ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta elektrotechnická

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2010 Petr Mik

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta elektrotechnická
katedra řídicí techniky

Návrh adaptivních PID regulátorů

Design of adaptive PID controllers

Diplomová práce

Studijní program:	Elektrotechnika a informatika
Studijní obor:	Kybernetika a měření
Vedoucí práce:	Ing. Petr Hušek, Ph.D.

Petr Mik

Praha 2010

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

Katedra řídicí techniky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student: **Bc. Petr Mik**

Studijní program: Elektrotechnika a informatika (magisterský), strukturovaný
Obor: Kybernetika a měření, blok KM1 - Řídicí technika

Název tématu: **Návrh adaptivních PID regulátorů**

Pokyny pro vypracování:

1. Seznamte se s metodami návrhu adaptivních PID regulátorů.
2. Navrhněte metodu pro adaptaci konstant PID regulátorů pro systémy 1.řádu se zpožděním při neznámé změně jednoho parametru regulované soustavy pouze z naměřené přechodové charakteristiky.
3. Implementujte navrženou metodu v prostředí Matlab a experimentálně ji ověřte.
4. Navrhněte a implementujte obdobnou metodu pro současnou neznámou změnu dvou parametrů regulované soustavy.

Seznam odborné literatury:

[1] G.F. Franklin, J.D. Powell, A. Emami-Naeini: Feedback Control of Dynamic Systems. Prentice Hall, 2006
[2] K.J. Astrom, B. Wittenmark: Adaptive Control. Dover Publications. 2008

Vedoucí: Ing. Petr Hušek, Ph.D.

Platnost zadání: do konce letního semestru 2010/2011

prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE Fakulta elektrotechnická

doc. Ing. Boris Šimák, CSc.
děkan

V Praze dne 27. 1. 2010

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v přiloženém seznamu.

V Praze, dne 10. 5. 2010 ..... Petr Vlk .....

podpis

Poděkování:

Na tomto místě chci poděkovat Ing. Petru Huškovi, Ph.D. za pomoc, vedení a obětavý přístup, který mi věnoval při psaní této práce.

Také bych rád poděkoval všem, kteří mi umožnili studovat na vysoké škole a kteří mi byli oporou při psaní této práce. Zejména jsou to moji rodiče, má přítelkyně a můj bratr.

Děkuji.

Anotace:

Tato práce se věnuje návrhu adaptivního PID regulátoru pro soustavu prvního řádu s dopravním zpožděním. Výsledný algoritmus je primárně určen pro dávkové procesy, kde se adaptace neprobíhá kontinuálně, ale po dávkách.

Adaptační proces je rozdělen na dvě části. Prví částí je identifikace změn regulované soustavy pouze na základě přechodové charakteristiky uzavřené smyčky. Druhou částí je návrh adaptujícího se regulátoru. K němu jsou použity jak metody vycházející z numerické optimalizace, tak metody vycházející z pojmů amplitudové a fázové bezpečnosti.

Annotation:

This diploma thesis is focused on the design of adaptive PID controller for a first-order system with time delay. The final algorithm is intended for use in batch processes, where the adaptation doesn’t proceed on-line but in the batches.

The adaptive mechanism is divided into two parts. There is an identification of variations in controlled system in the first part. The identification is done only on the basis of the closed-loop step response. The second part is focused on the design of adaptive PID controller. For the design the methods of numerical optimization and the methods based on gain and phase margins are used.

OBSAH:

1 ÚVOD ..... - 1 -

2 ADAPTIVNÍ NÁVRH REGULÁTORŮ, PŘEHLED METOD ..... - 3 -

2.1 PŘEHLED OBECNÝCH ADAPTAČNÍCH SCHÉMAT ..... - 3 -

2.1.1 Adaptivní systémy s referenčním modelem (MRAS) ..... *- 3 -*

2.1.2 Duální řízení ..... *- 4 -*

2.1.3 Samočinně se nastavující regulátor STC (self-tuning controller) ..... *- 5 -*

2.1.4 Metoda řízeného zesílení (Gain Scheduling) ..... *- 7 -*

2.2 ADAPTIVNÍ PID ..... - 8 -

2.2.1 Metody založené na přechodové charakteristice ..... *- 8 -*

2.2.2 Metoda založená na rozkmitávání obvodu ..... *- 9 -*

3 ROZBOR ŘEŠENÍ PROBLÉMU ..... - 10 -

3.1 POSTUP ŘEŠENÍ ..... - 10 -

3.2 IDENTIFIKACE PŘENOSU SOUSTAVY Z PŘECHODOVÉ CHARAKTERISTIKY UZAVŘENÉ SMYČKY SE ZNÁMÝMI KONSTANTAMI REGULÁTORU ..... - 12 -

3.3 NÁVRH REGULÁTORU ..... - 12 -

4 APARÁT POUŽITÝ K ŘEŠENÍ PROBLÉMU ..... - 14 -

4.1 NUMERICKÉ METODY JEDNOROZMĚRNÉ OPTIMALIZACE ..... - 14 -

4.1.1 Fibonacciova metoda a metoda zlatého řezu ..... *- 14 -*

4.1.2 Newtonova metoda – metoda tečen ..... *- 15 -*

4.2 NUMERICKÉ METODY VÍCEROZMĚRNÉ OPTIMALIZACE ..... - 16 -

4.2.1 Metoda nejrychlejšího sestupu (NS) ..... *- 17 -*

5 IDENTIFIKACE ..... - 19 -

5.1 DEFINICE PARAMETRŮ PŘECHODOVÉ CHARAKTERISTIKY ..... - 21 -

5.2 VLIV ZMĚNY DOPRAVNÍHO ZPOŽDĚNÍ ..... - 22 -

5.3 VLIV ZMĚNY ČASOVÉ KONSTANTY ..... - 24 -

5.4 VLIV ZMĚNY ZESÍLENÍ ..... - 25 -

5.5 ITERAČNÍ ALGORITMY HLEDÁNÍ ZMĚNY JEDNOHO PARAMETRU ..... - 27 -

5.5.1 Korekce dopravního zpoždění T_d ..... *- 27 -*

5.5.2 Iterační algoritmus pro zjištění časové konstanty T ..... *- 28 -*

5.5.3 Iterační algoritmus pro zjištění zesílení K ..... *- 29 -*

5.5.4 Numerické metody hledání zesílení – Newtonova metoda ..... *- 30 -*

5.6 ITERAČNÍ ALGORITMY HLEDAJÍCÍ ZMĚNU DVOU PARAMETRŮ ..... - 31 -

5.6.1 Iterační algoritmus identifikace zesílení a časové konstanty ..... *- 32 -*

5.6.2 Identifikace zesílení a časové konstanty – gradientní metoda NS ..... *- 33 -*

6 ADAPTAČNÍ MECHANISMY NÁVRHU PID REGULÁTORŮ ..... - 36 -

6.1 NASTAVOVÁNÍ PID REGULÁTORŮ FREKVENČNÍMI METODAMI ..... - 36 -

6.1.1 Amplitudová a fázová bezpečnost ..... *- 36 -*
6.1.2 Metoda nastavování fázové a amplitudové bezpečnosti ..... *- 37 -*
6.1.3 Metoda nastavování AM a PM pro systém prvního řádu s dopravním zpožděním pomocí PID regulátoru ..... *- 38 -*
6.1.4 Určení rozsahu frekvencí, pro něž mají křivky AM a PM smysl ..... *- 41 -*
6.1.5 Metoda nalezení k_d pro metodu vycházející z AM a PM ..... *- 43 -*
6.2 NUMERICKÁ METODA NASTAVOVÁNÍ PID REGULÁTORU ..... - 48 -
7 SIMULACE ..... - 51 -
7.1 IDENTIFIKACE I ADAPTACE S POUŽITÍM GRADIENTNÍ METODY NS ..... - 51 -
7.2 GRADIENTNÍ METODA IDENTIFIKACE, GRADIENTNÍ METODA ADAPTACE ..... - 54 -
7.3 GRADIENTNÍ METODA IDENTIFIKACE, ADAPTACE POMOCÍ *AM* A *PM* ..... - 56 -
7.4 SOUHRN VÝSLEDKŮ SIMULACÍ ..... - 59 -
8 ZÁVĚR ..... - 60 -
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY ..... - 62 -
SEZNAM OBRÁZKŮ ..... - 63 -
SEZNAM TABULEK ..... - 64 -

1 ÚVOD

Adaptace je velmi častý jev v přírodě. Je to proces, kdy se organismy přizpůsobují svému stále se měnícímu okolí tak, aby měly co největší šanci v nově nastolených podmínkách přežít. Podobně je tomu i v technické praxi. I zde existují systémy, které pracují za měnících se vnějších podmínek a je potřeba, aby se svému okolí přizpůsobily takovým způsobem, který zajistí jen velmi málo se měnící kvalitu jejich výstupu. Velmi důležitým nástrojem adaptujících se systémů je zpětná vazba. Její princip je převzat z přírody, kde se hojně vyskytuje. Klasická, v regulační praxi používaná, zpětná vazba od výstupu sice výrazně pomáhá při omezování vlivů prostředí, ale sama o sobě nemůže být jediným prvkem adaptačního mechanismu. Zařízení, která ji používají, se totiž žádným způsobem nevyvíjejí a nedochází tak k jejich přizpůsobení se okolí.

V souvislosti se změnami prostředí se také velmi často mluví o robustnosti. To je schopnost systému odolávat vnějším vlivům nebo nejistotám ve změně parametrů systému. Hlavní rozdíl oproti adaptaci opět spočívá v tom, že robustní zařízení se nepřizpůsobuje změnám svého okolí, nevyvíjí se.

A nyní se již dostáváme k adaptivním regulátorům. Zde se adaptace uskutečňuje pomocí přenastavování regulátoru během regulačního procesu. Regulátor se tak v průběhu času vyvíjí na základě měření odezvy regulované soustavy. Pokud se přeneseme do oblasti PID regulátorů, pak jsou postupem času znovu a znovu nastavovány jejich proporcionální, integrační a derivační složky. Adaptační mechanismus tak můžeme chápat jako zpětnou vazbu vyššího řádu.

V této práci se zaměříme na návrh adaptivního mechanismu PID regulátoru pracujícího v prostředí dávkových procesů. Takové procesy se v praxi běžně vyskytují, například při výrobě potravin, nápojů, v chemickém průmyslu nebo při zpracovávání kovů lisováním. Právě zde je možné přenastavovat regulátor mezi jednotlivými dávkami procesu, a tím docílit lepších vlastností dalších výrobků. Aktuální výrobek tak sice bude vyroben s horšími vlastnostmi, ale další kusy již budou lepší. U takovýchto procesů dochází ke změnám parametrů soustavy také nespojitě, mezi jednotlivými dávkami, například přivezením materiálu s jinými vlastnostmi. I proto se zdá nasazení mechanismu, který provádí adaptaci mezi jednotlivými dávkami, přirozené.

Diplomová práce je rozdělena do osmi kapitol. První kapitolou je úvod a poslední závěr. Ve druhé kapitole se seznámíme s obecně používanými schématy adaptačních systémů a

s jejich stručnou charakteristikou. Jsou zde stručně uvedeny principy duálního řízení či samo se nastavujících regulátorů. Dále jsou zde zmíněny metody nastavování PID regulátorů z parametrů přechodové charakteristiky regulované soustavy. Ve třetí kapitole je stručně proveden rozbor použitého řešení problému. Také je zde objasněno, proč nelze použít v literatuře popisované principy a proč je zvolena pro regulaci soustava prvního řádu s dopravním zpožděním (tří-parametrická soustava). Čtvrtá kapitola je věnována matematickému aparátu potřebnému pro řešení problému. Jedná se o vybrané algoritmy numerické optimalizace. Kapitoly 5 a 6 se zabývají vlastním návrhem adaptačního mechanismu. V páté kapitole je rozebrána identifikace parametrů soustavy z přechodové charakteristiky uzavřené smyčky při známých hodnotách regulátoru. Jsou zde uvedeny vlivy změn jednotlivých parametrů soustavy na kvalitativní vlastnosti přechodové charakteristiky uzavřené smyčky. Dále pak se v této kapitole seznámíme se dvěma metodami identifikace. Jedna vychází z poznatků získaných na začátku kapitoly, druhá je čistě optimalizační. Šestá kapitola má za úkol vyřešit problém nalezení adaptivního regulátoru pro systém identifikovaný v kapitole 5. Jsou zde předloženy dvě metody. První se snaží o adaptaci ve frekvenční oblasti a nastavuje regulátor tak, aby byly zachovány fázové a amplitudové bezpečnosti před změnou parametrů (nominální systém) a po změně parametrů (nová, změněná soustava, ke které se hledá regulátor). Druhá metoda provádí adaptaci v časové oblasti, a to takovým způsobem, aby si byly přechodové charakteristiky nominálního systému a adaptovaného systému co nejpodobnější. K tomu opět využívá metod numerické optimalizace. Sedmá kapitola se zabývá vyzkoušením navržených algoritmů na konkrétních systémech. Jsou zde postupně předloženy a otestovány tři měnící se systémy s různým stupněm obtížnosti regulace. Několik obrázků poté ilustruje, jak se regulátor postupně adaptuje na změny systému.

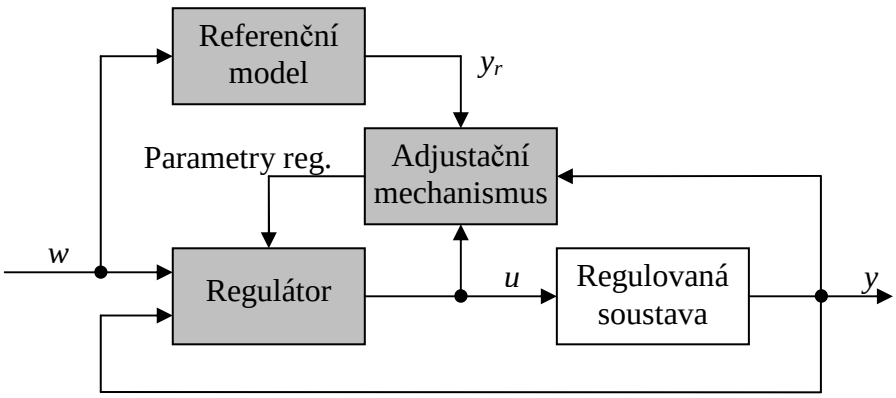
2 ADAPTIVNÍ NÁVRH REGULÁTORŮ, PŘEHLED METOD

2.1 Přehled obecných adaptačních schémat

V této kapitole jsou uvedeny základní adaptační systémy, jejich struktura, a popis činnosti. Nejprve se seznámíme se systémy s referenčním modelem (kapitola 2.1.1), poté bude nastíněna problematika duálního řízení (2.1.2), její aproximace metodou STR (2.1.3) a nakonec přístup pomocí metody řízeného zesílení (2.1.4).

2.1.1 Adaptivní systémy s referenčním modelem (MRAS)

Hlavní myšlenkou adaptivního přístupu pomocí MRAS (Model-Reference Adaptive Systems) [9] je využití referenčního modelu. Tento model ukazuje, jak by měl ideálně výstup regulované soustavy reagovat na řídící signál *w*. Nejde tedy o model regulované soustavy, ale o model uzavřené smyčky. Referenční model používáme, protože ne všechny parametry regulované soustavy jsou nám známé, anebo se s časem pomalu mění. Cílem adaptace pak je nastavit hodnoty regulátoru tak, aby výstup referenčního modelu y_r a výstup regulované soustavy y byly shodné a za tímto účelem je definována odchylka soustavy od modelu: $e = y - y_r$.



Obr. 1: Schéma MRAS

Regulační schéma se skládá ze dvou smyček. Vnitřní smyčka odpovídá klasické zpětné vazbě od výstupu a je tvořena regulátorem a regulovanou soustavou. Vnější smyčka sestává z referenčního modelu a bloku adjustačního mechanismu a má za úkol nastavovat parametry regulátoru ve vnitřní smyčce.

MRAS systémy dále dělíme podle adjustačního mechanismu. Existuje několik základních principů, podle kterých lze nastavovat parametry regulátoru θ. Prvním z nich je takzvaný MIT přístup, který říká, že změna parametrů regulátoru se má provést ve směru opačném ke gradientu hodnotící funkce. Ta může být například $J(e) = 0{,}5e^2$ a MIT pravidlo má pak tvar:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta}. \qquad (2.1)$$

Parciální derivaci odchylky ve výrazu nazýváme citlivost odchylky na změnu parametrů. V jednoduchých případech ji lze přímo vypočíst, ve složitějších ji pak musíme aproximovat. Parametr γ je ladícím prostředkem návrháře a udává, jak rychle má odchylka e konvergovat k nule. Důležitou vlastností MIT přístupu je to, že nezaručuje výslednou stabilitu. Ta je dokonce výrazně ovlivněna amplitudou vstupů. Pro malé amplitudy může být systém stabilní, pro velké pak již nikoli. Přesná hranice velikosti vstupu je pak obtížně určitelná. Tuto nepříjemnou vlastnost odstraňují přístupy návrhu MRAS systémů založené na odvození adjustačního mechanismu na základě Lyapunovy nebo BIBO stability.

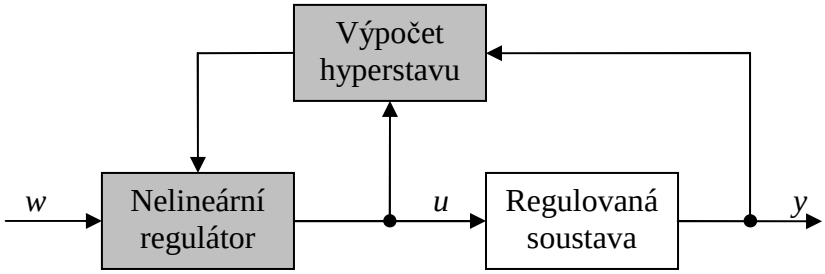
Při návrhu MRAS systému je úkolem návrháře zvolit strukturu regulátoru, určit referenční model – tedy definovat chování uzavřené smyčky a nalézt parametry γ tak, aby došlo ke konvergenci regulovaného systému k referenčnímu modelu dostatečně rychle, avšak aby nebyla ztracena stabilita.

2.1.2 Duální řízení

Cílem duálního řízení ([7], [9], [13]) je nalézt kompromis mezi co nejlepším poznáním parametrů regulované soustavy a co nejoptimálnějším řízením. Rozpor mezi řízením a identifikací spočívá v tom, že pro identifikaci potřebujeme přivést na vstup regulované soustavy co možná frekvenčně nejbohatší signál, abychom dostatečně vybudili všechny stavy systému. Naopak řízení se snaží dostat celý systém do klidu – pracovního bodu. Duální řízení tak vyvažuje oba extrémy.

Duální řízení patří do třídy řízení stochastických systémů. To znamená, že apriori se při návrhu uvažuje to, že stavy systému, ale i jeho parametry, jsou zatíženy neurčitostmi. Ty se u parametrů projevují jejich časovou nestálostí. Proto je vektor stavů systému $\mathbf{x}$ rozšířen o časově proměnné parametry $\boldsymbol{\theta}$. Takto rozšířený stavový vektor je pak nazýván hyperstavem $\mathbf{z}^{\mathrm{T}} = [\mathbf{x}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}]$. Protože vývoj parametrů soustavy je neznámý, modeluje se nejčastěji pomocí diferenciální rovnice $\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{v}$, kde $\mathbf{v}$ označuje vektor náhodné veličiny s nulovou střední

hodnotou a předepsanou kovarianční maticí. Uvedená rovnice vyjadřuje skutečnost, že až na náhodné změny jsou hodnoty parametrů konstantní.



Obr. 2: Schéma duálního adaptivního systému

Duální adaptivní regulátor, jak je znázorněn na Obr. 2, se skládá ze dvou částí. První částí je blok odhadující hyperstav. To znamená, že je odhadnuta jak střední hodnota hyperstavu, tak jeho neurčitost. Díky jeho rozšířenému charakteru je toto odhadování nelineární z důvodu násobení stavů a parametrů navzájem. Dalším blokem je nelineární regulátor. Jedná se o blok, který má na daném časovém horizontu optimálně nastavit akční zásah u nejen podle aktuálních hodnot stavů a parametrů, ale i podle jejich neurčitosti. Kriteriální funkce má tvar:

$$\mathrm{V} = \mathrm{E}\left\{ F\left(\mathbf{z}(T), u(T)\right) + \int_0^T f\left(\mathbf{z}(t), u(t)\right) dt \right\}. \qquad (\mathbf{2.2})$$

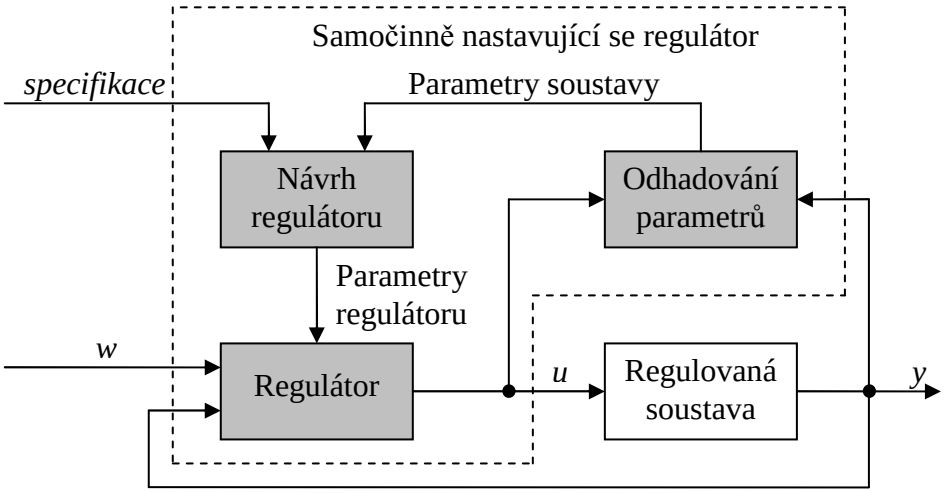
Symbol E označuje operátor střední hodnoty, funkce $F(.,.)$ a $f(.,.)$ označují skalární funkce, které mezi sebou váží jednotlivé hyperstavy a akční zásah. Střední hodnota je počítána přes všechny složky hyperstavu. Nalézt analyticky regulátor, který minimalizuje (pomocí akčního zásahu $u(t)$) kriteriální funkci, je možné jen v některých jednoduchých případech. K cíli by mohla vést metoda dynamického programování za použití Bellmanovy rekurzivní rovnice a jejího numerického řešení. Zde však vyvstává zásadní problém obrovské výpočetní náročnosti, která exponenciálně vzrůstá s dimenzí hyperstavu (jehož velikost díky zahrnutí parametrů soustavy roste rovněž rychle).

Zajímavou vlastností duálního regulátoru je volba jeho strategie při velké neurčitosti parametrů. V tom případě zavádí do systému umělé perturbace tak, aby došlo k jeho lepšímu vybuzení, a tedy k lepší identifikaci parametrů. Samozřejmě, že tyto perturbace akčního zásahu jsou voleny tak, aby nebyla příliš zhoršena kvalita řízení.

2.1.3 Samočinně se nastavující regulátor STC (self-tuning controller)

Obvod samočinně se nastavujícího regulátoru (STC Self-Tuning Controller, [7], [8], [9]) se skládá ze dvou smyček (Obr. 3). Vnitřní smyčku tvoří regulátor, regulovaná soustava a

zpětná vazba od výstupu. Vnější smyčka slouží k průběžnému návrhu regulátoru. Je tvořena třemi základními bloky: regulátorem, blokem pro návrh regulátoru a blokem pro odhad parametrů soustavy. Regulátor je vypočítáván na základě parametrů regulované soustavy tak, aby byly zajištěny předem specifikované vlastnosti a chování celého regulačního procesu.



Obr. 3: Blokové schéma STC

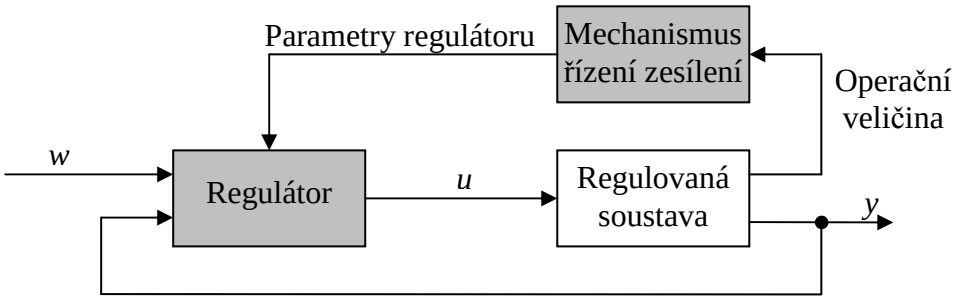
Metoda STC je pokládána za aproximaci duálního řízení. Cílem duálního řízení je nalezení optimálního akčního zásahu jak vzhledem k řízení, tak s ohledem k identifikaci. K tomu účelu se bere v potaz při návrhu regulátoru také dosavadní neurčitost odhadnutých parametrů soustavy. To značně komplikuje řešení problému. Proto se u metody STC využívá princip separace (Certainty equivalence principle). Ten spočívá v tom, že se k odhadu parametrů přistupuje jako by byl roven skutečné hodnotě parametrů [9]. Do bloku návrhu regulátoru tam nevstupuje neurčitost parametrů (jako u duálního řízení), ale pouze jejich bodový odhad. Zcela se tak při návrhu regulátoru zanedbává stochastická část odhadu.

Metody odhadování parametrů lze rozdělit na dvě kategorie vzhledem k časovému zpracovávání měřených dat. Jedná se o průběžnou identifikaci, kdy jsou parametry odhadovány postupně a dávkovou identifikaci, kdy je určování parametrů systému prováděno po dávkách. Do první kategorie patří identifikace ARX modelu pomocí rekurzivní metody nejmenších čtverců a nelineární Kalmanův filtr (stavy jsou rozšířeny o parametry soustavy). Ačkoliv obě zmíněné metody poskytují informaci i o neurčitostech odhadu, nejsou tyto neurčitosti při návrhu regulátoru brány v úvahu.

K návrhu regulátoru lze také přistupovat různě. Lze využít výsledků LQG řízení nebo umisťování pólů (pole placement) pomocí řešení algebraických diofantických rovnic.

2.1.4 Metoda řízeného zesílení (Gain Scheduling)

Základem metody GS ([9], [10]) je využití pomocné (operační) veličiny. Na základě její hodnoty se pak nastavují parametry regulátorů. Pro použití metody je tedy nutné, aby existovala korelace mezi pomocnou veličinou v procesu a parametry regulátoru. Takovou veličinou může být například průtok vtoku do systému regulace výšky hladiny nádrže, kdy na jeho velikosti závisí dynamika systému. Časová konstanta i velikost dopravního zpoždění (které vzniká vtokem vedeným dlouhou trubicí) jsou tak nepřímo úměrné velikosti průtoku. Vhodným návrhem závislosti parametrů regulátoru na průtoku lze zajistit dobré vlastnosti regulátoru pro široký rozsah pracovních bodů. Určení operační veličiny (či veličin) záleží na fyzikálním náhledu na problém. Adaptační mechanismus je zde zobrazením z prostoru operačních veličin do prostoru parametrů regulátoru. Toto zobrazení může být realizováno buď funkčním předpisem nebo pomocí look-up tabulky.



Obr. 4: Adaptační schéma metody GS

Mezi metody GS se také řadí exaktní linearizace [9]. Zde je řízen nelineární systém, u kterého při použití klasické linearizace může docházet k velmi rozdílnému chování zpětnovazebního obvodu v různých pracovních bodech. Proto je nelineární systém přetransformován pomocí nelineární transformace souřadnic do nového stavového prostoru, ve kterém je již jeho popis lineární (a tedy nezávislý na pracovním bodě). Pro takto přetransformovaný systém se nalezne lineární regulátor zajišťující požadované chování. Akční zásah dodávaný regulátorem je pak pomocí inverzní transformace přepočítán pro původní systém [10]. V tomto případě nedochází ke klasické adaptaci pro měnící se parametry regulované soustavy, ale k adaptaci napříč různými pracovními body. K použití metod exaktní linearizace je zapotřebí mít přesný nelineární model soustavy.

Je třeba zdůraznit, že proces nastavování parametrů regulátoru probíhá v přímé větvi. Není zde zpětná vazba, která by modifikovala regulátor podle chování zpětnovazebního obvodu. GS vždy redukuje vliv změny parametrů nebo případných nelinearit.

2.2 Adaptivní PID

V této kapitole budou uvedeny metody, které dovolují nastavování PID regulátoru. Tyto metody dělíme do dvou skupin. V první skupině jsou metody vycházející z přechodové charakteristiky otevřené smyčky, ve druhé skupině jsou metody založené na rozkmitávání uzavřené smyčky a následném odečtení kritických parametrů.

2.2.1 Metody založené na přechodové charakteristice

Pro tyto metody je důležité mít možnost změřit přechodovou charakteristiku regulované soustavy. Tedy rozpojený regulační obvod bez regulátoru. Tyto požadavky nemohou být vždy splněny ať již z ekonomických, nebo technologických důvodů. Jednoduše řešeno, není možné při sebemenším změně chování systému ihned přerušit výrobu, rozpojit zpětnou vazbu, změřit přechodovou charakteristiku, znovu nastavit konstanty regulátoru a poté pokračovat ve výrobě.

Metody obecně vycházejí z aproximace systémů vyšších řádů tří-parametrickým systémem prvního řádu s dopravním zpožděním. Pro takto aproximovaný model jsou pak podle předem připravených vzorců přímo vypočteny parametry regulátoru. Některé vybrané vzorce jsou uvedeny v Tab. 1, další metody a vzorce lze nalézt v [11] a [12].

	Ziegler-Nichols	Åström-Hägglund	Frauehauf a kol.	
k_p	$1{,}2\frac{T}{T_d K}$	$3{,}8\frac{T}{T_d K}\exp\left(-8{,}4\tau+7{,}3\tau^2\right)$	$\frac{5T}{9KT_d}$	$\frac{T}{2KT_d}$
k_i	$0{,}6\frac{T}{T_d^2 K}$	$0{,}73\frac{T}{T_d^2 K}\exp\left(-5{,}9\tau+8{,}7\tau^2\right)$	$\frac{T}{9KT_d^2}$	$\frac{1}{2KT_d}$
k_d	$0{,}6\frac{T}{K}$	$3{,}38\frac{T}{K}\exp\left(-8{,}77\tau+3{,}2\tau^2\right)$	$\le 0{,}5T_d$	$\le 0{,}5T_d$
rozsah	$0{,}1 < T_d/T < 1$	$0{,}1 < T_d/T < 1$	$T_d/T < 0{,}33$	$T_d/T \ge 0{,}33$

Tab. 1: vybrané vzorce metod návrhu PID podle přechodové char. soustavy

Tyto vzorce dávají většinou dobré regulátory pro určité rozmezí poměrů dopravního zpoždění ku časové konstantě: T_d/T. Rozsah použitelnosti se pak liší pro metody různých autorů. U vzorců Zieglera-Nicholse se udává $0{,}1 \le T_d/T \le 0{,}6$. V této souvislosti se také definuje tzv. stupeň obtížnosti regulace $\tau = T_d/(T_d+T)$, který je v rozsahu od nuly do jedné. Čím více se τ blíží jedné, tím obtížněji je možné obvod regulovat.

2.2.2 Metoda založená na rozkmitávání obvodu

Základem této metody je uvedení uzavřené smyčky do ustálených oscilací. K tomu je použit zpětnovazební obvod, kde je místo regulátoru zapojeno relé. Tedy dvoustavový prvek, který dává pro kladný vstup horní maximum a pro záporný vstup dolní maximu. Princip metody spočívá v tom, že většina běžných regulovaných soustav se v tomto zapojení rozkmitá a uzavřená smyčka se dostane do limitního cyklu. Výstupem soustavy je pak přibližně harmonický signál s konstantní amplitudou a periodou kmitání. Perioda limitního cyklu T_u se nazývá mezní perioda. Je-li na vstup soustavy přiváděn z relé obdélníkový signál s amplitudou A a amplituda kmitů na výstupu soustavy je B, pak je definováno takzvané mezní zesílení $K_u = 4B/\pi A$. Toto zesílení odpovídá zesílení čistě proporcionálního regulátoru, jenž přivede soustavu na mez stability. Spočtené mezní parametry se pak dosadí do vzorců, které navrhli pánové Ziegler a Nichols:

k_p	k_i	k_d
$0{,}6K_u$	$1{,}2\frac{K_u}{T_u}$	$0{,}072K_uT_u$

Tab. 2:Tabulka hodnot pro nastavení regulátoru pomocí metody rozkmitávání uzavřené smyčky

Použitelnost této metody je v praxi také diskutabilní. Ne vždy je možné z technologických důvodů regulovaný proces přivést na mez stability, abychom zjistili mezní parametry. Je-li to ale akceptovatelné, pak je tato metoda odolnější vůči šumům a jiným nejistotám v procesu než metoda uvedená v kapitole 2.2.1. Tato odolnost je způsobena tím, že identifikace probíhá v uzavřené smyčce.

3 ROZBOR ŘEŠENÍ PROBLÉMU

Při návrhu regulátorů se v praxi často setkáváme s aproximací systému vyššího řádu systémem prvního řádu s dopravním zpožděním. Tato aproximace je běžně používaná a existují metody, které umí navrhnout pro takto aproximovaný systém přímo regulátor. Proto je jako regulovaná soustava v této práci přímo použit tří-parametrický systém. Jeho hlavní předností je jednoduchost a také schopnost celkem věrně aproximovat systémy vyšších řádů, která je dána použitím dopravního zpoždění. Navíc by použití složitějších modelů bylo mnohem komplikovanější.

Tak jako se pro identifikaci často používá tří-parametrický systém, tak se pro řízení často používá PID regulátor. Jedná se o v průmyslu velmi rozšířené regulační zařízení. I přesto, že je tak jednoduchý, dokáže spolehlivě řídit velkou škálu systémů.

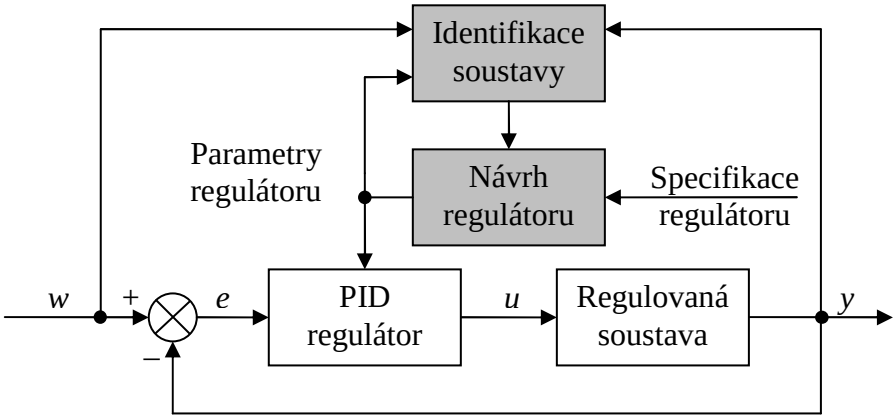
V této práci navržené řešení adaptace je primárně určeno pro dávkové procesy. Tedy pro procesy, kde se výroba jednoho produktu neustále opakuje a ke změně parametrů soustavy může dojít například změnou vlastností vstupního materiálu. Typickým příkladem takového procesu je lis vyrábějící stále dokola velké množství stejných výrobků. Zde může být změnou soustavy například jiná šířka lisovaného plechu. Ke změně parametrů soustavy tak dochází pouze jednou za čas. Z tohoto charakteru chování soustavy pak vychází i navržené adaptační schéma, kdy k adaptaci nebude docházet plynule, ale rovněž po dávkách. Na příkladu lisu tedy vždy před vylisováním dalšího výrobku na základě vlastností odezvy, kterou vyvolal předchozí výrobek.

3.1 Postup řešení

Cílem našeho problému je nalézt vhodný adaptační mechanismus. To znamená mechanismus, který bude přizpůsobovat parametry regulátoru tak, aby si odezvy uzavřené smyčky před a po změně soustavy byly co nejvíce podobné. Problém rozdělíme na dvě části. První částí je identifikace změny parametrů regulované soustavy, druhou částí, která vychází z výsledků první, je nalezení nového regulátoru, zajišťujícího požadované chování. Celý adaptační proces se bude dít mimo vlastní regulovanou soustavu. To znamená, že nejprve změříme přechodovou charakteristiku uzavřené smyčky fyzického modelu a regulátoru. Z takto změřené charakteristiky uzavřené smyčky provedeme identifikaci systému. Pro identifikovaný model pak nalezneme nový regulátor. Až takto navržený regulátor se opět použije na fyzický systém. Je třeba si uvědomit, i když to možná v průběhu práce nebude

vždy jasné, že ke všem pomocným krokům adaptace bude docházet pouze na matematickém modelu a ne na vlastním regulovaném systému.

Na tomto místě je nutné uvést, jak bude vypadat adaptační schéma (Obr. 5) a popsat veličiny, které se v něm vyskytují.



Obr. 5: Adaptační schéma navržené pro řešení našeho problému

w ... referenční, řídící veličina, v našem případě je to jednotkový skok

y ... výstup soustavy

e ... odchylka od reference

u ... akční zásah, vstup do regulované soustavy

PID regulátor s přenosem:

$$G_r(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + \frac{k_d s}{T_f s + 1}$$

k_p ... proporcionální zesílení regulátoru

k_i ... integrační zesílení regulátoru

k_d ... derivační zesílení regulátoru

T_f ... časová konst. filtrace derivační složky

Regulovaná soustava s přenosem:

$$G_s(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-sTd}$$

K ... zesílení regulované soustavy

T ... časová konstanta regulované soustavy

T_d ... dopravní zpoždění regulované soustavy

Jak můžeme pozorovat na Obr. 5, adaptační schéma je složeno ze dvou smyček. První smyčku tvoří PID regulátor a regulovaná soustava. Druhou smyčku tvoří blok identifikace a blok nastavování parametrů. Hlavní rozdíl oproti adaptační struktuře STC (kapitola 2.1.3) spočívá v tom, že identifikace neprobíhá na základě akčního zásahu *u*, ale na základě řídící veličiny *w* a výstupu systému *y*. Jedná se tedy o identifikaci v uzavřené smyčce.

3.2 Identifikace přenosu soustavy z přechodové charakteristiky uzavřené smyčky se známými konstantami regulátoru

K identifikaci nejsou použity běžně používané metody, jako je přímé odečtení parametrů z přechodové charakteristiky regulovaného obvodu nebo ARX identifikace. Použití první jmenované metody je nemožné, protože k dispozici nemáme samotný regulovaný obvod, ale pouze jeho zpětnovazební zapojení s regulátorem. Navíc nelze předpokládat, že by bylo možné při každé změně soustavy přerušit výrobu a změřit přechodovou charakteristiku otevřené smyčky a z ní poté odečíst potřebné údaje. Použití ARX identifikace spojené s metodou nejmenších čtverců je také komplikované. Za prvé je diskutabilní, zda model vyhovuje předpokladům nutným pro použití této metody. To znamená, zda náš systém vůbec lze převést na ARX model a zda do něj vstupuje (vstupuje-li?) šum správným způsobem. Za druhé určitě nebude splněna podmínka dostatečného vybuzení (sufficient excitation condition) [8]. Její neuspokojení je spojeno s tím, že se provádí identifikace v uzavřené smyčce a nelze předpokládat, že bude tímto způsobem systém vybuzen natolik, aby došlo ke konvergenci parametrů ke správné hodnotě. Pro správnou ARX identifikaci je potřeba dostatečně frekvenčně bohatý referenční signál (například pseudonáhodně generovaná binární posloupnost s definovaným frekvenčním pásmem). V našem případě však máme k dispozici „pouze“ jednotkový skok. Další podmínkou identifikace měnícího se systému metodou nejmenších čtverců je podmínka trvalého vybuzení (persistent excitation condition) [8]. Její nesplnění však úzce souvisí s nesplněním první podmínky.

Vlastní identifikaci se věnuje celá kapitola 5. Nejprve jsou na začátku stručně rozebrány cíle identifikace a poté se již věnujeme vlivu změny parametrů systému na přechodovou charakteristiku uzavřené smyčky. Postupně jsou zde diskutovány vlivy změny dopravního zpoždění (5.2), časové konstanty (5.3) a konečně zesílení (5.4). V podkapitole 5.5 jsou navrženy metody nalezení nové hodnoty jednoho parametru (víme který, ale nevíme, jak se změnil). Zde jsou pro identifikaci použity jak klasické metody (Newtonova, Fibbonaciova), tak metody založené na výsledcích kapitol 5.2 - 5.4. V poslední podkapitole (5.6) jsou uvedeny dvě metody identifikace libovolného počtu parametrů najednou.

3.3 Návrh regulátoru

V této kapitole se budeme zabývat druhou částí adaptačního mechanismu. Předpokládáme, že jsme v minulé kapitole správně identifikovali změny regulované soustavy. Nyní se pokusíme navrhnout adaptivní regulátor. Uvedeme si zde dva přístupy návrhu. První,

popsaný v kapitole 6.1.2, se snaží o adaptaci ve frekvenční oblasti. Tedy o nastavení regulátoru tak, aby přenosy otevřené smyčky před změnou parametrů a po přenastavení regulátoru měly stejnou amplitudovou a fázovou bezpečnost. Druhý přístup (kapitola 6.2) je čistě numerický, vychází z metod vícerozměrné optimalizace, a snaží se o adaptaci v časové oblasti. Jde tedy o to, aby byla přechodová charakteristika s nově nastaveným regulátorem co nejvíce podobná nominální přechodové charakteristice původního systému.

4 APARÁT POUŽITÝ K ŘEŠENÍ PROBLÉMU

Při řešení problému se vyskytla potřeba využít numerické metody optimalizace. Proto je zde zařazena kapitola uvádějící přehled použitých metod se stručným vysvětlením principu, hlavních výhod a nevýhod jednotlivých metod.

4.1 Numerické metody jednorozměrné optimalizace

Metody jednorozměrné optimalizace použijeme pro identifikaci změn systému při změně jednoho parametru (kapitola 5.5.4). Dále pak budou použity pro řešení analyticky těžce řešitelných rovnic vyskytujících se v kapitolách 6.1.4 a 6.1.5.

4.1.1 Fibonacciova metoda a metoda zlatého řezu

Fibonacciova metoda hledá extrém kriteriální funkce $f(x)$ na předem známém intervalu. Zde popsaný algoritmus je navržen pro hledání minima, ale jednoduchou úpravou lze zajistit, aby hledal maximum.

Kriteriální funkce musí být na vyšetřovaném intervalu unimodulární – musí mít pouze jedno lokální minimum. V případě, že je lokálních minim více, není zaručeno, že metoda dokonverguje do minima globálního. Tato metoda nevyžaduje konvexnost ani spojitost $f(x)$, což je její velkou výhodou. Proto ji lze použít jako metodu pro nalezení počátečního bodu pro start Newtonovy metody (kapitola 4.1.2).

Hlavní myšlenkou metody je stálé zmenšování původního intervalu na podintervaly, přičemž se v každém kroku vyberou dva vnitřní body intervalu, ve kterých se vyčíslí hodnota kriteriální funkce. Bod, ve kterém je její hodnota větší, se prohlásí za novou hranici intervalu. V dalším kroku opakujeme postup s již pozměněným intervalem. Pro práci algoritmu je potřeba vyčíslit Fibonacciho posloupnost, protože k dělení intervalu dochází v poměru dvou po sobě jdoucích Fibonacciho čísel. Ty jsou dány rekurentním předpisem:

$$F(k) = F(k-1) + F(k-2), \quad F(0) = F(1) = 1, \quad k = 2,3,4\ldots . \qquad (\mathbf{4.1})$$

Cílem Fib. metody je minimalizovat interval neurčitosti. To znamená, že výsledkem algoritmu není přímo hledaná hodnota, ale pásmo $\langle \alpha(N), \beta(N) \rangle$, ve kterém se tato hodnota nachází. Písmeno *N* udává počet iteračních kroků.

Algoritmus Fibonnaciovy metody:

Vstupem procedury je počáteční interval nejistoty $\langle a, b \rangle$.

1. Proveď inicializaci: $\alpha(1) = a$, $\beta(1) = b$.
2. Vypočti pro všechny $i = 1,2,3...N-1$
3. $$\alpha_p(i) = \beta(i) - \frac{F(N-i)}{F(N-i+1)} |\beta(i) - \alpha(i)|,$$
$$\beta_p(i) = \alpha(i) + \frac{F(N-i)}{F(N-i+1)} |\beta(i) - \alpha(i)|.$$
4. Jestliže $f(\alpha_p(i)) \leq f(\beta_p(i))$, potom $\alpha(i+1) = \alpha(i)$ a $\beta(i+1) = \beta_p(i)$.
5. Jestliže $f(\alpha_p(i)) > f(\beta_p(i))$, potom $\alpha(i+1) = \alpha_p(i)$ a $\beta(i+1) = \beta(i)$. (**4.2**)

Limitním případem Fibonacciovy metody je metoda zlatého řezu. Mohli jsme si povšimnout, že Fib. metoda vždy zmenší interval nejistoty v poměru dvou po sobě jdoucích Fibonacciho čísel $F(k)/F(k+1)$. Tento poměr ale pro $k \to \infty$ konverguje k převrácené hodnotě takzvaného zlatého řezu. Proto byla navržena metoda, která přímo pracuje s tímto poměrem. Tato metoda zmenšuje interval neurčitosti v každém kroku přímo 0,618-krát. Od Fibonacciovy metody se liší pouze tím, že ve vzorcích na třetím řádku algoritmu (**4.2**) je vyměněn poměr dvou Fibonacciho čísel konstantou 0,618. Zmenšování intervalu neurčitosti je tak dáno předpisem $d(N) = 0{,}618^N$. Víme-li, že chceme pomocí metody zlatého řezu dosáhnout zmenšení intervalu nejistoty r-krát , můžeme si lehce spočítat řešením uvedené rovnice, kolik k tomu potřebujeme iterací :

$$N = \frac{\log(d(N))}{\log(0{,}618)} = \frac{\log(r^{-1})}{\log(0{,}618)} = -\frac{\log(r)}{\log(0{,}618)} - \frac{\log(1000)}{\log(0{,}618)} \doteq 15 \qquad (\mathbf{4.3})$$

Vidíme, že pro zmenšení intervalu nejistoty tisíckrát potřebujeme 15 iterací, bez ohledu na to, jak vypadá kriteriální funkce. Výsledek tohoto výpočtu je využit ve všech kapitolách, kde je používána Fibonacciova metoda.

4.1.2 Newtonova metoda – metoda tečen

Aby Newtonova metoda správně fungovala, musí být hodnotící funkce spojitá a musí existovat její první a druhé derivace. Dále musí být tato funkce konvexní na celém prohledávaném intervalu. Newtonova metoda hledá bod, kdy je první derivace hodnotící funkce nulová. V tom případě nezáleží na tom, zda se jedná o minimum nebo maximum. Proto je tak důležité zajistit konvexnost hodnotící funkce. V opačném případě by totiž mohla Newtonova metoda dokonvergovat do lokálního maxima, nebo nekonvergovat vůbec. Mezi

velké přednosti Newtonovy metody patří to, že pokud je dostatečně blízko hledaného extrému, dokáže zvýšit přesnost řešení v každém kroku o řád, v tom případě konverguje s řádem konvergence 2. Problém nastává s definicí dostatečně blízkého okolí a jak se do něj dostat.

Metodou tečen se Newtonova metoda nazývá proto, že v každé iteraci spočte první derivaci hodnotící funkce, v pracovním bodě vypočte tečnu k první derivaci. Bod, kde prochází tečna nulou, pak vezme jako pracovní bod do další iterace. Existuje ještě jeden přístup k jejímu odvození. Podle [1] aproximujeme hodnotící funkci prvními třemi členy Taylorova rozvoje.

$$f(x) \doteq g(x) = f(x(k)) + f'(x(k))(x - x(k)) + 0{,}5\, f''(x(k))(x - x(k))^2$$

Nyní hledáme minimum aproximačního polynomu. Položíme první derivaci funkce $g(x)$ rovnu nule:

$$g'(x) = 0 = f'(x(k)) + f''(x(k))(x - x(k))$$

A dostáváme vztah pro Newtonovu metodu:

$$x(k+1) = x = x(k) - \frac{f'(x(k))}{f''(x(k))}. \qquad (\mathbf{4.4})$$

Z tohoto vztahu je také patrné, proč musí být při hledání minima funkce konvexní. První derivace (jednorozměrný gradient) nám říká, kterým směrem je maximum funkce. Znaménko před zlomkem pak vyjadřuje, že se v dalším kroku chceme vydat proti směru stoupání, tedy že jdeme do minima. V případě, že je funkce konvexní, je její druhá derivace kladná a vydáváme se opravdu do minima. V případě konkávnosti funkce se ale stává druhá derivace zápornou, otáčí nám směr postupu a my se s další iterací vydáváme směrem k maximu. Velmi nepříjemná je situace kolem inflexních bodů kriteriální funkce, kdy je druhá derivace nulová a metoda selhává úplně.

4.2 Numerické metody vícerozměrné optimalizace

Tyto metody minimalizují kriteriální funkci $f(\mathbf{x})$ v n-rozměrném prostoru $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$. Proměnnou $\mathbf{x}$ tak budeme vždy rozumět sloupcový, n-rozměrný vektor. Dále se v textu vyskytuje symbol pro gradient kriteriální funkce:

$$\mathbf{g} = \left(\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1}, \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2}, \cdots, \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_n} \right)^{\mathrm{T}} \qquad (\mathbf{4.5})$$

a pro matici druhých derivací kriteriální funkce, takzvanou Hessovu matici:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_n^2} \end{pmatrix}. \tag{4.6}$$

V našem případě však nebudeme znát přesný analytický popis minimalizovaných funkcí. To je způsobeno složitostí řešení diferenciálních rovnic popisujících regulační obvod, ve kterém se vyskytuje dopravní zpoždění. Hodnotu kriteriálních funkcí však budeme moci vyčíslit v jakémkoliv bodě. Proto se nabízí možnost nahradit derivace vyskytující se v gradientu a v Hessově matici diferencemi. Aproximace gradientu má pro funkci dvou proměnných tvar:

$$\mathbf{g}(x_1, x_2) \doteq \begin{pmatrix} \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_1} & \frac{f(x_1, x_2 + \Delta x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_2} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{4.7}$$

Při této aproximaci musíme zvolit vhodnou velikost přírůstků Δx_1 a Δx_2. Jejich volba má vliv na přesnost získaného řešení. Měly by být dostatečně malé, aby se diference co nejvíce blížily derivacím.

Aproximace Hessovy matice maticí druhých diferencí, opět v dvourozměrném prostoru:

$$\mathbf{H}(x_1, x_2) \doteq \begin{pmatrix} \frac{f(x_1 + 2\Delta x_1, x_2) - 2f(x_1 + \Delta x_1, x_2) + f(x_1, x_2)}{\Delta x_1^2} & \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2) - f(x_1 + \Delta x_1, x_2) - f(x_1, x_2 + \Delta x_2) + f(x_1, x_2)}{\Delta x_1 \Delta x_2} \\ \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2) - f(x_1, x_2 + \Delta x_2) - f(x_1 + \Delta x_1, x_2) + f(x_1, x_2)}{\Delta x_2 \Delta x_1} & \frac{f(x_1, x_2 + 2\Delta x_2) - 2f(x_1, x_2 + \Delta x_2) + f(x_1, x_2)}{\Delta x_2^2} \end{pmatrix}. \tag{4.8}$$

4.2.1 Metoda nejrychlejšího sestupu (NS)

Metoda nejrychlejšího sestupu (NS) patří do rodiny gradientních metod. Ty jsou založeny na tom, že další krok je vždy ve směru největšího poklesu funkce. Zjištění tohoto směru je pak uskutečňováno pomocí záporně vzatého gradientu. Gradient, jak známo, ukazuje směr největšího vzestupu funkce. Vezmeme-li směr opačný, dostaneme právě směr největšího poklesu. Z kroku $\mathbf{x}_k$ se do dalšího kroku $\mathbf{x}_{k+1}$ dostaneme pomocí následujícího předpisu:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) - \alpha \cdot \mathbf{g}(k). \tag{4.9}$$

Různé gradientní metody se liší postupem, jímž je získána velikost α. Ten můžeme získat jednorozměrným prohledáváním řezu kriteriální funkce podél gradientu. Koeficient α se pak

nalezne tak, aby další krok iterace skončil v minimu prohledávaného řezu. Další metoda, která je méně používaná, používá konstantní velikost α. Je jasné, že tato metoda má problémy v blízkosti hledaného extrému, který může snadno překračovat tam a zpět, aniž by docházelo ke zpřesnění výsledku. Metoda nejrychlejšího sestupu je založena na aproximaci kriteriální funkce vícerozměrnou kvadratickou funkcí:

$$f(\mathbf{x}) \doteq g(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}^*) + 0{,}5(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)^{\mathrm{T}} \mathbf{H}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) .$$

Poloha jejího minima $\mathbf{x}^*$ pak odpovídá poloze bodu, do kterého se chceme dostat následující iterací. Po provedení odvození popsaného například v literatuře [1] dostáváme následující předpis pro metodu nejrychlejšího sestupu:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) - \frac{\mathbf{g}(k)^{\mathrm{T}} \mathbf{g}(k)}{\mathbf{g}(k)^{\mathrm{T}} \mathbf{H} \cdot \mathbf{g}(k)} \mathbf{g}(k) . \qquad (\mathbf{4.10})$$

V literatuře [1] se udává, že rychlost konvergence gradientní metody nejrychlejšího sestupu je lineární, to znamená relativně pomalá.

5 IDENTIFIKACE

Cílem této kapitoly je identifikace změn parametrů soustavy. Po jejím provedení dostaneme nový model regulované soustavy, který využijeme v kapitole 6 k návrhu adaptivního regulátoru. Protože se návrh nového regulátoru bude dít pouze na základě takto získaného modelu, je určení jeho správných hodnot velmi důležité. Identifikace bude probíhat na základě přechodové charakteristiky uzavřené smyčky. Nebudou zde proto použity metody průběžné identifikace.

Pro začátek si musíme uvědomit, co všechno máme k dispozici, co známe a co ne. Předpokládejme, že máme zadán přenos soustavy před změnou jejích parametrů. Dále známe původní nastavení konstant regulátoru. Posledními věcmi, které známe, jsou přechodové charakteristiky původního a pozměněného systému. Naším úkolem je na těchto charakteristikách rozpoznat, který parametr soustavy se změnil a jak hodně. Musíme si uvědomit, že k řešení problému máme pouze přechodovou charakteristiku uzavřené smyčky. Kdybychom měli přechodovou charakteristiku smyčky otevřené, byl by problém jednodušší. Spočítali bychom si inverzní přenos regulátoru, jehož přesné nastavení známe. Potom bychom analyticky spočetli jeho impulsní charakteristiku (inverzní Laplaceovou transformací), tu bychom navzorkovali a provedli konvoluci s přechodovou charakteristikou otevřené smyčky a získali bychom přechodovou charakteristiku regulovaného obvodu. Z té bychom odečetli přímo parametry regulované soustavy a to by byl konec identifikace. Tento postup ale nemůžeme použít, protože máme k dispozici pouze přechodovou charakteristiku uzavřeného obvodu. Proto se pokusíme prozkoumat vliv parametrů soustavy na výslednou přechodovou charakteristiku. Analytické řešení je však obtížné, ne-li nemožné. Jsme sice schopni sestavit přenos uzavřené smyčky, ale jeho převod do časové oblasti je obtížný. Podívejme se z jakého důvodu:

Přenos soustavy: $G_s = \frac{K}{Ts+1} e^{-Td \cdot s}$

Přenos regulátoru: $G_r = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$

Sestavíme přenos uzavřené smyčky G_{CL} (closed loop) se zápornou zpětnou vazbou podle známého vztahu (přenos otevřené smyčky je značen G_{OL} (open loop)):

$$G_{CL} = \frac{G_{OL}}{1+G_{OL}} = \frac{\left(K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s\right)\frac{K}{Ts+1}e^{-Td\cdot s}}{1+\left(K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s\right)\frac{K}{Ts+1}e^{-Td\cdot s}} = \frac{K\left(K_i + K_p s + K_d s^2\right)e^{-Td\cdot s}}{Ts^2 + s + K\left(K_i + K_p s + K_d s^2\right)e^{-Td\cdot s}}$$

Všimněme si, že se člen s dopravním zpožděním vyskytuje v charakteristickém polynomu přenosu uzavřené smyčky pouze u některých členů. Z tohoto důvodu je pak nemožná transformace systému do časové oblasti pomocí zpětné Laplaceovy transformace.

Vliv změny parametrů bychom také mohli zkoumat tak, že aproximujeme dopravní zpoždění pomocí prvních několika členů Taylorova nebo Padého polynomu. Ale ani tak si mnoho nepomůžeme, protože výsledný charakteristický polynom bude třetího či vyššího řádu a jeho rozklad na kořenové činitele je obecně analyticky obtížný (pro třetí řád je to možné pomocí Cardanových vzorců, ale pro čtvrtý a vyšší je to nemožné). K zjištění kořenů charakteristického polynomu by bylo nutno použít numerické výpočty a zde bychom ztratili obecný přístup. Proto přistoupíme rovnou k zjištění hledaných závislostí pomocí simulací.

Nyní prozkoumáme vliv změny parametrů soustavy na přechodovou charakteristiku následujících regulačních obvodů:

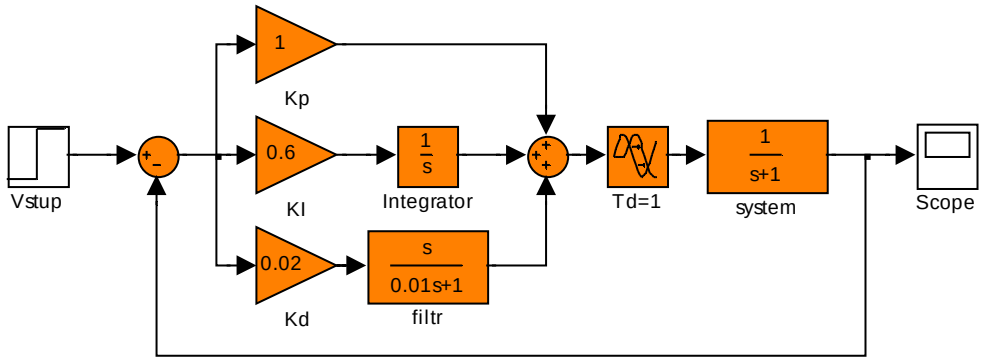
	Systém 1	Systém 2	Systém 3
Přenos regulátoru: $G_r(s)$	$1+\frac{0{,}6}{s}+\frac{0{,}02s}{0{,}01s+1}$	$2{,}5+\frac{2}{s}+\frac{0{,}27s}{0{,}01s+1}$	$4{,}6+\frac{4{,}1}{s}+\frac{0{,}21s}{0{,}01s+1}$
Přenos soustavy: $G_s(s)$	$\frac{1}{s+1}e^{-s}$	$\frac{1}{2s+1}e^{-0{,}5s}$	$\frac{1}{2s+1}e^{-0{,}2s}$

Tab. 3: Přenosy simulovaných soustav a jejich regulátorů

Můžeme si povšimnout, že soustavy se liší především v poměru časové konstanty a dopravního zpoždění. Velikost zesílení je u všech soustav stejná, protože to lze velmi jednoduše vykompenzovat regulátorem. Protože mají všechny tři soustavy jiné časové parametry, jsou v grafech v následujících kapitolách tyto parametry normalizovány jejich nominální hodnotou. Původní hodnota má vždy v grafech hodnotu 1. Je-li tak v grafu na Obr. 11 na vodorovné ose maximální rozsah 4, znamená to, že simulace byla provedena od nuly až po čtyřnásobek původní hodnoty časové konstanty.

Simulační schéma použité pro získávání parametrů je na Obr. 6. Jedná se o paralelně zapojený PID regulátor a soustavu prvního řádu s dopravním zpožděním.

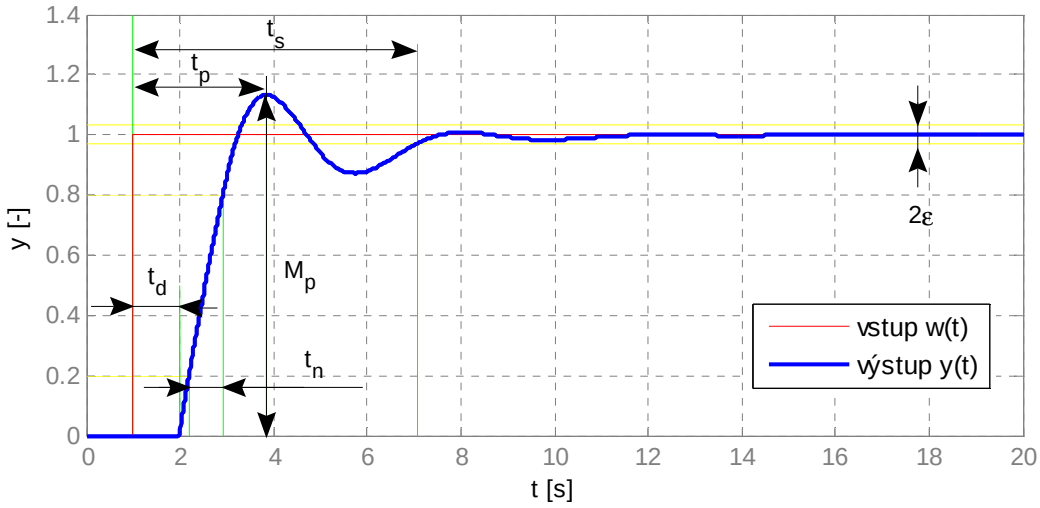
Než se ale pustíme do vyšetřování vlivu změny parametrů na přechodovou charakteristiku, je nejprve nutné definovat parametry, podle kterých budeme přechodovou charakteristiku hodnotit. Jedná se například o dobu náběhu, dobu ustálení a překmit.



Obr. 6: Schéma použité pro simulaci vlivu změny parametrů soustavy na přechodovou charakteristiku uzavřené smyčky

5.1 Definice parametrů přechodové charakteristiky

Na přechodové charakteristice je definováno několik základních parametrů, které nám pomáhají posoudit její kvalitu a které slouží pro porovnávání různých přechodových charakteristik.



Obr. 7: Definice parametrů přechodové charakteristiky

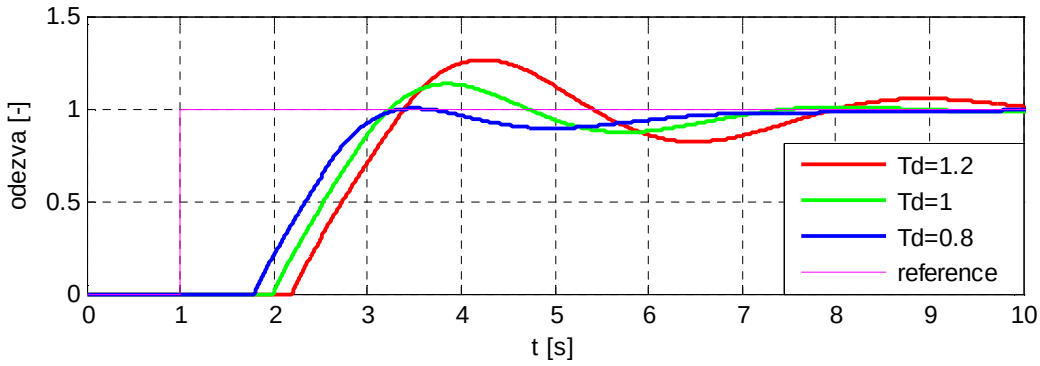
Obecně se při aproximaci přechodových charakteristik vyšších řádů na charakteristiku prvního řádu s dopravním zpožděním používají dva základní parametry, dvě doby, popisující dynamiku přechodového jevu. Jsou to doba průtahu t_u a doba náběhu t_n. Doba náběhu je čas, který potřebuje přechodový jev, aby prošel stanoveným pásmem. V našem případě je to rozmezí 20 až 80 % ustálené hodnoty. Někdy se také používá rozmezí 10 až 90%. Doba průtahu je čas, který systém potřebuje na to, aby začal reagovat na změnu reference. Je definována dvěma body na časové ose. Prvním je okamžik změny reference, druhým pak průsečík přímky procházející body, které vymezují dobu náběhu, s časovou osou. V našem případě, kdy máme systém s dopravním zpožděním, tuto dobu definujeme přímo jako dobu

dopravního zpoždění a značíme ji t_d. Parametr regulované soustavy „dopravní zpoždění“ je pak značen velkými písmeny T_d. Na přechodové charakteristice potom t_d odečítáme trochu jiným způsobem, než je uvedeno výše. Jedná se o interval mezi začátkem jednotkového skoku a okamžikem, kdy se poprvé nějak projeví změna reference na výstupu. Tedy okamžik první změny výstupu.

Dále sledujeme na přechodové charakteristice velikost a čas prvního lokálního maxima. Hodnota překmitu je značena M_p a doba, kdy překmit nastává, pak t_p. Důležitým parametrem je doba ustálení t_s. Ta nám říká, kdy prakticky přechodový jev odezní. Je definována jako čas, kdy naposled odchylka od reference vkročí do pásma $\langle -\varepsilon, +\varepsilon \rangle$ a už toto pásmo neopustí. Konstanta ε je v různých zdrojích jiná a obvykle se pohybuje od jednoho do pěti procent. V této práci je použita hodnota $\varepsilon = 3\%$.

5.2 Vliv změny dopravního zpoždění

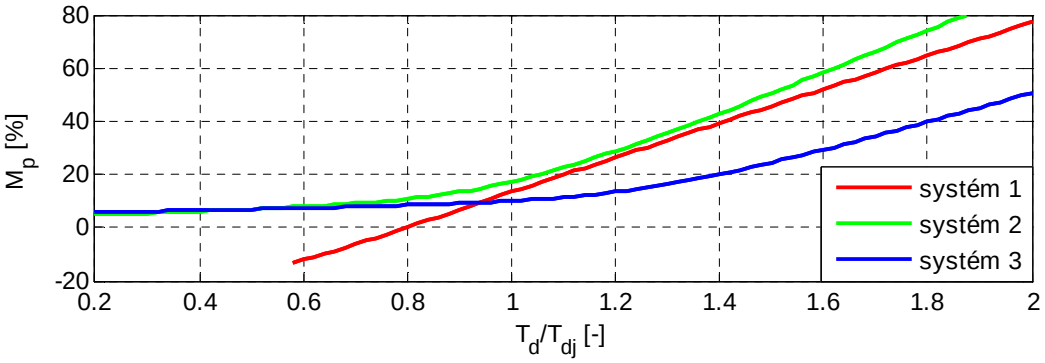
Změnu dopravního zpoždění poznáme na přechodové charakteristice velmi snadno. Posouvá se totiž počátek přechodové charakteristiky. Díky dopravnímu zpoždění prochází referenční signál regulovaným obvodem opožděně. Zpětná vazba je kvůli tomu od začátku změny reference po dobu dopravního zpoždění jakoby rozpojena a obvod se nechová jako uzavřená regulační smyčka, ale jako smyčka otevřená. Vlastní regulace začíná až po průchodu referenčního signálu soustavou a dopravním zpožděním.



Obr. 8:Vliv dopravního zpoždění na přechodovou charakteristiku CL

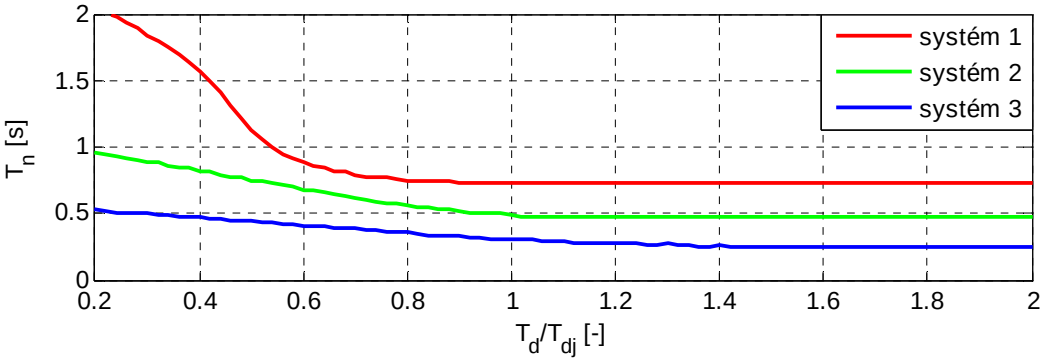
Na Obr. 8 můžeme vidět vliv změny dopravního zpoždění na průběh regulace. Vidíme, že posun přechodové charakteristiky přesně odpovídá hodnotě dopravního zpoždění. Dále můžeme pozorovat (Obr. 9), že se vzrůstajícím dopravním zpožděním se zvětšuje překmit. Vykreslená závislost je pro velký poměr T_d / T téměř lineární, tomuto poměru odpovídají charakteristiky v druhé polovině obrázku. Na grafu pro systém 1 chybí počáteční body. To je

způsobeno tím, že pro dopravní zpoždění menší než 0,6 *s* prochází přechodová charakteristika mezí aperiodicity a následně je už tak utlumená, že překmit zmizí.



Obr. 9: Vliv změny dopravního zpoždění na velikost překmitu

Velmi zajímavý je také vliv změny dopravního zpoždění na dobu náběhu. Můžeme pozorovat (na Obr. 10), že při malých dopravních zpožděních je doba náběhu velká, se vzrůstajícím dopravním zpožděním klesá, až se ustálí na konstantní hodnotě. Jak již bylo řečeno výše, dopravní zpoždění způsobuje přerušení zpětnovazebního obvodu na dobu T_d krátce po změně reference. Tím, že je na výstupu po tuto dobu nulový signál, proniká na vstup PID regulátoru celý referenční signál (po dobu T_d je regulační odchylka konstantní). Kvůli tomu, že máme přerušenou zpětnou vazbu, získáváme díky integrační složce regulátoru astatickou soustavu. Pokud zanedbáme vliv P a D složky, výstupem regulátoru bude rampa se sklonem daným násobkem velikosti reference a hodnotou integrační složky k_i.



Obr. 10: Vliv změny dopravního zpoždění na dobu náběhu

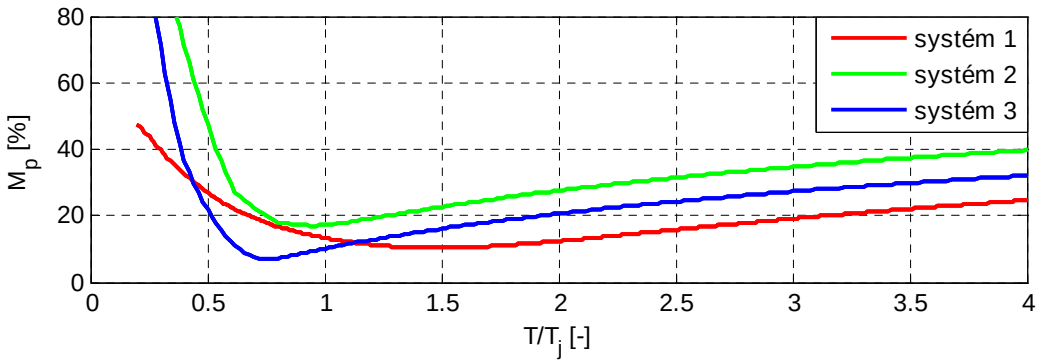
Na vstupu soustavy je pak rampa a soustava ji začíná sledovat, a to při dostatečně velkém T_d s konstantní rychlostí. Tímto je vysvětlena konstantní doba náběhu pro velká časová zpoždění. Po uplynutí doby T_d se opět uzavírá záporná zpětná vazba a může dojít k ustálení přechodového děje.

Nyní si shrňme, co jsme zjistili o vlivu změny dopravního zpoždění na přechodovou charakteristiku uzavřené smyčky. S rostoucím dopravním zpožděním klesá doba náběhu, až

se ustálí na konstantní hodnotě. Naopak roste velikost překmitu, a to lineárně. Pro malé dopravní zpoždění dochází k přechodu meze aperiodicity a systém se stává zatlumeným bez překmitu. Asi nejdůležitějším a nejsnáze rozpoznatelným parametrem, podle kterého lze poznat změnu dopravního zpoždění je počátek přechodové charakteristiky. Jeho opoždění oproti začátku referenčního jednotkového skoku je přímo rovno hodnotě dopravního zpoždění.

5.3 Vliv změny časové konstanty

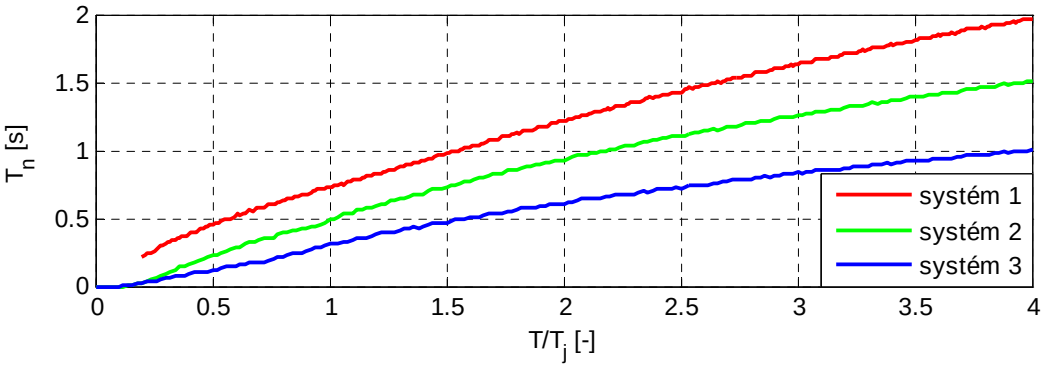
Velikost změny časové konstanty už bohužel nelze odečíst z přechodové charakteristiky tak jednoznačně jako při změně dopravního zpoždění. Na obrázcích Obr. 11 a Obr. 12 se můžeme podívat, jak se projevuje změna časové konstanty na velikosti překmitu a době náběhu pro námi zkoumané systémy.



Obr. 11: Závislost velikosti překmitu na časové konstantě

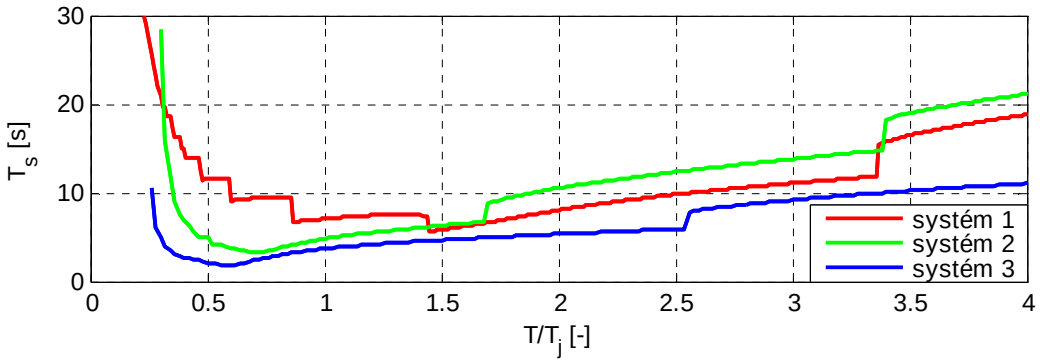
Závislost překmitu na časové konstantě má konvexní charakter. Původní regulátor byl nastaven pro časovou konstantu rovnu jedné. Vidíme, že pro každý systém dochází k minimu překmitu při jiné hodnotě. Někdy při hodnotě časové konstanty menší než je její nominální hodnota (připomeňme si, že ta je v grafu vždy v bodě 1), někdy při hodnotě větší. Záleží na konkrétním nastavení příslušného regulátoru. Z tohoto chování je zřejmé, že výše uvedenou závislost nemůžeme jednoduše použít pro určení nové hodnoty časové konstanty. To, že není tento průběh monotónní a jedné hodnotě překmitu odpovídají dvě časové konstanty, nám komplikuje situaci. Pokud bychom chtěli využít této charakteristiky k identifikaci časové konstanty, mohlo by se nám velice jednoduše stát, že dokonvergujeme právě do druhé hodnoty časové konstanty. Nalezení minimálního překmitu rovněž nemá smysl.

Příznivěji se pak jeví závislost doby náběhu na časové konstantě. Jak vidíme na Obr. 12, je tato závislost monotónní. Zvětšení časové konstanty odpovídá zvětšení doby náběhu a tato závislost platí pro všechny tři systémy.



Obr. 12: Velikost doby náběhu v závislosti na časové konstantě

Na Obr. 13 vidíme, jak závisí doba ustálení na velikosti časové konstanty. Obdobně, jako pro velikost překmitu, i tato charakteristika má konvexní charakter. Pro malou časovou konstantu dochází k ustálení přechodové charakteristiky velmi pozdě a přechodový děj je velmi kmitavý. To se podepisuje také na níže uvedené závislosti, na které můžeme vidět mnoho nespojitostí, které znemožňují její pozdější využití.



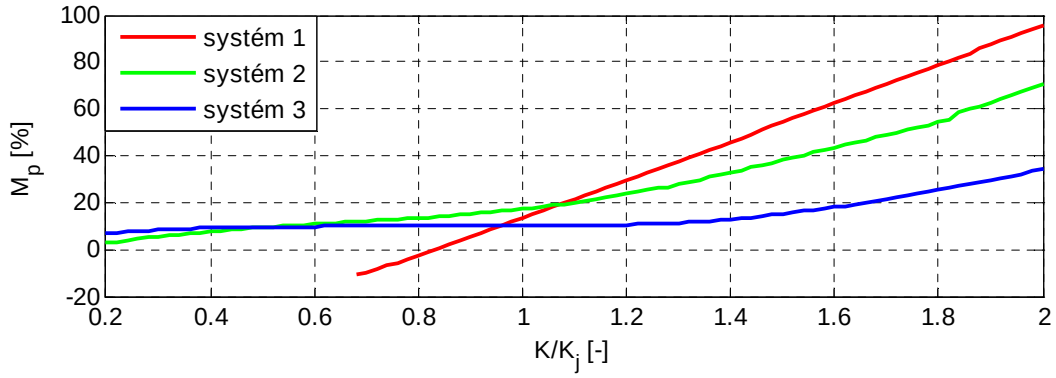
Obr. 13: Závislost doby ustálení na časové konstantě

Jak tedy souhrnně působí změna časové konstanty na přechodovou charakteristiku uzavřené smyčky a které závislosti jsou použitelné pro pozdější nalezení pozměněných parametrů? Využití překmitu se zdá na první pohled komplikované, protože díky konvexnímu charakteru této závislosti máme pro jednu hodnotu překmitu dvě hodnoty časové konstanty. Obdobný případ nastává také u doby ustálení, navíc se zde přidává problém s nespojitostí průběhu. Jako jediné použitelné kritérium se tak jeví použití doby náběhu.

5.4 Vliv změny zesílení

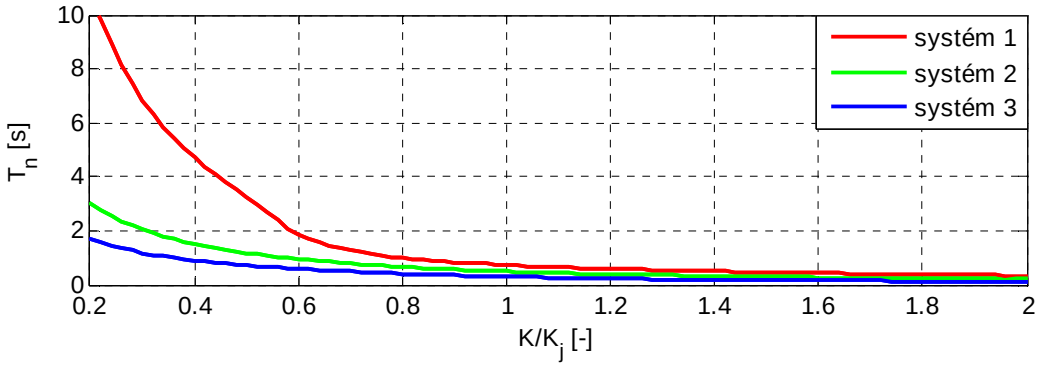
Posledním parametrem, jehož vliv na tvar přechodové charakteristiky uzavřeného obvodu musíme přezkoumat, je zesílení systému. Regulátor v obvodu je nastaven při hodnotě zesílení systému $K = 1$. Na Obr. 14 vidíme, že závislost překmitu M_p na zesílení K je pro první systém přibližně lineární. Pro druhé dva systémy roste překmit se zesílením napřed

velmi pomalu, avšak při větších zesíleních se vzestup urychlí. Při malých hodnotách zesílení se všechny tři soustavy stávají přetlumenými a u první dokonce překmit zcela vymizí. Naopak při velkých zesíleních dochází vlivem dopravního zpoždění ke ztrátě stability a rychlému nárůstu překmitu.



Obr. 14: Závislost překmitu na zesílení

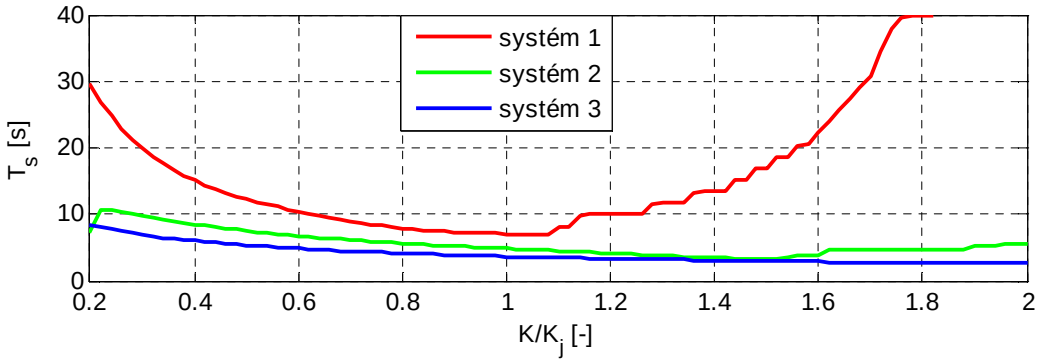
Doba náběhu nepřímo úměrně závisí na zesílení, jak dokládá Obr. 15. Se zvětšováním zesílení klesá doba náběhu. Tento jev není nijak překvapivý. Se vzrůstajícím zesílením totiž roste i rychlost odezvy. Můžeme si to představit tak, že po dobu, kdy je zpětná vazba rozpojená vlivem dopravního zpoždění, přivádíme na vstup soustavy jednotkový skok daný proporcionální složkou regulátoru. Ten je pak zesílen soustavou. Čím je zesílení soustavy větší, tím rychleji projde odezva soustavy mezemi pro odečet doby náběhu (20 a 80% hodnoty referenčního signálu) a tím je doba T_n kratší.



Obr. 15: Vliv zesílení na dobu náběhu

Na Obr. 16 můžeme pozorovat vliv zesílení na dobu ustálení. Závislost je opět nemonotónní, s minimem v jedničce pro systém 1 s největším poměrem T_d / T až po minimum nalézající se mimo vykreslený rozsah u systému 3 s nejmenším poměrem dopravního zpoždění ku časové konstantě. Do hodnoty minima se jedná o relativně hladké klesající průběhy vystihující skutečnost, že doba ustálení s rostoucím zesílením systému klesá. V této oblasti jsou přechodové charakteristiky uzavřené smyčky bez překmitu

(zatlumená soustava), nebo s překmitem velmi malým. Druhá část křivky ale již tak optimisticky nevypadá. Nejenže je tato část charakteristiky rostoucí, ale hlavně jsou na ní nespojitosti. Ty jsou dány změnou relativního tlumení systému (jeho zmenšováním). Jak se kmitavá část přechodové charakteristiky stává stále méně utlumenou, dostává se trvale přechodová charakteristika stále později do pásma 3% okolo ustálené hodnoty. Okamžik doby ustálení pak postupně přeskakuje z jednotlivých period a těmito přeskoky vznikají nespojitosti v závislosti doby ustálení na zesílení.



Obr. 16: Závislost doby ustálení na zesílení

5.5 Iterační algoritmy hledání změny jednoho parametru

V této kapitole se budeme zabývat identifikací nových parametrů soustavy. Pro začátek budeme předpokládat, že se změnil vždy jen jeden parametr a pokusíme se nalézt jeho novou hodnotu. Dále předpokládáme, že víme, který parametr se změnil. Tedy jestli je to dopravní zpoždění T_d, časová konstanta T nebo zesílení K.

V minulé kapitole jsme si vyzkoušeli, jaký vliv má změna parametrů na přechodovou charakteristiku. Nyní získané poznatky využijeme k identifikaci nových parametrů.

5.5.1 Korekce dopravního zpoždění T_d

Zjišťování nové hodnoty tohoto parametru je velmi snadné. Jako jediný se totiž přímo projevuje na přechodové charakteristice uzavřené smyčky a lze jej z ní odečíst. Kromě toho, že se zvětšení dopravního zpoždění projevuje zvětšením překmitu a zkrácením doby náběhu (tyto charakteristiky jsou celkem komplikované), je zde ještě jeden parametr, který přímo odpovídá novému dopravnímu zpoždění. Tímto parametrem je doba průtahu, kterou kvůli této souvislosti značíme přímo jako dobu dopravního zpoždění t_d. Stačí nám tedy odečíst tuto dobu z přechodové charakteristiky a zjistíme parametr soustavy T_d.

5.5.2 Iterační algoritmus pro zjištění časové konstanty *T*

Časová konstanta už bohužel nemá takový přímý vliv na přechodovou charakteristiku jako dopravní zpoždění. Se vzrůstající časovou konstantou vzrůstá doba náběhu. Překmit napřed klesá a poté zase stoupá. Minimum této charakteristiky se nemusí nacházet v původní hodnotě časové konstanty, ale spíše záleží na konkrétním nastavení regulátoru. Jedna z možností, která se nám nabízí, je nalézt hodnotu časové konstanty pomocí numerických simulací mimo skutečnou regulační smyčku. A pomocí takto identifikovaného modelu následně naladit nový regulátor. Protože tento parametr nelze z přechodové charakteristiky určit přímo, používáme iterační metodu. Jako výchozí bod, odkud začíná první iterace, bylo zvoleno původní nastavení systému a regulátoru. Změříme přechodovou charakteristiku uzavřené smyčky před (char. A) a po (char. B) změně parametrů a podle nějakého klíče upravíme časovou konstantu. Nyní spustíme simulaci s nově vypočtenou hodnotou časové konstanty a dostaneme novou pracovní přechodovou charakteristiku A. Tímto jsme provedli jeden krok iterace. Zjistíme, jak hodně se podobají charakteristiky A a B. V případě velké podobnosti ukončíme algoritmus, v případě rozdílnosti provedeme další krok algoritmu. Našim cílem tedy je postupně měnit časovou konstantu systému A tak, aby dokonvergovala k hodnotě změněné časové konstanty systému B a přitom aby obě přechodové charakteristiky byly nakonec co nejpodobnější.

Nyní zůstává otázka, co je oním klíčem, který upraví velikost staré časové konstanty na novou a zajistí tak nový krok iterace. Dále musíme stanovit, jak určit míru podobnosti. Pro výběr klíče nám slouží poznatky získané v kapitole 5.3. Jako jediná rozumně použitelná charakteristika se jeví závislost doby náběhu na časové konstantě (Obr. 12). Ta má základní vlastnosti, které potřebujeme. Je monotónní, takže každé hodnotě doby náběhu odpovídá pouze jedna hodnota časové konstanty. Dále je spojitá, takže pro každou hodnotu doby náběhu jsme schopni nalézt odpovídající časovou konstantu a v iteracích nebude docházet ke skokům. Ukončovací podmínkou bude to, že doby náběhu nové a staré přechodové charakteristiky budou stejné, neboli že jejich rozdíl bude v absolutní hodnotě menší než zvolená přesnost δ. Nyní zapíšeme popsaný algoritmus v pseudokódu:

Algoritmus pro výpočet časové konstanty:

Vstupy: Přechodová charakteristika B, původní parametry soustavy A, parametry regulátoru.

1. *Odečti dobu náběhu* t_n^B *přechodové charakteristiky B.*
2. $k = 0$

3. VYKONÁVEJ CYKLUS:
4. *Proveď simulaci s časovou konstantou* $T^A(k)$, *odečti dobu náběhu* $t_n^A(k)$
5. JESTLIŽE $\left(\left|t_n^A(k) - t_n^B\right| \leq \delta\right)$ TAK *Ukonči cyklus*. JINAK
6. $$T^A(k+1) = T^A(k)\frac{t_n^B}{t_n^A(k)} \qquad (\mathbf{5.1})$$
7. $k = k+1$
8. VRAŤ SE NA ZAČÁTEK CYKLU

5.5.3 Iterační algoritmus pro zjištění zesílení *K*

Pro zjištění zesílení *K* použijeme podobný algoritmus jako pro zjištění časové konstanty. Je ovšem nutné znovu zjistit, podle jakého klíče se bude počítat nová hodnota zesílení *K*. Nyní máme k dispozici dvě spojité, monotónní charakteristiky. A to jak závislost překmitu na zesílení (Obr. 14), tak závislost doby náběhu na zesílení (Obr. 15). Zdá se, že je možné použít obě dvě závislosti, ale při použití doby náběhu dochází k pomalejší konvergenci parametrů a někdy dokonce ke kmitání okolo správné hodnoty. Tyto výjimky se musejí ošetřit programově. Při použití první závislosti tyto problémy nemáme, konvergence je zde rychlejší a ke kmitání během experimentů nedošlo, vyvstávají zde ale jiné problémy. A to s neexistencí překmitu při nízkých zesíleních. V těchto oblastech tento ladící parametr ztrácíme a nemáme se podle čeho řídit. Mimo tyto oblasti se však iterační výpočet zesílení pomocí překmitu zdá výhodnější než výpočet pomocí doby náběhu.

Jak tedy vypadají algoritmy pro výpočet zesílení? Pomocí doby náběhu dostáváme téměř totožný algoritmus, pouze vzorec pro výpočet časové konstanty (**5.1**) se nahradí vzorcem pro výpočet zesílení:

$$K^A(k+1) = K^A(k)\frac{t_n^A(k)}{t_n^B}. \qquad (\mathbf{5.2})$$

Můžeme si povšimnout, že ve vzorci pro výpočet zesílení je oproti vzorci pro výpočet časové konstanty prohozen čitatel se jmenovatelem. To je dáno tím, že jednou je závislost (Obr. 12) rostoucí, zatímco v druhém případě je klesající (Obr. 15). Dále se ještě na řádku 4 nebude provádět simulace s novou časovou konstantou, ale s novým zesílením $K^A(k)$.

Pro zjištění zesílení je možné využít také odečtu překmitů obou charakteristik. Potom se ale změní vzorec pro novou iteraci následujícím způsobem:

$$K^A(k+1) = K^A(k)\frac{M_p^B}{M_p^A(k)} \tag{5.3}$$

Při použití tohoto předpisu je potřeba takto změnit ukončovací podmínku algoritmu: $\left(\left|M_p^A(k) - M_p^B\right| \le \delta\right)$. V tomto případě se algoritmus snaží nastavit zesílení soustavy s přechodovou charakteristikou A takovým způsobem, aby obě dvě charakteristiky měly stejný překmit.

5.5.4 Numerické metody hledání zesílení – Newtonova metoda

K použití této metody přistupujeme, protože výše zmíněné metody pro hledání zesílení se úplně neosvědčily pro celý pracovní rozsah zesílení. Největší problémy těchto metod nastávají při jejich použití na malých zesíleních, protože někdy nedochází ke konvergenci prvního algoritmu a někdy ztrácíme parametr pro řízení druhého algoritmu. Použití Newtonovy metody je ovšem také omezené. Je známým faktem (viz [1]), že tato metoda zaručuje konvergenci s řádem dvě pouze v malém, blíže nespecifikovaném okolí minima hodnotící funkce. Navíc, není-li hodnotící funkce v tomto okolí konvexní, může dojít k divergenci algoritmu.

Newtonův iterační algoritmus patří do rodiny numerických algoritmů, které hledají extrém zadané funkce. Je tedy potřeba nejprve potřebnou hodnotící (minimalizační, kriteriální) funkci vytvořit. Tato funkce by měla mít požadované vlastnosti. Nejlépe by měla být konvexní, unimodulární s minimem v hledané hodnotě zesílení. Vycházíme z předpokladu, že po nalezení správné hodnoty nového zesílení budou obě dvě charakteristiky A i B stejné. Obě charakteristiky jsou reprezentovány vzorky odebranými ve stejných okamžicích *t*. Počet vzorků je pro obě charakteristiky shodný a je roven *N*. Kriteriální funkce byla navržena následovně:

$$f(K^A) = \sum_{t=1}^{N}\left(CharA(t, K^A) - CharB(t)\right)^2. \tag{5.4}$$

Důležitou vlastností této funkce je, že nabývá nulové hodnoty při shodě zesílení, to jest při $K^A = K^B$. Všude jinde je funkce větší. Bohužel takto sestavená kriteriální funkce nezaručuje konvexnost. Ze simulací vyplynulo, že pro některé hodnoty dopravního zpoždění a časové konstanty se na této funkci objevují vedle konvexních také konkávní úseky. To v podstatě zamezuje použití samostatné Newtonovy metody, protože ta by okamžitě divergovala. Proto byla navržena následující procedura. Předpokládejme, že obě přechodové charakteristiky odpovídají stabilním systémům. Vezmeme charakteristiku A systému, který známe přesně.

Spočítáme amplitudovou bezpečnost tohoto systému. Pomocí ní získáme maximální zesílení $K^B_{\max}$, jaké systém při daných parametrech může mít, aniž by ztratil stabilitu. Nyní víme, že hledané zesílení K^B se může pohybovat v intervalu $\langle 0, K^B_{\max} \rangle$. Tím jsme dostali potřebný interval pro spuštění Fibbonaciovy metody. Ta nám zajistí snížení rozsahu počátečního intervalu na požadovanou přesnost, jak bylo popsáno v kapitole 4.1.1. Nyní jsme se dostatečně přiblížili hledanému minimu $f(K^A)$, a tak je možné bez obav spustit Newtonovu metodu pro dostatečné zpřesnění výsledku. Ta nám totiž zaručuje zpřesnění zesílení o řád při každé iteraci.

Použití Newtonovy metody ale přináší ještě další komplikace. Zatímco pro Fibonacciovu metodu nám stačily k jejímu použití funkční hodnoty kriteriální funkce, chod Newtonovy metody vyžaduje znalost první a druhé derivace této funkce. To je ale problém, protože neznáme přesný analytický popis hodnotící funkce. Ale zato si můžeme spočítat její funkční hodnoty v libovolném bodě. A tak bylo přistoupeno k náhradě první a druhé derivace první a druhou diferencí.

$$f'(K) \approx \frac{f(K+\Delta K) - f(K)}{\Delta K} \tag{5.5}$$

$$f''(K) \approx \frac{f(K+2\Delta K) - 2f(K+\Delta K) + f(K)}{\Delta K^2} \tag{5.6}$$

Tato náhrada tak znamená pro výpočet druhé derivace spustit třikrát simulaci systému a třikrát spočítat hodnotu kritéria. Navíc zde nastávají problémy s určením přesné hodnoty ΔK. Při velké hodnotě tohoto přírůstku nemůžeme od určité meze počítat se zpřesňováním výsledku Newtonovy metody. Je to snadno představitelné. Newtonova metoda hledá průchod první derivace nulou, a to pomocí tečny první derivace. Protože nemáme k dispozici analytický popis funkce, ale pouze její číselné hodnoty, aproximujeme tuto tečnu sečnou. Čím se s přesností hledaného zesílení blížíme k velikosti ΔK, tím je rozdíl mezi skutečnou tečnou a námi sestrojenou sečnou větší a tím se stává další iterace nepřesnější.

5.6 Iterační algoritmy hledající změnu dvou parametrů

Nyní se podíváme na identifikaci systému, kterému se změnily dva parametry. Tím se prostor parametrů zvětšuje z jednorozměrného na dvourozměrný. Nemůžeme tak použít jednorozměrné metody identifikace, ale musíme se uchýlit k metodám vícerozměrným. I když ani toto tvrzení není ve všech případech pravdivé. Díky tomu, že hodnotu nového dopravního zpoždění jsme schopni z přechodové charakteristiky odečíst vždy přímo a tuto změnu pak

okamžitě zanést do identifikačního modelu, přechází nám dvourozměrné kombinace dopravní zpoždění a zesílení nebo dopravní zpoždění a časová konstanta vždy na jednorozměrné identifikační problémy, a to nalezení nového zesílení nebo nalezení nové časové konstanty. Jediným nevyřešeným problémem tak zůstává varianta identifikace nového zesílení a nové časové konstanty. Pokud se nám navíc podaří uspokojivě vyřešit i tuto variantu, získáme najednou nástroj pro identifikaci všech parametrů systému. Protože z identifikace třech parametrů najednou se přímým rozpoznáním a napravením dopravního zpoždění dostáváme na identifikaci pouze dvou parametrů.

5.6.1 Iterační algoritmus identifikace zesílení a časové konstanty

Tento algoritmus vychází svou ideou z algoritmů popsaných v kapitolách 5.5.2 a 5.5.3. Zásadním problémem zůstává volba klíčových parametrů, podle kterých se mají ladit zesílení a časová konstanta. Z kapitoly 5.5.2 vyplývá, že doba náběhu je jediný klíč, podle kterého se dá řídit konvergence odhadované časové konstanty k její nové hodnotě. Naopak pro zesílení jsme měli klíčů více. Při společném hledání dvou parametrů je vhodné, aby klíče řídící jejich konvergenci byly na sobě vzájemně co nejméně závislé. Nemůžeme tak použít například dobu náběhu jak pro nastavování časové konstanty, tak pro nastavování zesílení. V takovém případě bychom museli předpokládat, že jsou shodné poměry nové časové konstanty ku staré časové konstantě a starého zesílení ku novému zesílení, což rozhodně není pravda.

Protože pro hledání časové konstanty máme pouze dobu náběhu, zbývá nám tak pro nastavení zesílení jako klíč pouze překmit nebo doba ustálení. Doba ustálení se simulacemi ukázala jako nevyhovující parametr. Pro kmitavé průběhy je úplně nepoužitelná z důvodu své nespojitosti Pro zatlumené přechodové charakteristiky se ukazuje, že až příliš těsně souvisí s dobou náběhu a v algoritmu dochází k zacyklení. Naopak překmit je parametr, podle kterého se dá ladit zesílení velmi přesně a nezávisle na velikosti doby náběhu. Problém opět nastává při zatlumených průbězích přechodové charakteristiky, které nemají definovaný překmit.

Algoritmus pro nalezení časové konstanty a zesílení

1. *Odečti velikost překmitu* M_p^B *a dobu náběhu* t_n^B *přechodové charakteristiky* B .
2. $k = 0$
3. VYKONÁVEJ CYKLUS:
4. *Proveď simulaci se zesílením* $K^A(k)$ *a časovou konstantou* $T^A(k)$. *Odečti velikost překmitu* $M_p^A(k)$ *a dobu náběhu* $t_n^A(k)$.
5. JESTLIŽE $\left(\left|M_p^A(k) - M_p^B\right| \le \delta \text{ A ZÁROVEŇ } \left|T_n^A(k) - T_n^B\right| \le \delta\right)$

TAK *Ukonči cyklus*. JINAK

6. $$K^A(k+1) = K^A(k)\frac{M_p^B}{M_p^A(k)} \quad (5.7)$$

7. $$T^A(k+1) = T^A(k)\frac{t_n^B}{t_n^A(k)} \quad (5.8)$$

8. $k = k+1$

9. VRAŤ SE NA ZAČÁTEK CYKLU

Výše popsaný algoritmus byl ověřen pomocí numerických simulací. Ukázalo se, že relativně velmi rychle doiteruje k správným parametrům soustavy. K nalezení dostatečně přesného řešení nebylo nikdy potřeba více než dvacet kroků. Přesnost řešení pak vždy závisí na hodnotě meze pro ukončení algoritmu δ. Čím je tato mez větší, tím dříve algoritmus skončí, ale tím je také nalezené řešení méně přesné. Dá se očekávat, že algoritmus bude pracovat správně při vyhledávání malých změn parametrů, které zároveň nebudou evokovat přechodové charakteristiky uzavřené smyčky se stejnou dobou náběhu a stejným překmitem. Dále je nutné, aby všechny charakteristiky A(k) a charakteristika B měly dobře definovaný překmit. Bez něj totiž algoritmus není schopen nalézt správné zesílení. Nabízí se otázka, zda existuje nějaký jiný parametr, který by šel použít místo překmitu v případě, kdy alespoň jedna z charakteristik A a B ztratí překmit. Tento parametr se nepodařilo nalézt. Kvůli tomu přistoupíme při identifikaci k použití optimalizačních metod.

5.6.2 Identifikace zesílení a časové konstanty – gradientní metoda NS

Základní algoritmus této metody byl popsán v kapitole 4.2.1. Nyní se podíváme na uplatnění tohoto algoritmu pro identifikaci zesílení a časové konstanty. Protože tato metoda patří mezi optimalizační metody, je nejprve nutné sestavit hodnotící funkci, jejíž minimum budeme hledat. Využijeme zkušeností, které jsme nabyli v kapitole 5.5.4 a kriteriální funkci sestavíme obdobně s tím rozdílem, že nyní bude kriteriální funkce funkcí dvou argumentů:

$$f(K^A, T^A) = \sum_{t=1}^{N} \left(CharA(t, K^A, T^A) - CharB(t) \right)^2 . \quad (5.9)$$

I nyní nám chybí přesný, analytický popis přechodových charakteristik *CharA* a *CharB*. Obě tak pro výpočet hodnoty kritéria budeme muset získávat simulacemi. Předpokládáme, že neexistují dvě stejné přechodové charakteristiky pro různé parametry soustavy. Potom má námi sestrojená kriteriální funkce jednu velkou výhodu. Víme, že její globální minimum nastává v bodě, kde jsou obě charakteristiky naprosto stejné, a je rovno nule. Toto minimum

se nalézá v oblasti kladných hodnot K^A a T^A. Metoda NS patří mezi optimalizační metody bez omezení. Proto není zaručené, že se v některém kroku iterace nedostaneme mimo povolenou oblast kladných K^A a T^A. Díky tomu, že je minimum kriteriální funkce v prvním kvadrantu, se z této oblasti sice dostaneme, ale dochází tak k zbytečnému zvýšení počtu iterací. Proto je třeba zamezit tomu, aby algoritmus vstoupil v jakékoliv iteraci mimo první kvadrant. Za tímto účelem byla do metody NS implementována následující úprava.

V metodě NS přičítáme vždy k aktuální poloze $\mathbf{x}(k)$ v prohledávaném prostoru parametrů vektor opačného směru $(-\mathbf{u}(k))$ než je gradient kriteriální funkce. Cílem naší procedury je omezit vektor $\mathbf{u}(k)$ tak, aby dosáhl maximálně na jednu z hranic prvního kvadrantu a přitom aby se zachoval jeho směr. V každém kroku NS otestujeme, zda neopouštíme první kvadrant. To provedeme pomocí kontroly všech souřadnic pracovního vektoru $\mathbf{v}(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{u}(k)$. V případě, že jsou všechny jeho souřadnice kladné, provedeme přiřazení: $\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{v}(k)$ a pokračujeme do nové iterace. V opačném případě však zkrátíme vektor $\mathbf{u}(k)$ tak, aby dosahoval přímo na hranici prvního kvadrantu. Zkrácení provedeme vynásobením vektoru $\mathbf{u}(k)$ koeficientem l. Ten získáme pomocí následující úvahy.

Předpokládejme, že vynásobíme každou složku vektoru u_i odpovídající záporné složce vektoru v_i takovou konstantou l_i, aby platilo $x_i - l_i \cdot u_i = 0$. To znamená, že zkrátíme všechny záporné složky vektoru $\mathbf{v}$ na nulu. Vyjádříme-li si z rovnice l_i, dostaneme:

$$l_i = \frac{x_i}{u_i}. \qquad (\mathbf{5.10})$$

Díky tomu, že jsou všechny složky x_i kladné (jsme v prvním kvadrantu) a všechny vybrané složky u_i jsou rovněž kladné (jinak by nebylo v_i záporné), jsou také všechny koeficienty l_i kladné. Nyní nám stačí vybrat minimální l_i, tedy takové, které co nejvíce zkracuje svou složku, a takto vybraným koeficientem vynásobit celý vektor $\mathbf{u}$. Celý výše popsaný postup lze elegantně vyjádřit následující formulí:

$$l = \min_{\substack{i=1,2,..,n \\ x_i - u_i < 0}} \left(\frac{x_i(k)}{u_i(k)} \right), \qquad (\mathbf{5.11})$$

kde x_i a u_i jsou jednotlivé složky vektorů $\mathbf{x}$ a $\mathbf{u}$. Písmeno n označuje dimenzi vektoru $\mathbf{x}$. Nový krok iterace algoritmu NS, který zamezuje vstupu algoritmu mimo první kvadrant, je pak popsán touto rovnicí:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) - l \cdot \mathbf{u}(k). \qquad (\mathbf{5.12})$$

Další problém, který se při uvedení metody do praxe musí vyřešit, je náhrada gradientu vektorem prvních diferencí a náhrada Hessovy matice za matici druhých diferencí. Tato problematika již byla popsána v kapitole 4.2.

Nyní máme definovány všechny hlavní části pro spuštění gradientní metody nejrychlejšího sestupu, a tak nám ještě zbývá určit ukončovací podmínku algoritmu. Ta může buď kontrolovat dva po sobě jdoucí kroky a pokud je jejich vzdálenost menší než mez přesnosti ε, tak skončit, nebo můžeme přímo sledovat, nakolik se hodnota kritéria blíží nule a v případě dostatečně malé hodnoty kritéria skončit. První popsaná podmínka nám umožňuje zastavit se i v lokálním minimu, které přímo nemusí odpovídat globálnímu, zatímco algoritmus ukončený druhou podmínkou se v tomto minimu zacyklí a nikdy neskončí.

6 ADAPTAČNÍ MECHANISMY NÁVRHU PID REGULÁTORŮ

6.1 Nastavování PID regulátorů frekvenčními metodami

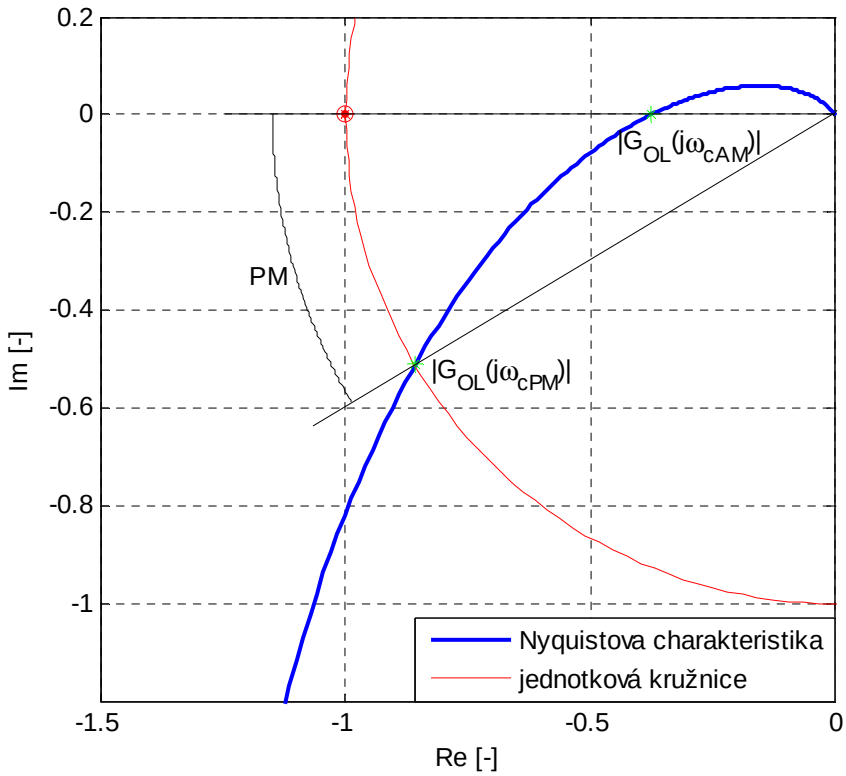
Mezi hlavní výhody použití frekvenčních metod patří zjišťování stability a s ní spojených návrhových parametrů z přenosu otevřené smyčky. To je velmi výhodné zvláště u systému s dopravním zpožděním, kdy jsme sice schopni relativně jednoduše sestavit přenos uzavřené smyčky, ale bohužel už tento přenos nejsme schopni analyticky převést do časové oblasti a z funkčním předpisem dané závislosti poté vypočítat návrhové parametry pro nalezení kvalitního regulátoru. Těmito parametry jsou doba náběhu, doba ustálení a velikost překmitu. Proto si pomáháme ve frekvenční oblasti, kde můžeme provést návrh regulátoru pomocí Nyquistova kritéria stability a s ním spojených návrhových parametrů, jako jsou například fázová a amplitudová bezpečnost.

Pomineme-li fakt, že známe pouze přechodovou charakteristiku, pak jsou frekvenční metody velmi vhodné. Již z přenosu otevřené smyčky totiž ve frekvenční oblasti poznáme, zda bude uzavřená smyčka stabilní.

6.1.1 Amplitudová a fázová bezpečnost

Amplitudovou bezpečnost značíme *AM*, fázovou bezpečnost *PM*. Oba tyto návrhové parametry odvozují svůj původ od Nyquistova kritéria stability. To popisuje stabilitu přenosu uzavřené smyčky na základě přenosu smyčky otevřené. Nyquistovo kritérium stability [4], [5] říká, že zpětnovazební obvod bude stabilní právě v tom případě, když Nyquistova křivka obkrouží v záporném směru (po směru chodu hodinových ručiček) bod -1 právě tolikrát, kolik má přenos otevřené smyčky nestabilních pólů. Z tohoto obecného kritéria pak plyne běžně známé zjednodušení platící pro systémy, které jsou v otevřené smyčce stabilní. Nyquistova křivka v tomto případě nesmí obkroužit bod -1 ani jednou.

V Nyquistovu kritériu je velmi důležitý bod -1. Míry bezpečnosti, jak lze také *AM* a *PM* nazvat, nám říkají, jak „vzdáleni“ jsme od tohoto bodu a nakolik se systém může změnit, aby nedošlo ke ztrátě stability.



Obr. 17: Amplitudová a fázová bezpečnost

Amplitudová bezpečnost je určena pomocí průsečíku Nyquistovy křivky se zápornou reálnou poloosou. K tomuto protnutí dochází při přechodové frekvenci ω_{cAM} a velikost přenosu je v tomto bodě $|G_{OL}(j\omega_{cAM})|$. *AM* je pak definována jako zesílení, kterým musíme vynásobit přenos otevřené smyčky, abychom $G_{OL}(j\omega_{cAM})$ posunuli do bodu -1:

$$AM = \frac{1}{|G_{OL}(j\omega_{cAM})|}. \tag{6.1}$$

Fázová bezpečnost je definována jako úhel, který svírá záporná reálná poloosa a přímka vedená průsečíkem Nyquistovy křivky s jednotkovou kružnicí, jak je znázorněno na Obr. 17. K tomuto průniku dochází při fázové přechodové frekvenci ω_{cPM} a absolutní velikost přenosu je rovna jedné $|G_{OL}(j\omega_{cPM})| = 1$. Obvykle se hodnoty fázové bezpečnosti při návrhu volí v rozmezí 40 až 80°.

6.1.2 Metoda nastavování fázové a amplitudové bezpečnosti

Principy této metody jsou popsány v článcích [2] a [3]. Původně se jedná o grafickou metodu sloužící k nalezení regulátoru s předem danou fázovou a amplitudovou bezpečností. Tato metoda dovoluje nastavit dva parametry regulátoru, to znamená, že je primárně určena

pouze pro PI nebo PD regulátory. Při návrhu je možno zohlednit i třetí parametr, je však nutné jej považovat za konstantní. Hodnota tohoto parametru se musí nalézt předem, a to jiným postupem.

Principem metody je sestrojit v rovině parametrů regulátoru (uvažujme návrh PID regulátoru, za hledané parametry budeme považovat proporcionální zesílení k_p a integrační konstantu k_i s tím, že k_d zafixujeme) dvě křivky. První křivka (κ_{PM}) vyjadřuje množinu všech PI regulátorů, které zajišťují návrhářem definovanou fázovou bezpečnost. Druhá křivka (κ_{AM}) udává množinu všech regulátorů s konstantní amplitudovou bezpečností. Mají-li obě křivky průsečík, pak souřadnice tohoto bodu udávají parametry regulátoru, který zajišťuje potřebnou fázovou a amplitudovou bezpečnost. Nemají-li průsečík, pak regulátor s požadovanou *AM* a *PM* nelze naleznout. Jak se sestaví rovnice popisující obě křivky, se dozvíme v příští kapitole.

6.1.3 Metoda nastavování *AM* a *PM* pro systém prvního řádu s dopravním zpožděním pomocí PID regulátoru

Nyní navrhneme pomocí metody popsané v kapitole 6.1.2 PID regulátor pro soustavu prvního řádu s dopravním zpožděním. Prozatím budeme předpokládat pevnou D složku regulátoru. Přenos soustavy s dopravním zpožděním je dán následujícím předpisem:

$$G_s = \frac{K}{Ts+1} e^{-Td \cdot s}. \qquad (\mathbf{6.2})$$

Přenos regulátoru s filtrací derivační složky:

$$G_r = k_p + \frac{k_i}{s} + \frac{k_d s}{T_f s + 1}. \qquad (\mathbf{6.3})$$

Derivační konstantu k_d uvažujeme jako pevný parametr, časovou konstantu filtru T_f také (její hodnotu musíme stanovit předem, musí být dostatečné malá oproti časovým konstantám vyskytujícím se v systému). Dosadíme do výše uvedených přenosů za Laplaceův operátor s frekvenci vynásobenou komplexní jednotkou $j\omega$, sestavíme přenos otevřené smyčky a položíme jej v první rovnici roven bodu odpovídajícímu fázové bezpečnosti a ve druhé rovnici bodu odpovídajícímu amplitudové bezpečnosti. K oběma rovnostem samozřejmě dochází při jiných frekvencích. Proto zavedeme pro každou rovnici její vlastní přechodovou frekvenci ω_{PM} a ω_{AM}.

$$G_{OL} = \left(k_p + \frac{k_i}{j\omega_{PM}} + \frac{j\omega_{PM} k_d}{j\omega_{PM} T_f + 1} \right) \frac{K}{j\omega_{PM} T + 1} e^{-Td \cdot j\omega_{PM}} = -e^{jPM} \tag{6.4}$$

$$G_{OL} = \left(k_p + \frac{k_i}{j\omega_{AM}} + \frac{j\omega_{AM} k_d}{j\omega_{AM} T_f + 1} \right) \frac{K}{j\omega_{AM} T + 1} e^{-Td \cdot j\omega_{AM}} = -\frac{1}{AM} \tag{6.5}$$

Proměnné k_p a k_i chceme vypočítat a proto je na levé straně obou rovnic osamostatníme.

$$k_p - j\frac{k_i}{\omega_{PM}} = \frac{-e^{j(Td \cdot \omega_{PM} + PM)}(j\omega_{PM} T + 1)}{K} - \frac{j\omega_{PM} k_d}{j\omega_{PM} T_f + 1} \tag{6.6}$$

$$k_p - j\frac{k_i}{\omega_{AM}} = \frac{-e^{jTd \cdot \omega_{AM}}(j\omega_{AM} T + 1)}{K \cdot AM} - \frac{j\omega_{AM} k_d}{j\omega_{AM} T_f + 1}. \tag{6.7}$$

Zatím máme dvě komplexní rovnice pro čtyři neznámé: k_p, k_i, ω_{PM} a ω_{AM}. Díky tomu, že jsou rovnice komplexní, z nich rozdělením na reálnou a imaginární část dostaneme soustavu čtyř rovnic. Počet proměnných tak bude odpovídat počtu rovnic. Zde se také nachází důvod, proč metoda nejde přímo rozšířit o nalezení derivační konstanty. Nemáme pro ni rovnici.

Rozdělme tedy pravé strany rovnic na reálné a imaginární části. Pro rozklad komplexní exponenciely využijeme Eulerova vzorce $e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\sin\varphi$ a pro zkrácení zápisu zavedeme následující substituce $\Phi = T_d \cdot \omega_{PM} + PM$ a $\Psi = T_d \cdot \omega_{AM}$.

$$k_p - j\frac{k_i}{\omega_{PM}} = -\left(\frac{(\cos\Phi + j\sin\Phi)(j\omega_{PM} T + 1)}{K} + \frac{j\omega_{PM} k_d (1 - j\omega_{PM} T_f)}{(1 + \omega_{PM}^2 T_f^2)} \right) \tag{6.8}$$

$$k_p - j\frac{k_i}{\omega_{AM}} = -\left(\frac{(\cos\Psi + j\sin\Psi)(j\omega_{AM} T + 1)}{K \cdot AM} + \frac{j\omega_{AM} k_d (1 - j\omega_{AM} T_f)}{1 + \omega_{AM}^2 T_f^2} \right) \tag{6.9}$$

Po provedení patřičných roznásobení a oddělení reálné a komplexní části dostaneme následující parametrizace křivek κ_{PM} a κ_{AM}:

$$\kappa_{PM} = \begin{pmatrix} k_p \\ k_i \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} -\dfrac{\cos\Phi - \omega_{PM} T \sin\Phi}{K} - \dfrac{\omega_{PM}^2 k_d T_f}{1 + \omega_{PM}^2 T_f^2} \\ \omega_{PM} \dfrac{\sin\Phi + \omega_{PM} T \cos\Phi}{K} + \dfrac{\omega_{PM}^2 k_d}{1 + \omega_{PM}^2 T_f^2} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}, \tag{6.10}$$

$$\kappa_{AM} = \begin{pmatrix} k_p \\ k_i \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} -\dfrac{\cos\Psi - \omega_{AM} T \sin\Psi}{K \cdot AM} - \dfrac{\omega_{AM}^2 k_d T_f}{1 + \omega_{PM}^2 T_f^2} \\ \omega_{AM} \dfrac{\sin\Psi + \omega_{AM} T \cos\Psi}{K \cdot AM} + \dfrac{\omega_{AM}^2 k_d}{1 + \omega_{AM}^2 T_f^2} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{6.11}$$

Dostali jsme soustavu čtyř nelineárních rovnic. Její analytické řešení je obtížné, navíc v našem případě existuje řešení nekonečně mnoho. Proto se v původní metodě přikročilo ke grafickému řešení, kdy se křivky κ_{PM} a κ_{AM} vykreslí v rovině k_p, k_i. Jejich průsečíky pak odpovídají řešení soustavy rovnic. Vykreslení obou křivek si můžeme prohlédnout na Obr. 18.

Nevýhodou grafického řešení je samozřejmě nemožnost jeho zautomatizování. Proto je třeba problém řešit numericky. V této práci bylo přistoupeno k následujícímu postupu. Obě křivky jsou vyčísleny do soustavy bodů. Postupným prohledáváním a porovnáváním se pak snažíme nalézt jejich průsečík. Nemůžeme samozřejmě počítat s tím, že hledaný bod bude přímo mezi předpočítanými daty, a proto je nutné postupně prokládat každé dva sousední body jedné křivky úsečkou a kontrolovat, jestli tato úsečka nemá průsečík s jakoukoliv analogicky vzniklou úsečkou na druhé křivce. Nevýhoda tohoto názorného postupu je jeho kvadratická časová náročnost. Pro toto řešení je samozřejmě vhodné, abychom co nejvíce omezili počet vyčíslených bodů. Docházíme tak k otázce, zda neexistují nějaké hranice, za kterými už nemá smysl vyčíslovat další body. Podrobně se této otázce budeme věnovat v následující kapitole. Ještě před tím však uvedeme některé vlastnosti fyzikálně vhodného řešení.

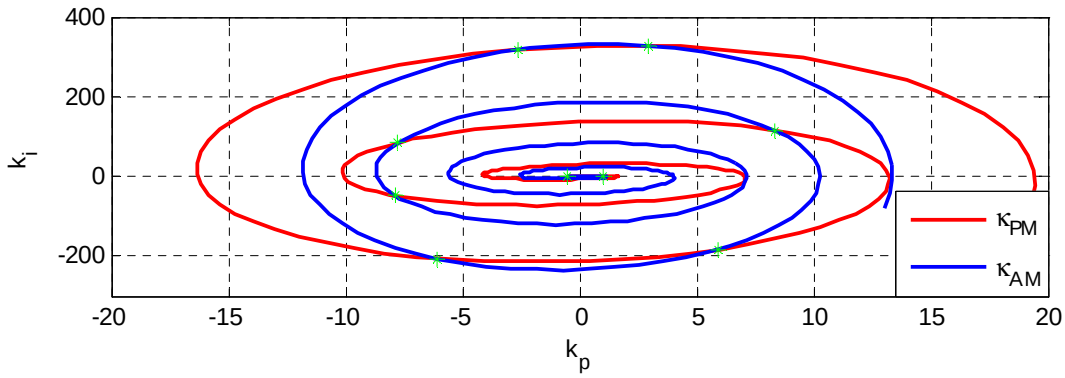
Je důležité si uvědomit, že průsečík se má nalézat v prvním kvadrantu. To proto, aby byly konstanty regulátoru kladné. Jinak bychom mohli velmi snadno dostat uzavřenou smyčku s neminimální fází. Dále si musíme uvědomit, že existenci průsečíku v prvním kvadrantu nemáme zaručenou, že průsečík nemusí existovat, nebo jich může existovat více, nebo že se mohou všechny nalézat mimo první kvadrant.

Dále je dobré si uvědomit, že metoda sama o sobě nezaručuje výslednou stabilitu obvodu. Jejím hlavním úkolem, který samozřejmě splní, je nastavit Nyquistův graf tak, aby procházel body odpovídajícími předepsané *AM* a *PM*. Bohužel ale nikde nemáme zaručeno, že těmito body projde takovým způsobem, aby výsledný regulační obvod byl stabilní. Zmíněný problém pak může nastat především u systémů s dopravním zpožděním, kdy dochází díky dopravnímu zpoždění k nekonečně mnoha oběhům Nyquistovy křivky okolo počátku. Potom existuje nekonečně mnoho průsečíků této křivky se zápornou reálnou poloosou, kde odečítáme amplitudovou bezpečnost. Metoda pak zaručuje pouze to, že bodem, který odpovídá požadované *AM*, bude skutečně Nyquistova křivka procházet, nezaručuje však, že nalevo od něj už nebude žádný jiný průsečík se zápornou reálnou poloosou.

6.1.4 Určení rozsahu frekvencí, pro něž mají křivky *AM* a *PM* smysl

V této kapitole budou stanoveny podmínky kladené na hledané řešení. Také se zde určí rozsah frekvencí ω_{PM} a ω_{AM}, pro který má smysl obě křivky κ_{PM} a κ_{AM} vykreslovat (a také vyčíslovat). To je důležité pro efektivitu algoritmu hledajícího průsečíky obou křivek.

V systému se vyskytuje dopravní zpoždění. Jeho Laplaceův obraz je komplexní exponenciela. Ta je v oboru komplexních čísel periodická, což je vidět na jejím rozkladu pomocí Eulerova vzorce. Díky tomu se nám v parametrizacích křivek κ_{PM} a κ_{AM} vyskytují periodické, goniometrické funkce. V obou případech je alespoň jedna z nich (buď sinus nebo kosinus) vynásobena frekvencí. Tato kombinace má za následek spirálovitý tvar obou křivek v rovině k_p, k_i. Obě spirály se s rostoucí frekvencí rozšiřují, jak je možné pozorovat na Obr. 18, a protínají se v mnoha bodech.



Obr. 18: Křivky konstantní *PM* a *AM* tvořící pro systém s dopravním zpožděním spirály. Vzájemné průsečíky jsou vyznačeny zeleně.

Dříve jsme se bavili o nutnosti, aby průsečík obou křivek ležel v prvním kvadrantu. Nyní se k této podmínce přidává další podmínka, a to aby se tento průsečík vyskytoval na prvním „závitu“ každé křivky, tedy na prvním obkroužení, které prochází prvním kvadrantem. Protože průsečíky obou spirál budeme hledat pomocí vyčíslení obou křivek, je třeba uplatnit nějaké rozumné omezení na množství vypočtených bodů. Obě křivky máme parametrizovány pomocí jejich přechodových frekvencí ω_{PM} a ω_{AM}. Nyní si ukážeme, jak určit intervaly, ve kterých se tyto frekvence mohou pohybovat. Vyjdeme z literatury [3]. V ní je udán zevrubný popis, jak hranice intervalů nalézt. Základní myšlenka spočívá v tom, že fáze přenosu PID regulátoru se může pohybovat v rozmezí od $-90°$ do $+90°$. Dolní hranice je dána integrační složkou regulátoru, k horní hranici se přiblížíme, protože přenos PID regulátoru má dvě nuly (v čitateli je polynom druhého řádu):

$$G_r(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + \frac{k_d s}{T_f s + 1} = \frac{(k_p T_f + k_d)s^2 + (k_p + T_f)s + 1}{s(T_f s + 1)}. \qquad \textbf{(6.12)}$$

Pokud by regulátor neměl filtrační složku u derivační konstanty, pak by se fáze regulátoru blížila pro velké frekvence přímo $+90°$, s filtrační složkou však skončí na $0°$. K této hranici se však přiblíží shora, a proto je nejlepším odhadem horní meze $+90°$. Nyní vezmeme základní rovnice této kapitoly (**6.4** a **6.5**) a vyjádříme si z nich fázi.

$$G_r(j\omega_{PM})G_s(j\omega_{PM}) = -e^{jPM} = e^{jPM-\pi} \qquad G_r(j\omega_{AM})G_s(j\omega_{AM}) = -1/AM = e^{-j\pi}/AM$$
$$\angle G_r(j\omega_{PM}) + \angle G_s(j\omega_{PM}) = PM - \pi \qquad \angle G_r(j\omega_{AM}) + \angle G_s(j\omega_{AM}) = -\pi$$
$$\angle G_s(j\omega_{PM}) = -\angle G_r(j\omega_{PM}) + PM - \pi \qquad \angle G_s(j\omega_{AM}) = -\angle G_r(j\omega_{AM}) - \pi$$

Dosadíme za fázi regulátoru její minimální a maximální mez a dostaneme následující předpisy:

$$\underline{L}_{PM} = -\frac{3}{2}\pi + PM \le \angle G_s(j\omega_{PM}) \le -\frac{1}{2}\pi + PM = \overline{L}_{PM}, \qquad \textbf{(6.13)}$$

$$\underline{L}_{AM} = -\frac{3}{2}\pi \le \angle G_s(j\omega_{AM}) \le -\frac{1}{2}\pi = \overline{L}_{AM}, \qquad \textbf{(6.14)}$$

kde $\underline{L}_{PM}$, $\overline{L}_{PM}$, $\underline{L}_{AM}$ a $\overline{L}_{AM}$ jsou zkrácené zápisy pro jednotlivé meze intervalů. Pokud budeme dále mluvit o nějaké hranici, označíme ji souhrnně *L*. Nyní nám ještě zbývá vyjádřit vzorec pro fázi soustavy. To provedeme z jejího přenosu:

$$G_s(j\omega) = \frac{K}{j\omega T + 1} e^{-j\omega Td} = \frac{K}{\sqrt{\omega^2 T^2 + 1}} e^{-j\omega Td - j\,\mathrm{arctg}\,\omega T}$$

$$\angle G_s(j\omega) = -\omega T_d - \mathrm{arctg}\,\omega T. \qquad \textbf{(6.15)}$$

Za úhel přenosu soustavy dosadíme jeho minimální a maximální hranice *L*:

$$L = -\omega T_d - \mathrm{arctg}\,\omega T. \qquad \textbf{(6.16)}$$

Protože se jedná o analyticky těžce řešitelnou rovnici, vyřešíme ji numericky. K tomu zavedeme pomocnou funkci

$$g(\omega) = L + \omega T_d + \mathrm{arctg}\,\omega T = 0,$$

která vznikne tak, že převedeme všechny členy rovnice **6.16** na pravou stranu. Nulový bod této funkce pak nalezneme Newtonovou metodou tečen (podrobněji v kapitole 4.1.2). Předpočítáme si první derivaci funkce $g(\omega)$, jejíž nulovou hodnotu hledáme:

$$g'(\omega) = T_d + \frac{T}{1 + \omega^2 T^2}. \qquad \textbf{(6.17)}$$

Nový iterační krok Newtonovy metody je dán následujícím předpisem:

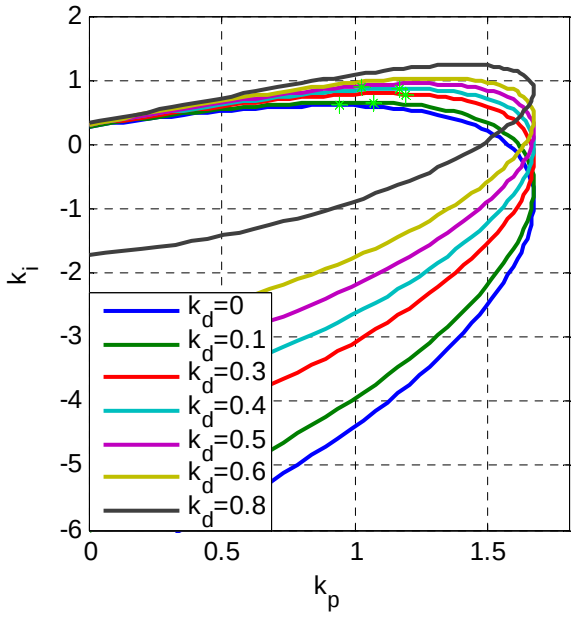
$$\omega_{k+1} = \omega_k - \frac{g(\omega_k)}{g'(\omega_k)} = \omega_k - \frac{L + \omega_k T_d + \operatorname{arctg} \omega_k T}{T_d + \frac{T}{1 + \omega_k{}^2 T^2}}. \qquad (6.18)$$

Pro první iteraci volíme počáteční hodnotu $\omega_0 = 0$. Pokusy bylo zjištěno, že k dosažení přesnosti 10^{-5} je potřeba přibližně pěti iterací. Tato přesnost nám bohatě dostačuje.

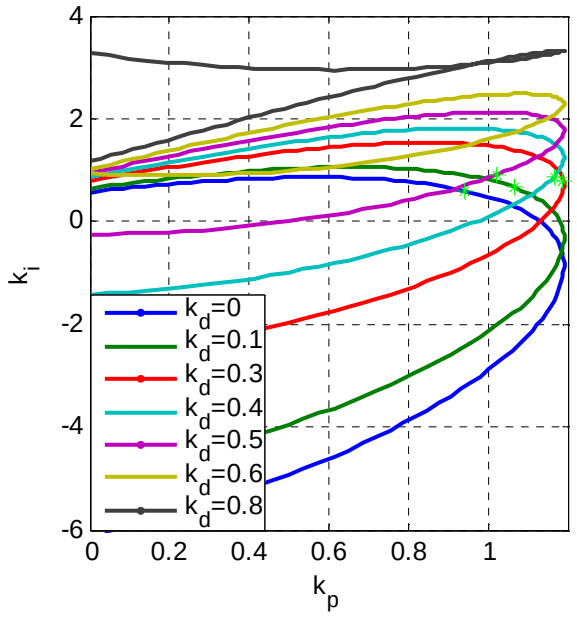
Díky výpočtu mezí intervalů přechodových frekvencí se nám podařilo omezit rozsah křivek κ_{PM} a κ_{AM} na první a čtvrtý kvadrant. Nyní tedy již nedochází k mnohonásobnému obkroužení počátku křivkami. Navíc jsme se dokázali zbavit částí křivek, které nemají fyzikální smysl, protože připouštěly, aby měl PID regulátor fázi větší než +90°.

6.1.5 Metoda nalezení k_d pro metodu vycházející z *AM* a *PM*

Na úvod je třeba říci, čeho jsme již dosáhli. V kapitole 6.1.3 jsme se seznámili s metodou nastavující proporcionální a integrační složku regulátoru. Tato metoda dovolovala do návrhu zahrnout derivační konstantu k_d, nedovolovala ji však vypočítat. V této kapitole se budeme zabývat výpočtem derivační konstanty. Cílem kapitoly tedy je získat všechny tři parametry regulátoru tak, aby vyhovoval předepsané fázové a amplitudové bezpečnosti, které jsou vstupem do algoritmu.



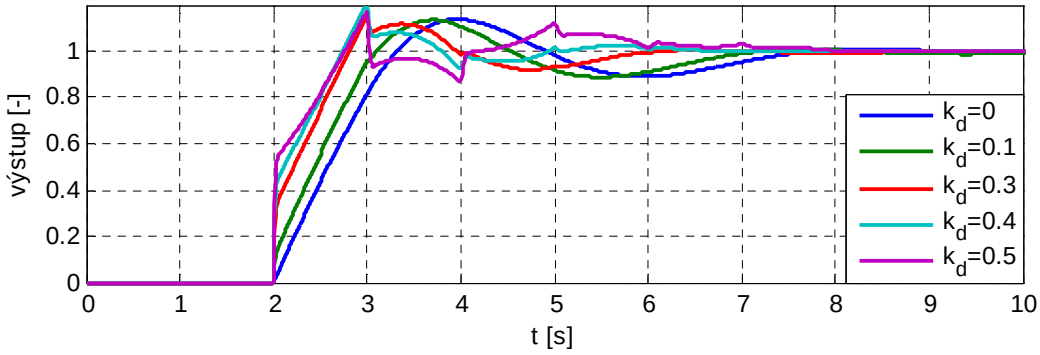
Obr. 19: Vliv k_d na křivky konstantní *PM*



Obr. 20: Vliv k_d na křivky konstantní *AM*

Předložená metoda je heuristická. Vychází z pozorování tvaru křivek amplitudové a fázové bezpečnosti a jejich průsečíku v závislosti na vzrůstající derivační konstantě. Obě křivky jsou

postupně vyobrazeny na Obr. 19 a Obr. 20 pro různé hodnoty k_d. Na obou obrázcích jsou vyznačeny zeleně průsečíky, které mají barevně si odpovídající křivky, jsou li zakresleny do jednoho grafu. Těmto průsečíkům pak odpovídá nastavení regulátorů použitých na Obr. 21:



Obr. 21: Vliv zvyšující se k_d na tvar přechodových charakteristik uzavřené smyčky

Simulace byla prováděna na systému s přenosem: $G_s(s)=\frac{1}{s+1}e^{-s}$ pro $AM=2$ a $PM=60°$.

Pro návrh regulátoru se ukázala užitečná především křivka κ_{AM} (Obr. 20). Vidíme, že se vzrůstající k_d se celá křivka posouvá nahoru. Spodní rameno se posouvá rychleji než horní, až pro velké hodnoty derivační konstanty dojde k překřížení obou ramen. V tomto bodě již není možno nalézt regulátor, který by splňoval požadavky na zadanou *AM*. Porovnáme-li na Obr. 21 různé přechodové charakteristiky, vidíme, že se zvyšováním k_d napřed dochází k urychlování regulačního děje, ale od jisté hodnoty však dochází k výraznému zhoršení kvality regulace a na průbězích se objevují ostré špičky. Srovnáme-li průsečíky (zelené body) s jim odpovídajícími přechodovými charakteristikami, dojdeme k závěru, že pro kvalitní regulační pochod musí průsečík ležet na horní polovině křivky κ_{AM}. To znamená, že k průniku musí dojít dříve, než $k_p(\omega_{AM})$ dosáhne svého maxima. Zároveň požadujeme, aby došlo k průniku křivek κ_{PM} a κ_{AM} v prvním kvadrantu. Jako dobrá volba se pak zdá umístit maximum křivky $k_p(\omega_{AM})$ do bodu, kde $k_i(\omega_{AM})=0$. Tím zajistíme, že průsečík, bude-li existovat, bude ležet v prvním kvadrantu a navíc ještě na horním ramenu křivky κ_{AM}. Tohoto nastavení můžeme dosáhnout vhodnou volbou k_d. Na Obr. 20 by tomuto nastavení odpovídala křivka parametrizovaná derivační konstantou k_d ležící v intervalu mezi 0,1 a 0,3.

Nyní sestavíme rovnice, které zajistí požadované nastavení křivky κ_{AM}. Vyjdeme z její parametrizace (rovnice **6.11**), ale pro zjednodušení zanedbáme filtrační časovou konstantu

($T_f = 0$). Toto zjednodušení můžeme provést, protože její vliv se na křivce κ_{AM} projeví až při vyšší frekvenci ω_{AM} a tato část křivky již neleží v hranicích stanovených v kapitole 6.1.4.

Zjednodušené rovnice křivky κ_{AM}:

$$k_p = -\frac{\cos T_d \omega_{AM} - \omega_{AM} T \sin T_d \omega_{AM}}{K \cdot AM}, \tag{6.19}$$

$$k_i = \omega_{AM} \frac{\sin T_d \omega_{AM} + \omega_{AM} T \cos T_d \omega_{AM}}{K \cdot AM} + \omega_{AM}^2 k_d . \tag{6.20}$$

Cílem metody je zajistit platnost dvou níže uvedených podmínek:

$$k_p'(\omega_{AM}) = 0, \tag{6.21}$$

$$k_i(\omega_{AM}, k_d) = 0. \tag{6.22}$$

Tato soustava rovnic říká, že chceme nalézt takové hodnoty ω_{AM} a k_d, aby křivka κ_{AM} nabývala svého maxima (**6.21**) ve směru osy k_p právě při průchodu touto osou (**6.22**).

Napřed vyřešíme podmínku pro integrační konstantu regulátoru. Tuto rovnici (**6.22**) dosadíme do její parametrizace (**6.20**) a získáme předpis:

$$0 = k_i = \omega_{AM} \frac{\sin T_d \omega_{AM} + \omega_{AM} T \cos T_d \omega_{AM}}{K \cdot AM} + \omega_{AM}^2 k_d . \tag{6.23}$$

Z této rovnice vyjádříme neznámou k_d:

$$k_d = -\frac{\sin T_d \omega_{AM} + \omega_{AM} T \cos T_d \omega_{AM}}{\omega_{AM} \cdot K \cdot AM}. \tag{6.24}$$

Pro zjištění derivační konstanty je tedy potřeba zjistit frekvenci ω_{AM}. Tuto frekvenci zjistíme z první podmínky (**6.21**). Provedeme první derivaci funkce (**6.19**) a položíme ji rovnu nule. Tímto postupem najdeme polohu maxima funkce $k_p(\omega_{AM})$:

$$k_p'(\omega_{AM}) = \frac{T_d \sin T_d \omega_{AM} + \omega_{AM} T_d T \cos T_d \omega_{AM} + T \sin T_d \omega_{AM}}{K \cdot AM} = 0 \tag{6.25}$$

$$0 = (T_d + T)\sin T_d \omega_{AM} + \omega_{AM} T_d T \cos T_d \omega_{AM} \tag{6.26}$$

Vyjádření ω_{AM}, při kterém rovnost platí, je analyticky velmi obtížné, proto se opět uchýlíme k numerickému řešení. Můžeme využít Fibbonaciho metody (kapitola 4.1.1) nebo Newtonovy metody (kapitola 4.1.2). Pro Newtonovu metodu je potřeba spočítat druhou derivaci k_p:

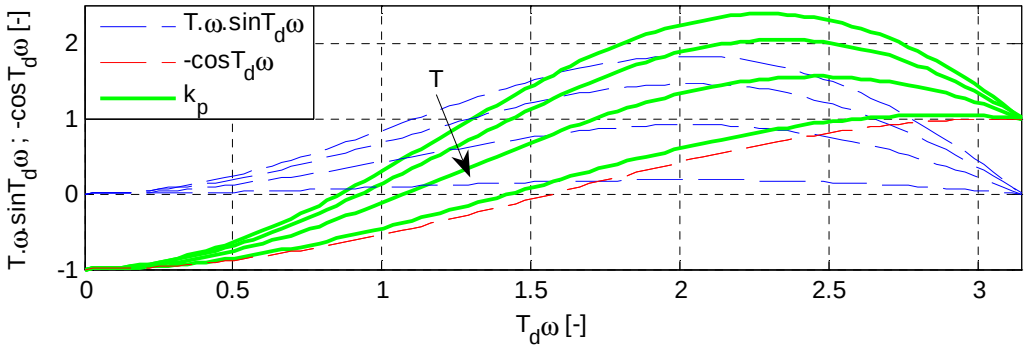
$$k_p''(\omega_{AM}) = \frac{T_d (T_d + 2T)\cos \omega_{AM} T_d - T_d^2 T \omega_{AM} \sin \omega_{AM} T_d}{K \cdot AM}. \tag{6.28}$$

Nyní sestavíme vzorec pro další krok Newtonovy iterace:

$$\omega_{AM\,k+1} = \omega_{AM\,k} - \frac{k_p'(\omega_{AM\,k})}{k_p''(\omega_{AM\,k})} = \omega_{AM\,k} - \frac{(T_d + T)\sin T_d\omega_{AM\,k} + \omega_{AM\,k}T_dT\cos T_d\omega_{AM\,k}}{T_d(T_d + 2T)\cos\omega_{AM\,k}T_d - T_d^2T\omega_{AM\,k}\sin\omega_{AM\,k}T_d}.$$

(**6.29**)

Dále ještě zbývá určit počáteční bod iterace. Určení tohoto bodu je klíčové, protože funkce $k_p(\omega_{AM})$ má více (nekonečně mnoho) lokálních extrémů a špatnou volbou výchozího bodu bychom snadno mohli doiterovat do špatného lokálního extrému. Pro určení výchozího bodu budeme muset udělat rozbor funkce k_p (rovnice **6.19**). Při výpočtu zanedbáme celý její jmenovatel, protože je konstantní a na polohu maxima nemá vliv. Funkce popisující k_p je složena ze součtu dvou goniometrických funkcí stejného argumentu $T_d\omega_{AM}$. První funkcí je záporně vzatý cosinus. Jeho první maximum se vždy nalézá v bodě $\omega_{AM}T_d = \pi$ a je rovno jedné. Druhou funkcí je frekvencí a časovou konstantou vynásobená funkce sinus. Její první maximum se nalézá někde v intervalu $\omega_{AM}T_d \in \left(\frac{\pi}{2};\pi\right) = I$. Počáteční bod intervalu *I* je dán maximem funkce sinus, koncový bod pak její nulovostí. Hodnota maxima je závislá na hodnotě časové konstanty.



Obr. 22: Vliv časové konstanty na polohu maxima funkce k_p

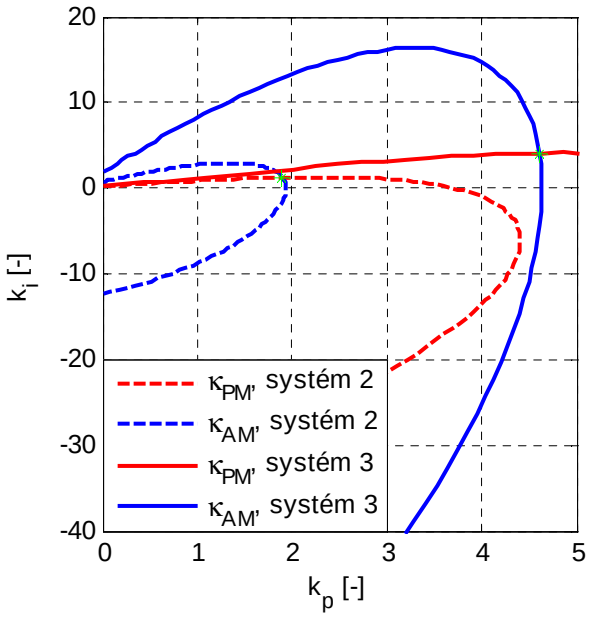
Nyní si uvědomme, že jsme získali dvě hranice pro odhad polohy maxima funkce k_p. Horní hranice je dána polohou maxima funkce -cos, dolní hranice je dána dolní hranicí intervalu *I* (odhadovaný interval, kde se nachází maximum k_p, je tak shodný s intervalem *I*). Tento závěr můžeme udělat na základě pozorování, že jsou obě funkce v intervalu *I* kladné, a pokud jedna nabývá maxima, druhá se blíží k nule. Přesná poloha maxima k_p pak závisí na velikosti časové konstanty, která je vahou mezi oběma funkcemi. Výše popsané úvahy ilustruje Obr. 22. Je zde také znázorněno, jaký vliv má časová konstanta na polohu maxima funkce k_p

a jak se toto maximum posouvá s klesající hodnotou T doprava. Tímto postupem jsme dostali interval:

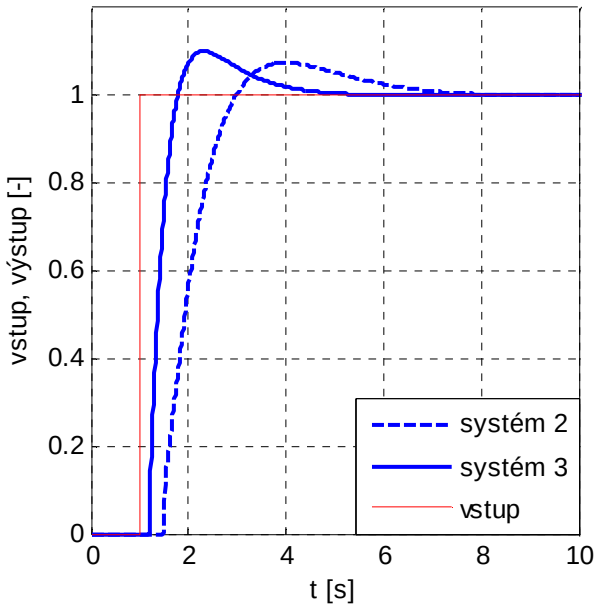
$$\frac{\pi}{2T_d} < \omega_{AM} \leq \frac{\pi}{T_d}, \tag{6.30}$$

který nám může posloužit buď jako interval neurčitosti pro start Fibonnaciho metody anebo, pokud vezmeme jeho střed, jako počáteční bod pro start Newtonovy metody.

Takto numericky získanou frekvenci nyní dosadíme do rovnice (**6.24**) a vypočteme přímo k_d. Použijeme-li takto vypočtenou derivační konstantu jako vstup do metody popsané v kapitole 6.1.3, jsme schopni automaticky získat všechny tři konstanty regulátoru, který bude zajišťovat pro daný proces stálou, předem danou amplitudovou a fázovou bezpečnost. Nyní ještě uvedeme na příkladu, že výše uvedená metoda opravdu dává křivku κ_{AM}, jejíž maximum (ve směru osy k_p) leží přímo na ose k_p.



Obr. 23: Křivka *AM* s maximem ve směru k_p v ose k_p



Obr. 24: Nastavení regulátoru pomocí konstant daných metodou *AM, PM*

Regulátor systému 2:

$k_p = 2{,}5098\,;\ \ k_i = 1{,}9157\,;\ \ k_d = 0{,}2722$

Regulátor systému 3:

$k_p = 4{,}6145\,;\ \ k_i = 4{,}1134\,;\ \ k_d = 0{,}2136$

Na Obr. 23 můžeme vidět, že křivka amplitudové bezpečnosti skutečně protíná vodorovnou osu tak, že se v tomto průsečíku nachází její nejzazší bod v tomto směru. Na Obr. 24 jsou znázorněny průběhy odezev zpětnovazebních systémů na jednotkový skok. K simulacím byly použity systémy 2 a 3 z kapitoly 5. Touto metodou získaná velikost derivační konstanty dává

její maximální odhad. Pokud se nám při návrhu zdá přechodová charakteristika příliš strmá a navržená derivační konstanta příliš veliká, je samozřejmě možné ji vynásobit koeficientem v rozmezí od nuly do jedné a tím derivační konstantu redukovat. Předložená metoda dává pouze horní odhad k_d.

V této kapitole jsme dosáhli dílčích výsledků při návrhu PID regulátoru pomocí amplitudové a fázové bezpečnosti. Pro systém prvního řádu s dopravním zpožděním jsme rozšířili metodu uvedenou v literatuře [2] a [3] tak, že nyní je sama schopna vypočítat všechny tři parametry regulátoru. Tento výsledek je možný díky zavedení podmínek (**6.21**) a (**6.22**) a vyřešení s nimi spojených rovnic.

Zatímco v této kapitole docházelo k adaptaci systému ve frekvenční oblasti (zůstávaly zachovány amplitudová a fázová bezpečnost), v příští kapitole se budeme věnovat adaptaci v oblasti časové.

6.2 Numerická metoda nastavování PID regulátoru

V minulé kapitole jsme se věnovali adaptaci ve frekvenční oblasti, nyní přejdeme k adaptaci v oblasti časové. Hlavním cílem kapitoly bude návrh takového PID regulátoru, který zajistí shodu mezi přechodovou charakteristikou nominálního $y_N(t)$ systému a přechodovou charakteristikou systému po změně parametrů soustavy $y_Z(t)$. Je přirozené, že nemůžeme vždy usilovat o naprostou shodu. Výrazná změna v dynamice soustavy, reprezentované časovou konstantou a dopravním zpožděním, už nedovoluje plné navrácení do původního stavu. Obzvláště dobře je to patrné na změně dopravního zpoždění. Pokud se to zvětší například o 1 s, dojde k posunutí začátku přechodového děje rovněž o jednu sekundu a ani sebelépe nastavený PID regulátor s tím nic nesvede. Proto dále nebudeme trvat na shodě odezev obou systémů, ale na jejich co největší podobnosti. K tomu, abychom mohli pokračovat, je nutné „podobnost“ nějakým způsobem měřit. Zde se nabízí možnost zavedení kriteriální funkce. Její sestavení je vždy zásadní otázka, na kterou neexistuje jednoznačná odpověď. Důležité je, aby funkce nabývala minima pro shodné přechodové charakteristiky a také, aby platilo, že čím více se od sebe obě charakteristiky liší, tím větší je penalizace daná kriteriální funkcí. Protože máme k dispozici navzorkované přechodové charakteristiky (každá má *N* navzájem si v čase odpovídajících vzorků), zavedeme následující kriteriální funkci:

$$F = \sum_{k=1}^{N} \left(y_N(k) - y_Z(k) \right)^2 \qquad (\mathbf{6.31})$$

Kvadrát je do účelové funkce zaveden proto, aby se sčítaly pouze kladné hodnoty. Tím je zajištěno, že při shodnosti obou charakteristik nabude hodnotící funkce svého minima. Kvadrát je možno nahradit libovolnou normou.

Tím, že jsme zavedli kriteriální funkci, se dostáváme do oblasti optimalizace. Tedy řečí našeho problému nalezení takových parametrů regulátoru k_p, k_i a k_d, které minimalizují kriteriální funkci **6.31**:

$$\left(k_p, k_i, k_d\right) = \arg\min_{kp,ki,kd} F, \tag{**6.32**}$$

kde y_N je přechodová charakteristika nominálního modelu s původními parametry regulátoru i soustavy a y_Z je přechodová charakteristika nově navrženého regulátoru a pozměněné soustavy. Pro vyřešení takto definovaného problému použijeme numerické metody vícerozměrné optimalizace, konkrétně gradientní metodu nejrychlejšího sestupu popsanou v kapitole 4.2.1. Nyní pomocí ní budeme prohledávat tří-dimenzionální prostor parametrů regulátoru. Podobně jako v kapitole 5.6.2 věnované identifikaci také zde nemáme k dispozici přesný analytický zápis kriteriální funkce (nemáme k dispozici analytické vyjádření přechodové charakteristiky v závislosti na parametrech regulátoru), ale máme k dispozici možnost nechat si ji vyčíslit v jakémkoliv bodě. Proto opět přistoupíme k náhradě derivací (vyskytujících se v gradientu a v Hessově matici) diferencemi.

Dále musíme vyřešit otázku počátečního bodu pro spuštění gradientní metody. Jako přirozené se zdá vzít parametry nominálního regulátoru. Je rozumné předpokládat, že nové nastavení regulátoru nebude „příliš“ vzdálené od původního.

Dále se nabízí možnost mírně modifikovat hodnotící kritérium. Již v úvodu této kapitoly bylo zmíněno, že nelze potlačit vliv změny dopravního zpoždění na počátek přechodové charakteristiky. Má-li jeden systém větší dopravní zpoždění než druhý, potom i jeho přechodová charakteristika bude začínat později a tento posun nevykompenzuje žádný regulátor. Proto se zdá rozumné při výpočtu kritéria posunout v ose času přechodové charakteristiky na sebe tak, aby jejich počátky „lícovaly“. Nechť jsou t_{dN} a t_{dZ} doby dopravního zpoždění, jak byly definovány v kapitole 5.1 a počet vzorků obou přechodových charakteristik je *N*, potom definujeme kriteriální funkci pro na sebe posunuté přechodové charakteristiky takto:

$$F = \sum_{k=1}^{N-\max(t_{dN}, t_{dZ})} \left(y_N(k + t_{dN}) - y_Z(k + t_{dZ})\right)^2 \tag{**6.33**}$$

Dalším problémem, který se vyskytl při tomto způsobu návrhu regulátoru, je to, že se velmi často dostáváme do oblastí záporné derivační složky. Tento jev nastává při zmenšení dopravního zpoždění a projevuje se vznikem malého záporného podkývnutí na počátku přechodové charakteristiky, kterým se regulátor snaží „oddálit“ počátek přechodového děje. Tento jev se především projevuje při použití hodnotící funkce **6.31**. Při použití funkce **6.33** je vznik podkývnutí do značné míry kompenzován. Tato kompenzace se ale děje za cenu celkového vzájemného posunutí nominální a nové přechodové charakteristiky.

Dalším způsobem, jak se výše popsaného jevu zbavit, je zamezení vstupu gradientní metody do oblasti, kde jsou parametry záporné. Tohoto lze docílit použitím metody popsané na konci kapitoly 5.6.2, kdy se algoritmus zastaví na hranici záporných parametrů a není mu dovoleno pokračovat dále. Problém by šlo rovněž řešit použitím optimalizačních metod, které zahrnují i omezení (např. metoda vnitřního bodu), tento postup však není v této práci použit.

7 SIMULACE

V této kapitole budou prezentovány výsledky, k nimž celá práce směřovala. Dospěli jsme do fáze, ve které umíme poznat z tvaru přechodové charakteristiky změněné hodnoty regulovaného systému (identifikace) a pro tento nový systém již umíme navrhnout regulátor, který zajišťuje, aby se nová přechodová charakteristika co nejvíce podobala původní (adaptace).

Pro identifikaci použijeme pouze gradientní metodu nejrychlejšího sestupu určenou pro zjištění všech parametrů soustavy, která je popsána v kapitole 5.6.2. Metodu založenou na porovnávání dob náběhu a překmitu (kapitola 5.6.1) nelze použít, protože v žádném případě nemáme zaručenu existenci překmitu a navíc se při simulacích ukázalo, že pro některé systémy nepracuje zcela správně.

Pro adaptaci postupně vyzkoušíme gradientní metodu popsanou v kapitole 6.2, a to nejprve pro systém s PID regulátorem navrženým pomocí fázové a amplitudové bezpečnosti (kapitola 6.1) a poté pro soustavu s regulátorem nalezeným cyklickou optimalizací. Dále vyzkoušíme adaptaci ve frekvenční oblasti pomocí metody popsané v kapitole 6.1.

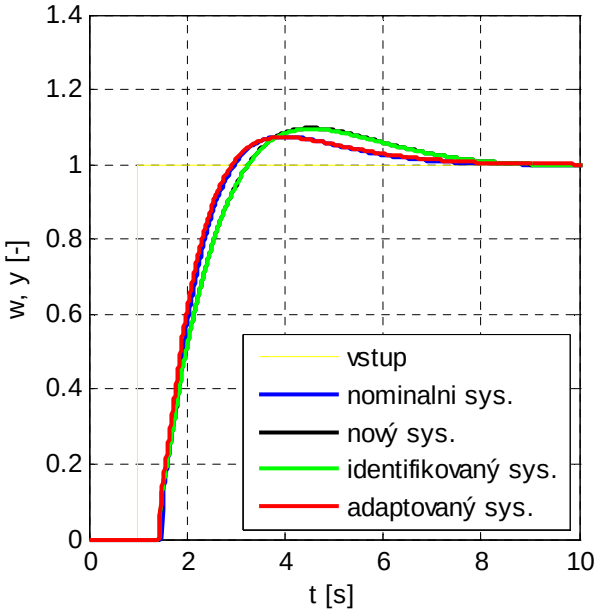
7.1 Identifikace i adaptace s použitím gradientní metody NS

V této kapitole využijeme numerické metody vícerozměrné optimalizace jak pro identifikaci (kapitola 5.6.2), tak pro následné navržení regulátoru (kapitola 6.2). Jako kriteriální funkce pro navržení regulátoru je použita funkce daná předpisem (**6.33**). Z hlediska výpočtu kritéria to znamená posunutí začátků obou přechodových charakteristik na sebe. Tento posun se pak projeví větší podobností tvarů obou přechodových charakteristik. Pro návrh nominálního PID regulátoru byla použita metoda založená na fázové a amplitudové bezpečnosti popsaná v kapitole 6.1. Regulátor byl nastaven s amplitudovou bezpečností $AM = 4$, která zaručuje relativně dobrou odolnost nominálního systému vůči změně zesílení a fázovou bezpečností $PM = 60°$, která dává dobrou robustnost vůči změně dopravního zpoždění. Díky numerickému procesu adaptace samozřejmě již nejsou obě bezpečnosti pro pozměněné systémy dodržovány. Nominální systém a regulátor mají tvary uvedené v Tab. 4:

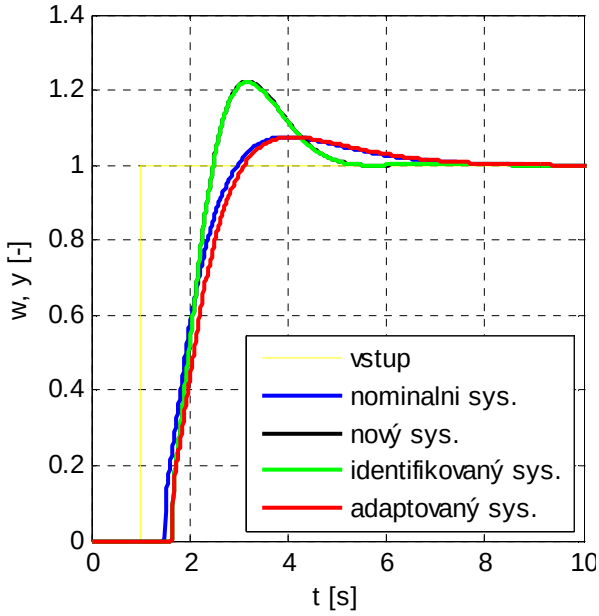
Přenos nominálního systému A	Přenos nominálního regulátoru A
$G_s(s) = \frac{1}{2s+1} e^{-0,5s}$	$G_r(s) = 1,90 + \frac{1,23}{s} + \frac{0,20s}{0,01s+1}$

Tab. 4: Nominální přenosy testovaného systému A

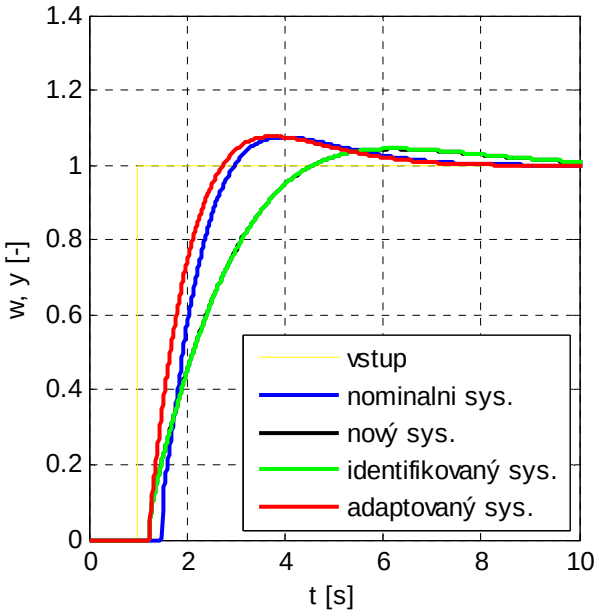
Na následujících obrázcích je žlutě zobrazen referenční signál (vždy se jedná o jednotkový skok). Přechodová charakteristika nominálního systému je vyobrazena modře. Je často téměř celá překryta červenou přechodovou charakteristikou adaptovaného systému, tedy pozměněného systému s nově navrženým regulátorem.



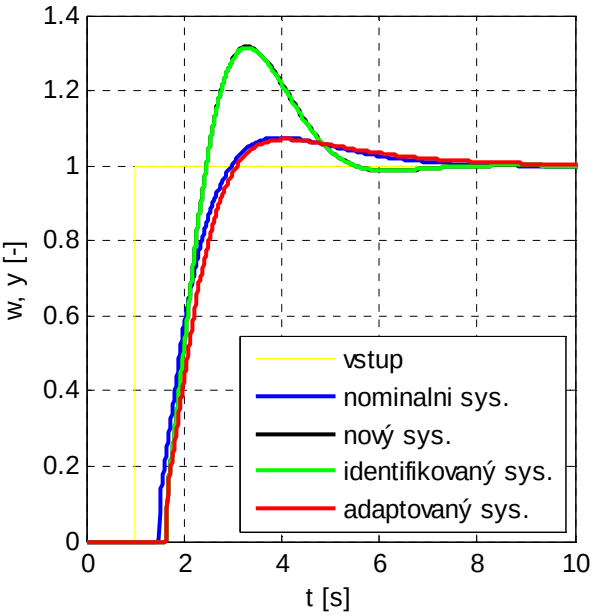
Obr. 25:Adaptace systému A na změny:
ΔK = 0%, ΔT = 20%, ΔT_d = -10%



Obr. 26: Adaptace systému A na změny:
ΔK = 20%, ΔT = 0%, ΔT_d = 30%

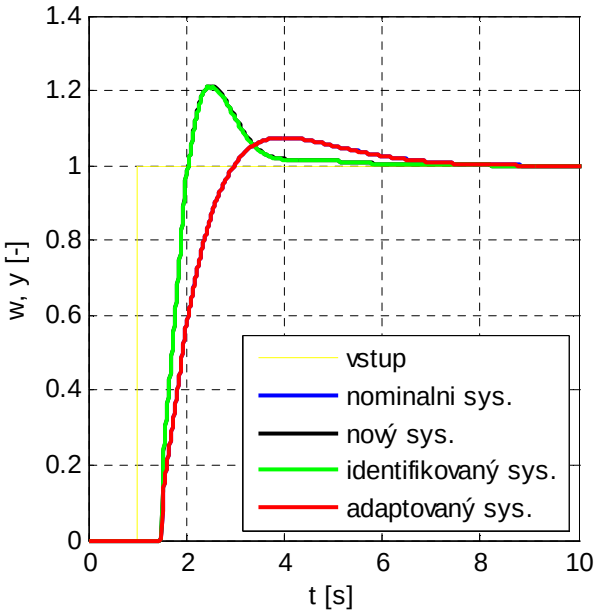


Obr. 27: Adaptace systému A na změny:
ΔK = -30%, ΔT = 10%, ΔT_d = -50%

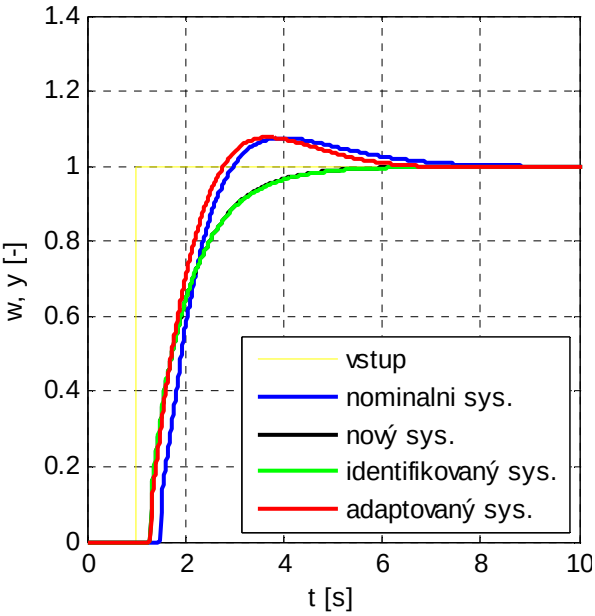


Obr. 28: Adaptace systému A na změny:
ΔK = 60%, ΔT = 40%, ΔT_d = 30%

Pro vykreslení odezvy nového systému (tedy systému složeného z nominálního regulátoru a regulované soustavy s pozměněnými parametry) je použita černá barva. Pro kontrolu jsou na obrázcích vyznačeny zeleně i výsledky procesu identifikace. Ty by měly být v ideálním případě shodné se simulací nového systému. Proto je na všech obrázcích téměř překryta černá křivka (nový systém) zelenou křivkou (identifikace nového systému).



Obr. 29: Adaptace systému A na změny: ΔK = 70%, ΔT = 0%, ΔT_d = 0%



Obr. 30: Adaptace systému A na změny: ΔK = -20%, ΔT = -30%, ΔT_d = -40%

V Tab. 5 jsou pro změny soustavy A uvedeny příslušné, nově nalezené parametry PID regulátoru. Můžeme vidět, že pro všechny uvedené změny zůstaly všechny tři parametry kladné a adaptační mechanismus nikdy nevstoupil do záporných hodnot. To je dáno dobrým nominálním nastavením regulátoru.

	ΔK [%]	ΔT [%]	ΔT_d [%]	k_p [-]	k_i [-]	k_d [-]	t [s]
Obr. 25	0	20	-10	2,352	1,347	0,212	9,125
Obr. 26	20	0	30	1,463	0,875	0,213	8,204
Obr. 27	-30	10	-50	3,548	2,539	0,203	9,453
Obr. 28	60	40	30	1,532	0,675	0,210	26,312
Obr. 29	70	0	0	1,114	0,731	0,119	16,171
Obr. 30	-20	-30	-40	1,827	1,922	0,150	15,125

Tab. 5: Nalezené hodnoty parametrů regulátoru při daných změnách systému A

V posledním sloupci pak jsou uvedeny časy potřebné pro nalezení nového regulátoru. Zde je vidět, že navržený algoritmus je relativně pomalý. Ale také, že k adaptaci a identifikaci jsou potřeba tím větší časy, čím více jsme se vychýlili od nominálního modelu.

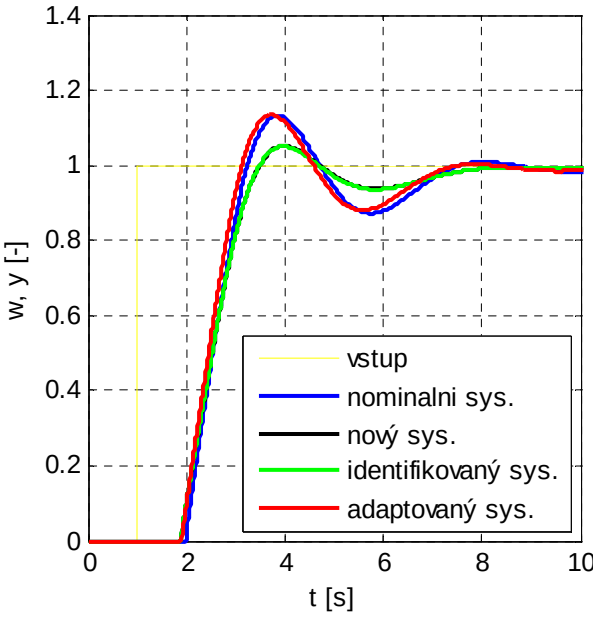
7.2 Gradientní metoda identifikace, gradientní metoda adaptace

V této kapitole jsou použity pro získání výsledků simulací stejné algoritmy jako v kapitole předešlé. Jediný rozdíl je v nominální soustavě a ve způsobu, jakým byl nalezen nominální regulátor. Byla použita metoda cyklické optimalizace. V Tab. 6 jsou uvedeny přenosy soustavy a regulátoru.

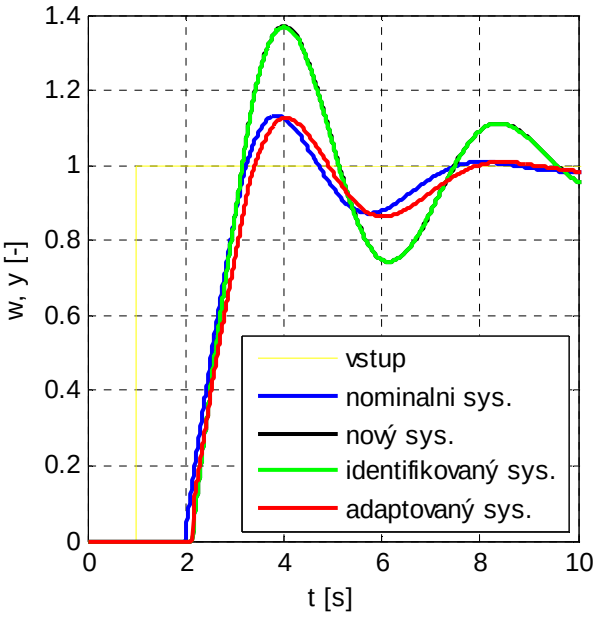
Přenos nominálního systému B	Přenos nominálního regulátoru B
$G_s(s) = \frac{1}{s+1} e^{-s}$	$G_r(s) = 1 + \frac{0{,}6}{s} + \frac{0{,}02s}{0{,}01s+1}$

Tab. 6: Nominální přenosy testovaného systému B

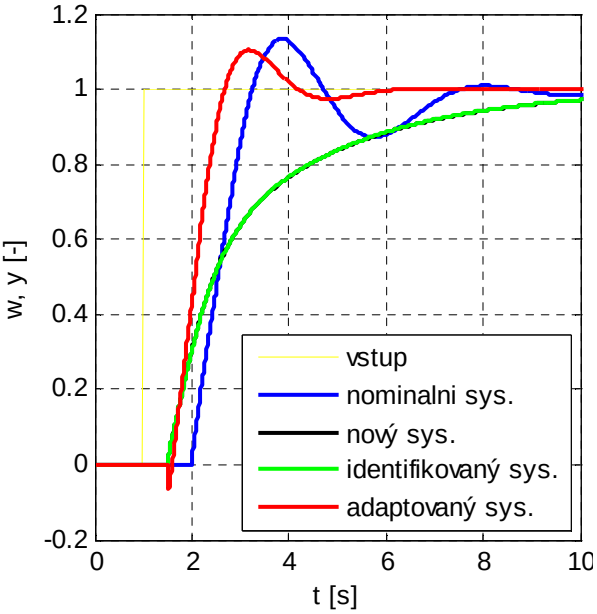
Můžeme si povšimnout, že nominální regulátor má velmi malou derivační složku. To vede k tomu, že se někdy při snížení dopravního zpoždění nebo hodnoty časové konstanty dostáváme do oblasti záporných hodnot derivační složky. To se projevuje malým podkývnutím, které můžeme vidět na Obr. 33. Díky použití kriteriální funkce (**6.33**) je však tento záporný podkmit do značné míry kompenzován. Při použití hodnotící funkce (**6.31**) by byla jeho velikost mnohem větší, a to taková, aby se při návratu do kladných hodnot přechodová charakteristika adaptovaného systému navázala na přechodovou charakteristiku nominálního systému.



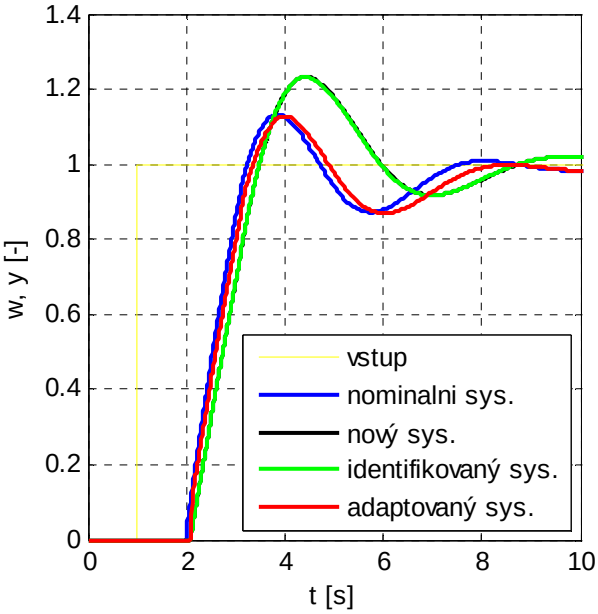
Obr. 31: Adaptace systému B na změny: ΔK = 0%, ΔT = 20%, ΔT_d = -10%



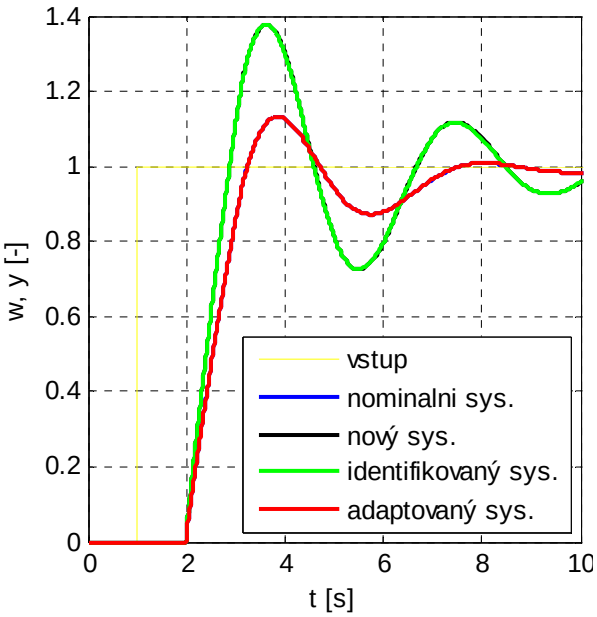
Obr. 32: Adaptace systému B na změny: ΔK = 15%, ΔT = 0%, ΔT_d = 15%



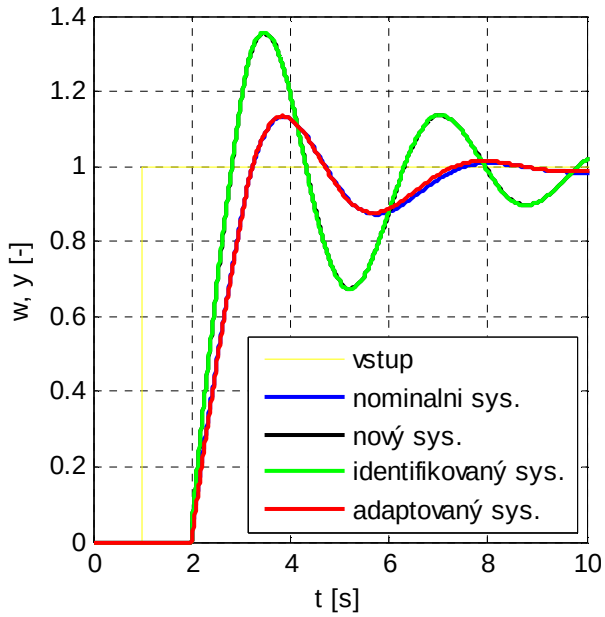
Obr. 33: Adaptace systému B na změny:
ΔK = -30%, ΔT = 10%, ΔT_d = -50%



Obr. 34: Adaptace systému B na změny:
ΔK = 10%, ΔT = 40%, ΔT_d = 10%



Obr. 35: Adaptace systému B na změny:
ΔK = 30%, ΔT = 0%, ΔT_d = 0%



Obr. 36: Adaptace systému B na změny:
ΔK = 20%, ΔT = -20%, ΔT_d = 0%

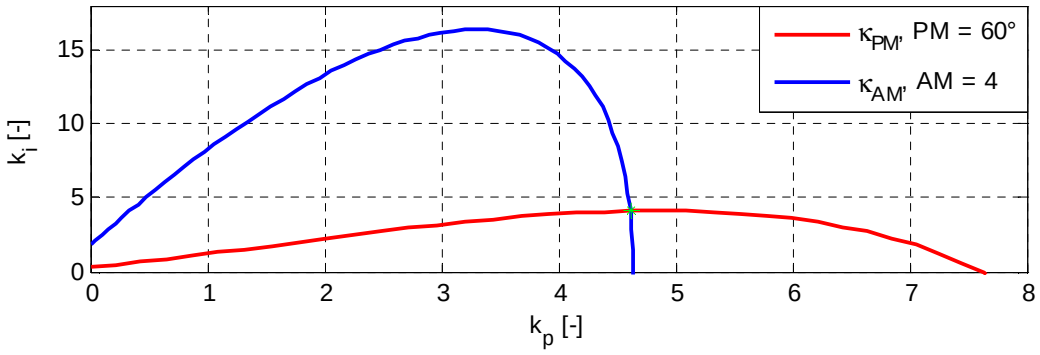
Na Obr. 35 a Obr. 36 můžeme vidět, že k velmi dobré adaptaci dochází především pro systémy, u nichž se nezměnilo dopravní zpoždění. Pokud se změní pouze zesílení systému, je adaptace dokonalá a při malé změně časové konstanty lze rovněž regulovaný systém vrátit do původního stavu. V Tab. 7 jsou uvedeny hodnoty nových konstant regulátoru.

	ΔK [%]	ΔT [%]	ΔT_d [%]	k_p [-]	k_i [-]	k_d [-]	t [s]
Obr. 31	0	20	-10	1,177	0,638	-0,003	6,640
Obr. 32	15	0	15	0,854	0,475	0,068	8,860
Obr. 33	-30	10	-50	1,570	1,402	-0,152	12,578
Obr. 34	10	40	10	1,171	0,504	0,114	8,453
Obr. 35	30	0	0	0,769	0,463	0,015	13,906
Obr. 36	20	-20	0	0,695	0,507	-0,001	19,984

Tab. 7: Nalezené hodnoty parametrů regulátoru při daných změnách systému B

7.3 Gradientní metoda identifikace, adaptace pomocí *AM* a *PM*

V této kapitole se zaměříme na adaptaci na pevnou amplitudovou a fázovou bezpečnost. Jejich hodnoty je potřeba pro nominální systém předem určit, ale poté se již po celou dobu adaptačního procesu nemění a nový regulátor je vždy navržen na jejich konstantní hodnotu. K adaptaci tak dochází ve frekvenční oblasti. Výhodou je, že k iteracím dochází pouze v identifikační části algoritmu. Adaptace probíhá přímou cestou řešením několika rovnic (i když i ty z důvodu nelinearity řešíme buď prohledáváním (závěr kapitoly 6.1.3), nebo iteračně (kapitola 6.1.5)). Nominální systém je navržen stejnou metodou, která je použita i pro hledání regulátorů při adaptaci. Ta se bude dít pomocí nastavení otevřené smyčky na hodnotu amplitudové bezpečnosti $AM = 4$ a fázové bezpečnosti $PM = 60°$. Tyto hodnoty ale nelze volit libovolně. Amplitudová a fázová bezpečnost musí mít takové hodnoty, aby jim odpovídající křivky κ_{AM} a κ_{PM} měly průsečík. Navíc se osvědčilo, aby pro nominální systém křivka κ_{AM} protínala křivku κ_{PM} v její první části, tedy ještě před tím, než κ_{PM} dosáhne maxima ve směru k_i. Toto nastavení je znázorněno na Obr. 37. Změnou hodnot *AM* a *PM* se mění velikost a tvar obou křivek. Velmi zjednodušeně platí, že se vzrůstající amplitudovou bezpečností se κ_{AM} zmenšuje a se vzrůstající fázovou bezpečností se zmenšuje κ_{PM}.



Obr. 37: Nastavení křivek amplitudové a fázové bezpečnosti pro nominální systém C

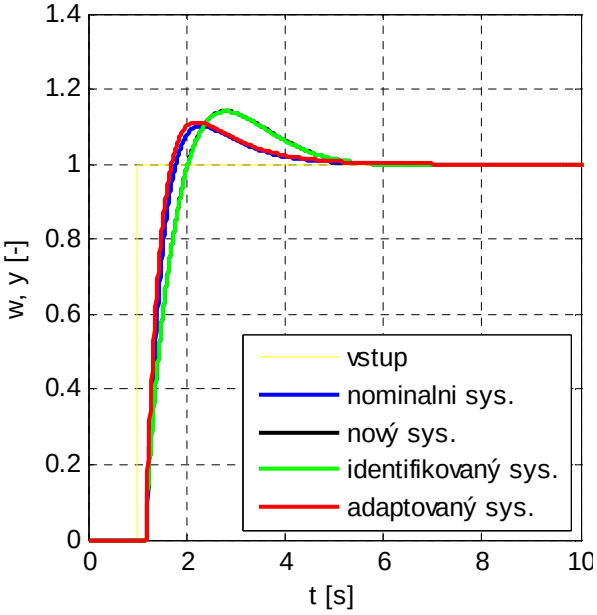
V Tab. 8 jsou uvedeny nominální přenosy regulátoru a regulované soustavy.

Přenos nominálního systému C	Přenos nominálního regulátoru C
$G_s(s) = \frac{1}{2s+1} e^{-0,2s}$	$G_r(s) = 4,615 + \frac{4,113}{s} + \frac{0,214s}{0,01s+1}$

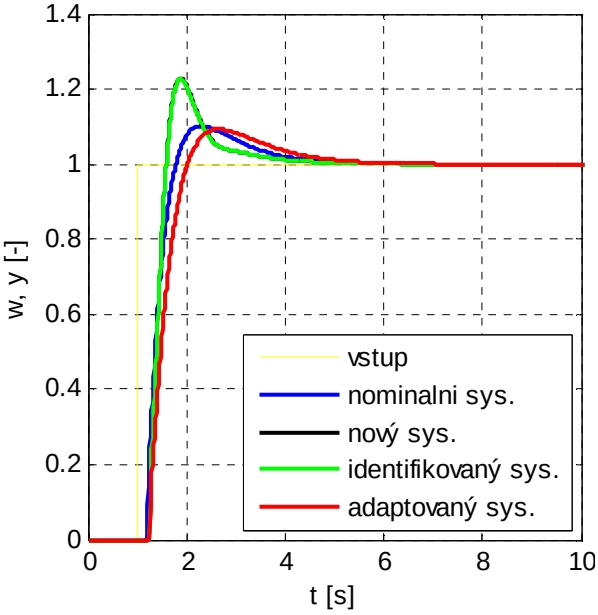
Tab. 8: Nominální přenosy testovaného systému C, *AM* = 4, *PM* = 60°

Tento systém byl zvolen kvůli malému podílu dopravního zpoždění k časové konstantě. Tento poměr by měl zaručovat snadný návrh regulátoru i pomocí známých metod jako je například metoda Zieglera a Nicholse.

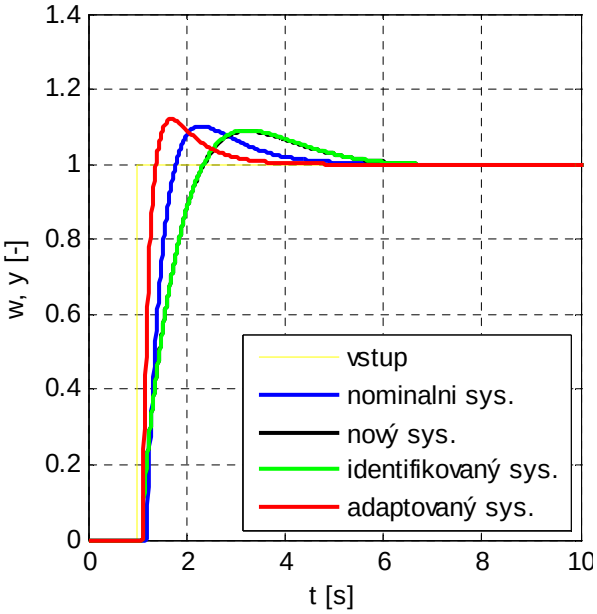
Na Obr. 38 až Obr. 43 jsou znázorněny přechodové charakteristiky před a po provedení adaptace. Opět zde můžeme pozorovat, že k nejlepší adaptaci dochází, pokud se nemění dopravní zpoždění. Pokud se změní pouze zesílení, jak ilustruje Obr. 42, a tato změna je dobře identifikována, pak dochází k nastavení regulátoru takovým způsobem, že přenosy uzavřené smyčky nominálního a adaptovaného systému jsou identické. Obdobně jako v minulém příkladu dochází k velmi dobré adaptaci při malých změnách časové konstanty (Obr. 43). Ve všech případech adaptační mechanismus zachovává překmit velmi podobný nominálnímu. Nejhůře lze vykompenzovat dopravní zpoždění. Oproti předchozím simulacím se při použití této metody při jeho změně mění sklon náběžné hrany přechodové charakteristiky. Při zmenšení T_d je náběžná hrana prudší a při zvětšení T_d se její sklon zmenší.



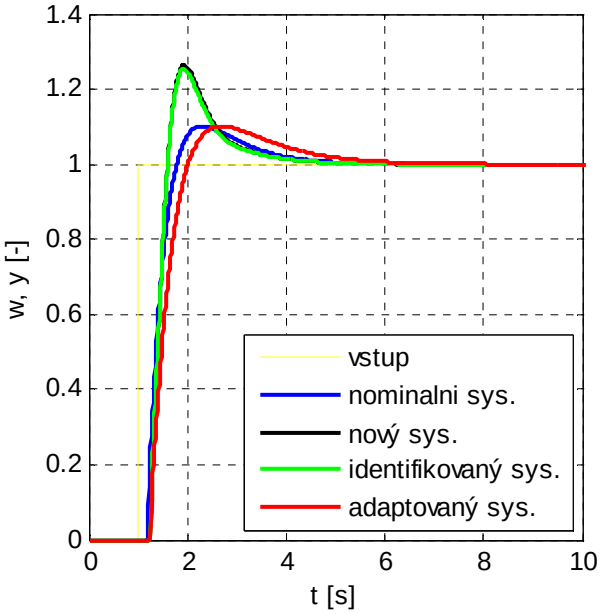
Obr. 38: Adaptace systému C na změny: ΔK = 0%, ΔT = 40%, ΔT_d = -10%



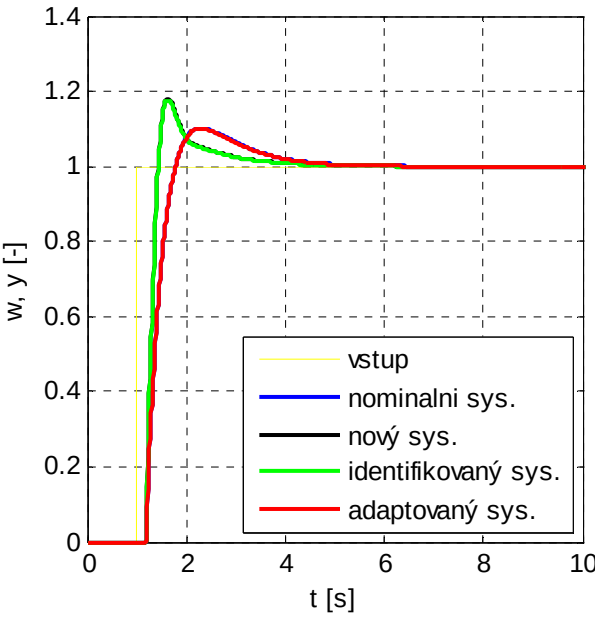
Obr. 39: Adaptace systému C na změny: ΔK = 20%, ΔT = 0%, ΔT_d = 30%



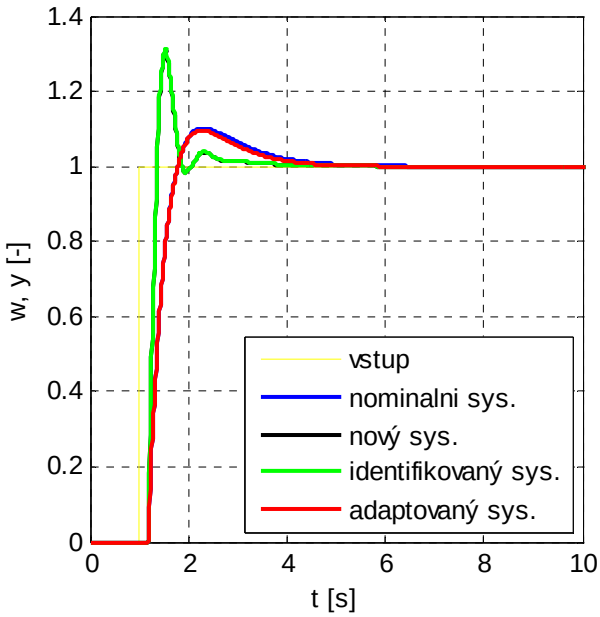
Obr. 40: Adaptace systému C na změny: ΔK= - 30%, ΔT = 10%, ΔT_d = -50%



Obr. 41: Adaptace systému C na změny: ΔK = 60%, ΔT = 40%, ΔT_d = 30%



Obr. 42: Adaptace systému C na změny: ΔK = 60%, ΔT = 0%, ΔT_d = 0%



Obr. 43: Adaptace systému C na změny: ΔK = 60%, ΔT = -20%, ΔT_d = 0%

Nově nalezené hodnoty parametrů regulátoru jsou uvedeny v Tab. 9. Velmi zajímavé jsou především časy potřebné pro běh algoritmu. Můžeme si povšimnout, že se pohybují ve velkém rozmezí. Tento rozdíl je dán především částí identifikace. Adaptační část používající metodu *AM* a *PM* trvá vždy přibližně stejně. Doba identifikace je velmi závislá na konkrétním vychýlení systému od jeho nominální hodnoty.

	ΔK [%]	ΔT [%]	ΔT_d [%]	k_p [-]	k_i [-]	k_d [-]	t [s]
Obr. 38	0	40	-10	7,117	5,701	0,302	12,313
Obr. 39	20	0	30	2,981	2,396	0,176	1,782
Obr. 40	-30	10	-50	14,333	17,960	0,343	9,016
Obr. 41	60	40	30	3,100	2,125	0,186	33,000
Obr. 42	60	0	0	2,886	2,611	0,134	16,890
Obr. 43	60	-20	0	2,315	2,311	0,106	1,125

Tab. 9: Nalezené hodnoty parametrů regulátoru při daných změnách systému C

7.4 Souhrn výsledků simulací

V této kapitole provedeme porovnání výsledků jednotlivých simulací. Mohli jsme si povšimnout, že při adaptaci systému B jsme se dostali gradientní metodou hledání konstant regulátoru do záporných hodnot derivační konstanty. Přitom u obou zbylých systémů jsme zůstali v kladných hodnotách. To souvisí s nastavením nominálního regulátoru. U systému B byl hledán ručně a derivační konstanta byla nastavena na velmi malou hodnotu. Ze simulací vyplývá, že na zmenšení časové konstanty nebo dopravního zpoždění reaguje adaptační mechanismus také tím, že sníží derivační složku (toto snížení musíme ovšem chápat v celkovém kontextu všech parametrů regulátoru, tedy poté, co normujeme derivační konstantu podělením proporcionální konstantou). Pokud je tato konstanta malá již u nominálního regulátoru, pak je přirozené, že se při jejím snižování dostane adaptační mechanismus do záporných hodnot.

Na obrázcích v této kapitole můžeme vidět, že oba dva adaptační mechanismy se dokáží vyrovnat jak se změnou zesílení, tak se změnou časové konstanty. Přímá kompenzace všech projevů změny dopravního zpoždění není možná. Pokud se ovšem smíříme s tím, že nelze ničím vykompenzovat vzájemný posun počátků obou charakteristik, potom dochází i k relativně dobré adaptaci na tento mechanismus.

Dále si musíme uvědomit, že v této práci uvedená metoda má své meze. Parametry soustavy nelze měnit v libovolném rozsahu. To je dáno především identifikační částí algoritmu. Kriteriální funkce navržená pro identifikaci totiž není unimodulární a při velkém vychýlení parametrů od nominálního modelu může algoritmus velmi snadno doiterovat do nesprávného lokálního minima a tím pádem proběhne identifikace špatně. Proto je při použití této metody velmi důležitý požadavek na malou změnu parametrů. Minimálně mezi jednotlivými dávkami dávkového procesu. Tento požadavek se pak uplatní i při hledání regulátoru. Pokud se systém změní nějak výrazně, je pro něj vhodná jiná fázová ale především jiná amplitudová bezpečnost.

8 ZÁVĚR

Cílem této práce bylo navrhnout adaptační mechanismus pro PID regulátor řídící soustavu prvního řádu s dopravním zpožděním. Algoritmus měl být nejprve navržen pro změnu jednoho a poté více parametrů regulované soustavy. Důležitým požadavkem je využitelnost navrženého algoritmu v dávkových procesech. Nejedná se tedy o průběžnou neustále probíhající adaptaci, ale o adaptaci uskutečňovanou jednou za výrobní cyklus, vždy na základě přechodové charakteristiky uzavřené smyčky. Protože má být adaptační mechanismus použit pro dávkové procesy, není nutnou podmínkou jeho činnosti rychlost.

První část práce je věnována přehledu obecných metod adaptace. Při jejím zpracovávání se ukázalo, že tyto metody nejsou pro náš problém vhodné. Z tohoto důvodu bylo nutné v této práci navrhnout vlastní metodu adaptace. Tato metoda má dvě části. První část se zabývá identifikací změny parametrů systému z přechodové charakteristiky uzavřené smyčky. Druhá část se zabývá adaptivním návrhem regulátoru.

V části identifikace je nejprve provedena analýza vlivu parametrů soustavy na tvar přechodové charakteristiky uzavřené smyčky. Tato analýza je provedena čistě numericky bez většího nároku na obecnost. Na základě této analýzy pak byl navržen iterační algoritmus hledání parametrů. Při pozdějších simulacích se ukázalo, že tento algoritmus nekonverguje pro všechny systémy a je citlivý na nominální nastavení regulátoru. Proto bylo přistoupeno k použití metod numerické optimalizace. Zavedli jsme si vhodnou kriteriální funkci, jejíž globální extrém se nalézá v bodě, který odpovídá neznámým parametrům, a tento bod jsme nalezli pomocí gradientní metody nejrychlejšího sestupu. Tato metoda má dva problémy. Protože se jedná o iterační algoritmus, není předem znám počet iterací, který bude potřeba pro dosažení dostatečné přesnosti. Druhým problémem je konvergence tohoto algoritmu. V ideálním případě má totiž být použit pro konvexní kriteriální funkci. Námi navržená hodnotící funkce však konvexní není a navíc má několik lokálních minim. Proto je důležitým předpokladem pro správný chod identifikační metody pouze malá změna hodnot parametrů regulované soustavy oproti nominálnímu systému. Při velké odchylce nominálního systému od změněného se může stát, že gradientní metoda uvízne v některém jiném lokálním minimu a identifikace tak nebude správná. Hranice oblasti konvergence nejsou v této práci diskutovány.

Druhá část adaptační metody zajišťuje adaptaci regulátoru na nově identifikovaný systém. Pro návrh regulátoru byly použity dvě metody. První metoda vychází z pojmů definovaných ve frekvenční oblasti a zajišťuje návrh regulátoru, který garantuje konstantní

fázovou a amplitudovou bezpečnost. Za tímto účelem byla použita metoda uvedená v literatuře [2] a [3]. Tato metoda byla původně určena pro návrh PI regulátoru. V této práci byla aplikována na soustavu prvního řádu s dopravním zpožděním s tím, že pro tento systém byla rozšířena i o přímý návrh derivační složky regulátoru, který původní metoda neumožňovala. V poslední kapitole pak bylo na několika systémech ukázáno, jak navržená metoda funguje. Druhou metodou použitou pro návrh regulátoru je opět metoda vycházející z aparátu numerické optimalizace. Tentokrát se jedná přímo o adaptaci v časové oblasti, jejímž cílem je shoda přechodové charakteristiky nominálního a adaptovaného systému. Tato metoda je iterační, a tak je i časově náročnější než metoda vycházející z amplitudové a fázové bezpečnosti.

V poslední kapitole se práce zabývá zhodnocením výsledků. Funkčnost použitých metod je vyzkoušena na třech rozdílných systémech. Na několika obrázcích je pak ukázána schopnost adaptačního mechanismu přizpůsobovat se změnám.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

[1] Štecha, J. *Optimální rozhodování a řízení – Kopie transparentů*. Vydavatelství ČVUT, 2004.

[2] Shafiei, Z., Shenton, A.T. *Frequency-domain Design of PID Controllers for Stable and Unstable Systems with Time Delay*. Automatica. Vol. 33, No. 12, pp. 2223-2232, 1997.

[3] Ho-Wang Fung, Qing-Guo Wang, Tong-Heng Lee. *PI Tuning of Gain and Phase Margins*. Automatica. Vol. 34, No. 9, pp. 1145-1149, 1998.

[4] John, J. *Nyquistovo kritérium stability – internetová učebnice SARI*. Dostupné na adrese: http://dce.felk.cvut.cz/sri2/ss/Stabilita/nyquist.htm

[5] Franklin, G.F., Powell, J.D., Emani-Naeni, A. *Feedback control of dynamic systems*. Prentice Hall, 2006.

[6] Havel, P. *Frekvenční metody syntézy*. Dostupné na adrese: http://support.dce.felk.cvut.cz/ e-kurzy/file.php/14/ cviceni/SRI_cv5_frekvencni_metody.pdf

[7] Havlena, V. *Materiály k přednáškám předmětu Moderní teorie řízení*. Dostupné na adrese: http://support.dce.felk.cvut.cz/e-kurzy/file.php/15/prednasky/mtr_slidy_2up.pdf

[8] Havlena, V. *Odhadování a filtrace (Doplňkové skriptum)*. Vydavatelství ČVUT, 2002.

[9] Åström, K.J., Wittenmark, B. *Adaptive Control*, Dover Publications, 2008.

[10] Čelikovský, S. *Nelineární systémy*. Vydavatelství ČVUT, 2006.

[11] Klán, P. *Moderní metody nastavení PID regulátorů*. Automa 2000, číslo 9. Dostupné na adrese: http://www.odbornecasopisy.cz/index.php?id_document=27897

[12] O'Dwyer, A. *A summary of PI and PID controller tuning rules for process with time delay*. *Part 2*: *PID controller tuning rules*. Dostupné na adrese: http://arrow.dit.ie/engscheleart/42/

[13] Hladiš, M. *Adaptivní duální řízení*, diplomová práce, Zlín, 2006 Dostupné na adrese: http://theses.cz/id/96gjob/

Pro vývoj algoritmů a ověření jejich funkčnosti byl použit program MATLAB ®

SEZNAM OBRÁZKŮ

OBR. 1: SCHÉMA MRAS ..... - 3 -

OBR. 2: SCHÉMA DUÁLNÍHO ADAPTIVNÍHO SYSTÉMU ..... - 5 -

OBR. 3: BLOKOVÉ SCHÉMA STC ..... - 6 -

OBR. 4: ADAPTAČNÍ SCHÉMA METODY GS ..... - 7 -

OBR. 5: ADAPTAČNÍ SCHÉMA NAVRŽENÉ PRO ŘEŠENÍ NAŠEHO PROBLÉMU ..... - 11 -

OBR. 6: SCHÉMA POUŽITÉ PRO SIMULACI VLIVU ZMĚNY PARAMETRŮ SOUSTAVY NA PŘECHODOVOU CHARAKTERISTIKU UZAVŘENÉ SMYČKY ..... - 21 -

OBR. 7: DEFINICE PARAMETRŮ PŘECHODOVÉ CHARAKTERISTIKY ..... - 21 -

OBR. 8:VLIV DOPRAVNÍHO ZPOŽDĚNÍ NA PŘECHODOVOU CHARAKTERISTIKU CL ..... - 22 -

OBR. 9: VLIV ZMĚNY DOPRAVNÍHO ZPOŽDĚNÍ NA VELIKOST PŘEKMITU ..... - 23 -

OBR. 10: VLIV ZMĚNY DOPRAVNÍHO ZPOŽDĚNÍ NA DOBU NÁBĚHU ..... - 23 -

OBR. 11: ZÁVISLOST VELIKOSTI PŘEKMITU NA ČASOVÉ KONSTANTĚ ..... - 24 -

OBR. 12: VELIKOST DOBY NÁBĚHU V ZÁVISLOSTI NA ČASOVÉ KONSTANTĚ ..... - 25 -

OBR. 13: ZÁVISLOST DOBY USTÁLENÍ NA ČASOVÉ KONSTANTĚ ..... - 25 -

OBR. 14: ZÁVISLOST PŘEKMITU NA ZESÍLENÍ ..... - 26 -

OBR. 15: VLIV ZESÍLENÍ NA DOBU NÁBĚHU ..... - 26 -

OBR. 16: ZÁVISLOST DOBY USTÁLENÍ NA ZESÍLENÍ ..... - 27 -

OBR. 17: AMPLITUDOVÁ A FÁZOVÁ BEZPEČNOST ..... - 37 -

OBR. 18: KŘIVKY KONSTANTNÍ *PM* A *AM* TVOŘÍCÍ PRO SYSTÉM S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM SPIRÁLY. VZÁJEMNÉ PRŮSEČÍKY JSOU VYZNAČENY ZELENĚ. ..... - 41 -

OBR. 19: VLIV K_D NA KŘIVKY KONSTANTNÍ *PM* ..... - 43 -

OBR. 20: VLIV K_D NA KŘIVKY KONSTANTNÍ *AM* ..... - 43 -

OBR. 21: VLIV ZVYŠUJÍCÍ SE K_D NA TVAR PŘECHODOVÝCH CHARAKTERISTIK UZAVŘENÉ SMYČKY ..... - 44 -

OBR. 22: VLIV ČASOVÉ KONSTANTY NA POLOHU MAXIMA FUNKCE K_P ..... - 46 -

OBR. 23: KŘIVKA *AM* S MAXIMEM VE SMĚRU K_P V OSE K_P ..... - 47 -

OBR. 24: NASTAVENÍ REGULÁTORU POMOCÍ KONSTANT DANÝCH METODOU *AM*, *PM* ..... - 47 -

OBR. 25:ADAPTACE SYSTÉMU A NA ZMĚNY: $\Delta K = 0\%$, $\Delta T = 20\%$, $\Delta T_D = -10\%$ ..... - 52 -

OBR. 26: ADAPTACE SYSTÉMU A NA ZMĚNY: $\Delta K = 20\%$, $\Delta T = 0\%$, $\Delta T_D = 30\%$ ..... - 52 -

OBR. 27: ADAPTACE SYSTÉMU A NA ZMĚNY: $\Delta K = -30\%$, $\Delta T = 10\%$, $\Delta T_D = -50\%$ ..... - 52 -

OBR. 28: ADAPTACE SYSTÉMU A NA ZMĚNY: $\Delta K = 60\%$, $\Delta T = 40\%$, $\Delta T_D = 30\%$ ..... - 52 -

OBR. 29: ADAPTACE SYSTÉMU A NA ZMĚNY: $\Delta K = 70\%$, $\Delta T = 0\%$, $\Delta T_D = 0\%$ ..... - 53 -

OBR. 30: ADAPTACE SYSTÉMU A NA ZMĚNY: $\Delta K = -20\%$, $\Delta T = -30\%$, $\Delta T_D = -40\%$ ..... - 53 -

OBR. 31: ADAPTACE SYSTÉMU B NA ZMĚNY: $\Delta K = 0\%$, $\Delta T = 20\%$, $\Delta T_D = -10\%$ ..... - 54 -

OBR. 32: ADAPTACE SYSTÉMU B NA ZMĚNY: $\Delta K = 15\%$, $\Delta T = 0\%$, $\Delta T_D = 15\%$ ..... - 54 -

OBR. 33: ADAPTACE SYSTÉMU B NA ZMĚNY: $\Delta K = -30\%$, $\Delta T = 10\%$, $\Delta T_D = -50\%$ ..... - 55 -

OBR. 34: ADAPTACE SYSTÉMU B NA ZMĚNY: $\Delta K = 10\%$, $\Delta T = 40\%$, $\Delta T_D = 10\%$ ..... - 55 -

OBR. 35: ADAPTACE SYSTÉMU B NA ZMĚNY: $\Delta K = 30\%$, $\Delta T = 0\%$, $\Delta T_D = 0\%$ ..... - 55 -

OBR. 36: ADAPTACE SYSTÉMU B NA ZMĚNY: $\Delta K = 20\%$, $\Delta T = -20\%$, $\Delta T_D = 0\%$ ..... - 55 -

OBR. 37: NASTAVENÍ KŘIVEK AMPLITUDOVÉ A FÁZOVÉ BEZPEČNOSTI PRO NOMINÁLNÍ SYSTÉM C ..... - 56 -
OBR. 38: ADAPTACE SYSTÉMU C NA ZMĚNY: ΔK = 0%, ΔT = 40%, ΔT_D = -10% ..... - 57 -
OBR. 39: ADAPTACE SYSTÉMU C NA ZMĚNY: ΔK = 20%, ΔT = 0%, ΔT_D = 30% ..... - 57 -
OBR. 40: ADAPTACE SYSTÉMU C NA ZMĚNY: ΔK= - 30%, ΔT = 10%, ΔT_D = -50% ..... - 58 -
OBR. 41: ADAPTACE SYSTÉMU C NA ZMĚNY: ΔK = 60%, ΔT = 40%, ΔT_D = 30% ..... - 58 -
OBR. 42: ADAPTACE SYSTÉMU C NA ZMĚNY: ΔK = 60%, ΔT = 0%, ΔT_D = 0% ..... - 58 -
OBR. 43: ADAPTACE SYSTÉMU C NA ZMĚNY: ΔK = 60%, ΔT = -20%, ΔT_D = 0% ..... - 58 -

SEZNAM TABULEK

TAB. 1: VYBRANÉ VZORCE METOD NÁVRHU PID PODLE PŘECHODOVÉ CHAR. SOUSTAVY ..... - 8 -
TAB. 2: TABULKA HODNOT PRO NASTAVENÍ REGULÁTORU POMOCÍ METODY ROZKMITÁVÁNÍ UZAVŘENÉ SMYČKY ..... - 9 -
TAB. 3: PŘENOSY SIMULOVANÝCH SOUSTAV A JEJICH REGULÁTORŮ ..... - 20 -
TAB. 4: NOMINÁLNÍ PŘENOSY TESTOVANÉHO SYSTÉMU A ..... - 51 -
TAB. 5: NALEZENÉ HODNOTY PARAMETRŮ REGULÁTORU PŘI DANÝCH ZMĚNÁCH SYSTÉMU A ..... - 53 -
TAB. 6: NOMINÁLNÍ PŘENOSY TESTOVANÉHO SYSTÉMU B ..... - 54 -
TAB. 7: NALEZENÉ HODNOTY PARAMETRŮ REGULÁTORU PŘI DANÝCH ZMĚNÁCH SYSTÉMU B ..... - 56 -
TAB. 8: NOMINÁLNÍ PŘENOSY TESTOVANÉHO SYSTÉMU C, AM = 4, PM = 60° ..... - 57 -
TAB. 9: NALEZENÉ HODNOTY PARAMETRŮ REGULÁTORU PŘI DANÝCH ZMĚNÁCH SYSTÉMU C ..... - 59 -