ΟΙΚ 362 ΔΟΜΗ ΚΑΙ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ

7η Σειρά Ασκήσεων

(Επιλογή Ποιότητας και Κάθετη Διαφοροποίηση Προϊόντος)

1. Υποθέτουμε ότι η αγορά ενός προϊόντος είναι μονοπωλιακή και η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης που αντιμετωπίζει η μονοπωλιακή επιχείρηση είναι:

$p(q,z) = 8 - \frac{q}{z}$ (όπου ***q*** είναι η παραγόμενη ποσότητα και ***z*** είναι η ποιότητα του προϊόντος)

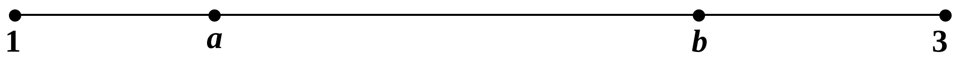
Η συνάρτηση κόστους της επιχείρησης είναι:

(α) $c(q,z) = 4q + z^2$, **(β)** $c(q,z) = 2qz$

Για καθεμιά από τις περιπτώσεις **(α)** και **(β)** ξεχωριστά, να απαντήσετε στα ερωτήματα **(i)** έως **(iv)** που ακολουθούν.

(i) Να υπολογίσετε την παραγόμενη ποσότητα (q^M) και την ποιότητα (z^M) του προϊόντος που επιλέγει η επιχείρηση στη μονοπωλιακή ισορροπία. Στη συνέχεια, να υπολογίσετε την τιμή (p^M) και τα κέρδη (π^M) της επιχείρησης στη μονοπωλιακή ισορροπία.
(ii) Να υπολογίσετε το πλεόνασμα του καταναλωτή (CS^M), το πλεόνασμα του παραγωγού (PS^M) και το συνολικό πλεόνασμα (TS^M) στη μονοπωλιακή ισορροπία.
(iii) Να υπολογίσετε την άριστη κατά Pareto ποσότητα (q^P) και ποιότητα (z^P) του προϊόντος. Στη συνέχεια, να υπολογίσετε το άριστο κατά Pareto επίπεδο συνολικού πλεονάσματος (TS^P).
(iv) Η παραγόμενη ποσότητα προϊόντος στη μονοπωλιακή ισορροπία είναι μικρότερη ή μεγαλύτερη από την άριστη κατά Pareto ποσότητα προϊόντος; Η ποιότητα του προϊόντος στη μονοπωλιακή ισορροπία είναι μικρότερη ή μεγαλύτερη από την άριστη κατά Pareto ποιότητα του προϊόντος; Πόση είναι η μη αντισταθμιζόμενη απώλεια που οφείλεται στο μονοπώλιο;

2. Υποθέτουμε ότι η ποιότητα ενός αγαθού μπορεί να πάρει τιμές στο διάστημα [1, 3].



Έστω ότι υπάρχουν δύο επιχειρήσεις 1,2 που πουλάνε το συγκεκριμένο αγαθό και οι συναρτήσεις κόστους των επιχειρήσεων είναι:

$$c_1(q_1) = 2q_1$$
$$c_2(q_2) = 2q_2$$
(όπου q_i είναι η ποσότητα προϊόντος που παράγει η επιχείρηση $i=1,2$)

Κάθε επιχείρηση $i=1,2$ πουλάει το προϊόν της σε τιμή p_i.

Η ποιότητα του προϊόντος που παράγει η επιχείρηση 1 είναι a και η ποιότητα του προϊόντος που παράγει η επιχείρηση 2 είναι b, όπου $1 \le a \le b \le 3$.

Υπάρχει ένα συνεχές καταναλωτών οι οποίοι είναι ομοιόμορφα κατανεμημένοι στο διάστημα [1,3].

Κάθε καταναλωτής αγοράζει μία μονάδα του αγαθού από μία εκ των επιχειρήσεων 1,2 (υποθέτοντας ότι ολόκληρη η αγορά εξυπηρετείται).

Κάθε καταναλωτής αποκομίζει πλεόνασμα $s>0$ από την αγορά μιας μονάδας του αγαθού.

Οι προτιμήσεις κάθε καταναλωτή $x \in [1,3]$ παριστάνονται από τη συνάρτηση χρησιμότητας:

$u_x^1 = s + ax - p_1$, αν ο καταναλωτής αγοράζει το αγαθό από την επιχείρηση 1

$u_x^2 = s + bx - p_2$, αν ο καταναλωτής αγοράζει το αγαθό από την επιχείρηση 2

Το παίγνιο μεταξύ των επιχειρήσεων 1,2 έχει την εξής χρονική διάρθρωση:

- Στάδιο 1. Οι επιχειρήσεις 1,2 επιλέγουν ταυτόχρονα τα επίπεδα ποιότητας a,b.
- Στάδιο 2. Οι επιχειρήσεις 1,2 επιλέγουν ταυτόχρονα τις τιμές p_1,p_2 στις οποίες πουλάνε το προϊόν τους.

(α) Να εξάγετε τη συνθήκη που πρέπει να ικανοποιείται για τις τιμές p_1,p_2 ώστε καμία επιχείρηση να μην αποτελεί μονοπώλιο στην αγορά.

(β) Να εξάγετε τις συναρτήσεις ζήτησης $q_1(p_1, p_2, a, b), q_2(p_1, p_2, a, b)$ που αντιμετωπίζουν οι επιχειρήσεις 1,2 για το προϊόν τους.

(γ) Να υπολογίσετε την ισορροπία κατά *Nash* ως προς τις τιμές (p_1^N, p_2^N) στο δεύτερο στάδιο του παιγνίου ως συνάρτηση των ***a,b***. Στη συνέχεια, να υπολογίσετε τις παραγόμενες ποσότητες (q_1^N, q_2^N) και τα κέρδη (π_1^N, π_2^N) των επιχειρήσεων ως συνάρτηση των ***a,b***. Η συνθήκη (που διατυπώσατε στο ερώτημα α) ότι καμία επιχείρηση δεν αποτελεί μονοπώλιο επαληθεύεται ή όχι στην ισορροπία του δεύτερου σταδίου;

Προχωρήστε τώρα (προς τα πίσω) στο πρώτο στάδιο του παιγνίου, όπου οι επιχειρήσεις 1,2 επιλέγουν τα επίπεδα ποιότητας a,b.

(δ) Να δείξετε ότι τα κέρδη $\pi_1^N(a,b)$ της επιχείρησης 1 αυξάνονται καθώς μειώνεται η τιμή του ***a*** (δηλαδή καθώς μειώνεται η ποιότητα του προϊόντος της επιχείρησης 1) και τα κέρδη $\pi_2^N(a,b)$ της επιχείρησης 2 αυξάνονται καθώς αυξάνεται η τιμή του ***b*** (δηλαδή καθώς αυξάνεται η ποιότητα του προϊόντος της επιχείρησης 2). Κατά συνέπεια, να δείξετε ότι οι επιχειρήσεις επιλέγουν τον μέγιστο βαθμό κάθετης διαφοροποίησης του προϊόντος σε ισορροπία – δηλαδή επιλέγουν: ***a*=0, b*=1***.

(ε) Να υπολογίσετε τις παραγόμενες ποσότητες (q_1^*, q_2^*) και τα κέρδη (π_1^*, π_2^*) των επιχειρήσεων στην ισορροπία.

(στ) Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα μεριδίου αγοράς (ή αποτέλεσμα ζήτησης) και το στρατηγικό αποτέλεσμα για τις επιχειρήσεις 1,2 κατά την επιλογή των επιπέδων ποιότητας και να εξηγήσετε τον μέγιστο βαθμό κάθετης διαφοροποίησης του προϊόντος που βρήκατε παραπάνω δείχνοντας ότι:

(i) Το αποτέλεσμα ζήτησης και το στρατηγικό αποτέλεσμα λειτουργούν προς την αντίθετη κατεύθυνση για την επιχείρηση 1 αλλά το στρατηγικό αποτέλεσμα είναι ισχυρότερο από το αποτέλεσμα ζήτησης, οπότε η επιχείρηση 1 επιλέγει *a=0* στην ισορροπία.

(ii) Το αποτέλεσμα ζήτησης και το στρατηγικό αποτέλεσμα λειτουργούν προς την ίδια κατεύθυνση για την επιχείρηση 2 , οπότε η επιχείρηση 2 επιλέγει *b=1* στην ισορροπία.

Λύσεις 7ης Σειράς Ασκήσεων

1.

(α)

(i)

$$(q^M, z^M, p^M, \pi^M) = \left(4, 2, 6, 4\right)$$

(ii)

$$CS^M = \int_0^{q^M} p(q, z^M)dq - p^M q^M = \int_0^4 (8 - \frac{q}{2})dq - 24 = 4$$

$$PS^M = \pi^M = 4$$

$$TS^M = 8$$

(iii)

$$(q^P, z^P) = \left(16, 4\right)$$

$$TS^P = 16$$

(iv)

$$q^M = 4 < q^P = 16$$

$$z^M = 2 < z^P = 4$$

$$DW = TS^P - TS^M = 8$$

(β)

(i)

$$(q^M, z^M, p^M, \pi^M) = \left(32/9\ ,\ 4/3\ ,\ 16/3\ ,\ 256/27\right)$$

(ii)

$$CS^M = \int_0^{q^M} p(q, z^M)dq - p^M q^M = \int_0^{32/9} (8 - \frac{q}{4/3})dq - \frac{512}{27} = \frac{128}{27}$$

$$PS^M = \pi^M = \frac{256}{27}$$

$$TS^M = \frac{128}{9}$$

(iii)

$$(q^P, z^P) = \left(\frac{64}{9}, \frac{4}{3}\right)$$

$$TS^P = 512/27$$

(iv)

$$q^M = \frac{32}{9} < q^P = \frac{64}{9}$$

$$z^M = \frac{4}{3} = z^P$$

$$DW = TS^P - TS^M = \frac{128}{27}$$

2. **(α)**

$$b-a \le p_2 - p_1 \le 3(b-a)$$

(β)

$$q_1(p_1, p_2, a, b) = \frac{p_2 - p_1}{b-a} - 1$$

$$q_2(p_1, p_2, a, b) = 3 - \frac{p_2 - p_1}{b-a}$$

(γ)

$$(p_1^N, p_2^N) = \left(\frac{6+b-a}{3}, \frac{6+5(b-a)}{3}\right)$$

$$(q_1^N, q_2^N) = \left(\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$$

$$(\pi_1^N, \pi_2^N) = \left(\frac{b-a}{9}, \frac{25(b-a)}{9}\right)$$

Πρέπει: $b-a \le p_2^N - p_1^N \le 3(b-a) \Leftrightarrow b-a \le \dfrac{4(b-a)}{3} \le 3(b-a)$ ισχύει.

(δ)

$\dfrac{\partial \pi_1^N}{\partial a} = -\dfrac{1}{9} < 0$, οπότε η επιχείρηση 1 επιλέγει ***a*=0***.

$\dfrac{\partial \pi_2^N}{\partial b} = \dfrac{25}{9} > 0$, οπότε η επιχείρηση 2 επιλέγει ***b*=1***.

(ε)

$$(a^*, b^*) = (0,1)$$

$$(p_1^*, p_2^*) = (7/3,\ 11/3)$$

$$(q_1^*, q_2^*) = (1/3,\ 5/3)$$

$$(\pi_1^*, \pi_2^*) = (1/9,\ 25/9)$$

(στ)

Επιχείρηση 1

$\dfrac{\partial \pi_1}{\partial a} / _{p_1^N, p_2^N} = \dfrac{4}{9} > 0$ (θετικό αποτέλεσμα ζήτησης)

$\dfrac{\partial \pi_1}{\partial p_2} \cdot \dfrac{\partial p_2^N}{\partial a} / _{p_1^N, p_2^N} = -\dfrac{5}{9} < 0$ (αρνητικό στρατηγικό αποτέλεσμα)

$$\Rightarrow \frac{d\pi_1}{da} = \frac{\partial \pi_1}{\partial a} / _{p_1^N, p_2^N} + \frac{\partial \pi_1}{\partial p_2} \cdot \frac{\partial p_2^N}{\partial a} / _{p_1^N, p_2^N} = -\frac{1}{9} < 0$$

Επιχείρηση 2

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial b} / _{p_1^N,\, p_2^N} = \frac{20}{9} > 0$$ (θετικό αποτέλεσμα ζήτησης)

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_1} \cdot \frac{\partial p_1^N}{\partial b} / _{p_1^N,\, p_2^N} = \frac{5}{9} > 0$$ (θετικό στρατηγικό αποτέλεσμα)

$$\Rightarrow \frac{d\pi_2}{db} = \frac{\partial \pi_2}{\partial b} / _{p_1^N,\, p_2^N} + \frac{\partial \pi_2}{\partial p_1} \cdot \frac{\partial p_1^N}{\partial b} / _{p_1^N,\, p_2^N} = \frac{25}{9} > 0$$