

Fehlerquellen bei der Positionsbestimmung

Fehler :

- **Ausbreitungsbedingt** oder durch **Satellitengeometrie**

oder

- **systembedingt** (durch technische Beschränkung):

- Uhrenstabilität

oder

- Selective Availability (S/A-Mode)



Selective Availability (S/A-Mode)

seit 2. Mai 2000 5:05 Uhr (MEZ) bis auf weiteres vorerst kein S/A-Mode mehr,

Folge: Ungenauigkeit jetzt unter 20 m.

eine künstliche Verfälschung der vom Satelliten übermittelten Uhrzeit im L1-Signal, was bei zivilen GPS-Empfängern dazu führt, eine ungenauere Positionsbestimmung zu bewirken.

Dies führt zu Schwankungen um ca. 50 m während weniger Minuten.

Zusätzlich werden die Ephemeriden-Daten ungenauer übertragen, d.h., die übermittelten Satellitenpositionen stimmen nicht mit den tatsächlichen überein. Hierdurch kann eine Ungenauigkeit der Position um (50 bis 150)m mit Periodendauern von mehreren Stunden erreicht werden.

Vor allem die Höhenbestimmung hat stark von der Abschaltung des S/A-Modes profitiert.



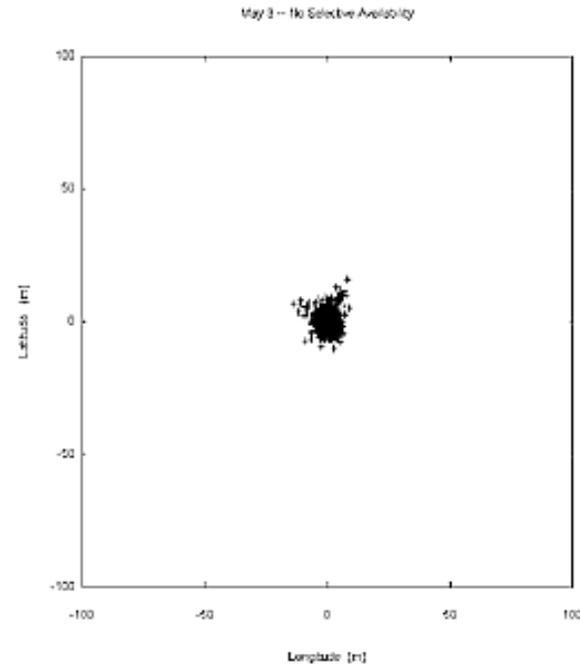
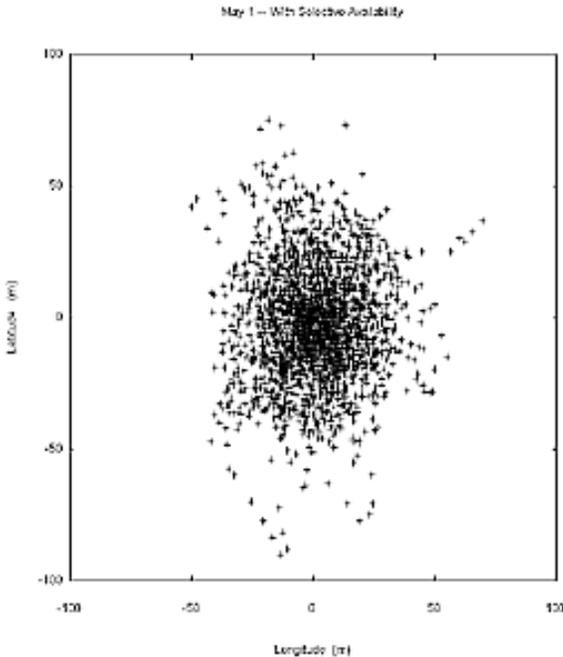
Selective Availability (S/A-Mode)

- Als Grund für S/A wurden Sicherheitsbedenken angegeben, es beispielsweise Terroristen unmöglich zu machen, kritische Einrichtungen in den USA mit selbstgebauten Fernlenk Waffen genau zu treffen.
- Paradoxerweise war genau dieser S/A-Mode bereits während des ersten Golfkrieges teilweise deaktiviert, da für die vielen dortigen Truppen nicht genügend militärische Empfänger zur Verfügung standen und auf zivile Empfänger ausgewichen werden musste, wovon 10.000 Stück eingekauft wurden.
- Allerdings wurde dieser S/A-Mode jedoch inzwischen aufgrund der großen Verbreitung von GPS-Empfängern und des damit verbundenen weltweiten Nutzens deaktiviert.



Absichtliche Senkung der Genauigkeit

(engl.: Intentional Degredation of Satellite Signals) kann durch den Betreiber des Systems, das *Department of Defense* (DoD) in Krisenzeiten vorgenommen werden.



Streuung der Positionsbestimmung mit ein- und ausgeschalteter "Selective Availability,,: **mit S/A-Mode** 95 % der Messwerte innerhalb eines 45 m Radius, ohne S/A-Mode 95 % der Werte innerhalb eines 6,3 m Radius.

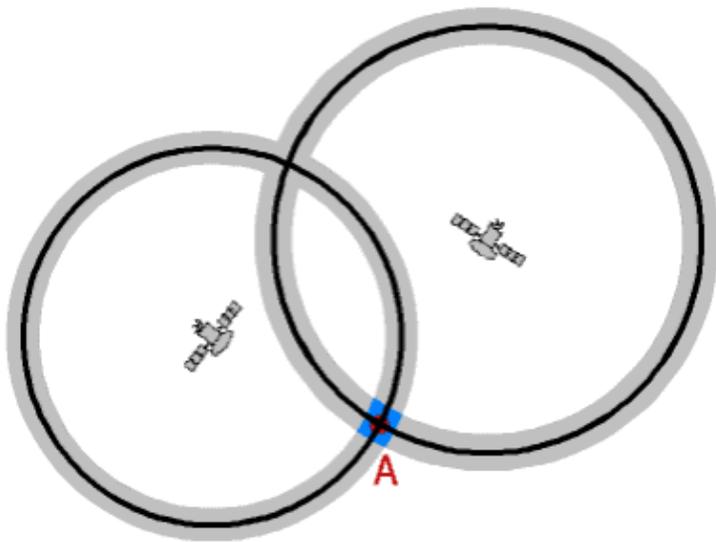


Satellitengeometrie

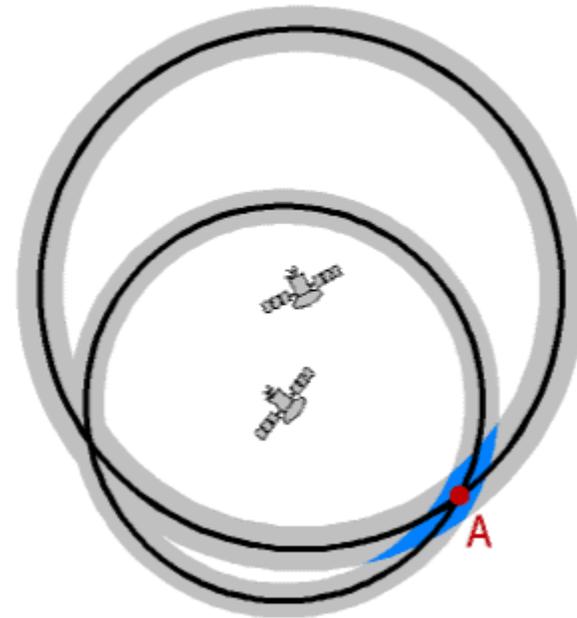
- "Satellitengeometrie" = die vom Empfänger aus gesehene Stellung der gerade empfangenen Satelliten zueinander im Raum
- unter Umständen kommt überhaupt keine Positionsbestimmung zustande (alle 4 in 1 Linie)
- Sind hingegen die vier empfangenen Satelliten möglichst gut über den gesamten Himmel verteilt, so wird die Positionsbestimmung wesentlich genauer.
- ein Satellit im Zenit über dem Nutzer und die übrigen drei Satelliten bei geringem Erhebungswinkel um 120 Grad gegeneinander versetzt, so ist die "Satellitengeometrie" sehr gut.



Satellitengeometrie



Geometrisch günstige Anordnung

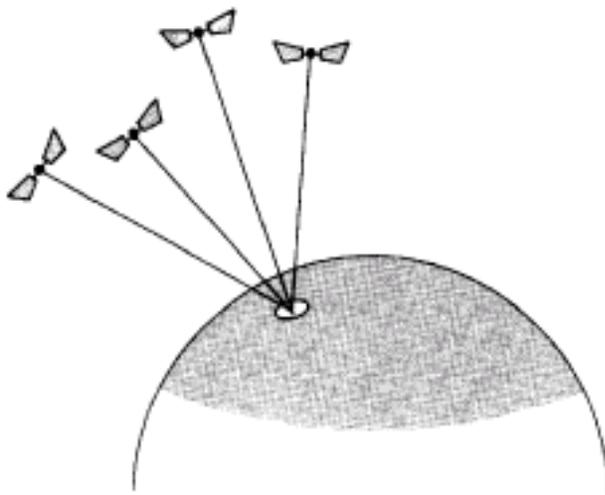


Geometrisch ungünstige Anordnung

Satellitengeometrie berücksichtigen, wenn der GPS-Empfänger in Fahrzeugen oder in der Nähe von hohen Gebäuden verwendet wird.

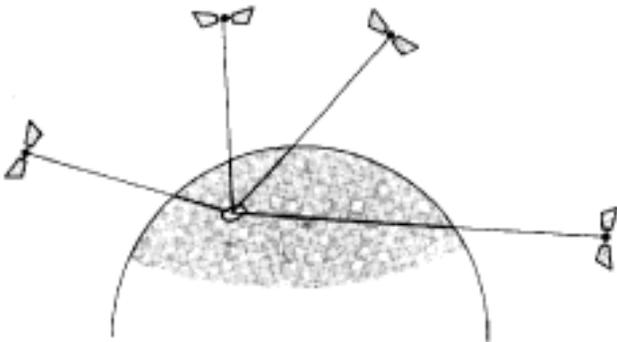


Satellitengeometrie



GPS

Ungünstige Satellitenpositionen



Günstige Satellitenpositionen

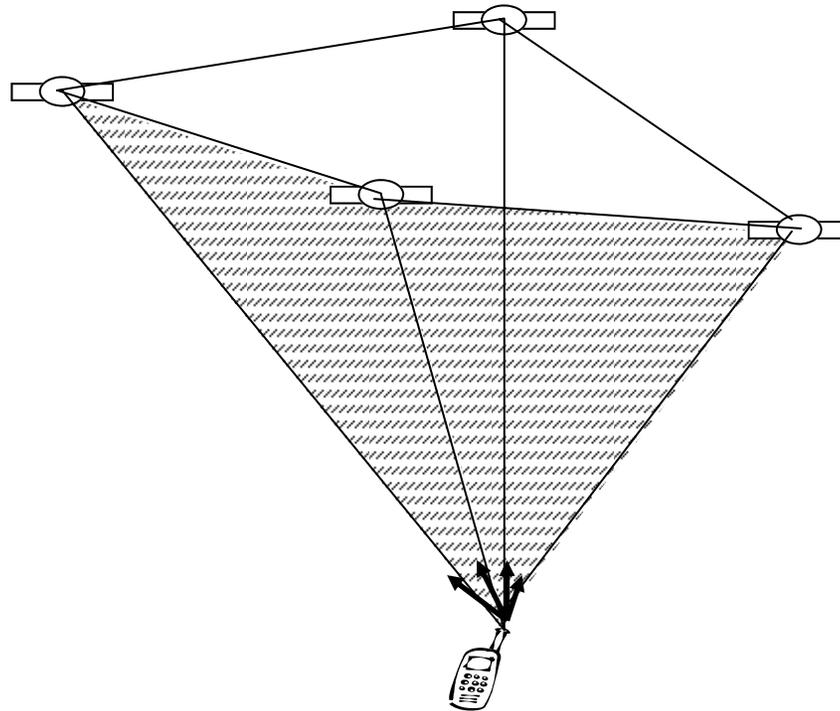


Tetrahedron

- Genauigkeit der Positionsbestimmung proportional zum eingeschlossenen Volumen des aus Einheitsvektoren zu vier sichtbaren Satelliten aufgespannten **Tetrahedrons**.
- Die Konstellation lässt sich räumlich durch einen unregelmäßigen pyramidenähnlichen Körper darstellen, dessen Spitze der Standort des Nutzers ist und dessen vier Eckpunkte die Satelliten bilden.
- Die Verbindungslinien zwischen Nutzer und den vier Satelliten bilden vier Dreiecke, die ein Tetrahedron bilden.



Tetrahedron



Tetrahedron aus Einheitsvektoren zu vier sichtbaren Satelliten gebildet



Tetrahedron

wenn n Satelliten sichtbar sind, existieren

$$\frac{n!}{4!(n-4)!}$$

Tetrahedron-Körper. Von diesen können die Volumina berechnet werden. Es werden die 4 Satelliten zur Positionsbestimmung herangezogen, für die das Volumen des Tetrahedrons – aufgespannt durch die Einheitsvektoren – maximal ist.



Anzahl der zu berechnenden Volumina

Beispiele für n sichtbare Satelliten:

$$n = 7 \text{ ergibt } \binom{7}{4} = 35$$

$$n = 8 \text{ ergibt } \binom{8}{4} = 70$$

$$n = 9 \text{ ergibt } \binom{9}{4} = 126$$

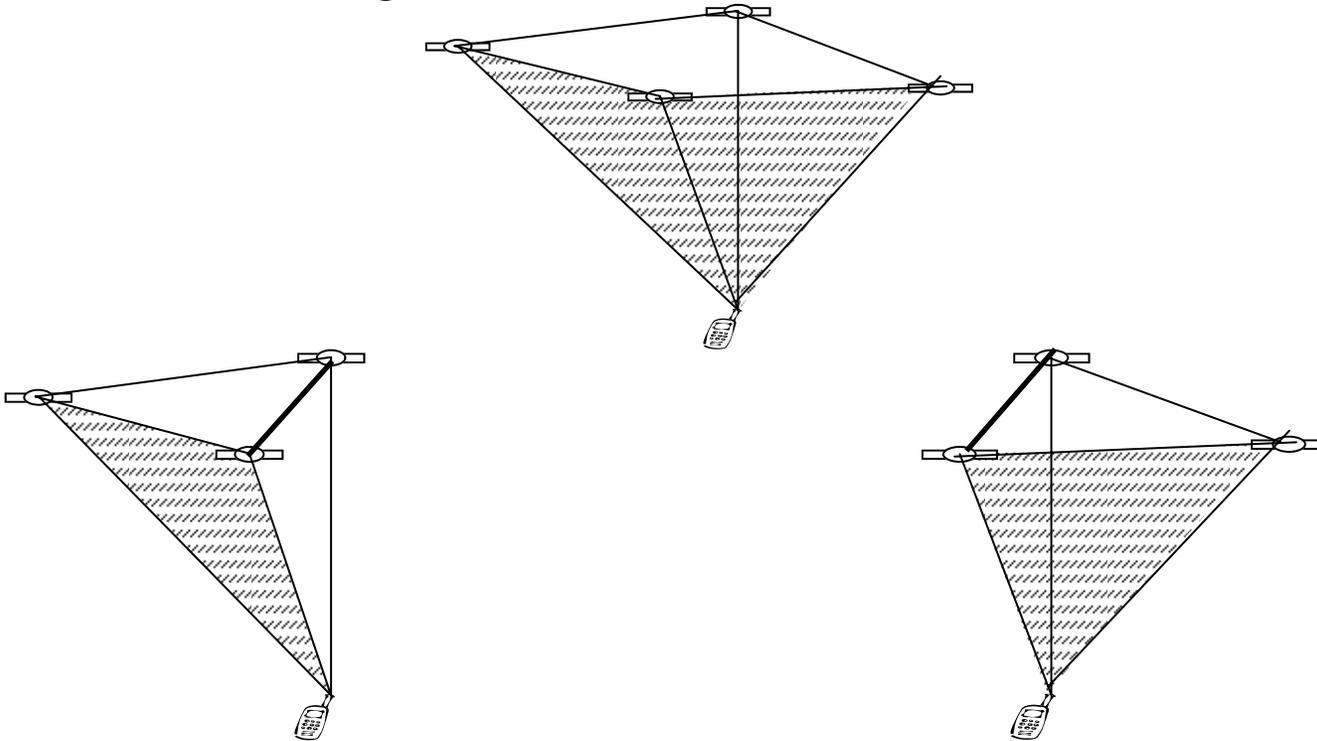
$$n = 10 \text{ ergibt } \binom{10}{4} = 210$$

Beachtlicher Rechenaufwand, wenn später GPS-, GLONASS- und GALILEO-Satelliten gleichzeitig kompatibel ausgewertet werden sollen!



Volumenberechnung eines Tetrahedrons

... erfolgt am besten näherungsweise, indem das Tetrahedron aufgeteilt wird in zwei Pyramiden mit dreiecksförmiger Grundfläche !



DOP

(engl.: *Dilution of Precision*)

- Durch die Bewegung der Satelliten verändern sich die Winkel zwischen den Verbindungen vom GPS-Empfänger zu den Satelliten ständig.
- Da ein GPS-Empfänger stets mindestens vier Satelliten empfangen muss, und dabei die Satelliten auch noch wechseln, kommt es zu einer stetigen Veränderung der Konstellation der Satelliten gegenüber einem Nutzer; siehe **Constellation** !
- Allgemein wird der DOP-Faktor auf die Standardabweichung bezogen:

$$DOP = \frac{\sigma_p}{\sigma_r}$$

mit σ_p = Standardabweichung des Positionsfehlers

und σ_r = Standardabweichung des Entfernungsfehlers



Bewertung der Positionsbestimmung mit DOP-Faktor

$PDOP = \frac{\sigma_p}{\sigma_r}$ für dreidimensionale Positionsbestimmung

$HDOP = \frac{\sigma_h}{\sigma_r}$ für zweidimensionale Positionsbestimmung
in der Horizontalebene

$VDOP = \frac{\sigma_v}{\sigma_r}$ für Positionsbestimmung in der Vertikalebene

Außerdem DOP-Faktor für die Uhrzeitabweichung definiert, da die Uhrzeitinformation mit Hilfe der Entfernungsmessung im GPS-Empfänger bestimmt wird:

$$TDOP = \frac{\sigma_T}{\sigma_r}$$



Bewertung der Positionsbestimmung

- Für die Fehlerangabe des gesamten Systems wurde der Faktor GDOP (engl.: *Geometric Dilution of Precision*) definiert;
- er enthält die DOP-Faktoren für den Positionsfehler und für die Uhrzeitabweichung:

$$GDOP = \sqrt{(PDOP)^2 + (TDOP)^2}$$

Der GDOP-Faktor ist umgekehrt proportional zum Volumen V_H des Tetrahedrons. Damit ergibt sich:

$$GDOP = k \cdot \frac{1}{V_H}$$

wobei k eine Proportionalitätskonstante ist.



Volumen des Tetrahedrons

- Je kleiner das Volumen V_H ist, desto schlechter ist die Genauigkeit der Positionsbestimmung.
- Sind alle sichtbaren Satelliten in einer Linie zum Beispiel über einer Straßenschlucht, so ist das Volumen des aufgespannten Tetrahedrons gleich null, unabhängig davon wie viele Satelliten sich in einer Linie befinden.
- Das Volumen des Tetrahedrons hat ein Maximum, wenn ein Satellit im Zenit des Nutzers steht und die übrigen drei Satelliten um einen Winkel von 120 Grad voneinander getrennt sind und einen geringen Erhebungswinkel haben.
- Da sich infolge der Bewegung der Satelliten auf ihren Umlaufbahnen die Konstellation gegenüber dem Nutzer ständig ändert, treten auch entsprechende Änderungen der DOP-Faktoren auf. Die Änderungen sind vom Ort des Nutzers und der Zeit abhängig.



Zusammenfassung

- Der GDOP-Faktor gibt an, wie sich der Positionsfehler gegenüber dem Messfehler der Entfernung ändert.
- Der GDOP-Faktor hängt von den geometrischen Verhältnissen der jeweils benutzten vier Satelliten gegenüber dem Standort des Nutzers ab. Der GDOP-Faktor ist daher orts- und zeitabhängig.
- Der GDOP-Faktor ist für den Empfänger ein Kriterium bei der Auswahl der günstigsten vier bei mehr als vier empfangbaren Satelliten. Größere Empfänger verwenden dieses Kriterium zur Optimierung der Messungen.



Sichtbarkeit und Verfügbarkeit

- Die Sichtbarkeit (engl.: *visibility*) und die Verfügbarkeit (engl.: *availability*) sind bei GPS zwei wichtige Parameter, die zu der Beurteilung der Positionsbestimmung beitragen.
- Als *sichtbar* gilt hierbei, dass die Verbindungslinie vom Nutzer zum Satelliten frei von elektromagnetischen Hindernissen ist

Hindernisse:

elektrisch leitende Objekte

Erdkrümmung



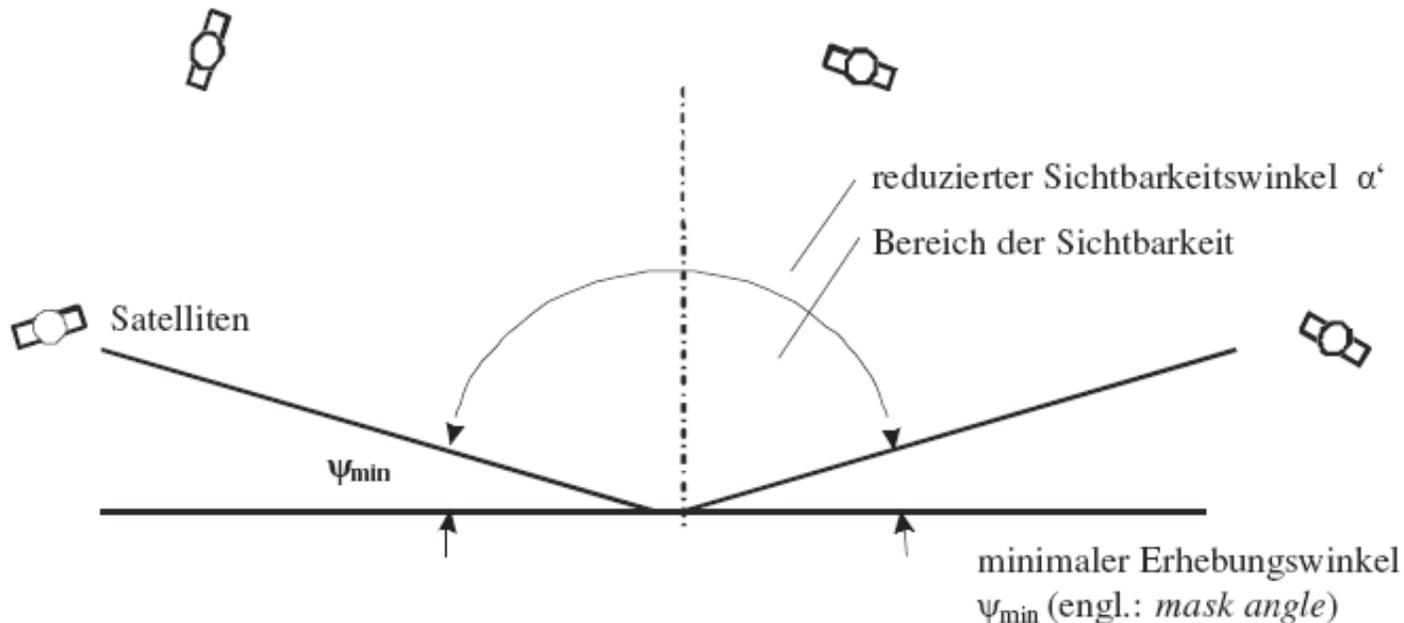
Sichtbarkeit und Verfügbarkeit

- Verfügbarkeit, wenn GPS-Satelliten sichtbar sind und für Messungen zur Verfügung stehen, dann sind mindestens 4 Satelliten erforderlich !
- Für einen Nutzer auf der Erde ergibt sich die Sichtbarkeit eines Satelliten aus dem Sichtbarkeitswinkel α .
- In der Praxis werden jedoch Funkverbindungen zwischen Nutzer und Satelliten, die längs des Horizontes oder dicht oberhalb des Horizontes verlaufen zur Positionsbestimmung nicht verwendet, weil sie durch die Topographie der Erde oder Bebauung der Erdoberfläche behindert sind.
- ! Außerdem müssen die elektromagnetischen Wellen bei niedrigen Erhebungswinkeln einen längeren Weg durch die Ionosphäre/Troposphäre durchlaufen, ehe sie beim Empfänger ankommen. Dadurch entstehen höhere Laufzeitverzögerungen.



Reduzierter Sichtbarkeitswinkel

Um diese nachteiligen Effekte zu vermeiden, werden in der Praxis nur Funkverbindungen zwischen Nutzer und Satellit verwendet, die oberhalb eines minimalen Erhebungswinkels ψ_{\min} (engl.: *mask angle*) auftreten, wie die folgende Abbildung zeigt:



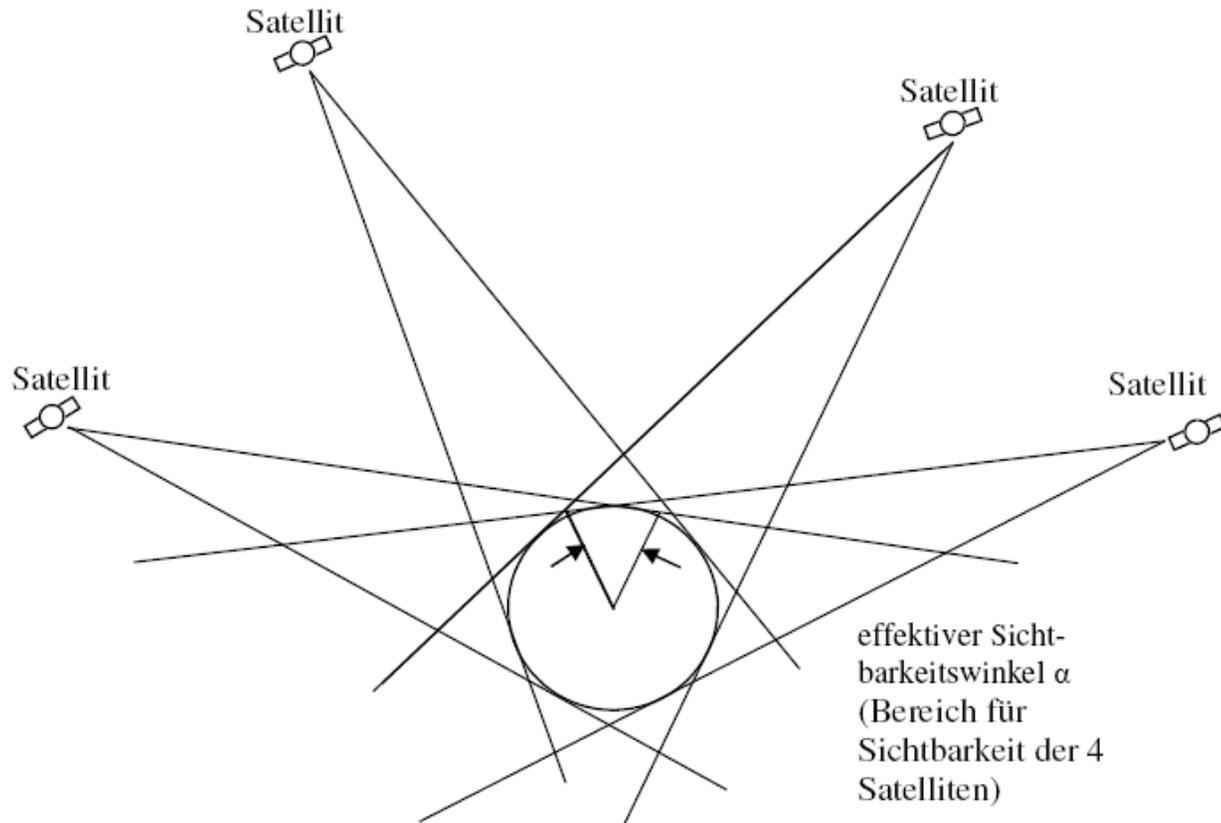
Reduzierter Sichtbarkeitswinkel

- Vor allem in polarnahen Bereichen kommt es zu einer Einschränkung der Sichtbarkeit von Satelliten;
- zum einen sind Satelliten nur unter geringen Erhebungswinkeln zu sehen,
- zum anderen werden solche Satelliten auch noch durch Gebäude, Wälder und geographische Erhebungen abgeschattet.



Effektiver Sichtbarkeitswinkel bei vier Satelliten

Die folgende Abbildung zeigt den effektiven Sichtbarkeitswinkel beim Empfang von vier Satelliten:



Einfluss der Gravitation auf die Satellitenumlaufbahnen

- Orbitalfehler werden auch bezeichnet als *Ephemeriden-Fehler*. Darunter versteht man Ungenauigkeiten der vom Satelliten verkündeten Orbitalposition.
- Obwohl die GPS-Satelliten sich in sehr präzisen Umlaufbahnen befinden, kommt es zu leichten Schwankungen durch Gravitationskräfte.
- So beeinflussen Sonne und Mond die Bahnen geringfügig.
- Die exakten Bahndaten werden jedoch regelmäßig kontrolliert sowie auch korrigiert und in den Ephemeridendaten zu den Empfängern gesandt.
- Dadurch bleibt der für die Positionsbestimmung mit dem C/A-Code resultierende Fehler mit ca. 2 Metern recht gering.



Uhren-Ungenauigkeit

- Eine weitere Fehlerquelle ist die verbleibende Ungenauigkeit der Empfänger-Uhr.
- Die Uhrenungenauigkeit der Satelliten macht einen Fehler von ca. 2 Metern aus.
- Rundungs- und "Rechenfehler" der Empfänger bewirken etwa einen 1 Meter Ungenauigkeit.



Gangungenauigkeit des lokalen GPS-Empfängers (UCB-Fehler)

(engl.: user clock bias)

- Z. B. ergibt ein Zeitmessfehler von $\Delta t = 1 \mu\text{s}$ einen Entfernungsfehler von 300 m.
- GPS-Empfänger haben nur gute Quarzoszillatoren (temperaturgeregelt), aber keine Atomuhren !
- Daher Frequenzabweichung gegenüber den Oszillatoren in den Satelliten
- Folge: Entfernungen nicht exakt messbar (deshalb: *Pseudo Ranges*), Entfernungen also, die um den **UCB-Fehler** vom wahren Wert abweichen.

$$R_i^* = R_i + c_0 \cdot \Delta t_{\text{ucb}}$$



UCB-Fehler

$$R_i^* = R_i + c_0 \cdot \Delta t_{\text{ucb}}$$

R_i^* = *pseudo-range* (fehlerbehaftete Entfernung zum Satelliten)

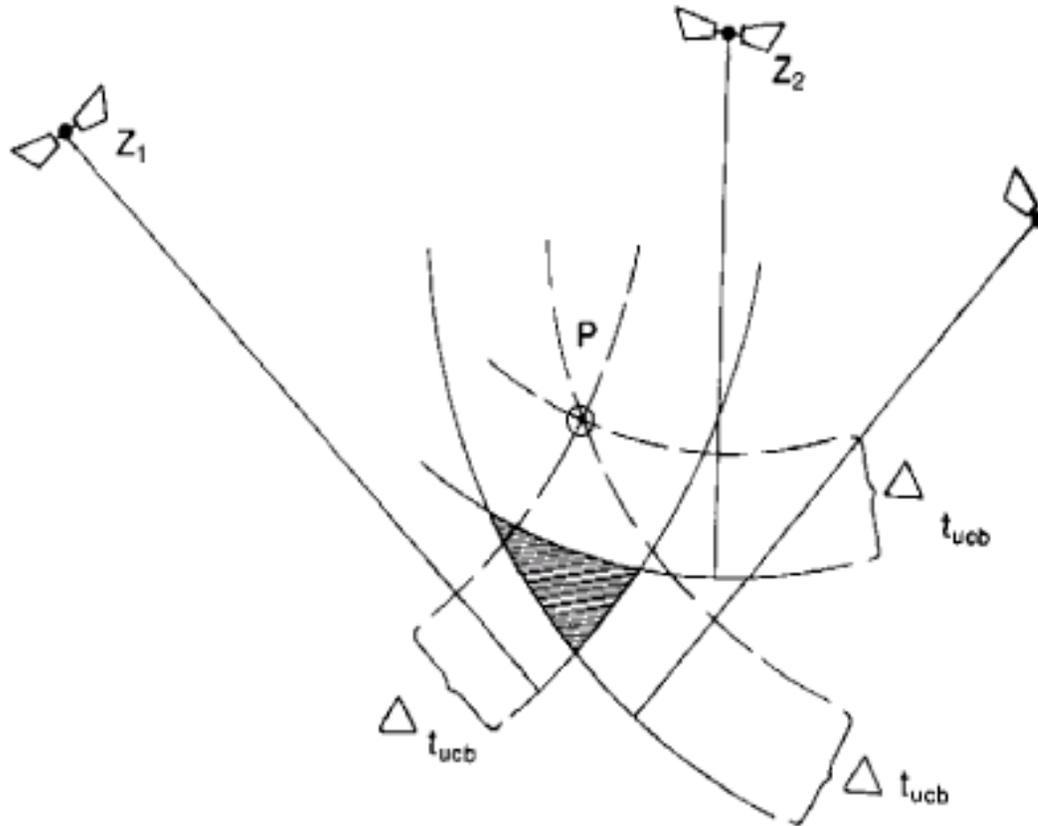
R_i = wahre Entfernung zum Satelliten

c_0 = Lichtgeschwindigkeit

Δt_{ucb} = Zeitmessfehler des Oszillators im GPS-Empfänger



UCB-Fehler



Folge eines UCB-Fehlers:
anstelle eines Punktes als Standort ergibt sich eine „Fehlerfläche“



Relativistische Effekte

- Da die Zeit bei der Satelliten-Navigation ein sehr kritischer Faktor ist und bis auf (20 ... 30)ns genau bekannt sein muss, um die gewünschte Genauigkeit zu erreichen, spielt hier die schnelle Bewegung der Satelliten eine Rolle.
- bei schneller Bewegung vergeht die Zeit langsamer als im Stillstand !
- Für die Satelliten, die sich mit 3.874 m/s bewegen, bedeutet das aber, dass deren Uhren von der Erde aus gesehen langsamer gehen.
- Diese relativistische Zeitdilatation macht einen Zeitfehler von etwa 8 Nanosekunden pro Tag aus (1 ns = 10^{-9} s).



Relativistische Effekte

- Die Relativitätstheorie sagt nun aber aus, dass die Zeit umso langsamer vergeht, je stärker das Gravitationsfeld ist, dem man ausgesetzt ist.
- Dieser Effekt führt dazu, dass ein Beobachter auf der Erde die Uhr des Satelliten, der ja in 20.200 km Höhe einem geringeren Erdgravitationsfeld ausgesetzt ist, als zu schnell gehend empfindet.
- Dieser Effekt ist etwa sechsmal so groß wie der durch die Geschwindigkeit hervorgerufene Effekt.
- Insgesamt scheinen die Uhren der Satelliten also etwas zu schnell zu gehen.



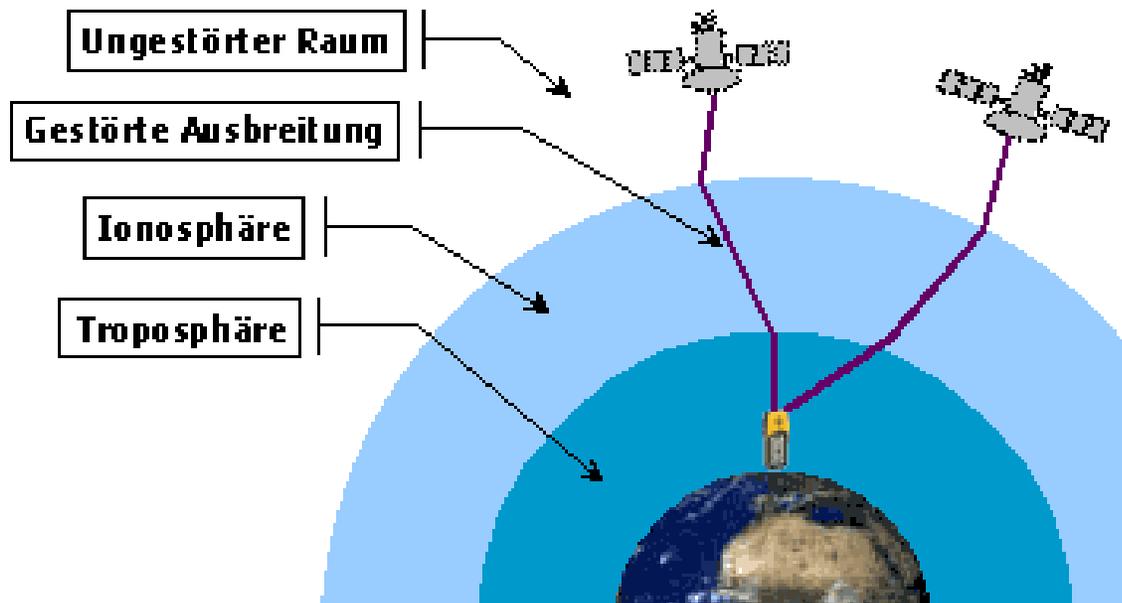
Relativistische Effekte

- Die Zeitverschiebung zum Beobachter auf der Erde beträgt etwa 38 ns pro Tag und würde einen Gesamtfehler von etwa 11,4 m pro Tag ergeben. Hierfür mussten die Entwickler eine möglichst einfache Lösung finden. Sie haben die Uhren der Satelliten auf 10.229999995453 MHz anstatt 10.23 MHz eingestellt, tun aber so, als hätten sie wirklich 10.23 MHz. Damit werden die *Relativistischen Effekte* kompensiert.
- Es gibt noch einen weiteren *Relativistischen Effekt*, der bei normalen GPS- Positionsbestimmungen nicht berücksichtigt wird: Der *Sagnac-Effekt*. Dieser kommt dadurch zustande, dass sich ein Beobachter auf der Erde durch die Erdrotation ebenfalls mit bis zu 500 m/s (am Äquator) bewegt. Da der Einfluss dieses Effekts sehr gering und kompliziert zu berechnen ist, da dieser darüber hinaus richtungsabhängig ist, wird er nur in besonderen Fällen berücksichtigt.



Ausbreitungsbedingte Fehlereinflüsse

Ionosphärische und troposphärische Fehlereinflüsse:



Gestörte Ausbreitung der Signale beim Durchgang durch die Ionosphäre und die Troposphäre durch die Ionosphäre und Troposphäre.



Ausbreitungsbedingte Fehlereinflüsse

- Der *Ionosphärenfehler* bewirkt, dass die elektromagnetischen Wellen unterschiedlich reflektiert und gebrochen werden. Daraus folgt eine längere Laufzeit der Satellitensignale.
- Elektromagnetische Wellen verlangsamen sich beim Durchgang durch die Ionosphäre umgekehrt proportional zum Quadrat ihrer Frequenz ($1 / f^2$).
- Das bedeutet, dass sich elektromagnetische Wellen mit niedrigen Frequenzen stärker als solche mit hohen Frequenzen verlangsamen.
- Wenn man nun die bei einem Empfänger ankommenden hoch- und tief-frequenten Signale hinsichtlich ihrer unterschiedlichen Ankunftszeit untersucht, kann die ionosphärische Laufzeitverlängerung berechnet werden (s. Klobuchar).
- GPS-Empfänger verwenden hierzu die Signale beider Frequenzen (L1- und L2-Frequenz), die unterschiedlich von der Atmosphäre beeinflusst werden und sind somit in der Lage, einen weiteren Teil der Ungenauigkeit herauszurechnen.

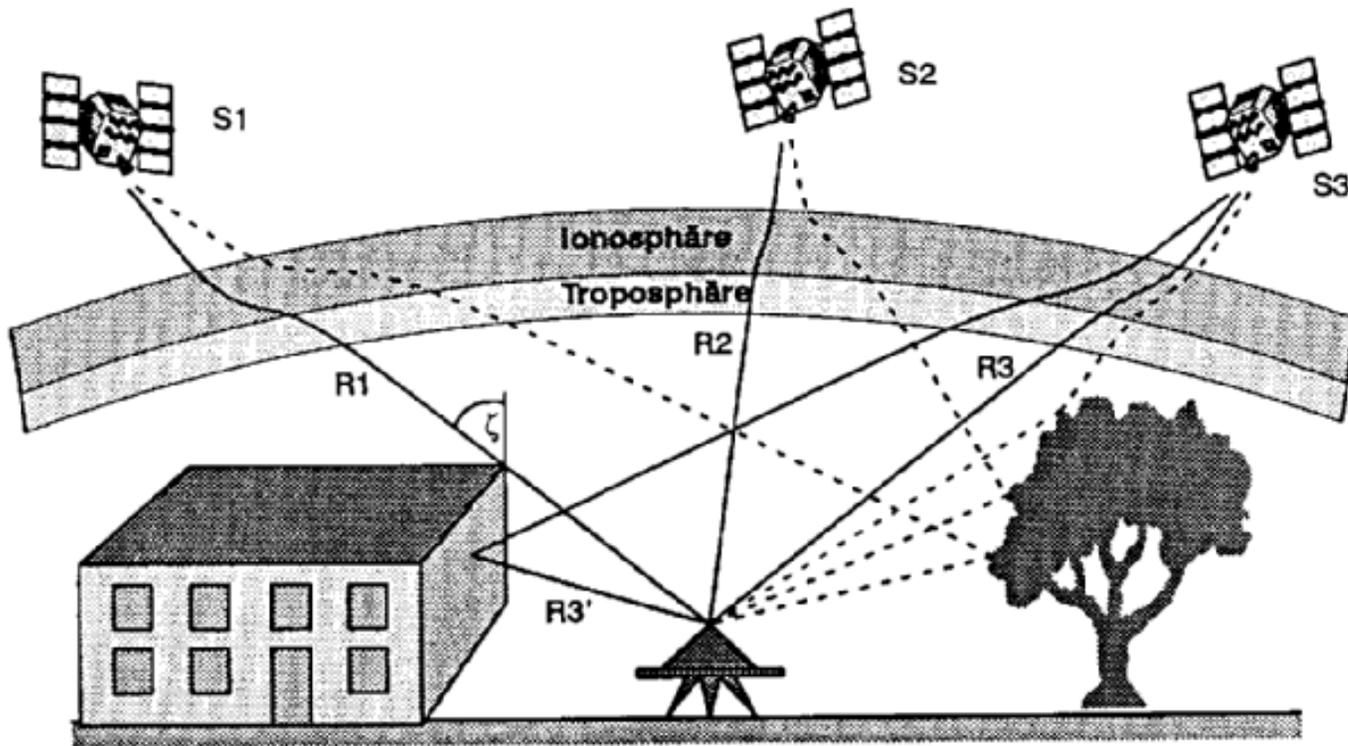


Ausbreitungsbedingte Fehlereinflüsse

- Der *Troposphärenfehler* ist ein weiterer Fehler, der durch Brechung die Laufzeit elektromagnetischer Wellen verlängert. Ursache dafür sind die bei unterschiedlichen Wetterlagen bedingten unterschiedlichen Wasserdampfkonzentrationen in der Troposphäre.
- Der Fehler ist aber kleiner als der *Ionosphärenfehler*, lässt sich jedoch nicht herausrechnen und kann lediglich durch ein allgemeines Modell bei den Berechnungen angenähert werden.
- Durch Einführung von WAAS (Wide Area Augmentation System, System mit zusätzlichen ortsfesten GPS-Mess-Stationen im DGPS-Betrieb) ist es möglich, "Karten" mit dem Einfluss der Atmosphäre auf bestimmte Gebiete zu erstellen und diese Korrekturdaten an die Empfänger zu senden. Dadurch wird die Genauigkeit deutlich erhöht.



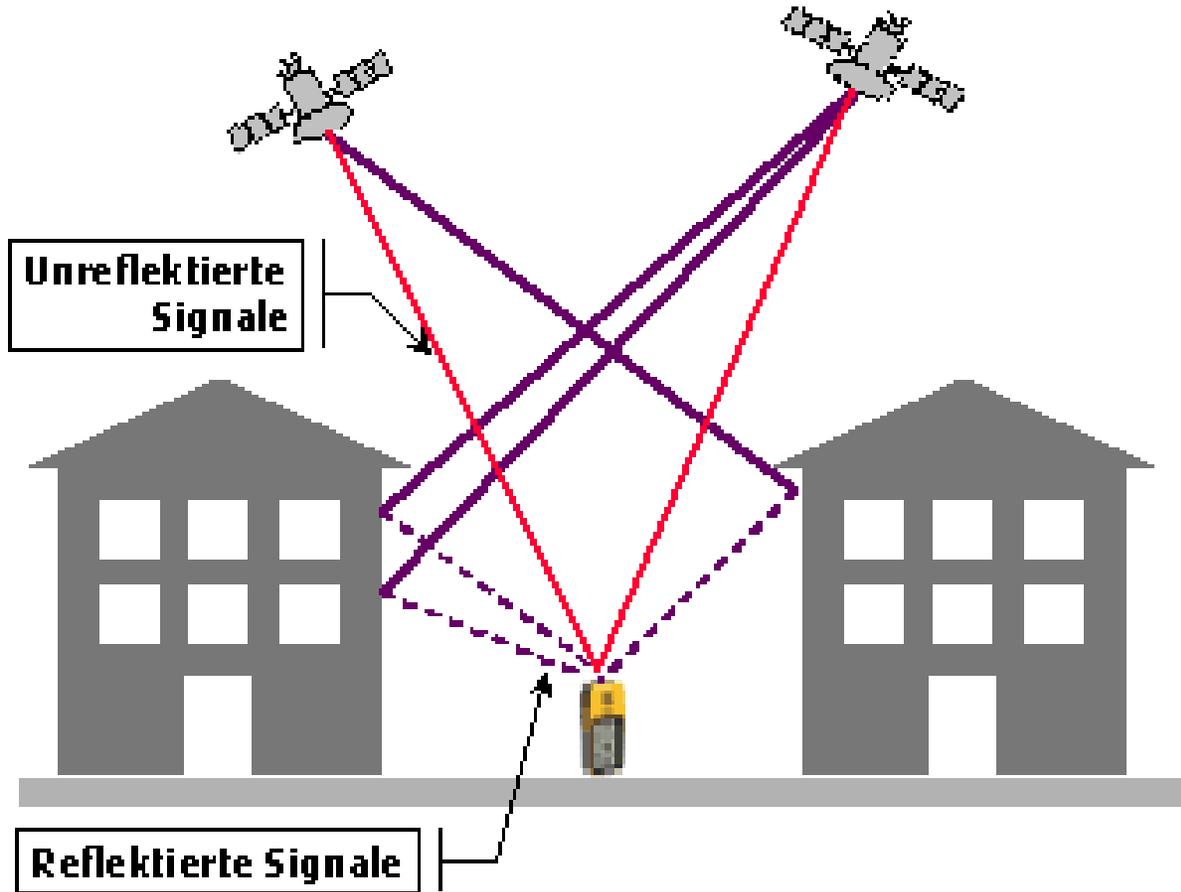
Mehrwegeausbreitung



Signalausbreitung beim GPS



Mehrwegeausbreitung



Mehrwegeausbreitung

- ein Effekt, der durch Reflektion der elektromagnetischen Wellen an Objekten zustande kommt (Geisterbilder beim FS).
- Bei GPS-Signalen tritt dieser Effekt durch Reflektion an hohen Gebäuden oder anderen Erhebungen auf.
- Das reflektierte Signal braucht durch den Umweg länger, um zum Empfänger zu gelangen als das direkt empfangene Signal.
- Der daraus resultierende Fehler liegt typischerweise bei etwa 1 Meter.



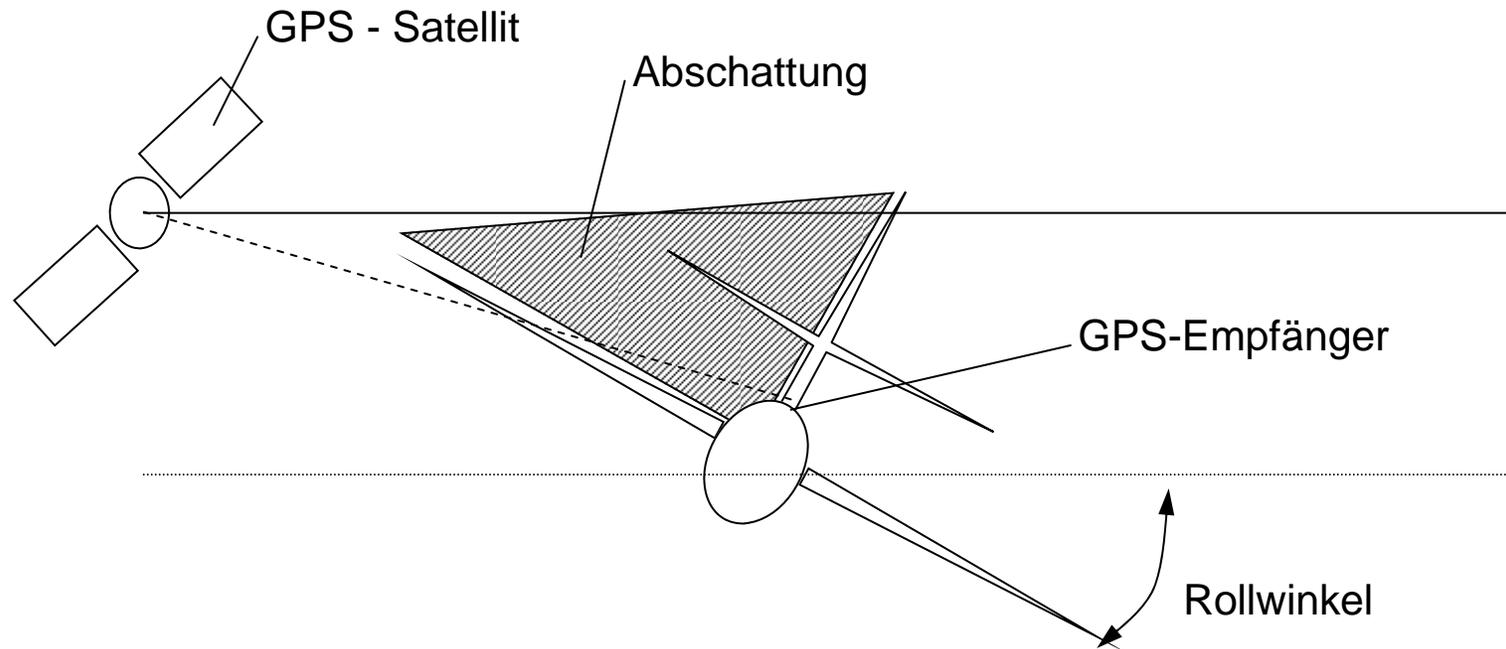
Mehrwegeausbreitung

- Mehrwegeausbreitung tritt auf, wenn das GPS-Signal an Objektoberflächen reflektiert wird. Dabei ist allerdings zu beachten, dass die Reflexion an einer Oberfläche von ihrem Zustand abhängt (Art des Oberflächenmaterials (Stein, Putz, o.ä.), trocken, feucht, vereist).
- Dadurch ergeben sich nicht-planbare komplexe Werte des Reflexionsfaktors \underline{r} .
- Durch Umwegausbreitung ergibt sich eine Vergrößerung der Signallaufzeit gegenüber der Direktausbreitung (quasi-optische Sicht).
- Beeinträchtigung durch Bebauung des Geländes, Geländebeschaffenheit, manchmal auch dichte Belaubung von Bäumen/Wäldern.
- Laufzeitmessungen sind grundsätzlich anfällig gegenüber Mehrwegeausbreitung.
- Dadurch Ortungsfehler von unter 1 m.



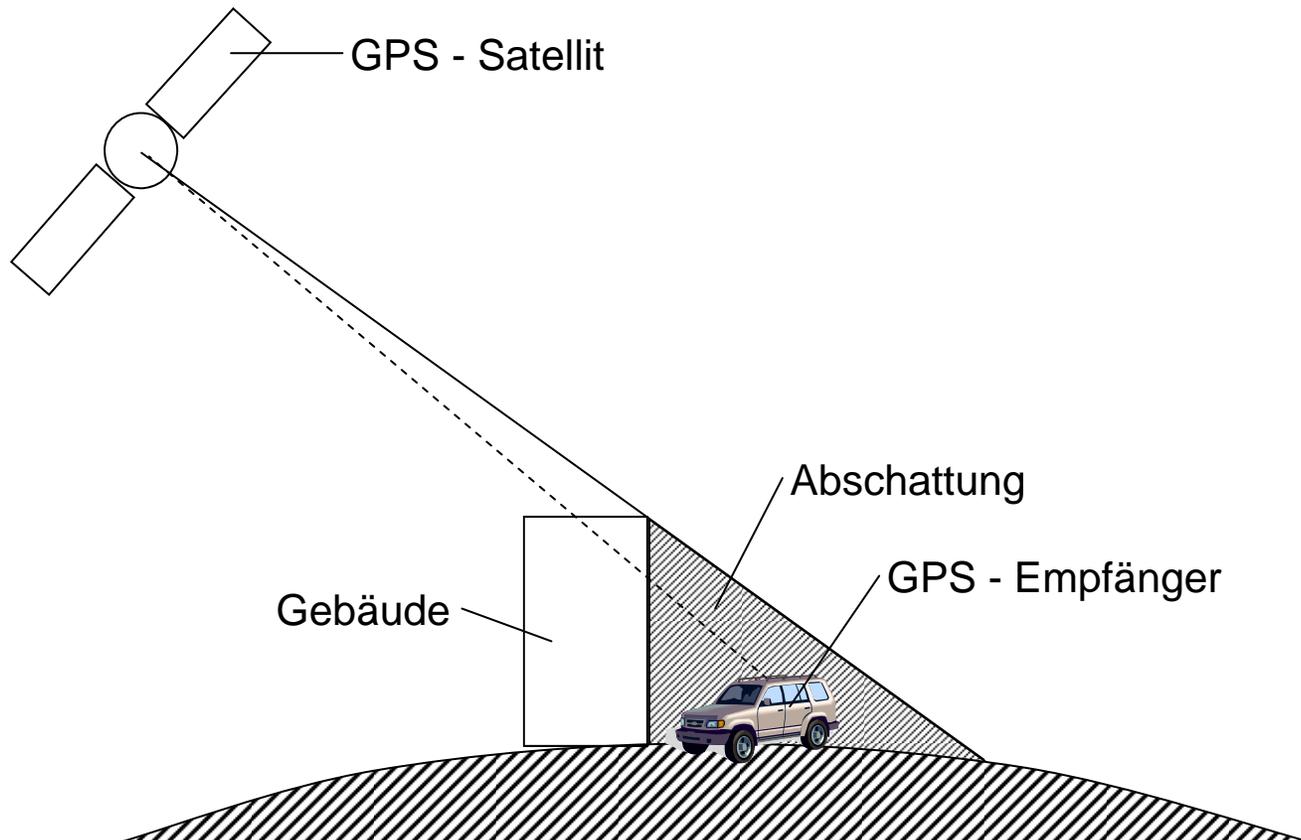
Abschattung der GPS-Signale

Abschattung der GPS-Signale können bei Flugzeugen durch den Rollwinkel gegenüber der GPS-Flugzeugantenne bewirkt werden.



Abschattung der GPS-Signale

Abschattung der GPS-Signale können durch Gebäude gegenüber Kraftfahrzeugen



Messfehler

Die angegebenen Werte sind Näherungswerte:

Störungen durch die Ionosphäre	(0 ... 90)m
Schwankungen der Satellitenumlaufbahnen	(1 ... 10)m
Uhrenfehler der Satelliten	(0 ... 1,5)m
Mehrwegeeffekte	(0 ... 1)m
Störungen durch die Troposphäre	(0 ... 30)m
Rechnungs- und Rundungsfehler	± 1 Meter

Tabelle: Übersicht über Messfehler

