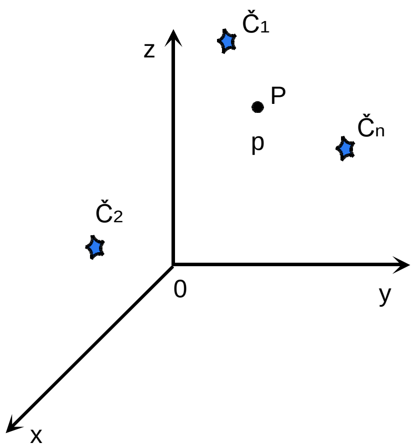
1. ELEKTROMAGNETISMUS

1.0. Elektromagnetická interakce

= vzájemné působení elektricky nabitých částic
Mechanismus: Každá pohybující se elektricky nabitá částice vytváří v okolním prostoru elektromagnetické pole, které se projevuje silovým působením na jiné nabité částice, magnety atd.

1.1. Elektrický náboj



Mějme elektricky nabité částice Č$_1$, …, Č$_1$ v klidu vzhledem k inerciální s.s. *0xyz*. Tyto částice vytvářejí tzv. elektrostatické pole. V bodě P tohoto pole nechť je umístěn proton. Nezávisle na jeho pohybovém stavu na něj působí síla $\vec{F}_p$. Umístěme do P jinou elektricky nabitou částici. Síla na ni působící je $\vec{F}$. Elektrický náboj této částice je definován:

$$\boxed{\frac{Q}{e} = \frac{F}{F_p}}, \tag{1}$$

kde e – elektrický náboj protonu (elementární náboj).

Domluva: **Je-li** $\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{F}_p \rightarrow Q > 0$

Je-li $\vec{F} \downarrow\uparrow \vec{F}_p \rightarrow Q < 0$

Praktická jednotka Q: $1C = \dfrac{1}{1{,}60219 \cdot 10^{-19}}\, e$ **- náboj, který projde průřezem vodiče, jímž protéká proud 1A za 1s.**

Vlastnosti elektrického náboje: (experimentální fakta)

1. **zákon aditivnosti elektrických nábojů**

$$Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i$$

Q **- celkový náboj soustavy,** Q_i **– náboje jednotlivých částí**

2. **zákon kvantování el. náboje**

$$Q = ne,\ n = 0, \pm 1, \pm 2, \qquad (2)$$

Pozn.:
V roce 1964 předložili Gell-Mann a Georg Zweig tzv. kvarkový model, kterým vysvětlili, že pozorované symetrie ve vlastnostech elementárních částic - hadronů (působí mezi nimi silná jaderná interakce) lze vysvětlit předpokladem existence tzv. kvarků, ze kterých jsou tyto hadrony složeny. Kvarky mají náboj rovný zlomkům elementárního náboje (viz tabulka), jejich složením v hadron však tento hadron nese celočíselný elementární náboj

Tabulka 45.5 **Kvarky**[a]

			Kvantová čísla			
Částice	Symbol	Hmotnost (MeV/c^2)	Náboj Q	Podivnost S	Baryonové číslo B	Antičástice
Nahoru (Up)	u	5	$+\frac{2}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\bar{u}$
Dolů (Down)	d	10	$-\frac{1}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\bar{d}$
Půvabný (Charm)	c	1 500	$+\frac{2}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\bar{c}$
Podivný (Strange)	s	200	$-\frac{1}{3}$	−1	$+\frac{1}{3}$	$\bar{s}$
Horní (Top)	t	≈180 000	$+\frac{2}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\bar{t}$
Dolní (Bottom)	b	4 300	$-\frac{1}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\bar{b}$

[a] Všechny kvarky mají spin $\frac{1}{2}$ a jsou tak fermiony. Kvantová čísla antikvarků Q, S a B mají opačná znaménka než jsou znaménka odpovídajících kvarků.

Kvarky nebyly(dosud) přesvědčivě experimentálně pozorovány jako volné částice, a teoretici předložili rozumné důvody, proč tomu tak je. V každém případě je však kvarkový model tak užitečný, že nemožnost vidět volné kvarky nebrání fyzikům ve všeobecném přijetí kvarkového modelu.

3. **zákon zachování el. náboje**
Elektrický náboj izolované soustavy je stálý

4. **zákon invariance elektrického náboje**
Elektrický náboj tělesa nezávisí na jeho rychlosti

1.2. Elektromagnetické pole

Zdrojem elektromagnetického pole jsou nabité částice. Elektromagnetické pole je „pokračováním“ částice v prostoru. Je relativně samostatné (může se od svého zdroje odpoutat – zánik hvězdy, opačně to možné není – el. nabitá částice bez el. pole neexistuje). Neprojevuje se jen silovým působením na elektricky nabité částice, ale má rovněž:

- **hybnost (fotonové rakety)**
- **energii (ohřev Země Sluncem)**
- **vliv na lidský organismus (oko)**

Obecné elektromagnetické. pole: **elektrická složka**
magnetická složka

Elektrická složka: Působí na elektricky nabité objekty tzv. elektrickou silou $\vec{F}_e$. $\vec{F}_e$ – závisí v daném místě pouze na elektrickém náboji objektů, nikoliv na jejich pohybu.

Magnetická složka: Působí na elektricky nabité pohybující se objekty magnetickou silou $\vec{F}_M$ – závisí nejen na Q, ale i na $\vec{v}$. Pro $\vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_M = \vec{0}$.

Výsledná síla působící na nabitou částici v daném bodě elmag. pole:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_M$$

Obě složky se v prostoru překrývají a jsou na sobě závislé. Ve zvláštních případech lze však vytvořit elektromagnetické pole obsahující jen elektrickou složku (tzv. elektrostatické pole), nebo jen magnetickou složku (tzv. magnetostatické pole).

Elektrostatické pole je buzeno (v dané inerciální s.s.) náboji v klidu.

a) **Působí na elektricky nabitá těles silou nezávislou na jejich pohybu.**
b) **Nepůsobí na permanentní magnety ani proudovodiče (nejsou-li elektricky nabity).**

Magnetostatické pole je buzeno klidnými permanentními magnety nebo proudovodiči se stálým proudem.
Působí na permanentní magnety a na pohybující se elektricky nabité částice (elektrické proudy).

Oba tyto typy polí jsou stálé v čase.

Intenzita elektrického pole.

Ke kvantitativnímu popisu (silových účinků)

- elektrické složky elektromagnetického pole zavádíme <u>intenzitu elektrického pole</u> $\vec{E}$

$\vec{E}$**:**

Elektrický <u>bodový</u> náboj - jeho rozměry a tvar jsou v dané fyzikální situaci nepodstatné.

Definice:

$$\boxed{\vec{E}(P)=\frac{\vec{F}_e(P)}{Q}}\ [\ \mathrm{Vm^{-1}=NC^{-1}}\ ], \qquad (3)$$

Kde P **je bod prostoru,** $\vec{F}_e$ **- elektrická síla působící na** Q **v bodě** P**.**

$\vec{E}$ **nezávisí na** Q **ani na jeho rychlosti.**

Je-li $Q > 0 \Rightarrow \vec{E} \uparrow\uparrow \vec{F}_e$

Je-li $Q < 0 \Rightarrow \vec{E} \uparrow\downarrow \vec{F}_e$

<u>Zákon superpozice</u> (experiment)

$\vec{E}$ **splňuje relaci**

$$\boxed{\vec{E}_c=\sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i\ ,}\ , \qquad (4)$$

kde

$\vec{E}_c$ **je intenzita celkového elektrického pole,**

$\vec{E}_i$ **je intenzita i-tého dílčího elektrického pole,**

1.3. Elektrostatické pole ve vakuu

Všechny jeho vlastnosti lze vyvodit ze základního zákona elektrostatiky – Coulombova zákona.

1.3.1.Coulombův zákon (experiment)

$$\boxed{\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\vec{r}_0}, \qquad (5)$$

kde

Q_1 **- bodový el. náboj = zdroj elektrostatického pole,**

Q_2 **- bodový el. náboj = náboj, na který náboj** Q_1 **působí silou** $\vec{F}$ **,**

r **- vzdálenost mezi** Q_1, Q_2,

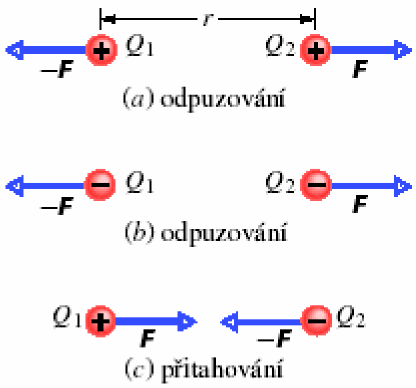
$\vec{r}_0$ **- jednotkový vektor ve spojnici** Q_1 Q_2 **orientovaný od** Q_1 **ke** Q_2,

ε_0 **- permitivita vakua,** $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ **C²N⁻¹m⁻².**

Diskuse:

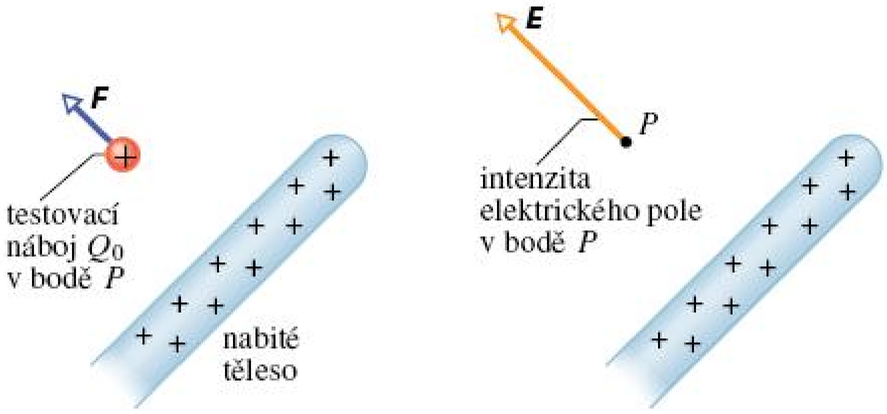
Je-li $Q_1 Q_2 > 0$ **je** $\vec{F}$ **odpudivá síla, je-li** $Q_1 Q_2 < 0$ **je** $\vec{F}$ **přitažlivá síla.**

$Q_1 \xrightarrow{\vec{F}} Q_2,\ Q_2 \xrightarrow{-\vec{F}} Q_2 \Rightarrow$ **Coulombovské síly splňují zákon akce a reakce.**



Pozn.: Pro bodový náboj Q je intenzita jím buzeného pole

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{r}_0} \qquad (6)$$



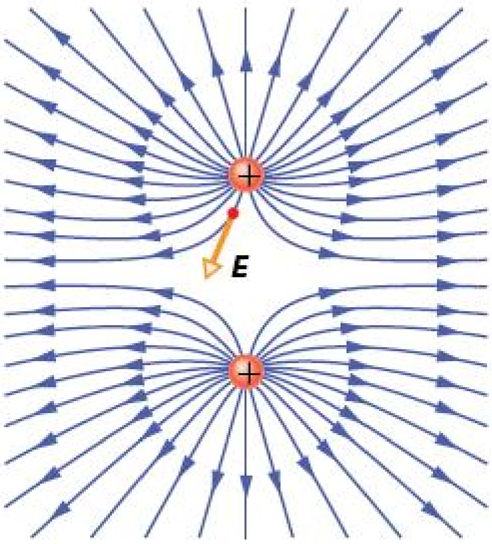
1.3.2. Elektrické siločáry

Slouží ke znázornění elektrického pole.

Definice:
Jsou to orientované křivky, jejichž orientovaná tečna v každém jejich bodu má směr a orientaci $\vec{E}$ v tomto bodě.

Vlastnosti:
Každým bodem, v němž není náboj prochází právě jedna siločára.
Body, v nichž je el. náboj, prochází nekonečně mnoho siločar.
Počet siločar procházejících jednotkovou plochou kolmo ke směru siločar je číselně roven absolutní hodnotě $|\vec{E}|$ na této ploše.
Siločáry <u>elektrostatického</u> pole nejsou uzavřené, začínají na kladných nábojích nebo v ∞ a končí buď na záporných nábojích nebo v ∞.

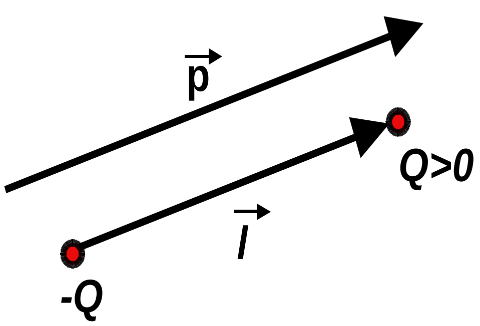
Pozn.: El. siločáry obecného elektrického pole mohou být i uzavřené.

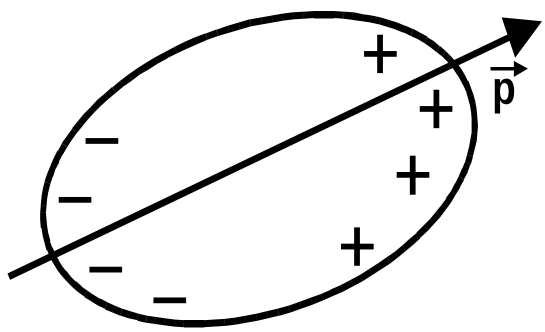


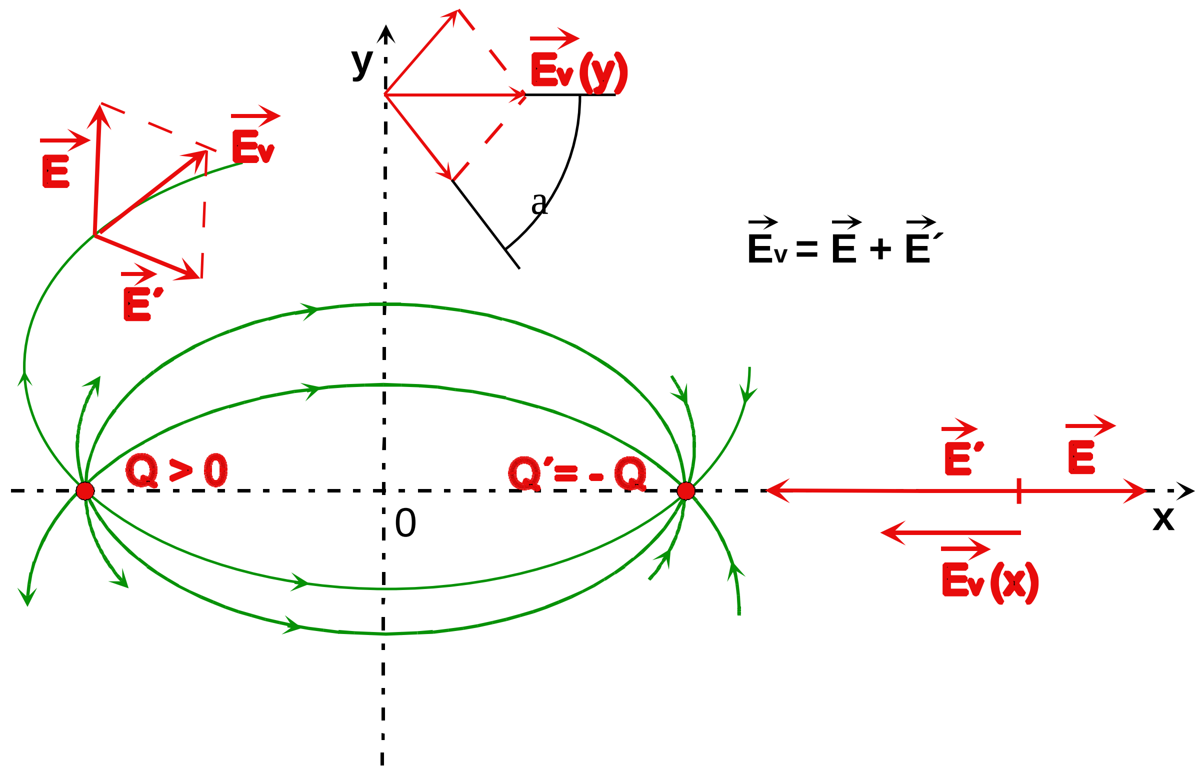
Obr. 23.5 Siločáry pole dvou stejně velkých kladných bodových nábojů. Náboje se navzájem odpuzují. Abychom „viděli" skutečný trojrozměrný model elektrických siločár, je třeba v duchu otáčet zobrazeným modelem kolem osy ležící v rovině stránky a procházející oběma náboji. Trojrozměrný model a elektrické pole, které reprezentuje, jsou *rotačně symetrické* kolem této osy. V jednom bodě pole je zobrazen vektor intenzity. Má směr tečny k siločáře procházející tímto bodem.

Elektrický dipól

$\vec{p} = Q\vec{l}$ **- moment elektrického dipólu**







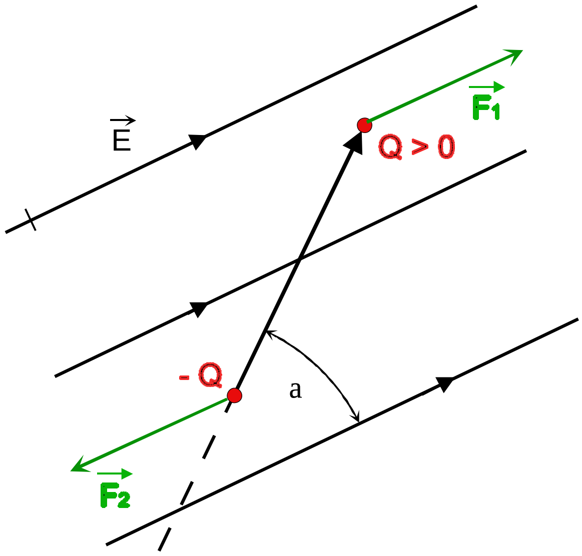
$$E_{v(x)} = E' - E = \frac{Q}{4pe_0}\left[\frac{1}{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2}\right]$$

$$E_{v(y)} = 2E\cos a = 2\frac{Q}{4pe_0}\frac{1}{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + y^2}\frac{\frac{l}{2}}{\left[\left(\frac{l}{2}\right)^2 + y^2\right]^{1/2}} = \frac{p}{4pe_0\left[\left(\frac{l}{2}\right)^2 + y^2\right]^{3/2}}$$

Velké vzdálenosti r: $E_v \approx r^{-3}$

Elektrický dipól ve vnějším elektrické poli

a) **homogenním:**



$$\vec{F}_v = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$$

moment dvojice sil $\vec{F}_1, \vec{F}_2$: $M = F_1 l \sin\alpha = QEl\sin\alpha = pE\sin\alpha$

Vektorově: $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$

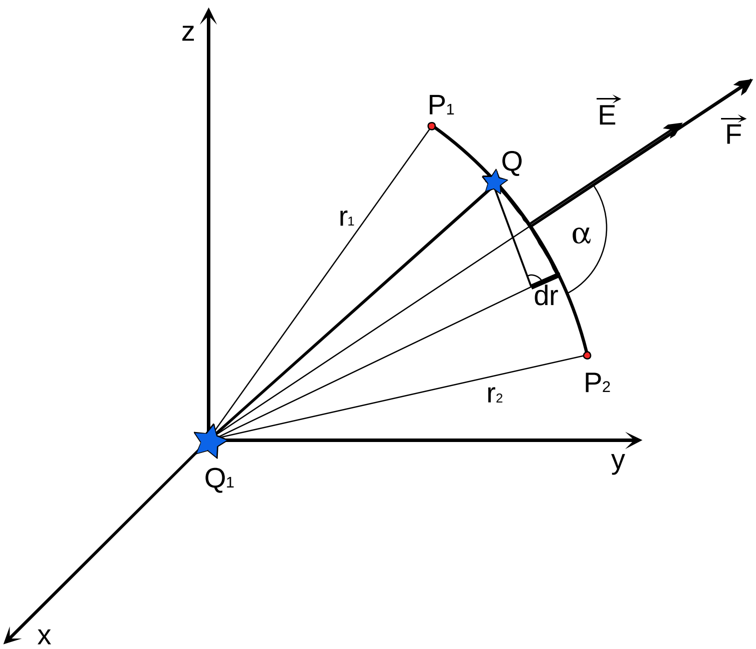
b) **nehomogenním:** $\vec{F}_v \neq \vec{0} \Rightarrow$ **hmotný střed elektrického dipólu se pohybuje se zrychlením** $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{F}_v$.

1.3.3. Elektrický potenciál a napětí

Jsou to skalární veličiny sloužící opět ke kvantitativnímu popisu elektrostatického pole.

Jejich zavedení pomocí

Práce sil elektrostatického pole vytvořeného bodovým nábojem Q_1



Práce sil elektrostatického pole při přesunutí bodového náboje $Q > 0$ **z bodu** P_1 **do bodu** P_2**.**

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = F ds \cos\alpha = QE ds \cos\alpha = Q \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2} ds \cos\alpha$$

$$ds \cos\alpha = dr$$

$$\boxed{A = \int_C dA = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q_1 Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = Q\left(\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2}\right)}. \qquad (8)$$

Diskuse:

1. A **nezávisí na tvaru trajektorie, po níž se** Q **přesouvá (konzervativnost pole)**
2. **Přesune-li se** Q **po uzavřené křivce, je** $A = 0 \quad (r_1 = r_2)$
3. $A \approx Q$
4. **Výsledek platí pro** $Q_1 \leq 0$, $Q_1 \geq 0$, $Q \leq 0$, $Q \geq 0$, $r_1 \leq r_2$, $r_1 \geq r_2$.

Princip superpozice pro $\vec{E}$ **umožňuje zobecnit předchozí závěry pro libovolný počet bodových nábojů** Q_i **jako zdrojů obecného elektrostatického. pole.**

Pozn.: Tvrzení 1) $\Leftrightarrow$ **2)**

Energie W_e bodového náboje v elektrostatickém poli

Elektrostatické pole je konzervativní, tj. soustava elektrostatické pole + bodový náboj Q má potenciální energii, která se nazývá elektrická energie.

Nechť W_{e1} je elektrická energie uzavřené soustavy pro případ, že Q je v bodě P_1.
Nechť W_{e2} je elektrická energie uzavřené soustavy pro případ, že Q je v bodě P_2.
Platí (viz např. gravitační pole)

$$\boxed{W_{e1} - W_{e2} = A}, \qquad (9)$$

kde A je práce, kterou vykonají <u>síly elektrostatického pole</u> při přemístění Q z P_1 do P_2 po zcela libovolné křivce.

W_e není vztahem (9) určena zcela jednoznačně. K tomu je třeba zvolit vztažnou hladinu nulové elektrické energie soustavy.
Zpravidla se volí
$W_{e2} = 0$ pro bod P_2 na povrchu Země – elektrotechnická praxe, nebo
$W_{e2} = W_{e\infty} = 0$ pro bod P_2 - fyzikální praxe (v dalším budeme používat).

Pozn.:
1) Volíme-li $W_{e\infty} = 0$, potom podle (8) a (9) je elektrická energie bodového náboje Q_0 v bodě P v poli bodového náboje Q_1

$$W_e(P) = \frac{Q_0 Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}$$ **elektrická energie soustavy 2 bodových nábojů**

2) Z principu superpozice pro $\vec{E}$ lze ukázat, že energie $W_e(P)$ náboje Q, umístěného v bodě P elektrostatického pole buzeného bodovými náboji Q_1, Q_2, …, Q_n, je rovna součtu energií, které by měl Q v P v polích, buzených jednotlivými náboji.

Elektrický potenciál

Definice:

$$\boxed{\varphi(P) = \frac{W_e(P)}{Q}} \quad [\ \mathrm{V} = \mathrm{JC}^{-1}\ ] \qquad (10)$$

Pozn.:
$\varphi(P)$ nezávisí na Q, ale jen na elektrostatickém poli a poloze bodu P v něm.
$\varphi(P)$ je skalár

$$\boxed{W_e(P) = Q\varphi(P)} \quad \text{nebo} \quad \boxed{A(P) = Q\varphi(P)} \qquad (11)$$

($A(P)$ je práce elektrostatické síly, kterou vykoná při přenosu náboje Q z bodu P na místo nulového potenciálu).
Je-li M místo nulového potenciálu, je (podle (10) a (9))

$$\varphi(P) = \int_P^M \vec{E}\,d\vec{r} \qquad (12)$$

Z principu superpozice pro $\vec{E}$ a vztahu (11) $\Rightarrow$ <u>princip superpozice pro potenciály</u>

$$\varphi(P) = \sum_i \varphi_i(P) \qquad (13)$$

Pozn.: Potenciál pole vytvořeného bodový nábojem Q v bodě P je

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

kde r je vzdálenost P od zdroje pole.

Elektrické napětí U

(skalární veličina)
Definice

$$\boxed{U_{1,2} = j_1 - j_2} \ [\mathrm{V}] \qquad (14)$$

Pozn.: $U_{1,2} \leq 0, U_{1,2} \geq 0, U_{1,2} = -U_{2,1}$

Při přenesení náboje Q z bodu P_1 o potenciálu j_1 do bodu P_2 o potenciálu j_2 vykonají síly elektrostatického pole práci

$$\boxed{A = QU_{1,2}} \qquad (15)$$

$Q\ \mathbf{f}\ 0$ **a** $U_{1,2}\ \mathbf{f}\ 0 \Rightarrow A\ \mathbf{f}\ 0$

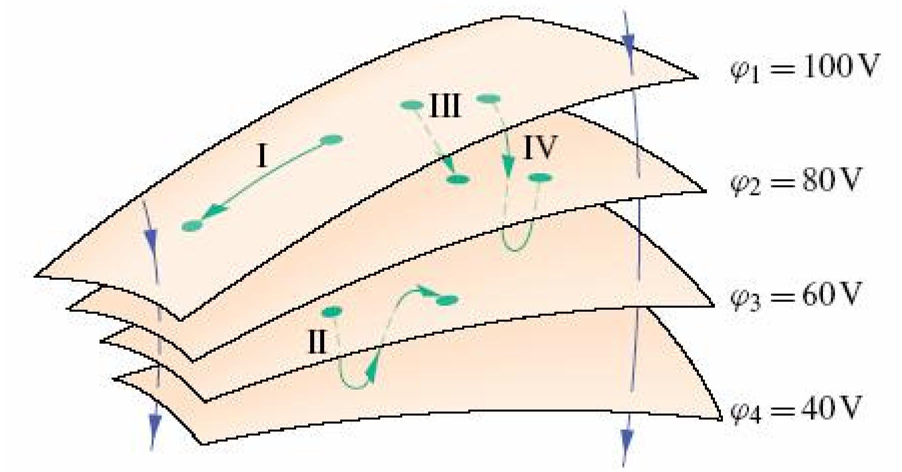
$Q\ \mathbf{p}\ 0$ **a** $U_{1,2}\ \mathbf{p}\ 0 \Rightarrow A\ \mathbf{f}\ 0.$

Jinak $A\ \mathbf{p}\ 0$

Ekvipotenciální plochy a elektrické siločáry

Ekvipotenciální plocha – geometrické místo bodů v prostoru, v nichž má j stejnou hodnotu $\qquad j\,(x,y,z)=C$

Slouží ke znázornění průběhu pole.

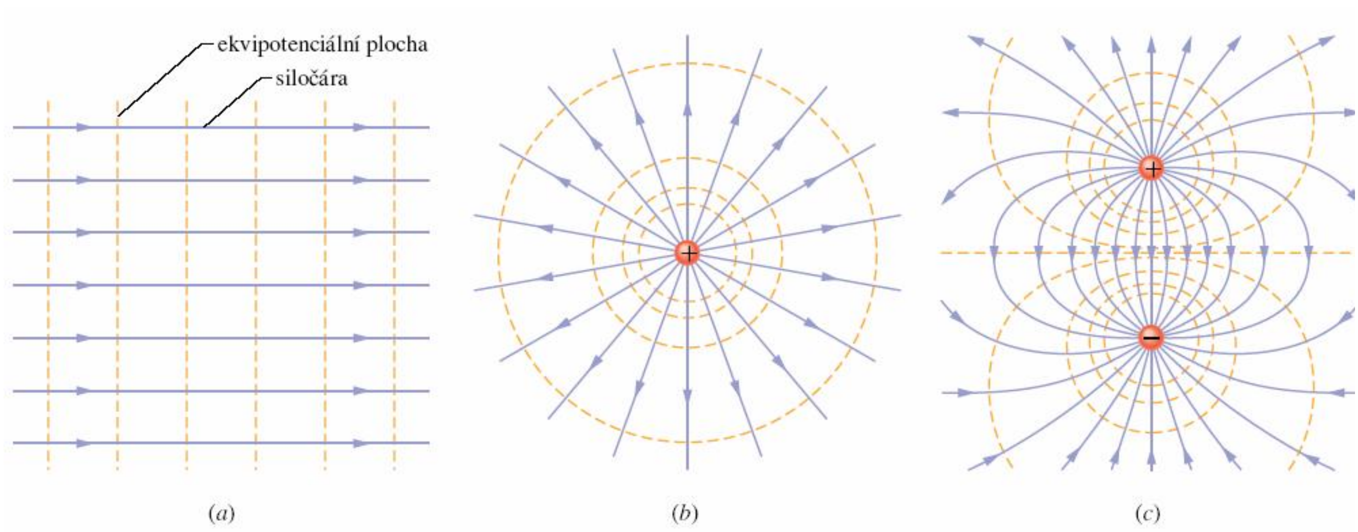


Z této definice a rovnice (11)$\Rightarrow$: při přemístění Q po ekvipotenciální ploše konají síly elektrostatického pole nulovou práci $\Rightarrow$

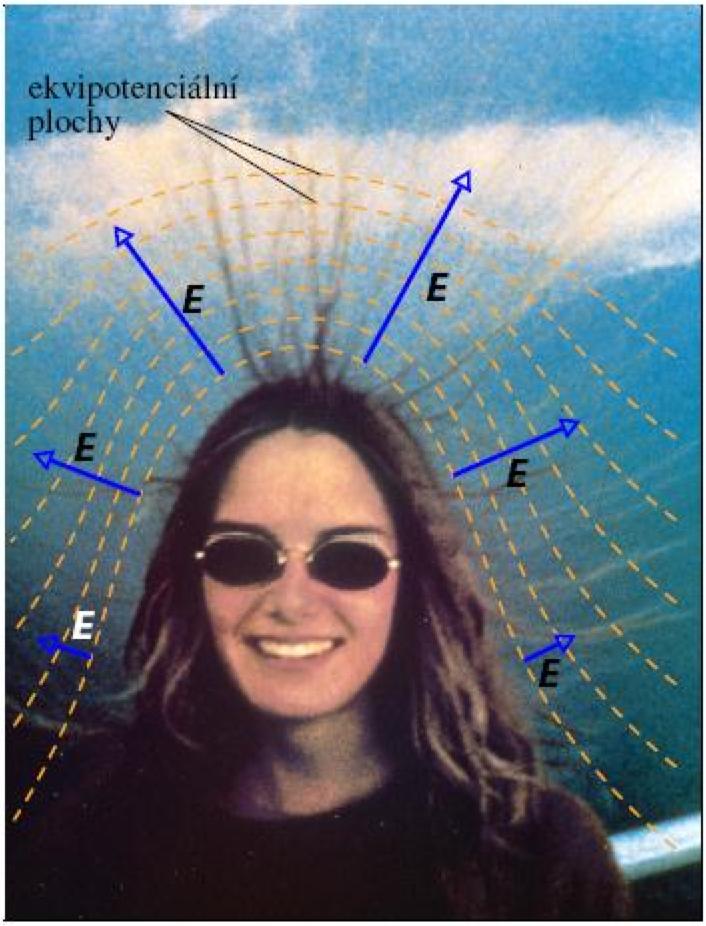
$$\Rightarrow \vec{F} = Q\vec{E} \perp j\,(x,y,z)=C \Rightarrow \vec{E} \perp j\,(x,y,z)=C .$$

Tedy:

Elektrické siločáry tvoří soustavu ortogonálních trajektorií k soustavě ekvipotenciálních . ploch.



Obr. 25.3 Elektrické siločáry (fialově) a příčné řezy ekvipotenciálních ploch (zlatě) (a) v homogenním elektrickém poli, (b) v elektrickém poli bodového náboje, (c) v poli elektrického dipólu.


ekvipotenciální
plochy
E
E
E
E
E
E

Ustálený elektrický proud

Kvalitativně:

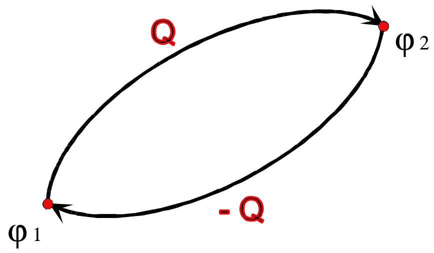
Elektrický proud = elektrické náboje pohybující se vakuem, plynem, kapalinou, pevnou látkou. Jejich pohyb nemusí, ale může být vázán na pohyb látky jako celku.

Vlastnosti:

1. $A = Q(j_1 - j_2)$ **je práce sil elektrostatického pole při přemístění** Q **z** j_1 **do** j_2**.**

   $A' = -Q(j_2 - j_1)$ **je práce sil elektrostatického pole při přemístění** $-Q$ **z** j_2 **do** j_1**.**

   $$A = A'$$



2. **Náboj** Q **s rychlostí** $\vec{v}$ **budí stejné magnetické pole jako náboj** $-Q$ **s rychlostí** $-\vec{v}$**.**

Z hlediska energetického a z hlediska vytváření magnetických polí jsou tedy kladné náboje pohybující se jedním směrem ekvivalentní záporným nábojům pohybujícím se směrem opačným.

Definice elektrického proudu

Prostorem s pohybujícími se náboji vedeme neuzavřenou plochu S**, kterou orientujeme libovolně jednotkovou normálou. Nechť během časového interval** $(t, t + \Delta t)$ **projdou ze záporné strany plochy na kladnou (jakékoliv) částice s celkovým nábojem** ΔQ_1 **a**

z kladné strany na zápornou částice s celkovým nábojem ΔQ_2. Pak elektrický proud I_n orientovanou plochou S je

$$\boxed{I_n = \frac{\Delta Q_1 - \Delta Q_2}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad [A]}$$

V limitním přechodu $\Delta t \to 0$

$$\boxed{I_n = \frac{dQ}{dt}}$$

Pozn.:

1) $I_n \gtrless 0$ podle orientace S a proudění nábojů
2) Z definice vztahu $\Rightarrow Q > 0$ pohybující se jedním směrem přispívají k hodnotě I_n stejně jako $Q < 0$ pohybující se směrem opačným.

Často se jako elektrický proud zavádí veličina $I = |I_n|$.

Tedy $I = \frac{|\Delta Q|}{\Delta t}$ $\quad resp. \quad$ $I = \left|\frac{dQ}{dt}\right|$ $\qquad [A]$

Z technického hlediska je důležitý případ, kdy je elektrický proud tvořen jen náboji stejného znaménka nebo + a - náboji pohybujícími se opačnými směry.
Potom se zavádí směr proudu: Vede se rovinná plocha S kolmá na osu vodiče a orientuje se jednotkovou normálou $\vec{n}$ tak, aby $I_n > 0$. $\vec{n} \equiv$ směr proudu ve vodiči.

Jsou-li ve vodiči jen kladné (záporné) volné náboje, je směr proudu totožný (opačný) se směrem jejich pohybu.

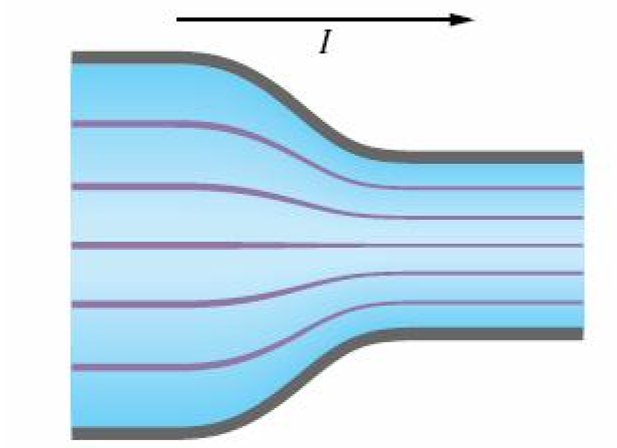
Vektor proudu

$$\boxed{\vec{I} = I \cdot \vec{n}}$$

Vektor hustoty proudu

$$\boxed{\vec{i} = \frac{d\vec{I}}{dS} = \frac{dI}{dS}\vec{n} \qquad [Am^{-2}]},$$

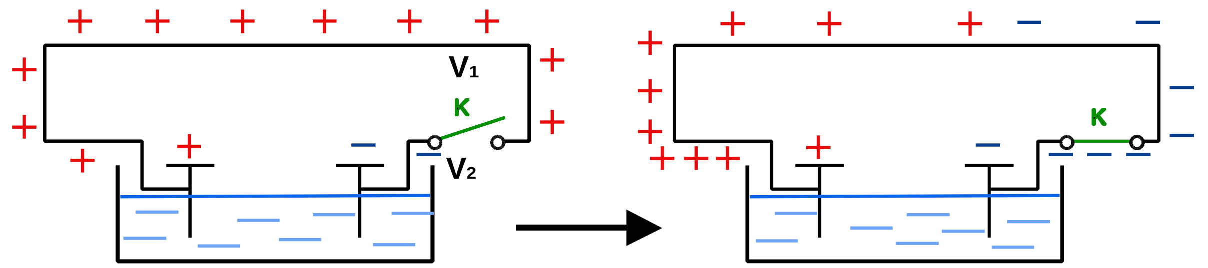
kde dS je ploška v daném bodě vodiče orientovaná stejně jako plocha S.



Výpočet náboje z proudu:
Orientovaným průřezem vodiče projde za čas $\Delta t = t_2 - t_1$ náboj

$$\boxed{Q = \int_{t_1}^{t_2} I_n(t)dt}$$

Ustálený elektrický proud



Připojme vodiče V_1 a V_2 ke svorkám elektrického zdroje $\rightarrow$ působením vnitřních sil zdroje se V_1 nabije na potenciál φ_A anody a V_2 na potenciál φ_K katody $(\varphi_A > \varphi_K)$. V_1 i V_2 vytvoří ve svém okolí elektrostatické pole, v jejich vnitřku je $\vec{E} = \vec{0}$ (Kdyby tomu tak nebylo, musel by se v uvažovaném případě vnitřkem vodičů pohybovat elektrický náboj, což ale není pravda).

Sepněme klíč $K \rightarrow$ mezi kontakty vzniká silové pole $\left(|\vec{E}| \cong \frac{\varphi_A - \varphi_K}{|\Delta n|}\right) \rightarrow$ přeskočí jiskra $\rightarrow$ kontakty se spojí (jejich náboje se vyrovnají $\rightarrow$ pole v okolí se změní a tato změna se šíří v obvodě (i v okolí) rychlostí světla $\rightarrow$ náboje se v obvodě přeskupí (velmi krátký přechodový děj $\Delta t = \frac{l}{c}$, l - lineární rozměr obvodu, c - rychlost světla) $\rightarrow$ nastane ustálený stav, ve kterém:

1. **Rozložení nábojů v celém obvodu se dále nemění.**
2. **V okolí vodičů i v jejich vnitřku se vytváří elektrostatické pole.**
3. **Vlivem tohoto pole existuje ve vodičích ustálený proud $(\vec{i} = konst.)$. Potenciály anody a katody se změní**
   $\varphi_A \rightarrow \varphi_1$, $\varphi_K \rightarrow \varphi_2$

V homogenním vodiči dále platí:

1. **Pohyb volných nábojů ve vodiči je způsoben elektrostatickým polem buzeným náboji rozloženými na**

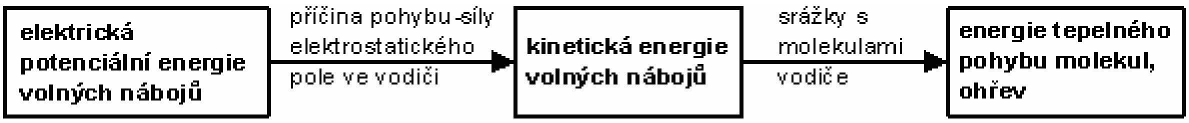
vodiči a částečně i na okolních tělesech. Je-li vodič přímočarý a má-li všude stejný průřez, je $\vec{E}_{uvnitř} = \overrightarrow{konst.} \Rightarrow j$ **lineárně klesá podél vodiče.**

2. **Vnitřek vodiče je nenabit**

I **má v každém průřezu vodiče stejnou hodnotu. (Jinak by se** Q **na některých místech vodiče hromadil, či by ho tam ubývalo. To odporuje experimentu.)**

Výkon elektrostatických sil v proudovodiči. Jouleovo teplo

V homogenním vodiči při vedení elektrického proudu dochází k těmto přeměnám:



Účinek srážek s molekulami na pohybující se náboj je stejný, jako kdyby na náboj působila síla odporu $\vec{F}_o$ úměrná $\vec{v}$ ($\vec{v}$ rychlost elektrického náboje). (analogie pohybu tělesa ve vazkém prostředí)

$$\vec{F}_e + \vec{F}_o = \vec{0}$$

Rychlost uspořádaného pohybu elektrických nábojů (který se předpokládá přes jejich neuspořádaný tepelný pohyb) - driftová rychlost $\vec{v} \approx 10^{-1}\,mm\,s^{-1}$.

Je-li ve vodiči proud, konají elektrostatické síly práci ΔA:

V čase Δt vstoupí v místě P_1 do vodiče částice o celkovém náboji $\Delta Q = I\Delta t$. Jejich potenciální energie je zde

$$\Delta W_{e_1} = j_1 \Delta Q$$

Současně vystupují v místě P_2 jiné částice o stejném náboji ΔQ. Jejich potenciální energie

$$\Delta W_{e_2} = j_2 \Delta Q$$

Elektrostatické síly při pohybu nabitých částic ve vodiči vykonaly práci

$$\boxed{\Delta A = \Delta W_{e_1} - \Delta W_{e_2} = \Delta Q (j_1 - j_2) = \Delta Q \cdot U},$$

neboť rozložení nábojů na vodiči V, potenciál jednotlivých míst V a tedy i celková potenciální energie jako celku se nezměnily (tj. práce elektrostatických sil se spotřebovala jen na pohyb částic).

Výkon elektrostatických sil v proudovodiči

$$\boxed{P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \left(j_1 - j_2\right)\frac{\Delta Q}{\Delta t} = U \cdot I \qquad \left[W = VA\right]}$$

Podle naší představy o proudu je to zároveň výkon, s jakým se v proudovodiči vyvíjí teplo.

Kvazistacionární proud

Je-li změna proudu (napětí) v obvodu zanedbatelná během časového intervalu $t = \frac{l}{c}$ (l - délka obvodu, c - rychlost světla), lze konstatovat, že v každém okamžiku má proud stejnou hodnotu ve všech průřezech vodiče. Tento proud nazýváme kvazistacionární. Pro jeho výkon platí opět

$$P(t) = U(t)I(t).$$

Práce elektrostatických sil při kvazistacionárním proudu během časového intervalu (t_1, t_2) je

$$A = \int_{t_1}^{t_2} P(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} U(t)I(t)dt.$$

Pozn.:Teplo při průchodu proudu vodičem se vyvíjí na účet těch sil, jejichž účinkem se náboje dostávají na místa vyšší potenciální energie.

Ohmův zákon

1. V lokálním tvaru

Působí-li na volné náboje ve vodiči V kromě síly odporu jen síla elektrická, pak pro velkou skupinu vodičů (ohmické vodiče) platí (experimentální fakt):

$$\boxed{\vec{i} = g\vec{E}}, \qquad \textbf{(18)}$$

(<u>Ohmův zákon v lokálním tvaru</u>)
kde g je konstanta závislá na chemickém složení V a jeho fyzikálním stavu (teplota, tlak, …).

g **- měrná vodivost (konduktance)** $\left[\frac{A}{m^2}\frac{m}{V} = \frac{A}{Vm}\right]$

$r = \frac{1}{g}$ **- měrný odpor (rezistivita)** $[\Omega m]$

V určitém teplotním intervalu lze vyjádřit jeho závislost na teplotě

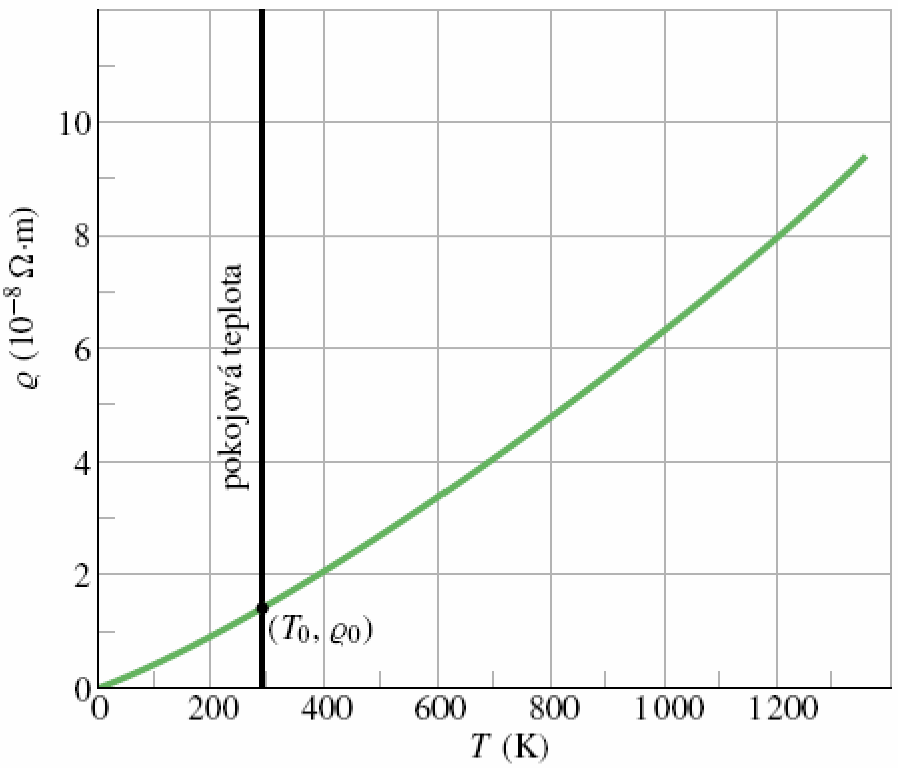
$$r(T) = r_0\left(1 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3 + \mathbf{K}\right),$$

kde $r_0 = r(T = 0°C)$

a_1 **- teplotní součinitel odporu** $[°C^{-1}]$.

V praxi zpravidla stačí

$$r(T) = r_0(1 + a_1 T)$$



Obr. 27.10 Rezistivita mědi v závislosti na teplotě. Tečka na křivce vyznačuje obvyklý referenční bod ($T_0 = 20\,°\mathrm{C}$, $\varrho_0 = 1{,}69\cdot10^{-8}\ \Omega\cdot\mathrm{m}$).

2. Ohmův zákon (v integrálním tvaru)

Experimentální výsledky $\longrightarrow$

$$\boxed{I = \frac{U}{R}}, \qquad \textbf{(19)}$$

kde I **- proud procházející vodičem**
U **- napětí mezi libovolnými dvěma místy ohmického vodiče, v němž se pohybují náboje pouze vlivem elektrostatických sil**
R **- elektrický odpor (odpor, rezistance) mezi těmito dvěma místy ohmického vodiče – konstanta**

$$R = \frac{U}{I} \qquad [\Omega] = [VA^{-1}]$$

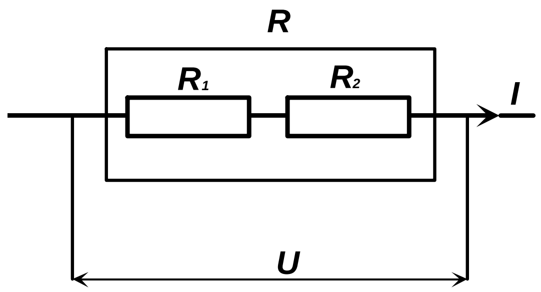
Pozn.: $G = \dfrac{1}{R}$ **- elektrická vodivost** $\left[\Omega^{-1}\right]$.

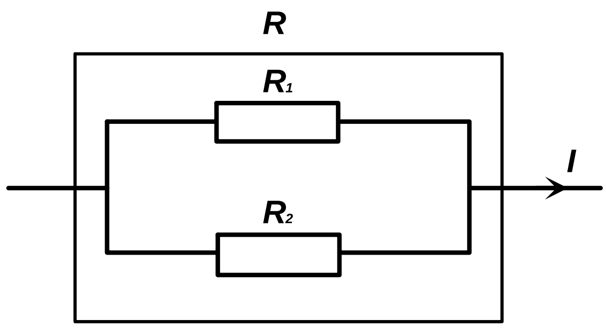
R **závisí pouze na chemickém složení V a jeho fyzikálním stavu**

$$R(T) = R_0(1 + a_1 T).$$

Soustavu různě propojených ohmických vodičů připojených ke zdroji nebo jiné síti lze nahradit jediným vodičem o odporu R**, aniž by se proudy, napětí a energetické poměry v síti změnily.**

Př.:





$U = RI$, $U_1 = R_1 I$, $U_2 = R_2 I$

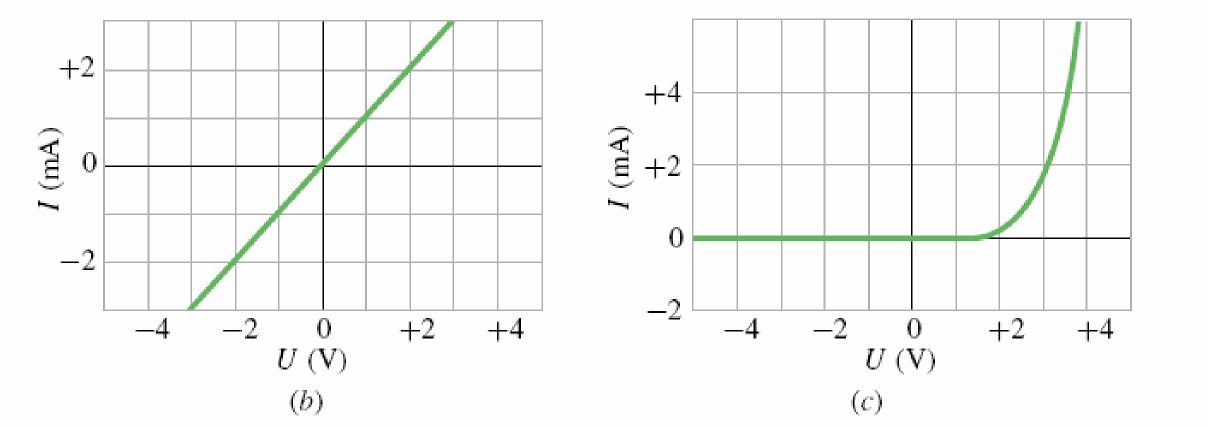
$U = U_1 + U_2$ (podle definice)

$RI = R_1 I + R_2 I$

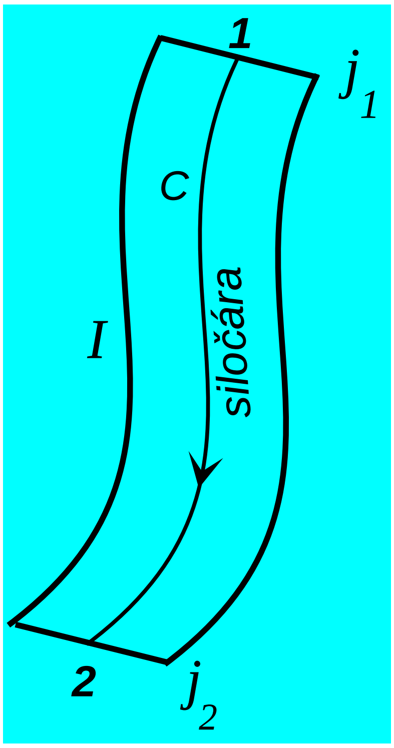
$R = R_1 + R_2$

Pozn.:

Řada vodičů nesplňuje Ohmův zákon – neohmické vodiče: elektronky, plynové výbojky, elektrický oblouk, polovodiče, ….



Vztahy (18) a (19)jsou ekvivalentní (jeden plyne z druhého)



Vodičem na obr. o průřezu S a měrném odporu r $(S = S(x), r = r(x))$ veďme křivku $C \equiv$ s elektrickou siločarou a orientovanou od bodu 1 ke 2.

Pak: $j_1 - j_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{r} = \int_1^2 r \vec{i}\, d\vec{r} = \int_1^2 r \frac{\vec{i} S}{S} d\vec{r} =$

$= \int_1^2 \frac{r}{S} \vec{I} d\vec{r} = I_s \int_1^2 \frac{r}{S} ds$

kde I_S je průmět $\vec{I}$ do C, který nezávisí na s (náboj se nehromadí ani neztrácí).

Tedy

$$U = RI_S,$$

(tento vztah se liší od (19) jen tím že může být $j_1 \gtrless j_2$, $I_s \gtrless 0$)

kde

$$R = \int_1^2 \frac{r}{S} ds,$$

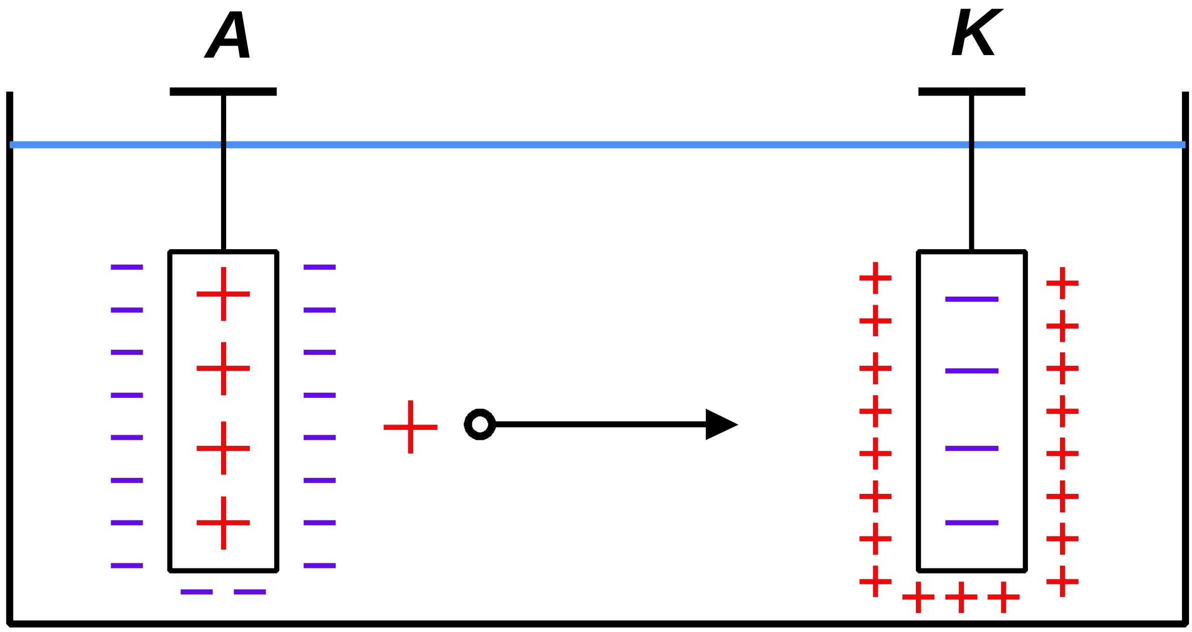
Pro homogenní vodič $R = r \frac{l}{S}$.

Obvody s elektromotorickým napětím

Zdroje napětí a proudu

Jsou to zařízení, která samovolně udržují dvě svá místa (svorky) na různých potenciálech.
Uvnitř těchto zdrojů se přesunují náboje z místa nižší elektrické potenciální energie na místa elektrické potenciální energie vyšší. Elektrická potenciální energie vzrůstá na úkor energie jiné (chemické, mechanické, tepelné, …).

Př.: Galvanický článek



Při ponoření A do elektrolytu vystupují z ní záporné nebo kladné částice z elektrolytu do ní $\rightarrow$ A se začne nabíjet kladně, její potenciál roste, elektrolyt v jejím okolí se nabíjí záporně, jeho potenciál klesá. Elektrická potenciální energie systému roste na úkor energie chemické.
Náboje rozdělené rozhraním A- *elektrolyt* vytvářejí kolem sebe pole, které zpomaluje další přístup nabitých částic mezi A a elektrolytem $\rightarrow$ dynamická rovnováha.
Analogický děj probíhá s K.
V rovnovážném stavu je $j_A \,\mathbf{f}\, j_K$.

Vytvoříme **model zdroje**: **Zdroj ≡ černá skříňka, kterou při rozpojených svorkách neprotéká proud, tj. na volnou částici s nábojem** Q **působící elektrostatická síla** $\vec{F}_e = Q\vec{E}$ **musí být kompenzována sílou jinou, neelektrickou, tzv. vtištěnou** $\vec{F}_j$.

$$\vec{F}_j = -\vec{F}_e$$

$\left|\vec{F}_j\right|$ **je dána chemickým složením a fyzikálním stavem zdroje a je stálá – nezávisí na tom, zda zdrojem protéká či neprotéká proud.**

Vodiče, v nichž působí vtištěné síly – nehomogenní vodiče.

Spojme svorky zdroje Z **vnějším vodičem** V**:**

Část nábojů ze svorek vnikne do $V \Rightarrow \vec{E}_{elstat}$ **uvnitř zdroje klesne (klesne i svorkové napětí)** $\Rightarrow \vec{F}_e$ **se zmenší** $\Rightarrow$ **poruší se rovnováha:** $\left|\vec{F}_e\right| < \left|\vec{F}_j\right| \Rightarrow$ **výsledná síla je nenulová a má směr** $\vec{F}_j$.

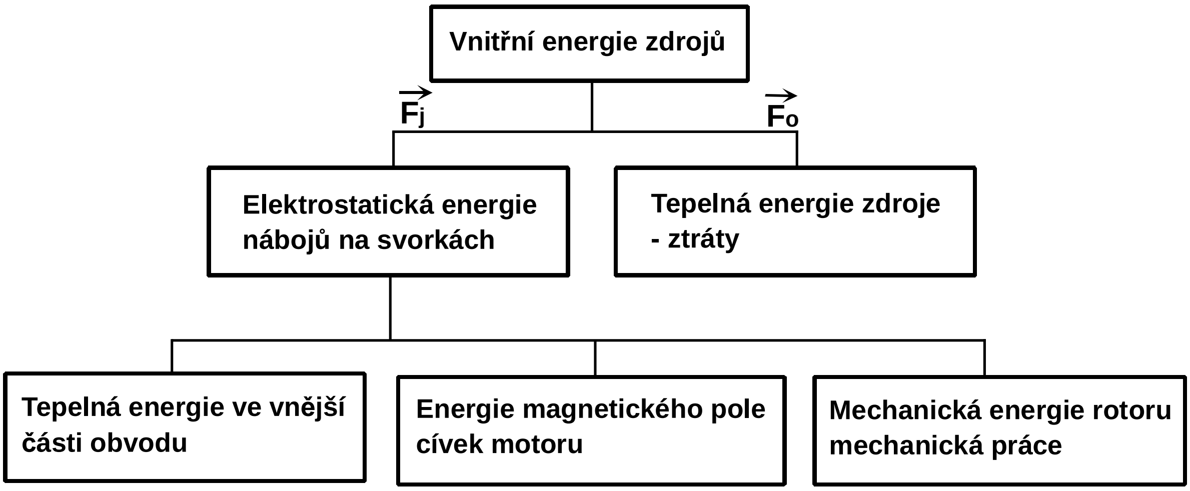
Volné částice se tedy začnou pohybovat proti směru působení elektrostatických sil (jejich potenciální elektrická energie roste). Proti jejich pohybu působí síly odporu. Děj se velmi rychle ustálí.

Síly $\vec{F}_j$ **konají kladnou práci na úkor vnitřní energie zdroje.**

Síly $\vec{F}_e$ **působí proti pohybu nábojů** $\Rightarrow$ **konají zápornou práci** $\Rightarrow$ **zvyšuje se potenciální energie nábojů.**

Síly $\vec{F}_o$ **konají zápornou práci** $\Rightarrow$ **zvyšuje se neuspořádaný tepelný pohyb molekul** $\Rightarrow$ **uvolňuje se Jouleovo teplo.**

Ve vodiči V **se potenciální elektrická energie nábojů mění v Jouleovo teplo, popř. v energii jinou (elektromotor – v energii magnetickou** $\rightarrow$ **mechanickou a mechanickou práci).**



Elektromotorické napětí

Definice:

$$\mathrm{E}_m = \frac{A_{F_{j,K\to A}}}{Q} \qquad [V] = \frac{J}{C}$$

kde A je práce konaná vtištěnými silami při průchodu náboje $Q > 0$ zdrojem z katody na anodu.

(Pozn.: Pro většinu zdrojů je $A \approx Q$, tj. $\dfrac{A}{Q}$ nezávisí na Q a je charakteristikou zdroje.)

Svorkové napětí nezatíženého (rozpojeného) zdroje = E_m

Dk.: $$\mathrm{E}_m = \frac{A}{Q} = \frac{\int_1^2 \vec{F}_j d\vec{r}}{Q} = \frac{-\int_1^2 \vec{F}_e d\vec{r}}{Q} = -\int_1^2 \vec{E}_e d\vec{r} = -(\varphi_K - \varphi_A) = U_0$$

1 – katoda, 2 – anoda, nezatížený zdroj $\vec{F}_j = -\vec{F}_e$

Elektromotorické napětí v orientovaném vodiči.

(např. nejsou označeny svorky a my si musíme vodič orientovat)

Nevíme-li, kterým směrem působí $\vec{F}_j$, orientujeme vodič libovolně, např. od P_1 k P_2. $A_{1\to2}$- práce $\vec{F}_j$ při přesunutí $Q \succ 0$ z P_1 do P_2 vnitřkem vodiče.

<u>Elektromotorické napětí v orientovaném vodiči</u> je definováno vztahem

$$\mathrm{E}_s = \frac{A_{Fj1\to2}}{Q}$$

Je $\mathrm{E}_m = |\mathrm{E}_s|$, $\mathrm{E}_m \geq 0$, $\mathrm{E}_s \underset{\leq}{\overset{\geq}{}} 0$.

Výkon zdroje elektromotorického napětí (ZEN)

1) **<u>ZEN prochází proud I v přirozeném směru, tj. směru působení vtištěných sil na kladné náboje</u>:**

   Jeho vnitřní energie se mění v elektrickou s jistým výkonem P. V čase $(t, t+\Delta t)$ vstoupí do katody ZEN z vnějšího obvodu náboj $\Delta Q = I \cdot \Delta t$ a současně vystoupí ΔQ z anody do obvodu. Všechny částice vytvářející proud ve zdroji se posunou za Δt nepatrně (analogie – kapalina v potrubí). Práce ΔA, kterou síly $\vec{F}_j$ působící na všechny volné náboje uvnitř zdroje vykonají v časovém intervalu $(t, t+\Delta t)$ je rovna práci, kterou by tyto síly vykonaly v případě, kdy by prošly celým zdrojem jen ty částice, které vstoupily do katody a ostatní náboje v ZEN by zůstaly na místě

$$\boxed{\Delta A = \mathrm{E}_m \Delta Q = \mathrm{E}_m I \cdot \Delta t \Rightarrow P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \mathrm{E}_m I \qquad [W] = [VA]}$$

Kvazistacionární proud:

$$A = \int_{t_1}^{t_2} P(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} \mathrm{E}_m I(t)dt.$$

2) **ZEN prochází I opačně než v případě 1) (nabíjení zdroje, dynamo pracující jako motor)**

Potom analogicky výkon, se kterým se ve zdroji mění jemu dodávaná elektrická energie v energii vnitřní, je

$$|P'| = |-\mathrm{E}_m I|$$

Ohmův zákon pro vodič se ZEN

Nechť na volnou částici s nábojem Q působí ve vodiči (kromě $\vec{F}_e$ a $\vec{F}_o$) se ZEN vtištěná síla $\vec{F}_j$.

Platí $\left|\vec{F}_j\right| \propto Q$

Zaveďme $\vec{E}_j = \dfrac{\vec{F}_j}{Q}$ **- intenzita vtištěných sil (ekvivalentní intenzita)**

Je to veličina analogická intenzitě elektrostatického pole

$$\vec{E}_e = \frac{\vec{F}_e}{Q}$$

Působení vtištěných sil $\vec{F}_j$ nahrazujeme při úvahách ekvivalentním elektrickým polem o intenzitě $\vec{E}_j$.

Tedy na volné náboje ve vodiči se ZEN působí taková síla, jako od elektrického pole o intenzitě

$$\vec{E} = \vec{E}_e + \vec{E}_j$$

potom vodičem prochází proud o hustotě $\vec{i}$.

Ohmův zákon pro nehomogenní vodič v lokálním tvaru

$$\boxed{r\vec{i} = \vec{E}_e + \vec{E}_j}$$

Nyní najdeme integrální tvar Ohmova zákona pro nehomogenní vodič.
Veďme v nehomogenním vodiči orientovanou křivku C od P_1 k P_2.
Pak

$$\int_C r\vec{i}\,d\vec{r} = \int_C \left(\vec{E}_e + \vec{E}_j\right)d\vec{r} = \int_C \vec{E}_e d\vec{r} + \int_C \frac{\vec{F}_j}{Q}d\vec{r} = j_1 - j_2 + \frac{A_j}{Q}$$

kde $\dfrac{A_j}{Q} = \mathrm{E}_s$ **(viz definice) – elektromotorické napětí ve směru $\vec{s}$ (podél křivky).**

Dříve jsme dokázali, že $\int_C r\vec{i}\,d\vec{r} = I_S \int_C \frac{r\,ds}{S} = I_S R.$

Tedy

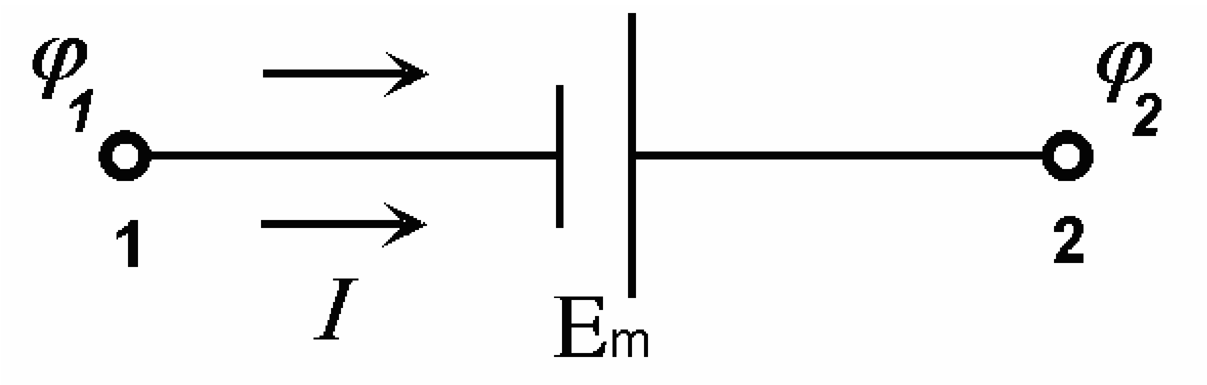
Ohmův zákon pro nehomogenní vodič.

$$\boxed{j_1 - j_2 + \mathrm{E}_s = RI_s},$$

kde I_s je průmět $\vec{I}$ do $\vec{s}$.

Může být $I_s \overset{\geq}{\underset{\leq}{}} 0$, $\mathrm{E}_s \overset{\geq}{\underset{\leq}{}} 0$, neboť nemusí být $\vec{s} \uparrow\uparrow \vec{F}_j$, jednak může být $\vec{I} \uparrow\downarrow \vec{s}$.

Častý případ – obvod s jediným ZEN orientovaným uvnitř od K k A a proudem ve stejném směru.



obr.1

$$\boxed{j_1 - j_2 + \mathrm{E}_m = RI} \quad (20)$$

Pozn.: Zahrnuje jako speciální případ pro $\mathrm{E}_m = 0$ Ohmův zákon pro část obvodu bez zdroje.

Svorkové napětí

Jsou-li body 1 a 2 na svorkách, je $|j_1 - j_2|$ tzv. svorkové napětí U.
Pro obr.1 $(j_1 \;\mathbf{p}\; j_2)$:

$U = \mathrm{E}_m - RI$ **- svorkové napětí zatíženého zdroje**

$\boxed{U < \mathrm{E}_m}$

Je-li ve zdroji proud opačného směru (nabíjení) je $\mathrm{E}_m = \mathrm{E}_s > 0$**, ale** $I_s = -I < 0$**, tj.**

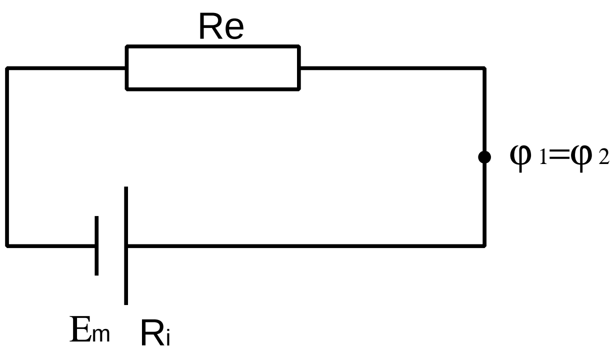
$U = \mathrm{E}_m + RI$ **- svorkové napětí nabíjeného zdroje.**

$\boxed{U > \mathrm{E}_m}$ **Akumulátor musí být při nabíjení připojen ke zdroji o vyšším svorkovém napětí, než je jeho elektromotorické napětí. Elektrické síly působící na náboj ve zdroji jsou větší než** $\vec{F}_j \Rightarrow$ **náboje se pohybují ve směru** $\vec{F}_e$**, tj.** $\vec{F}_j$ **konají zápornou práci, baterie energii přijímá.**

R **v předchozích vztazích se nazývá vnitřní odpor zdroje a značí se** R_i**.**

Je-li $R_i \ll 1$ **je** $U \cong \mathrm{E}_m$

Ohmův zákon pro obvod



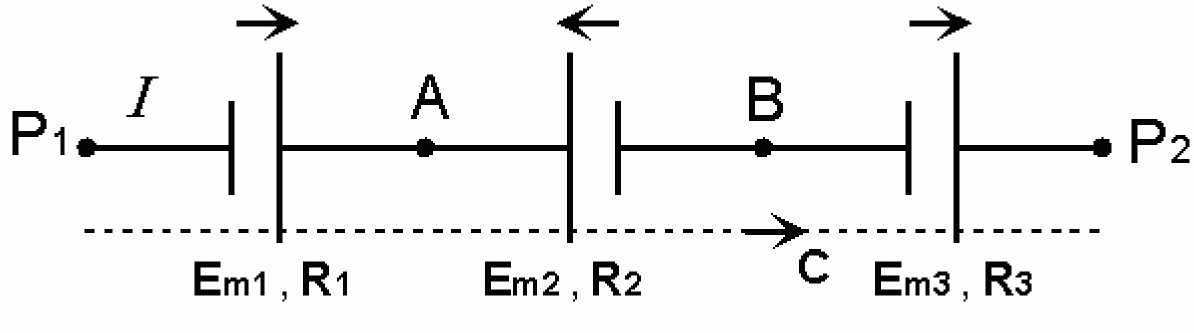
Uzavřený obvod = obvod otevřený, pro který $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$**, z (20)**

$\Rightarrow \quad \mathrm{E}_m = RI$

Ohmův zákon pro uzavřený nerozvětvený obvod.

$$\boxed{\mathrm{E}_m = (R_i + R_e)I}$$

Sériové řazení zdrojů (neuzavřený nerozvětvený obvod)



$$\int_C r\,\vec{i}\,d\vec{r} = \int_{P_1}^{A} r\,\vec{i}\,d\vec{r} + \int_{A}^{B} r\,\vec{i}\,d\vec{r} + \int_{B}^{P_2} r\,\vec{i}\,d\vec{r} = R_1 I_s + R_2 I_s + R_3 I_s =$$
$$= (R_1 + R_2 + R_3) I_s$$

Dále $$\int_C \frac{\vec{F}_j}{Q}\,d\vec{r} = \int_{P_1}^{A} \frac{\vec{F}_j}{Q}\,d\vec{r} + \int_{A}^{B} \frac{\vec{F}_j}{Q}\,d\vec{r} + \int_{B}^{P_2} \frac{\vec{F}_j}{Q}\,d\vec{r} = E_{s1} + E_{s2} + E_{s3}$$

pro zakreslený případ

$$E_{s1} = E_{m1}\,, \quad E_{s2} = -E_{m2}\,, \quad E_{s3} = E_{m3}\,.$$

Z (20) integrací podél C **je**

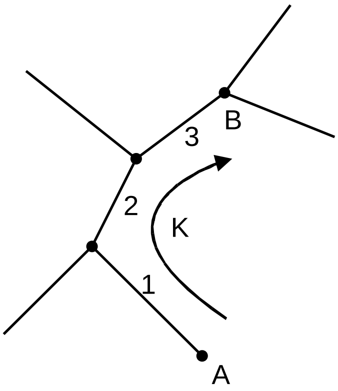
$$j_1 - j_2 + E_{m1} - E_{m2} + E_{m3} = (R_1 + R_2 + R_3) I_s$$

Obecně $$j_1 - j_2 + \sum_{k=1}^{n} E_{sk} = I_s \sum_{k=1}^{m} R_k \qquad \textbf{(21)}$$

Uzavřený nerozvětvený obvod s několika zdroji

$$j_1 = j_2 \xrightarrow{(21)} \sum_{k=1}^{n} E_{sk} = I_s \sum_{k=1}^{m} R_k \qquad \textbf{(22)}$$

Rozvětvený obvod



Analogicky (integrací rov. $r\vec{i} = \vec{E}_e + \vec{E}_j$ po orientované křivce K) dostaneme

$$j_A - j_B + \sum_{k=1}^{n} \mathrm{E}_{sk} = \sum_{k=1}^{m} R_k I_{sk}$$

(dosud nejobecnější vztah)

II. Kirchhoffova rovnice

Je to rovnice (22) pro uzavřený obvod, tj. pro $j_1 = j_2$.

$$\sum_{k=1}^{n} \mathrm{E}_{sk} = \sum_{k=1}^{m} R_k I_{sk}$$

I. Kirchhoffova rovnice

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0$$

Algebraický součet proudů v uzlu = 0 (zákon zachování náboje v síti s ustálenými proudy)