ACTA LOGISTICA MORAVICA

PERIODICKÝ INTERNETOVÝ ČASOPIS V OBORU LOGISTIKY
ROČNÍK 1, ČÍSLO 2, 2011, ISSN 1804 - 8315

Vysoká škola logistiky o.p.s.

O B S A H

SYSTÉM PRO KONTEJNEROVÝ TERMINÁL
(případová studie)
System fot container terminal (case study)

Doc. Mgr. Roman Jašek, PhD.,
Vysoká škola logistiky o.p.s, roman.jasek@vslg.cz

Abstrakt

Příspěvek formou případové studie představuje jednoduchou internetovou aplikaci pro správu kontejnerového terminálu, zejména architekturu aplikace založené na jazyku PHP a MySQL databázi. Zabývá se rovněž správou celé aplikace a administrací ukládaných dat. Současně se zaměřuje i na vhodnost použití internetu jako nástroje pro jednoduché aplikace bez potřeby vysokého výpočetního výkonu.

Abstract

Contribution in the form of case studies is a simple web application for managing container terminal, especially architecture applications based on PHP and MySQL database. It also deals with management of the entire application and administration of stored data. At the same time focuses on the appropriateness of using the Internet as a tool for simple applications without the need for high performance computing.

Klíčová slova

Internet, PHP, MySQL, webová aplikace

Key words

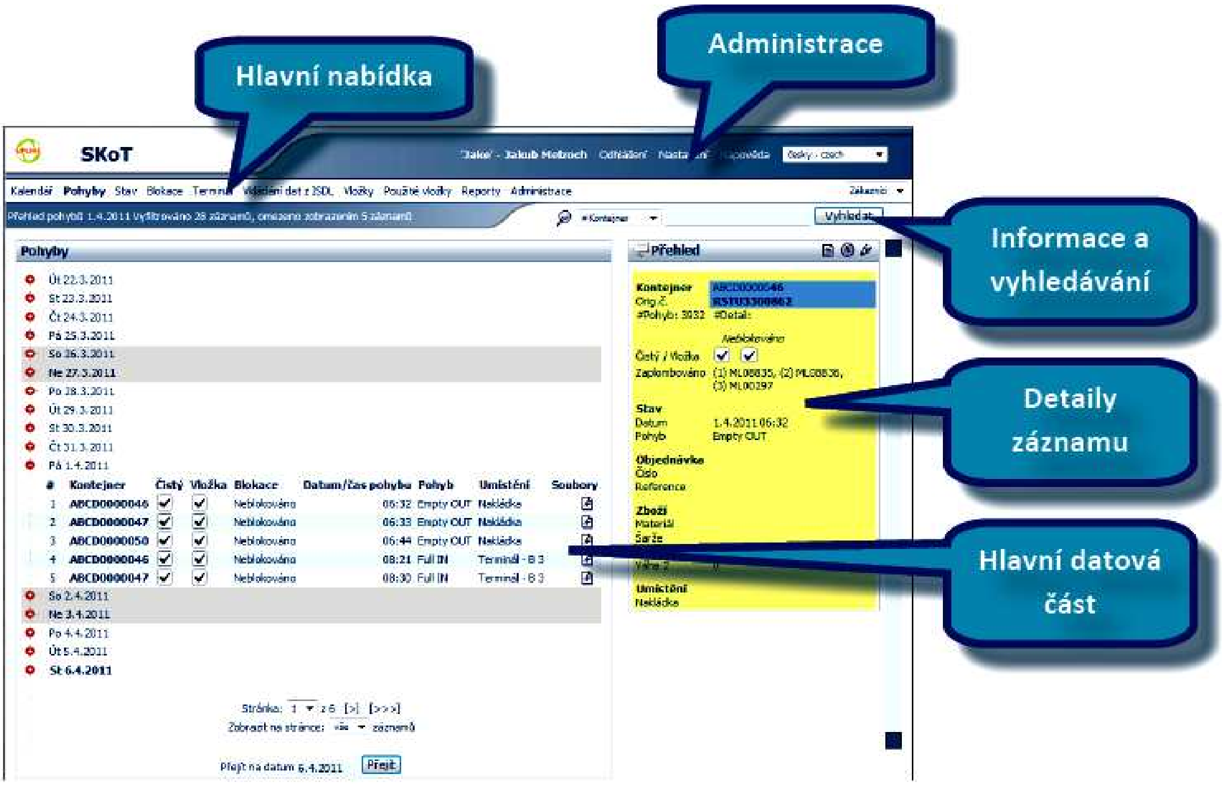
Internet,PHP, MySQL, web application

1. SKoT – SYSTÉM PRO KONTEJNEROVÝ TERMINÁL

Název aplikace „SKoT“ je zkratkou **S**ystému pro **Ko**ntejnerový **T**erminál. Jedná se o aplikaci vytvořenou na klíč pro specifickou operaci v rámci portfolia služeb společnosti LOGISTIK s. r. o., která se zabývá zejména mezinárodní i vnitrostátní kamionovou silniční a kombinovanou dopravou, skladováním a dalšími službami v rámci logistických procesů. Zákazník hledal způsob, jak zjednodušit skladování prodávaného materiálu. Dřívější postup byl takový, že pokud nebylo možné zboží uchovat přímo v silu, jedna šarže se po výrobě napytlovala zhruba po půl tuně a uskladnila na desítkách palet ve skladu, který měl omezenou kapacitu. Odběratel si posléze přistavil cisternu, pytle se rozřezaly a přesypaly. Tento postup byl jednak časově náročný, ale i kapacitně a finančně (pytle nebylo možné s ohledem na možnou kontaminaci jinou šarží znovu použít). Firma nabídla možnost přesypání zboží donámořního kontejneru vybaveného speciální vložkou a uskladnění na svém terminále v blízkosti továrny zákazníka. Zboží se pak poměrně rychle může přesypat do cisteren odběratele nebo odvézt přímo na místo určení. Vložky je navíc možné za určitých podmínek využít i více než jedenkrát. Veškeré operace jsou pak evidovány právě v aplikaci SKoT, která byla pro tento účel vytvořena.

Aplikace má i díky použití technologie internetové stránky jednoduché a intuitivní ovládání, uživatelsky přívětivé prostředí a další atributy moderních internetových stránek. Prováděné kroky se analyzují a v případě nelogických[1] zadání systém tyto příkazy v méně závažných případech opticky označí jako nesprávné nebo v kritických místech nedovolí uživateli vůbec zadat. SKoT je napojen na systém zákazníka, pro kterého je uvedená operace dedikovaná. Toto spojení je kvůli bezpečnostní politice zákazníka pouze jednostranné, jsou tedy přenášena data pouze ve směru od zákazníka do aplikace SKoT. Zákazník má ale vytvořen omezený přístup do SKoTu pro zpětné sledování a reportování.

SKoT nabízí několik úrovní zabezpečeného uživatelského přístupu, což umožňuje různým skupinám přístup do různých částí aplikace. Určené skupiny nebo jednotlivci tak buď do dané části nemají přístup povolen vůbec, nebo si mohou vybrané sekce pouze zobrazit, případně mají možnost v určitém úseku údaje zadávat či měnit. Dispečeři tak mohou aktivně pracovat s daty, ovšem nemohou administrovat např. databáze, zatímco management má k datové části přístup pouze ve formě reportů.
Zobrazovací (uživatelská) část aplikace je rozdělena na několik částí (obr.1). V záhlaví stránky je kromě názvu aplikace a jména přihlášené osoby ještě možnost odhlášení se ze systému, přístup do nastavení aplikace, zobrazení souboru s nápovědou a možnost přepínání mezi vybranými jazykovými mutacemi. Pod záhlavím je umístěna hlavní nabídka s jednotlivými sekcemi aplikace[2] a pod ní vybrané informace k aktuálně zobrazené sekci (např. poslední aktualizace dat, informace o nastavených filtrech atd.).



Obr.1 Rozložení informací na obrazovce

[1] Časová posloupnost jednotlivých operací (užívá se termín „pohyb“) a typ pohybu na sebe musí logicky navazovat, tedy např. po odjezdu námořního kontejneru na nakládku může následovat pouze příjezd toho samého plného nebo i prázdného kontejneru. Současně se analyzují i minimální časové rozestupy jednotlivých pohybů.

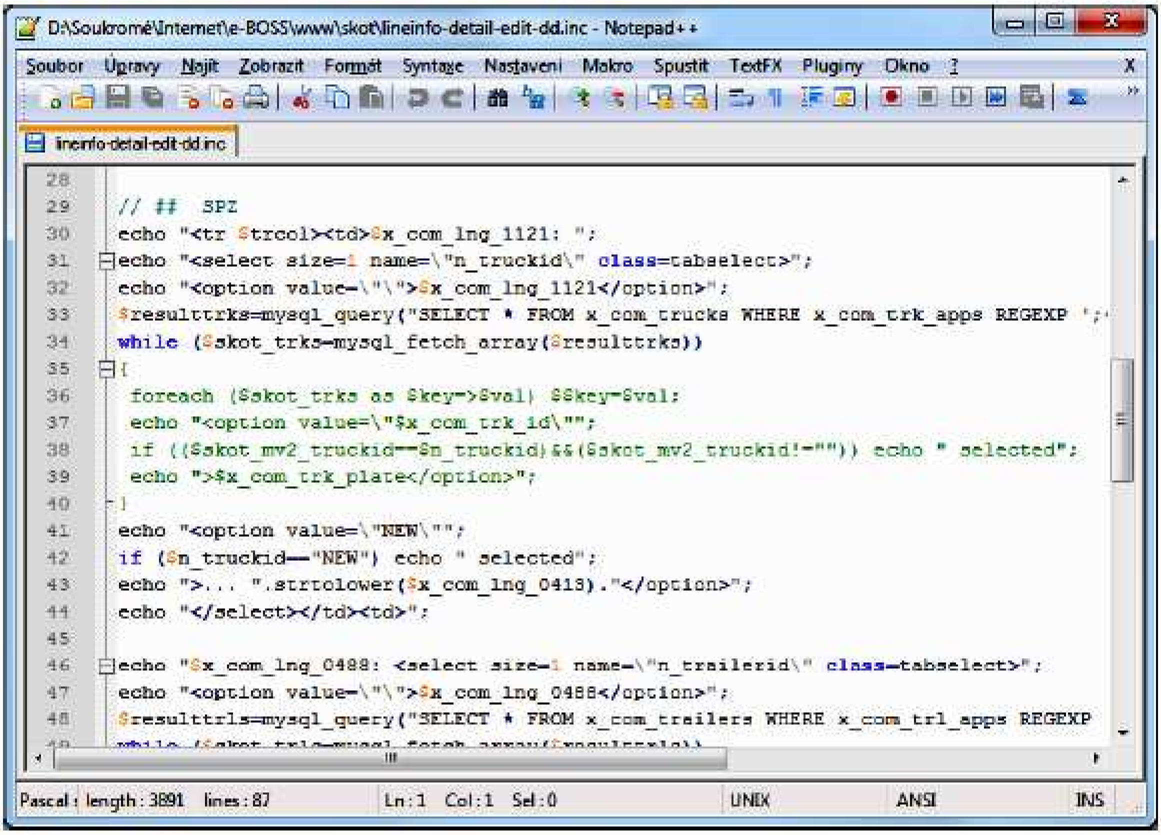
[2] „Kalendář“ pro evidenci objednávek vizuální formou, „Pohyby“ pro sledování pohybů ve vybraném dni, „Stav“ zobrazující aktuální stav všech kontejnerů dedikovaných pro zákazníka, „Blokace“ pro správu blokovaných kontejnerů, „Terminál“ pro přehled obsazenosti jednotlivých bloků na překladišti, „Vkládání dat z ISDL“ pro manuální zadávání vstupních informací ze systému zákazníka, „Vložky“ pro jednoduchou evidenci nepoužitých vložek, „Použité vložky“ pro evidenci použitých vložek, „Reporty“ pro přístup ke všem reportům, které lze ze systému vygenerovat a „Administrace“ pro správu některých dat přímo z aplikace bez nutnosti zásahu administrátora systému.

Na pravé straně je možnost vyhledávání vybraných parametrů, například podle čísla kontejneru, názvu materiálu, šarže, plomby, čísla objednávka atd. a to jak celého řetězce, tak i jeho jakékoli části. Největší místo má k dispozici datová část, kde se zobrazují především hromadné informace, jako jsou např. denní přehled pohybů, aktuální přehled stavu všech kontejnerů, přehled operací (nákupy, použití) s vložkami, stav terminálu apod. U vybraných sekcí se pravém pruhu zobrazují detailní informace k vybranému záznamu, například detaily o kontejneru, podrobné informace o vybrané manipulaci, historie zvoleného kontejneru, čísla kontejnerů v určitých lokacích a další detaily.

2. ARCHITEKTURA A STRUKTURA APLIKACE

Architektura aplikace SKoT je stejně jako v mnoha případech internetových aplikací založena na HTML[3] příkazech, které jsou generovány za pomocí skriptů napsaných v jazyce PHP[4]. „PHP je rozšířený víceúčelový skriptovací jazyk, který je obzvláště vhodný pro vývoj webových aplikací a může být vložen do HTML kódu.“

PHP skripty (obr.2) je možné psát tak jako HTML kód v jakémkoli jednoduchém textovém editoru, jehož výstupem je soubor v běžném textovém formátu nejčastěji s koncovkou .php nebo .inc[5]. Tyto soubory je následně nutné umístit na server, na kterém běží web server např. Apache.



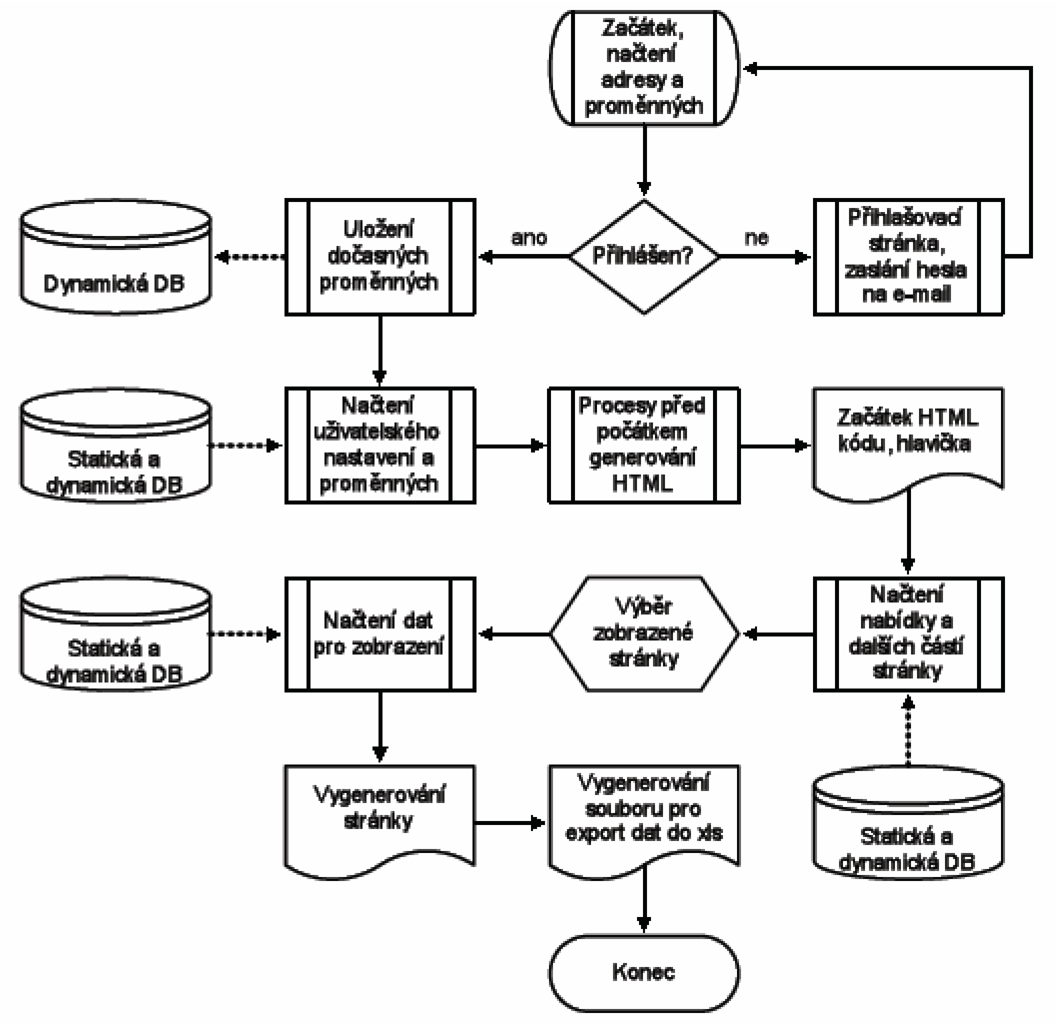
Obr.2 Ukázka části PHP skriptu

[3] HTML – zkratka Hypertext Markup Language, pomocí jazyka HTML a jeho značek se tvoří internetové stránky

[4] PHP – rekurzivní zkratka Hypertext Preprocessor, původně Personal Home Page, skriptovací jazyk pro generování webového obsahu

[5] .inc je pouze koncovka souboru zvolená pro lepší přehlednost napsaných skriptů. Jedná se o stejný PHP soubor jako je .php, ovšem .inc soubor se načítá do hlavního .php souboru příkazem include (vložit)

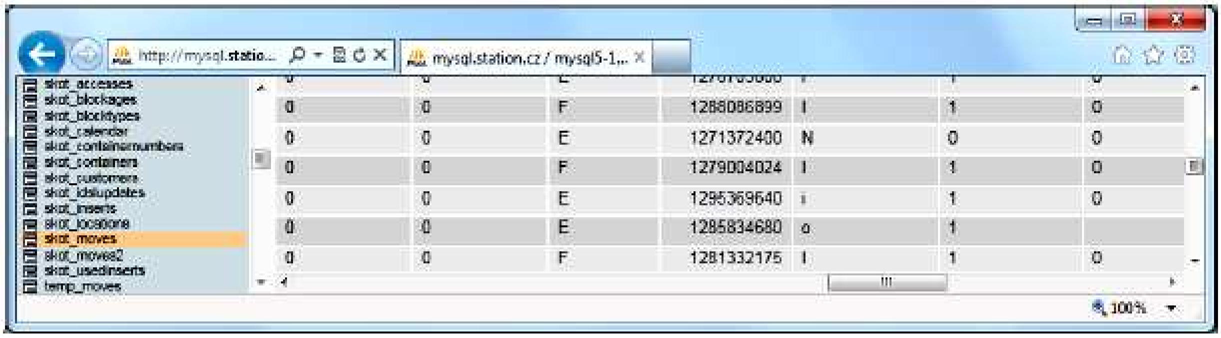
Pro ukládání statických a dynamických dat je v aplikaci SKoT použita databáze MySQL[6] (zjednodušené schéma viz obr.3). Ve spojení s PHP je to nejčastěji používaná kombinace skriptovacího jazyka s databází pro tvorbu dynamických internetových stránek. Aplikace SKoT je postavena na základu portálu e-BOSS.eu, na kterém jsou spuštěny další komerční i soukromé projekty. Z této báze využívá především základní strukturu stránek, procesy řízení uživatelských účtů, zpracovávání dočasných proměnných, aplikaci jazykových mutací a další minoritní objekty. Celá rodina projektů na portálu e-BOSS.eu tak má jednotnou strukturu a obdobný, částečně modifikovatelný vzhled.



Obr. 3 Zjednodušený diagram fungování aplikace

Aplikace SKoT má v době publikování této práce 124 .php a .inc souborů se skriptem čítajícím přibližně 460 kilobajtů kódu, což představuje asi 10 000 řádků. K tomu je potřeba připočíst další desítky souborů s kódem základní struktury portálu, které jsou k běhu aplikace potřeba a ještě desítky různých grafických souborů s důležitými grafickými symboly apod. V databázi (obr.4) určené pro portál e-BOSS.eu je aktuálně 14 tabulek dedikovaných pouze pro ukládání informací a dat pro SKoT a dalších 24 společných pro všechny aplikace portálu. Objem dat systému se pak pohybuje v řádech jednotek megabajtů a ve společných tabulkách jsou uloženy další desítky megabajtů sdílených informací.

[6] MySQL – My Structure Query Language – open-source SQL databáze



Obr. 4 Náhled na webovou administraci databáze

Tabulky v databázi jsou využívány jednak na ukládání veškerých dat o provozu terminálu, jako jsou například seznamy kontejnerů a jejich aktuálních stavů, veškeré prováděné pohyby[7], detaily k vybraným operacím[8], seznam lokací na terminálu, operace s výměnnými vložkami, ale také pro správu uživatelských účtů, logování uživatelů do systému a ukládání jimi provedených příkazů[9], seznamy tahačů a návěsů, zákazníků, speditérů, typů kontejnerů, ale také položky nabídky nebo veškeré zobrazované texty ve všech jazykových mutacích. Jsou zde i dočasné tabulky pro generování složitějších reportů nebo replikaci dat na paralelní server. Ten je pro zajištění nepřetržitého běhu aplikace v případu výpadku hlavního serveru umístěn u jiného poskytovatele v jiné lokalitě tak, aby například při živelné pohromě nebyla funkčnost systému ohrožena.

3. NÁKLADY A POTŘEBNÉ VYBAVENÍ PRO TVORBU SKOTU

Z pohledu nákladů je řešení v podobě webové aplikace relativně levnou záležitostí. Budeme-li brát v úvahu veškeré náklady spojené s vývojem, správou, provozem a úpravami, bude největší položkou částka za potřebný čas programátora. Vzhledem k tomu, že programování v PHP je obecně nenáročné na výkon počítače a jeho softwarovou vybavenost, může pro tvorbu, správu a následnou úpravu takové aplikace stačit i starší počítač. Z výše uvedených údajů o množství megabajtů celé aplikace i s databází není třeba ani investovat do velkého úložiště. Shrneme-li požadavky na vývoj, pak programátor bude potřebovat jakýkoli použitelný počítač s nainstalovaným systémem a jednoduchým textovým editorem. Stačí třeba i poznámkový blok z kterékoli verze Windows, výhodou ovšem je použití textového editoru, který dokáže například zobrazovat čísla řádků. Pokud totiž odlaďujeme aplikaci a internetový prohlížeč nahlásí chybu na řádku číslo 396 (obr.5), je přímé zobrazení čísla řádku v editoru více než užitečné (obr.6).

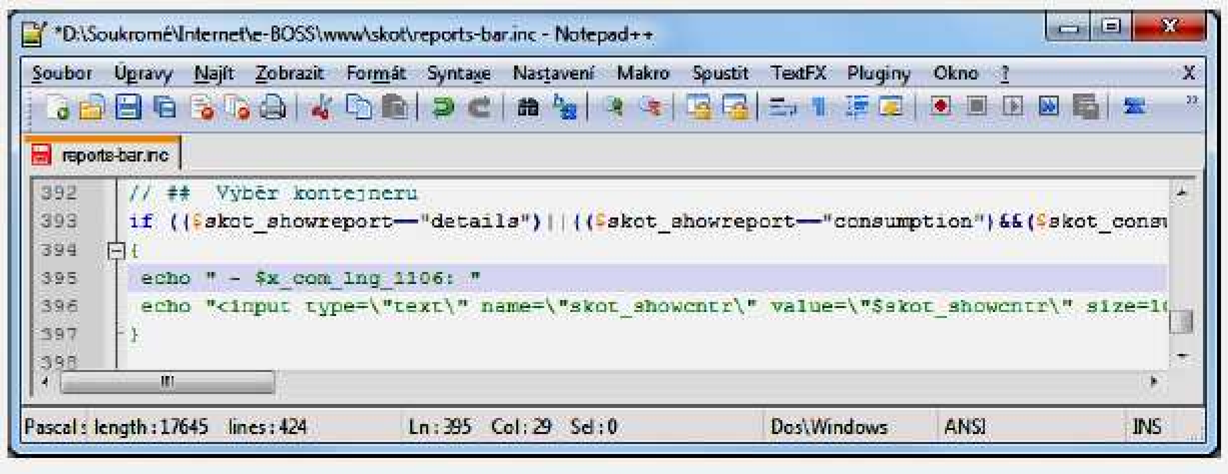
Obr. 5 Demonstrace zobrazení místa s chybou

---

[7] Operace s kontejnery, jako je odjezd/příjezd kontejneru z terminálu, nakládka u zákazníka, odvoz zboží k odběrateli atd.

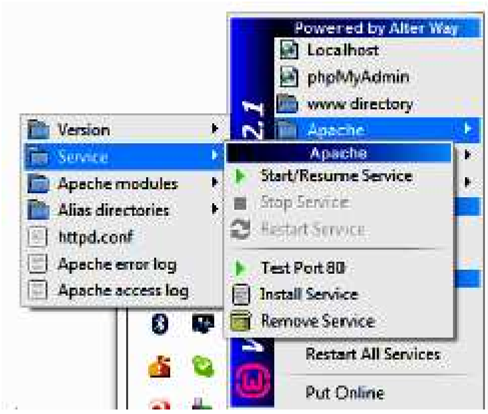
[8] Podrobnosti například k nakládce (příjezd k zákazníkovi, čas vstupního/výstupního vážení, váha atd.)

[9] Používá pro zpětnou kontrolu v případě nesrovnalostí, ale i k odstraňování chyb



Obr. 6 Náhled na místo s chybou v textovém editoru se zobrazováním čísel řádků

Některé textové editory navíc umí analyzovat psaný kód a barevně odlišit například bloky příkazů v podmínkách, komentáře apod. Ty lepší jsou navíc schopné i automaticky dokončit psaný příkaz (doplní konec závorek nebo párové příkazy atd.). Takové editory je možné získat i zdarma jako freeware, není tedy potřeba investovat do vývojových prostředí. Pro ladění aplikací je nutné mít, buď připojení k internetu pro upload vytvářených .php, .inc a dalších souborů na server poskytovatele webového prostoru, nebo si nainstalovat PHP server s MySQL databází na vlastní počítač a testovat tak aplikaci lokálně. Takové řešení nabízí například WAMP[10] (obr.7) pro Windows systémy nebo LAMP[11] pro systémy Linux a je rovněž zdarma ke stažení jako open-source software.



Obr. 7 WAMP server nabídka

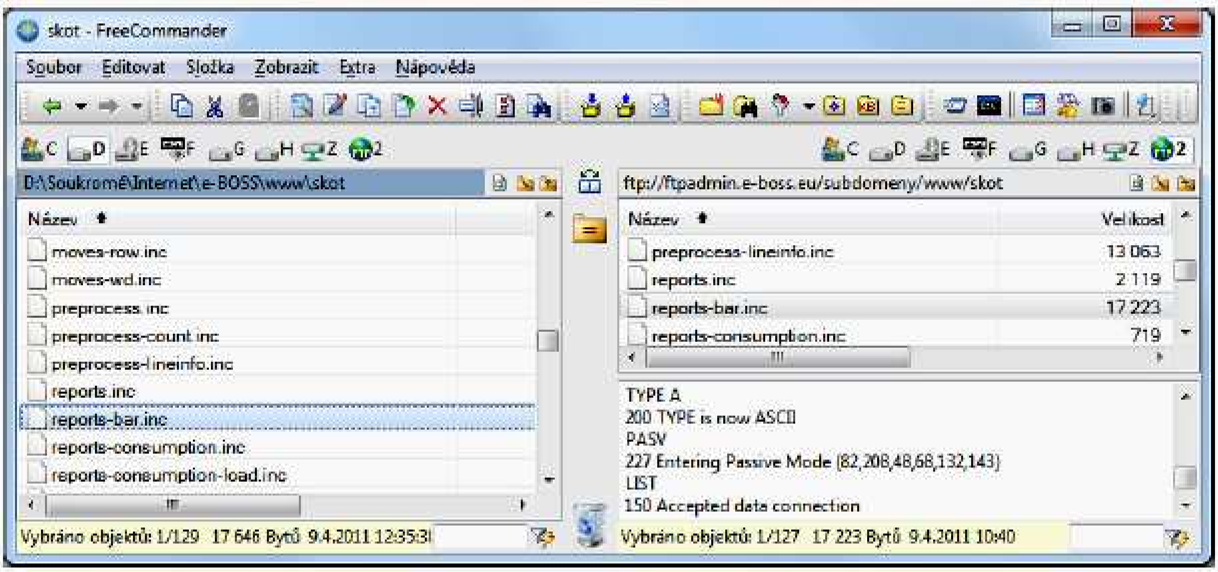
Pro upload na webserver si opět vystačíme s programy nabízenými zdarma, příkladem může být univerzální souborový správce FreeCommander nebo kterýkoli z nabízených bezplatných FTP1[2] klientů jako jsou např. FreeZilla, FTP Wonderer a další.

Dalším aspektem jsou náklady průběžné, tedy náklady za provoz takové aplikace, v tomto případě je myšleno umístění dat na internetu a internetovou adresu, nikoliv administraci stránek a databází. Zde se ovšem stačí porozhlédnout po nabídce webových prostorů, abychom zjistili, že si vystačíme se stokorunami, maximálně tisícikorunami ročně.

[10] WAMP – Windows Apache MySQL PHP server, řešení pro provoz lokálního internetového serveru na systému Windows

[11] LAMP – Linux Apache MySQL PHP server, řešení pro provoz lokálního internetového serveru na systému Linux

[12] FTP – File Transfer Protocol – protokol pro přenos souborů mezi počítači pomocí počítačové sítě [2]



Obr. 8 FreeCommander jako nástroj pro FTP přístup k webovému prostoru

Poplatky sice můžeme zcela eliminovat použitím některé ze služeb nabízených zdarma (www.webzdarma.cz, www.webnode.cz aj.), ovšem služby ani kvalita nejsou pro takové použití příliš vhodné. Nicméně za dostatečně vybavený webový prostor se v současnosti platí ročně zhruba od 500,- Kč výše a doména dle vlastního výběru a v závislosti na požadované národní koncovce přijde na přibližně 200,- až 400,- korun ročně. Takové náklady jsou v porovnání s licenčními poplatky za jakýkoli software zanedbatelné.

Poslední stránkou pohledu jsou náklady na implementaci, jinak řečeno co bude uživatel ještě potřebovat, aby mohl s aplikací pracovat a co musí provést před prvním použitím aplikace SKoT. Vzhledem k tomu, že se jedná o webovou aplikaci, bude pro její používání potřeba počítač s připojením na internet a vhodný internetový prohlížeč. Není potřeba instalace programů na jednotlivá pracoviště, stačí pouze znát internetovou adresu a svoje přihlašovací údaje (obr.9). Uživatel se tak může přihlásit a následně pracovat s aplikací SKoT odkudkoli, kde je k dispozici připojení k internetu.

Obr. 9 Vstupní přihlašovací stránka na portál e-BOSS.eu

Souhrnně lze tedy uvést, že požadujeme-li aplikaci na klíč, a bude-li aplikace internetového typu, pak náklady na vytvoření, správu, provoz a další úpravy budou téměř shodné s cenou programátora, který ji bude programovat. Ostatní položky jsou totiž buď nulové, nebo z pohledu celkových nákladů zanedbatelné.

4. ZÁVĚR

Aplikace SKoT má jednoduchou strukturu založenou na běžných programovacích jazycích HTML, PHP, JavaScript a databázi MySQL. Z pohledu její správy, údržby, změn nebo případného předání jinému programátorovi než tvůrci, se jedná o univerzální řešení, na které stačí základní programovací znalosti a práce s databázovými příkazy. Mezi výhody webových aplikací patří jejich jednoduché používání, přístup odkudkoli, kde je přístup k internetu a nízké náklady. V době současných rychlostí připojení k internetu nebývá problém s rychlostí práce s takovou aplikací. Nevýhodou takového řešení přesto může být právě ona nutnost připojení k internetu, ať už z pohledu nákladů na připojení nebo pro případ výpadku spojení, kdy se odesílaná data neuloží a nelze dále pracovat ani v režimu offline. Přestože je aplikace od prvopočátku koncipována s ohledem na maximální funkcionalitu při minimálních nárocích na přenášená data, je potřeba v příštích verzích klást především větší důraz na dynamičtější propojení se serverem ať už použitím techniky AJAX[13] nebo využitím různých appletů. V současnosti je ale pro aktuální množství zaznamenávaných operací a počet uživatelů daná architektura postačující.

Přehled termínů a zkratek

AJAX - Asynchronní JavaScript a XML / Asynchronous JavaScript and XML
Apache- softwarový webový server / software web server
FTP - Protokol pro přenos souborů / File Transfer Protocol
Freeware software distribuovaný bezplatně / freely distributed software
HTML - Hypertextový značkovací jazyk / Hypertext Markup Language
JavaScript - Objektový skriptovací jazyk / Object oriented scripting language
LAMP - Linux Apache MySQL PHP server
Linux - Unixový operační systém / Unix operating system
MySQL - My Structure Query Language
Open-source - otevřený zdrojový kód / open source code
PHP - Hypertext Preprocessor
SKoT - Systém pro Kontejnerový Terminál / Container Terminal System
WAMP - Windows Apache MySQL PHP server
Webová aplikace - aplikace přístupná přes webové rozhraní (internetový prohlížeč) / application accessed via web interface (internet explorer)
Windows - Operační systém od firmy Microsoft / Microsoft operating system

[13] AJAX (Asynchronous JavaScript and XML) – technologie pro vývoj webových aplikací [3]

Recenzoval Doc.RNDr. Vladimír Homola,CSc.

MODERNÉ LOGISTICKÉ PRODUKTY PRE CESTOVNÝ RUCH

Modern logistics products for tourism

Ing. Branislav Kršák, PhD.
Technická univerzita v Košiciach, Fakulta BERG, Ústav geoturizmu
email: branislav.krsak@tuke.sk

Ing. Lucia Domaracká, PhD.
Technická univerzita v Košiciach, Fakulta BERG, Ústav podnikania a manažmentu
email: lucia.domaracka@tuke.sk

Ing. Zuzana MIŽENKOVÁ
ECROZ, občianske združenie
email: z.mizenkova@gmail.com

Abstrakt

Tento príspevok poukazuje na význam cestovného ruchu a tvorbu produktov cestovného ruchu, ktorá je jedným z hlavných aspektov jeho rozvoja. S vývojom cestovného ruchu, ako celosvetovo dynamického odvetvia hospodárstva, sa spájajú neustále rastúce potreby a nároky zákazníkov. Práve schopnosť uspokojovať tieto potreby závisí od úspechu predaja komplexne vytvoreného produktu cestovného ruchu, jeho umiestnenia na trh, resp. kvality poskytnutej služby. Medzi účinné nástroje podpory predaja a distribúcie produktov a služieb cestovného ruchu patria turistické karty vo forme „zľavových kariet". Príspevok sa zaoberá ich využitím v praxi, a to na príklade dvoch turistických kariet – regionálnej karty Liptov Region Card a mestskej karty Dublin Pass, ktorých spoločným menovateľom je poskytovanie zliav, avšak odlišným spôsobom.

Abstract

This article highlights the importance of tourism and creation of tourism products, which is one of the main aspects of its development. With the development of tourism as the world's dynamic economic sectors are linked continually growing needs and demands of customers. The ability to meet these needs depends on the success of sales of a comprehensive tourism product, its placing on the market, respectively quality of service provided. Among the powerful tools of sales promotion and distribution of products and services to tourism belongs the tourist card in the form of "discount cards". The article deals with their use in practice, and presents the example of two tourist cards - Regional card Liptov Region Card and Dublin City Pass card, which common denominator is to provide discounts, but in a different way.

Kľúčové slova: turistické karty, cestovný ruch, distribúcia, logistika

Key words: tourist cards, tourism, distribution, logistics

1. ÚVOD

Cestovný ruch v súčasnosti predstavuje významnú oblasť národného hospodárstva vyspelých štátov sveta, výraznou mierou sa podieľa na zvyšovaní životnej úrovne obyvateľstva, a postupne sa stáva neoddeliteľnou súčasťou spotreby. Hrá dôležitú úlohu pri rozvoji územia, pričom jeho prínos spočíva predovšetkým v tvorbe nových pracovných príležitostí, či už ide o zabezpečenie vlastných služieb cestovného ruchu, alebo rozvoj odvetví súvisiacich s cestovným ruchom. Príjmy, ktoré cestovný ruch prináša, sú podstatnou súčasťou príjmov štátnych rozpočtov krajín, rozpočtov krajov či iných územných celkov [4].

Cestovný ruch ako medzirezortné odvetvie má prierezový charakter, pričom na jeho realizácii sa priamo podieľa celý rad ďalších odvetví (doprava, kultúra, stavebníctvo, zdravotníctvo, priemyselné odvetvia, poľnohospodárstvo a pod.). Patrí do sektoru služieb a ako celok vykazuje vysokú dynamiku, čím radí cestovný ruch k rýchlo rastúcim odvetviam. Prognózy Svetovej organizácie cestovného ruchu (UNWTO), Svetovej rady cestovného ruchu (WTTC), odborných inštitúcií a expertov sa zhodujú v názore, že cestovný ruch sa bude naďalej vyvíjať a dynamicky rásť v celosvetovom rozsahu [9].

Cestovný ruch ako jeden z najväčších svetových generátorov zamestnanosti a príjmov z exportu, vytvára v dnešnej dobe priamo alebo nepriamo 3 až 5 % svetového HDP, a zároveň predstavuje 30 % svetového exportu služieb. Okrem toho je jeho prínos v oblasti zamestnanosti odhadovaný na úrovni 7 až 8 %. Všetky tieto fakty robia z cestovného ruchu významný činiteľ, ktorý prispieva ku globálnej rozvojovej agende a zastáva jedinečnú úlohu pri budovaní silného, udržateľného a vyváženého globálneho rozvoja [12].

V Slovenskej republike je podporným rámcom pre odvetvie Štátna politika cestovného ruchu SR, ktorú v septembri 2007 schválila Vláda SR, a ktorá je pre roky 2007 – 2013 aktuálne platným strategickým dokumentom. Pre rozvoj cestovného ruchu sa opiera o tieto štyri zásady [13]:

1. Cestovný ruch je nástrojom podpory zvyšovania konkurencieschopnosti, štrukturálnych zmien hospodárstva a trvalo udržateľného rozvoja so zámerom zvýšenia podielu devízových príjmov z aktívneho zahraničného cestovného ruchu na HDP zo súčasných 2,7 % na 4 % v roku 2013 a zvýšenie počtu prenocovaní.
2. Cestovný ruch je nástrojom rozvoja zamestnanosti a flexibility pracovných trhov.
3. Cestovný ruch je prostriedkom regionálneho rozvoja a rozvoja podnikania.
4. Cestovný ruch je nástrojom prezentácie a propagácie Slovenska.

Stratégia rozvoja cestovného ruchu Slovenskej republiky do roku 2013 definovala hlavné aspekty jeho rozvoja, medzi ktoré patrí tvorba produktov cestovného ruchu. Z hľadiska ich tvorby je potrebné, aby sa Slovenská republika odlíšila od produktov cestovného ruchu okolitých krajín, a tak si zachovala jedinečnosť svojho turistického produktu. Jednou z možností je nájsť nepokryté, ale aj nové segmenty na zahraničných trhoch, aby sa ich spoznanie využilo na prípravu a predaj produktov cestovného ruchu Slovenska [11].

Pre úspech predaja komplexného a kvalitne vytvoreného produktu cestovného ruchu a jeho umiestnenie na trhu, je obzvlášť dôležitý výber a rozsah ciest distribúcie, ako aj dobre zvolená logistika, ktoré budú ústrednou témou ďalších kapitol.

2. PODPORA CESTOVNÉHO RUCHU Z POHĽADU DISTRIBÚCIE A LOGISTIKY

Distribúcia v cestovnom ruchu je súbor činností, ktoré zabezpečujú a uľahčujú odbyt produktu cestovného ruchu. Ide o to, ako z organizačného hľadiska čo najlepšie predať službu cestovného ruchu, o ktorú prejavil zákazník záujem [1]. Distribúcia zároveň predstavuje špeciálne marketingové aktivity, týkajúce sa transferu produktov a všetky rozhodnutia, ktoré súvisia s cestou produktov od výrobcu ku konečnému spotrebiteľovi, teda fyzický pohybu produktov (orientácia na procesy) a výber sprostredkovateľov (orientácia na činnosti) [10].

Úlohou distribučnej politiky v cestovnom ruchu je vhodnými spôsobmi predaja podnikových výkonov, teda náležitou metódou odbytu, ovplyvňovať obrat, ako aj uskutočniť fyzickú distribúciu a logistiku [2]. Pri voľbe správneho distribučného kanála je potrebné uvedomiť si, že v cestovnom ruchu nie je predmetom distribúcie hmotný statok, ale služba.

„Služba je činnosť, ktorú môže jedna strana poskytnúť druhej, je nehmatateľná a nevytvára žiadne vlastníctvo. Jej realizácia môže, ale nemusí byť spojená s fyzickým výrobkom” [6]. Rozhodnutie o tom, akými cestami sa produkt dostane k zákazníkovi, ovplyvňuje použitie ostatných nástrojov.

Logistika vo všeobecnom chápaní bola doposiaľ zameriavaná len na hmotné reťazce, t.j. predovšetkým na pohyb materiálu, pričom konečným efektom bolo uspokojenie potreby zákazníka súvisiacej s určitým tovarom. Logistický prístup sa však nemusí vzťahovať len na hmotný tovar, je možné ho aplikovať aj v oblasti poskytovania istej služby [8]. Z pohľadu logistiky cestovného ruchu teda môžeme hovoriť o logistike služieb, keďže cestovný ruch spadá pod sektoru služieb.

Jedna z definícií pojmu logistika hovorí: „Logistika predstavuje proces plánovania, realizácie a riadenia efektívneho výkonného toku a skladovania tovaru, služieb a súvisiacich informácií z miesta vzniku do miesta spotreby, ktorého cieľom je uspokojiť požiadavky zákazníkov“ [7]. Je teda možné konštatovať, že zákazník a orientácia na zákazníka sú v súčasnosti významným prvkom modernej logistiky.

3. TURISTICKÉ KARTY AKO NÁSTROJE PREDAJA A DISTRIBÚCIE

V cestovnom ruchu sa veľmi často používajú rozličné nástroje podpory predaja a distribúcie, a to vo forme zliav, kupónov, reklamných darčekov a pod. Avšak v rámci destinácií cestovného ruchu je použitie týchto nástrojov o čosi zložitejšie. Jedným z dôvodov je značná komplikovanosť produktov destinácie cestovného ruchu. Zákazník nerozlišuje jednotlivé zložky – atraktivity a služby (stravovacie, ubytovacie, rekreačné, kultúrne), ale vníma produkt destinácie cestovného ruchu aj jej imidž ako celok. Jednou z možností použitia podpory predaja v destinácií cestovného ruchu je zavádzanie turistických kariet [5].

Turistické karty vo forme „zľavových kariet“ patria medzi významné nástroje podpory predaja a distribúcie produktov cestovného ruchu. Princíp fungovania týchto kariet je na jednej strane založený na poskytovaní rôznych zliav a výhod v oblasti ubytovania, stravovania, dopravy, trávenia voľného času, či už ide o jednotlivca, alebo celé skupiny (napr. rodinné pasy). Na druhej strane podporuje vyšší nákup rôznych turistických produktov, ktoré sú v tomto systéme zapojené, čo má za následok nielen vyššie zisky pre zainteresované subjekty, ale napomáha tiež nadväzovaniu partnerstiev rôznych subjektov cestovného ruchu. Efektívna distribúcia a predaj turistickej ponuky jednotlivých území je často tým rozhodujúcim prvkom pri získavaní ďalších návštevníkov [3].

Hlavnými nositeľmi distribúcie turistických kariet sú predovšetkým miestne a regionálne združenia v spolupráci s podnikateľskými subjektmi. Využívanie systému turistických kariet je založené na podnikateľskej báze a iniciovanie ich zavádzania je úlohou miestnych a regionálnych orgánov cestovného ruchu [11].

Zavádzanie turistických kariet z pohľadu subjektov cestovného ruchu prináša so sebou nemalé výhody. Subjekty cestovného ruchu, ktoré sa rozhodnú prostredníctvom turistických kariet distribuovať svoj produkt v rámci určitej destinácie cestovného ruchu, sú zaradené do zoznamu atraktivít, výletných miest alebo gastronomických či ubytovacích zariadení, v ktorých je možné danú turistickú karu využívať. To znamená, že subjekty sa stávajú v rámci destinácie nositeľmi spoločnej značky, respektíve, ich produkty sú súčasťou spoločného balíka.

Strategické dokumenty Slovenskej republiky zaoberajúce sa rozvojom cestovného ruchu kladú značný dôraz na zlepšenie vzájomnej komunikácie a spolupráce medzi poskytovateľmi služieb cestovného ruchu. Cieľom takejto spolupráce je kolektívne vystupovanie a prezentácia na trhu, spoločná tvorba a predaj konečného produktu, pričom jednotlivé prvky komplexnej ponuky musia byť zladené do jedného celku, aby produkt našiel svoju cestu ku konečnému spotrebiteľovi [11]. Práve turistické karty výrazne prispievajú k zlepšeniu kooperácie subjektov cestovného ruchu a sú nástrojom spoločnej propagácie produktov.

Subjekty cestovného ruchu môžu prostredníctvom turistických kariet využívať aj ďalšie výhody, ktoré so sebou prinášajú, a to v podobe:

- zníženia prevádzkových nákladov prostredníctvom automatizovaného systému,
- zlepšenia komunikácie so zákazníkmi,
- lepšieho pochopenia správania návštevníkov,
- zvýšenia efektivity kultúrnych zariadení,
- podpory kultúrno-spoločenských podujatí,
- podpory koncepcie rozvoja cestovného ruchu.

Medzi benefity turistických kariet z pohľadu užívateľov patria:

- čerpanie zliav a okamžitých finančných výhod,
- karty ako zdroj informácii,
- zlepšenie komunikácie s poskytovateľmi služieb,
- multifunkčné využívanie karty.

4. VYUŽITIE TURISTICKÝCH KARIET V PRAXI

Turistické karty so zaujímavými zľavami a bonusmi už dávno nie sú len produktom hlavných miest. Prenikli aj do menších oblastí a destinácií cestovného ruchu, v ktorých sa sústreďujú návštevníci prichádzajúci do regiónu s rôznymi motívmi (návšteva pamiatok, pravidelné kultúrne podujatia, možnosti zimného či letného oddychu).

Implementácia týchto kariet bude demonštrovaná na príklade dvoch turistických kariet – regionálnej karty **Liptov Region Card** a mestskej karty **Dublin Pass.**

4.1 Liptov Region Card

Základné informácie a profil turistickej karty

Liptov Region Card je prvý projekt svojho druhu na Slovensku. Predstavuje celoročný produkt určený návštevníkom regiónu, ktorý umožní jeho majiteľovi počas dvoch turistických sezón návštevu najvýznamnejších atraktivít, výletných cieľov a gastronomických zariadení výlučne z regiónu Liptov s atraktívnymi zľavami. Cieľom projektu je strategické a dlhodobé zvyšovanie návštevnosti a počtu prenocovaní v regióne Liptov, a to prostredníctvom komplexnej ponuky regionálnych produktov v jednom balíku. Produkty sú rozdelené do piatich tematických kategórií [15]:

- Aqua a wellness: aquaparky, relax a wellness centrá, kúpele
- Príroda a šport: športové aktivity, adrenalín a zážitok v prírode
- História a kultúra: múzeá, skanzeny, galérie a iné atraktivity
- Gastronómia: tradičné reštaurácie a koliby
- Služby pre vás: ostatné služby, športové obchody, doprava a pod.

Liptov Region Card je osobná, neprenosná karta s moderným dizajnom a logom regiónu Liptov (obr.1). Systém jej implementácie je podporený špeciálnou technológiou (hardware a software) na miestach predaja a akceptácie karty.

Obr. 1 Vizualizácia Liptov Region Card

Návštevníci regiónu Liptov, ktorí si zakúpia regionálnu kartu, môžu využívať atraktívne zľavnené vstupy na viac ako 50 najväčších atrakcií a výletných miest regiónu a na služby partnerských gastronomických zariadení (5 – 50 %). Bezplatne získajú praktickú príručka k používaniu karty pri potulkách Liptovom – „Sprievodca objavovaním Liptova“ – ako aj mapu regiónu. Značnou výhodou karty je jej celoročná platnosť. Letná sezóna v období od 1.5. do 14.11. sa vzťahuje na využívanie letných atrakcií, zimná sezóna v období od 15.11. do 30.4. na využívanie zimných atrakcií, pričom karta zakúpená v letnom období je platná aj počas zimnej sezóny. Majiteľom kariet sú pravidelne zasielané novinky a ponuky na trávenie dovoleniek a voľného času v regióne [15].

4.2 Dublin Pass

Základné informácie a profil turistickej karty

Turistická karta Dublin Pass (obr.2) funguje na princípe technológie čipových kariet, pričom svojim užívateľom poskytuje pohodlie, možnosti výberu, značné úspory a slobodu pri prehliadke mesta.

Dublin Pass ponúka voľný vstup do viac ako 32 turistických zaujímavostí a atrakcií tohto mesta. Medzi najvýznamnejšie pamiatky zahrnuté do tejto ponuky patrí predovšetkým Katedrála Kristovho kostola (Christ Church Cathedral) ako najstaršia dublinská budova, ale aj mnoho ďalších významných pamiatok. Okrem toho užívateľ karty získa prístup k viac ako 23 špeciálnym ponukám a zľavám v najlepších obchodoch, reštauráciách, divadlách, zábavných podnikoch a miestach trávenia voľného času s možnosťou využitia akčných ponúk, ako aj bezplatnú jednosmernú cestu z dublinského letiska do centra mesta [14].

Zakúpením turistickej karty získajú návštevníci Dublinu publikáciu v podobe komplexného sprievodcu mestom, ktorý obsahuje stručné a jasné informácie o Dubline a jeho zaujímavostiach s jednoduchými pokynmi pre turistov, vrátane mapových podkladov. Táto príručka obsahuje všetky dôležité tipy pre dosiahnutie komplexného zážitku pre návštevníkov mesta Dublin. Dublin Pass ponúka aj výhodu v podobe takzvaného preskočenia dlhých radov v niektorých z najrušnejších turistických atrakcií. Návštevníkovi sa pritom stačí len preukázať kartou a ušetrí čas, za iných okolností strávený v dlhých radoch, čo prispieva k zvýšeniu jeho komfortu [14].

Obr. 2 Vizualizácia Dublin Pass

4.3 Princípy fungovania kariet

Základným rozdielom týchto kariet je princíp ich fungovania, keďže obe karty poskytujú rôzne druhy zliav, ale odlišnými spôsobmi. **Liptov Region Card** môžu návštevníci regiónu Liptov získať u mnohých ubytovateľov bezplatne (napr. ako súčasť pobytového balíka) alebo za jednorazový poplatok v maximálnej výške 10 Eur. Majiteľ karty môže využívať jej výhody odo dňa jej vystavenia v zariadeniach, ktoré poskytujú majiteľom karty zľavu. Výška zľavy je uvedená pri popise každej atraktivity, výletného miesta alebo gastronomického zariadenia v sprievodcovi. Môže ísť o zľavu jednorazovú, obmedzenú na určitý počet vstupov alebo neobmedzenú, pričom výška zliav sa pohybuje v rozmedzí od 5 do 50 % (pozri Tab. 1). Poskytovanie zliav je rozčlenené podľa piatich tematických kategórií, ktoré boli vyššie spomenuté [15].

Tab.1 Zľavy do najväčších stredísk cestovného ruchu v regióne Liptov

Pobytové balíky Permanentky – celodenné vstupy		Ubytovanie na 2 – 4 noci **Zľava**	Ubytovanie na 5 a viac nocí **Zľava**
Aquapark Tatralandia Thermal park Bešeňová	Permanentka: 2 vstupy	-	-10%
	Permanentka: 4 vstupy	-20%	-20%
	Permanentka: 6 vstupov	-30%	-30%
	Celodenné vstupy	-5%	-5%
Jasná Nízke Tatry	Jazda lanovkou	-20%	1. krát -20%
			2. krát -40%
Ružomberok - Malinô Brdo	Jazda lanovkou	-20%	1. krát -20%
			2. krát -40%

Dublin Pass je možné zakúpiť si na jeden až tri, respektíve šesť dní za fixný poplatok (pozri Tab. 2), v rámci ktorého môžu jeho držitelia využívať už spomínané zľavy a výhody. Karta je aktivovaná od prvého použitia a oprávňuje držiteľa k vstupu na každú atrakciu raz denne. K dispozícii je pre dospelých, ako aj deti vo veku 5 – 15 rokov [14].

Tab.2 Cenník Dublin Pass

	Dospelý	Dieťa
1 deň	€ 35.00	€ 19.00
2 dni	€ 55.00	€ 31.00
3 dni	€ 65.00	€ 39.00
6 dní	€ 95.00	€ 49.00

5. ZÁVER

Význam zavádzania turistických kariet v praxi prináša so sebou značné výhody a benefity, či už z pohľadu návštevníkov, alebo zo strany subjektov cestovného ruchu. Využívaním kariet turisti získajú možnosť čerpania zliav a okamžitých finančných výhod, na druhej strane je podporený aj samotný predaj produktov cestovného ruchu. Tento proces má za následok nárast počtu turistov a následné zvýšenie návštevnosti daného regiónu či mesta, ktoré sa prejaví vyššími ziskami pre zainteresované strany. Prínos takýchto a podobných turistických kariet je teda pre subjekty cestovného ruchu nepopierateľný.

Literatúra

[1] Cako, J. a kol.: Služba zákazníkovi a marketing malého podniku cestovného ruchu. - *ALLDATA Slovakia plus s.r.o., Bratislava 1995, 103 s., ISBN 80-967455-0-6*

[2] Ferner, F.K.: Marketing cestovného ruchu v praxi. *– SPN, Bratislava 1993*

[3] Galvasová I. a kol.: Průmysl cestovního ruchu. - *Ministerstvo pro místní rozvoj, Praha 2008, 264 s., ISBN 978-80-87147-06-1*

[4] Indrová, J. a kol.: Cestovní ruch pro všechny. - *Ministerstvo pro místní rozvoj ČR, Praha 2008, 89 s., ISBN 978-80-7399-407-05*

[5] Kotíková, H.: Podpora prodeje – prvek marketingu destinace cestovního ruchu. *dostupné na: http://www.mandk.cz/view.php?cisloclanku=2006030007*

[6] Kotler, P. : Marketing , manažment. - *Victoria Publishing, Praha 1991*

[7] Lambert, D. a kol.: Logistika - *CP Books, a.s., Brno 2005, 211s., ISBN 80-251-0504-0*

[8] Majerčák, J.: Logistika ako systémový prístup k procesom z pohľadu zákazníka. *dostupné na: www.ilogistics.cz/files/docs/logPristup.doc*

[9] Národný program rozvoja cestovného ruchu v Slovenskej republike. - *Ministerstvo hospodárstva SR, 2000*

[10] Specht, G.: Distributionmanagement. - *Verlag W. Kohlhammer, Stuttgart 1992*

[11] Stratégia rozvoja cestovného ruchu Slovenskej republiky do roku 2013 - *Ministerstvo hospodárstva SR, 2005*

[12] Svetoví lídri za cestovný ruch. - Kampaň UNWTO a WTTC, 2011

[13] Štátna politika cestovného ruchu Slovenskej republiky. - *Ministerstvo hospodárstva SR, 2007*

[14] http://www.dublinpass.ie/dublinpass/

[15] http://www.liptovcard.sk/

Recenzoval Prof. Ing. Pavol Rybár, PhD.

MODELY HROMADNÉ OBSLUHY
Models of queueing systems

Prof. RNDr. Ing. Miloš Šeda, Ph.D.
Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství,
Ústav automatizace a informatiky
e-mail: seda@fme.vutbr.cz

Abstrakt

Článek se zabývá teorií hromadné obsluhy, klasifikací systémů hromadné obluhy, matematickými prostředky pro jejich popis vycházejícími z teorie pravděpodobnosti a Markovových procesů a odvozením matematických modelů základních typů. Článek také na simulačním příkladu ukazuje, jakým způsobem lze počítat charakteristiky systému, jestliže nejsou splněny některé předpoklady, na nichž teoretická odvození jsou postavena.

Abstract

This paper deals with the queueing theory, classification of queueing systems, mathematical tools for their description based on the use of probability theory and Markov processes, and derives mathematical models of basic types. The paper also shows how to compute the system characteristics in a situation when some of the assumptions, on which the theoretical derivations are built, are not satisfied.

Klíčová slova

teorie hromadné obsluhy, Poissonův proces, Markovovy řetězce

Key words

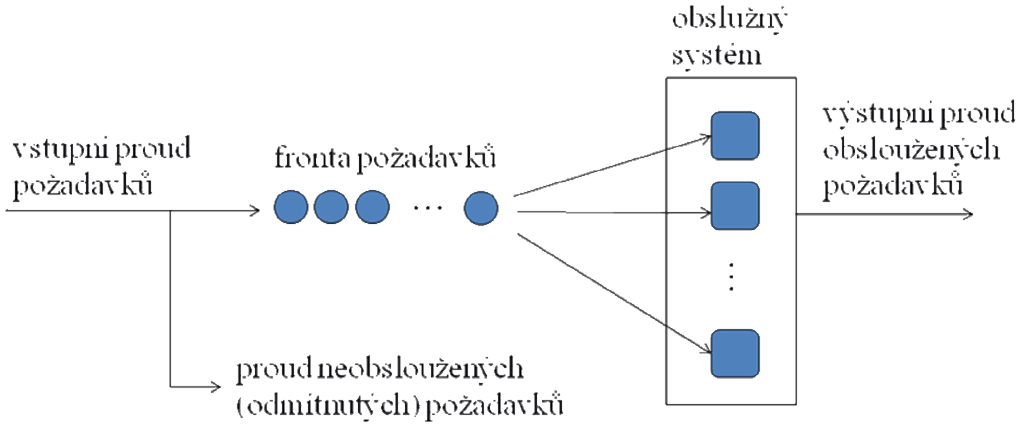
queueing theory, Poisson process, Markov chains

1. ÚVOD

Základy teorie hromadné obsluhy položil dánský matematik A. K. Erlang, který pracoval pro společnost provozující telefonickou síť v Kodani a v r. 1909 popsal aplikaci teorie pravděpodobnosti na problémy telefonního provozu. O další rozvoj teorie se zasloužil zejména ruský matematik A. N. Kolmogorov. Klasifikaci systémů hromadné obsluhy tak, jak ji používáme dnes, zavedl v 50. letech minulého století anglický matematik D. G. Kendall. Dnes jde již o klasickou část logistiky, popsanou v řadě monografií (Bose, 2001; Cooper, 1981; Gross *et al.*, 2008) i vysokoškolských textů (Hrubina, Jadlovská, Hrehová, 2005; Jablonský, 2001; Klvaňa, 2005; Peltan, Májek, 2008; Virtamo, 2005).

Místo pojmu *teorie hromadné obsluhy* se také setkáme s termínem *teorie front*. První termín vychází z ruské terminologie <u>теория массового обслуживания</u>, druhý pak z anglického *queueing theory*. Protože některé systémy hromadné obsluhy frontu neobsahují, je první termín obecnější, a proto se jej budeme držet.

Systém hromadné obsluhy (SHO) je naznačen na obr. 1. Do systému obecně v *náhodných okamžicích* přichází požadavky (zákazníci) a vyžadují obsluhu. Možnosti obsluhy mohou být omezeny, např. počtem *obslužných linek* (nebo také *kanálů obsluhy*). Jestliže je alespoň jedna obslužná linka prázdná, je požadavek po příchodu do obslužného systému okamžitě zpracováván. *Doba obsluhy* však má rovněž *náhodný* charakter, protože požadavky mohou být různě náročné. Jestliže však jsou všechny obslužné linky obsazeny, pak se požadavky (zákazníci) řadí do *fronty* a musí čekat, až po zpracování předchozích požadavků na ně přijde řada.



Obr. 1 Struktura systému hromadné obsluhy s paralelním uspořádáním obslužných linek

Příkladem této situace mohou být cestující, kteří na letišti čekají na odbavení a vystavení palubního lístku na určitý let, kdy z jedné fronty se dělí ke dvěma či více odbavovacím přepážkám. Jejich doba obsluhy se může lišit, z důvodu různého počtu či váhy zavazadel, specifických požadavků na místo v letadle, přístupu několika osob rodiny k přepážce najednou apod. Podobné je to u pokladen na vlakovém nádraží, kdy cestující mají různé požadavky na spoj, kupují více jízdenek, předkládají průkazky na slevy, často se i informují na podrobnosti vlakového spoje, a tak i jejich délka obsluhy se může lišit.

Ne vždy však jsou všechny požadavky obslouženy, resp. řazeny do fronty na pozdější obsluhu. Např. telefonický hovor není spojen, protože telefonní číslo je obsazeno, popř. volaný účastník má vypnutý mobil. Požadavek může být i odmítnut v případě, že nesplňuje nutné předpoklady pro obsluhu. Např. palubní lístek na letadlo nedostane cestující, který se neprokáže platným cestovním dokladem a telefonní hovor není spojen, pokud peněžní zůstatek uživatele mobilu podkročil určitou mez.

V obr.1 jsou *obslužné linky* řazeny *paralelně* a zmíněné příklady tomu odpovídají. Stejné je to např. i v kadeřnictví, kde zákazníky čekající na ostříhání obsluhuje několik kadeřnic, nebo u benzínové pumpy, kde motoristé najíždějí k několika stojanům pohonných hmot. Existují však i konfigurace SHO se *sériovým* řazením obslužných linek. Příkladem mohou být lyžaři, kteří nasedají za sebou na starší typ vleku pro jednoho lyžaře, popř. výrobky procházející přes výrobní pás v proudové výrobě.

Pokud se týče fronty, intuitivně ji chápeme ve smyslu, jak ji známe třeba z obchodu, tj. kdo dříve přijde do systému, dříve bude obsloužen (**FIFO** – *first in*, *first out*). Možná je však i obsluha **LIFO** (*last in*, *first out*), kde naopak je první obsluhován požadavek, který do systému vstoupil poslední. Někdy bývá strategie LIFO označována i zkratkou **LCFS** (*last come*, *first served*). Příkladem obsluhy LIFO je odběr zboží ze skladu, kdy zboží (např. tabule skla, krabice s televizory), které bylo na sklad dodáno jako první, je v zadní části skladu, resp. naspodu hromady, a tedy jako poslední je přístupné. Vedle obsluhy FIFO a LIFO se setkáme i s náhodným výběrem požadavku z fronty do obslužného systému (**SIRO** – *selection in random order*) a obsluhou řízenou prioritou požadavků (**PRI** – *priority*).

Délka fronty může být *omezená*, při dosažení určitého (předem definovaného) počtu požadavků do fronty se již další požadavky odmítnou, např. počet rezervací na knihu v knihovně, která je aktuálně vypůjčena; resp. *neomezená*, ve skutečnosti tím chápeme případ, kdy maximální možný počet požadavků ve frontě je velmi vysoký. Požadavky ve frontě mohou mít *omezenou* nebo *neomezenou trpělivost*. V případě neomezené trpělivosti požadavky čekají na obsluhu tak dlouho, dokud na ně nepřijde řada, v systému s omezenou trpělivostí je zařazení do fronty do značné míry závislé na délce fronty. Místo délky fronty se také můžeme setkat s pojmem *kapacita systému*, kterým se míní maximální počet požadavků, který může být v systému přítomen.

Nyní již můžeme přistoupit v klasifikaci systémů hromadné obsluhy. V r. 1951 Kendall navrhl klasifikaci SHO podle tří hlavních hledisek ve tvaru A/B/C, kde

A charakterizuje typ pravděpodobnostního rozdělení náhodné veličiny *doba* (*interval*) *mezi příchody požadavků* do systému,
B charakterizuje typ pravděpodobnostního rozdělení náhodné veličiny *doba obsluhy* požadavku,
C je počet paralelně uspořádaných obslužných linek (nebo také počet kanálů), tj. jde o přirozené číslo, v případě „neomezeného“ (tj. velmi velkého počtu linek) je obvyklé parametr C vyjadřovat číslem ∞.

Jak bylo již uvedeno dříve, systém hromadné obsluhy lze charakterizovat větším počtem vlastností, a proto byla Kendallova klasifikace dále rozšířena na tvar

A/B/C/D/E/F,

kde význam symbolů D, E, F je následující:

D přirozené číslo udávající max. počet požadavků v systému (tj. kapacitu systému), není-li explicitně omezen, je vyjádřen ∞,
E přirozené číslo vyjadřující maximální počet požadavků ve vstupním proudu (nebo také ve zdroji požadavků), pokud je neomezen, opět se použije ∞,
F typ fronty (FIFO/LIFO/SIRO/PRI).

Parametr A může nabývat následujících hodnot:

M intervaly mezi příchody požadavků jsou navzájem stochasticky nezávislé a mají exponenciální rozdělení, to znamená, že vstupní proud reprezentuje Poissonův (Markovovův) proces, podrobněji viz dále,
E_k Erlangovo rozdělení s parametry λ a k,
K_n rozdělení χ^2 s n stupni volnosti,
N normální (Gaussovo) rozdělení,
U rovnoměrné rozdělení,
G obecný případ, doba mezi příchody požadavků je dána svou distribuční funkcí,
D intervaly mezi příchody požadavků jsou konstantní (mají deterministický charakter).

Parametr B může nabývat stejné hodnoty jako parametr A, tyto hodnoty se ale zde vztahuji k náhodné veličině doba obsluhy požadavku.

Protože většina systémů hromadné obsluhy předpokládá, že vstupní proud požadavků tvoří *Poissonův* (*Markovovův*) *proces*, popíšeme jej blíže. Poissonův proces je proud jevů, který splňuje následující vlastnosti:

1. *Stacionárnost* (*homogenita v čase*) – počet jevů ve stejně dlouhých časových intervalech je konstantní.
2. *Regulárnost* (*ordinárnost*) – pravděpodobnost výskytu více než jednoho jevu v dostatečně malém intervalu délky Δt je zanedbatelně malá. To znamená, že v intervalu (t, $t+\Delta t$) se buď vyskytne právě jeden jev s pravděpodobností $\lambda\,\Delta t$ anebo s pravděpodobností $1-\lambda\,\Delta t$ se v tomto intervalu žádný jev nevyskytne. Jinak řečeno

v Poissonově procesu je možný jen přechod systému do nejbližšího „vyššího“ stavu anebo setrvání v témže stavu.

3. *Nezávislost přírůstků* – počet jevů, které se vyskytnou v jednom časovém intervalu, nezávisí na počtu jevů v jiných intervalech,

2. SYSTÉM HROMADNÉ OBSLUHY $M/M/1/\infty/\infty$/FIFO

Uvažujme nejdříve situaci na vstupu systému *izolovaně* od procesu obsluhy a zaveďme náhodnou veličinu *počet požadavků, které přišly do systému během intervalu* $\langle t_0, t_0+\Delta t\rangle$, kde $\Delta t \in (0, \infty)$. Vzhledem ke stacionárnosti Poissonova procesu počet požadavků nezávisí na volbě počátečního okamžiku t_0 a význam má pouze délka uvažovaného intervalu Δt.

Nechť $p_k(t)$ označuje pravděpodobnost toho, že v čase t je v systému právě k požadavků. Z regulárnosti Poissonova procesu vyplývá, že pravděpodobnost, že v čase $t+\Delta t$ bude v systému k požadavků je rovna pravděpodobnosti toho, že v čase t bylo v systému $k-1$ požadavků a během doby Δt vstoupil do systému jeden požadavek s pravděpodobností $\lambda\,\Delta t$ anebo v čase t bylo v systému k požadavků a během doby Δt s pravděpodobností $1-\lambda\,\Delta t$ do systému žádný nový požadavek nevstoupil. Z pravidel pro výpočet pravděpodobnosti konjunkce a disjunkce nezávislých jevů odtud plyne vztah:

$$p_k(t+\Delta t) = p_{k-1}(t).\,\lambda\,\Delta t + p_k(t).(1-\lambda\,\Delta t),\ k = 1,2,\ \dots \tag{1}$$

Pravděpodobnost, že v čase $t+\Delta t$ v systému není žádný požadavek je dána pravděpodobností toho, že tam žádný požadavek nebyl a ani během doby Δt žádný nevstoupil, tj.

$$p_0(t+\Delta t) = p_0(t).(1-\lambda\,\Delta t) \tag{2}$$

Po snadné úpravě ze vztahů (1) a (2) dostaneme vztahy (3) a (4).

$$\frac{p_k(t+\Delta t) - p_k(t)}{\Delta t} = \lambda\, p_{k-1}(t) - \lambda\, p_k(t), \quad k = 1,2,... \tag{3}$$

$$\frac{p_0(t+\Delta t) - p_0(t)}{\Delta t} = -\lambda\, p_0(t) \tag{4}$$

Proveďme nyní ve vztazích (3) a (4) provedeme limitní přechod pro $\Delta t \to 0$. Dostáváme:

$$\lim_{\Delta t\to 0} \frac{p_k(t+\Delta t) - p_k(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0} \lambda\, p_{k-1}(t) - \lambda\, p_k(t), \quad k = 1,2,...$$

$$\lim_{\Delta t\to 0} \frac{p_0(t+\Delta t) - p_0(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0} (-\lambda\, p_0(t))$$

Výrazy na levé straně předchozích dvou vztahů jsou derivacemi funkcí $p_k(t)$ a $p_0(t)$ v bodě t, tj. $p_k'(t)$ a $p_0'(t)$, zatímco na jejich pravé strany nemá limitní přechod vliv. Odtud tedy dostáváme rekurentní vztahy (5), (6):

$$p_k'(t) = \lambda\, p_{k-1}(t) - \lambda\, p_k(t), \quad k = 1,2,... \tag{5}$$

$$p_0'(t) = -\lambda\, p_0(t) \tag{6}$$

Tyto rekurentní vztahy představují soustavu nekonečně mnoha obyčejných diferenciálních rovnic 1. řádu. Pro jejich řešení potřebujeme znát počáteční podmínky. Je však zřejmé, že v čase 0 se žádné požadavky v systému ještě nenachází, a tedy

$$p_k(0) = 0, \quad k = 1,2,... \tag{7}$$

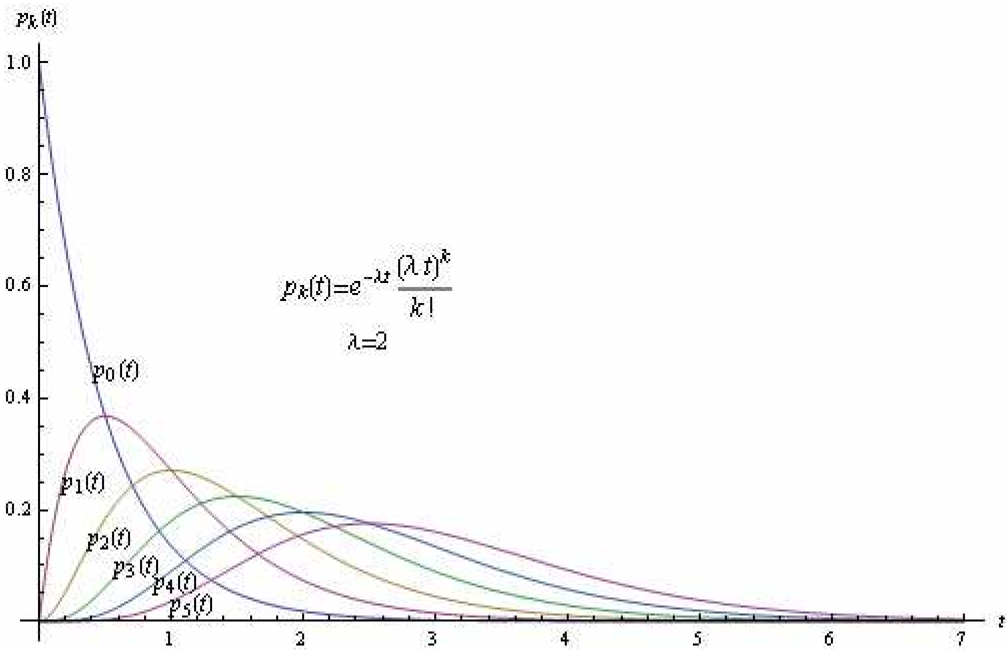
$$p_0(0) = 1 \qquad (8)$$

Z teorie obyčejných diferenciálních rovnic je známo, že řešením soustavy rovnic (5), (6) s počátečními podmínkami (7), (8) je soustava funkcí

$$p_k(t) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^k}{k!}, \quad k = 0,1,2,... \qquad (9)$$

Speciálně pro k=0 je

$$p_0(t) = e^{-\lambda t} \qquad (10)$$



Obr. 2 Grafické zobrazení funkcí $p_k(t)$ pro k=0,1, … , 5 a λ=2.

Ze vztahu (9) je tedy vidět, že v systému $M/M/1$ náhodná veličina počet požadavků, které přišly do systému za časový interval délky t, má *Poissonovo rozdělení* s parametrem λt.
Střední hodnota této náhodné veličiny je λt a speciálně pro t=1 je střední hodnota náhodné veličiny počet požadavků, které přišly do systému za časovou jednotku rovna λ. Říkáme, že λ je *střední intenzita vstupu* nebo krátce *intenzita vstupu* a vyjadřuje průměrný počet požadavků, které do systému vstoupily za časovou jednotku.

Ukážeme ještě, že náhodná veličina interval mezi příchody požadavků má exponenciální rozdělení. Označme tuto veličinu T. Pak pravděpodobnost toho, že po vstupu jednoho požadavku žádný další požadavek po celou dobu intervalu t do systému nevstoupil, je rovna $p_0(t)$, a tedy podle vztahu (10)

$$P(T > t) = p_0(t) = e^{-\lambda t} \qquad (11)$$

Odtud již dostáváme *distribuční funkci* $F(t)$ *exponenciálního rozdělení* s parametrem λ.

$$F(t) = P(T \le t) = 1 - P(T > t) = 1 - e^{-\lambda t} \qquad (12)$$

Střední hodnota náhodné veličiny T vyjadřující průměrný čas mezi dvěma po sobě jdoucími požadavky je

$$E(T)=1/\lambda \qquad (13)$$

Analogicky můžeme nyní zkoumat proces obsluhy. Předpokládáme, že náhodná veličina *doba obsluhy jednoho požadavku* (krátce *doba obsluhy*) má exponenciální rozdělení. Parametr tohoto rozdělení označme μ, přičemž obecně platí, že $\mu \neq \lambda$. Střední hodnota náhodné veličiny doba obsluhy T_O je

$$E(T_O)=1/\mu \tag{14}$$

a parametr μ udává střední hodnotu počtu požadavků obsloužených za časovou jednotku doby práce kanálu, stručněji *střední intenzitu obsluhy*, krátce *intenzitu obsluhy*.

Pro odvození dalších charakteristik systému je výhodné činnost systému hromadné popsat *grafem přechodů systému*. Uzly tohoto grafu představují stavy systému a orientované hrany přechody z jednoho stavu do druhého a ohodnocení těchto hran je popsáno pravděpodobností přechodu z jednoho stavu do druhého. Stav S_n pro pevné $t \in \langle 0, \infty)$, přesněji tedy $S_n(t)$ je náhodnou veličinou a vyjadřuje, že v čase t je v systému n požadavků. Je-li v systému $M/M/1/\infty/\infty$/FIFO právě n požadavků, $n \geq 1$, pak jeden je v jediné obslužné lince systému (kanálu obsluhy) obsluhován a zbývajících $n-1$ čeká ve frontě. Přechody mezi stavy, které se liší počtem požadavků v systému o jedna, lze chápat jako *proces zrodů a zániků*, kde zrod představuje vstup požadavku do systému a zánik odchod požadavku ze systému po skončení jeho obsluhy. Pro dané předpoklady Poissonův vstupní proud požadavků s parametrem λ a exponenciální rozdělení času obsluhy s parametrem μ je možné chování systému hromadné obsluhy popsat pomocí *Markovových* (nebo také *markovských*) *procesů*.

Vzhledem k regulárnosti (ordinárnosti) má smysl uvažovat pouze pravděpodobnosti přechodů $P(S_i \to S_j)$, kde buď $i=j$ nebo i a j se liší o 1. Např. pravděpodobnost přechodu $P(S_0 \to S_0)$ odpovídá pravděpodobnosti jevu, že během intervalu délky Δt do systému žádný požadavek nevstoupí; pravděpodobnost přechodu $P(S_k \to S_{k-1})$, $k \geq 1$ je pravděpodobností jevu, že během intervalu délky Δt do systému žádný požadavek nevstoupí a současně jeden požadavek bude obsloužen a systém opustí; pravděpodobnost přechodu $P(S_k \to S_k)$, $k \geq 1$ je rovna pravděpodobnosti jevu, že během intervalu délky Δt do systému žádný požadavek nevstoupí ani z něj nevystoupí anebo během tohoto intervalu do systému jeden požadavek vstoupí a současně jeden bude obsloužen a systém opustí.

Z vlastností regulárnosti a pravidel počítání výsledné pravděpodobnosti z dílčích pravděpodobností konjunkce a disjunkce nezávislých jevů dostáváme při zanedbávání mocnin délky intervalu Δt pro pravděpodobnosti přechodů následující vztahy:

$$P(S_0 \to S_0) = 1-\lambda \Delta t \tag{15}$$

$$P(S_0 \to S_1) = \lambda \Delta t \tag{16}$$

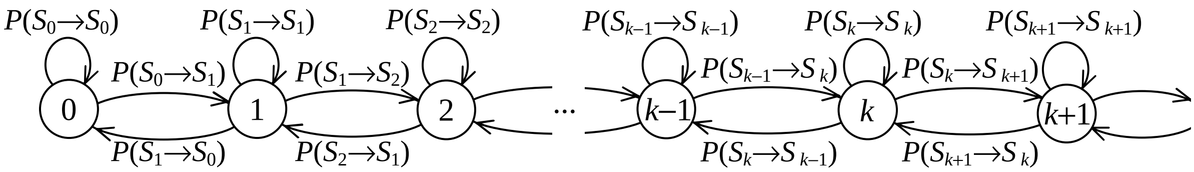
$$P(S_k \to S_{k-1}) = (1-\lambda \Delta t)\, \mu \Delta t = \mu \Delta t - \lambda \mu \Delta t^2 \ \mathrm{Y}\ \mu \Delta t \tag{17}$$

$$P(S_k \to S_k) = (1-\lambda \Delta t)(1-\mu \Delta t) + \lambda \Delta t\, \mu \Delta t = 1-\mu \Delta t-\lambda \Delta t + 2\lambda \mu \Delta t^2 \ \mathrm{Y}\ 1-(\lambda+\mu)\Delta t \tag{18}$$

$$P(S_k \to S_{k+1}) = \lambda \Delta t\,(1-\mu \Delta t) = \lambda \Delta t - \lambda \mu \Delta t^2 \ \mathrm{Y}\ \lambda \Delta t \tag{19}$$

Vztahy (17), (18), (19) platí pro $k = 1,2, \ldots$

Graf přechodů systému $M/M/1/\infty/\infty$/FIFO je naznačen na obr. 3. Pro jednoduchost je obvyklé uzly označovat jen čísly a ne symboly S_i. Místo obecných označení pravděpodobností přechodů zadáme konkrétní výrazy určené vztahy (15)-(19).



Obr. 3 Graf přechodů systému hromadné obsluhy $M/M/1/\infty/\infty$/FIFO

S využitím pravděpodobností přechodů mezi stavy můžeme určit pravděpodobnosti $p_k(t)$ vyjadřující, že v čase t je v systému právě k požadavků, tentokrát již nikoliv izolovaně pro vstup požadavků a jejich obsluhu, ale dohromady.

$$p_0(t+\Delta t) = P(S_0 \to S_0) + P(S_1 \to S_0) = p_0(t).(1-\lambda\,\Delta t) + p_1(t).\mu\,\Delta t \tag{20}$$

$$\begin{aligned} p_k(t+\Delta t) &= P(S_{k-1} \to S_k) + P(S_k \to S_k) + P(S_{k+1} \to S_k) = \\ &= p_{k-1}(t).\ \lambda\,\Delta t + p_k(t).[1-(\lambda+\mu)\,\Delta t] + p_{k+1}(t).\ \mu\,\Delta t, \quad k = 1,2,\ \dots \end{aligned} \tag{21}$$

Po snadné úpravě ze vztahů (20) a (21) dostaneme vztahy (22) a (23).

$$\frac{p_0(t+\Delta t) - p_0(t)}{\Delta t} = -\lambda\, p_0(t) + \mu\, p_1(t) \tag{22}$$

$$\frac{p_k(t+\Delta t) - p_k(t)}{\Delta t} = \lambda\, p_{k-1}(t) - (\lambda+\mu)\, p_k(t) + \mu\, p_{k+1}(t), \quad k = 1,2,... \tag{23}$$

Proveďme nyní ve vztazích (22) a (23) limitní přechod pro $\Delta t \to 0$. Dostáváme:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{p_0(t+\Delta t) - p_0(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} [-\lambda\, p_0(t) + \mu\, p_1(t)]$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{p_k(t+\Delta t) - p_k(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} [\lambda\, p_{k-1}(t) - (\lambda+\mu)\, p_k(t) + \mu\, p_{k+1}(t)], \quad k = 1,2,...$$

Výrazy na levé straně předchozích dvou vztahů jsou derivacemi funkcí $p_0(t)$ a $p_k(t)$ v bodě t, tj. $p_0'(t)$ a $p_k'(t)$, zatímco na jejich pravé strany nemá limitní přechod vliv. Odtud tedy dostáváme rekurentní vztahy (24), (25):

$$p_0'(t) = -\lambda\, p_0(t) + \mu\, p_1(t) \tag{24}$$

$$p_k'(t) = \lambda\, p_{k-1}(t) - (\lambda+\mu)\, p_k(t) + \mu\, p_{k+1}(t), \quad k = 1,2,... \tag{25}$$

Tyto rekurentní vztahy představují soustavu nekonečně mnoha obyčejných diferenciálních rovnic 1. řádu. Pro jejich řešení potřebujeme znát počáteční podmínky, které jsou dány stavem systému v čase t_0=0. Je-li v čase t_0=0 v systému k_0 požadavků, pak počáteční podmínky jsou

$$p_{k_0}(0) = 1 \tag{26}$$

$$p_k(0) = 0, \quad k \ge 1, k \ne k_0 \tag{27}$$

V dalším budeme předpokládat, že $\lambda < \mu$, tj. $\lambda/\mu < 1$. Označme poměr λ/μ symbolem ψ. Nazýváme jej *intenzita zatížení systému* (anebo také *intenzita provozu kanálu*). Podmínka (28)

$$\psi = \frac{\lambda}{\mu} < 1 \tag{28}$$

je nutnou a postačující podmínkou, aby fronta nerostla nade všechny meze. Tato podmínka také zajistí, že po dostatečně dlouhé době od otevření systému hromadné obsluhy se poměry v SHO ustálí, tj. existují limity

$$\lim_{t\to\infty} p_k(t) = p_k, \quad k = 0,1,\ldots, \tag{29}$$

a tedy po uplynutí dostatečně dlouhé doby od otevření SHO lze považovat pravděpodobnosti $p_k(t)$ za konstantní, tj.

$$p_k(t) = p_k = \text{konst} \tag{30}$$

Protože derivace konstanty je rovna nule, dostáváme z tohoto závěru a ze vztahů (24) a (25) soustavu nekonečně mnoha lineárních algebraických rovnic určenou vztahy (31) a (32).

$$0 = -\lambda\, p_0 + \mu\, p_1 \tag{31}$$

$$0 = \lambda\, p_{k-1} - (\lambda + \mu)\, p_k + \mu\, p_{k+1}, \quad k = 1,2,\ldots \tag{32}$$

Je zřejmé, že platí

$$\sum_{k=0}^{\infty} p_k = 1 \tag{33}$$

Ze vztahu (31) vyjádříme p_1 a dostaneme

$$p_1 = \frac{\lambda}{\mu} p_0 = \psi\, p_0 \tag{34}$$

a z (32) vyjádříme p_k pro $k \geq 2$. Speciálně pro k=1 dostáváme z (32)

$$\begin{aligned} p_2 &= \frac{1}{\mu}[-\lambda p_0 + (\lambda+\mu)p_1] = \frac{1}{\mu}[-\lambda p_0 + (\lambda+\mu)\psi p_0] = \frac{1}{\mu}[-\lambda p_0 + (\lambda+\mu)\frac{\lambda}{\mu}p_0] = \\ &= \frac{\lambda}{\mu}[-p_0 + \frac{\lambda}{\mu} p_0 + p_0] = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 p_0 = \psi^2\, p_0 \end{aligned} \tag{35}$$

a obecně pro k=1,2, … platí

$$p_k = \psi^k\, p_0 \tag{36}$$

Zbývá ještě určit p_0. K tomu využijeme vztahy (33) a (36).

$$\sum_{k=0}^{\infty} p_k = \sum_{k=0}^{\infty} (\psi^k\, p_0) = p_0 \sum_{k=0}^{\infty} \psi^k = 1 \tag{37}$$

Protože suma ve vztahu (37) je geometrická řada s kvocientem ψ, prvním členem ψ^0=1 a součtem $\frac{1}{1-\psi}$, dostáváme z (37) $p_0 \frac{1}{1-\psi} = 1$, a tedy

$$p_0 = 1 - \psi \tag{38}$$

S využitím vztahu (38) můžeme (36) vyjádřit ve tvaru

$$p_k = \psi^k (1-\psi), \quad k = 1,2,\ldots \tag{39}$$

Tyto vztahy umožňují odvodit další důležité charakteristiky systému $M/M/1/\infty/\infty$/FIFO, mezi něž patří například:

1. *Střední hodnota počtu požadavků v systému*:

$$E(N_s)=\overline{n_s}=\sum_{k=0}^{\infty}k\,p_k=\sum_{k=1}^{\infty}[k\,\psi^k(1-\psi)]=(1-\psi)\sum_{k=1}^{\infty}k\,\psi^k=(1-\psi)\psi\sum_{k=1}^{\infty}k\,\psi^{k-1}=$$
$$=(1-\psi)\psi\frac{d}{d\psi}\int\sum_{k=1}^{\infty}k\,\psi^{k-1}d\psi=(1-\psi)\psi\frac{d}{d\psi}\sum_{k=1}^{\infty}\psi^k=(1-\psi)\psi\frac{d}{d\psi}\left(\frac{\psi}{1-\psi}\right)= \qquad (40)$$
$$=(1-\psi)\psi\frac{(1-\psi)+\psi}{(1-\psi)^2}=(1-\psi)\psi\frac{1}{(1-\psi)^2}=\frac{\psi}{1-\psi}=\frac{\frac{\lambda}{\mu}}{1-\frac{\lambda}{\mu}}=\frac{\lambda}{\mu-\lambda}$$

2. *Střední hodnota počtu požadavků ve frontě* (*střední délka fronty*):

$$E(N_f)=\overline{n_f}=\sum_{k=1}^{\infty}(k-1)p_k=\sum_{k=1}^{\infty}k\,p_k-\sum_{k=1}^{\infty}p_k=\overline{n_s}-(1-p_0)=$$
$$=\overline{n_s}-[1-(1-\psi)]=\overline{n_s}-\psi=\frac{\psi}{1-\psi}-[1-(1-\psi)]=\frac{\psi}{1-\psi}-\psi=\frac{\psi^2}{1-\psi}=\psi\,\overline{n_s} \qquad (41)$$

3. *Střední doba setrvání požadavku v systému*:

$$E(T_s)=\overline{t_s}=\frac{\overline{n_s}}{\lambda}=\frac{\psi}{\lambda(1-\psi)}=\frac{\frac{\lambda}{\mu}}{\lambda\left(1-\frac{\lambda}{\mu}\right)}=\frac{1}{\mu-\lambda} \qquad (42)$$

4. *Střední doba čekání požadavku ve frontě*:

$$E(T_f)=\overline{t_f}=\frac{\overline{n_f}}{\lambda}=\frac{\psi^2}{\lambda(1-\psi)}=\frac{\psi}{\mu(1-\psi)} \qquad (43)$$

5. *Střední doba obsluhy*:

$$E(T_O)=\frac{1}{\mu} \qquad (44)$$

6. *Koeficient prostoje obslužného kanálu*

$$K_0 = p_0 = 1-\psi \qquad (45)$$

7. *Koeficient využití* (*zatížení*) *obslužného kanálu*

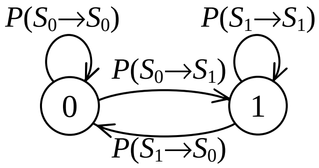
$$K_1 = 1-p_0 = 1-(1-\psi) = \psi \qquad (46)$$

Ze vztahů (40)-(43) je vidět, že v systému $M/M/1/\infty/\infty$/FIFO nemůže být $\lambda=\mu$, resp. $\psi=1$, protože by to mělo za následek růst uvedených parametrů nade všechny meze.

3. SYSTÉM HROMADNÉ OBSLUHY $M/M/1/1/\infty$

Stejně jako v předchozím systému $M/M/1/\infty/\infty$/FIFO budeme předpokládat, že vstupní proud je Poissonův proces s intenzitou vstupu λ, čas obsluhy má exponenciální rozdělení se střední hodnotou $\bar{t} = 1/\mu$, intenzita obsluhy je μ. Protože čtvrtý parametr, který udává max. počet požadavků v systému, je roven 1, jde o systému bez čekání a fronta se nevytváří, a tedy šestý parametr (typ fronty) zde nemá smysl. Proto také jsou možné pouze 2 stavy: S_0 – systém je volný a S_1 – v systému je jeden požadavek, který je právě obsluhován. Příkladem tohoto systému je volání na telefonní linku, buď je linka volná a volající je spojen anebo je obsazená a ke spojení hovoru nedojde.

Graf přechodů se značně zjednoduší, jak ukazuje obr. 4.



Obr. 4 Graf přechodů systému hromadné obsluhy $M/M/1/1/\infty$

Z daných předpokladů obdobně jako v předchozím modelu určíme pravděpodobnosti přechodů. Vztahy (47), (48) a (49) jsou přímou analogií vztahů (15), (16) a (17). Vztah (50) se však od vztahu (18) mírně liší, protože do systému nemůže vstoupit druhý požadavek, proto pravděpodobnost přechodu $P(S_1 \to S_1)$ je rovna pravděpodobnosti jevu, že v systému je jeden požadavek a během intervalu délky Δt jej neopustí anebo během tohoto intervalu bude obsloužen a systém opustí a současně do systému jeden požadavek vstoupí.

$$P(S_0 \to S_0) = 1 - \lambda\,\Delta t \tag{47}$$

$$P(S_0 \to S_1) = \lambda\,\Delta t \tag{48}$$

$$P(S_1 \to S_0) = (1 - \lambda\,\Delta t)\,\mu\,\Delta t = \mu\,\Delta t - \lambda\,\mu\,\Delta t^2 \;\mathrm{Y}\; \mu\,\Delta t \tag{49}$$

$$P(S_1 \to S_1) = 1 - \mu\,\Delta t + \mu\,\Delta t\,\lambda\,\Delta t = 1 - \mu\,\Delta t + \mu\lambda\,\Delta t^2 \;\mathrm{Y}\; 1 - \mu\,\Delta t \tag{50}$$

Podobně jako u vztahů (20) a (21) můžeme s využitím pravděpodobností přechodů mezi stavy určit pravděpodobnosti $p_0(t)$ a $p_1(t)$.

$$p_0(t+\Delta t) = P(S_0 \to S_0) + P(S_1 \to S_0) = p_0(t).(1 - \lambda\,\Delta t) + p_1(t).\mu\,\Delta t \tag{51}$$

$$p_1(t+\Delta t) = P(S_0 \to S_1) + P(S_1 \to S_1) = p_0(t).\,\lambda\,\Delta t + p_1(t).\,(1 - \mu\,\Delta t) \tag{52}$$

Po stejných úpravách jako u vztahů (22)-(25) dostaneme vztahy (53) a (54):

$$p_0'(t) = -\lambda\, p_0(t) + \mu\, p_1(t) \tag{53}$$

$$p_1'(t) = \lambda\, p_0(t) - \mu\, p_1(t) \tag{54}$$

Počáteční podmínky jsou

$$p_0(0) = 1 \tag{55}$$

$$p_1(0) = 0 \tag{56}$$

Protože v každém čase může být v systému buď žádný anebo jeden požadavek, platí navíc

$$p_0(t) + p_1(t) = 1 \tag{57}$$

Za předpokladu permanentního režimu se po dostatečně dlouhé době od otevření systému hromadné obsluhy se poměry v SHO ustálí, tj. existují limity

$$\lim_{t\to\infty} p_k(t) = p_k, \quad k = 0,1, \tag{58}$$

a tedy po uplynutí dostatečně dlouhé doby od otevření SHO lze považovat pravděpodobnosti $p_0(t)$ a $p_1(t)$ za konstantní, jejich derivace jsou tedy rovny nule a ze vztahů (53), (54) a (57) dostáváme vztahy (59), (60), (61):

$$0 = -\lambda\, p_0 + \mu\, p_1 \tag{59}$$

$$0 = \lambda\, p_0 - \mu\, p_1 \tag{60}$$

$$p_0 + p_1 = 1 \tag{61}$$

Řešením této soustavy rovnic snadno získáme výrazy pro p_0 a p_1:

$$p_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \tag{62}$$

$$p_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \tag{63}$$

Poměr $\psi = \lambda/\mu$ nazýváme *intenzita zatížení systému* (anebo také *intenzita provozu kanálu*). Dalšími důležitými charakteristikami systému $M/M/1/1/\infty$ jsou:

1. *Pravděpodobnost ztráty* (*odmítnutí*) *požadavku*
   (= pravděpodobnost, že v systému je jeden požadavek a jediná obslužná linka je obsazena)

$$p_{zt} = p_1 \tag{64}$$

2. *Relativní kapacita systému* (*pravděpodobnost obsluhy požadavku*)
   (= pravděpodobnost toho, že v systému žádný požadavek není a příchozí požadavek může být tedy obsloužen)

$$K_r = P_{obsl} = p_0 \tag{65}$$

3. *Absolutní kapacita systému* (= počet obsloužených požadavků za časovou jednotku)

$$K_a = K_r\, \lambda \tag{66}$$

4. *Nominální kapacita systému*
   (= maximální počet požadavků, které je systém schopen obsloužit za časovou jednotku)

$$K_{nom} = \mu \tag{67}$$

5. *Koeficient prostoje obslužného kanálu*

$$K_0 = p_0 \tag{68}$$

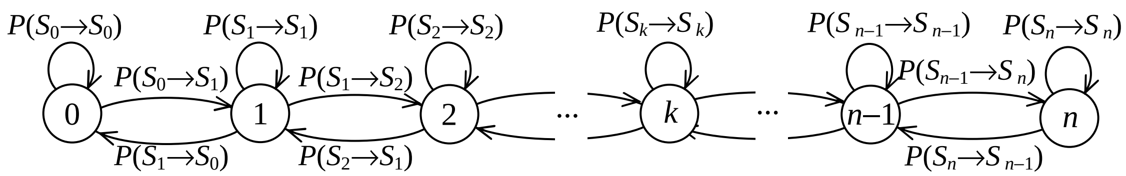
6. *Koeficient využití* (*zatížení*) *obslužného kanálu*

$$K_1 = 1 - p_0 = p_1 \tag{69}$$

4. SYSTÉM HROMADNÉ OBSLUHY $M/M/n/n/\infty$

V tomto systému se poprvé setkáváme s více kanály. Současně počet požadavků v systému je omezený počtem obslužných linek (kanálů), to znamená, že každý požadavek vstupuje do samotné obslužné linky, žádné požadavky se neřadí do fronty a jsou-li všechny obslužní linky obsazeny, další požadavek je odmítnut. Typickým příkladem systému tohoto typu je telefonní ústředna.

Stavem S_i budeme opět rozumět náhodnou veličinou, která vyjadřuje, že v daném čase je v systému i požadavků. To zde současně odpovídá počtu obsazených obslužných linek. Graf přechodů je naznačen na obr. 5.



Obr. 5 Graf přechodů systému hromadné obsluhy $M/M/n/n/\infty$

Některé pravděpodobnosti přechodů mezi stavy jsou složitější než u předchozích systémů. Například $P(S_{k+1} \to S_k)$ se rovná pravděpodobnosti, že buď byl obsloužen požadavek v 1. obslužné lince anebo v 2. lince, … , anebo v (k+1)-ní lince, tj. $P(S_{k+1} \to S_k) = \mu\Delta t + \mu\Delta t + \ldots + \mu\Delta t = (k+1)\,\mu\Delta t$. Podobně $P(S_n \to S_n)$ se rovná pravděpodobnosti, že ze žádné z n obslužných linek žádný požadavek nevystoupil, vstoupit přitom žádný nemohl, protože všechny linky byly již obsazeny. To znamená, že $P(S_n \to S_n) = 1-(\mu\Delta t + \mu\Delta t + \ldots + \mu\Delta t) = 1 - n\,\mu\Delta t$. Všechny potřebné pravděpodobnosti přechodů uvádí vztahy (70)-(73).

$$P(S_{k-1} \to S_k) = \lambda\,\Delta t,\ \ k = 1, \ldots , n \tag{70}$$

$$P(S_k \to S_k) = (1-\lambda\,\Delta t)\,(1-k\,\mu\Delta t) = 1-(\lambda + k\,\mu)\,\Delta t + k\,\lambda\,\mu\,\Delta t^2 \text{ Y } 1-(\lambda + k\,\mu)\,\Delta t, \quad k = 0, \ldots , n-1 \tag{71}$$

$$P(S_{k+1} \to S_k) = (k+1)\,\mu\Delta t,\ \ k = 0, \ldots , n-1 \tag{72}$$

$$P(S_n \to S_n) = 1 - n\,\mu\Delta t \tag{73}$$

Podobně jako u vztahů (20) a (21) můžeme s využitím pravděpodobností přechodů mezi stavy určit pravděpodobnosti $p_0(t), p_1(t), \ldots , p_k(t), \ldots , p_n(t)$.

$$p_0(t+\Delta t) = P(S_0 \to S_0) + P(S_1 \to S_0) = p_0(t).(1-\lambda\,\Delta t) + p_1(t).\mu\Delta t \tag{74}$$

$$\begin{aligned} p_1(t+\Delta t) &= P(S_0 \to S_1) + P(S_1 \to S_1) + P(S_2 \to S_1) = \\ &= p_0(t).\,\lambda\,\Delta t + p_1(t).[1-(\lambda+\mu)\,\Delta t] + p_2(t).\,2\mu\Delta t \end{aligned} \tag{75}$$

…

$$\begin{aligned} p_k(t+\Delta t) &= P(S_{k-1} \to S_k) + P(S_k \to S_k) + P(S_{k+1} \to S_k) = \\ &= p_{k-1}(t).\,\lambda\,\Delta t + p_k(t).[1-(\lambda+\mu)\,\Delta t] + p_{k+1}(t).\,(k+1)\,\mu\Delta t \end{aligned} \tag{76}$$

…

$$p_n(t+\Delta t) = P(S_{n-1} \to S_n) + P(S_n \to S_n) = p_{n-1}(t).\,\lambda\,\Delta t + p_n(\mathrm{t})\,(1 - n\,\mu\Delta t) \tag{77}$$

Po stejných úpravách jako u vztahů (22)-(25) dostaneme vztahy (78)-(81), které se nazývají *Erlangova soustava rovnic*:

$$p_0'(t) = -\lambda\,p_0(t) + \mu\,p_1(t) \tag{78}$$

$$p_1'(t) = \lambda\,p_0(t) - (\lambda+\mu)\,p_1(t) + 2\mu\,p_2(t) \tag{79}$$

$$p_k'(t) = \lambda\, p_{k-1}(t) - (\lambda+\mu)\, p_k(t) + (k+1)\,\mu\, p_{k+1}(t) \tag{80}$$

…

$$p_n'(t) = \lambda\, p_{n-1}(t) - n\mu\, p_n(\mathrm{t}) \tag{81}$$

Počáteční podmínky jsou

$$p_0(0) = 1 \tag{82}$$

$$p_1(0) = p_2(0) = ... = p_n(0) = 0 \tag{83}$$

Protože v každém čase může být v systému buď žádný anebo jeden požadavek anebo dva požadavky … anebo n požadavků, platí navíc

$$\sum_{k=0}^{n} p_k(t) = 1 \tag{84}$$

Za předpokladu permanentního režimu se po dostatečně dlouhé době od otevření systému hromadné obsluhy se poměry v SHO ustálí, tj. existují limity

$$\lim_{t\to\infty} p_k(t) = p_k, \quad k = 0,...,n, \tag{85}$$

pravděpodobnosti $p_k(t)$ konstantní, jejich derivace jsou tedy rovny nule a ze vztahů (78)-(81) a (84) dostáváme vztahy (59), (60), (61):

$$0 = -\lambda\, p_0 + \mu\, p_1 \tag{86}$$

$$0 = \lambda\, p_0 - (\lambda+\mu)\, p_1 + 2\mu\, p_2 \tag{87}$$

…

$$0 = \lambda\, p_{k-1} - (\lambda+\mu)\, p_k + (k+1)\,\mu\, p_{k+1} \tag{88}$$

…

$$0 = \lambda\, p_{n-1} - n\mu\, p_n \tag{89}$$

$$\sum_{k=0}^{n} p_k = 1 \tag{90}$$

Ze vztahu (86) vyjádříme p_1

$$p_1 = \frac{\lambda}{\mu} p_0 = \psi p_0 \tag{91}$$

Ze vztahu (87) můžeme vyjádřit p_2

$$p_2 = \frac{-\lambda p_0 + (\lambda+\mu) p_1}{2\mu} = \frac{-\lambda p_0 + (\lambda+\mu)\frac{\lambda}{\mu} p_0}{2\mu} = \frac{\lambda^2}{2\mu^2} p_0 = \frac{\psi^2}{2} p_0 \tag{92}$$

S využitím rekurentní povahy rovnic (86)-(89) lze pak vyjádřit obecný *Erlangův vzorec* (93):

$$p_k = \frac{\lambda^k}{k!\,\mu^k} p_0 = \frac{\psi^k}{k!} p_0, \quad k = 1,2,...,n \tag{93}$$

Protože vztah (93) triviálně platí i pro k=0, můžeme ze vztahů (90) a (93) snadno určit p_0:

$$\sum_{k=0}^{n}\frac{\psi^k}{k!}p_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad p_0\sum_{k=0}^{n}\frac{\psi^k}{k!} = 1 \quad \text{a odtud}$$

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{n}\frac{\psi^k}{k!}} \tag{94}$$

Nyní již můžeme uvést charakteristiky systému $M/M/n/n/\infty$ vyjadřující ukazatele kvality obsluhy (charakteristiky 1-3) a ukazatele využití obslužných linek (charakteristiky 4-8):

1. *Pravděpodobnost ztráty* (*odmítnutí*) *požadavku*
   (= pravděpodobnost, že všechny obslužné jsou obsazeny)

$$p_{zt} = p_n = \frac{\psi^n}{n!}p_0 \tag{95}$$

2. *Relativní kapacita systému* (*pravděpodobnost obsluhy požadavku*)
   (= pravděpodobnost toho, že alespoň jedna z obslužných linek je volná)

$$K_r = 1 - p_{zt} \tag{96}$$

3. *Absolutní kapacita systému* (= počet obsloužených požadavků za časovou jednotku)

$$K_a = K_r\,\lambda \tag{97}$$

4. *Střední hodnota počtu obsazených obslužných linek*:

$$E(N_{obs}) = \overline{n_{obs}} = \sum_{k=0}^{n} k\,p_k \tag{98}$$

5. *Střední hodnota počtu volných obslužných linek*:

$$\begin{aligned} E(N_0) = \overline{n_0} &= \sum_{k=0}^{n}(n-k)p_k = \sum_{k=0}^{n}(n\,p_k - k\,p_k) = \sum_{k=0}^{n} n\,p_k - \sum_{k=0}^{n} k\,p_k = \\ &= n\sum_{k=0}^{n} p_k - \sum_{k=0}^{n} k\,p_k = n.1 - \overline{n_{obs}} = n - \overline{n_{obs}} \end{aligned} \tag{99}$$

6. *Nominální kapacita systému*
   (= maximální počet požadavků, které je systém schopen obsloužit za časovou jednotku)

$$K_{nom} = n\,\mu \tag{100}$$

7. *Koeficient prostoje obslužného kanálu*

$$K_0 = \frac{\overline{n_0}}{n} \tag{101}$$

8. *Koeficient využití* (*zatížení*) *obslužného kanálu*

$$K_z = \frac{\overline{n_z}}{n}, \text{ resp. } K_z = 1 - K_0 \tag{102}$$

V literatuře lze najít rozbor mnoha dalších systémů hromadné obsluhy, např. v knize (Hrubina, Jadlovská, Hrehová, 2005) je uveden systém $M/M/n/\infty/\infty/$FIFO a $M/M/n/m/m/$FIFO. Postup sestavení rekurentních rovnic vychází ze stejných úvah jako u předchozích modelů.

V případě $M/M/n/\infty/\infty/$FIFO se jedná o systém s n nezávislými a rovnocennými obslužnými linkami, kde požadavky čekají ve frontě jen tehdy, jsou-li všechny obslužné linky obsazeny. Fronta je jen jedna a je společná pro všechny obslužné linky.

Systémy, kde 5. parametr (maximální počet požadavků ve zdroji požadavků) je neomezený (tj. je vyjádřen číslem ∞), se označují jako *otevřené*. Je-li tento parametr dán konečným přirozeným číslem, mluvíme o *uzavřených* systémech hromadné obsluhy. Příkladem je systém $M/M/n/m/m/$FIFO.

5. SIMULACE PROCESU HROMADNÉ OBSLUHY

V praxi nemusí některé předpoklady platit a pak vzorce, které jsme odvodili, nejsou úplně přesné. Systémy hromadné obsluhy můžeme však také zkoumat simulačně metodou *Monte Carlo*, kdy generujeme náhodná čísla vyjadřující okamžik vstupu požadavku do systému a čas obsluhy.

Pokud hodnoty těchto náhodných veličin mají mít určité pravděpodobnostní rozdělení, je nutné to zajistit. Existuje k tomu řada metod, např. *vylučovací metoda* a *metoda inverzní funkce*. Vylučovací metoda je použitelná ke generování hodnot spojitých náhodných veličin, jejichž hustota pravděpodobnosti f je na nějakém intervalu $\langle a, b\rangle$ ohraničená a vně tohoto intervalu nulová. Princip metody je založen na tom, že generujeme náhodné body o souřadnicích (x, y) s rovnoměrným rozdělením v obdélníku $\langle a, b\rangle \times \langle 0, c\rangle$, kde c je maximální hodnota hustoty pravděpodobnosti f na intervalu $\langle a, b\rangle$. Jestliže vygenerovaný bod je pod funkcí f, tj. $y \le f(x)$, pak x považujeme za vygenerovanou hodnotu náhodné veličiny s daným rozdělením; v opačném případě vygenerovaný bod neuvažujeme, tj. z výpočtů jej vyloučíme. V metodě inverzní funkce nejdříve z hustoty pravděpodobnosti f podle vztahu (103) určíme distribuční funkci F rozdělení pravděpodobnosti.

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt \tag{103}$$

Vygenerujeme náhodné číslo r s rovnoměrným rozdělením na intervalu $\langle 0,1\rangle$, které považujeme za hodnotu distribuční funkce v dosud neznámém bodě x, tj. $F(x) = r$. Bod x odtud získáme podle inverzního vztahu (104):

$$x = F^{-1}(r) \tag{104}$$

Při simulačních experimentech je nutné rozhodnout, jak vyjádříme dynamické vlastnosti modelu, tj. jakou strategii zvolíme pro zachycení času. Existují dvě možnosti – *metoda pevného časového kroku* a *metoda proměnného časového kroku*. V prvním případě se vždy po uplynutí pevného časového intervalu zjišťuje, k jakým změnám došlo. V metodě proměnného časového kroku hranice časových kroků představují právě ty okamžiky, kdy dojde ke změně v systému, např. přijde nový požadavek do systému nebo se ukončí obsluha požadavku a požadavek systém opustí.

Příklad:

Uvažujme systém hromadné obsluhy se dvěma obslužnými linkami, neomezeným zdrojem trpělivých požadavků, frontou typu FIFO a proměnlivým časovým krokem daným tabulkou 1.

Tab. 1 Simulace systému hromadné obsluhy

čas vstupu požadavku [hod:min]	Doba obsluhy [min]	1. obslužná linka		2. obslužná linka		prostoj linek [min]	doba čekání na obsluhu [min]
		začátek [hod:min]	konec [hod:min]	začátek [hod:min]	konec [hod:min]		
09:00	3	09:00	09:03				
09:05	9	09:05	09:14			2	
09:10	9			09:10	09:19		
09:11	9	09:14	09:23				3
09:14	9			09:19	09:28		5
09:24	6	09:24	09:30				
09:34	9	09:34	09:43			4	
09:37	9			09:37	09:46		
09:38	3	09:43	09:46				5
09:41	9	09:46	09:55				5
09:42	6			09:46	09:52		4
09:52	9			09:52	10:01		
09:53	6	09:55	10:01				2
09:56	9	10:01	10:10				5
09:57	9			10:01	10:10		4

Součet dob čekání na obsluhu 15 požadavků z tabulky 4.1.3.1 je 33 min. Odtud statisticky odhadneme střední dobu čekání požadavku ve frontě

$$E(T_f) = \frac{33}{15} = 2{,}2\,\text{min}.$$

Z tabulky 1 určíme časové intervaly, v nichž se nemění počet požadavků. Výsledek je obsažen v tabulce 2.

Vidíme, že celkem po 2+4 = 6 min z celkových 70 min v systému žádný požadavek není, odtud odhadneme pravděpodobnost p_0.

$$p_0 = \frac{6}{70} = 0{,}0857$$

Obdobně odhadneme p_1 až p_5.

$$p_1 = \frac{14}{70} = 0{,}2, \quad p_2 = \frac{27}{70} = 0{,}3857, \quad p_3 = \frac{14}{70} = 0{,}2, \quad p_4 = \frac{8}{70} = 0{,}1143, \quad p_5 = \frac{1}{70} = 0{,}0143$$

Střední hodnota počtu požadavků v systému pak je:

$$E(N_s) = \sum_{k=0}^{\infty} k\, p_k = 0.0{,}857 + 1.0{,}2 + 2.0{,}3857 + 3.0{,}2 + 4.0{,}1143 + 5.0{,}0143 = 2{,}1$$

Střední hodnota počtu požadavků ve frontě (střední délka fronty):

$$E(N_f) = \sum_{k=n+1}^{\infty} (k-n)\, p_k = \sum_{k=3}^{\infty} (k-2)\, p_k = p_3 + 2p_4 + 3p_5 = 0{,}2 + 2.0{,}1143 + 3.0{,}0143 = 0{,}4715$$

Tab. 2 Výsledky výpočtů

časový interval	doba, po kterou je v systému hromadné obsluhy počet požadavků [min]					
	0	1	2	3	4	5
09:00 – 09:03		3				
09:03 – 09:05	2					
09:05 – 09:10		5				
09:10 – 09:11			1			
09:11 – 09:19				8		
09:19 – 09:23			4			
09:23 – 09:24		1				
09:24 – 09:28			4			
09:28 – 09:30		2				
09:30 – 09:34	4					
09:34 – 09:37		3				
09:37 – 09:38			1			
09:38 – 09:41				3		
09:41 – 09:42					1	
09:42 – 09:43						1
09:43 – 09:46					3	
09:46 – 09:53			7			
09:53 – 09:55				2		
09:55 – 09:56			1			
09:56 – 09:57				1		
09:57 – 10:01					4	
10:01 – 10:10			9			

6. ZÁVĚR

V příspěvku jsou studovány systémy hromadné obsluhy, které mají četné aplikace v logistice, např. v armádních operacích, telekomunikačních přenosech, ale i v běžném životě u obslužných linek čerpacích stanic, přepážek na nádražích, poštách apod. Jsou podrobně rozebrány způsoby klasifikace systémů a odvození matematických modelů za určitých předpokladů pravděpodobnostního rozdělení náhodných veličin doba (interval) mezi příchody požadavků do systému a doba obsluhy požadavku.

Protože tyto předpoklady v praxi nemusí být nutně splněny, je ukázán i simulační přístup pro řešení uvedených úloh.

Literatura

Bose, S.K.: An Introduction to Queueing Systems. - *Springer-Verlag, Berlin, 2001.*

Cooper, R.B.: Introduction to Queueing Theory. - *North Holland, New York, 1981.*

Gross, D., Shortle, J.F., Thompson, J.M., Harris, C.M.: Fundamentals of Queueing Theory. - *John Wiley & Sons, New York, 2008.*

Hrubina, K., Jadlovská, A., Hrehová, S.: Algoritmy optimalizačných metod s využitím programových systémov. - *Technická univerzita v Košiciach, Prešov-Košice, 2005.*

Jablonský, J.: Operační výzkum. - *Vysoká škola ekonomická, Fakulta informatiky a statistiky, Praha, 2001.*

Klvaňa, J.: Modelování 20. - *České vysoké učení technické, Fakulta stavební, Praha, 2005.*
Peltan, K., Májek, V.: Operační výzkum ve vojenství. - *Univerzita obrany, Brno, 2008*.
Virtamo, J.: Queueing Theory. - *Lecture Notes, Helsinki University of Technology, 2005.*

Recenzoval Prof. Ing. Vladimír Strakoš, DrSc.

CHAOTICKÉ DYNAMICKÉ SYSTÉMY V CESTOVNÍM RUCHU

Chaotic dynamic systems in tourism

Prof. Ing. Ctirad Schejbal, CSc., Dr.h.c.
Vysoká škola logistiky v Přerově
e-mail: ctirad.schejbal@vslg.cz

Abstrakt

Řada dynamických systémů, mezi které patří i systémy cestovního ruchu, má stochastický nelineární charakter a proto je obtížné je plně popsat. Takové systémy popisuje teorie deterministického chaosu, kterou lze definovat jako kvalitativní studium nestabilního, neperiodického chování deterministických nelineárních dynamických systémů. Teorie chaosu vytváří nové paradigma vědy. V přírodě existuje mnoho kontinuálních dynamických procesů, které mohou přecházet v ostře diskontinuitní důsledky, tj. v náhlé změny chování. Matematickým popisem struktury takových jevů se zabývá Thomova teorie katastrof, kterou lze využít např. v modelech reálných hospodářských cyklů, v modelování peněžních vztahů, nebo nečekávaných krachů kapitálových trhů. Dramatické události na měnových a kapitálových trzích v posledních letech představují celou řadu příkladů fungování teorie chaosu v praxi. Nový přístup k organizaci podniků lze také chápat jako realizaci fraktálové geometrie ve smyslu Mandelbrota. Teorie chaosu spolu s teorií komplexnosti implikují holistický přístup k evolučním systémům turismu.

Abstract

A number of stochastic dynamical systems is nonlinear in nature and therefore it is difficult to fully describe. Such systems describes the theory of deterministic chaos, which can be defined as a qualitative study of unstable, non-periodical behavior of deterministic nonlinear dynamical systems. Chaos theory creates a new paradigm of science. In nature there are many continuous dynamical process that can move in sharply discontinuous effects, ie sudden changes in behavior. Mathematical description of such phenomena deals with the Thom´s theory of catastrophes, which can be used for example in models of real business cycles, modeling the relationship of money, or unexpected collapse of capital markets. Dramatic events in the monetary and capital markets in recent years represent a wide range of examples of the chaos theory in practice. A new approach to organizing enterprise can also be understood as the implementation of Fractal Geometry in terms of Mandelbrot. Chaos Theory, along with the theory of complexity implies a holistic approach to evolutionary systems tourism.

Klíčová slova

Deterministický chaos. Teorie katastrof. Fraktálové struktury. Dynamické nelineární ekonomické procesy. Fraktálová podniková struktura. Aplikace v cestovním ruchu.

Key words

Deterministic chaos. Catastrophe theory. Fractal structures. Dynamical non-linear economic processes. Fractal enterprise structure. Application in tourism.

1. ÚVOD

Řada dynamických systémů (systémů vyvíjejících se v čase) má stochastický nelineární charakter a proto je obtížné, resp. prakticky nemožné je plně popsat. Vyjádření deterministickými modely nepostihuje dostatečně složitost systému. U mnohých systémů se projevuje extrémní citlivost na počáteční podmínky s tím, že výsledné stavy nejsou proporcionální příčinám. Takové systémy, jejichž chování není v principu spolehlivě predikovatelné, popisuje poměrně mladý matematický obor - *teorie deterministického chaosu.* Tato teorie předpokládá možnou existenci skrytých struktur uvnitř množiny dat, které jsou zodpovědné za chování celého systému. Z pohledu teorie chaosu existují systémy náhodné, které neobsahují žádné vnitřní struktury nebo jsou příliš složité, dále systémy determinované, které jsou přímo určeny jednoduchým předpisem, a nakonec systémy chaotické, které vypadají jako náhodné, ale uvnitř existuje určitá struktura, která není na první pohled patrná. Z hlediska praxe jsou nejvíce zajímavé a také nejčastěji se vyskytující systémy náhodné a chaotické.

V posledních desetiletích se studium chaotického chování různých deterministických dynamických systémů rozšířilo v celé řadě oborů lidské činnosti (např. ve fyzice, biologii, geografii atd.) a stává se důležitým směrem jejich studia. Ve sféře ekonomie, tedy i v oboru cestovního ruchu, vykazují některé soubory dat zjevně chaotický charakter s výraznými diskontinuitami (např. změny kurzů měn, kolísání cen akcií na burzách, vývoj cen některých surovin a plodin na světových trzích, turistické proudy, apod.). Komplikované dynamické chování nelineárních ekonomických procesů (s cykly rovnováhy a chaotických stavů) upozorňuje na zajímavé ekonomické aplikace. Je ale třeba zdůraznit, že i po prokázání existence skrytých struktur uvnitř systému je možné předpovědět jeho další chování jen ve velmi krátkém horizontu, neboť chaotické systémy jsou značně citlivé i na sebemenší změny a často i nepatrná odchylka může způsobit zcela odlišné chování nebo až totální kolaps celého systému.

2. DETERMINISTICKÝ CHAOS

Teorii chaosu můžeme stručně definovat jako kvalitativní studium nestabilního, neperiodického chování deterministických nelineárních dynamických systémů, které lze popsat soustavou evolučních rovnic tvaru

$$\frac{d\,q_i}{d\,t} = f_i(q_i)$$

kde q_i je stavová charakteristika a f_i všeobecně nelineární funkce. V přírodě i v lidské společnosti existuje obrovské množství situací, u kterých sebemenší nejistota ve znalosti stavu systému vede už po velmi krátkém době k naprosté ztrátě informace o jeho přesném stavu (Barrow, 1999). Je zvláštní, že vědecké obci trvalo dlouho, než význam citlivosti na počáteční podmínky pochopila. J.C. Maxwell (in Barrow, 1999) už v druhé polovině 19. století dospěl k poznání, že mnohé následnosti přírodních událostí jsou mimořádně citlivé na výchozí podmínky. Dynamický systém tří kosmických těles, kdy pohyb dvojhvězdy vykazuje chaotický charakter, popsal už v roce 1882 Henri Poincaré. Podobný případ představuje Slunce, které se vlivem obřích planet pohybuje v inerciálním systému sluneční soustavy různým složitým způsobem (tzv. trojlístkový nebo chaotický pohyb), přičemž oblast pohybu činí přibližně čtyřnásobek poloměru Slunce (in Schejbal, 2000). Meteorolog Edward Lorenz v roce 1963 ukázal, že i jednoduchý systém třech diferenciálních rovnic prvého řádu, který odvodil z Navier-Stokesových rovnic popisujících dynamiku proudění kapalin a plynů na studium pohybů v atmosféře, nevede ke stabilnímu stavu, ale k tzv. „podivnému atraktoru“, který má chaotický průběh, závislý na počátečních podmínkách. Tyto systémy působí navíc jako „zesilovače“ (nepatrné diference počátečních podmínek vedou k velkým a neočekávaným důsledkům). Takové systémy byly známy už dlouhou dobu, ale možnosti jejich studia přinesly teprve počítače. Příklady vlivu nepatrných změn počátečních podmínek, které se pohybují v rámci přesnosti měření a počáteční analýzy, dobře ilustrují výsledky modelování vývoje počasí (Horák, 2003). Je zřejmé, že předpověď počasí se „rozbíhá“ až k naprosté nepoužitelnosti. Podle Barrowa (1999) dosažení neomylné znalosti počátečních podmínek v principu brání kvantové aspekty.

Teorie chaosu vytváří nové paradigma vědy, které umožňuje analyzovat a popisovat fyzikální, chemické, biologické, ekonomické, výrobní a další děje v přírodních i technických systémech, od planetárních supersystémů přes biologické a technogenní systémy až po buněčné či atomární mikrosystémy.

Zatímco dříve byl chaos spojován s nežádoucími aspekty jisté reality, pohlíží se dnes na chaotické procesy jako na běžnou formu změny. S vlivem chaotických procesů se běžně setkáváme, ať již jde o fyzikální aplikace zahrnují vytékání vody z otvoru, řízení tření, turbulence, laserů a plazmatu, oscilace v chemických reakcích, odstraňování a prevence chaotických stahů srdečních svalů, proměny klimatu, ekonomiku státu, výkyvy finančních trhů, činnost cestovních kanceláří, vývoj ekosystémů či různých lidských společenství. I jednoduché systémy se mohou začít chovat složitě a naopak složité systémy někdy umožňují jednoduché chování (Heczko, 2003). Fluktuace v systému mohou vést k chaosu a dále ke vzniku nových struktur. Přechod systému do nového stavu může pak mít minimálně tři podoby, a to náhlé skokové řešení (katastrofa), zpětné směřování k určitému bodu jinému než původní a konečně proces postupných malých změn k novým stavům (divergence). To naznačuje některé souvislosti, týkající se nezbytnosti holistického přístupu k analyzovaným procesům, nemožnosti dosažení stavu tzv. pravé rovnováhy či možnosti přechodu do kvalitativně nového stavu.

Obecně se vývoj ekonomiky vyznačuje poměrně dlouhými obdobími stabilního vývoje - homeostáze, přerušovanými velkými změnami, tj. obdobími náhlého zrychleného vývoje, které se projevují mnohdy jako krizová období. Takový průběh připomíná hypotézu přerušované posloupnosti vývoje života na Zemi. Ekonomika je totiž vystavena vnitřním a vnějším fluktuacím. V okolí rovnovážného stavu je každý ekonomický systém vůči fluktuacím "odolný". V silně nerovnovážných stavech jsou určité fluktuace místo potlačení zesíleny a mohou postihnout celý systém, což se projeví zcela novým chováním. V důsledku nelineárních vazeb se i chování ekonomického systému může stát chováním chaotickým, což lze geometricky znázornit pomocí podivného atraktoru. Zdánlivě náhodné chování je výsledkem přesných pravidel, popsatelných pomocí diferenciálních rovnic. Zároveň však by bylo silně závislé na hodnotách vstupních, počátečních parametrů a ty nemusíme přesně znát či umět adekvátně analyticky vyjádřit, takže nepatrná událost by mohla mít velké následky. V důsledku toho můžeme sice úspěšně předpovídat krátkodobý vývoj ekonomiky, nedokážeme však správně odhadovat její dlouhodobý vývoj. Vlivem náhodné poruchy (např. z vnějšího prostředí) se ekonomika může stát nestabilní a krátce na to přeskočit do kvalitativně nového stavu.

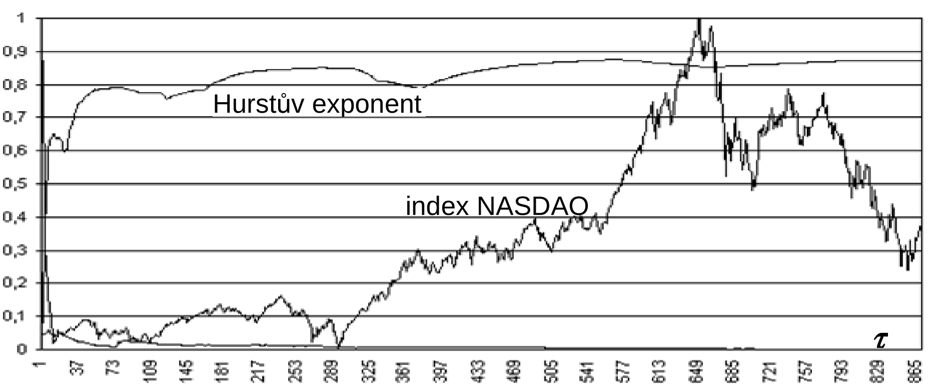
Z hlediska teorie chaosu je ekonomika velký systém operující v podmínkách s omezeným počtem zdrojů. Lidská společnost ovšem neustále zavádí nové způsoby využívání zdrojů, objevuje nové zdroje či nové způsoby reprodukce a rozvoje. Každá společenská, ekologická a ekonomická rovnováha je pouze dočasná. Objev či zavedení nové technologie nebo výrobku narušuje společenskou, technologickou a ekonomickou rovnováhu. Proto pro ni jsou charakteristické samovolně se opakující pochody. Odpovídající růst je spojen silnou zpětnou vazbou a nelinearitami. Již pouhá souhra nahodilých činitelů (mimo vlastní model) je postačující k narušení souměrnosti. Velikost a hustota systému se tak mohou stát bifurkačním parametrem a často kvantitativní růst může vést ke kvalitativně novým volbám.

Teorie chaosu přináší možné osvětlení cyklického či chaotického chování přírodních a technicko-ekonomických systémů. Biosféra, ve které se odehrávají všechny antropogenní procesy, představuje z hlediska teorie systémů autoorganizovanou a samoregulující soustavu se složitou sítí vzájemných vazeb, jež spočívají ve výměně hmoty a energie v nepřetržitých cyklech. Hospodářská činnost společnosti je založena na výměně látek a energie mezi člověkem a přírodou. Systémový pohled tak umožňuje pochopit, proč cykličnost patří mezi základní znaky každé ekonomické soustavy.

Vstupními daty pro analýzu ekonomických systémů pomocí teorie chaosu jsou jednorozměrné časové řady $\{x_i\}$. Cílem je zjistit, zda mají data nějakou vnitřní strukturu nebo zda se jedná o data náhodná. Míru chaotičnosti časové řady určuje *Hurstův exponent H*, který dokáže rozlišit chaotickou časovou řadu od skutečně náhodné a nalézt paměťový cyklus u chaotické časové řady. Při $0{,}5 < H \le 1$ jde o persistentní řadu citlivou na počáteční podmínky, při $0 \le H < 0{,}5$ o antipersistentní řadu s typickou turbulencí a velmi častými trendovými změnami. Fraktální dimenze řady je ($2–H$). Spolehlivost predikce měřeného jevu umožňuje vyhodnotit *Ljapunovův exponent*, kvantifikujícího stupeň chaotičnosti systému, tj. citlivost k počátečním podmínkám. Pokud je tento koeficient kladný, je řada chaotická. *Předvídatelnost* řady udává převrácená hodnota Ljapunovova exponentu.

Bylo zjištěno, že chaotický charakter vykazují v řadě případů časové řady cen surovin a produktů, hydrologických či meteorologických veličin apod. Už v 60. letech minulého století přišel s myšlenkou fraktálního vývoje cen Mandelbrot (in Gleick, 1996). Je však třeba zdůraznit, že predikce dalšího chování časových řad touto cestou je možná pouze na velmi krátké údobí.

Pro ilustraci praktického využití teorie chaosu lze např. uvést analýzu indexu Nasdaq amerického akciového trhu (obr.1). Hurstův exponent této řady činí 0,871, fraktální dimenze 1.129 a Ljapunovův exponent 0,081. Jedná se tedy o chaotickou řadu s nízkou předvídatelností 12,31 dnů.

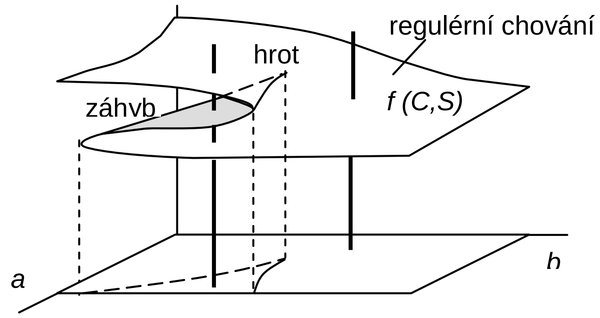


Obr.1 Příklad chaotické řady indexu Nasdaq amerického akciového trhu

3. TEORIE KATASTROF

Kolem nás existuje mnoho kontinuálních dynamických procesů, které mohou přecházet v ostře diskontinuitní důsledky, tj. v náhlé změny chování. Např. velmi pomalý a kontinuální pohyb litosférických desek může vést k zemětřesení. Postupný nárůst napětí v horninovém prostředí může vést ke geodynamickým jevům typu sesuvů, řícení, otřesů, průtrží apod. Období hospodářského růstu může být vystřídáno krizí. Plynulost silničního provozu může přerušit nenadálá sněhová vánice. Matematickým popisem struktury takových jevů se zabývá *Thomova teorie katastrof*.

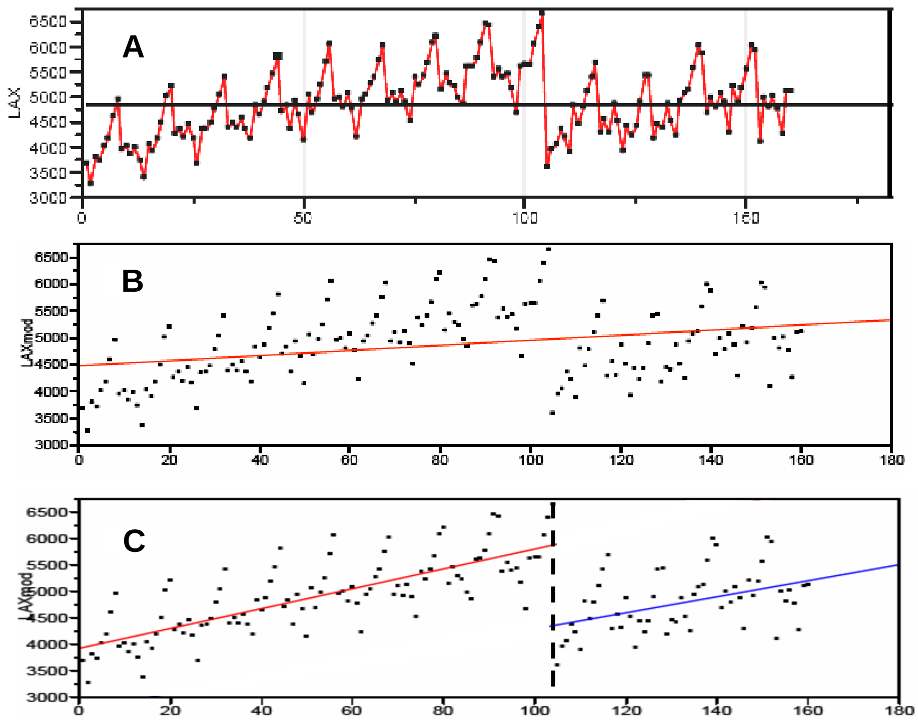
Jev, kdy globální chování systému se náhle mění se změnou parametru, na kterém závisí, se označuje jako *bifurkace*. Jednoduše řečeno jde o kvalitativní změnu struktury atraktoru při plynulé změně řídícího parametru (obr.2). Např. prostý rovnovážný bod (tj. bodový atraktor) může přejít na periodický a dále na chaotický. Je-li C prostor řídících parametrů a *S* stavový prostor, pak nejpravděpodobnější stavy funkce *f*(*C*,*S*) která vyjadřuje např. pravděpodobnost, náklady apod., tvoří plochu chování. Bude-li dim (*C*) = 2 a dim (*S*) = 1, pak jsou z hlediska singularit tři možné stavy funkce *f*(*S*,*a*,*b*), a to regulární průběh, „záhyb“ a „hrot“. Je-li dim (*C*) = 3 a dim (*S*) = 1, přibývá singularita typu „vlaštovčí ocas“. Při růstu dimenzí se objevují další singularity a jejich počet může neomezeně růst.



Obr.2 Příklad diskontinuity v kontinuálním procesu

V řadě prací jsou analyzovány možnosti využití teorie katastrof v ekonomii, např. v modelování peněžních vztahů, nečekaných krachů kapitálových trhů (Vosvrda a Baruník, 2008) či modelech reálných hospodářských cyklů. Chování kapitálového trhu analyzoval pomocí teorie katastrof už v roce 1974 Zeeman. Příčiny volatility a projevů diskontinuit mohou být různé, jak je patrné z následujících příkladů. Poměrně monotónní vývoj cen stříbra byl kolem roku 1980 narušen nebývalým nárůstem, který byl vyvolán spekulativními aktivitami jisté investiční skupiny, vedené snahou ovládnout světový trh se stříbrem. Po neúspěchu těchto aktivit se cena vrátila na původní trajektorii ovlivněnou inflačním vývojem. Velmi dobrým příklad mezinárodně-politických a ekonomických vlivů poskytuje vývoj cen ropy (Global Financial Data 2007, doplněno).

Analýza časové řady s náhlými zlomy je obtížná. Calise a Earley (2004) uvádějí příklad rozboru časové řady počtu cestujících z mezinárodního letiště Los Angeles od ledna 1993 do dubna 2006 po měsících.



Obr.3 Množství cestujících z letiště Los Angeles (Calise a Earley 2004, upraveno).

V řadě lze identifikovat náhlý pokles v září 2001 jako důsledek teroristické akce v New Yorku (obr.3 A).Přímková závislost $C = \alpha + \beta \times T$ určená pro celou řadu (obr.3 B) je $C \cong 4450 + 4{,}8 \times T$, ($C$ je odhad počtu cestujících, T je počet měsíců od počátku řady). Pokud budeme respektovat už uvedené rozčlenění řady, pak pro prvý úsek platí rovnice $C_1 \cong 3910 + 18{,}8 \times T$ a pro druhý úsek $C_2 \cong 2771 + 15{,}2 \times T$ (čas od bodu zlomu, tj. září 2001). Příslušné regresní čáry uvádí obr.3 C). Významnost diference regresních přímek můžeme prověřit hypotézou

$$H_0 : \begin{cases} \beta_1 = \beta_2 \\ \alpha_1 = \alpha_2 \end{cases} \quad H_1 : \begin{cases} \beta_1 \neq \beta_2 \\ \alpha_1 \neq \alpha_2 \end{cases}.$$

Uvedené příklady mimo jiné ukazují, že fluktuace a zejména diskontinuity lze interpretovat v zásadě ex-post, nikoliv ex-ante. Predikce chování chaotických systémů na delší období tedy není spolehlivá, nebo je dokonce v podstatě nemožná.

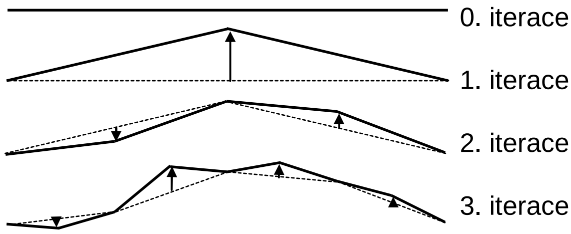
4. SOBĚPODOBNÉ STRUKTURY

Pro všeobecné označení objektů, jejichž tvar je nezávislý na měřítku pozorování, tedy je soběpodobný, použil B. Mandelbrot (1991) označení fraktál. Soběpodobnost - matematicky invariance vůči změně měřítka - je taková vlastnost objektu, že objekt vypadá podobně, ať se na něj díváme v jakémkoliv zvětšení. Soběpodobným objektem označujeme množinu, která je sjednocením jistým způsobem deformovaných kopií sama sebe, tj. zobrazení $\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_n$ takových, že

$$A = \cup\, \Phi_i\,(A)\ .$$

Stochastické čili nepravidelné fraktály vnášejí při svém generování do algoritmu náhodu a v důsledku toho jsou „pouze“ soběpříbuzné, nikoli soběpodobné.

Podle Mandelbrotovy definice je fraktál množina, u které hodnota Hausdorffovy dimenze D_H je větší, než hodnota dimenze topologické D_T. *Hausdorffova dimenze* udává s jakou rychlostí roste délka útvaru či odpovídající veličina při větším počtu rozměrů do nekonečna. *Topologická dimenze* odpovídá počtu rozměrů. Jednorozměrné útvary mají topologickou dimenzi $D_T = 1$, u dvourozměrných $D_T = 2$, u trojrozměrných $D_T = 3$.



Obr 4 Princip modelování krajiny metodou náhodného přesouvání středového bodu.

V technické praxi mají pravděpodobně nejširší uplatnění dynamické systémy s fraktální dynamikou. Převážná část přírodních objektů se vyznačuje geometrickou nepravidelností. Realisticky je lze popsat pomocí náhodných fraktálů, zvolených a generovaných podle odpovídající pravděpodobnostní distribuce. Pro vizualizaci přírodních útvarů se nejvíce uplatňuje *metoda přesouvání středového bodu* (obr.4).

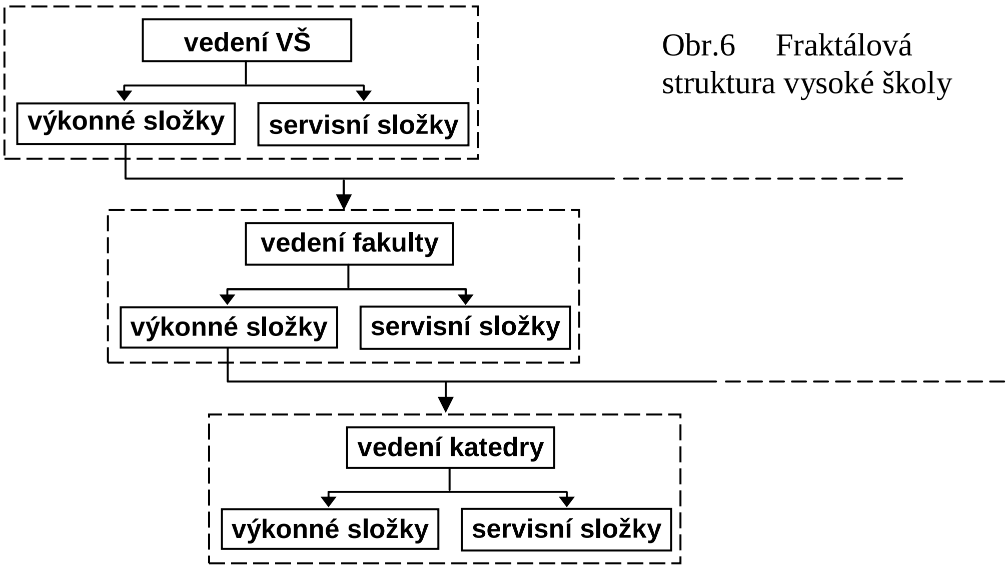
Princip soběpodobnosti, resp. soběpříbuznosti lze přenést na nový přístup k organizaci podniku (Strunz, 2001). V principu se jedná o takovou organizační strukturu, která je tvořena autonomními funkčními částmi firmy s obdobnou logikou a strukturou, fungujícími jako „firma ve firmě“ (Häuser, 2007), které jsou uspořádány do jisté síťové struktury (obr.5).

Obr.5 Schéma fraktální firmy (Häuser, 2007)

Fraktály řeší samostatné dílčí úkoly společného cíle. Každý fraktál musí splňovat určitá kritéria:

- úkoly fraktálu jsou vždy komplexní;
- fraktál je plně odpovědný za výsledek;
- fraktál je odpovědný za určitý obchodní proces;
- fraktál musí být vybaven všemi schopnostmi a nástroji pro úplné splnění svých úkolů.

Dílčí složky jsou tedy spojeny společnou vizí, firemní kulturou a znalostmi, které se zhmotňují ve firemních procesech. V souvislosti s vývojem organizace práce se ve stále větší míře používají týmově orientované struktury. Cílem je zapojit kreativitu každého pracovníka firmy a vlivem synergického efektu zvýšit efektivitu činnosti podniku. Velmi schematicky lze nosnou myšlenku soběpodobnosti, nebo minimálně soběpříbuznosti organizační struktury složek znázornit na příkladu vysoké školy (obr.6).



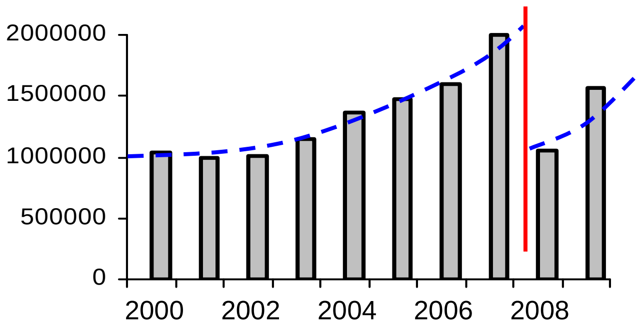
Obr.6 Fraktálová struktura vysoké školy

Podobně můžeme interpretovat strukturu cestovní kanceláře s pobočkami, hotelových řetězců a stravovacích podniků, či velkých dopravních společností, pracujících ve sféře cestovního ruchu.

5. CHAOTICKÉ PROCESY V PRŮMYSLU CESTOVNÍHO RUCHU

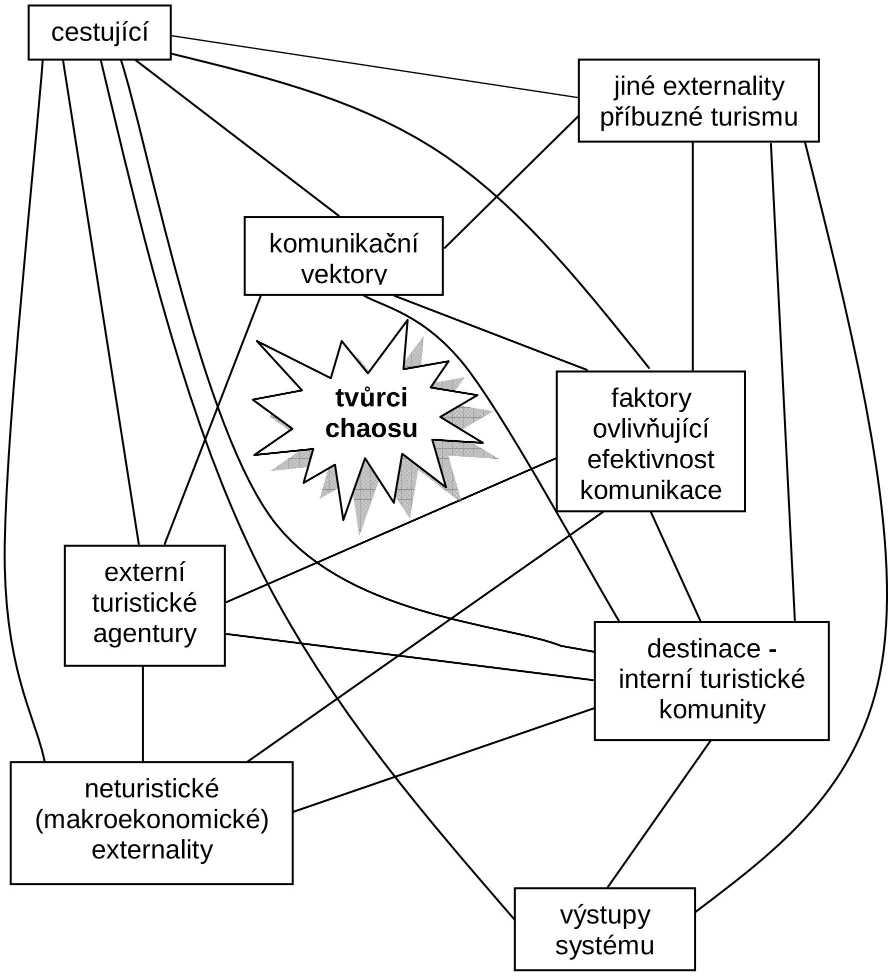
Mezi systémy, ve kterých se uplatňují projevy deterministického chaosu, lze bezpochyby řadit i průmysl cestovního ruchu, který se vyznačuje nestabilitou, nejasnostmi a nejednoznačností. Jakákoliv vstupní, průběžná či závěrečná analýza činnosti navíc vychází z nehomogenních souborů dat různého typu a spolehlivosti. Typickým projevem chaotického vývoje jsou proudy turistů a ceny produktů cestovního ruchu, které vedle sezónních výkyvů a inflačních dopadů jsou ovlivňovány různými politicko-hospodářskými úmluvami, válečnými konflikty, přírodními katastrofami, teroristickými akcemi, vznikem koalic, spekulacemi apod. Podobně chaotická je výstavba turistické infrastruktury, což v řadě destinací vede k nadměrnému až neúnosnému zatížení území, zatímco v jiných destinacích je situace opačná. Např. počet návštěvníků ostrova Ischia převyšuje v srpnu počet místních obyvatel desetinásobně, v Makarské s 15 tisíci obyvateli je v sezóně několik desítek tisíc turistů. Dosti významně se projevují vlivy změn vkusu zákazníků a z toho vyplývající změny oblíbenosti destinací, které se vyznačují často obtížně očekávanými výkyvy. Normální život turistické destinace může narušit, nebo dokonce přerušit nenadálá přírodní katastrofa typu zemětřesení, hurikánu či tsunami. Podobně se mohou projevit válečné konflikty či teroristické akce, což lze dobře ilustrovat následujícími příklady.

Počet turistů, kteří navštívili Šrí Lanku, byl při celkově výrazném nárůstu silně ovlivňován vnitropolitickou situací, zejména guerillovou válkou Tamilů proti centrální vládě, teroristickými akcemi a v poslední době dopady katastrofického tsunami z konce prosince 2004. Podobně lze pozorovat negativní dopady politické a hospodářské situace na vývoj turismu v řadě afrických zemí, např. v Keni, Etiopii, Somálsku atd. V případě Keni se projevil prudký pokles počtu návštěvníků po nepokojích v důsledku voleb v roce 2008 (obr.7).



Obr.7 Vývoj počtu návštěvníků v Keni (Kenya National Bureau of Statistics)

Modelování procesů, probíhajících v sféře cestovního ruchu, není vůbec jednoduché a ve skutečnosti jde o značně subjektivní záležitost. Jako každý velký otevřený systém i tato sféra vystavena vnitřním i vnějším fluktuacím, operující v podmínkách s omezeným počtem zdrojů (Prigogine a Stengersová, 2001). V oblasti rovnovážného stavu je systém vůči fluktuacím "odolný". V silně nerovnovážných stavech ovšem určité fluktuace jsou místo potlačení zesíleny a mohou zachvátit celý systém a přinutit ho k zcela novému chování. V důsledku nelineárních vazeb se chování systému může stát chaotickým. Potom takové předpoklady analýzy jako spojitost veličin, lokálnost či linearita je nutno nahradit kategoriemi diskrétnosti (nespojitosti), nelokálnosti (vzájemné provázanosti), nelinearity či algoritmické nestlačitelnosti. V důsledku toho můžeme sice úspěšně předpovídat krátkodobý vývoj turismu, nedokážeme však správně odhadovat dlouhodobý vývoj. Na chaotickou povahu turistických proudů upozorňují McKercher (1999), Correani a Garofalo (2008) a další. McKercher (1999) uvádí, že existující modely cestovního ruchu mají selektivní povahu a nepostihují jeho dynamický a nelineární charakter. Řada autorů tedy považuje teorii chaosu za způsob, jak chápat složitost jevů spojených s cestovním ruchem, jak překonat většinu rozporů mezi realitou a stávajícími modely. McKercher uvádí alternativní model turismu uvažující právě teorii chaosu, ve kterém jsou všechny prvky vzájemně propojeny (obr.8).



Obr.8 Chaotický model turismu (McKercher, 1999)

Za „tvůrce chaosu“ označuje McKercher jednotlivce či firmy, vyvolávající revoluční změny v cestování a turismu (např. Cook realizací prvého skupinového zájezdu železnicí či Laker zavedením levné transatlantické letecké přepravy).

Teorie chaosu spolu s teorií komplexnosti implikují holistický přístup k evolučním systémům turismu (Zahra – Ryan, 2005, Stevenson 2009), a to na mezinárodní, národní, regionální i lokální úrovni.

6. ZÁVĚR

Celá řada technických a ekonomických postupů byla zformulována za předpokladu, že prostor realizace řídících rozhodnutí je homogenní a pravidla, která platila v obdobných případech, budou platit i v budoucích řešeních a návrzích (Beran - Dlask, 2007). Je ale zřejmé, že úvahy zřejmě musíme zaměřit na nové paradigma. Stephen Smale, jeden z nejprominentnějších matematiků 2. poloviny 20. století, uvedl v roce 1998, že jedním z nejdůležitějších úkolů matematiky v rodícím se století je uvedení dynamiky do ekonomické teorie, konkrétně začlenění teorie deterministického chaosu. Existují hlasy, které naopak zpochybňují možnost použití těchto postupů při sledování procesů a jevů v lidské společnosti, což dokládají právě na příkladech z ekonomické sféry. Jiné práce ale průkazně dokládají, že lze řadu ekonomických procesů dobře popsat právě diskutovanými metodami. Dramatické události na měnových a kapitálových trzích v posledních letech představují celou řadu příkladů fungování teorie chaosu v praxi.

Vedle uvedených postupů můžeme samozřejmě k modelování a odhadu vývoje časových řad ekonomických veličin použít i další, např. lineární neuronovou síť, která po naučení je schopna do určité míry odhadnout vývoj zkoumaných jevů v příštím období. Předpokladem ovšem je, že chování řady nesmí být zcela nahodilé a že v trénovací množině musí být dostatečný počet vzorů postihujících všechny vlivy na tento jev působící. Tyto předpoklady ale u reálných chaotických řad s diskontinuitami je prakticky obtížné zajistit.

Chování ekonometrických modelů mnohdy nelze v důsledku deterministického chaosu interpretovat, resp. vytvářet s jejich pomocí predikce. Je také nutno vést v patrnosti, že velmi komplikované antropogenní dynamické systémy lze analyzovat a posuzovat spíše kvalitativně, než kvantitativně. Gleick (1996) napsal: "Předpovědi ekonomického růstu či nezaměstnanosti byly předkládány se samozřejmou přesností na dvě nebo tři desetinná místa. Vlády a finanční instituce za takové předpovědi platily a řídily se jimi, ať už z nutnosti nebo nedostatku něčeho lepšího." Opomineme-li základní pravidlo o ekvivalenci přesnosti vstupních a výstupních dat, je nezbytné a) využít vhodné postupy a metody schopné analyzovat studované nestabilní a diskrétní jevy, b) správně interpretovat poznatky z aplikovaných postupů zvláště pro odhalení příčin a odhadu budoucího chování ekonomických systémů.

Psychologické výzkumy ukazují, že chaos je obecným rysem chování člověka. Proto Abrahamson a Freedman (2008) uvádějí, že mírně neuspořádané systémy využívají zdroje efektivněji, dospívají k lepším řešením a dají se hůře rozvrátit než systémy důkladně uspořádané. Jednoduše řečeno, musíme akceptovat chaos jako neoddělitelnou součást lidských a přírodních systémů, který podporuje kreativitu.

LITERATURA

Abrahamson, E. - Freedman, D.H.: Báječný chaos. Skrytý půvab nepořádku. - *Nakladatelství DOKOŘÁN, ISBN: 978-80-7363-194-9, 2008*

Barrow, J. D. : Teorie všeho, Hledání nejvyššího vysvětlení. - *Edice Kolumbus, svazek 133, Mladá fronta, Praha 1999, ISBN 80-204-0602-6*

Beran, V. - Dlask, P.: Řídící procesy v navrhování technického díla, rozhodování, fraktály a „market bubbles“. – *Dostupné na <www.mathematica.cz/download/doc/ GACRCDDlaskTeorie2_.htm>*

Correani, L.- Garofalo, G.: Chaos in the tourism industry. – *MPRA Paper University library of Munich, series 9677, 2008*

Čihák, M.: Teorie chaosu a finanční trhy.- *Finance a úvěr, 50, 2000, č.10*

Dostál, P. – Rais, K. – Sojka, Z.: Pokročilé metody manažérského rozhodování. – *Grada Publishing, Praha 2005, ISBN 80-247-1338-1.*

Faulkner, B. – Russell, R.: Chaos and complexity in tourism: In search of a new perspective. *– Pacific Tourism Review, 1(2), 1997, 93-102*

Gleick, J. : Chaos, Vznik nové vědy. - *Řada Nová věda, Ando Publishing, Brno 1996, ISBN 80-86047-04-0*

Häuser, S.: Fraktální firma – odpověď na globální krizi. – *Häuser Silma Gradient, 2007. Dostupné na <http://www.silmahsg.cz/clanky.htm>*

Heczko, St.: Teorie chaosu a chování otevřených systémů. - *Marathon, č. 4, 2003*

Horák, J.: Deterministický chaos a jeho fyzikální aplikace. – *Academia, Praha, 2003*

Chaos and Stock Market. – *Dostupné na <http://www.iqnet.cz/dostal/CHA1.htm>*

Ivanička, K.: Synergetika a civilizácia. - *Alfa, vydavaťelstvo technickej a ekonomickej literatury, Bratislava, 1988*

Mandelbrot, B. B.: Die fraktale Geometrie der Natur. - *Birkhäuser Verlag, Basel Boston Berlin 1991.*

McKercher, B.: A chaos approach to tourism. – *Tourism Management, 20, 425-434, 1999*

Prigogine, I. - Stengersová, I. : Řád z chaosu, Nový dialog člověka s přírodou. - *Edice Kolumbus, svazek 158, Mladá fronta, Praha 2001, ISBN 80-204-0910-6*

Schejbal, C.: Fyzikální pole Země a geologicko-environmentální vědy. - *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava, č.3, 2000, roč. XLVI, řada hornicko-geologická*

Schejbal, C.: Metodologie geologického průzkumu. – *Vienala Košice, 2003*

Smale, S.: Mathematical Problems for the Next Century. – *Dostupné na <http://www6. cityu.edu.hk/ma/people/smale/pap104.pdf>. 1998*

Stevenson, N.: Komplexity theoryand tourism policy research. - *International Journal of Tourism Policy, vol.2, No.3, 2009*

Strunz, H.: H&D – fraktální společnost. - *ExperPraxis 2001/2002. Dostupné na <http://www.hud.de/cz/unternehmen/the-hd-story/fraktalni-spolecnost/>*

Vošvrda, M. – Baruník, J.: Modelování krachů na kapitálových trzích: aplikace teorie stochastických katastrof. – *ÚTIA AV ČR, Praha, 2008*

Woodside, A.G. – Dubelaar, Ch.: A General Theory of Tourism Consumption Systems. A Conceptual Framework and an Empirical Exploration. – *Journal of Travel Research, vol. 41, No.2, 120-132, November 2002*

Zeeman, E.C.: On the unstable behaviour of stock exchange.- *Journal of Mathematical Economics. Elsevier,vol.I, No.1, 1977*

Zahra, A. – Ryan, Ch.: Complexity in Tourism Structures – the Embedded System of New Zealand's Regional Tourism Organisation. – *International Journal of Tourism Sciences, vol.5, No.1, 2005*

Recenzoval Prof. Ing. Pavol Rybár, PhD.

PODZEMNÍ DOPRAVA MATERIÁLŮ V EVROPĚ
Underground transportation of materials in Europe

Prof. Ing. Vladimír Strakoš, DrSc.,

Vysoká škola logistiky Přerov, Palackého 25, 750 02 Přerov
vladimir.strakos@vslg.cz

Abstrakt:

Trvale udržitelný rozvoj dopravy je s využitím silniční, železniční, vodní a letecké dopravy prakticky nemožný. Článek obsahuje koncepci projektu „Podzemní doprava materiálů v Evropě“. Evropa patří mezi velmi hustě zalidněné oblasti. Taková oblast vyžaduje přepravu velkého množství materiálů, energie, potravin, vody apod. S tím také souvisí vytváření velkých prostor pro sklady, překladiště, nádraží, letiště apod. Jediný způsob řešení tohoto dopravního problému budoucnosti je podle autora podzemní doprava materiálu mezi hustě zalidněnými oblastmi. Podzemní doprava by se realizovala podobně jako doprava plynu, vody a ropy potrubím uloženým pod povrchem. Řešení tohoto problému je nastíněno prakticky v celém rozsahu tohoto problému a to od volby dopravních tras až po zajištění jejich provozu. Záměrem tohoto projektu je doprava zboží a materiálu a v žádném případě ne doprava lidí.

Abstract:

Sustainable development of the traffic using the road, railway, waterway and air transport is virtually impossible. The article includes the concept of the "Underground transport of materials in Europe." Europe is a very densely populated area. Such an area requires high amounts of materials, energy, food, water, etc. This also results in creating a large space for storage, transshipment, railway stations, airports, etc. It is only way to solve this traffic problem of the future, according to the author, the underground transport of material between the densely populated areas. Underground transport should be implemented, like transport of gas, water and oil pipes stored under the ground. Solution of this problem is outlined in almost the whole extent of the problem and the choice of routes to ensure their operation. The aim of this project is to transport goods and material and in any case not to the right people.

Klíčová slova

Podzemní doprava materiálů. Potrubní doprava. Stálý rozvoj dopravy. Ochrana přírody.

Keywords:

Underground transport of materials, Pipeline transport, Permanent development of transport. Protection of nature

Motto:
Všechno co je možné umístit pod zem, dejme pod zem
a povrch země nechme pro klidný a zdravý život lidí.

1. ÚVOD

Evropa patří mezi velmi hustě zalidněné oblasti. Vzniká stále více a stále větších oblastí, kde lidé nacházejí zaměstnání a lepší podmínky pro uspokojování svých životních potřeb. Hustě zalidněné oblasti vyžadují velké množství materiálů, energie, potravin, vody apod., které se musí denně do těchto oblastí dopravovat. Opačně zase veškeré odpady a také produkty činnosti těchto oblastí se musí dopravovat do jiných míst (Malindžák, 2006). Tak vznikají velké nároky na přepravu, na přepravované množství a na přepravní rychlost. S tím také souvisí vytváření velkých prostor pro sklady, překladiště, nádraží, letiště apod.

Takové řešení dopravy materiálů není vhodné např. směrem k Asii a to ani v Evropské části, protože tam je spousta nezalidněných prostor nebo prostor nevhodných k zemědělství nebo produktivnímu lesnictví a pro takové oblasti je zcela jednoznačně vhodná doprava železniční.

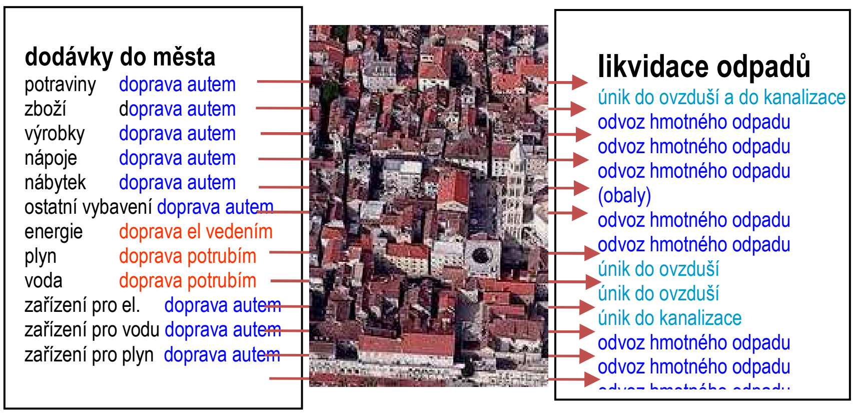
Jedna z vhodných možností řešení dopravního problému budoucnosti je podzemní doprava materiálu mezi hustě zalidněnými oblastmi. Podle názoru autora to je dokonce jediná možnost rozvoje dopravního systému. **Čím později se začne řešit, tím větší škody přírodě člověk v takových prostorách způsobí.**

Řešení znamená vytvořit propojení takových oblastí podzemními tunely, ve kterých se budou pohybovat poměrně velkou rychlostí kontejnery plné zboží, výrobků, materiálů apod.

Je nutné zdůraznit, že záměrem tohoto projektu je pouze doprava materiálu, protože ten nepotřebuje vhodné klimatické podmínky, snese velké zrychlení a brzdění, nepotřebuje stabilizaci polohy apod. jako by to bylo při dopravě lidí.

2. SOUČASNÝ STAV V DOPRAVĚ V HUSTĚ ZALIDNĚNÝCH OBLASTECH

V hustě zalidněných oblastech na celém světě se využívají a v budoucnu musí ještě více využívat podzemní prostory pro všechny činnosti lidí a zvláště provoz strojů a zařízení, které nemusejí být na povrchu země. Je to zásadní otázka života lidí v hustě zalidněných oblastech, související s ochranou životních podmínek pro jejich život i život ostatních živých organismů. Velká města přitahují bohaté a podnikavé obyvatele tím, že ve velkých městech mají dobrý kontakt s dodavateli i odběrateli. Dále mají velký výběr pracovních sil a to jak vysoce specializovaných, tak se základním vzděláním, a tedy mají výbornou zásobárnu pracovních sil pro své podnikání. Mají možnost osobního kontaktu se svými partnery při různých obchodních a společenských příležitostech, což vytváří podmínky pro další rozvoj. Podnikatelé tedy potřebují velké město nebo hustě zalidněnou oblast, ale co opačně. Obyvatelé, kteří hledají své uplatnění ve společnosti, mají v takové oblasti větší možnosti nalezení vhodného zaměstnání, ve kterém co nejlépe využijí své schopnosti. I když ne pro všechny vrstvy obyvatel jsou hustě zalidněná centra výhodné, přesto to je prostředí, nabízející větší možnosti uplatnění (Voženílek, 2010).



Obr.1 Některé významné komodity které „protékají“ městem

Ve velkém městě anebo v hustě zalidněné oblasti žije mnoho lidí a ti zase mají hodně požadavků pro svůj způsob života. Všichni tito obyvatelé chtějí mít větší příjmy pro svůj spokojený způsob života a to zase vyvolá nové pracovní příležitosti a také požadavky na výrobu.

Zjednodušeně řečeno hustě zalidněná oblast potřebuje denně:

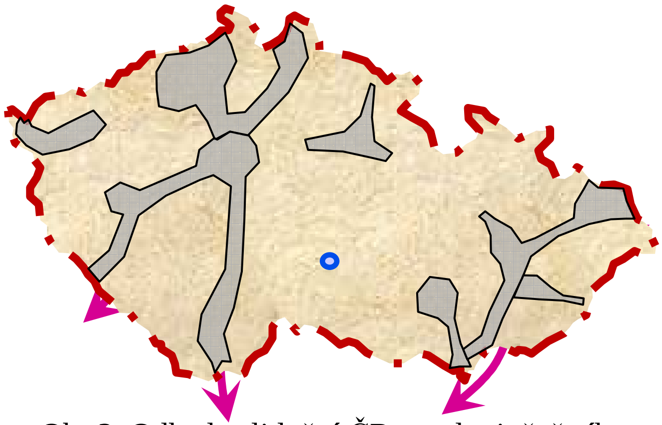
- velké množství výrobků zemědělské produkce,
- značné množství výrobků průmyslové výroby,

- velké množství energií,
- velké množství vody (pokud možno čisté),
- vdechuje velké množství vzduchu (pokud možno čistého) a
- vyprodukuje velké množství odpadu, který je nutné někde odvézt.

Zjednodušeně řečeno, to co se do oblasti doveze, to se přemění na odpad a musí se odvést. Na obr. 1 vidíme, poněkud přibližně, ale přehledně, jaké jsou nároky na dovoz a odvoz z hustě zalidněné oblasti. K tomu ještě přibude to, co hmotného se v této oblasti vyprodukuje a opět suroviny, potřebné na výrobu se musí také do této oblasti dovést. Výjimku tvoří pouze suroviny, které se v této oblasti v přírodě nacházejí. Hmotné výrobky, které se v této oblasti vyrobí, se musí odvézt a to zase jiné hustě zalidněné oblasti.

Pěkný příklad nároků na přepravu jsem slyšel v televizi. V Kazachstánu se vypěstuje bavlna, ta se převeze do Turecka, kde se utká plátno. To se převeze do jednoho východního asijského státu, kde se z plátna ušijí trička. Ty se převezou do Evropy k potištění a odtud se zase převezou zpátky do Asie a teprve odtud se distribuují do ostatních státu světa k prodeji. Je zřejmé, že všechny fyzické práce se provádějí v místech kde je dostatek pracovníků. Opět jsme u velkých měst. Ještě dodám, že když jsem si chtěl uprostřed Austrálie koupit tradiční výrobek australských domorodců, tak jsem zjistil, že byl vyroben v Polsku.

Z toho všeho vyplývá, že po světě se pohybuje a bude pohybovat velké množství zboží, výrobků a surovin a to nejrůznějšími směry. S malým zjednodušením to je opět mezi místy s hustým zalidněním.



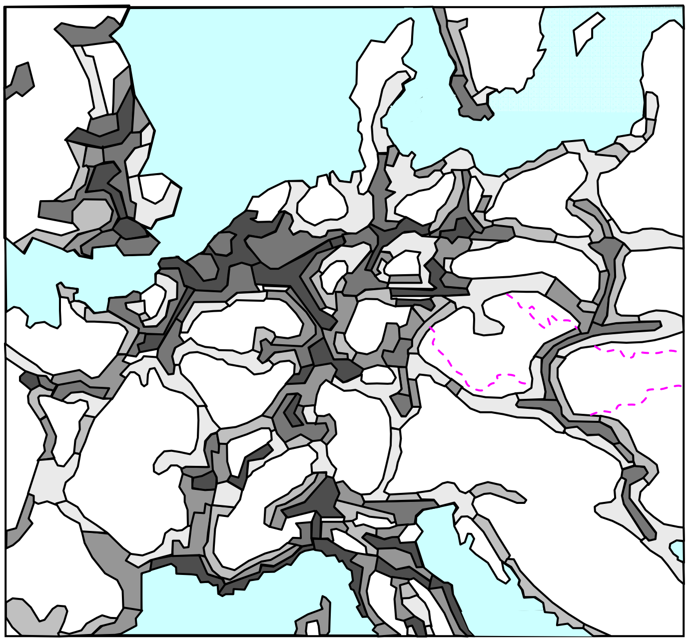
Obr.2 Odhad zalidnění ČR v polovině třetího tisíciletí. Zpracováno autorem

Po tomto úvodu se podívejme na obr.2. na předpoklad rozložení obyvatelstva v České republice v polovině třetího tisíciletí. Obyvatelé se pravděpodobně soustředí kolem hlavních dopravních koridorů.. Je to zřejmě docela uvážlivý odhad zpracovaný autorem na základě dříve získaných informací. Pro nás z toho vyplývá několik zajímavých otázek:

- jak asi budou jednotlivé oblasti propojeny,
- kolik „zboží“a odpadu se bude mezi těmito oblastmi přepravovat,
- jakými prostředky se bude to všechno přepravovat,
- s jakou frekvenci budou ty dopravní prostředky jezdit,
- jaký vliv to bude mít na kvalitu životního prostředí,
- jaký vliv to bude mít na zdraví lidí.

Dnes již nelze předpokládat, že nějaká hustě zalidněná oblast s obyvateli na přiměřeném stupni kulturního a technického vývoje může existovat isolovaně od ostatního světa. Z toho vzniká další problematická situace a to je, že mimo kratší dopravní cesty v rozmezí republik nebo jinak specifikovaných oblastí musí být hustě zalidněné oblasti vzájemně a neoddělitelně propojeny intenzivní dopravou.

Podívejme se ještě na odhad zalidnění odhad zalidnění Evropy v polovině třetího tisíciletí (obr. 3). Z tohoto zajímavého a dost pravděpodobného odhadu vidíme potenciální směry intenzivní dopravy. Jak se bude to množství materiálů dopravovat? Bude to železnice, automobilová doprava, kombinovaná doprava, letecká doprava anebo vodní doprava?



Obr.3 Předpoklad zalidnění části Evropy v r. 2500. Upraveno autorem podle starší studie.

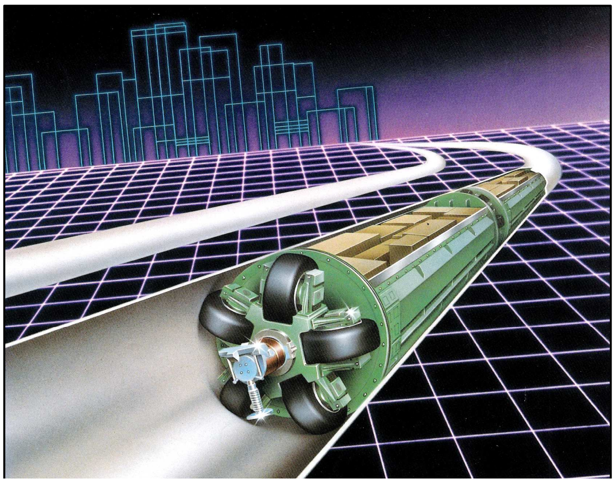
Kdo myslí na naše vnuky a pravnuky, tak určitě doufá, že to nebude letecká a automobilová doprava. Proč? Je to proto, že budou také cestovat lidé. Ti chtějí mít pohodlné a příjemné podmínky pro cestování a tyto nároky se budou stoprocentně stále zvyšovat. Mají se lidé v dopravních prostředcích proplétat mezi kamiony na přeplněných silnicích? Mají se vyhýbat osobní přepravě letadel, když s extrémní hustotou nákladní letecké dopravy začnou stoupat havárie letadel? Mají se uchýlit na pohodlnou a příjemnou vodní dopravu, která je ale se zase pomalou? **Je to pouze několik málo, ale zato velmi závažných otázek, na které musíme hledat odpověď.**

Intenzita **automobilové dopravy** se rychle blíží své maximální kapacitě. Dálnice jsou přeplněné již teď. Máme je rozšiřovat, máme dělat více jízdních pruhů? Máme takto připravovat situaci pro zvýšení počtu havárií, které se při větším počtu přejíždění z jednoho jízdního pruhu do druhého určitě zvýší. To přece není rozumná cesta. Navíc máme přes hory tunely a jejich rozšiřování není možné. Musí se vyrazit další tunel, jinak takové úzké místo znamená jednoznačně danou horní mez propustnosti takové dopravní tepny. Závěrem zhodnocení situace v silniční dopravě můžeme téměř jednoznačně konstatovat, že naplnění přepravní kapacity je velmi blízko a že další zvyšování vyžaduje velké náklady a značně znepříjemní život všem lidem. **Jediná možnost řešení tohoto výhledu je převést, nebo postupně převádět silniční dopravu materiálů mimo silnice.** Výsledkem by bylo, že po silnicích se budou pohybovat převážně lidé a to v lidem přizpůsobených dopravních prostředcích s příjemným výhledem na okolní neporušenou přírodu.

Zvyšování přepravy materiálů **leteckou dopravou** je sice možné, ale na štěstí pro lidstvo má své hranice. Jednak to je kapacita letišť a prostory technického zabezpečení letiště, které značně zvyšují prostor patřící této dopravě, Jednak to je hluk, který se sice v budoucnosti sníží na únosnou mez. Hlavně to je množství spalin vypouštěných ve velkých výškách, kde již rostliny nemohou CO_2 likvidovat. Škodlivost této situace zatím ještě lidé nevnímají, nebo nechtějí vnímat, protože rádi využívají letadla k přepravě na větší vzdálenosti. Ponechme tuto přepravu lidem a zbytečně nezvyšujme nákladní leteckou dopravu, i když již dnes víme, že se příliš zvyšovat nemůže.

Zvyšování přepravy materiálů **vodní dopravou** skutečně možné je a také se zatím stále zvyšuje. Je to tedy jedno z významných opatření, jak zachovat možnost rozvoje přepravy materiálů, ale i to má své omezení. Námořní vodní doprava má zatím omezení pouze v kapacitě přístavů a to se průběžně řeší. Říční vodní doprava je dána kapacitou říčních toků a která se různými projekty trvale zvyšuje, ať již to je prohlubováním řečišť, stavbou protipovodňových přehrad, které slouží také jako zásobníky vody pro období sucha, zvětšováním kapacity říčních plavidel apod. Vynechali jsme však to nejnákladnější a to je splavňování dalších vodních toků stavbou vodních jezů a plavebních komor a dalších staveb tyto stavby doprovázející. Např. využití kapacity vodních dopravních cest na našem území je pouze 10 %, tak tady je rezerva. Bohužel využití této reservy není možné nařídit, ale musí samo vyplynout z ekonomické situace. Je to tak, nebo se mohou zodpovědní pracovníci na nejvyšších místech ve státě rozhodnout dělat průběžně kroky i v tomto směru k zajištění spokojenosti našich pokolení?

Zvyšování přepravy materiálů **železniční dopravou** je rozumná cesta. Všichni víme, že železniční doprava je méně operativní než silniční doprava, protože není možné dopravit materiál až k zákazníkovi. Je to skutečně tak? Je to pouze částečně pravda. Všichni jsme svědky toho, že se ruší celá řada vleček vedoucích přímo do závodů. Nebudeme rozebírat důvody ani příčiny, ani nebudeme hledat viníka, ale vyjdeme z faktu, že železniční přeprava může zvýšit množství přepravovaného materiálů. Autor vidí možnost zvyšování kapacity přepravy železniční dopravou vyřešením dvou problémů. Jednak to je zkrácení vzdálenosti mezi jedoucími vlaky důsledným využitím možností, které poskytuje GPS. Druhou možností, která se stále řeší, je nalezení způsobu operativního přeložení kontejneru z návěsu auta na železniční vagon. Možná to je i rozdělení zisků mezi železnicí a automobilovým dopravcem. Ať je to jakkoliv, tak možnost zvýšit kapacitu přepravy materiálů na železnici existuje, ale záchrana rozvoje dopravy v tomto nespočívá.



Obr.4. Potrubní doprava vápence v Japonsku firmy SUMITOMO METALS

3. POTRUBNÍ DOPRAVA MATERIÁLŮ

Podle názoru autora (Strakoš, 2000), existuje pouze jediná možnost, jak zvyšovat přepravní kapacity. Je potrubní doprava materiálů, zdůrazňuji ne doprava lidí, ale materiálů. Úvaha je založena na tom, že když se dopravuje obrovské množství ropy, plynu a vody v potrubí na vzdálenosti tisíců km, tak proč by se také nemohl potrubím dopravovat materiál? Uveďme několik příkladů z dosud realizovaných a někdy úspěšných pokusů.

Potrubní doprava vápence v Japonsku.

Názorným příkladem potrubní dopravy budoucnosti je podzemní doprava vápence, realizovaná firmou SUMITOMO METALS v Japonsku (5). Je v provozu od dubna 1983 v Tochigi Pref. Jedná se o dopravu na vzdálenost 35 km (propagační obr.3). Je to ukázka ekologicky šetrné dopravy materiálu. Realizovaný projekt podzemní dopravy se nazývá "Capsule Liner“, což volně přeloženo můžeme označit jako kontejnerová doprava. Je to revoluční systém v dopravě hmot. Používají se, jak je na obrázcích patrné, kontejnery s pěti bantamovými koly na každé straně, které vedou kontejner v potrubí o průměru 1 m. Kontejner o obsahu 1,6 t se pohybuje volně, poháněn poměrně malým tlakem vzduchu. To znamená, že hnací síla se dosáhne ventilátorem. Kontejnery jsou pro zvýšení kapacity spojeny vždy po třech do „kontejnerového vlaku“. Intervaly mezi pohybem vlaku jsou 50 sec. Spotřeba energie na dopravu je 0,7 kWh na 1 km, což představuje výkon potřebný na pohyb trojice kontejneru cca 3 kW. Po celé trase je kontejnerový vlak sledován počítačem a celá doprava je tak plně automatizována. Doprava je zcela bezpečná, protože ani dva po sobě jedoucí vlaky nemohou do sebe narazit díky vzduchovému polštáři mezi nimi. Tento systém je podle názoru konstruktérů i podle názoru autora dopravou budoucnosti, která výrazně omezí pohyb kamionů i vlaků po povrchu země.

Podzemní doprava materiálů má velmi významné výhody:

- nejdůležitější je to, že nezatěžuje pohyb člověka na povrchu země,
- je čistá a bezpečná a velmi šetrná k životnímu prostředí,
- prakticky nahrazuje kontinuální dopravu,
- vytváří možnost dopravovat různé druhy materiálů,
- je zcela nezávislá na počasí a provozu ostatních druhů doprav,
- podle získaných zkušeností v Japonsku je poměrně málo náročná na údržbu,
- provozní náklady jsou velmi malé (investiční náklady jsou poměrně velké).

Představme si takovou dopravu někde v Evropě. Kde to je někde? Podívejme se na obr.3, kde je vybraná část mapy Evropy s vyznačením předpokladu budoucího osídlení v polovině třetího tisíciletí. Z toho předpokladu je možné, alespoň orientačně, vyznačit dopravní trasy, které musí v budoucnu tyto oblasti propojovat.

4. VYBRANÉ PROBLÉMY K ŘEŠENÍ

Zpracování tak náročného a relativně nového projektu si vyžádá řešení několika náročných dílčích částí. Je to vlastně skládanka výzkumně vývojových a projekčních úkolů, která umožní vytvořit v závěru celý projekt. Ne všechny problémy jsou zcela nové, a proto řešení některých části, jako je např. ražení tunelů, v dnešní době není velký problém, pokud je délka tunelu malá. Když se bude razit tisíc km tunelů a nebo ještě více, tak zcela známá problematika může narazit na problémy, které doposud nedovedeme spolehlivě odhadnout. Podívejme se na těch několik vybraných problémů, jejichž vyřešení prakticky podmiňuje úspěšné řešení celého projektu.

Rychlost přepravy

Po těchto nepřímo vyznačených trasách se bude pohybovat když ne obrovské, tak velké množství různého materiálů, které lidé pro svůj život potřebují. Není to přece lákavá představa, že část nebo dokonce velká část materiálu by se pohybovala tak, že o ní vůbec nebudeme vědět a že lidé se budou přemísťovat auty a železnicemi po trasách s minimálním množstvím kamionů a nákladních vlaků? Úplně bez kamionů to nepůjde, ale může jich být jenom tolik, kolik je nezbytně nutné.

Výřez mapy Evropy je o rozměrech cca 2 x 2 tisíce km, takže trasa ze středu Itálie do Švédska anebo na sever Anglie je skutečně téměř 2 000 km. Kamion s průměrnou rychlostí 60 km.hod^{-1} tuto trasu pojede cca 35 hod. Vlak s průměrnou rychlostí 80 km.hod^{-1} tuto trasu pojede 25 hod. a to v ideální představě. Pokud kontejner pojede rychlosti 150 km.hod^{-1} , tak tuto vzdálenost pojede 14 hod. Jsou to pouze orientační časy, poněvadž jsme zanedbali všechny manipulační časy. Ty budou u kamionů nejkratší a u vlaku nejdelší, takže celková doba přepravy bude jiná a tedy i porovnání rychlosti přepravy bude jiné, ale vždy výhodné pro potrubní dopravu.

Kapacita přepravních prostředků.

Zatím jsme při této úvaze zanedbali jeden významný fakt a to je kapacita přepravního prostředku. Na obr.5 je koncová stanice s kontejnery pro hmotnost nákladu 1,6 t. Zatím co kamion s vlekem veze náklad o hmotnosti např. 20 t, tak vlak veze náklad o celkové hmotnosti1000 t. Nahradí tedy 50 kamionů s vlekem. Je to velký rozdíl, ale ani to není spolehlivý ukazatel významu těchto přepravních prostředků, protože kamion dojede až do prostoru zákazníka nebo logistického centra. Terminál nákladní železniční přepravy, jak z toho vyplývá, by muselo obsluhovat minimálně 50 kamionů a to na obou stranách. Takže z této zjednodušené úvahy nelze zcela porovnat výhody a nevýhody obou způsobů přepravy. Potrubní přeprava materiálu však porovnání s oběma druhy dopravy, jak je uvedeno později, snese.

Obr.5 Pohled na koncovou stanici pro dopravu vápence v Japonsku. Matriál firmy SUMITOMO METALS

Energie potřebná k přepravě

Vraťme se však ke kontejnerové potrubní přepravě. Uvažujme průměr potrubí pro přepravu 1,5 m, což se již pro přepravu plynu někdy používá. Pokud bude délka kontejneru 4 m, tak jeho objem je 28 m^3. Pokud bude naplněn např. zeleninou, tak jeho hmotnost může být cca 15 t, zatím co při přepravě uhlí by byla hmotnost okolo 30 t. V tomto případě prakticky nahradí přepravu kamiony. Pokud by byla rychlost pohybu kontejneru v potrubí optimisticky 40 m.s^{-1} (rychlost 150 km.hod^{-1}) a vzdálenost mezi pohybujícími kontejnery byla 800 m, tak by se hmotnost 1000 t v tomto 800 m dlouhém úseku, přepravila za 12 min. a čas na odebrání kontejnerů v cílovém terminálu by byl 20 sec.

Pokud bychom předpokládali součinitel tření kontejneru cca 0,005, tak odpor proti pohybu kontejneru o hmotnosti 30 t by byl cca 1800 N a pak energie potřebná pro přesunutí na vzdálenost 40 m by byla cca 72000 Ws tedy potřebný výkon by byl 72 kW. A u kontejneru se zeleninou 36 kW. To je pouze orientační odhad a potřebný výkon záleží na několika konstrukčních faktorech, které mohou potřebný výkon ještě snížit. Mimo to se na trase vyskytnou úseky, které nebudou vždy v rovině a tak např. kontejner pohybující se dolů bude před sebou tlačit vzduchový polštář, který bude pohánět kontejner vpředu.

Zajímavá otázka je pohon kontejneru. Jedna možnost je v Japonsku odzkoušený pohon vzduchový, tedy ventilátory. Je to pohon známý a odzkoušený u potrubní pošty, která se používá již mnoho let. Jenom pro informaci potrubní pošta v Praze se používala dlouhou dobu a její zastavení bylo způsobeno teprve velkými záplavami, kdy se některé úseky zaplavily bahnem. Dnes se stále používá na velkých poštách a také v supermarketech.

Obr.6 1100 km dlouhé potrubí o průměru 4 m pro dopravu vody přes poušť v Lybii (zdroj: J. Kotulič - Bunta)

Druhá možnost je použití lineárních motorů, stejně jako se nyní stále více rozšiřuje pro pohon vlaků známého v Šanghaji pod názvem MAGLEV. Velká výhoda takového pohonu by byla možnost dosažení velké rychlosti pohybu a to až 300 km.hod^{-1}. Velká rychlost však dává málo času v terminálu pro odebrání kontejneru z dopravní trasy. Takový pohon by byl sice nákladný, hlavně investičně, ale zato velmi progresivní. Názor autora je však, že to co je nákladné nyní, nemusí být nákladné za několik desítek let.

Oblouky dopravní trasy

Topologie dopravní trasy je další z otázek, které se postupně musí vyřešit. Na volbě poloměru dopravní trasy závisí délka kontejneru nebo soupravy z několika kontejneru spojených do vlaku. Na zvoleném poloměru dopravní trasy také závisí způsob vytvoření dopravní trasy.

Potrubí pro dopravu materiálu bude zřejmě složeno z ocelového potrubí podobně jako potrubí pro dopravu ropy, plynu nebo vody To však není jediná možnost a zatím vůbec nelze říci, jestli je to vhodné provedení. Na obr.6 je pohled na ukládání betonového potrubí o průměru 4 m pro dopravu vody na Sahaře. Kontejner při pohybu v potrubí bude pravděpodobně „plavat" na vzduchovém polštáři, vytvořeném vzduchovou vrstvou okolo stěny potrubí. Ta bude mít teoreticky velmi malou rychlost oproti rychle se pohybujícímu kontejneru, ale nelze vyloučit, že se kontejner v některých místech nebude svými bantamy otírat o stěny. To by vedlo k opotřebení stěn a tedy k občasné výměně potrubí. Vědomě je použit pojem občasné, protože to je jeden z významných faktorů životnosti potrubí a tím i nákladů na údržbu dopravní cesty.

V případě potrubí z betonových sekcí se nabízí myšlenka, jestli vůbec musí být „potrubí" kruhového průřezu. Jaké výhody by měl profil čtvercový s nebo obdélníkový? Na první pohled se nabízí myšlenka, že čtvercový profil může mít své výhody s hlediska vedení kontejneru. Když již uvažujeme o čtyřstěnné sekci, tak proč by nemohla být sekce vícestěnná, např. šestistěnná a je tady další problém k řešení.

Způsob vytvoření dopravní cesty

O tom jaký bude mít průřez dopravní cesty, rozhodne zřejmě způsob, jakým dopravní cestu vytvoříme. Je to proto, že to bude asi na celém projektu to nejnákladnější. Nabízí se několik možností. Ten nejběžnější způsob je uložení potrubí do výkopu. Když již uděláme výkop, tak může být profil „potrubí" jakýkoliv.

Další možností vytvoření dopravní cesty je ražení, tzn. vytvoření „tunelu", do kterého se vloží potrubí, hornickým způsobem. S ohledem na velikost průměru to znamená vrtat tunel kruhovým razícím mechanismem. Toto je běžná technologie ražení podobných děl. Vrtat tunel o průměru např. 1,2 m není v zásadě velký problém. V tomto případě je ale kruhový průřez podmínkou minimálních nákladů.

Obr.7 Protlačování betonového potrubí přes horninu, 4 m pod povrchem, do vzdálenosti 300 m. Foto autor

Pokud tedy připustíme kruhový průřez, tak se nabízí progresivní možnost tvorby tunelu znázorněný na obr. 7 a 8 a to je protlačování kvalitního betonového potrubí. To znamená, že povrch země by byl minimálně narušen.

Volba dopravní trasy

Neméně významnou problematikou je volba dopravní trasy. Významnou otázkou je, jestli bude doprava probíhat pouze mezi dvěma místy anebo mezi více místy. T. zn. jestli bude trasa rozvětvena anebo jednoduchá. Jednoduchá dopravní cesta vyžaduje pouze řešení počáteční a koncové stanice. Podívejme se na příklad Japonské firmy SUMITOMO METALS na obr.5. Je to sice koncová stanice jednoúčelové dopravy těženého vápence, ale i tak je to velmi zajímavé. V našem případě by se kontejnery do dopravní trasy vkládaly a vykládaly, zatímco se naplní. Zajímavý je také řídící ventil nahoře vpravo, tedy ventil před příjezdem do stanice. Tímto ventilem se vlastně řídí rychlost pohybu vlaku, protože vzduchový polštář tlačený vpředu kontejnerem má pouze jedinou možnost úniku a to je přes tento ventil. Pokud by byl zavřený, tak vzduchový polštář zbrzdí kontejner tak, že do koncové stranice dojede pomalu. Tak by bylo možné řídit rychlost pohybu kontejneru v případě, že se bude k pohonu využívat stlačený vzduch. V takovém případě bude také výhodnější vzduch před kontejnerem odsávat a přispívat tak k pohonu kontejneru. V případě využití takového návrhu by se kontejner, který dojede do koncové stanice pouze „bubínkovým zařízením“ vysunul z dopravní trasy a vytlačil přímo na návěs kamionu.

Obr.8 Pohled do potrubí vtlačovaného do zeminy cca 4 m pod povrchem.Provádí firma …… v Japonsku. (Foto autor)

Kontejner, který se vkládá do dopravní trasy, by se podobným podávačem vsunul do dopravního potrubí a ventilátorem urychlil na dopravní rychlost. To by platilo pouze v případě, kdyby se jako výhodná ukázala doprava stlačeným vzduchem.

Rozvětvená dopravní síť, která se později určitě vytvoří, vyžaduje řešení dalšího problému, a to je odbočení do jiného tunelu. Jako vždy je k dispozici několik řešení, z nichž si uveďme alespoň jednu myšlenku, a to je že se těsně před příjezdem kontejneru „odsune“ část spodní poloviny potrubí dolů a ta svede kontejner do spodního tunelu, kde může kontejner pokračovat jiným směrem anebo se zastaví v konečné stanici.

Problematika volby koncových stanic.

Většina úvah vyplývá z úvodu tohoto návrhu. Bude to místo, kde je velká spotřeba materiálů a zemědělské produkce, anebo kde se vyprodukuje velké množství produktů, které potřebuje hustě zalidněná oblast dodat do jiných oblastí. Nalézt taková místa není v zásadě velký problém, ale nejdůležitější je nalezení míst, která si vyměňují zboží mezi sebou. Ale i toto je určitě možné najít.

Tím však problém nekončí. Je zapotřebí rozhodnout, jakého tvaru bude průřez dopravní trasy a jakým způsobem se bude stavět. Pokud se bude tunel razit hornickým způsobem, tak může být vedený téměř přímo a to bez ohledu na kopce, hory, suchá místa nebo zemědělské a lesní půdy. Také je možné razit tyto tunely např. pod dálnicemi, kdy budou malé starosti s majiteli pozemků, pokud ne vůbec žádné. Další z problémů je překonávání přírodních překážek, jako např. skutečné terénní podmínky na plánované trase, rokle, strže, skaliska, vodní překážky, přístup k místům pro protlačování apod.

5. JAK PŘISTOUPIT K ŘEŠENÍ DISKUTOVANÉHO PROBLÉMU

Problém trvalého rozvoje dopravy se týká dopravy ve velkém hustě zalidněném prostoru. Podle názoru autora to je právě Evropa a to zvláště střední Evropa. Proto je nutné začít řešit tento problém právě v tomto prostoru. Díky organizaci Evropské unie je velmi účelné nastartovat tento projekt co nejdříve. Představa autora je taková, že se z každého zúčastněného státu vyberou 2 až 3 významní pracovníci vhodného profesního složení. To je pro úspěch řešení to nejdůležitější. Tento pracovní tým začne řešit jednotlivé problémy projektu. Které? Ty, které byly naznačeny. Samozřejmě, že se objeví další dílčí a náročné úkoly, ale to se ukáže až v průběhu řešení. Náklady na práci skupiny takových pracovníků s dobrými, ne-li s výbornými tvůrčími schopnostmi, nebudou v prvých dvou až tří letech velké. Teprve pak, podle výsledků práce se zhodnotí znovu další postup. V té době již bude vhodné, ne-li nutné začít s vývojem jednotlivých prvků, které budou stavebními kameny projektu. Samozřejmě se předpokládá, že nositelem projektu bude Česká republika, ale to záleží na tom, kde se objeví ta pravá osobnost pro vedení takového pracovního týmu. Pro zahájení projektu připravuje skupina českých odborníků žádost o finanční podporu projektu, který by byl základem pro zahájení této tvůrčí práce.

6. PŘÍNOSY ŘEŠENÍ

Hlavním přínosem uvažovaného projektu bude příprava jediné možnosti, jak zajistit trvalý rozvoj dopravy. Toto však není jediný přínos.

Vyřešení ekonomického způsobu vytvoření podzemní dopravní trasy, zvláště bez ovlivnění povrchových objektů, znamená možnost ražení tunelů menšího průřezu v podzemí měst. To znamená možnost výrazné inovace vytvoření minikolektoru pro ukládání a údržbu inženýrských sítí ve městech. V hustě zalidněných částech tak vznikne možnost vhodného způsobu ražení stok, což bude přínosem pro jejich snadné čištění a údržbu provozu. Větší průměr stok znamená větší kapacitu volného prostoru a tedy menší nebezpečí zatopení sklepních části při přívalových deštích.

Vyřešení vhodného způsobu pohonu kontejnerů znamená také řešení pohonu jednotek pro přepravu lidí, byť za jiných podmínek než při dopravě materiálu.

Vyřešení mobilní manipulace s kontejnery při vkládání kontejneru do dopravní trasy ve vstupním terminálu a manipulace při vyjímaní kontejneru z dopravního terminálu, se určitě využije pro operativní manipulaci s kontejnery i při běžné distribuční a zabezpečovací logistice i v případě, že ještě nebude realizován celý projekt.

7. ZÁVĚR

Závěrem je nutné znovu upozornit na to, že přepravní kapacita současných dopravních koridorů a také dopravních prostředků se rychle blíží své maximální kapacitě. Proti tomu vystupuje skutečnost, že taky rychle rostou požadavky na další a další přepravu. Tyto dvě protichůdné skutečnosti se poměrně brzy projeví téměř kolapsem v dopravě. Skutečně může nastat, že se dopravní koridory nějakým méně vhodným zásahem zahltí natolik, že se přeprava buď zastaví úplně, nebo se zpomalí na neúnosnou mez. Když k tomu přiřadíme pohled na vliv dopravy na životní prostředí, a to jak z hlediska exhalací, hluku, záboru půdy, znečištění vod a znečištění vzduchu, tak musíme přijmout názor, uvedený v úvodu. Všechno, co je možné, je nutné vytvořit pod povrchem země, aby ten zůstal vhodný pro život lidí a přírody jako celek. Právě pro dopravu to platí bez výhrad, protože právě v dopravě je to prakticky jediné možné řešení dalšího rozvoje.

Řešení diskutovaného problému nesnese odklad, a proto se autor znovu, po 15 létech, vrací k tomuto návrhu a nabádá společnost na urychlené zahájení výzkumných a vývojových prací v oblastech, které jsou v příspěvku naznačeny. Uvědomme si, že od myšlenky k její realizaci uběhne často velmi dlouhá doba. Proto hledejme již teď dobré myšlenky a návrhy, ať nám následující generace nenadává, že jsme zanedbali všechno, co bylo možné.

LITERATURA

Bunta, J.: Saharan great artificial river. Original source *Encyclopedia Britannica (Líbya), Slovakia Photos.com (Slovensko), Slovenský článek, 2010*

Malindžák, D.: Logistika – dynamizujúcí factor svetovej ekonomiky, (Logistics - a dynamic global economy Factor). - *Ecopress a.s., 2006. s 10-11*

Strakoš, V.: Project of the research Underground programme transport of materials in Europe. Vlastní návrh na řešení takového projektu. - *VŠB Ostrava, 2000*.

Voženílek, V. – Strakoš, V. a kol.: City logistics – dopravní problémy města a logistika. - *UP Olomouc a VŠLG Přerov, 2009. ISBN 978-80-244-2317-3. 192 str*.

SUMITOMO METALS: Firemní materiály firmy . - *Japonsko 1989*

Recenzoval Prof. Dr. Ing. Otto Pastor, CSc.

MODELY PRO ŘEŠENÍ ROZHODOVACÍCH ÚLOH V LOGISTICE I

Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.
VŠB-Technická univerzita Ostrava, e-mail: dusan.teichmann@vsb.cz

Ing. Alessandra Grosso
VŠB-Technická univerzita Ostrava, e-mail: alessandra.grosso.st@vsb.cz

Ing. Martin Ivan
VŠB-Technická univerzita Ostrava, e-mail: martin.ivan.st@vsb.cz

Abstrakt

Článek se věnuje využití lineárního programování v logistice. Je první částí z několika příspěvků, které na sebe tematicky navazují. V teoretické části článku je popsána tvorba lineárních modelů a jejich řešení. Výpočetní část pak obsahuje dva demonstrační příklady – modely pro řešení úlohy o mediánu sítě a lokační úlohy.

Abstract

There are the improvement of linear programming method in the logistic presented in this paper. The description of linear model construction is presented in the first part of the paper. The demonstration of two types of linear models solution is presented in the second part of the paper.

Klíčová slova

rozhodování v logistice, optimalizace v logistice, lineární programování, matematické modelování

Key words

logistics decision, logistics optimization, linear programming, mathematical modelling

1. ÚVOD

Schopnost přijímat rozhodnutí se očekává od každého řídícího pracovníka podniku. Rozhodování řídících pracovníků na různých stupních řízení mohou být různého charakteru. Může jít např. o rozhodnutí týkající se plánu výroby nebo distribuce zboží. Při řešení rozhodovacích úloh bývá po řešiteli zpravidla požadováno, aby navržené řešení bylo účelné a efektivní. Účelnost a efektivita řešení bude určitě zaručena, podaří-li se řídícímu pracovníkovi navrhnout optimální řešení nebo také zkráceně optimum (optimální = za daných vstupních podmínek nejlepší dosažitelné). V této souvislosti bývá mnohdy místo pojmu optimální řešení nesprávně používán pojem nejoptimálnější řešení (zkrácenou verzi tohoto pojmu český jazyk nezná). Nevhodnost, ale zejména irelevance tohoto pojmu spočívá v tom, že maximální dosažitelná efektivita je zahrnuta již v pojmu optimalita, nelze tedy ještě mezi maximálně efektivními řešeními vyhledávat to nejlepší.

Tvrdit, že se v průběhu řešení podařilo najít optimum, však může řešitel pouze v situacích, kdy má, buď použitá metoda v sobě „zabudován“ test optimality (je matematicky prokázáno, že zlepšování efektivity posledního dosaženého řešení již není dále možné) nebo v situacích, podaří-li se řešiteli z pohledu hodnot optimalizované veličiny prozkoumat všechna přípustná řešení, která může úloha mít (což však nebývá, zejména u rozsáhlejších úloh realizovatelné).

Nejčastěji používaným nástrojem v rozhodování je lineární programování. Rozšířenost jeho používání i jeho oblíbenost u řešitelů lze zdůvodnit především tím, že seznamování s jeho základními principy nebývá pro začínajícího řešitele, ve srovnání s ostatními nástroji, příliš obtížné (vysvětlení základních principů se dá velice názorně znázornit graficky) a možnosti jeho uplatnění jsou široké (ekonomika, logistika, doprava apod.). Další, v pořadí však neméně však důležitou, výhodou metod lineárního programování je jejich schopnost nacházet při řešení rozhodovacích úloh optimální řešení (na rozdíl od mnoha jiných skupin metod pro řešení). Lineární programování se však vyznačuje také určitými nevýhodami, k nimž patří neschopnost nacházet optimum u rozsáhlejších úloh v dostatečně krátkém čase a značná výpočetní náročnost v případech, jsou-li proměnným v matematických modelech přiděleny některé typy definičních oborů (viz dále). Nevýhodou také bývá, že v některých případech nelze přípustnými postupy používanými v lineárním programování (bude rozvedeno dále) namodelovat některá požadovaná omezení, některé požadované vazby nebo optimalizační kritéria. S ohledem na výše uvedené výhody však do budoucna zůstává úloha lineárního programování při řešení mnoha typů rozhodovacích úloh, i přes zmíněné nevýhody, nezastupitelná.

2. NĚKOLIK ZÁKLADNÍCH INFORMACÍ K LINEÁRNÍMU PROGRAMOVÁNÍ

Lineární programování je výhodné používat zejména při rozhodování s dlouhodobějším časovým horizontem (strategického, taktického) a v úlohách, kdy řešení je v čase stabilní (např. plánujeme pravidelný způsob zásobování distribuční sítě).

Některé úlohy řešitelné metodami lineárního programování jsou úspěšně řešitelné také jinými přístupy, např. dynamickým programováním, metodami teorie grafů apod.. Dosud uvedené přístupy mají zpravidla tu výhodu, že se pomocí nich podaří najít optimální řešení. V literatuře někdy také bývají označovány názvem **exaktní metody**. Alternativu k nim, zejména není-li k dispozici pro řešení k dispozici dostatek času nebo selhávají-li výpočetní prostředky pro řešení lineárních modelů z důvodů výpočetní náročnosti, představují **heuristické metody**. Heuristické metody nespadají do lineárního programování a bude jim podrobněji věnována pozornost v některém z dalších čísel tohoto časopisu. Zmiňme alespoň, že jejich hlavní výhodou je, že při volbě vhodné heuristické metody dokážeme najít „dostatečně efektivní řešení" v čase, který máme k dispozici, ovšem bez jistoty nalezení optimálního řešení (což nevylučuje, že optimum najdeme, nevíme ovšem, že jsme jej získali).

Nastává-li situace, kdy je pro řešení konkrétního problému k dispozici více přístupů, volí se pro řešení zpravidla ten přístup, který je z hlediska řešení nejefektivnější. Jelikož však v současnosti existuje celá řada výkonných a poměrně snadno dostupných nástrojů pro řešení i rozsáhlých úloh lineárního programování, přistupuje se k lineárnímu programování, jak již bylo řečeno, nejčastěji. Základním krokem pro použití metod lineárního programování však i nadále zůstává sestava matematického modelu.

2.1. Výchozí poznatky pro konstrukci lineárního modelu

Matematickým modelem rozhodovacího problému se obecně rozumí soustava algebraických výrazů, které vyjadřují optimalizovanou veličinu a omezení, která mají být při řešení dodržena. Pro sestavu matematických modelů rozhodovacích úloh neexistuje jednoznačný návod. Je to způsobeno faktem, že každá rozhodovací úloha se vyznačuje určitými specifiky, tzn., musí se v nich zohledňovat různá omezení, činí se v nich různá rozhodnutí apod. V odborné literatuře, např. (Janáček, 1999), byla publikována alespoň určitá doporučení, která je vhodné při sestavě matematických modelů dodržovat. Zmiňovaná literatura doporučuje následující obecný postup:

1. provede se analýza optimalizačního kritéria pomocí rozboru rozhodnutí, na kterých optimalizační kritérium závisí, zvolí se vhodné typy proměnných modelujících jednotlivá rozhodnutí a sestaví se účelová funkce,
2. postupně se analyzují jednotlivá omezení a vyjádří se pomocí konstant a funkcí daných zadáním úlohy a pomocí již zavedených proměnných. Je-li to z hlediska zachování správné logické funkce zapotřebí, zavedou se další proměnné a vytvoří se vztahy mezi proměnnými,
3. provede se analýza jednotlivých podmínek a proměnných zaměřená na to, zda některé proměnné nebo podmínky není možno vyjádřit pomocí ostatních. Pokud je to možné, model se zjednoduší (zpravidla se bude řešit rychleji a s menší potřebou operační paměti počítače).

Celou řadu úloh včetně matematických formulací některých speciálních typů funkcí nebo omezení, tak aby uvedené vztahy zůstaly lineární, lze najít také v (Jablonský, 2007), (Janáček a kol., 2010) a (Plevný-Žižka, 2005).

Tvorba matematického modelu rozhodovacího problému je tedy do jisté míry tvůrčím přístupem. Chce-li být začínající řešitel při sestavě lineárního modelu úspěšný, doporučuje se studovat úspěšné přístupy různých autorů publikovaných v minulosti a pomocí nich se snažit vystihnout co nejpřesněji přesně podstatu řešeného problému.

Klíčovou fází předcházející tvorbě jakéhokoliv rozhodovacího problému je formulace (zadání) problému. Z formulace problému musí být zřejmé, které veličiny jsou pro výpočet k dispozici, o čem se má v rámci řešení rozhodnout (jedná se o rozhodovací problém) a musí být známo, na základě jaké veličiny se bude posuzovat výhodnost získaného řešení ve srovnání s řešeními jinými (Teichmann, 2011). Toto jsou pro řešitele klíčové kategorie, které musí od zadavatele získat. Bez dokonalého poznání uvedených kategorií může nastat situace, že po vyřešení úlohy nebude zadavatel s výsledky spokojen, protože nebude akceptovat jeho původní představy. Jiná možnost je, že zadavatel formuluje požadavky na rozhodnutí a optimalizační kritérium a řešitel následně formuluje, jaké vstupní údaje potřebuje pro řešení. Pro řešitele je ideální, jsou-li kromě výše uvedených kategorií veličin, zadavatelem formulována také omezení, která mají být při řešení úlohy dodržena. Nelze ovšem spoléhat na to, že zadavatel bude ještě před zahájením sestavy modelu schopen vyčerpávajícím způsobem formulovat všechny podstatné faktory, které jsou pro konstrukci logicky správně funkčního modelu zapotřebí. Úzká spolupráce mezi zadavatelem a řešitelem je tedy zejména při formulaci úlohy nezbytně nutná.

Pro řešení některých typů úloh existuje pouze jeden typ matematického modelu, v případě některých typů úloh se však v literatuře lze setkat s různými tvary modelů. Tento, pro matematiku charakteristický rys, vyplývá ze skutečnosti, že některé vztahy (zejména se to týká omezujících podmínek) lze naformulovat matematicky různými způsoby, což bude v závěru článku demonstrováno na jednoduchém příkladu. Jen připomeňme, že v matematice se běžně vyskytují případy, kdy některou úlohu lze řešit více způsoby nebo lze použít různé vzorce pro výpočet hodnoty stejné veličiny.

Jak již bylo uvedeno, pracujeme v lineárním programování se dvěma skupinami hodnot. S hodnotami, které se v průběhu výpočtu nemění a jsou zadány (v souvislosti s modelem hovoříme o konstantách) a hodnotami, které se v průběhu výpočtu mění (v souvislosti s modelem hovoříme o proměnných). Označení veličin (konstant i proměnných), které budou v modelu vystupovat, volí řešitel. Bývá doporučováno volit takový způsob označení, aby označení použitých veličin bylo na jednu stranu co nejjednodušší a zároveň v sobě neslo všechny podstatné informace, tzn., aby byl po skončení výpočtu bez větších problémů identifikovatelný význam jednotlivých hodnot.

Počet proměnných, které se do úlohy zavádí, závisí na počtu rozhodnutí, která se mají při řešení úlohy vykonat. Může se ale stát, že v některých případech je zapotřebí, aby byly do modelu zavedeny i další pomocné proměnné, pomocí kterých se např. budou vytvářet určité vazby mezi proměnnými modelujícími reálná rozhodnutí.

Každá proměnná, která v lineárním modelu vystupuje, musí mít před zahájením výpočtu určen svůj definiční obor. V lineárním programování se vyskytují tři typy definičních oborů:

1. množina nezáporných čísel,
2. množina celých nezáporných čísel,
3. množina hodnot 0 a 1 (proměnným s tímto definičním oborem se říká bivalentní).

Definiční obory proměnných se volí v závislosti na povaze rozhodnutí, která proměnné modelují, a která se od řešitele očekávají. V některých případech lze pro zavedenou proměnnou volit pouze jediný z výše uvedených definičních oborů, v ostatních případech máme více možností. Např. modeluje-li proměnná časový údaj (a je-li to přípustné), může být její definiční obor tvořen jak množinou nezáporných čísel, tak i množinou nezáporných celých čísel).

Modeluje-li proměnná rozhodnutí o tom, zda provozovat či neprovozovat v nějakém místě mezisklad, potřebujeme takový definiční obor, který bude poskytovat pouze dvě možnosti (rozhodnutí v úloze umísťování skladů jsou rozhodnutí typu ano – ne). V takových případech se volí definiční obor obsahující pouze dvě hodnoty a tímto definičním oborem je definiční obor bivalentních proměnných (hodnoty 0 a 1). Při volbě bivalentní proměnné se zpravidla uplatňuje užívaná konvence a to, že pozitivní rozhodnutí je modelováno hodnotou 1, negativní rozhodnutí hodnotou 0. Jak však bude v závěru článku také na konkrétním případě ukázáno, lze volit i inverzní způsob přiřazení hodnot. Má to sice vliv na konstrukci modelu, ovšem dosažená efektivita obou řešení je z pohledu optimalizačního kritéria stejná.

Nachází-li se v případě některé proměnné mezi možnými definičními obory množina nezáporných čísel, je doporučeno tuto množinu vždy upřednostnit. Velice lapidárně řečeno, je to proto, že současné výpočetní prostředky mají v případě spojitého lineárního programování (modely obsahující pouze nezáporné proměnné) řádově vyšší možnosti pro řešení zadané úlohy. Vždy je však nutno posuzovat, zda je náhrada podmínek celočíselnosti nezápornosti či bivalence podmínkami vyžadujícími prostou nezápornost vhodná. V případech, kdy optimalizační software časově nebo kapacitně nezvládají výpočet, je však uvedená náhrada jediným možným řešením. Je však třeba počítat s problémy, které zpravidla nastanou ve fázi interpretace získaného řešení. Při nevhodné nebo nezbytné náhradě množin celočíselných nezáporných proměnných a množin hodnot 0 a 1 množinami nezáporných hodnot by se na první pohled mohlo zdát, že řešením by mohlo být pouhé zaokrouhlení neceločíselných hodnot na hodnoty celočíselné. V této souvislosti je nutno však upozornit na jednu důležitou skutečnost a to, že zaokrouhlování hodnot neceločíselných proměnných v řešení, které je požadováno jako celočíselné, může z hlediska hledání řešení způsobit nečekané problémy, v některých případech může po zaokrouhlení vzniknout i řešení nepřípustné. Zaokrouhlování neceločíselných hodnot proměnných, jako takové, není zakázáno, nicméně opět je nutno připomenout, že při použití tohoto postupu při úpravě výsledků získaných metodou nepřihlížející k podmínkám celočíselnosti proměnných, nejenže nemáme jistotu nalezení optimálního řešení, ale navíc je nutno následně prověřovat přípustnost zokrouhleného celočíselného řešení.

Jak plyne z výše uvedeného textu, množinu přípustných řešení vymezuje soustava omezujících podmínek. Přípustnost zaokrouhleného celočíselného řešení tedy prověříme tak, že zaokrouhlené hodnoty proměnných dosadíme do soustavy omezujících podmínek. Jsou-li všechny omezující podmínky splněny, potom zaokrouhlené řešení je přípustné.

Poznamenejme, že stejným způsobem (dosazováním hodnot proměnných do soustavy omezujících podmínek) se prověřuje přípustnost řešení v případě jakéhokoliv modelu.

2.2. Struktura lineárního modelu

Každý lineární model má, jak již částečně vyplývá z předchozího textu, předepsánu závaznou strukturu. Skládá se ze dvou základních částí – **soustavy omezujících podmínek** a **účelové funkce** reprezentující optimalizační kritérium.

Obecně **soustava omezujících podmínek vymezuje množinu přípustných řešení úlohy**. Omezující podmínky se dělí do dvou skupin – na **strukturální a obligatorní**. Strukturální podmínky vyjadřují reálná omezení, příp. vytvářejí vazby mezi proměnnými. Obligatorní podmínky vymezují definiční obory proměnných, které v úloze vystupují. Počet strukturálních podmínek závisí na počtu omezení, která v úloze vystupují a počtu vazeb, které musí být mezi hodnotami proměnných vytvořeny, počet obligatorních podmínek je vždy roven počtu proměnných, které v úloze vystupují. V případě strukturálních podmínek vyjadřujících reálná omezení musí být splněna podmínka jednotkové konzistence, tzn., že jednotka veličiny na jedné straně omezující podmínky musí odpovídat jednotce veličiny na druhé straně omezující podmínky, v případě vazebních podmínek tomu tak být nemusí. **Účelová funkce vyjadřuje funkční vztah, pomocí kterého vypočítáme hodnotu optimalizované veličiny.** Např. máme-li minimalizovat náklady, musí být účelová funkce tvořena vztahem, na základě kterého lze náklady vypočítat. Účelová funkce musí v sobě obsahovat všechny varianty výpočtu hodnoty optimalizované veličiny, které se mohou při řešení vyskytnout. Pokud některá varianta v účelové funkci chybí, algoritmus při optimalizaci k variantám nezohledněným v účelové funkci nepřihlíží.

Při konstrukci účelové funkce a soustavy omezujících podmínek lze v lineárním programování používat pouze některé početní operace s proměnnými a některá relační znaménka. Výrazy obsahující proměnné je dovoleno sčítat, odčítat a násobit reálnou konstantou. Při tvorbě omezujících podmínek je povoleno používat relační znaménka $\geq$, $\leq$, $=$. Použitím jiných pravidel, než která jsou uvedena v předchozích dvou větách, se získá nelineární model. Nelineární modely se však řeší daleko komplikovaněji, než modely lineární, některé typy nelineárních modelů nejsou řešitelné vůbec, protože pro ně není sestavena vhodná metoda. Proto existuje oprávněná snaha vyhýbat se při řešení rozhodovacích úloh nelineárním modelům, pokud jejich použití není nezbytně nutné. Pokud se již nelineární model vyskytne, vždy existuje snaha, aby byl transformován na model lineární. Někdy to však není možné, někdy je to možné jen za cenu zvětšení rozsahu modelu, tj. zvýšení počtu proměnných či omezujících podmínek, někdy je nutno zvětšit rozsah modelu obojím způsobem.

2.3. Řešení lineárních modelů

Na začátku podkapitoly věnované řešení lineárních modelů shrňme, jaké případy se při řešení úlohy lineárního programování mohou vyskytnout. V zásadě se jedná o tři případy:

1. úloha má optimální řešení (může být jedno, může jich být více, ale i nekonečně mnoho),
2. úloha nemá optimální řešení, protože množina přípustných řešení je prázdná (nelze splnit všechna požadovaná omezení současně),
3. optimální řešení nelze najít, protože množina přípustných řešení je ve směru optimalizace neohraničená.

Z případu č.1 vyplývá i jeden důležitý poznatek. Existuje-li při řešení úlohy více optimálních řešení (pokud v podmínkách spojitého lineárního programování existuje více optimálních řešení, je jich zároveň nekonečně mnoho), mohou různí řešitelé dospět k různým řešením, která prohlásí za optimální (samozřejmě se může stát, že k různým řešením dospěje při použití ekvivalentních přístupů i stejný řešitel). Různost dosažených optimálních řešení se však projevuje pouze v konkrétní kombinaci hodnot jednotlivých proměnných, hodnoty účelové funkce musí být ve všech případech stejné.

Nejčastěji používanou metodou pro řešení úloh spojitého lineárního programování (tj. úloh, ve kterých se u proměnných jako definiční vyskytují pouze množiny nezáporných čísel) je simplexová metoda – a to v primárním i duálním tvaru. V případě výskytu celočíselných proměnných v modelu se pak daná úloha řeší nejčastěji kombinací simplexové metody a algoritmů používajících k získání celočíselných řešení tzv. řezné (někdy se místo termínu řezné používá také výrazu sečné) nadroviny. Nadrovina je pojem používaný v lineárním programování a vyjadřuje geometrický útvar v prostorech E_i, kdy $i \geq 4$, odpovídající v E_3 rovině nebo v E_2 přímce reprezentující účelovou funkci. Nejčastěji se při řešení úloh s požadavkem na celočíselnost a nezápornost používají tzv. Gomoryho algoritmy (Janáček, 1983) nebo algoritmy založené na principu metody větví a mezí (Plevný-Žižka, 2005), v případě úloh s bivalentními proměnnými se často využívá Littlova algoritmu (Volek, 2001), ale i dalších algoritmů.

Z hlediska řešení je v lineárním programování důležité zabývat se i otázkou rozsáhlosti sestaveného modelu. Rozsáhlost modelu se posuzuje podle počtu omezujících podmínek a počtu proměnných. Zpravidla platí, že čím menší je rozsáhlost modelu, tím lépe se model řeší (ovšem neplatí to vždy). Výzkum otázek efektivity modelů je důležitý zejména u rozsáhlejších úloh, kde řešitele zajímá i doba, po kterou výpočet trval (samozřejmě v závislosti na parametrech použitého počítače). Odpovědi na uvedené otázky jsou důležité zejména v situacích, kdy je k rozhodování pouze omezená doba.

3. DVA DEMONSTRAČNÍ PŘÍKLADY K TEORII POPSANÉ V KAPITOLE 2

V úvodních pasážích článku bylo zmíněno uvedení dvou příkladů zaměřených na možnou variabilitu matematických modelů řešících stejné typy úloh. V následujících dvou jednoduchých příkladech bude uvedená variabilita prakticky demonstrována.

Na prvním příkladu – úloze o vyhledání mediánu v dopravní síti, lze dokumentovat, že stejného efektu lze dosáhnout, použije-li se v přiřazování hodnot u bivalentních proměnných běžně užívaná konvence, tj. kdy kladnému rozhodnutí je přisuzována hodnota 1 a zápornému rozhodnutí je přisuzována hodnota 0. Sestavený model bude možno následně porovnat s modelem stejného typu úlohy v situaci, kdy se této konvence nevyužije.

Ve druhém příkladu pak bude na příkladu lokační úlohy ukázáno, jak lze variantně zabezpečit totéž omezení plynoucí ze zadání s dopadem na rozsah modelu.

3.1. Příklad 1 – úloha o vyhledání mediánu v dopravní síti

Je dána neorientovaná hranově ohodnocená dopravní síť. Vrcholy sítě (jejich počet označíme n) reprezentují významná místa v síti, hrany komunikace, které je spojují. Ohodnocení hran reprezentuje délku přímé cesty mezi sousedními vrcholy grafu. Pro každou dvojici vrcholů v_i a v_j je známa jejich vzdálenost d_{ij}. Úkolem je napsat matematický model, který umožní vyhledat takový vrchol sítě, ze kterého je součet vzdáleností ke všem ostatním vrcholům sítě minimální, tzv. medián sítě.

Pozn.: Při řešení zadané úlohy se bude předpokládat, že mediánem sítě může být kterýkoliv z vrcholů sítě. Vzdáleností z vrcholu v_i *do vrcholu* v_j *se rozumí délka minimální cesty z vrcholu* v_i *do vrcholu* v_j*, tj. takové cesty, kdy součet ohodnocení hran, které na ní leží,* *je minimální (Volek, 2001). Cestou v grafu se rozumí střídavá posloupnost vrcholů a hran, začínající a končící ve vrcholu, ve které se nesmí opakovat žádná hrana.*

Řešení úlohy – přístup č. 1

Do úlohy zavedeme proměnnou y_i, která modeluje rozhodnutí, zda vrchol sítě bude ($y_i = 1$) nebo nebude ($y_i = 0$) mediánem sítě. Protože pro každý vrchol zavedeme samostatnou proměnnou y_i (u každého vrcholu se totiž rozhoduje), bude počet proměnných vystupujících v úloze roven počtu vrcholů sítě.

Matematický model úlohy o vyhledání mediánu v dopravní síti při použití běžné konvence v přiřazování významu hodnotám bivalentních proměnných bude mít tvar (Janáček, 2007):

$$min\ f(y) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_{ij} y_i \tag{1}$$

za podmínek:

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = 1 \tag{2}$$

$$y_i \in \{0,1\} \qquad \text{pro } i = 1,\dots,n \tag{3}$$

Výraz (1) reprezentuje účelovou funkci – součet vzdáleností ke všem ostatním vrcholům v případě aktuálně testovaného vrcholu. Omezující podmínka (2) zajišťuje, že z možných vrcholů bude vybrán právě jeden. Skupina omezujících podmínek (3) vymezuje definiční obory jednotlivých proměnných.

Řešení úlohy – přístup č. 2

Do úlohy zavedeme proměnnou y_i, která modeluje rozhodnutí, zda vrchol sítě bude ($y_i = 0$) nebo nebude ($y_i = 1$) mediánem sítě.

Matematický model úlohy bude mít však tentokrát tvar

$$min\ f(y) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_{ij} (1 - y_i) \tag{4}$$

za podmínek:

$$\sum_{i=1}^{n} (1 - y_i) = 1 \tag{5}$$

$$y_i \in \{0,1\} \qquad \text{pro } i = 1,\dots,n \tag{6}$$

Význam výrazu (4) reprezentuje účelovou funkci, význam omezující podmínky (5) je stejný jako v případě omezující podmínky (2), podmínky (6) jsou podmínky obligatorní, tzn., že vymezují definiční obory proměnných.

S ohledem na záměr, ukázat pouze variantní přístupy k tvorbě matematických modelů, upustíme v příkladě 1 od jejich vlastního řešení.

3.2. Příklad 2 – lokační úloha

Je dána dopravní síť. V zadané síti je rozmístěno n spotřebitelů, u každého spotřebitele S_j, kde $j = 1,\dots,n$ je znám jeho požadavek b_j za určité období. Dále je známo m lokalit, ve kterých se uvažuje o provozování meziskladů, a prostřednictvím kterých budou spotřebitelé zásobováni. Provoz meziskladu v lokalitě L_i, kde $i = 1,\dots,m$, vyvolá za dané období náklady ve výši f_i, pro každou relaci $L_i \rightarrow S_j$ jsou dále známy celkové náklady c_{ij} plynoucí z přiřazení spotřebitele S_j lokalitě L_i v daném období. Uvažujme, že jsou odhadnuty denní náklady na provoz meziskladů v jednotlivých lokalitách a známy denní náklady plynoucí z přiřazení jednotlivých spotřebitelů jednotlivým meziskladům.

Odhad denních nákladů na provoz skladů v jednotlivých lokalitách reprezentuje poslední sloupec v první části tabulky. Úkolem je rozhodnout, ve kterých lokalitách budou provozovány mezisklady a jakým způsobem budou provozovaným meziskladům přiřazení spotřebitelé tak, aby se minimalizovala hodnota celkových denních nákladů plynoucích z provozu systému (tj. jak na provoz meziskladů, tak i na zásobování zákazníků).

Pozn.: Při řešení zadané úlohy se bude předpokládat, že je přípustné zásobovat všechny spotřebitele ze kterékoliv lokality.

Řešení úlohy

V úloze je třeba rozhodovat dvojím způsobem – o tom, zda budou či nebudou v jednotlivých lokalitách provozovány mezisklady a o tom, zda budou či nebudou spotřebitelé přiřazeni jednotlivým lokalitám v případech, kdy v nich budou vybudovány mezisklady. Z toho důvodu se do úlohy zavedou dvě skupiny bivalentních proměnných. První skupinu budou tvořit proměnné modelující rozhodnutí o provozování meziskladů v jednotlivých lokalitách. Označme proměnnou modelující rozhodnutí o provozování meziskladu v lokalitě L_i např. y_i. Nechť, když $y_i = 1$, mezisklad v lokalitě L_i bude provozován, když $y_i = 0$, potom mezisklad v lokalitě provozován nebude. Druhou skupinu proměnných budou tvořit proměnné, jejichž úkolem bude modelovat přiřazení spotřebitelů meziskladům. Označme proměnnou modelující uvedené rozhodnutí např. x_{ij}. Nechť, když $x_{ij} = 1$, spotřebitel S_j bude přiřazen meziskladu v lokalitě L_i (bude z meziskladu provozovaného v lokalitě L_i zásobován), když $x_{ij} = 0$, spotřebitel S_j nebude přiřazen meziskladu v lokalitě L_i (nebude z meziskladu provozovaného v lokalitě L_i zásobován).

Při konstrukci soustavy omezujících podmínek je třeba vědět, že v lokační úloze je vyžadováno, aby každý spotřebitel byl zásobován právě z jednoho místa (meziskladu). Při konstrukci modelu je dále zapotřebí si uvědomit, že rozhodnutí, která v úloze provádíme, spolu souvisejí. Důležitou úlohu v soustavě omezujících podmínek proto bude mít skupina podmínek, která bude zajišťovat, že v důsledku rozhodnutí, že v některé z lokalit nebudeme provozovat mezisklad, nesmí být této lokalitě přiřazen žádný ze spotřebitelů a přiřadíme-li některého ze spotřebitelů určité lokalitě, musí v ní dojít k provozování meziskladu.
Matematický model úlohy lokační úlohy má nejčastěji tvar (Janáček, 1999):

$$\min \ f(x, y) = \sum_{i=1}^{m} f_i \ y_i + \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \ x_{ij} \tag{7}$$

za podmínek:

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1 \quad \text{pro } j = 1,\dots,n \tag{8}$$

$$x_{ij} \le y_i \quad \text{pro } i = 1,\dots,m \text{ a } j = 1,\dots,n \tag{9}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \text{pro } i = 1,\dots,m \text{ a } j = 1,\dots,n \tag{10}$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \text{pro } i = 1,\dots,m \tag{11}$$

Funkce (7) reprezentuje optimalizační kritérium – celkové náklady vyvolané potřebou distribuovat zboží z meziskladů spotřebitelům. Jak je zápisu účelové funkce patrné, je složena ze dvou složek. První složka reflektuje náklady související s provozem meziskladů, druhá složka potom náklady plynoucí z vlastního přiřazení spotřebitelů meziskladům. Skupina omezujících podmínek (8) zajistí, že každý spotřebitel bude přiřazen právě jednomu meziskladu. Počet podmínek odpovídá počtu spotřebitelů. Skupina omezujících podmínek (9) zajišťuje výše zmiňovanou vazbu mezi proměnnými modelujícími rozhodnutí o provozování meziskladů v jednotlivých lokalitách a přiřazení spotřebitelů těmto meziskladům. Počet podmínek odpovídá součinu počtu lokalit a spotřebitelů. Skupiny omezujících podmínek (10) a (11) vymezují definiční obory jednotlivých proměnných.

Velikost modelu

Počet proměnných: $m + m\,n$ (12)

Počet omezujících podmínek: $m + n + 2\,m\,n$ (13)

Skupinu omezujících podmínek (9) lze nahradit variantně a to ve tvaru (Janáček, 1990):

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leq n\, y_i \qquad \text{pro } i = 1,\ldots,m \tag{14}$$

Velikost modelu se při náhradě skupiny podmínek (9) skupinou omezujících podmínek (14) změní následovně:

Počet proměnných: $m + m\,n$ (15)

Počet omezujících podmínek: $2\,m + n + m\,n$ (16)

Na závěr části věnované příkladům budeme dokumentovat výpočetní náročnost obou modelů lokační úlohy.

Za účelem dokumentace rozdílnosti výpočetní náročnosti měřené dobou, po kterou trvalo řešení modelu, byly se stejnou úlohou provedeny v optimalizačním software Xpress-IVE dva experimenty, první s modelem (7) – (11) a druhý s modelem (7) – (8), (10) – (11) a (14). Oba modely jsou ekvivalentní, jak však bude ukázáno, doba výpočtu se u obou modelů liší. Nechť je tedy dáno 19 lokalit ($m = 19$), ve kterých je uvažováno s provozováním meziskladů a 20 spotřebitelů, kteří mají být zásobováni ($n = 20$). Hodnoty celkových nákladů plynoucích z přiřazení spotřebitelů meziskladům i odhady nákladů na denní provoz meziskladů, budou-li vybudovány, v tis. peněžních jednotek jsou uvedeny v tab. č. 1.

Počet proměnných je v obou modelech stejný a činí podle (12) a (15) celkem 399. Počty omezujících podmínek jsou však různé. Po dosazení do (12) dostáváme pro model (7) – (11) celkem 799 omezujících podmínek, po dosazení do (16) dostáváme pro model (7) – (8), (10) – (11) a (14) celkem 438 omezujících podmínek.

Po transformaci sestavených modelů do textu programu v jazyce Mosel, se kterým pracuje optimalizační software Xpress-IVE a zadání zvolených vstupních hodnot (konstant) bylo v obou případech získáno optimální řešení.

V případě modelu (7) – (11) bylo dosaženo řešení, které je vidět na obr. 1, v případě modelu (7) – (8), (10) – (11) a (14) pak bylo dosaženo zcela totožného řešení. Z pohledu praktické interpretace vypsaných hodnot to znamená, že mezisklady budou vybudovány v lokalitách 6 a 17, z meziskladu vybudovaného v lokalitě 6 budou zásobování zákazníci 1, 3, 4, 7, 8, 9, 11, 12, 14 a 16-19, z lokality 17 budou zásobování všichni ostatní zákazníci.

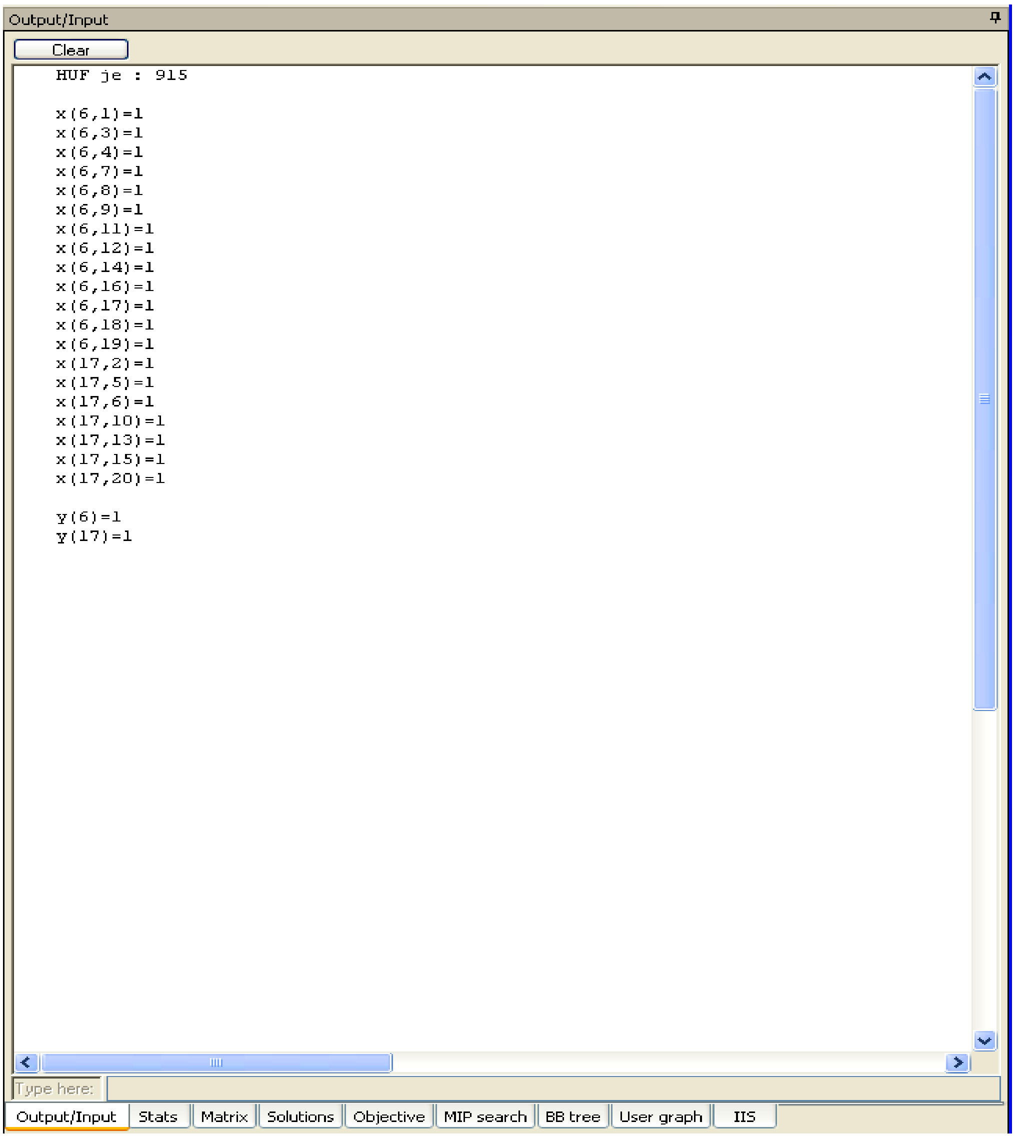
Hodnocení výpočetní náročnosti lze nejlépe dokumentovat na grafických výstupech získaných přímo z optimalizačního software. Obr. 2 dokumentuje průběh optimalizačního výpočtu v případě modelu (7) – (11), obr. 3 dokumentuje průběh optimalizačního výpočtu v případě modelu (7) – (8), (10) – (11) a (14). Na horizontálních souřadnicových osách je v obou případech nanášena doba výpočtu, na vertikálních souřadnicových osách jsou nanášeny dvě různé veličiny. Na grafech v horních částech jednotlivých obrázků je na vertikálních osách vyznačen tzv. gap (vyjadřuje odchylku horního a dolního odhadu hodnoty účelové funkce), na grafech v dolních částech jednotlivých obrázků jsou vynášeny hodnoty horních a dolních odhadů účelové funkce. Optimální řešení úlohy je nalezeno, dojde-li k průsečíku hodnot horního a dolního odhadu.

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	f_i
L_1	18	110	14	13	17	269	14	16	17	19	320
L_2	17	11	15	13	19	16	16	163	19	19	340
L_3	16	110	12	13,2	15	168	12	16	151	19	380
L_4	18	138	14	15	17	19	146	19	17	15	350
L_5	14	15	10,89	17	13	204	10	20	13	23	400
L_6	18	111	10	13	179	165	14	20	17	191	320
L_7	179,6	16	156	13	19	164	229	162	19	19	320
L_8	160	11	124	130	118	169	12	163	15	33	380
L_9	18	199	14	15	10	196	14	11	17	15	380
L_{10}	14	15	10	17	13	200	10	20	13	10	400
L_{11}	11	14	168	13	17,8	16	14,8	20	13	23	330
L_{12}	116	16	150	172	19	16	19	16	19	15	340
L_{13}	18	10	12	13	18	16	12	15,4	15	33	370
L_{14}	14,8	19	14	153	101	19	14	11	12	15	390
L_{15}	10	12	10	15	143	13	10	20	13	19	330
L_{16}	11	14	162	13	170	16	14	20	13	23	400
L_{17}	201	16	159	17	19	16	19	162	19	15	300
L_{18}	18	10	12	134	186	163	12	15	15	33	295
L_{19}	142	19	14	15	10	19	14	110	12	15	365

	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}	S_{16}	S_{17}	S_{18}	S_{19}	S_{20}
L_1	10	130	19	184	14	15	17	18	14	12
L_2	12	13	17	18	120	15	150	286	12	10
L_3	10	15	19	20	14	170	17	209	14	14
L_4	11	13	20	184	15,9	15	189	189	15	11
L_5	14	92	23	14	18	116	21	14	18	8
L_6	10	10	19	18	149	11	17	18	14	20
L_7	12	109	17	18	12	11	151	18	12	11
L_8	101	159	19	25	14	178	17	201	9	14
L_9	11	13	205	18	228	15	186	18	8	11
L_{10}	14	19	23	196	184	15	21	14	18	181
L_{11}	11	19	193	18	149	16	17	18	14	20
L_{12}	14	10	13	18,6	12	19	15	185	12	14
L_{13}	14	15	19	211	104	17	12	205	90	16
L_{14}	11	131	10	180	22	15	108	18	8	18
L_{15}	14	19	23	10	186	153	21	13	18	11
L_{16}	11	19	194	183	143	166	17	18	14	20
L_{17}	14	200	13	182	12	19	156	18	19	14
L_{18}	14	150	19	21	140	173	12	20	9	16

L_{19}	11	13	106	18	22	15	101	18	8	18

Tab. č. 1 – Soupis vstupních hodnot pro příklad č. 2

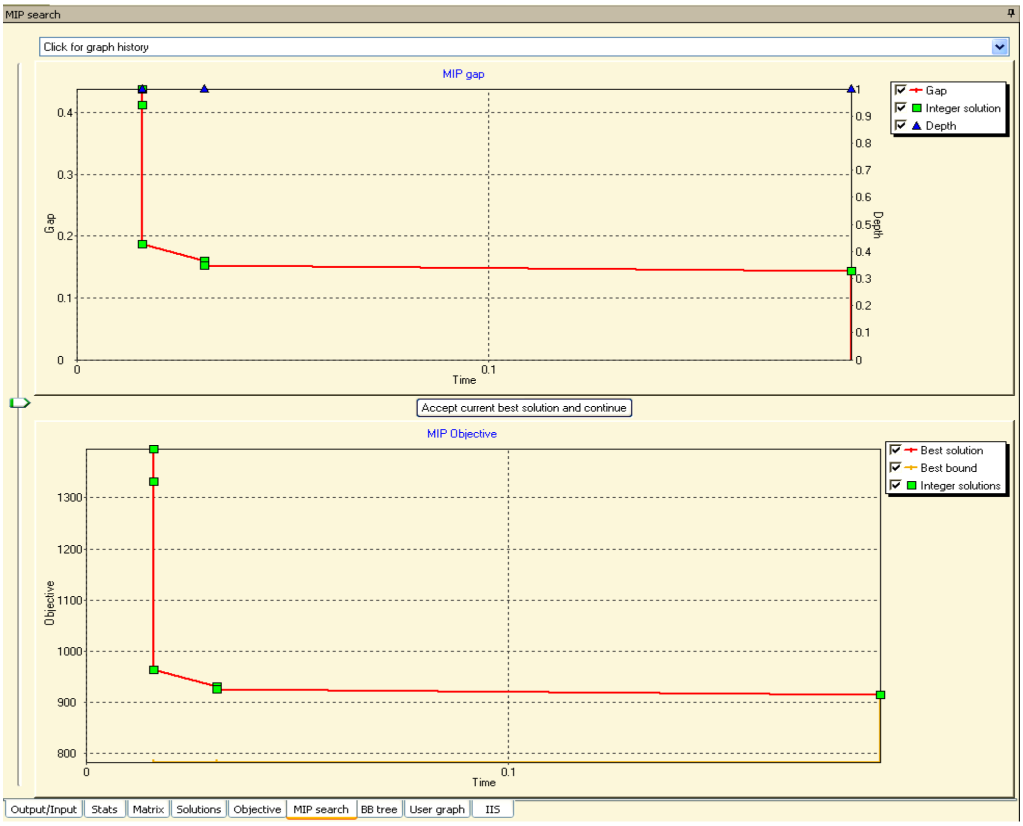


Obr. 1 Pracovní okno optimalizačního software Xpress-IVE
s výsledky řešení modelu (7) – (11)

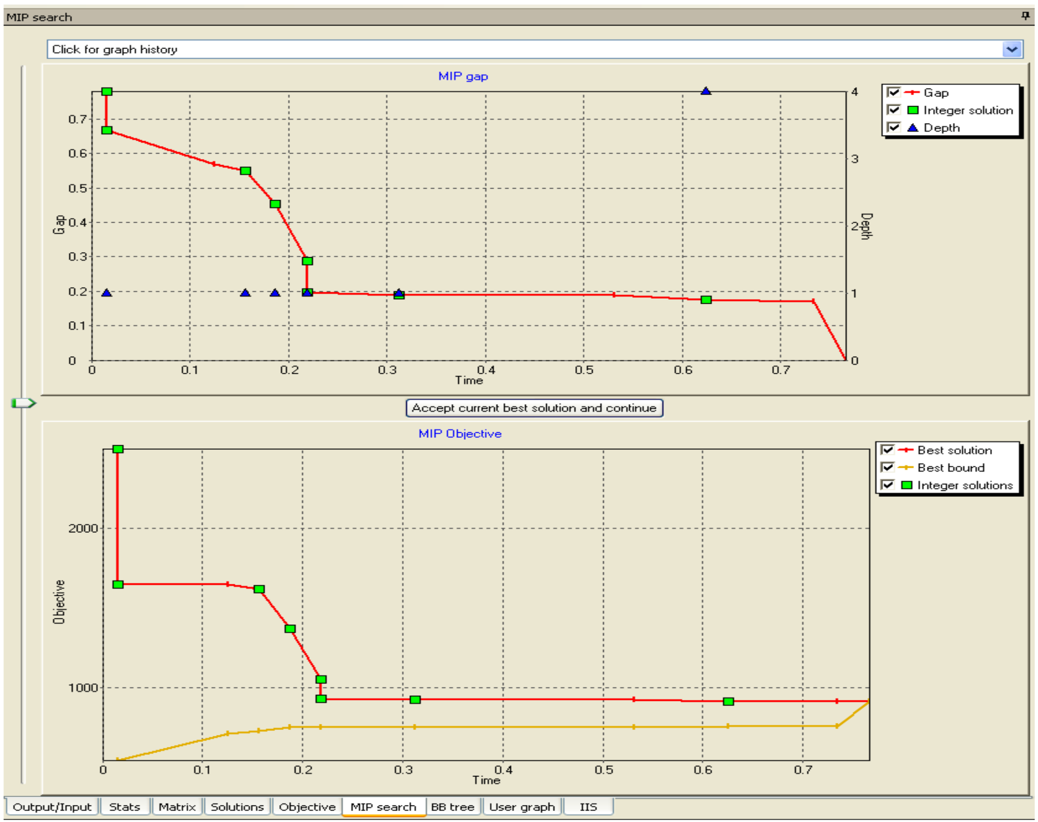
Grafy tedy znázorňují časový vývoj hodnoty gap a vývoje hodnot horních a dolních odhadů hodnoty účelové funkce v závislosti na době výpočtu. Je nutno zdůraznit, že při jiných vstupních hodnotách je dosaženo odlišných tvarů jednotlivých křivek. V případě dolní části obr. 1, která má reprezentovat průběh konvergence dolního a horního odhadu účelové funkce, není proces přibližování tak plynulý, jako ve druhém případě, v čase 0,2 s od zahájení výpočtu dochází ke skokovému růstu dolního odhadu hodnoty účelové funkce.

Jak je z obou grafů patrné, doba výpočtu v případě modelu (7) – (11) trvala 0,2 s, doba výpočtu v případě modelu (7) – (8), (10) – (11) a (14) trvala 0,8 s. Z pohledu doby výpočtu se paradoxně jako výpočetně náročnější jevilo řešení realizované s modelem (7) – (8), (10) – (11) a (14), tedy s modelem, který má v soustavě omezujících podmínek o 361 omezujících podmínek méně.

Výsledky experimentální části příspěvku potvrzují fakt, že v některých případech lze nástroji lineárního programování řešit stejný typ úlohy více způsoby, zároveň je dokumentováno, že existují situace, kdy model s menším počtem omezujících podmínek paradoxně vyžaduje větší potřebu času pro řešení.



Obr. 2 Průběh řešení úlohy na základě modelu (7) – (11) v optimalizačním software Xpress-IVE



Obr. 3 Průběh řešení úlohy na základě modelu (7) – (8), (10) – (11) a (14) v optimalizačním software Xpress-IVE

4. ZÁVĚR

Článek je věnován problematice systémů pro podporu rozhodování v logistice a je nutno jej chápat jako první z připravované série článků věnovaných nástrojům pro řešení rozhodovacích úloh v logistice. Hlavní pozornost je v článku soustředěna na problematiku tvorby lineárních matematických modelů, které tvoří primární fázi řešení praktické úlohy, je-li k řešení použito lineární programování. Protože tvorba lineárních (obecně matematických) modelů rozhodovacích úloh je tvůrčím procesem, jsou před ukázkami sestavy modelů základních typů rozhodovacích úloh, jak bývá v literatuře obvyklé, spíše preferovány obecné zásady pro jejich tvorbu. Nejlépe lze však do problematiky tvorby modelů proniknout systematickým studiem přístupů publikovaných v minulosti a důkladným porozuměním systematiky a logiky použitých přístupů. Na různých typech úloh jsou pak prakticky demonstrovány vybrané problémy, se kterými se lze při řešení setkat. Nejobtížnější pro začínajícího řešitele je však vždy samostatně sestavit první funkční model.

Literatura

Jablonský, J.: Programy pro matematické modelování. – *Vysoká škola ekonomická v Praze, Praha, 2007*

Janáček, J.: Operační analýza II. –*Vysoká škola dopravy a spojov v Žilině, Žilina 1983*

Janáček, J.: Modelování komunikačních systémů I. – *Vydavatelství NADAS, Praha 1990*

Janáček, J.: Matematické programování. - *Žilinská univerzita v Žilině, Žilina 1999*

Janáček, J.: Optimalizace na sítích. *Přednášky, 2007*

Janáček, J. et al.: Navrhovanie územne rozľahlých obslužných systémov. - *Žilinská univerzita v Žilině, Žilina 2010*

Plevný, M.; Žižka, M.: Modelování a optimalizace v manažerském rozhodování. – *Západočeská univerzita v Plzni, Plzeň 2005*

Teichmann, D.: Operační analýza 2 – část I Modely pro distribuční logistiku. *Studijní materiály pro posluchače prezenční i kombinované formy studia studijního oboru „Logistika“, Vysoká škola logistiky, o.p.s., Přerov, 2011. 32 s.*

Volek, J.: Operační výzkum I. – *Univerzita Pardubice, Pardubice 2001*

Recenzent: Prof. RNDr. Ing. Miloš Šeda, Ph.D.