

# Índice de contenidos

---

<b>Resumen</b>	<b>1</b>
<b>Resum</b>	<b>3</b>
<b>Abstract</b>	<b>5</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>7</b>
1.1. El Controlador Predictivo Basado en Modelos (CPBM). Perspectiva Histórica	7
1.1.1. La metodología del control predictivo . . . . .	7
1.1.1.1. Predictor . . . . .	11
1.1.1.2. Función de coste . . . . .	13
1.1.1.3. Optimizador . . . . .	16
1.1.2. Evolución del CPBM . . . . .	16
1.2. Motivación, objetivos y estructura de la tesis . . . . .	21
1.2.1. Motivación . . . . .	21
1.2.2. Objetivos . . . . .	27

1.2.3. Estructura . . . . .	28
<b>2. Revisión del diseño del GPC MIMO E/S</b>	<b>31</b>
2.1. Introducción . . . . .	31
2.2. Definición del controlador . . . . .	32
2.3. Presencia de restricciones . . . . .	37
2.3.1. Planteamiento del problema de minimización . . . . .	37
2.3.2. Clasificación de las restricciones . . . . .	38
2.4. Conclusiones del capítulo . . . . .	40
<b>3. Diseño del controlador GPC MIMO en espacio de estados</b>	<b>43</b>
3.1. Introducción . . . . .	44
3.2. Modelo CARIMA en espacio de estados propuesto . . . . .	45
3.2.1. Definición del modelo . . . . .	45
3.2.2. Equivalencia entre modelos CARIMA . . . . .	46
3.3. Predicción de las salidas . . . . .	53
3.3.1. Obtención del modelo de predicción . . . . .	53
3.3.2. Comparativa de los modelos de predicción . . . . .	55
3.4. Índice de coste cuadrático para el GPC MIMO en espacio de estados . . . . .	56
3.5. Ley de control del GPC MIMO sin restricciones . . . . .	58
3.6. Estimación de los estados . . . . .	61
3.6.1. Definición del observador . . . . .	61
3.6.2. Diseño del observador por asignación de polos . . . . .	61
3.6.3. Equivalencia entre el observador y los polinomios de filtrado . . . . .	65
3.7. Representación en espacio de estados del bucle cerrado . . . . .	69
3.8. Presencia de restricciones . . . . .	71

3.8.1. Planteamiento del problema de minimización . . . . .	71
3.8.2. Restricciones duras . . . . .	71
3.8.3. Restricciones blandas . . . . .	76
3.9. Comparación entre el GPC MIMO E/S y el GPC MIMO en espacio de estados	77
3.9.1. Comparativa de la memoria que requieren . . . . .	77
3.9.2. Estimación comparativa del tiempo de cálculo de la acción de control	81
3.10. Aplicación: reactor agitado . . . . .	90
3.10.1. Caso 1 . . . . .	91
3.10.2. Caso 2 . . . . .	93
3.11. Aplicación: péndulo invertido . . . . .	95
3.12. Conclusiones del capítulo . . . . .	100
<b>4. Propiedades del controlador GPC en espacio de estados</b>	<b>103</b>
4.1. Introducción . . . . .	104
4.2. Análisis del modelo CARIMA . . . . .	105
4.2.1. Observabilidad del modelo CARIMA . . . . .	105
4.2.2. Controlabilidad del modelo CARIMA . . . . .	105
4.2.3. El Modelo CARIMA es una realización mínima . . . . .	106
4.3. Estudio de la existencia y unicidad de la ley de control . . . . .	106
4.3.1. Caso sin restricciones . . . . .	107
4.3.1.1. Casos en los que $N^T \bar{Q}N + \bar{R}$ es definida positiva . . . . .	107
4.3.1.2. Caso de existencia de infinitas soluciones . . . . .	108
4.3.2. Caso con restricciones . . . . .	109
4.3.2.1. Caso de infinitas soluciones . . . . .	110
4.4. Efecto de robustez del observador . . . . .	115
4.5. Análisis del bucle cerrado para el caso sin restricciones . . . . .	121

4.6. Conclusiones del capítulo . . . . .	125
<b>5. Análisis y diseño de GPC estable</b>	<b>127</b>
5.1. Introducción . . . . .	127
5.2. Análisis de estabilidad nominal sin restricciones . . . . .	128
5.2.1. Valor óptimo del índice de coste . . . . .	128
5.2.2. Análisis de estabilidad . . . . .	131
5.2.2.1. Casos en los que $J_k^*$ no es función de Lyapunov . . . . .	134
5.3. Diseño estable del GPC sin restricciones . . . . .	139
5.3.1. Garantía de estabilidad . . . . .	140
5.3.2. Método iterativo de elección de $N_u$ y $N_2$ para diseño estable . . . . .	143
5.4. Análisis de estabilidad con restricciones . . . . .	146
5.4.1. Introducción . . . . .	146
5.4.2. Resolubilidad . . . . .	146
5.4.2.1. Aplicación de la Teoría de Conjuntos Invariantes al GPC	148
5.4.2.2. Caso de estimación de los estados mediante observador .	159
5.5. Diseño estable de GPC con restricciones . . . . .	168
5.5.1. Garantía de estabilidad . . . . .	168
5.5.2. Método iterativo de elección de $N_2$ y $N_u$ para diseño estable . . . . .	169
5.6. Conclusiones del capítulo . . . . .	172
<b>6. Diseño robusto del GPC</b>	<b>173</b>
6.1. Introducción . . . . .	174
6.2. Diseño robusto: caso nominal . . . . .	175
6.3. Diseño robusto: caso general . . . . .	184
6.3.1. Conceptos básicos del control robusto $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .	186

6.3.1.1. Incertidumbre estructurada. $\mu$ análisis. . . . .	191
6.3.2. Diseño basado en LMIs . . . . .	193
6.3.2.1. Ideas previas . . . . .	193
6.3.2.2. Conceptos y definiciones . . . . .	194
6.3.2.3. Condiciones de estabilidad robusta . . . . .	196
6.3.2.4. Condiciones de satisfacción de especificaciones basadas en normas . . . . .	205
6.3.2.5. Condiciones de asignación de los polos en bucle cerrado .	217
6.3.2.6. Inclusión de restricciones . . . . .	223
6.3.2.7. Condiciones para el caso de sistemas con parámetros variables con el tiempo . . . . .	232
6.4. Conclusiones del capítulo . . . . .	234
<b>7. Control de sistemas no lineales</b>	<b>237</b>
7.1. Introducción . . . . .	238
7.2. Sistemas LPV . . . . .	238
7.2.1. Inclusión de un sistema no lineal dentro un sistema LPV . . . . .	239
7.2.1.1. Caso particular: sistemas no lineales identificados en diferentes puntos de funcionamiento . . . . .	241
7.3. Diseño del controlador-observador GPC para sistemas LPV . . . . .	246
7.3.1. Aplicación a una unión flexible . . . . .	248
7.4. Controladores LPV robustos . . . . .	252
7.4.1. Controlador-observador GPC-LPV . . . . .	253
7.5. Diseño del controlador-observador GPC-LPV . . . . .	256
7.5.1. Caso de sistemas LPV obtenidos por identificación . . . . .	262
7.6. Aplicación: vaporizador de gases . . . . .	264
7.7. Aplicación: motor diesel sobrealimentado . . . . .	271

7.7.1. Introducción . . . . .	271
7.7.2. Modelo del motor . . . . .	272
7.7.3. Diseño del controlador GPC-LPV . . . . .	273
7.8. Conclusiones del capítulo . . . . .	280
<b>8. Conclusiones de la Tesis y trabajos futuros</b>	<b>285</b>
8.1. Conclusiones . . . . .	285
8.2. Trabajos futuros . . . . .	288
<b>A. Demostraciones</b>	<b>291</b>
A.1. Demostraciones correspondientes al capítulo 3 . . . . .	291
A.2. Demostraciones correspondientes al capítulo 4 . . . . .	297
A.3. Demostraciones correspondientes al capítulo 5 . . . . .	317
<b>B. Análisis del rango de la matriz <math>N</math></b>	<b>335</b>
<b>C. Cálculo de puntos de equilibrio</b>	<b>339</b>
C.1. Introducción . . . . .	339
C.2. Ecuaciones para el controlador GPC asociadas a las nuevas variables . . . . .	342
<b>D. Teoría de conjuntos invariantes</b>	<b>345</b>
D.1. Introducción . . . . .	345
D.2. Conjuntos admisibles con respecto a la entrada y a la salida . . . . .	346
D.3. Conjuntos robustos de un paso y conjuntos robustos alcanzados . . . . .	346

D.4. Conjuntos positivamente invariantes robustos . . . . .	347
D.5. Conjuntos invariantes robustos bajo control . . . . .	348
D.6. Conjuntos robustamente controlables . . . . .	349
D.7. Conjuntos robustamente estabilizables . . . . .	350
D.8. Conjuntos robustamente admisibles y el cálculo del mayor conjunto invariante robusto bajo control . . . . .	352
<b>E. Análisis en frecuencia de matrices de transferencia discretas</b>	<b>355</b>
E.1. Valores singulares . . . . .	355
E.2. Respuesta en frecuencia de sistemas discretos . . . . .	356
E.3. Normas inducidas . . . . .	357
E.3.1. Algunas normas inducidas importantes de sistemas . . . . .	357
E.3.2. Demostraciones . . . . .	358
<b>F. Resultados sobre LMIs</b>	<b>361</b>
F.1. Demostraciones generales . . . . .	361
F.2. Condiciones de estabilidad robusta . . . . .	364
F.2.1. Incertidumbre afín en el bucle cerrado . . . . .	364
F.2.2. Incertidumbre afín en el bucle cerrado con función de Lyapunov paramétrica afín . . . . .	366
F.2.3. Incertidumbre afín en el bucle cerrado y función de Lyapunov con dependencia cuadrática . . . . .	367
F.2.4. Incertidumbre LFR en el bucle cerrado . . . . .	368
F.3. Condiciones de satisfacción de normas . . . . .	372
F.3.1. Norma $\infty$ . . . . .	372
F.3.1.1. Cálculo de la norma $\infty$ . . . . .	372

*Índice de contenidos*

---

<b>G. Resultados sobre modelos LPV identificados</b>	<b>375</b>
G.1. Existencia y cálculo del estado del proceso en equilibrio . . . . .	375
G.2. Existencia del estado del controlador en equilibrio . . . . .	379

<b>Bibliografía</b>	<b>383</b>
---------------------	------------