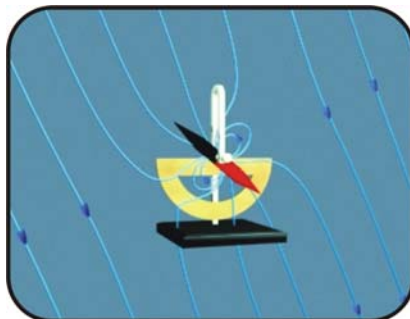


ELEKTŘINA A MAGNETIZMUS

VIII. Úvod do magnetických polí



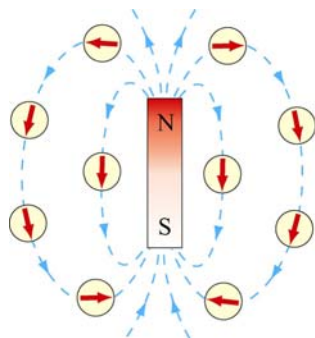
Obsah

8	ÚVOD DO MAGNETICKÝCH POLÍ	2
8.1	ÚVOD	2
8.2	DEFINICE MAGNETICKÉHO POLE	3
8.3	MAGNETICKÁ SÍLA PŮSOBÍCÍ NA ELEKTRICKÝ PROUD	3
8.4	MOMENT PŮSOBÍCÍ NA PROUDOVOU SMYČKU	7
8.4.1	MAGNETICKÁ SÍLA PŮSOBÍCÍ NA DIPÓL	9
8.5	NABITÉ ČÁSTICE V HOMOGENNÍM MAGNETICKÉM POLI	11
8.6	APLIKACE	13
8.6.1	TŘÍDIČKA RYCHLOSTÍ	13
8.6.2	HMOTNOSTNÍ SPEKTROMETR	14
8.7	SHRNUTÍ	15
8.8	ALGORITMY ŘEŠENÍ PROBLÉMŮ	16
8.9	ŘEŠENÉ ÚLOHY	16
8.10	TÉMATICKE OTÁZKY	20
8.11	NEŘEŠENÉ ÚLOHY	20

8 Úvod do magnetických polí

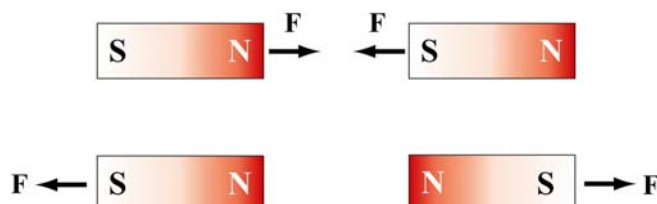
8.1 Úvod

Už jsme si ukázali, že náboj kolem sebe vytváří v každém bodě prostoru elektrické pole \mathbf{E} . Stejným způsobem magnet kolem sebe vytváří magnetické pole \mathbf{B} . Magnetické pole tyčového magnetu můžeme jednoduše demonstrovat pohybem kompasu v jeho okolí. Střelka kompasu bude orientována ve směru siločar magnetického pole, viz obr. 8.1.1.



Obr. 8.1.1: Magnetické pole vytvořené tyčovým magnetem.

Všimněte si, že magnet tvoří dva póly označované jako sever (N) a jih (S). Magnetické pole je nejsilnější na pólech. Siločivky magnetického pole jdou ze severního pólu a následně pak vstupují do jižního pólu magnetu. Pokud budeme držet dva tyčové magnety blízko sebe a budou k sobě orientovány stejnými póly, tak se budou odpuzovat. Budou-li tyčové magnety orientovány opačnými póly k sobě, budou se přitahovat, viz Obr. 8.1.2.



Obr. 8.1.2: Přitahující se a odpuzující se magnety.

Na rozdíl od elektrických nábojů, kde můžeme izolovat kladný a záporný náboj, neexistují magnetické monopóly, severní a jižní pól magnetu jsou vždy v párech. Když rozbijete tyčový magnet, oba nové magnety budou mít severní a jižní pól (Obr. 8.1.3).



Obr 8.1.3: Magnetické monopóly samostatně neexistují.

Jak definujeme magnetické pole \mathbf{B} ? Intenzity elektrického pole \mathbf{E} byla definována jako síla působící jednotkový náboj

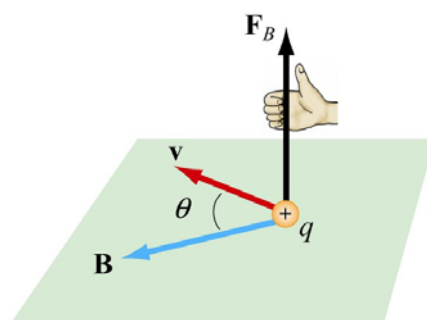
$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}_e}{q}. \quad (8.1.1)$$

Jak jsme si již výše řekli, tato definice není přijatelná, neboť neexistují magnetické monopóly.

8.2 Definice magnetického pole

K definici magnetického pole využijeme částici o náboji q pohybující se rychlostí \mathbf{v} . Z experimentů známe následující chování:

- (1) Velikost magnetické síly působící na náboj \mathbf{F}_B je přímo úměrná velikosti náboje q a rychlosti \mathbf{v} .
- (2) Velikost a směr \mathbf{F}_B závisí na velikostech a směrech \mathbf{v} a \mathbf{B} .
- (3) Na náboj nepůsobí žádná síla, pokud jsou vektory \mathbf{v} a \mathbf{B} rovnoběžné, pokud však svírají úhel θ , vektor \mathbf{F}_B je na oba kolmý a jeho velikost je úměrná $\sin \theta$.
- (4) Pokud se otočí znaménko náboje, otočí se i směr síly \mathbf{F}_B .



Obr. 8.2.1: Směr magnetické síly.

Z jednotlivých bodů pak můžeme odvodit vztah

$$\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}. \quad (8.2.1)$$

Výraz tak definuje indukci magnetického pole v každém bodě prostoru. Velikost síly \mathbf{F}_B je dána vztahem

$$F_B = |q|vB \sin \theta. \quad (8.2.2)$$

Jednotkou SI vektoru magnetické indukce je 1 Tesla (T).

$$1 \text{ Tesla} = 1 \text{ T} = 1 \frac{\text{Newton}}{\text{Columb(metr/sekunda)}} = 1 \frac{\text{N}}{\text{C(m/s)}} = 1 \frac{\text{N}}{\text{Am}}.$$

Další rozšířenou jednotkou, která však není v systému SI, je 1 *gauss* (G), kdy $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$.

Všimněte si, že vektor \mathbf{F}_B je vždy kolmý na vektory \mathbf{v} a \mathbf{B} a tak nemění velikost rychlosti v , tím ani kinetickou energii částice. Jinými slovy, magnetické pole nemůže urychlovat, ani zpomalovat částici. Síla \mathbf{F}_B tak nekoná žádnou práci.

$$dW = \mathbf{F}_B \cdot d\mathbf{s} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v} dt = q(\mathbf{v} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{B} dt = 0. \quad (8.2.3)$$

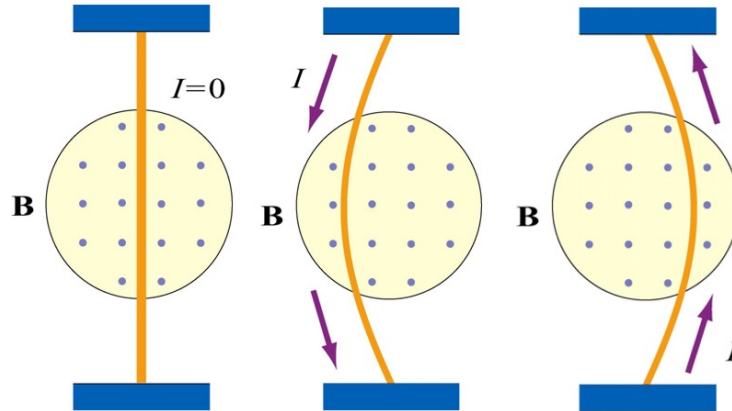
Magnetické pole \mathbf{B} tak mění směr rychlosti \mathbf{v} , jak si dále ukážeme.

8.3 Magnetická síla působící na elektrický proud

Už jsme si ukázali, že na nabitou částici pohybující se magnetickým polem působí magnetická síla \mathbf{F}_B . Protože elektrický proud je tvořen souborem pohybujících se nabitých

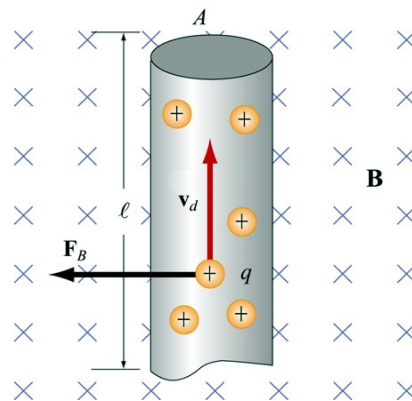
částic, pokud tak vodič, kterým protéká elektrický proud, umístíme do magnetického pole, bude na něj také působit magnetická síla.

Uvažujme dlouhý, rovný vodič ponořený do magnetického pole. Pokud magnetické pole míří z nábysny, je reprezentováno tečkami (\cdot). Pokud vodičem poteče proud směrem dolů, vodič se bude ohýbat doleva. Pokud proud potečen směrem nahoru, drát se bude prohýbat směrem doprava, jak je znázorněno na obrázku 8.3.1.



Obr. 8.3.1: Průhyb drátu, kterým teče elektrický proud.

Abychom mohli spočítat sílu, působící na vodič, vezměme si element vodiče délky l o průřezu A , jak je znázorněno na obrázku 8.3.2. Magnetické pole mířící do nábysny je znázorněno křížky (\times).



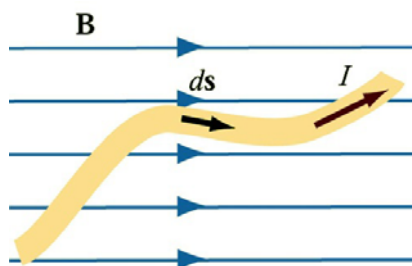
Obr. 8.3.2: Magnetická síla působící na vodič.

Náboje se pohybují průměrnou driftovou rychlostí \mathbf{v}_d . Celková velikost náboje ve vodiči je dána vztahem $Q = q(nAl)$, kde n je koncentrace nabitých částic, tedy počet nabitých částic v jednotkovém objemu. Celková magnetická síla působící na segment je

$$\mathbf{F}_B = Q\mathbf{v}_d \times \mathbf{B} = qnAl(\mathbf{v}_d \times \mathbf{B}) = I(\mathbf{l} \times \mathbf{B}), \quad (8.3.1)$$

kde $I = nqv_d A$ a \mathbf{l} je délkový vektor o velikosti l a jeho směr je stejný jako směr proudu ve vodiči.

Pro vodič libovolného tvaru magnetickou sílu spočítáme součtem všech příspěvků síly působící na jednotlivé malé segmenty jej tvořící. Pokud označíme diferenciální segment ds (viz Obr. 8.3.3).



Obr 8.3.3: Vodič umístěný v magnetickém poli.

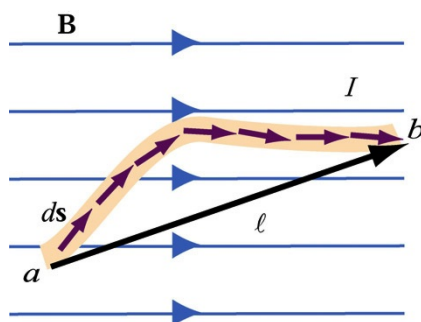
Magnetická síla působící na segment je

$$d\mathbf{F}_B = I d\mathbf{s} \times \mathbf{B} , \quad (8.3.2)$$

celková síla je tak

$$\mathbf{F}_B = I \int_a^b d\mathbf{s} \times \mathbf{B} , \quad (8.3.3)$$

kde a a b reprezentují začátek a konec drátu. Pro příklad vezměme zakřivený drát, kterým teče proud I umístěný v homogenním magnetickém poli \mathbf{B} , viz Obr. 8.3.4.



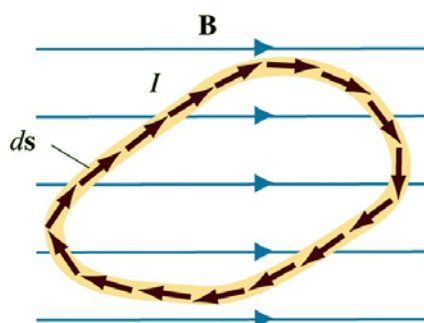
Obr. 8.3.4: Zakřivený drát, kterým teče proud I .

Použitím rovnice (8.3.3) spočítáme magnetickou sílu

$$\mathbf{F}_B = I \left(\int_a^b d\mathbf{s} \right) \times \mathbf{B} = I \mathbf{l} \times \mathbf{B} , \quad (8.3.4)$$

kde \mathbf{l} je délkový vektor mířící z bodu a do bodu b . Pokud však vodič tvoří uzavřenou smyčku libovolného tvaru (viz Obr. 8.3.5), síla působící na smyčku je dána

$$\mathbf{F}_B = I \left(\oint d\mathbf{s} \right) \times \mathbf{B} .$$

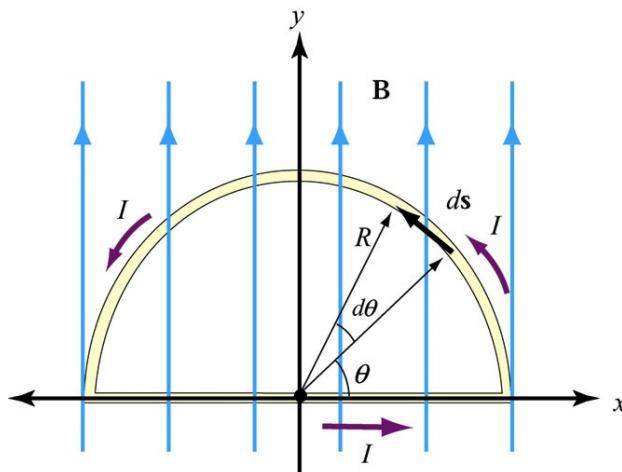


Obr 8.3.5: Uzavřená smyčka, kterou teče proud I , v homogenním magnetickém poli.

Křivkový integrál všech délkových elementů ds uzavřené smyčky je nulový, tedy $\oint ds = 0$.
Výsledná magnetická síla na uzavřenou smyčku je $\mathbf{F}_B = 0$.

Příklad 8.1: Magnetická síla na polokruhovou smyčku.

Uvažujme smyčku, která je tvořena uzavřenou polovinou kružnice v rovině xy a kterou teče proud I proti směru hodinových ručiček, viz Obr. 8.3.6.



Obr. 8.3.6: Polokruhová smyčka, kterou teče proud I .

Smyčka je ponořena do homogenního magnetického pole mířícího do směru $+y$. Spočítejte sílu, která působí na rovný i zakřivený segment smyčky.

Řešení:

Nechť $\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{j}}$ a \mathbf{F}_1 je síla působící na rovnou část smyčky, \mathbf{F}_2 je síla působící na zakřivenou část smyčky a $2R$ je průměr kružnice. Z rovnice (8.3.3) můžeme vyjádřit působící sílu na rovný segment smyčky

$$\mathbf{F}_1 = I(2R\hat{\mathbf{i}}) \times (B\hat{\mathbf{j}}) = 2IRB\hat{\mathbf{k}},$$

kde $\hat{\mathbf{k}}$ míří z nárysny.

Sílu \mathbf{F}_2 spočítáme integrací jednotlivých elementů ds půlkružnicového oblouku, můžeme si zvolit parametrizaci a element přepsat jako $ds = ds\boldsymbol{\theta} = Rd\theta(-\sin\theta\hat{\mathbf{i}} + \cos\theta\hat{\mathbf{j}})$. Sílu působící na element ds můžeme vyjádřit jako

$$d\mathbf{F}_2 = Ids \times \mathbf{B} = IRd\theta(-\sin\theta\hat{\mathbf{i}} + \cos\theta\hat{\mathbf{j}}) \times (B\hat{\mathbf{i}}) = -IBR\sin\theta d\theta\hat{\mathbf{k}}.$$

Síla \mathbf{F}_2 míří do nárysny. Integrací po celém oblouku získáme sílu

$$\mathbf{F}_2 = -IBR\hat{\mathbf{k}} \int_0^\pi \sin\theta d\theta = -2IBR\hat{\mathbf{k}}.$$

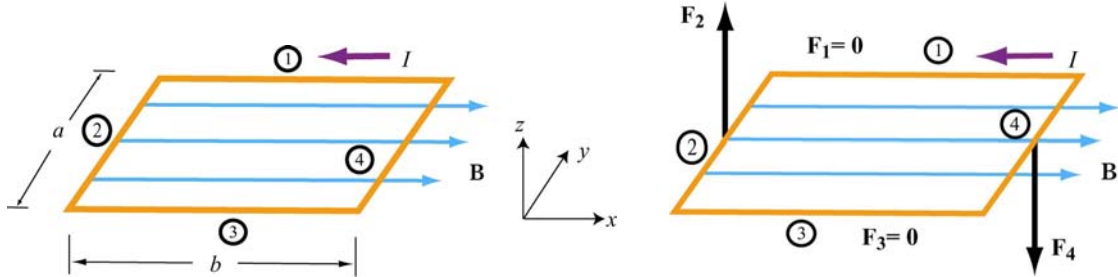
Celková síla působící na smyčku je tedy nulová

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \mathbf{0},$$

což je v souladu s předchozím tvrzením, že výsledná síla působící na uzavřenou smyčku musí být nulová.

8.4 Moment působící na proudovou smyčku

Co se stane, pokud umístíme obdélníkovou smyčku, kterou teče proud I , v rovině xy do homogenního magnetického pole $\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{i}}$, které je paralelní s rovinou smyčky. Viz Obr. 8.4.1.



Obr. 8.4.1: *Nalevo* – obdélníková smyčka umístěná v homogenním magnetickém poli; *vpravo* – magnetická síla působící na stranu 2 a 4.

Z rovnice (8.4.1) vidíme, že na strany 1 a 3 nepůsobí žádná síla, protože strany obdélníku $\mathbf{l}_1 = -b\hat{\mathbf{i}}$ a $\mathbf{l}_3 = b\hat{\mathbf{i}}$, kterými teče proud, jsou rovnoběžné s magnetickým polem \mathbf{B} a jejich skalární součin je proto nulový. Na druhou stranu magnetická síla působící na segmenty 2 a 4 je dána vztahem

$$\begin{cases} \mathbf{F}_2 = (-a\hat{\mathbf{j}}) \times (B\hat{\mathbf{i}}) = IaB\hat{\mathbf{k}} \\ \mathbf{F}_4 = (a\hat{\mathbf{j}}) \times (B\hat{\mathbf{i}}) = -IaB\hat{\mathbf{k}} \end{cases} \quad (8.4.1)$$

kdy síla \mathbf{F}_2 míří z nárýsny a síla \mathbf{F}_4 do nárýsny. Celková síla působící na smyčku je

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \mathbf{F}_4 = \mathbf{0} \quad (8.4.2)$$

dle očekávání nulová. Přestože na smyčku nepůsobí žádná síla, síly \mathbf{F}_2 a \mathbf{F}_4 vytvářejí moment, který způsobuje otáčení smyčky kolem osy y (viz Obr. 8.4.2). Výsledný moment síly vzhledem ke středu smyčky je

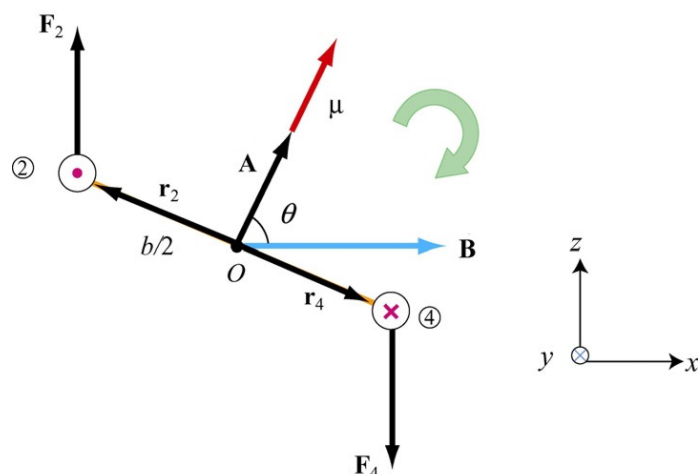
$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= \left(-\frac{b}{2}\hat{\mathbf{i}}\right) \times \mathbf{F}_2 + \left(\frac{b}{2}\hat{\mathbf{i}}\right) \times \mathbf{F}_4 = \left(-\frac{b}{2}\hat{\mathbf{i}}\right) \times (IaB\hat{\mathbf{k}}) + \left(\frac{b}{2}\hat{\mathbf{i}}\right) \times (-IaB\hat{\mathbf{k}}) = \\ &= \left(\frac{IabB}{2} + \frac{IabB}{2}\right) \hat{\mathbf{j}} = IabB\hat{\mathbf{j}} = IAB\hat{\mathbf{j}}, \end{aligned} \quad (8.4.3)$$

kde $A = ab$ je obsah smyčky a kladné znaménko momentu znamená, že se smyčka bude kolem osy y otáčet ve směru hodinových ručiček. Je pohodlné zavést si vektor $\mathbf{A} = A\hat{\mathbf{n}}$, kde $\hat{\mathbf{n}}$ je jednotkový vektor kolmý na plochu smyčky. Kladný směr jednotkového vektoru určíme pravidlem pravé ruky. V tomto případě je $\hat{\mathbf{n}} = +\hat{\mathbf{k}}$. Moment síly tak můžeme přepsat jako vektorový součin

$$\boldsymbol{\tau} = I\mathbf{A} \times \mathbf{B}. \quad (8.4.4)$$

Všimněte si, že největší moment působí, pokud je indukce magnetického pole \mathbf{B} rovnoběžná s rovinou smyčky (nebo kolmá k \mathbf{A}).

Uvažme nyní obecnější případ, kdy smyčka (nebo plošný vektor \mathbf{A}) a indukce \mathbf{B} spolu svírají úhel θ .



Obr. 8.4.2: Rotace obdélníkové proudové smyčky.

Z obrázku 8.4.2 můžeme ramena síly vyjádřit jako

$$\mathbf{r}_2 = \frac{b}{2}(-\sin\theta \hat{\mathbf{i}} + \cos\theta \hat{\mathbf{k}}) = -\mathbf{r}_4 \quad (8.4.5)$$

a výsledný moment je

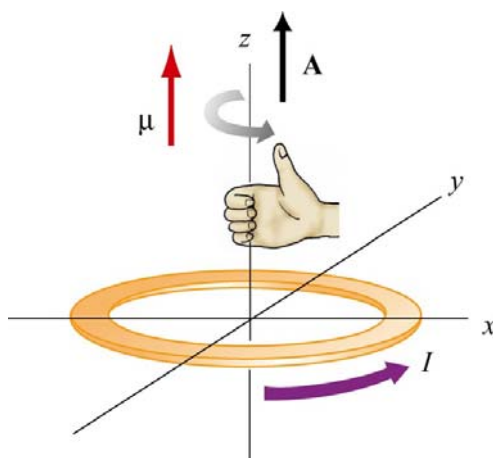
$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2 + \mathbf{r}_4 \times \mathbf{F}_4 = 2\mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2 = 2\frac{b}{2}(-\sin\theta \hat{\mathbf{i}} + \cos\theta \hat{\mathbf{k}}) \times (IaB \hat{\mathbf{k}}) = \\ &= IabB \sin\theta \hat{\mathbf{j}} = I\mathbf{A} \times \mathbf{B}. \end{aligned} \quad (8.4.6)$$

Pro cívku o N závitů je velikost výsledného momentu

$$\tau = NIAB \sin\theta. \quad (8.4.7)$$

Hodnota $NI\mathbf{A}$ bývá označována jako magnetický dipólový moment $\boldsymbol{\mu}$

$$\boldsymbol{\mu} = NI\mathbf{A}. \quad (8.4.8)$$



Obr. 8.4.3: Pravidlo pravé ruky pro určení směru magnetického dipólového momentu.

Směr $\boldsymbol{\mu}$ je stejný jako směr vektoru \mathbf{A} (kolmý na plochu smyčky) a jeho orientace je určena pravidlem pravé ruky (viz Obr. 8.4.3). SI jednotkou pro magnetický dipólový moment je

Ampér metr² (Am²). Použitím výrazu $\boldsymbol{\mu}$ můžeme výsledný moment síly působící na proudovou smyčku přepsat jako

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}. \quad (8.4.9)$$

Tento výraz je analogický s elektrickým dipólem, kde $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$, viz rovnice (2.8.3), je moment působící na elektrický dipól \mathbf{p} umístěný v elektrickém poli intenzity \mathbf{E} . Obdobně bude vypadat i potenciální energie, která v případě elektrického dipólu je $U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$ (rovnice 2.8.7). Práce vykonaná vnější silou, která otočí dipól z výchozí pozice θ_0 do pozice θ je dána

$$\begin{aligned} W_{\text{vnější}} &= \int_{\theta_0}^{\theta} \tau d\theta' = \int_{\theta_0}^{\theta} \mu B \sin \theta' d\theta' = \mu B (\cos \theta_0 - \cos \theta) = \\ &= \Delta U = U - U_0. \end{aligned} \quad (8.4.10)$$

Práce vykonaná magnetickým polem je $W = -W_{\text{vnější}}$. Nulovou hodnotu potenciálu U_0 vezmeme pro referenční úhel $\theta_0 = \pi/2$, potenciální energie dipólu ve vnějším magnetickém poli je

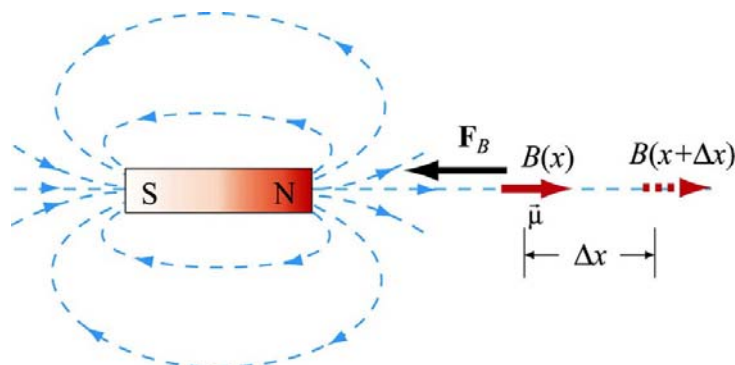
$$U = -\mu B \cos \theta = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}. \quad (8.4.11)$$

Dipól má rovnovážnou polohu stabilní, kdy vektory $\boldsymbol{\mu}$ a \mathbf{B} jsou rovnoběžné a míří stejným směrem, minimální hodnota potenciálu $U_{\min} = -\mu B$, při opačné orientaci, kdy vektory $\boldsymbol{\mu}$ a \mathbf{B} jsou antiparalelní je dipól v rovnovážné poloze labilní, s maximální hodnotou potenciálu $U_{\max} = +\mu B$.

8.4.1 Magnetická síla působící na dipól

Už jsme si ukázali, že výslednice sil působící na proudovou smyčku, která je v homogenním magnetickém poli je nulová. Jak se však situace změní, pokud smyčku umístíme do heterogenního magnetického pole?

Uvažme situaci, kdy malý magnetický dipól $\boldsymbol{\mu}$ je umístěn na ose symetrie tyčového magnetu, viz Obr. 8.4.4.



Obr. 8.4.4: Magnetický dipól v blízkosti tyčového magnetu.

Na dipól působí přitažlivá síla, která je způsobena nehomogenním magnetickým polem. Proto, pokud chceme dipól přemístit o Δx doprava, musíme působit vnější silou. Práce, kterou vykonáme k přesunutí dipólu je dána

$$W_{\text{vnější}} = \Delta U = -\mu B(x + \Delta x) + \mu B(x) = -\mu [B(x + \Delta x) - B(x)], \quad (8.4.12)$$

kde jsme využili rovnice (8.4.11). Pro malou hodnotu Δx získáme vnější sílu jako

$$F_{\text{vnější}} = \frac{W_{\text{vnější}}}{\Delta x} = -\mu \frac{[B(x + \Delta x) + B(x)]}{\Delta x} = -\mu \frac{dB}{dx}, \quad (8.4.13)$$

síla je kladná, pokud $dB/dx < 0$, tedy indukce magnetického pole ubývá se vzrůstajícím x . $F_{\text{vnější}}$ je opačná síla k přitažlivé síle magnetu, tedy

$$F_B = \mu \frac{dB}{dx} = \frac{d}{dx}(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}), \quad (8.4.15)$$

Obecně můžeme magnetickou sílu působící na dipól $\boldsymbol{\mu}$ v nehomogenním magnetickém poli \mathbf{B} zapsat jako

$$\mathbf{F}_B = \nabla(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}),$$

kde

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{\mathbf{i}} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{\mathbf{j}} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{\mathbf{k}}$$

je operátor gradientu.

V Animace 8.1: Moment síly v konstantním magnetickém poli

„... pokud chceme tento jev pochopit, musíme si uvědomit, že strelka kompasu kmitá proto, že stahuje z okolí silokřivky pole, které by jinak prošly prostorem kolem ní. Je to díky jejímu magnetizmu a polaritě. ...“

Michael Faraday [1855]

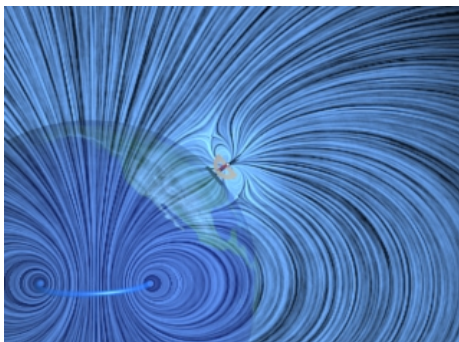
V animaci vidíte strelku kompasu oscilující v magnetickém poli Země na zeměpisné šířce, jakou má přibližně Řím. V těchto severních šířkách magnetické pole míří především dolů a severně. Předpokládejme, že na počátku je magnetický dipól strelky orientován ve směru zemského pole a otáčí se ve směru hodinových ručiček. Při rotaci dipólu jsou magnetické silokřivky natahovány a smršťovány. S tím spojený tah a tlak vytvoří moment sil proti směru hodinových ručiček, který brzdí otáčení strelky.



Obr. 8.4.5: Strelka kompasu jako dipól v magnetickém poli Země.

Po určité době se strelka zastaví. Moment sil orientovaný proti směru hodinových ručiček ale stále existuje a strelka se začne pohybovat v tomto směru. V okamžiku, kdy je orientována rovnoběžně se zemským polem je moment sil nulový. Strelka ovšem setrvačností touto polohou projde a pokračuje v otáčení. Magnetické silokřivky jsou nyní natahovány a stlačovány v opačném smyslu. Otáčivý moment sil má opačné znaménko a zpomaluje otáčivý pohyb strelky ve směru proti hodinovým ručičkám. Po určité době se dipól strelky

opět zastaví a začne se otáčet opět ve směru hodinových ručiček, projde polohou, ve které je rovnoběžný s polem Země a pokud není v systému útlum, pohyb tento kývavý pohyb se opakuje do nekonečna.



Obr. 8.4.6: Magnetický dipól, který jako strelka kompasu osciluje v magnetickém poli Země. V této animaci jsou zobrazeny změny v magnetickém poli země a strelky.

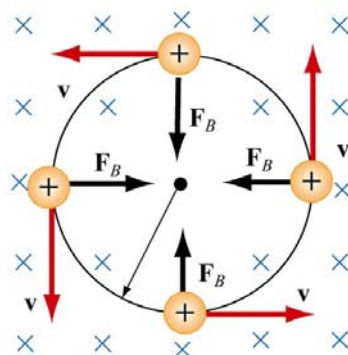
V animaci vidíte hypotetickou situaci, kdy na zemský povrch položíme obří kompas, jehož strelka může kmitat ve svislé rovině. Strelka v zemském poli vykonává netlumené oscilace, které jsou způsobeny interakcí magnetického pole Země a dipólového magnetického pole strelky. Pokud by byly oscilace strelky tlumené, natočila by se strelka ve směru zemského magnetického pole. Povšimněte si, jak je při kmitech strelky celkové pole natahováno a stlačováno v souladu s Maxwellovým tlakem, který způsobuje oscilace strelky.

8.5 Nabité částice v homogenním magnetickém poli

Pokud se částice o hmotnosti m pohybuje po pružnici o poloměru r konstantní rychlostí v , musí na ni působit vnější dostředivá síla $F = mv^2 / r$, která je kolmá na směr rychlosti částice.

V kapitole 8.2 jsme si ukázali, že magnetická síla \mathbf{F}_B vždy míří do směru kolmého k rychlosti nabitě částice \mathbf{v} a k indukci magnetického pole \mathbf{B} . Přestože \mathbf{F}_B nemůže konat práci, může měnit směr rychlosti \mathbf{v} , nikoliv však její velikost. Co se tak stane, pokud nabitá částice vletne do homogenního magnetického pole \mathbf{B} , když je její počáteční rychlost \mathbf{v} kolmá k tomuto poli?

Uvažujme náboj částice $+q$ a magnetické pole \mathbf{B} mířící směrem do nárysny. Částice začne vykovávat pohyb po kružnici a \mathbf{F}_B zde bude hrát roli dostředivé síly, viz Obr. 8.5.1.



Obr. 8.5.1: Trajektorie nabitě částice pohybující se v homogenním magnetickém poli \mathbf{B} s počáteční rychlostí \mathbf{v} kolmou k tomuto poli.

Ze vztahu pro dostředivou sílu získáme

$$qvB = \frac{mv^2}{r}, \quad (8.5.1)$$

z čehož získáme poloměr

$$r = \frac{mv}{qB}. \quad (8.5.2)$$

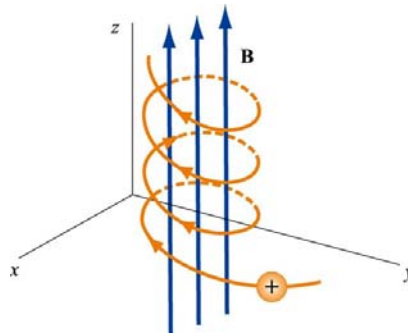
Perioda T (čas potřebný k vykonání jedné otočky) je dán vztahem

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v} \frac{mv}{|q|B} = \frac{2\pi m}{|q|B} \quad (8.5.3)$$

a úhlová rychlost (cyklotronová frekvence) ω částice je

$$\omega = 2\pi f = \frac{v}{r} = \frac{|q|B}{m}. \quad (8.5.4)$$

Pokud počáteční rychlost \mathbf{v} má složku, která je rovnoběžná s magnetickým polem \mathbf{B} , částice nebude vykonávat pohyb po kružnici, ale nelokální pohyb (bude obrotovat silokřivky pole), viz Obr. 8.5.2:



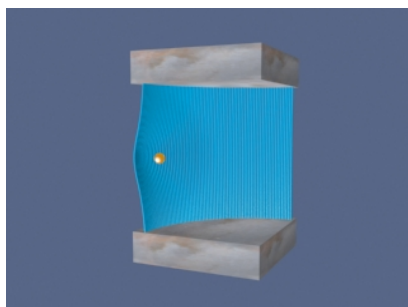
Obr. 8.5.2: Nelokální trajektorie nabitě částice ve vnějším magnetickém poli, jejíž počáteční rychlost měla nenulovou složku rovnoběžnou s magnetickým polem \mathbf{B} .

V Animace 8.2: Nabitá částice pohybující se v homogenním magnetickém poli

V animaci vidíte náboj pohybující se do oblasti s magnetickým polem mířícím svisle vzhůru. Jakmile se náboj dostane do oblasti nenulového vnějšího pole, začne na něho působit síla, která je kolmá na směr pole a na rychlost náboje. Výsledkem je pohyb náboje po oblouku, který je částí kružnice. Tento pohyb trvá, pokud je náboj v oblasti nenulového externího pole. V animaci je zobrazeno celkové magnetické pole, tj. součet externího pole a vlastního pole pohybujícího se náboje. Vlastní pole pohybujícího se náboje (jak ukážeme v kapitole 9) je dáno vztahem

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\mathbf{v} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}. \quad (8.5.5)$$

Vyboulení celkového pole na opačné straně, než je částice tlačena, je způsobeno vznikem magnetického tlaku na této straně. Právě tento tlak je příčinou pohybu částice po oblouku, který je částí kružnice.



Obr. 8.5.3: Nabitá částice pohybující se v magnetickém poli.
Vnější pole míří směrem vzhůru.

V průběhu animace změni pohybující se náboj svůj směr o devadesát stupňů. Jak je to se zachováním hybnosti při tomto procesu? Hybnost je zachována, protože je přenášena z pohybující se částice na proudy, které jsou odpovědné za vznik externího pole. Z konfigurace polí je to patrné. Tlak magnetického pole, který tlačí pohybující se náboj do strany, je doprovázen opačným tahem působícím na proudové zdroje vytvářející externí pole.

Je to patrné, pokud se podíváte podrobně na magnetický tlak v místě, kde siločivky externího pole vstupují do místa svého vzniku, kde jsou uschovány proudy toto pole generující. Mějte na paměti, že magnetické siločivky se chovají tak, jako by šlo o napjaté struny. Ztráta hybnosti pohybující se částice je siločivkami přenášena ke skrytým proudům vytvářejícím homogenní pole.

8.6 Aplikace

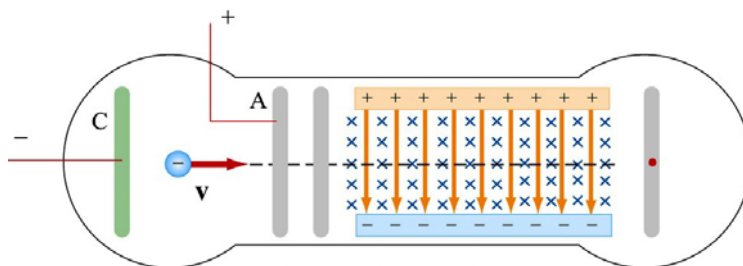
Existuje mnoho aplikací, kdy se nabitě částice pohybují homogenním magnetickým polem.

8.6.1 Třídička rychlostí

Pokud jsou v prostoru jak elektrické pole \mathbf{E} , tak magnetické pole \mathbf{B} je celková síla působící na částici

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (8.6.1)$$

Tato síla bývá také označována jako Lorenzova síla. Kombinací obou polí můžeme vybrat částice, které se pohybují určitou rychlostí. Tohoto principu využil J. J. Thomson, aby změnil poměr náboje ku hmotnosti elektronu. Na obrázku 8.6.1 je schematicky znázorněna Thomsonova aparatura.



Obr. 8.6.1: Thomsonova aparatura.

Elektrony o náboji $q = -e$ a hmotnosti m jsou emitovány katody C a posléze urychleny k mřížce A. Rozdíl potenciálů mezi body A a C necht' je $V_A - V_C = \Delta V$. Změna potenciální energie elektronu je použita k urychlení elektronů $\Delta U = q\Delta V = -e\Delta V$, tato

energie je ze zákona zachování přeměněna v kinetickou energii $K = -\Delta U = mv^2/2$. Z toho dostáváme rychlost elektronů

$$v = \sqrt{\frac{2e\Delta V}{m}}. \quad (8.6.2)$$

Pokud elektrony projdou do oblasti dolů mířícího elektrického pole mezi nabitými deskami, jejich dráha bude zakřivena směrem vzhůru (elektrony mají záporný náboj). Pokud k elektrickému poli přidáme pole magnetické mířící do nárysny, na elektrony bude působit síla dolů $\mathbf{F}_B = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$. Pokud budou tyto síly přesně v rovnováze, na částici nebude působit žádná síla a částice se bude dále pohybovat přímočaře. Z rovnice (8.6.1) vidíme podmínku pro rovnováhu sil $eE = evB$, z čehož získáme

$$v = \frac{E}{B}. \quad (8.6.3)$$

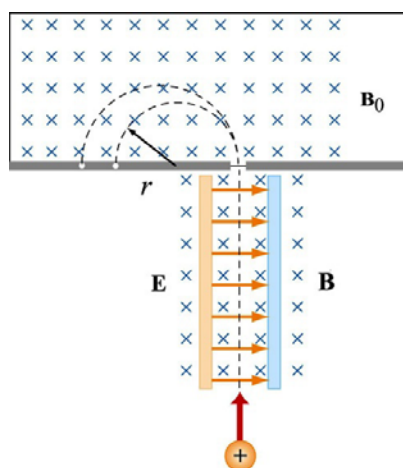
Jinými slovy, pouze částice s rychlostí $v = E/B$ se budou pohybovat přímo rovně. Z obou rovnic získáme vztah

$$\frac{e}{m} = \frac{E^2}{2(\Delta V)B^2}. \quad (8.6.4)$$

Změřením E , ΔV a B můžeme spočítat poměr náboje ku hmotnosti. Z dnešních nejpřesnějších experimentů tento poměr je $e/m = 1,758820174(71) \times 10^{11}$ C/kg.

8.6.2 Hmotnostní spektrometr

Existuje několik způsobů, jak měřit hmotnosti atomů, jedním z nich je použít hmotnostní spektrometr. Hlavní část *Bainbridžského* spektrometru je znázorněna na obrázku 8.6.2. Částice o náboji $+q$ je nejprve vpuštěna do třídičky rychlostí.



Obr. 8.6.2: Hmotnostní spektrometr.

V této části proletí elektrickým a magnetickým polem pouze částice o rychlosti, která splňuje podmínku $E = vB$ a trajektorií je přímá. Z třídičky částice vletí do oblasti homogenního magnetického pole \mathbf{B}_0 , kde ne ni působí magnetická síla zakřívující její pohyb. Částice se pohybuje po kruhové dráze o poloměru r a nakonec narazí do fotografické desky. Z rovnice (8.5.2) získáme

$$r = \frac{mv}{qB_0}. \quad (8.6.5)$$

Do magnetického však pole vltávají částice o rychlosti $v = E/B$, hmotnost částice tak můžeme přepsat jako

$$m = \frac{qB_0 r}{v} = \frac{qB_0 Br}{E}. \quad (8.6.6)$$

8.7 Shrnutí

- **Magnetická síla** působící na náboj q pohybující se rychlostí \mathbf{v} v magnetickém poli \mathbf{B} je dána vztahem

$$\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}.$$

- Magnetická síla působící na drát délky l , kterým teče stálý proud I a je umístěn v magnetickém poli \mathbf{B} je

$$\mathbf{F}_B = I \mathbf{l} \times \mathbf{B}.$$

- Magnetická síla $d\mathbf{F}_B$ působící na malý element vodiče $d\mathbf{s}$, kterým teče proud I a je v magnetickém poli umístěn \mathbf{B} , je

$$d\mathbf{F}_B = I d\mathbf{s} \times \mathbf{B}.$$

- **Moment síly** $\boldsymbol{\tau}$ působící na uzavřenou smyčku plochy A , kterou teče proud I a která je v homogenním magnetickém poli \mathbf{B} je

$$\boldsymbol{\tau} = I\mathbf{A} \times \mathbf{B},$$

kde \mathbf{A} je vektor plochy kolmý na tuto plochu a jeho velikost je A .

- **Magnetický dipólový moment** uzavřené smyčky vodiče o ploše A , kterou teče proud I je dán vztahem

$$\boldsymbol{\mu} = I\mathbf{A}.$$

- Moment síly působící na magnetický dipól $\boldsymbol{\mu}$ umístěný v homogenním magnetickém poli \mathbf{B} je

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}.$$

- Potencionální energie magnetického dipólu v magnetickém poli je

$$U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}.$$

- Pokud částice o náboji q a hmotnosti m vstoupí do magnetického pole o indukci B rychlostí \mathbf{v} , která je kolmá na siločivky magnetického pole, pohybuje se po kružnici o poloměru, resp. s úhlovou rychlostí

$$r = \frac{mv}{|q|B}, \quad \omega = \frac{|q|B}{m}.$$

8.8 Algoritmy řešení problémů

V této kapitole jsme si ukázali, že pokud na nabitou částici působí jak magnetické pole \mathbf{B} , tak elektrické pole \mathbf{E} , výsledná síla je $\mathbf{F} = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_B = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$, kde \mathbf{v} je rychlost částice. Směr síly \mathbf{F}_B je dán vektorovým součinem vektorů \mathbf{v} a \mathbf{B} . V kartézských souřadnicích platí pro jednotkové vektory následující vztahy:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{j}} &= \hat{\mathbf{k}}, & \hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{k}} &= \hat{\mathbf{i}}, & \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{i}} &= \hat{\mathbf{j}}, \\ \hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{i}} &= -\hat{\mathbf{k}}, & \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{j}} &= -\hat{\mathbf{i}}, & \hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{k}} &= -\hat{\mathbf{j}}, \\ \hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{i}} &= \hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{k}} = \mathbf{0}.\end{aligned}$$

Pro vektory $\mathbf{v} = v_x \hat{\mathbf{i}} + v_y \hat{\mathbf{j}} + v_z \hat{\mathbf{k}}$ a $\mathbf{B} = B_x \hat{\mathbf{i}} + B_y \hat{\mathbf{j}} + B_z \hat{\mathbf{k}}$ vektorový součin můžeme spočítat jako determinant matice

$$\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (v_y B_z - v_z B_y) \hat{\mathbf{i}} + (v_z B_x - v_x B_z) \hat{\mathbf{j}} + (v_x B_y - v_y B_x) \hat{\mathbf{k}}$$

Pokud je přítomno pouze magnetické pole a rychlost \mathbf{v} je kolmá k indukci magnetického pole \mathbf{B} , trajektorii částice je kružnice o poloměru $r = rm/|q|B$ a částice se pohybuje s úhlovou rychlostí $\omega = |q|B/m$.

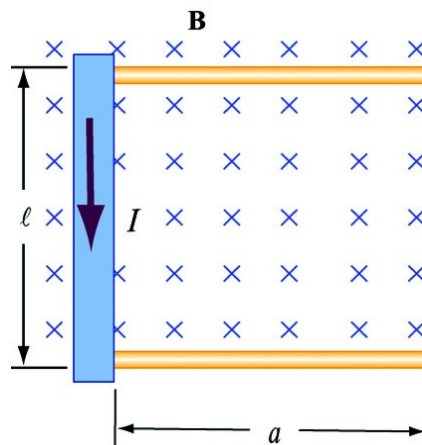
Pokud se zabýváme složitější úlohou je jednodušší pracovat s jednotlivými složkami, například

$$F_x = ma_x = qE_x + q(v_y B_z - v_z B_y).$$

8.9 Řešené úlohy

P 8.9.1 Valící se tyč

Tyč o hmotnosti m a poloměru R se volně valí po dvou kolejích délky a a jsou od sebe vzdáleny m , viz Obr. 8.9.1. Tyčí teče proud I a celý systém je umístěn do homogenního magnetického pole \mathbf{B} , které míří do nárýsny. Pokud je tyč na počátku v klidu, jakou rychlostí se pohybuje na konci kolejnic?



Obr. 8.9.1: Valící se tyč v homogenním magnetickém poli.

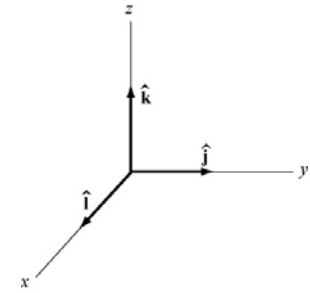
Řešení:

Zvolíme si vztažný systém jako na obrázku vpravo. Magnetická síla působící na tyč je dána vztahem

$$\mathbf{F}_B = \mathbf{l} \times \mathbf{B} = I(l \hat{\mathbf{i}}) \times (-B \hat{\mathbf{k}}) = IlB \hat{\mathbf{j}}. \quad (8.9.1)$$

Celková práce, kterou vykonalo magnetické pole při pohybu tyče po kolejnici je

$$W = \int \mathbf{F}_B \cdot d\mathbf{s} = F_B a = (IlB) a. \quad (8.9.2)$$



Ze zákona zachování energie je tato práce přeměněna na kinetickou energii

$$\Delta K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2, \quad (8.9.3)$$

kde jsme započítali složku translační (posuvnou) i rotační (otáčení). Moment setrvačnosti je pro tyč dán vztahem $I = mR^2/2$ a z podmínky pro otáčení získáme vztah $\omega = v/R$, dostaneme

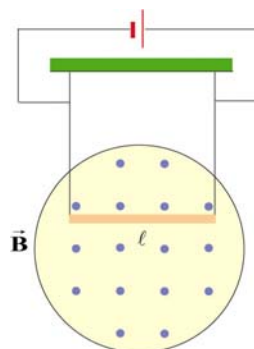
$$IlBa = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{mR^2}{2} \right) \left(\frac{v}{R} \right)^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}mv^2 = \frac{3}{4}mv^2. \quad (8.9.4)$$

Rychlost tyče na konci kolejí je

$$v = \sqrt{\frac{4IlBa}{3m}}. \quad (8.9.5)$$

P 8.9.2 Zavěšená vodivá tyč

Vodivá tyč o délkové hustotě λ (kg/m) je zavěšena na dvou vodivých nehmotných vlákních, tak že je ponořena do homogenního magnetického pole \mathbf{B} , které míří z nárýnsy, viz Obr. 8.9.2.

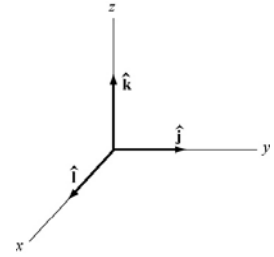


Obr 8.9.2: Zavěšená vodivá tyč v homogenním magnetickém poli.

Jaký je směr a velikost proudu v tyči, pokud na závěsy nepůsobí žádná síla?

Řešení:

Aby na závěs nepůsobila žádná síla, musí být magnetická síla $\mathbf{F}_B = I \mathbf{l} \times \mathbf{B}$ působící na tyč v rovnováze (stejně velikosti, opačného směru) s gravitační silou $\mathbf{F}_g = -mg\hat{\mathbf{k}}$. Aby síla \mathbf{F}_B mířila do směru osy $+z$, musí být $\mathbf{l} = -l\hat{\mathbf{j}}$, proud míří směrem doleva, tedy



$$\mathbf{F}_B = I \mathbf{l} \times \mathbf{B} = I(-l\hat{\mathbf{j}}) \times (B\hat{\mathbf{i}}) = -IlB(\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{i}}) = +IlB\hat{\mathbf{k}}. \quad (8.9.6)$$

Velikost proudu získáme ze vztahu

$$IlB = mg, \quad (8.9.7)$$

takže

$$I = \frac{mg}{Bl} = \frac{\lambda g}{B}.$$

P 8.9.3 Nabité částice v magnetickém poli

Částice A o náboji q a hmotnosti m_A a částice B o náboji $2q$ a hmotnosti m_B jsou z klidové polohy urychleny rozdílem potenciálů ΔV a následně je jejich dráha zakřivena magnetickým polem do polokruhových trajektorií. Poloměry trajektorií částic A a B jsou R a $2R$. Magnetické pole je kolmé k rychlostem částic. Jaký je poměr jejich hmotností?

Řešení:

Kinetická energie způsobená urychlením v elektrickém poli je

$$\frac{1}{2}mv^2 = Q\Delta V, \quad (8.9.9)$$

z čehož získáme rychlost

$$v = \sqrt{\frac{2Q\Delta V}{m}}. \quad (8.9.10)$$

Náboje se pohybují po kruhových drahách, protože magnetická síla působí kolmo na rychlost, ze vzorce pro dostředivou sílu získáme

$$\frac{mv^2}{r} = QvB. \quad (8.9.11)$$

Poloměr kružnice tak můžeme vyjádřit

$$r = \frac{mv}{QB} = \frac{m}{QB} \sqrt{\frac{2Q\Delta V}{m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m\Delta V}{q}}, \quad (8.9.12)$$

z čehož vidíme, že je úměrné $\sqrt{m/q}$. Poměr hmotností získáme tedy ze vztahu

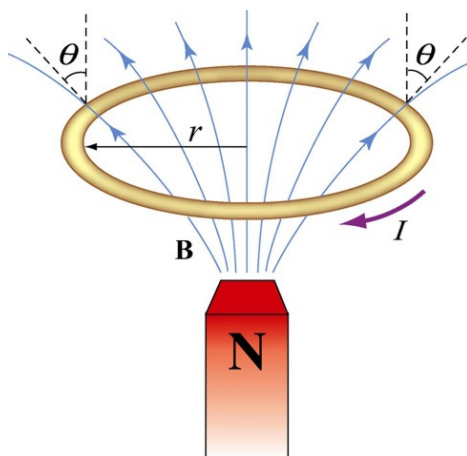
$$\frac{r_A}{r_B} = \frac{\sqrt{m_A/q_A}}{\sqrt{m_B/q_B}} \Rightarrow \frac{R}{2R} = \frac{\sqrt{m_A/q}}{\sqrt{m_B/2q}}, \quad (8.9.13)$$

z toho získáme poměr hmotností

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{8}. \quad (8.9.14)$$

P 8.9.4 Smyčka v nehomogenním magnetickém poli

Uzavřená prstavec, kterým teče proud I , je svoji osou umístěna nad severní pól tyčového magnetu, viz Obr. 8.9.3. V místě prstence indukce magnetického pole svírá s normálou úhel θ . Jaká síla působí na prstavec?



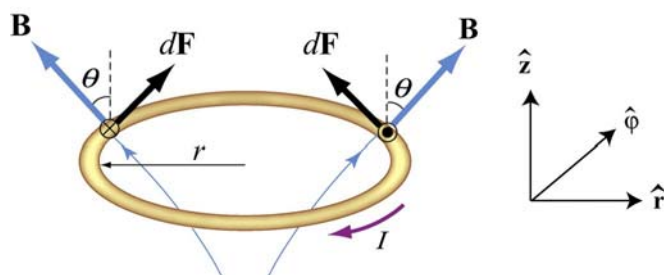
Obr 8.9.3: Prstavec přibližující se k magnetu.

Řešení:

Magnetická síla působící na malý kousek prstence ds , kterým teče proud I je dána vztahem $d\mathbf{F}_B = I ds \times \mathbf{B}$, kde \mathbf{B} je indukce magnetického pole magnetu v místě prstence. Použitím cylindrických souřadnic $(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\boldsymbol{\phi}}, \hat{\mathbf{z}})$ viz Obr. 8.9.4 dostaneme

$$d\mathbf{F}_B = I(ds \hat{\boldsymbol{\phi}}) \times (B \sin \theta \hat{\mathbf{r}} + B \cos \theta \hat{\mathbf{z}}) = (IB ds) \sin \theta \hat{\mathbf{z}} - (IB ds) \cos \theta \hat{\mathbf{r}}. \quad (8.9.15)$$

Z axiální symetrie se radiální složky síly odečtou, zůstane pouze z-ová komponenta.



Obr 8.9.4: Magnetická síla působící na vodivý prstavec.

Celková síla působící na prstavec je dána

$$\mathbf{F}_B = (IB \sin \theta) \hat{\mathbf{z}} \oint ds = (2\pi r l B \sin \theta) \hat{\mathbf{z}}.$$

Síla míří do směru $+z$ je tedy odpudivá.

8.10 Tématické otázky

1. Může se nabitá částice pohybovat homogenním magnetickým polem, aniž by na ni nepůsobila žádná síla?
2. Pokud magnetické pole nemůže konat žádnou práci na pohybující se nabitě částici, jak je částice ovlivněna tímto polem?
3. Předpokládejte, že částice se pohybuje v elektrickém i magnetickém poli. Jak může tato kombinace polí ovlivnit trajektorii částice?
4. Jaký typ magnetického pole může působit silou na magnetický dipól. Je tato síla odpudivá nebo přitažlivá?
5. Pokud je strelka kompasu umístěna do homogenního magnetického pole, jaká je výsledná síla působící na ni? Jaký je výsledný moment?

8.11 Neřešené úlohy

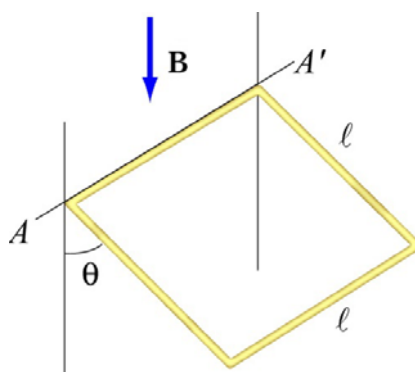
P 8.11.1 Magnetické pole Země

Elektrony v paprscích televizní elektronky mají energii 12 keV ($1\text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19}\text{ J}$). Elektronka je orientována tak, že elektrony se pohybují z jihu na sever. V místě univerzity MIT míří magnetické pole přibližně vertikálně dolů (jinými slovy zanedbejte složku, která míří severním směrem) a jeho velikost je $B \sim 5 \times 10^{-5}\text{ T}$.

- (a) Kterým směrem bude ohnut paprsek?
- (b) Jaké je dostředivé zrychlení spojené s ohybem paprsku? [Řešení: $\sim 10^{-15}\text{ m/s}^2$.]
- (c) O kolik se ohne paprsek, pokud je délka elektronky 20 cm?

P 8.11.2 Magnetické pole působící na vodič elektrického proudu

Čtvercový vodič o straně délky $l = 0,1\text{ m}$ o hmotnost 50 g je horizontálně zavěšen podél osy AA' , viz Obr. 8.11.1. Vodič je umístěn do magnetického pole o indukci 500 G, které je homogenní v jeho okolí. Smyčkou teče proud I , tak aby rovnovážná poloha byla pro $\theta = 20^\circ$.



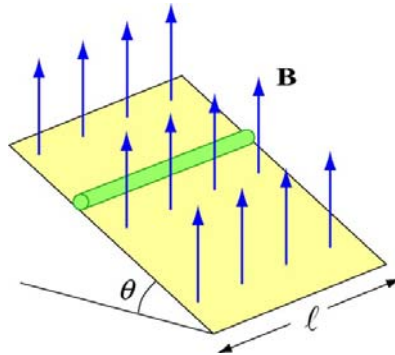
Obr. 8.11.1: Čtvercový vodič v magnetickém poli.

- (a) Uvažte sílu působící na jednotlivé strany smyčky a zjistěte směr proudu pro rovnovážnou polohu $\theta = 20^\circ$.
- (b) Kolem osy otáčení spočítejte moment síly způsobený magnetickým polem.

- (c) Spočítejte proud, který musí téci smyčkou tak, aby suma všech momentů síly byla nulová. (Návod k řešení: uvažujte zvlášť působení gravitační síly na všechny 4 segmenty).
[Řešení: $I \sim 20 \text{ A}$.]
- (d) Určete směr a velikost síly působící na závěs.
- (e) Spočítejte bod (b) použitím definice momentu magnetického dipólu.

P 8.11.3 Valící se tyč

Vodivá tyč délky l je položena na nakloněnou rovinu, která je vůči vodorovné rovině skloněna o úhel θ , viz Obr. 8.11.2. Tyč může po rovině volně klouzat.

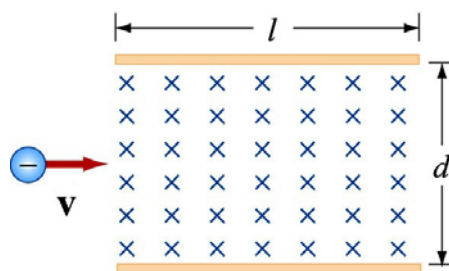


Obr. 8.11.2: Tyč na nakloněné rovině.

Ve vertikálním směru působí magnetické pole. Aby se tyč nepohybovala, její konce jsou připojeny ke zdroji elektromotorického napětí a protéká jí proud. Určete jeho velikost a směr tak, aby tyč zůstala v rovnovážné poloze.

P 8.11.4 Trajektorie částice

Částice o náboji $-q$ se pohybuje rychlostí \mathbf{v} a vstoupí doprostřed mezi dvě desky délky l , mezi kterými je homogenní magnetické pole mířící do nárysny, viz Obr. 8.11.3.

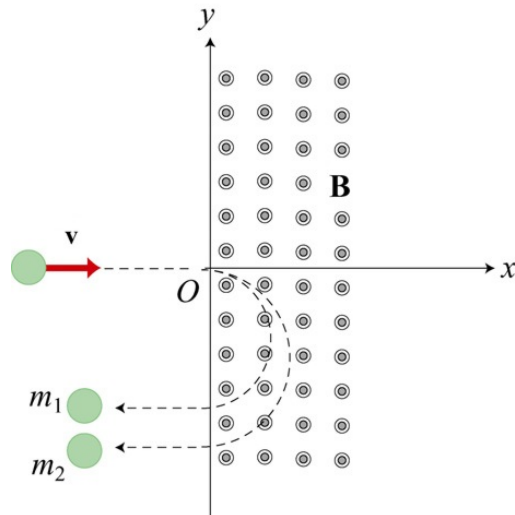


Obr. 8.11.3: Nabitá částice pohybující se v magnetickém poli.

- (a) Bude trajektorie částice mířit směrem dolů nebo nahoru?
- (b) Spočítejte vzdálenost mezi levým okrajem desky a místem, kde částice do desky narazí.

P 8.11.5 Částice rotující v magnetickém poli

Předpokládejte, že rovina xy je od počátku O směrem doprava vyplněna homogenním magnetickým polem, mířícím před nárysnu, jak je znázorněno na obrázku 8.11.4.



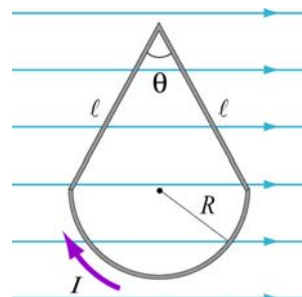
Obr. 8.11.4: Homogenní magnetické pole v rovině xy .

Dvě nabité částice se pohybují po ose x ze záporné části směrem do kladné části osy x , obě se pohybují rychlostí v a do oblasti magnetického pole vstoupí v místě O . Obě částice nesou stejný náboj q , mají však rozdílné hmotnosti m_1 a m_2 . Když jsou v magnetickém poli, obě jejich trajektorie jsou zakřiveny na stejnou stranu, opisují ale půlkružnice o různých poloměrech. Poloměr kružnice částice 2 je přesně *dvakrát* větší, než poloměr trajektorie částice 1.

- Jaký náboj q nesou částice? Je $q < 0$ nebo $q > 0$?
- Odvoďte vztah pro poloměr R_1 půlkružnice, kterou opisuje částice 1 v magnetickém poli. Použijte q , v , B a m_1 .
- Jaký je poměr m_1/m_2 ?
- Existuje elektrické pole o intenzitě \mathbf{E} v oblasti $x > 0$, ve kterém obě částice setrvají na přímočarých drahách i v oblasti $x > 0$? Pokud ano, určete jeho velikost a směr z parametrů, které jsou dány, pokud ne, zdůvodněte proč.

P 8.11.6 Síla a moment síly na smyčce vodiče

Proudová smyčka je složena z půlkružnice o poloměru R a dvou rovných segmentů délky l , které spolu svírají úhel θ . Smyčka je ponořena do homogenního magnetického pole, které míří směrem doprava, viz Obr. 8.11.5.



Obr. 8.11.5: Proudová smyčka ponořená do homogenního magnetického pole.

- Spočítejte výslednou sílu působící na smyčku.

(b) Spočítejte výsledný moment síly působící na smyčku.

P 8.11.7 Síla působící na vodič

Mějme rovný vodič délky 0,2 m, kterým teče proud 7,0 A. Je ponořen do homogenního magnetického pole o indukci 0,1 T, které s vodičem svírá úhel 20°.

- (a) Jaký je směr síly působící na vodič? Načrtněte svoji odpověď.
- (b) Jaká je velikost této síly? [Řešení: 0,05N.]
- (c) Jak můžeme maximalizovat velikost této síly, aniž bychom měnili velikost magnetické indukce nebo velikost proudu?

P 8.11.7 Síla působící na drát

Mějme měděný drát o průměru d , kterým teče proudová hustota \mathbf{j} , na zemském rovníku, kde je zemské magnetické pole horizontální, míří ve směru na sever a jeho velikost je $B = 0,5 \times 10^{-4}$ T. Drát leží v rovině, která je rovnoběžná se zemským povrchem, a je orientován východo-západním směrem. Hustota mědi je $\rho_m = 8,9 \text{ kg/m}^3$ a její vodivost je $\rho = 1,7 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$.

- (a) Jak velká musí být proudová hustota \mathbf{j} a kterým směrem musí proudit tak, aby drát mohl levitovat? Použijte $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.
- (b) Pokud drát levituje, kolik energie je disipováno na kubický centimetr drátu?