## EL PROBLEMA DE LOS CUATRO COLORES

¿Cuál es el número mínimo de colores suficiente para pintar cualquier mapa geográfico de forma que no haya dos países fronterizos pintados del mismo color?

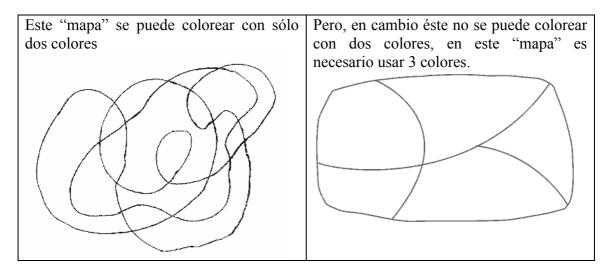
Este es un famoso problema que durante 124 años trajo de cabeza a matemáticos de fama mundial. La demostración de este hecho, que **cuatro colores eran suficientes,** se terminó en 1970 con el uso de ordenadores. Posteriormente fue confirmada la demostración sin hacer uso de ordenadores.



¿Serías capaz de colorear el mapa de las comunidades autónomas peninsulares de España con sólo tres colores? (Si no te sale, hazlo con cuatro)

Un buen *ejercicio* es que intentes dibujar un mapa "imaginario" con países que tengan fronteras "raras" y te vayas convenciendo de que sólo hacen falta 4 colores para colorearlo.

## Aquí tienes unos ejemplos:



## ¿Podrías averiguar por qué?

Ya sabemos que no se necesitan más de cuatro colores para colorear un mapa; ahora, encontrar un método para colorear el mapa de manera correcta... es otra cosa.

¿Quieres intentarlo?

## Un poco de historia

Los orígenes de este problema son muy antiguos. Los cartógrafos renacentistas sabían ya que les bastaban cuatro colores para pintar sus mapas de manera que dos países vecinos quedaran pintados de distintos color, logrando así que sus mapas fueran claros y fáciles de entender.

Sin embargo, hasta el siglo XIX, a nadie se le había ocurrido que este hecho tuviera que ver con matemáticas y mucho menos que se podía o debía demostrar.

Parece ser que el llamado "problema de los cuatro colores" se convirtió formalmente en un problema matemático cuando en 1850 un estudiante inglés, Francis Guthrie, a quien le gustaba dibujar y colorear mapas, se dio cuenta de que siempre podía pintar correctamente los mapas sin usar más de cuatro colores. Intuyendo que esto podía ser demostrado, se lo contó a su hermano Frederick, quien había estudiado con un prestigioso matemático inglés de la época llamado Augustus De Morgan. De Morgan no supo solucionar el problema pero le pareció suficientemente interesante como para enviarle una carta a otro prestigiado matemático inglés: Sir William Hamilton, quien decidió no hacerle caso al problema, hecho que nunca sabremos si sucedió porque no pudo resolverlo o porque le pareció intrascendente.

Durante muchos años, matemáticos y no matemáticos, expertos y novatos intentaron resolver el problema de los cuatro colores, es decir, demostrar que bastan cuatro colores para dar una coloración correcta a cualquier mapa. El problema de los cuatro colores se hizo tan famoso en el medio matemático, que en 1878 el matemático inglés Arthur Cayley lo propuso oficialmente a la Sociedad Matemática de Londres (London Mathematical Society), una de las sociedades de matemáticos más importantes del mundo en esa época, como un problema a resolver.

Varios matemáticos dieron demostraciones que resultaron tener errores, pero lo que sí se logró con el paso de los años y el trabajo de tanta gente, fue demostrar dos cosas fundamentales:

- Tres colores son insuficientes para colorear cualquier mapa, es decir, existen mapas que no pueden colorearse de ningún modo usando únicamente tres colores.
- Con cinco colores se puede colorear cualquier mapa correctamente.

De manera que aunque no se había probado nada respecto a los cuatro colores por lo menos ya se sabía que con tres faltaba y con cinco sobraba, así el número cuatro era el candidato ideal...había entonces que probarlo o refutarlo.

Finalmente en 1976 (¡124 años después de haber sido propuesto!) dos matemáticos de la Universidad de Illinois en Estados Unidos, Kenneth Appel y Wolfgang Haken, usando una computadora Cray de segunda generación, analizaron 1900 posibles arreglos de regiones en el plano, o sea, analizaron 1900 tipos distintos de mapas. La computadora tardó 1200 horas en correr un programa que tenía miles de líneas de largo, y para todos los mapas encontró una coloración en la que a lo más se usaban cuatro colores. ¡El problema había sido resuelto!

Muchos matemáticos aceptaron esto como una prueba irrefutable, pero muchos otros argumentaron que eso no era una demostración matemática, la máquina había comprobado que una gran cantidad de mapas podían colorearse usando a lo más cuatro colores, ¿pero que tal sí existía un mapa, que la computadora no hubiera contemplado, que no podía colorearse de esa forma?

La discusión continuó por veinte años, hasta que en 1996, los matemáticos Neil Robertson, Daniel Sanders, Paul Seymour y Robin Thomas, de la Escuela de Matemáticas del Instituto Tecnológico de Georgia, en Estados Unidos, publicaron una demostración, aparentemente correcta, del "teorema de los cuatro colores". Y así acaba la historia, pues hasta ahora nadie la ha refutado...