

UNTERSUCHUNG DES TORSIONSVERHALTENS DÜNNWANDIGER, GESCHLOSSENZELLIGER PROFILTRÄGER MIT INHOMOGENEM QUERSCHNITT

T. Beelitz*[‡], A. Hadzhiyski*[‡], R. Kenfack*[‡], J. Marzik*[‡], B. Popiela*[‡], R. Sahr*[‡], T. Blümel*, A. Krimmer[†]

* Technische Universität Berlin, Institut für Luft- und Raumfahrt, Fachgebiet Luftfahrzeugbau und Leichtbau,
Marchstraße 12-14, 10587 Berlin, Deutschland

[†] TPI Composites Germany GmbH, Falkenberger Straße 146 A/B, 13088 Berlin, Deutschland

[‡] Die aufgeführten Autoren sind ungeachtet der genannten Reihenfolge zu gleichen Teilen an der Arbeit beteiligt.

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit werden Berechnungsmethoden zur Bestimmung des Torsionswinkels und Torsionsschubflusses dünnwandiger, geschlossenzelliger Profilträger mit inhomogenem Querschnitt untersucht. Analytische Berechnungsmethoden bieten die Möglichkeit eines schnellen und kostengünstigen Systementwurfs. Die Beurteilung dieser analytischen Methoden hinsichtlich ihrer Abweichung von der Realität und Vergleichbarkeit mit anderen aufwändigeren Auslegungsmethoden ist daher von großem Interesse. Dazu werden die analytisch ermittelten Ergebnisse mit numerisch und experimentell bestimmten Werten verglichen und hinsichtlich ihrer Genauigkeit bewertet. Es werden Kastenträger aus glasfaserverstärktem Kunststoff mit unterschiedlichem Laminataufbau und Wandstärken in Gurt und Steg untersucht. Die Berücksichtigung des anisotropen Verhaltens sowie inhomogener Querschnitte stehen im Vordergrund. Die analytischen Berechnungsverfahren werden mit der klassischen Laminattheorie in MATLAB programmiertechnisch ausgeführt. Die lokalen Steifigkeiten entlang der Profilkontur werden ermittelt. Numerische Simulationen werden mittels Finite-Elemente-Methode in ANSYS durchgeführt. Die praktischen Versuche werden unter reiner Torsionslast vollzogen. Dabei wird der Drillwinkel optisch mittels LIMESS-System bestimmt. Der lokale Torsionsschubfluss wird durch die Messung der Schubverzerrung unter Verwendung von Dehnmessstreifen ermittelt. Die erhaltenen Ergebnisse zeigen auf, dass der Drillwinkel unter Torsionsbelastung mittels analytischer Verfahren für kleine Winkel sehr genau vorhergesagt werden kann. Die ermittelten Versuchsdaten bestätigen die klassischen, stark vereinfachten analytischen Ansätze. Die gemessenen Schubverzerrungen deuten bereichsweise auf einen annähernd konstanten Verlauf hin. Die Berücksichtigung eines inhomogenen Profilquerschnittes mit abschnittsweise veränderlichen Steifigkeiten oder Dicken bietet nur geringfügigen Mehrwert. Die numerischen Ergebnisse stimmen mit den Versuchswerten gut überein.

Keywords

Faser-Kunststoff-Verbund; Torsionsverhalten von Leichtbaustrukturen;
Torsionsschubfluss und Schubverzerrung; Finite-Elemente-Methode

NOMENKLATUR

Formelzeichen

E	Elastizitätsmodul	N/m^2	r_{\perp}	senkr. Abstand zur Profilmittellinie	m
G	Schubmodul	N/m^2	s	Laufvariable entlang d. Profilmittellinie	m
γ	Schubverzerrung	m/m	SD	Standardabweichung	%
GI_T	Torsionswiderstand	N/m^3	T	Torsionsmoment	Nm
M	Mittelwert	%	t	Dicke des Laminats	m
q_T	Torsionsschubfluss	N/m	τ	Schubspannung	N/m^2
r	Abstand zur Profilmittellinie	m	ϑ	Drillwinkel	°

Indizes

	in Faserrichtung
⊥	quer zur Faserrichtung
T	Torsion
var	variabler Schubfluss

Abkürzungen

BX	biaxial
FE	Finite-Elemente
FVA	Faser-Volumen-Anteil
UD	unidirektional

1. EINLEITUNG

Geschlossenzellige Profilträger werden aufgrund ihrer hohen Torsionssteifigkeit in vielen Leichtbauanwendungen eingesetzt. Mit der vermehrten Anwendung von Faser-Kunststoff-Verbunden (FKV) und den damit einhergehenden neuen Konstruktionsmöglichkeiten können neben homogenen Querschnitten auch inhomogene, anisotrope Querschnitte realisiert werden. Die Auslegung von Bauteilen aus FKV ist durch das anisotrope Werkstoffverhalten deutlich aufwendiger, als es von ähnlichen Bauteilen aus isotropen Metallen oder Kunststoffen bekannt ist. Im Gegenzug können Bauteile mit klaren Lastpfaden leichter konstruiert werden, da speziell auf die geforderten Lastverteilungen hin ausgelegt werden kann. Insbesondere bei Bauteilen in der Luft- und Raumfahrttechnik ist es wichtig, leicht und steif bei weiterhin ausreichender Festigkeit zu bauen. Die klassischen, analytischen Berechnungsmethoden ermöglichen einen schnellen Systementwurf und sind daher oft die erste Wahl bei der Vorauslegung von FKV-Strukturen. Numerische Simulationen gehen oftmals mit einer aufwendigen Modellierung einher und sind für einen schnellen Vorentwurf daher ungeeignet. Für die Berechnung von Drillwinkel und Torsionsschubfluss setzen analytische Ansätze, unter anderem die Torsionstheorien nach Saint-Venant und Bredt, jedoch homogene Querschnitte voraus. Die Theorie nach Bredt führt zu einem umlaufend konstanten Schubfluss. Eine konstante Schubflussverteilung über den gesamten Querschnitt bei bereichsweise variierenden Dicken und Steifigkeiten erscheint jedoch fragwürdig und gilt es zu untersuchen. Im Rahmen dieser Ausarbeitung werden bekannte Theorien um den Einfluss der lokalen Änderungen von Dicken und Steifigkeiten des Querschnitts, im Nachfolgenden auch Inhomogenität genannt, erweitert. Den analytischen Berechnungen wird eine praktische Versuchsdurchführung und eine numerische Simulation gegenübergestellt. Als Ergebnis der Untersuchung soll ein Vergleich der Theorien mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) und den praktischen Versuchen zu neuen Erkenntnissen führen.

2. THEORIE

Um die Anisotropie des Materials und die Inhomogenität des Querschnitts zu berücksichtigen, werden zunächst die angreifenden Kräfte und Momente an einem Querschnitt eines durch reine Torsion belasteten Kastenträgers betrachtet (Bild 1).

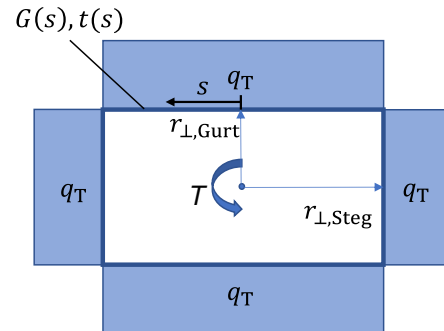


BILD 1. Kräfte und Momente an einem Querschnitt eines durch reine Torsion belasteten Kastenträgers

Das Momentengleichgewicht um den Profilmittelpunkt eines Kastenträgers, mit der Laufvariable s entlang der Profilmittellinie, dem senkrechten Abstand zur Profilmittellinie r_{\perp} und dem Torsionsschubfluss q_T lautet:

$$(1) \quad T = \oint q_T(s) \cdot r_{\perp}(s) ds$$

Nach Bredt (1855) ist der Schubfluss umlaufend konstant. [1] Das Integral kann gelöst und mithilfe der Fläche, die durch die Profilmittellinie eingeschlossen wird, ausgedrückt werden:

$$(2) \quad T = q_T \cdot \oint r_{\perp}(s) ds = q_T \cdot 2A_m$$

$$(3) \quad q_T = \frac{T}{2A_m}$$

Wird der Schubfluss jedoch als nicht konstant angenommen, müssen zur Lösung des Integrals kinematische Beziehungen herangezogen werden.

Aus den kinematischen Beziehungen an einem nach Saint-Venant (1896) durch reine Torsion belasteten Kreisringzylinders [1] (vgl. Abbildung 2) folgt:

$$(4) \quad r \cdot d\vartheta = \gamma_{\text{var}} \cdot dx$$

$$(5) \quad \gamma_{\text{var}} = r \frac{d\vartheta}{dx} = r\vartheta'$$

Aus dem Stoffgesetz $\tau_T = G \cdot \gamma$ und der Definition des Torsionsschubflusses folgt:

$$(6) \quad q_T = \tau_T \cdot t = G \cdot t \cdot \gamma$$

Gleichungen (5) und (6) eingesetzt in das Momentengleichgewicht (1) liefern:

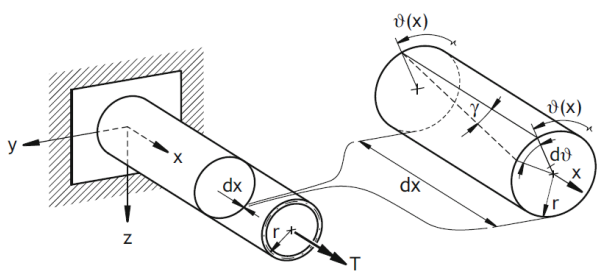


BILD 2. Kinematische Beziehungen nach Saint-Venant [1]

$$(7) \quad T = \oint G(s) \cdot t(s) \cdot r(s) \cdot r_\perp(s) \cdot \vartheta' ds.$$

Unter der Annahme, dass die Verdrillung ϑ' konstant ist, folgt für ϑ :

$$(8) \quad \vartheta_{var} = \frac{T}{\oint Gtrr_\perp ds} \cdot x$$

Zur Bestimmung des Drillwinkels am Ende des Kastenträgers wird für die Position in Balkenlängsrichtung x die Länge des Balkens abzüglich der Einspannlänge eingesetzt.

In den 1940er bis 1950er Jahren beschäftigte sich W. Wlassow mit der Torsion dünnwandiger Profilträger, insbesondere mit der Wölbkrafttorsion [2, 3]. Letztere tritt auf, wenn die Verwölbung eines Querschnitts behindert wird. Der Einfluss der Wölbkrafttorsion ist bei offenen Profilen größer als bei geschlossenen Profilen. Die bei dünnwandigen, geschlossenen Profilen auftretenden Verwölbungen bleiben gegenüber der Profilgeometrie klein und werden somit für den betrachteten Kastenträger vernachlässigt [1, 3].

Für die nähere Betrachtung des Torsionsverhaltens eines wölbfreien Profils aus anisotropem Material mit inhomogenem Querschnitt wird das Prinzip des sektoriellen Ebenbleibens der Querschnitte bei Polygonprofilen nach Wlassow [4] hinzugezogen.

Aus diesem Prinzip folgt, dass die Schubverformung γ über einen Polygonabschnitt jeweils konstant bleibt (s. Abb. 3).

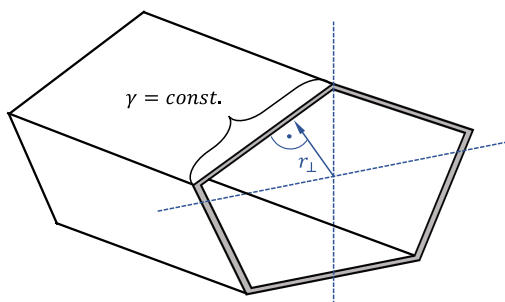


BILD 3. Sektoriales Ebenbleiben der Querschnitte

Analog zu Gleichung (5) kann ausgehend von den Annahmen nach Wlassow eine kinematische Beziehung für die Schubverformung aufgestellt werden:

$$(9) \quad \gamma_{sektoriell} = r_\perp \cdot \vartheta'$$

Durch Einsetzen von (9) in das Stoffgesetz ergibt sich für das Momentengleichgewicht folgende Gleichung:

$$(10) \quad T = \oint G(s) \cdot t(s) \cdot r_\perp^2(s) \cdot \vartheta' ds.$$

Analog zur Saint-Venant'schen Torsionstheorie wird die Verdrillung als konstant und klein angenommen. Somit gilt für die Drillwinkel:

$$(11) \quad \vartheta_{sektoriell} = \frac{T}{\oint Gtr_\perp^2 ds} \cdot x.$$

In Abbildung 4 sind die Torsionsschubflussverläufe nach den drei vorgestellten Theorien dargestellt. Bild 4(a) zeigt die Theorie nach Bredt, welche einen über den Querschnitt konstanten Schubfluss voraussetzt.

Nach dem Ansatz der kinematischen Beziehungen von Saint-Venant steigt nach den Gleichungen (5) und (6) der Torsionsschubfluss mit dem Abstand zum Schubmittelpunkt r an, sodass es zu Spitzen im Schubflussverlauf an den Kanten des Balkens kommt, siehe Bild 4(b).

Nach dem Prinzip des sektoriellen Ebenbleibens der Querschnitte in Anlehnung an Wlassow ergeben sich Torsionsschubflüsse, die innerhalb eines Abschnitts, also in den Gurten und den Stegen, jeweils unveränderlich sind, siehe Bild 4(c).

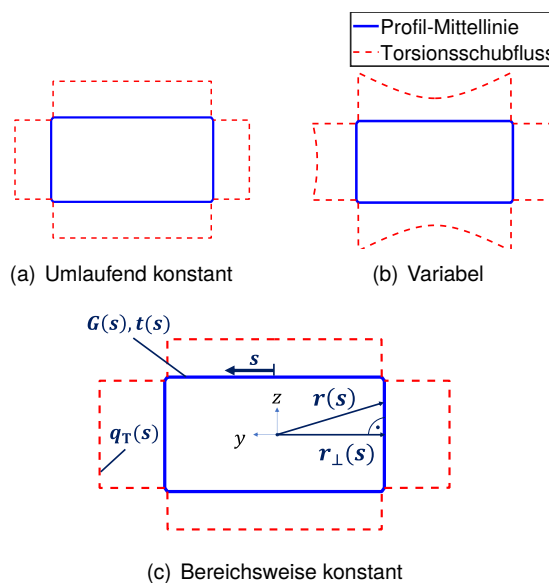


BILD 4. Zu untersuchende Theorien der Schubflussverteilung

3. VERSUCHSKONZEPT

Um die drei Theorien hinsichtlich des Schubflussverlaufs und der Genauigkeit ihrer Vorhersage des Drillwinkels zu bewerten, werden praktische Versuche an Kastenträgern aus FKV durchgeführt, die sich in ihrem Laminataufbau unterscheiden.

3.1. Auslegung und Fertigung

Grundlage für die Untersuchung des Torsionsverhaltens dünnwandiger, geschlossenzelliger Profilträger sind sechs verschiedene Balkenstrukturen aus glasfaserverstärktem Kunststoff. Die analytischen Ansätze sollen durch drei Versuchsbalken-Paare mit unterschiedlichem Gurt-Steg-Aufbau validiert werden. Für jede Gurt-Steg-Kombination wird jeweils ein Balken mit $0^\circ/90^\circ$ - sowie $\pm 45^\circ$ -Faserorientierung getestet, um den Einfluss unterschiedlicher Drillsteifigkeiten vergleichen zu können. Die einzelnen Laminataufbauten der Balken sind in Tab. 1 aufgeführt. Alle Lamine sind symmetrisch aufgebaut.

Als Faserhalbzeug wird ein Glasfaser-BX-Gelege (X-E-812g/m²-1270mm) sowie ein Glasfaser-UD-Gelege (U-E-1200g/m²-1300mm) des Herstellers *Saertex* verwendet. Als Matrixsystem wird das Epoxidharz *Epikote Resin MGS RIMR 135* mit dem Härter *Epikure Curing Agent MGS RIMH 137* genutzt. Hergestellt werden die Versuchsbalken mittels einer Positivform, wobei die einzelnen Lagen gewickelt oder an die jeweilige Stelle abgelegt werden. Um ein Verrutschen der einzelnen Lagen während des Wickelprozesses zu verhindern, werden diese mit Gitterband fixiert. Das Durchtränken des Aufbaus erfolgt mittels des VARIM-Verfahrens (**V**acuum **A**ssisted **R**esin **I**nfusion **M**olding).

Die für die Auslegung verwendeten Materialkennwerte wurden vorab in Coupon-Versuchsreihen am Institut für Luft- und Raumfahrttechnik der TU Berlin ermittelt.

Nr.	Auslegungsziel	Gurt	Steg
1	Niedrigere Torsionsteifigkeit $G/E/t$ konstant	4x BX $0^\circ/90^\circ$	4x BX $0^\circ/90^\circ$
2	Höhere Torsionsteifigkeit $G/E/t$ konstant	4x BX $\pm 45^\circ$	4x BX $\pm 45^\circ$
3	Niedrigere Torsionsteifigkeit G/E konstant, t inkonstant	4x BX $0^\circ/90^\circ$	2x BX $0^\circ/90^\circ$
4	Höhere Torsionsteifigkeit G/E konstant, t inkonstant	4x BX $\pm 45^\circ$	2x BX $\pm 45^\circ$
5	Niedrigere Torsionsteifigkeit $G/E/t$ inkonstant	4x BX; 1x UD $0^\circ/90^\circ; 0^\circ$	4x BX $0^\circ/90^\circ$
6	Höhere Torsionsteifigkeit $G/E/t$ konstant	4x BX; 1x UD $\pm 45^\circ; 0^\circ$	4x BX $\pm 45^\circ$

TAB 1. Balkenbelegungen

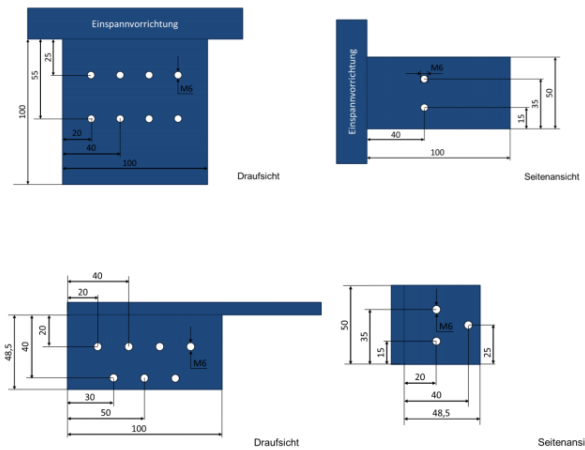


BILD 5. Bohrungen im Einspann- und Kräfteinleitungsbereich

3.2. Versuchsdurchführung

Für die Bauteilversuche wird der zu prüfende Balken über einen formschlüssigen Stahlkern von 100 mm Länge sowie 20 M6-Schrauben einseitig fest eingespannt. Gleichermaßen wird in das andere Balkenende ein 50 mm langer Stahlkern mit 20 M6-Schrauben eingesetzt. Dieser Kern ist mit einem Hebelarm für die Lasteinleitung versehen. Die verwendeten Bohrmuster für den Einspann- und Kräfteinleitungsbereich sind in Abbildung 5 dargestellt. Die Laminatbelastung aufgrund der Bohrverbindungen wurden vorab analytisch überprüft, um ein frühzeitiges Versagen an dieser Stelle zu vermeiden. Um eine reine Torsionslast in den fest eingespannten Balken einzuleiten, wird die vertikale und horizontale Verschiebung am freien Balkenende behindert. Hierfür wird dieses mittels einer Zugstange mit einer am Boden befestigten Kraftmessvorrichtung befestigt. An einem Hebelarm aus Baustahl mit 500 mm Länge (L-Profil) wird mithilfe eines Kettenzugs eine definierte Kraft aufgebracht, die zu einer reinen Torsionsbelastung in der Balkenlängsachse führt. Über eine 5 kN Kraftmessdose, welche zwischen Kettenzug und Lasteinleitung verbaut ist, wird die Prüfkraft aufgezeichnet. Um eventuelle größere Schädigungen des Laminates (Zwischenfaserbruch) durch hohe Prüfkraft zu vermeiden, wird eine Maximallast von 500 N angelegt und für die Auswertung verwendet. Für die festgelegte Maximallast kann von kleinen Verformungen ausgegangen werden, die grundlegend für die Gültigkeit der analytischen Annahmen sind. Die Schubverzerrungen werden über die lokalen Dehnungen an vier DMS-Messpunkten ermittelt. Diese werden in der Mitte der freien Länge der Balkenstruktur positioniert. Für die Dehnungsmessung werden DMS-Rosetten mit 3 mm Gitterlänge verwendet. Zwei der drei Messrichtungen sind im $\pm 45^\circ$ Winkel zur Balkenlängsachse ausgerichtet. Die dritte Achse misst die Dehnung entlang der Längsachse. Aus der Schubverzerrung kann anschließend über das Schubmodul und die Laminatdicke an der jeweiligen

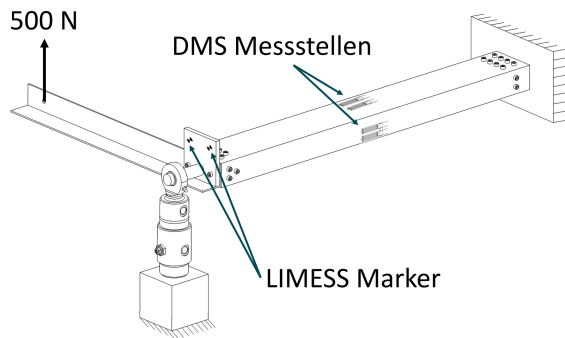


BILD 6. Schematischer Versuchsaufbau mit Position der Dehnungs- und Drillwinkelmessung

Position des Messpunktes der Schubfluss berechnet werden. Der Drillwinkel des Profilträgers wird über ein *LIMESS*-System am freien Ende der Struktur optisch gemessen. Es kann somit eine Biegetorsionskopplung ausgeschlossen werden. In Abbildung 6 ist der Versuchszustand schematisch dargestellt. Die freie Verdrilllänge des Profils zwischen Kräfteinleitung und Einspannung beträgt 700 mm.

Während der Versuchsdurchführung kommt es, bedingt durch den Versuchsaufbau, zu einer Reduzierung des wirksamen Hebelarms. Wird eine Kraft aufgebracht, verringert sich der vertikale Abstand zwischen Kräfteinleitungspunkt und Mittelpunkt des Kastenquerschnittes. Der Einfluss der Reduzierung des wirksamen Hebelarms auf die Verformung des Kastenträgers ist bei dem betrachteten Lastniveau jedoch als vernachlässigbar klein einzuschätzen.

4. ANALYTISCHE UND FINITE-ELEMENTE BETRACHTUNG

Im Folgenden wird die Umsetzung der analytischen Berechnungen und der FE-Modellierung erläutert. Diese Betrachtungsmöglichkeiten bieten verschiedene Vorteile zur Auslegung oder dem Vorhersagen des Verhaltens von FKV-Strukturen. Im Sinne eines schnellen Vorauslegungsprozesses ist es entscheidend die Genauigkeit von analytischen Verfahren fortführend zu untersuchen.

4.1. Analytische Berechnungen

Die programmiertechnische Umsetzung der analytischen Berechnungsansätze erfolgt in MATLAB (MathWorks, R2020b). Die explizite Definition der Profilkontur über bereichsweise Laufvariablen ermöglicht die Berechnung der Laminatelastizitäten sowie der lokalen Schubverzerrung. Skalierte Materialkennwerte einer vorangegangenen Probenserie, die Auslegungslast sowie die Profilträgergeometrie dienen als Eingangsgrößen.

4.1.1. Geometrie, Materialdaten und Laminataufbau

Die Materialdaten der UD-Einzelschicht, die für die analytische und FE-Betrachtung verwendet werden, wurden experimentell bestimmt. Da der Anteil der Querarmierung am UD-Gelege nur 3% beträgt, wird eine Lage des UD-Geleges im Verbund vereinfacht als reine undirektionale Einzelschicht betrachtet und mithilfe der Mischungsregeln für FKV skaliert. Da das BX-Gelege aus einer fast identischen Roving-Schlichte-Kombination hergestellt wird, werden aufgrund des zeitlichen Rahmens die skalierten Materialkennwerte des UD-Geleges übertragen.

Bei der Erzeugung des Laminataufbaus wird eine Trennung der verwendeten Gelege in einzelne Schichten mit entsprechenden Faserrichtungen vorgenommen. Die Dicke der getrennt definierten Gelegesichten steht im gleichen Verhältnis zur Dicke des BX-Geleges wie das Flächengewicht der einzelnen Gelegesichten zum Gesamtflächengewicht des BX-Geleges. Die Einzelschichtdicken berechnen sich aus dem Einzelschicht-Flächengewicht, dem mittels Kalzinierung bestimmten Faservolumenanteil und der Faserdichte. Die Gesamtdicke des Laminataufbaus ist die Summe der Einzelschichtdicken.

Die Materialdaten werden auf den balkenspezifischen, bestimmten FVA umgerechnet. Die Werte für einen FVA von 55% sind in Tabelle 2 aufgeführt. Die Festigkeiten des Materials sind im Rahmen des Papers nicht relevant und werden daher nicht dargestellt.

E_{\parallel} in MPa	E_{\perp} in MPa	$G_{\perp\parallel}$ in MPa	$\nu_{\perp\parallel}$
44368	13547	4070	0,35

TAB 2. Materialdaten der UD-Einzelschicht für die analytische und FE-Berechnung bei 55% FVA.

Für die analytische Berechnung werden die einzelnen Laminataufbauten für Gurt und Steg über die Faserorientierung und das Flächengewicht zusammengesetzt. Der zu untersuchenden Balkenstruktur werden vordefinierte Laminataufbauten bereichsweise zugeordnet.

4.1.2. Mechanische Modellierung

Grundlage des analytischen Berechnungsmodells ist zum einen die Klassische Laminattheorie (KLT) sowie die Ansätze zur Berechnung des Torsionsschubflusses nach Abschnitt 2. Der Programmcode ermittelt nach dem Einlesen der Laminatdaten von Gurt und Steg die jeweiligen Elastizitäten mithilfe einer eigenständigen KLT-Funktion. In einer weiteren Funktion wird der Balkenquerschnitt erstellt und gleichmäßig verteilte Stützstellen definiert. Der so definierte Balkenquerschnitt ist beispielhaft in Abbildung 7 gezeigt. Anschließend werden mithilfe der von der Umlaufvariable abhängigen Laminatdicke t , dem

Schubmodul G und dem Abstand der Struktur vom Mittelpunkt r bzw. r_{\perp} die Torsionswiderstände GI_T berechnet. Aus den jeweiligen Torsionswiderständen kann der Drillwinkel sowie der dazugehörige Torsionsschubfluss q_T an jeder Stützstelle ermittelt werden.

Neben der Schubflussberechnung wird weiterhin die Anstrengung nach Puck [5] sowie die Stabilität der Balkenstruktur und die Festigkeit der Bohrungen im Einspannungsbereich ausgewertet. Das Tool ermöglicht die Untersuchung verschiedener Laminataufbauten und Belastungszustände und kann für die Vorauslegung von Kastenträgern angewendet werden.

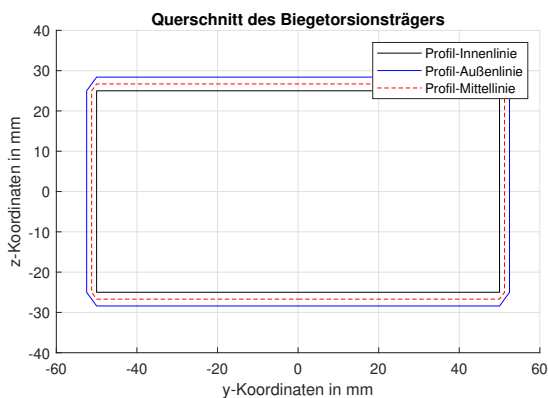


BILD 7. Querschnitt des Torsionsträgers

4.2. Finite-Elemente-Analyse

Als Ergänzung der experimentellen und analytischen Betrachtung werden numerische Simulationen mittels FEM durchgeführt. Hierbei liegt der Schwerpunkt besonders auf der Untersuchung der Schubflussverteilung in den betrachteten anisotropen und inhomogenen Kastenträgern. Die Analysen werden mit der Software ANSYS Mechanical (Ansys, Inc., 2021 R1) durchgeführt. Die Definition des Laminataufbaus erfolgt im speziell für die Untersuchungen von Faser-Kunststoff-Verbunden entwickelten Komponentensystem ANSYS Composite Prep/Post (ACP).

4.2.1. Geometrie, Materialdaten und Laminataufbau

Die Geometrie der Kastenträger entspricht den experimentell und analytisch untersuchten Strukturen (vgl. Tabelle 1). Die Trennung des BX-Geleges in Einzelschichten mit der entsprechenden Faserrichtung erfolgt analog zu Abschnitt 4.1.1. Den einzelnen Gelegeschichten werden Materialdaten der UD-Schicht zugewiesen, die in Tabelle 2 zusammengefasst sind.

Als linear-elastische Materialkennwerte des Hebelarms, über den das Torsionsmoment in den Kastenträger eingeleitet wird, werden Literaturwerte für Stahl angenommen [6]. In den durchgeführten Versuchen tritt keine plastische Verformung der

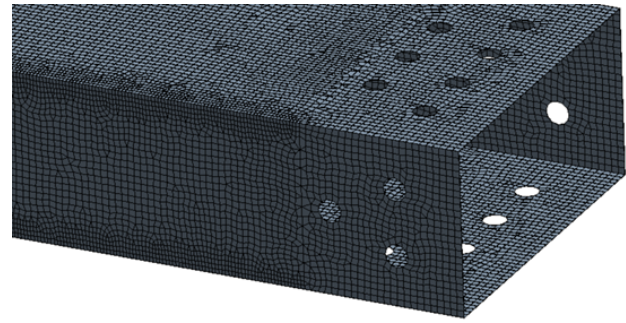


BILD 8. Netzverfeinerung im Kantenbereich der Balkenstruktur

Krafteinleitung auf, sodass keine Materialdaten für den plastischen Bereich vorgesehen werden.

4.2.2. Vernetzung

Die Struktur wird mit Schalenelementen 2. Ordnung (SHELL281) vernetzt, die aufgrund von Zwischenknoten zwischen den Ecken des Elements nachgiebiger als die Elemente 1. Ordnung (SHELL181) sind. Die Elemente sind nach [7] für die Laminatmodellierung und -simulation gut geeignet.

Um den Einfluss der Elementgröße auf die Simulationsergebnisse auszuschließen, wird eine Konvergenzanalyse durchgeführt. Eine globale Elementgröße, ab der die Verschiebungen unterhalb der Konvergenzschranke liegen, beträgt 8 mm. Da sich bei den Analysen besonders die Spannungs- und Verzerrungszustände im Fokus befinden, wird die Elementgröße als 2 mm global mit einer lokalen Verfeinerung auf 1 mm im Kantenbereich gesetzt (vgl. Abbildung 8). Somit ergeben sich für die Balkenstruktur jeweils 85314 Elemente und 253514 Knoten.

4.2.3. Randbedingungen, Lasten und Kontaktdefinitionen

Alle in den FE-Analysen definierten Randbedingungen sind in Abbildung 9 dargestellt. Die Lagerung des Kastenträgers wird durch die Unterdrückung aller Freiheitsgrade der Knoten im Einspannbereich abgebildet (Randbedingung B). Um die Biegung des Balkens um die y-Achse zu verhindern, wird die Verschiebung des Mittelpunktes der Krafteinleitung in z-Richtung unterdrückt (Randbedingung A). Die Achsenrichtungen sind der Abbildung 7 zu entnehmen. Zwischen Kastenträger und Hebelarm wird ein Kontakt definiert, sodass keine Relativbewegung der Knoten auftritt (BONDED).

Die Prüflast in z-Richtung wird an den Knoten des Hebelarms definiert, sodass der Abstand zwischen dem Angriffspunkt und der Mitte des Kastenträgers genau 500 mm beträgt (Punkt C).

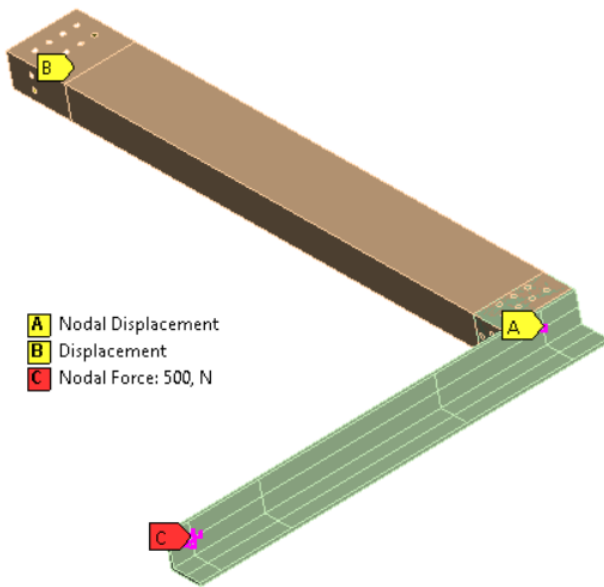


BILD 9. Randbedingungen in den FE-Analysen

5. ERGEBNISSE UND AUSWERTUNG

Im Folgenden werden die Ergebnisse der analytischen und FE-Berechnung sowie die Versuchsergebnisse erläutert. Es werden die Torsionssteifigkeit der Querschnitte sowie die Schubfluss- und Schubverzerrungsverläufe über den Querschnitt betrachtet. Die gemessenen Dehnungswerte, die an vier Stellen der Profilkontur bestimmt werden, werden im Sinne einer nachvollziehbaren Darstellung um die Querschnittsachsen gespiegelt.

5.1. Drillwinkel

Eine Zusammenfassung der experimentell bestimmten Drillwinkel und der relativen Fehler der analytischen und numerischen Betrachtung ist in Tabelle 3 zu sehen. Der Tabelle sind zudem die Mittelwerte M und Standardabweichungen SD der Berechnungsmethoden zu entnehmen. Die Abkürzungen für die drei analytischen Berechnungsmethoden stimmen mit der Bezeichnung in Abbildung 4 überein.

Nr.	ϑ	relativer Fehler in %			
		(a)	(b)	(c)	FEM
1	2,80°	+10,6	-10,0	+6,0	+16,7
2	1,07°	-13,9	-29,8	-17,3	-11,1
3	4,11°	+4,0	-12,1	+9,9	+9,9
4	1,49°	-16,0	-28,6	-10,8	-15,8
5	2,16°	+13,4	-0,3	+20,3	+22,3
6	0,93°	-11,0	-24,0	-9,9	-6,6
M in %		-2,2	-17,5	-0,3	+2,5
SD in %		+11,9	+10,8	+13,3	+14,4

TAB 3. Gemessene Drillwinkel ϑ bei max. Prüflast, die relativen Fehler der Berechnungsmethoden sowie deren Mittelwert M und Standardabweichung SD

Anhand der experimentell bestimmten Drillwinkel für Balken 1 und 2 ist zu erkennen, dass die Berechnung nach Bredt die konservativsten Ergebnisse für einen umlaufend konstanten Lagenaufbau liefert.

Für unterschiedliche Laminatdicken von Gurt und Steg und einen umlaufend konstanten Schubmodul resultiert unter Annahme eines bereichsweise konstanten Schubflusses die geringste Torsionssteifigkeit (vgl. Balken 3 und 4).

Die analytischen Ansätze, die einen konstanten oder bereichsweise konstanten Schubfluss annehmen (vgl. Variante (a) und (c) in Tabelle 3), unterschätzen die Torsionssteifigkeit der nachgiebigen Strukturen (Balken 1, 3 und 5). Die gemessenen Drillwinkel der Balken mit bereichsweise variierenden Dicken und Schubmoduln (Balken 5 und 6) bestätigen diese Erkenntnis.

Die Berechnung mit einem variablen Schubfluss führt wiederum zu einer systematischen Überschätzung der Torsionssteifigkeiten.

Im Schnitt ergibt sich aus der Berechnung mit bereichsweise konstantem Schubfluss der kleinste relative Fehler (-0,3%). Die Berechnung nach Bredt liefert ebenfalls ausreichend genaue Ergebnisse (rel. Fehler -2,2%) und weist eine leicht geringere Standardabweichung auf. Auch die numerisch bestimmten Ergebnisse erlauben eine genaue Vorhersage des Drillwinkels (rel. Fehler 2,5%). Der größte relative Fehler ergibt sich aus der Berechnung mit variablem Schubfluss und liegt im Fall der geprüften Kastenträger bei -17,5%.

5.2. Schubfluss

In Abbildungen 10 bis 15 sind die Schubverzerrungen bzw. Schubflüsse entlang des Profils aus den Versuchen den Ergebnissen aus den analytischen Berechnungen und der FEA gegenübergestellt.

In Abbildungen 10 und 11 werden die Zusammenhänge zwischen Schubfluss und Schubverzerrung deutlich. Balken 4 weist bei unterschiedlichen Dicken in Stegen und Gurten und umlaufend konstantem Schubmodul eine näherungsweise bereichsweise konstante Schubverzerrung γ auf. Die Schubflussverteilung in Abbildung 11 weist dabei einen näherungsweise umlaufend konstanten Verlauf auf. Die doppelte Dicke im Gurt führt dazu, dass der um den Faktor Zwei geringere senkrechte Abstand zum Mittelpunkt ausgeglichen wird (vgl. Gleichung (6)).

Das gleiche Verhalten ist für Balken 5 zu erkennen (vgl. Abbildungen 12 und 13). In diesem Fall variieren sowohl die Dicke des Laminats als auch der Schubmodul in Gurt und Steg.

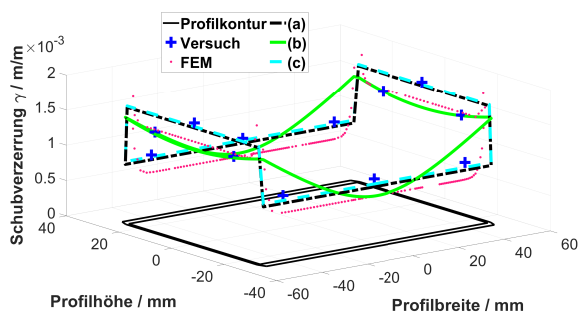


BILD 10. Schubverzerrung Balken 4

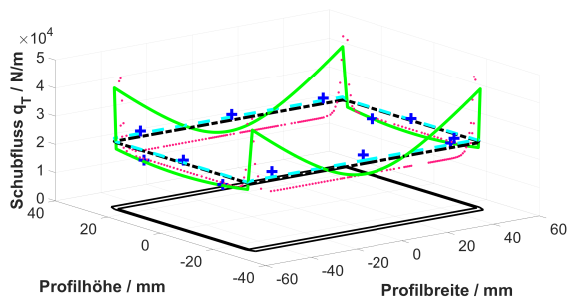


BILD 11. Schubflussverteilung Balken 4

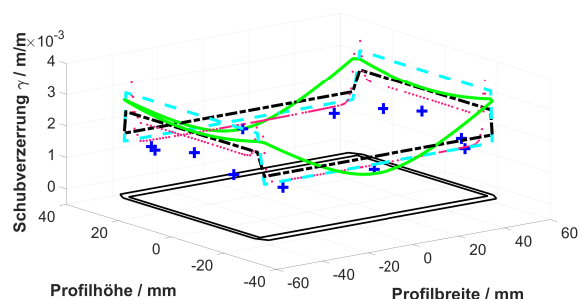


BILD 12. Schubverzerrung Balken 5

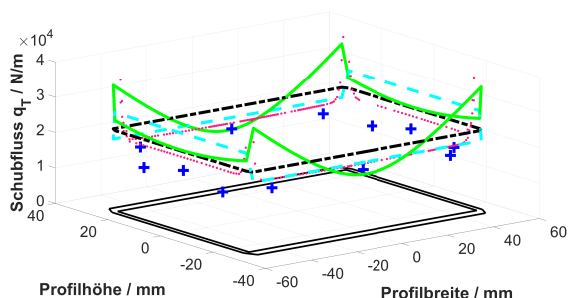


BILD 13. Schubflussverteilung Balken 5

Generell sind die Ergebnisse im Rahmen ihrer Größenordnung zu beurteilen. Insbesondere für die Gurtbereiche trifft die Aussage eines bereichsweise konstanten Schubflusses mit nur geringem Fehler zu. Die Schubflussverläufe in den Stegbereichen weisen deutliche Abweichungen von dem erwarteten Verlauf in Abbildung 4(b) auf. Zum Teil ist eine geringfügige Abnahme des Schubflusses im Bereich der Ecken zu erkennen. Aufgrund der geringen Anzahl der Messpunkte entlang der Profilkontur und der nachträglichen Spiegelung der erhaltenen Dehnungswerte ist ein Fehler nicht auszuschließen.

Die FE-Ergebnisse zeigen qualitativ ähnliche Verläufe wie die Versuche, wird von den starken Anstiegen in den Ecken abgesehen. Die Vorgehensweise beim Modellaufbau mittels ANSYS ACP und die daraus hervorgehende Vernetzung ist dafür verantwortlich. Die mit FEM ermittelten Schubflüsse weisen für die vergleichsweise schubsteifen Balken (2, 4 und 6) niedrigere Werte als die Versuche auf. Bei Balken 1 und 5 verhält es sich umgekehrt. Der Schubflussverlauf von Balken 3 wird in der FEA sehr genau abgebildet.

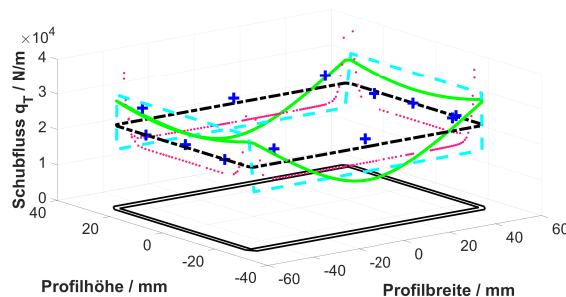


BILD 14. Schubflussverteilung Balken 2

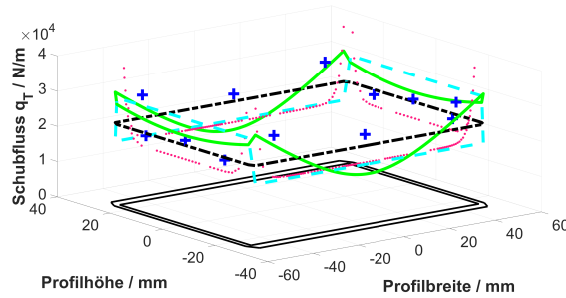


BILD 15. Schubflussverteilung Balken 6

Fünf der sechs Balken zeigen durch die DMS-Messung einen näherungsweise umlaufend konstanten oder bereichsweise konstanten Schubflussverlauf. Ein Verlauf nach Abbildung 4(b) kann nicht bestätigt werden. Einzig Balken 6 mit einem stark anisotropen und inhomogenen Laminataufbau mit einem hohen Schubmodul zeigt in den Gurten einen leichten Anstieg des Schubflusses zu den Ecken hin. Im Steg kann dies nicht bestätigt werden. Dieser Verlauf kann auch das Resultat eines Messfehlers sein.

6. FAZIT

Anhand der durchgeführten Untersuchungen lässt sich erkennen, dass das Verhalten der anisotropen und inhomogenen Kastenträger unter Torsionsbelastung mit analytischen Methoden gut beschrieben werden kann. Von den untersuchten analytischen Ansätzen bildet die Berechnung unter der Annahme eines bereichsweise konstanten Schubflusses die Verformung des Trägers am genauesten ab. Trotz der stark vereinfachten Annahmen und Voraussetzungen

eines homogenen Querschnittes liefert ebenfalls die Berechnung mit der Bredt'schen Formel vergleichsweise genaue Ergebnisse. Auch die FE-Analysen der mittels ANSYS Composite Prep/Post aufgebauten Modelle erlauben eine Drillwinkelvorhersage mit einer Genauigkeit, die vergleichbar mit den zwei genauesten analytischen Berechnungen ist. Die betrachtete Berechnung mit einem variablen Schubfluss überschätzt die Torsionssteifigkeit der Kastenträger signifikant.

Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchung lassen auf eine bereichsweise konstante Schubverzerrung und einen umlaufend konstanten Schubfluss schließen. Qualitativ gesehen lässt sich ein solches Verhalten mit der Bredtschen Formel oder mittels der durchgeführten FE-Analysen am genauesten beschreiben. Die Erweiterung der analytischen Verfahren um den Einfluss der Inhomogenität des Querschnittes ermöglicht keine genauere Vorhersage der Verzerrungen unter reiner Torsion. Inwiefern diese Aussage auch für Profile mit komplexeren Querschnitten getroffen werden kann, ist fraglich.

7. AUSBLICK

Die durchgeführten Berechnungen und Versuche stellen eine erste Grundlage für den Vergleich der analytischen Schubfluss- und Drillwinkelermittlung dar. Um eine wissenschaftlich fundierte Aussage treffen zu können, sind praktische Versuche an weiteren Probekörpern notwendig um die Ergebnisse statistisch abzusichern.

Das verwendete Materialmodell stellt eine zufriedenstellende Grundlage für das Projekt dar. Unter anderem vernachlässigt es jedoch Gelege-Nähfäden und arbeitet vereinfacht mit den Kennwerten des UD-Geleges für die UD-Schicht. An dieser Stelle kann mit einem detaillierteren Materialmodell die Genauigkeit der Berechnungen verbessert werden.

In den analytischen Berechnungsmethoden wird der Querschnitt des Kastenträgers bisher als ideal rechteckig angenommen. Das MATLAB Auslegungstool kann um die durch die Fertigung bedingten Radien in den Kanten des Profilträgers erweitert werden. Gleiches gilt für die FE-Modellierung des Kastenträgers.

Neben den in diesem Paper analysierten einzelnen Rechteckquerschnitten, ist eine Ausweitung auf andere Querschnitte und mehrzellige Profile als Projektfortsetzung von anwendungsbezogenem Interesse. Insbesondere die Verdrillung von aerodynamisch geformten mehrzelligen Profilen stellt ein für den Leichtbau relevantes Problem dar.

Die Vernachlässigung der Verwölbung eines dünnwandigen, geschlossenen Profils ist insbesondere bei der Untersuchung komplexerer Querschnitte zu überprüfen.

Kontaktadresse:

julian.marzik@campus.tu-berlin.de

Literatur

- [1] E. Nast M.Linke. *Festigkeitslehre für den Leichtbau*. Springer Vieweg, 2015. ISBN: 978-3-642-53864-3.
- [2] H. Altenbach J. Altenbach, W. Kissing. *Festigkeitslehre für den Leichtbau*. Vieweg+Teubner Verlag, Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, 1994. ISBN: 3322992144.
- [3] D. Stegmair. *Ein Beitrag zur Wölbkrafttorsion inhomogener Balken*. Universität der Bundeswehr München, 2014.
- [4] W.S. Wlassow. *Dünnwandige elastische Stäbe, Band 1. Zweite überarbeitete und ergänzte Auflage*. Staatsverlag für physikalisch-mathematische Literatur, Moskau, 1959.
- [5] A. Puck. *Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten*. Carl Hanser Verlag, 1996. ISBN: 3-446-18194-6.
- [6] V. Läßle. *Einführung in die Festigkeitslehre: Lehr- und Übungsbuch*. Springer-Verlag, 2011. ISBN: 978-3-8348-8281-3.
- [7] ANSYS, Inc. Mechanical APDL 2021 R2: Element Reference. Standard, Canonsburg, USA, 2021.