

LA MATEMÁTICA EN EL CONTEXTO DE LAS CIENCIAS Y LOS MODELOS MATEMÁTICOS

PATRICIA CAMARENA GALLARDO
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL, MÉXICO
E-mail: patypoli@prodigy.net.mx

RESUMEN

La matemática en el contexto de las ciencias es una propuesta educativa que reflexiona acerca de la vinculación que debe existir entre la matemática y las ciencias que la requieren; aborda la fase curricular, la didáctica, la cognitiva y la epistemológica. En este documento se presenta la fase didáctica y su relación con los modelos matemáticos, así como la caracterización y clasificación de estos modelos en la ingeniería. De hecho, se resume la investigación que llevó a la clasificación y caracterización de los modelos matemáticos y se muestran ejemplos que ilustran esta clasificación.

PALABRAS CLAVE: *Contexto, modelos, matemáticas, educación, ciencias.*

INTRODUCCIÓN

La matemática es una materia con un alto índice de reprobación, problema que no es privativo de ninguna institución en particular ni del país, éste es un problema a nivel mundial. Un aspecto que se detecta, es el poco interés que tienen los estudiantes por esta rama de las ciencias, ya que no ven de manera inmediata su aplicación, ni el objeto de tener que cursarla; en buena medida, un elemento que afecta, es la desvinculación que existe entre los cursos de matemáticas y las demás asignaturas de la carrera en donde se imparten estos cursos [1].

LA MATEMÁTICA EN EL CONTEXTO DE LAS CIENCIAS

La matemática en el contexto de las ciencias se fundamenta en el siguiente paradigma educativo [1]: Con los cursos de matemáticas el estudiante poseerá los elementos y herramientas que utilizará en las materias específicas de su carrera, es decir, las asignaturas del área de matemáticas no son una meta por sí mismas sino una herramienta de apoyo a la carrera en estudio, sin dejar a un lado el hecho de que la matemática debe ser *formativa* para el alumno.

La matemática en el contexto de las ciencias es una propuesta educativa que reflexiona acerca de la vinculación que debe existir entre la matemática y las ciencias que la requieren; aborda la fase curricular, la didáctica, la cognitiva y la epistemológica.

La fase didáctica de la matemática en el contexto de las ciencias es una estrategia con un paradigma educativo que modifica al tradicional, ahora se trata de presentar a los estudiantes conocimientos integrados. Con esta concepción, se incluyen problemas propios de otras áreas del conocimiento, los cuales para su resolución utilizan las siguientes etapas [5]: 1. Planteamiento del problema. 2. Determinación de las variables y de las constantes del problema. 3. Determinación del modelo matemático. 4. Incorporación de los temas matemáticos al ritmo que requiere el contexto. 5. Solución matemática del problema. 5. Determinación de la solución requerida por el problema. 6. Interpretación de la solución en términos del problema.

Según las etapas mencionadas, el modelaje o modelo matemático, es una de las etapas de la matemática en contexto. Mas no es cualquiera de las etapas, se puede decir que es una etapa central, en el sentido de que sin ésta, no se logra la matemática en contexto.

Las diferencias entre el modelaje o modelos matemáticos y la matemática en contexto estriba en el hecho de que los modelos matemáticos se desarrollan de cualquier problema, atañe o no a la realidad, mas la matemática en contexto se refiere a problemas reales del área de estudio del alumno. La matemática en contexto toma el problema lo resuelve e interpreta la solución, el modelaje se refiere a encontrar la representación matemática del problema, es decir a modelar el problema.

Dada la importancia de los modelos matemáticos en la matemática en contexto, a continuación se presenta una caracterización y clasificación de los modelos matemáticos en la ingeniería [6].

LOS MODELOS MATEMÁTICOS EN LA INGENIERÍA: Caracterización y clasificación

La investigación que aquí se reporta culminó con una caracterización y clasificación de los modelos matemáticos de la ingeniería. La clasificación se lleva a cabo en dos direcciones y se ilustra con ejemplos de la ingeniería electrónica y sus ramas afines.

El objetivo de la clasificación es el de tener conocimientos más amplios acerca de los modelos para saber cómo incorporarlos en el currículo de los cursos de matemáticas en las escuelas de ingeniería [6].

Si bien los programas de estudio, de matemáticas en carreras de ingeniería, no siempre contemplan todos los temas que son necesarios para los demás cursos de la propia ingeniería [1], también es cierto que existen elementos que quedan en *tierra de nadie* y que sin embargo, se supone que el ingeniero en ejercicio de su labor debe conocer y manejar con habilidad [1], entre estos

elementos se localizan los modelos matemáticos [6]. Por un lado no existe ninguna asignatura de la ingeniería que los trabaje y por otro, resulta que los profesores de matemáticas sienten que este punto compete a los profesores de los cursos propios de la ingeniería, mientras que estos últimos presuponen que los maestros de matemáticas son quienes deben enseñar al estudiantes a modelar fenómenos de la ingeniería a través del modelaje de diversos problemas que éste debe plantearle a los alumnos durante la enseñanza de las matemáticas [3, 7].

El tema de los modelos se puede considerar que es un tema que está presente en el llamado *currículo oculto*, pero no se trata de un elemento con el cual nada pasa si no está presente en los cursos del futuro ingeniero; éste es un elemento que es clave para el desarrollo del ingeniero en ejercicio de su profesión [3, 6], por lo que no puede ser descuidado.

Este elemento actualmente se encuentra en el currículo oculto, por lo que debe ser explícito en los programas de estudio de carreras de ingeniería, en particular cuando el estudiante tenga los conocimientos necesario, de la ingeniería y de la matemática, como para poder elaborar modelos matemáticos, los cuales le ayudarán a integrar el conocimiento [4, 6].

Más aún, la matematización de los fenómenos y problemas que se presentan en el campo laboral del futuro ingeniero es un punto de conflicto para el ingeniero [3, 4], ya que éste recibió sus cursos de matemáticas por un lado y los de la ingeniería por otro lado, de forma tal que en el momento de hacer uso de las dos áreas del conocimiento sus estructuras cognitivas están desvinculadas y él debe integrarlas para poder matematizar el problema que tiene enfrente [3, 4, 6].

LA METODOLOGÍA DE TRABAJO

Dado que se desea caracterizar y clasificar los modelos matemáticos que se emplean en la ingeniería, en particular este trabajo se aboca a la ingeniería electrónica y sus ramas afines, la metodología que se empleará será la del análisis de textos de ingeniería [1], así como el análisis de algunos proyectos investigación de la ingeniería en donde se han elaborado modelos matemáticos, los cuales corresponden a la ingeniería aplicada. Como es sabido, el análisis de textos constituye una metodología para la detección de ciertos elementos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias [1]. Depende de lo que se persigue para mirar de la forma indicada a esos textos. Así, para el caso de los modelos matemáticos en ingeniería, lo que principalmente se busca es:

1. Problemas que se plantean para ser abordados por el autor.
2. La manera como representan matemáticamente los problemas que se han planteado.
3. Los conceptos de temas de la ingeniería que se describen matemáticamente.

LA MUESTRA

CIENCIAS BÁSICAS	CIENCIAS BÁSICAS DE LA INGENIERÍA	CIENCIAS DE ESPECIALIZACIÓN DE LA INGENIERÍA
Física (2-4)*	Circuitos eléctricos (1-5)	Electrónica
Química (0-2)	Teoría electromagnética (1-3)	Comunicaciones
	Computación (1-4)	Control
	Electrónica básica (1-5)	Acústica
	Comunicaciones básicas (0-3)	Robótica
		Telefonía
		Computación

CUADRO 1. ETAPAS COGNITIVAS DE LA INGENIERÍA

* La notación (a-b) representa el número de asignaturas que posee cada materia descrita.

Para el análisis de textos se tomó en cuenta la clasificación que establece ANUIES sobre las asignaturas de carreras de ingeniería. Esta clasificación define 5 bloques de materias: las ciencias básicas, las ciencias básicas de la ingeniería, las ciencias de especialidad de la ingeniería, las ciencias sociales y humanísticas y las ciencias económicas y administrativas.

Es claro que para la presente investigación los tres primeros bloques son los que interesan. Dentro de las ciencias básicas se encuentran la física y la química como base de las ciencias básicas de la ingeniería, mientras que la matemática es una herramienta de apoyo a éstas, sin olvidar el carácter formativo que esta última ofrece al futuro ingeniero [1, 3, 4]. De manera semejante, las ciencias básicas de la ingeniería son el fundamento [5] de las áreas de especialización de la ingeniería.

Por lo anterior, es que se analizaron los textos correspondientes a las materias de física y química. Prosiguiendo con el análisis de los textos de las materias de las ciencias básicas y de especialización de las carreras de ingeniería electrónica y sus ramas afines.

Caracterización de los modelos matemáticos

Para el caso de la ingeniería electrónica y ramas afines en el cuadro No. 1 se muestran las materias típicas de cada etapa cognitiva de la ingeniería [6].

Al igual que cualquier objeto en donde la clasificación de éste no tiene por que ser única, se han detectado, a través del análisis que marca la metodología, que para los modelos matemáticos de la ingeniería existen al menos dos clasificaciones. La primera se estructura de acuerdo al uso que le otorga la

ingeniería al modelo dado, mientras que la segunda clasificación se lleva a cabo en función de las etapas de conocimiento por las que tiene que transitar el futuro ingeniero.

Para entender mejor las clasificaciones dadas primero se caracterizará a los modelos matemáticos.

Para iniciar, se tiene que la matemática en ingeniería es un lenguaje, ya que casi todo lo que se dice en la ingeniería se puede representar a través de simbología matemática [3].

Es más, el que se represente a través de la terminología matemática y se haga uso de la matemática en la ingeniería, le ayuda a la ingeniería a tener carácter de ciencia por un lado y por el otro, le facilita su comunicación con la comunidad científica de ingenieros [6].

Dentro del conocimiento de la ingeniería, se tienen problemas de la ingeniería, así mismo, se tienen objetos de la ingeniería que para su mejor manejo o referencia se les representa matemáticamente y también se tienen situaciones que se pueden describir a través de la simbología matemática. Estos casos permitirán caracterizar a los modelos matemáticos.

A continuación se muestran ejemplos de cada caso.

a) PROBLEMAS

Se quiere conocer el fenómeno de carga de un condensador (capacitor), cuya capacitancia es C , el cual está conectado en serie con un resistor de resistencia R , a las terminales de una batería que suministra una tensión constante V , este planteamiento se puede representar a través de la ecuación diferencial lineal siguiente [2]:

$$R \frac{d}{dt} q(t) + \frac{1}{C} q(t) = V$$

Es de mencionar que bajo el término problema se están incluyendo los fenómenos que se presentan en la ingeniería, como la carga de un condensador, la caída libre de un cuerpo, el movimiento de un péndulo, etc.

b) OBJETOS

Considérese una señal eléctrica del tipo alterno sinusoidal, la señal es el objeto de la ingeniería el cual se representa a través de la función [6]: $f(t) = A \sin(t + \infty)$

c) SITUACIONES

El condensador de carga $q=q(t)$ está totalmente descargado al inicio del problema. Esta situación se puede representar matemáticamente, tomando en cuenta que al inicio del problema $t=0$ y que la carga es una función del tiempo, como [2]: $q(0)=0$.

De los tres casos mencionados los que caracterizan a los modelos que se trabajan en esta investigación, son los objetos y los problemas, así la definición es: *Un modelo matemático es aquella relación matemática que describe objetos o problemas de la ingeniería.*

Clasificación de los modelos matemáticos

Cuando los modelos matemáticos describen objetos de la ingeniería, éstos dan origen a modelos de tipo dinámico o estático. Los modelos dinámicos son relaciones matemáticas que constantemente, por las necesidades de la ingeniería, requieren de modificaciones matemáticas, ya sea que se efectúen operaciones matemáticas con éstas (como el caso de una señal eléctrica que se modela matemáticamente a través de una función real de una variable real, y si se le altera su amplitud de onda y su frecuencia la función quedará modificada por la multiplicación de ésta por una constante y la composición de la misma con una función constante [6]), o que se les utilice para establecer nuevos modelos matemáticos. Los modelos estáticos son relaciones matemáticas que describen a un objeto de la ingeniería como si fuera un "apodo", es decir, matemáticamente no se hace nada más (como el caso de la función impulso en ingeniería electrónica [6]).

Como se puede observar de esta clasificación, en modelos estáticos y dinámicos, ésta está en función del uso que

se le da en la ingeniería, por lo que es obvio que un modelo dado podrá ser dinámico en alguna especialidad de la ingeniería, mientras que en otra podrá ser estático. Como se puede ver de este punto, es importante conocer la ingeniería en donde el docente labora para determinar los elementos de la clasificación, al igual que la enseñanza de la matemática en carreras de ingeniería a través de la matemática en contexto.

Cuando los modelos matemáticos describen problemas de la ingeniería, éstos se pueden clasificar en modelos de primera generación, los cuales se obtienen de datos

experimentales de la ingeniería, como por ejemplo determinar la ley de Ohm; también se incluyen en este tipo de modelos los fenómenos de la ingeniería como la carga de un condensador, la caída libre de un cuerpo, el movimiento de un péndulo, etc. En general son relaciones matemáticas que dan origen a leyes o teoremas de la física, la cual es el cimiento de la ingeniería electrónica y sus ramas afines, ya que para el caso de estas ingenierías se pueden considerar que son física aplicada. Véase en el cuadro No. 1 el número de incidencias de la materia de física con respecto a la de química.

ÁREAS COGNITIVAS DE LA INGENIERÍA	TIPOS DE MODELOS
Ciencias básicas	Modelos de primera generación
Ciencias básicas de la ingeniería	Modelos de segunda generación
Ciencias de especialización	Modelos de tercera generación
Ingeniería aplicada	Modelos de cuarta generación

CUADRO 2. CORRELACIÓN ENTRE ÁREAS COGNITIVAS Y TIPOS DE MODELOS

Si se hace uso de estos modelos de primera generación para construir nuevas relaciones, a éstas se les denomina modelos de segunda generación, como por ejemplo cuando construimos la ecuación diferencial que modela un circuito eléctrico [6] en el que interviene una resistencia, o sea, que aparece la relación que establece la ley de Ohm, que es de primera generación. Estos elementos se estudian en las asignaturas de circuitos

eléctricos que forma parte de las materias básicas de la ingeniería.

Si a partir de estas ecuaciones construimos nuevos modelos, como por ejemplo sistemas de ecuaciones que modelan una red de circuitos eléctricos, entonces tenemos los llamados modelos de tercera generación. Estos sistemas son utilizados en la teoría de control, materia que pertenece al grupo de materias de especialización de la ingeniería.

CARACTERIZACIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS					
Modelaje de objetos de la ingeniería		Modelaje de problemas de la ingeniería			
La clasificación está en función del uso que le da la ingeniería		La clasificación está en función de las áreas cognitivas de la ingeniería			
Modelos estáticos	Modelos dinámicos	Modelos de primera generación	Modelos de segunda generación	Modelos de tercera generación	Modelos de cuarta generación

CUADRO 3. CLASIFICACIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS SEGÚN SU CARACTERIZACIÓN

Cuando el ingeniero está en ejercicio de su labor profesional, requiere de modelos que describen problemas complejos, los cuales puede trabajar de forma más eficiente a través de la paquetería de software existente denominada de simulación, a esto modelos se les denomina de cuarta generación. Es decir, los modelos de cuarta generación son aquellos modelos que requieren de varios de tercera generación o que por su complejidad no es suficiente la combinación de modelos de tercera generación, en algunas ocasiones tienen la posibilidad de ser simulados a través de la computadora, con lo cual se construye una familia de modelos matemáticos sobre el mismo elemento.

De lo anterior se observa la correlación existente entre la clasificación de estos modelos y las áreas cognitivas de la ingeniería, como se muestra en el cuadro No. 2.

Resumiendo, se tiene que los modelos se clasifican en función del uso que se les da en la ingeniería, así como de acuerdo a las áreas cognitivas de la ingeniería, al mismo tiempo que los primeros modelan objetos de la ingeniería mientras que los segundos modelan problemas de la ingeniería, incluyéndose los fenómenos de la misma. Véase el cuadro No. 3.

CONCLUSIONES

La matemática en el contexto de las ciencias ofrece al estudiante conocimientos integrados y le ayuda a integrar los que ya posee, le favorece la transferencia de conocimientos a otras disciplinas, impulsa el logro aprendizajes significativos en el alumno, lo motiva, hace que le encuentre sentido a los cursos de matemáticas que recibe, entiende por qué se le imparten, y cómo y dónde los aplicará. Ve a las matemáticas sin aplicaciones artificiales, con la notación que usará durante su carrera y vida profesional, modelando problemas que son propios de su carrera.

Los modelos matemáticos son la parte fundamental de la matemática en el contexto

de las ciencias, la caracterización y clasificación anterior proporciona una fuente de conocimientos para fortalecer la didáctica de la matemática en contexto.

BIBLIOGRAFÍA

1. Camarena G. Patricia, (1984). *El currículo de las matemáticas en ingeniería*. Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el IPN, México.
2. Camarena G. Patricia, (1987). *Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos eléctricos*. Tesis de Maestría en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN, México.
3. Camarena G. P. (1990). *Especialidad en docencia de la ingeniería matemática en electrónica*. Edit. ESIME-IPN.
4. Camarena G. Patricia, (1995). *La enseñanza de las matemáticas en el contexto de la ingeniería*. XXVIII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana, México.
5. Camarena G. Patricia, (1999). *Hacia la integración del conocimiento: Matemáticas e ingeniería*. Memorias del 2° Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, México.
6. Camarena G. P. (2000). Reporte de investigación titulado: *Los modelos matemáticos como etapa de la matemática en el contexto de la ingeniería*. ESIME-IPN, México.
7. Mochón Simón, (1997). *Modelos matemáticos para todos los niveles*. Actas de la undécima Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Grupo Editorial Iberoamérica, México