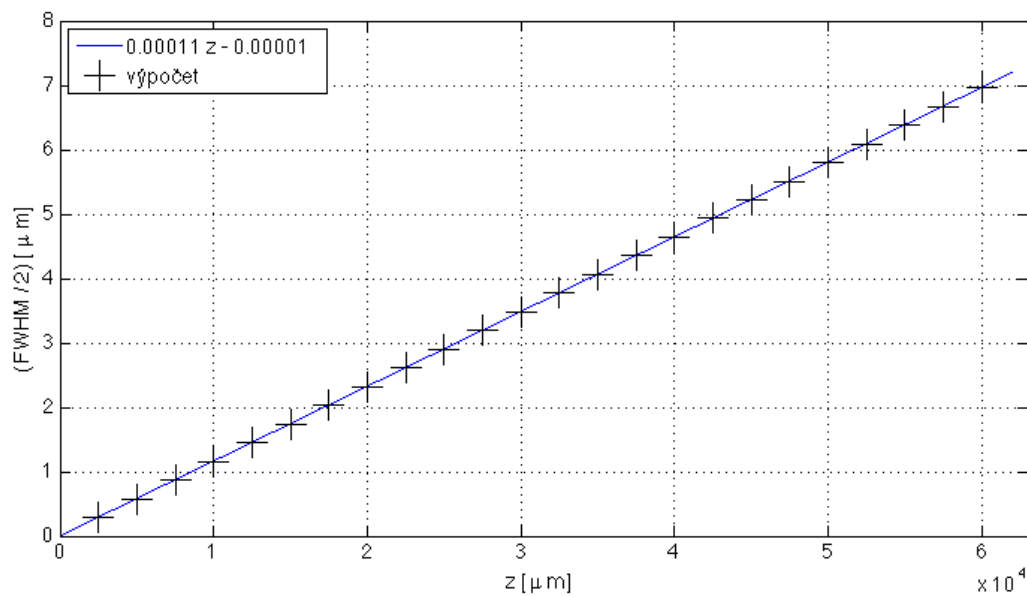
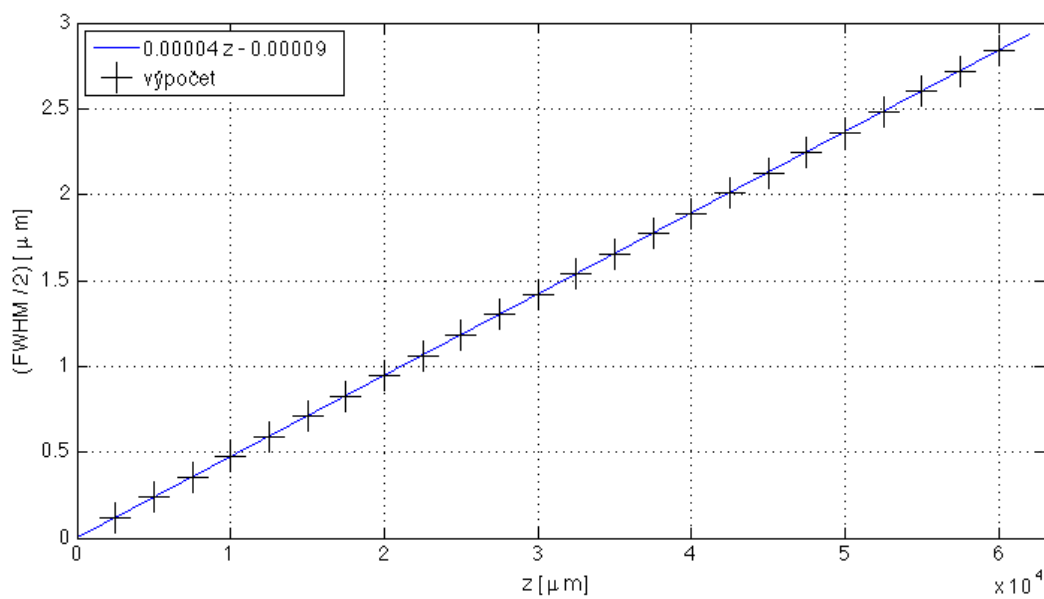
Obrázek B.1: Graf pro $T_e = 10 \text{ MeV}$.

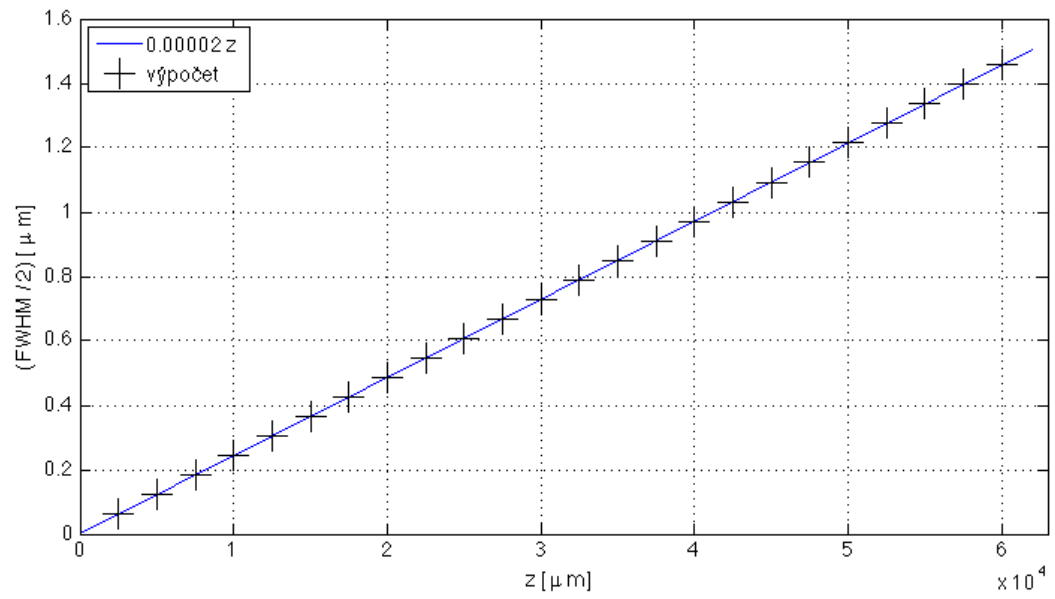
Obrázek B.2: Graf pro $T_e = 20$ MeV.Obrázek B.3: Graf pro $T_e = 50$ MeV.

Obrázek B.4: Graf pro $T_e = 75$ MeV.Obrázek B.5: Graf pro $T_e = 100$ MeV.

Obrázek B.6: Graf pro $T_e = 200$ MeV.Obrázek B.7: Graf pro $T_e = 500$ MeV.

Obrázek B.8: Graf pro $T_e = 750$ MeV.Obrázek B.9: Graf pro $T_e = 1$ GeV.

Obrázek B.10: Graf pro $T_e = 2$ GeV.Obrázek B.11: Graf pro $T_e = 5$ GeV.

Obrázek B.12: Graf pro $T_e = 10$ GeV.

ČETNOST FOTONŮ

T_e [MeV]	0°	15°	30°	45°
10	$7,644 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$7,613 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$7,546 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$7,437 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$
20	$1,491 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1,486 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1,475 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1,455 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
50	$3,668 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$3,658 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$3,632 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$3,585 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
75	$5,478 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$5,465 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$5,426 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$5,358 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
100	$7,285 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$7,268 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$7,217 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$7,127 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
200	$1,448 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$1,445 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$1,435 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$1,418 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$
500	$3,574 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$3,567 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$3,545 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$3,506 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$
750	$5,310 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$5,301 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$5,271 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$5,216 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$
1000	$7,015 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$7,003 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$6,967 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$6,900 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$
T_e [MeV]	60°	75°	90°	105°
10	$7,275 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$7,044 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$6,717 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$6,254 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$
20	$1,425 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1,381 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1,319 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1,231 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
50	$3,514 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$3,411 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$3,261 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$3,047 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
75	$5,253 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$5,099 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$4,878 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$4,559 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
100	$6,989 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$6,786 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$6,493 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$6,070 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
200	$1,391 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$1,351 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$1,294 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$1,210 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$
500	$3,444 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$3,351 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$3,213 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$3,010 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$
750	$5,129 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$4,995 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$4,796 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$4,499 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$
1000	$6,790 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$6,621 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$6,364 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$5,978 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$

Tabulka C.1: Četnost fotonů gama v závislosti na počáteční kinetické energii elektronu T_e a na úhlu srážky α pro případ poloměru ohniska $10 \mu\text{m}$ (RMS).

T_e [MeV]	0°	15°	30°	45°
10	$1,911 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$1,907 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$1,900 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$1,890 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$
20	$3,728 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$3,722 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$3,712 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$3,697 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$
50	$9,170 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$9,161 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$9,142 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$9,111 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$
75	$1,370 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1,369 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1,366 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1,361 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
100	$1,821 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1,820 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1,817 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1,811 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
200	$3,620 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$3,618 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$3,612 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$3,602 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
500	$8,935 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$8,933 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$8,925 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$8,909 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
750	$1,328 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$1,327 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$1,327 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$1,325 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$
1000	$1,754 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$1,754 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$1,754 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$1,753 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$
T_e [MeV]	60°	75°	90°	105°
10	$1,876 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$1,856 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$1,827 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$1,782 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$
20	$3,674 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$3,640 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$3,588 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$3,507 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$
50	$9,061 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$8,985 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$8,868 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$8,680 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$
75	$1,354 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1,344 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1,326 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1,299 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
100	$1,802 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1,788 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1,766 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1,729 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
200	$3,586 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$3,560 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$3,518 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$3,448 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
500	$8,879 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$8,827 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$8,736 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$8,576 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
750	$1,322 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$1,316 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$1,304 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$1,282 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$
1000	$1,751 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$1,744 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$1,731 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$	$1,703 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$

Tabulka C.2: Četnost fotonů gama v závislosti na počáteční kinetické energii elektronu T_e a na úhlu srážky α pro případ poloměru ohniska $20 \mu\text{m}$ (RMS).

Literatura

- [1] M. D. Perry and G. Mourou. *Terawatt to Petawatt Subpicosecond Lasers*. Science, New Series, 264(5161):917–924, 1994.
- [2] J. Tolar. *Vlnění, optika a atomová fyzika - základní kurz fyziky FJFI*. URL: <http://www.fjfi.cvut.cz/k402/skripta/voaf/voaf.pdf>, 2012.
- [3] O. Svelto. *Principle of Lasers*. Springer, 2010.
- [4] R. Paschotta. *Mode-locking*. URL: http://www.rp-photonics.com/mode_locking.html, 2011.
- [5] G. Mourou. *Optics in the relativistic regime*. Reviews of Modern Physics, 78(2):309–371, 2006.
- [6] D. Umstadter. *Review of physics and applications of relativistic plasmas driven by ultra-intense lasers*. Physics of plasmas, 8(5):1774–1785, 2001.
- [7] A. Macchi. *An introduction to ultraintense laser-plasma interactions*. URL: http://www.df.unipi.it/~macchi/PLASMI/pr_notes.pdf, 2011.
- [8] D. Umstadter. *Relativistic laser-plasma interaction*. Journal of Physics, 36(8):151–165, 2003.
- [9] T. A. Planchon V. Chvykov G. Kalintchenko A. Maksimchuk G. Mourou S.-W. Bahk, P. Rousseau and V. Yanovsky. *Generation and characterization of the highest laser intensities*. Optics Letters, 29:2837–2838, 2004.
- [10] J. D. Lawson. *Lasers and accelerators*. IEEE Trans. Nucl. Sci., pages 4217 – 4219, 1979.

-
- [11] P. M. Woodward. *A method of calculating the field over a plane aperture required to produce a given polar diagram*. Journal of the Institution of Electrical Engineers, pages 1554 – 1558, 1946.
- [12] D. Umstadter, S. Chen, R. Wagner, A. Maksimchuk, and G. Sarkisov. *Nonlinear optics in relativistic plasma*. Optics Express, 2(7):282–288, 1998.
- [13] J. Nejd. *X-ray Laser Seeded by High-order Harmonic Beam*. Diplomová práce, FJFI ČVUT, 2007.
- [14] G. Leuchs. *Multiphoton ionization of atoms*, volume 182. Springer Berlin / Heidelberg, 1983.
- [15] D. Bauer. *Theory of intense laser-matter interaction*. URL: <http://www.physik.uni-rostock.de/fileadmin/Physik/Bauer/tilmi.pdf>, 2006.
- [16] T. Tajima and J. M. Dawson. *Laser Electron Accelerator*. Physical Review Letters, 43:267–270, 1979.
- [17] E. Esarey, C. B. Schroeder, and W. P. Leemans. *Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators*. Reviews of Modern Physics, 81:1229–1285, 2009.
- [18] J. Faure V. Malka, A. Lifschitz and Y. Glinec. *Staged concept of laser-plasma acceleration toward multi-GeV electron beams*. Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams, 9(9), 2006.
- [19] P. Kulhánek. *Teorie plazmatu*. URL: <http://www.aldebaran.cz/studium/fpla.pdf>, 2009.
- [20] A. H. Compton. *A quantum theory of the scattering of X-rays by light elements*. The Physical Review, 21:483 – 502, 1923.
- [21] L. Federici et al. *The LADON Photon Beam with the ESRF 5 GeV Machine*. Lettere al Nuovo Cimento, 27:339 – 347, 1980.
- [22] A. M. Sandorfi et al. *The fabrication of very high energy polarized gamma ray beam facility and a program of medium energy physics research at the national synchrotron light source*. Brookhaven National Laboratory Report BNL-32717, 1982.

-
- [23] O. Klein and Y. Nishina. *Über die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantendynamik von Dirac*. Zeitschrift für Physik, 52:853 – 868, 1928.
- [24] Y. Taira et al. *Generation of energy-tunable and ultra-short-pulse gamma rays via inverse Compton scattering in an electron storage ring*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, 652:696 – 700, 2011.
- [25] K. Koyama et al. *Laser-plasma electron accelerator for all-optical inverse Compton X-ray source*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, 608:51 – 53, 2009.
- [26] A. Rousse et al. *Femtosecond x-ray crystallography*. Reviews of modern physics, 73:17 – 31, 2001.
- [27] F. V. Hartemann et al. *High-energy scaling of Compton scattering light sources*. Physical review ST - accelerators and beams, 8, 2005.
- [28] T. Hirose et al. *Polarized positron source for the linear collider, JLC*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, 455:15 – 24, 1999.
- [29] J. Gronberg et al. *Laser and optics of a gamma-gamma collider*. Particle Accelerator Conference, 5:3801 – 3803, 2001.
- [30] R. V. Langmuir H. C. Pollock F. R. Elder, A. M. Gurewitsch. *Radiation from electrons in a synchrotron*. Physical Review, 71:829 – 830, 1947.
- [31] F. Harmon J. Jones G. Lancaster K. Chouffani, D. Wells. *Laser-Compton scattering from a 20 MeV electron beam*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, pages 95 – 106, 2002.
- [32] *French National Synchrotron Facility*. URL: <http://www.synchrotron-soleil.fr/>, 2013.
- [33] J. Harris H. Winick G. Brown, K. Halback. *Wiggler and Undulator Magnets - A Review*. Nuclear Instruments and Methods, 208:65 – 77, 1983.

-
- [34] J. Stöhr C. Pellegrini. *X-Ray Free Electron Lasers: Principles, Properties and Applications*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 500:33 – 40, 2003.
- [35] E. Giovenale. *Free Electron Laser: Operating Principles*. Spectroscopy of Systems with Spatially Confined Structures, 90:559 – 592, 2002.
- [36] R. Tatchyn J. Arthur, G. Materlik and H. Winick. *The LCLS: A fourth generation light source using the SLAC linac*. Review of Scientific Instruments, 66:1987, 1995.
- [37] THE LCLS Design Study Group. *LCLS Design Study Report, SLAC-R521*. URL: <http://www-ssrl.slac.stanford.edu/lcls/CDR>, 1998.
- [38] R. Brinkmann et al. *TESLA XFEL: First stage of the X-ray laser laboratory-Technical design report*. URL: <http://xfel.desy.de>, 2002.
- [39] Y. Taira et al. *Feasibility study of ultra-short gamma ray pulse generation by laser Compton scattering in an electron storage ring*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, 637:116 – 119, 2011.
- [40] D. Gibson C. Brown I. Jovanovic, M. Shverdin. *High-power laser pulse recirculation for inverse Compton scattering-produced gamma-rays*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, 578:160 – 171, 2008.
- [41] A. Tsunemi et al. *Ultra-bright X-ray generation using inverse Compton scattering of picosecond CO₂ laser pulses*. Particle Accelerator Conference, 4:2552 – 2554, 1999.
- [42] K. Ta Phuoc et al. *All-optical Compton gamma-ray source*. Nature Photonics, 6:308 – 311, 2012.
- [43] S. Chen et al. *MeV-Energy X-Rays from Inverse Compton Scattering with Laser-Wakefield Accelerated Electrons*. Physical Review Letters, 110, 2013.