Experiment de Cavendish: Mesura de la constant gravitatòria

Avelina

Índex

1. INTRODUCCIÓ

L'univers està regit per quatre tipus d'interaccions: la nuclear feble, la nuclear forta, la electromagnètica i la gravitacional.

Les interaccions nuclears febles són les que provoquen fets com la radioactivitat ß, mentre que les interaccions nuclears fortes són les que permeten al neutrons i protons mantenir-se units en els nuclis dels àtoms. Per altra banda, la força electromagnètica és aquella que hi ha entre càrregues elèctriques, tant l'atracció com la repulsió.

Aquestes tres interaccions diferents són les de més importància a petita escala, ja que, entre altres, formen àtoms i molècules. La força gravitatòria però, és extremadament petita i pot arribar a ser menyspreada en segons quins càlculs.

No obstant, la gravetat es converteix en la força més important quan es tracta de cossos molt grans, com planetes, satèl·lits o estrelles.

Gràcies a la gravetat, totes les coses que hi ha al nostre planeta estan lligades a aquest, fet que facilita enormement la nostra vida. No obstant, la gravetat no només facilita la nostra vida, sinó que la fa possible. Si no fos per la gravetat, la Terra no giraria al voltant del Sol i la vida no seria possible a la Terra.

Al segle XVII, Newton va presentar la llei de la gravitació universal, que explica com són les forces gravitatòries. En aquesta llei, hi apareixia una constant de valor molt petit, anomenada constant gravitatòria, que Cavendish va poder mesurar un segle després que Newton anunciés la llei de la gravitació universal.

En aquest treball hem intentat reproduir l'experiment que Cavendish va dur a terme a fi de mesurar la constant gravitatòria.

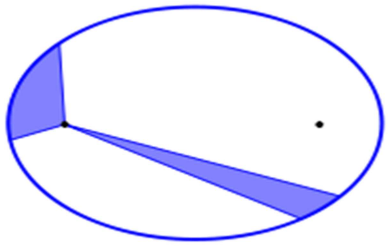
2. GRAVITACIÓ

Lleis de Kepler


1.Johannes Kepler.

Les primeres lleis sobre els moviments dels planetes les va fer Johannes Kepler, qui va aprofitar uns estudis que l'astrònom Tycho Brahe havia realitzat sobre els planetes amb una exactitud bastant més alta que les observacions anteriors. Gràcies a aquestes mesures, Kepler va poder enunciar les que ara coneixem com "Lleis de Kepler". Les dues primeres són de l'any 1609, mentre que l'última data de 1618.

·1a Llei: Tots els planetes descriuen un moviment el·líptic, del qual el Sol n'és un focus. En la imatge es pot observa aquesta el·lipse, considerant que el Sol es troba en el punt de l'esquerra. No obstant, les el·lipses descrites en la realitat no corresponen amb la de la imatge. Els planetes descriuen un moviment el·líptic amb molta poca excentricitat, és a dir, quasi circulars.

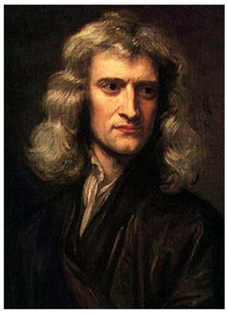

2.Explicació gràfica de la segona llei de Kepler.

·2a Llei: L'àrea de l'el·lipse recorreguda durant un temps determinat és la mateixa en tots els punts de l'el·lipse. Es pot apreciar en la imatge aquestes dues àrees pintades de color blau. Segons la llei de Kepler, aquest recorregut que ha realitzat el cos en l'el·lipse ha estat realitzat en el mateix temps i les dues àrees formades són la mateixa.

·3a Llei: El període de qualsevol planeta és directament proporcional al semieix de l'el·lipse que descriu aquest al voltant del Sol.

$$T^2 = K \cdot r^3$$

Aquestes lleis són aplicades a cossos que es troben en mútua influència gravitatòria, com seria el cas de la Terra i la Lluna.



3.Isaac Newton.

Llei de la gravitació universal

L'any 1687 Isaac Newton, un físic i matemàtic anglès, va presentar el seu llibre *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. En aquest llibre s'hi trobaven enunciades les conegudes lleis de Newton i models matemàtics per a les lleis de Kepler gràcies a la llei de la gravitació universal.

$$F = G\frac{m \cdot m'}{r^2}$$

Segons Newton, la força d'atracció entre dos cossos és directament proporcional a les seves masses i inversament proporcional a la distància que hi ha entre aquests elevada al quadrat.

Així doncs, Newton establia la relació que hi havia entre els cossos i la força d'atracció que hi havia entre aquests, tot i que no va arribar a establir quin era el valor de la G, coneguda com a constant de gravitació universal.

Gràcies a aquests descobriments de Newton, es podien explicar o ampliar alguns aspectes de les lleis de Kepler.

En primer lloc, Newton confirmava matemàticament el que ja havia dit Kepler a través d'un procediment empíric: els planetes descrivien òrbites el·líptiques al voltant dels planetes. No obstant, els càlculs de Newton donaven també lloc a l'existència d'òrbites parabòliques i hiperbòliques. Aquestes òrbites eren descrites per aquells cossos que passen un cop a prop del Sol i que després s'escapen i mai mes s'hi tornen a apropar.

En segon lloc, la segona llei de Kepler deriva del fet que la força entre el planeta i el Sol es dirigeix cap al mateix Sol. Aquesta força, anomenada força central, fa que no hi hagi moment al voltant del Sol, és a dir, que el moment angular es conserva. L'àrea del paral·lelogram (aproximadament un triangle) serà igual a:

$$A = \frac{1}{2}|r \cdot v \cdot t|;$$

$$A = \frac{1}{2m}|r \cdot v \cdot m \cdot t|$$

Tenint en compte que el moment angular és:

$$L = r \cdot m \cdot v$$

Arribem a la conclusió que:

$$A = \frac{1}{2m}|L \cdot t|$$

Com ja hem vist abans, el valor de L serà constant arreu de l'el·lipse. Com la massa també serà igual, queda demostrat que, en el mateix temps, l'àrea de l'el·lipse recorreguda en un temps determinat serà la mateixa en diferents punts de l'el·lipse.

I, en tercer lloc, a partir de la llei de la gravitació universal es podia arribar a deduir la tercera llei de Kepler. Considerant que el planeta es mou en un cercle, la força que hi actua es tracta d'una força centrípeta. Així doncs:

$$a = \frac{v^2}{r}$$

I, com a conseqüència, tenint en compte que la m és la del planeta:

$$F = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Per tant, la llei de la gravitació universal pot ser formulada de la següent manera (m_1=massa Sol; m_2 = massa planeta).

$$G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = m_2 \cdot \frac{v^2}{r}$$

Simplificant la equació, ens queda que:

$$G\frac{m_1}{r} = v^2$$

Com el planeta realitza un moviment circular, la distància que recorre és 2πr. Considerant que el període és T, v es pot substituir com a:

$$V = \frac{2\pi r}{T}$$

Així doncs, l'equació anterior ens queda com:

$$G\frac{m_1}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

Si deixem T^2 aïllat, ens queda l'equació:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{Gm_1} r^3$$

Comparant aquesta equació derivada de la llei de la gravitació universal, podem saber que la constant que apareix a la tercera llei de Kepler és equivalent a

$$K = \frac{4\pi^2}{Gm_1}$$

Experiment de Cavendish i mesura de la G

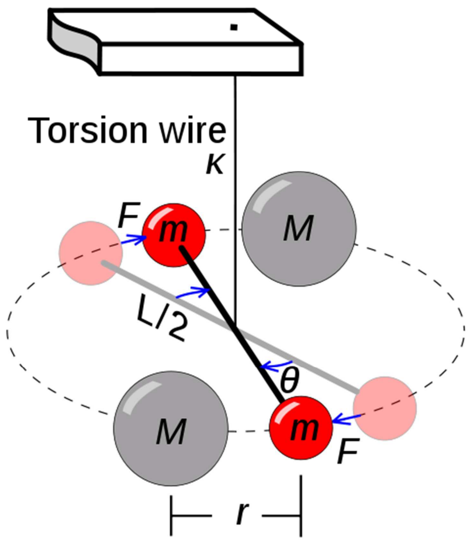
L'any 1798, Henry Cavendish, físic i químic anglès, va realitzar un experiment que va permetre tenir el primer valor de la G, la constant gravitatòria. No obstant, Cavendish va realitzar l'experiment amb la finalitat de calcular la densitat de la Terra, que era un problema que preocupava als astrònoms de l'època, que pretenien conèixer la densitat d'altres cossos celestes a partir de la de la Terra. En l'article del físic posterior a l'experiment no hi ha cap referència a la G, indicant que en cap cas Cavendish va considerar la mesura de la constant com un objectiu del seu experiment. El primer valor de G no va ser obtingut fins a 75 anys després.

4.Henry Cavendish.

En l'experiment, Cavendish va utilitzar la balança de torsió per a mesurar la G. Dissenyada pel geòleg britànic John Michell, consta d'un fil elàstic que, al aplicar-li una torsió, provocava un gir del fil apreciable gràcies a la vareta.

A fi de ser el màxim precís possible, Cavendish va dissenyar el seu experiment en una habitació a prova de vents i va mesurar la petita torsió de la balança amb un microscopi.

En l'experiment, Cavendish va penjar del fil una vareta d'uns 1.8 m, amb dues boles idèntiques en els seus extrems, dins d'una habitació tancada. Va deixar en repòs el conjunt fins que el fil es quedés en el punt d'equilibri i llavors va moure dues boles més grans des de fora de l'habitació, col·locant-les a una distància r de les altres dues boles.



5.Pèndul de torsió.

Cavendish va mesurar la desviació del fil col·locant-hi enganxat un mirall al qual va dirigir un feix de llum. Així doncs, coneixent el punt on el mirall reflectia el feix de llum al principi i el punt on el reflectia després d'aproximar-hi les dues boles grosses (és a dir, després de que es produís l'atracció gravitatòria) va poder mesurar la desviació que es produïa al fil degut a l'atracció gravitatòria. A partir d'aquesta desviació, i coneixent la constant de torsió del fil, va poder conèixer la força amb la que les dues boles petites eren atretes.

Per tant, sabent les masses, la distància i la força que exercien les boles grosses sobre les petites, Cavendish va poder aplicar la fórmula de la llei de la gravitació universal i obtenir el primer valor de la constant gravitatòria. El valor que va obtenir Cavendish va ser $6,754 \cdot 10^{-11}$ $N \cdot m^2/kg^2$. Tenint en compte que l'actual valor que se li dóna a la G és de $6.67384 \cdot 10^{-11}$ $N \cdot m^2/kg^2$, podem calcular l'error absolut de l'experiment de Cavendish.

$$E_a = |Vreal - Vcalculat|$$

$$E_a = 6,754 \cdot 10^{-11} - 6.67384 \cdot 10^{-11}$$

$$E_a = 8,016 \cdot 10^{-13}\ N \cdot m^2/kg^2$$

I, coneixent-ne el error absolut, podem obtenir el relatiu.

$$E_r = \frac{Ea}{Vreal} \cdot 100$$

$$E_r = \frac{8,016}{6,67384} 10^{-2} \cdot 100$$

$$E_r = 1,20\ \%$$

Així doncs, Cavendish va realitzar un primer càlcul bastant aproximat al valor que avui en dia es dóna a la constant gravitatòria. Des de l'experiment de Cavendish, s'han realitzat multitud d'experiments per a mesurar la constant gravitatòria, tots amb diferents mètodes i resultats.

No obstant, l'error relatiu de l'experiment de Cavendish d'1,20% s'ha reduït moltíssim, ja que s'han dissenyat altres experiments per mesurar la constant gravitatòria, arribant a valors de 10^{-4}% d'error.

Aplicacions de la llei de la gravitació universal

-Explicació de la variació de la gravetat

En la segona llei de Newton sobre la dinàmica s'afirma que:

$$F = m \cdot a$$

Considerant aquest força com la força d'atracció que exerceix la Terra sobre un cos (el pes), aquesta acceleració equival a la gravetat.

$$F = m \cdot g$$

No obstant, tot i que la llei és vàlida universalment, la F exercida sobre un mateix cos no és igual en tots els punts del planeta. Com aquesta força la fa la Terra sobre aquest cos, podem substituir-la per la llei de la gravitació universal (m=massa del cos i M=massa de la Terra).

$$g = \frac{G\frac{m \cdot M}{r^2}}{m}$$

Simplificant l'equació, obtenim que:

$$g = \frac{G \cdot M}{r^2}$$

Com la Terra no és esfèrica, la distància (r) entre el cos de la superfície de la Terra i el centre d'aquesta varia. A l'equador, la gravetat val 9,780 m/s^2, mentre que als pols val 9,832 m/s^2.

-Càlcul de la massa dels cossos celestes

La llei de la gravitació universal ens permet, si sabem quina és la gravetat en un planeta i el radi d'aquest, conèixer la massa d'aquest.

$$g = \frac{G \cdot M}{r^2}$$

Per tant:

$$M = \frac{g \cdot r^2}{G}$$

Així doncs, sabent que el radi de la Terra en un punt és 6371 km i que la gravetat en aquest punt és de 9,81 m/s^2, podem obtenir un valor de la massa de la Terra aproximat.

Amb la G considerada correcta actualment, la massa de la Terra és:

$$M = \frac{9{,}81\cdot(6371000)^2}{6.67384\cdot 10-11} = 5{,}97\cdot 10^{24}\ \text{kg}$$

Aquest càlcul s'ha realitzat amb altres planetes i ha permès descobrir l'existència de dos tipus de planeta. El primer grup, el rocós, són aquells de densitats semblants a la de la Terra. El segon, el dels gegants gasosos, està format per planetes amb densitats semblants a la de l'aigua.

Si comparéssim dos planetes de radis iguals, un de rocós i l'altre gasós, veuríem que, tot i tenir el mateix radi, el rocós tindria una gravetat i una massa molt més gran que el gasós.

Així doncs, el coneixement de la constant gravitatòria ha permès als físics conèixer el pes de la Terra i la composició d'aquesta. En l'antiguitat, abans de conèixer la llei de la gravitació universal i la constant gravitatòria, es coneixia el volum de la Terra. A partir d'aquest volum i amb la densitat mitjana de les pedres de la superfícies, es va realitzar un càlcul aproximat del que podia ser la massa de la Terra.

No obstant, amb l'aplicació de la llei de la gravitació universal, es va veure que la massa de la Terra era molt més gran del que es creia. Això va permetre descobrir als científics que la Terra té un nucli format per una substància molt més densa que la superfície d'aquesta.

-Explicació de les marees

Per estudiar el perquè de l'existència de les marees, es van considerar aquests fets:

·Hi ha dues plenamars (marea alta) i dues baixamars (marea baixa) en un mateix dia.

·Les plenamars no són sempre iguals. Les més altes es troben en aquells punts alineats amb el Sol i la Lluna alhora.

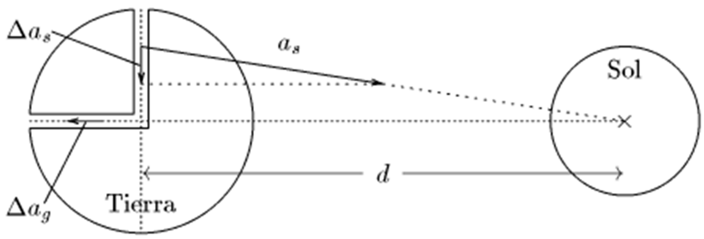
·Quan la Lluna i el Sol no es troben alineats amb la Terra, la plenamar es troba sota la Lluna.

Amb la llei de la gravitació universal es pot explicar el perquè d'aquest fenomen. Les ones es produeixen per les forces d'atracció que rep la Terra des de la Lluna i des del Sol.

En primer lloc, el fet que les plenamars majors es produeixen quan coincideixen sobre un punt el Sol i la Lluna s'explica amb el fet que aquest punt rep dues forces d'atracció alhora.

En segon lloc, per explicar que les plenamars es trobin allà on la Lluna és perpendicular, s'ha de comparar l'efecte en les marees de la Lluna i del Sol en un hipotètic cas.

Per a analitzar l'efecte d'atracció generat pel Sol, s'imaginen dos pous imaginaris que va des de la superfície de la Terra fins al seu centre, un d'ells perpendicular a la recta entre el centre de la Terra i el del Sol i l'altre en aquesta mateixa recta.



L'aigua de tots dos pous tindrà una atracció dirigida cap al Sol. En el pou vertical hi haurà un increment de la força d'atracció exercida per la Terra (Δa_S). Aquest increment formarà un angle amb la força que exerceix el Sol sobre aquest punt (a_S) que serà igual que el que formen el radi de la Terra i la distància entre aquesta i el Sol.

$$\frac{\Delta \mathrm{as}}{\mathrm{as}} = \frac{r}{d}$$

Amb la llei de la gravitació universal, podem substituir la força d'atracció del Sol amb la Terra i substituir-la en l'equació anterior (m=massa del Sol):

$$\frac{\frac{\Delta \mathrm{as}}{G \cdot m}}{d^2} = \frac{r}{d}$$

Aïllem i ens queda l'equació:

$$\Delta \mathrm{as} = \frac{G \cdot m \cdot r}{d^3}$$

Aquest valor variarà al llarg de la columna, per tant, es substitueix r per R/2 (valor mitjà del radi de la Terra). Per tant:

$$\Delta \mathrm{as} = \frac{G \cdot m \cdot R}{2d^3}$$

Aquesta acceleració afegirà un pes addicional a la columna d'aigua del pou vertical, fent que la pressió en el fons del pou augmenti (ρ=densitat aigua).

$$\Delta P = \Delta a_S \cdot \rho \cdot R$$

Aquest increment de pressió es pot escriure també com(g=gravetat i Δh=increment alçada de l'aigua):

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta h$$

Igualant i simplificant les dues equacions, ens quedarà que Δh és igual a:

$$\Delta h = \frac{\Delta \mathrm{as} \cdot R}{g}$$

Substituïm Δa_s per l'equació que hem trobat abans i ens queda que Δh val

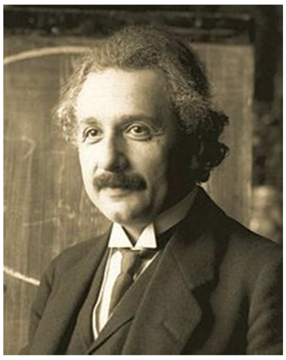
$$\Delta H = \frac{G \cdot m \cdot R^2}{2d^3 \cdot g}$$

Coneixent l'equació, substituïm amb els valors ja coneguts i ens dóna que l'increment d'altura que experimentarà l'aigua de la columna amb la força d'atracció exercida pel Sol és igual a 8,14 cm.

Llavors, repetirem l'operació utilitzant la massa de la Lluna i la distància entre la Terra i la Lluna per veure quina incidència tindria en el mateix sistema la força d'atracció de la Lluna. El resultat obtingut és de 17,9 cm.

Aquests resultats hipotètics ens demostren que sempre hi haurà plenamar allà on es trobi la Lluna a sobre perquè aquesta té més influència sobre les onades que el Sol.

Teoria de la relativitat



6. Albert Einstein.

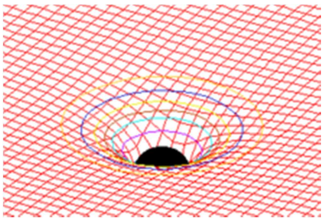
L'any 1916, el físic alemany Albert Einstein va presentar la seva teoria de la relativitat general. Aquesta teoria modificava la de Newton, ja que aquest creia que els cossos s'atreien. En canvi, Einstein creia que les masses deformaven l'espai i el temps, fent així que altres cossos que entressin en aquest espai-temps deformat per la massa començarien a descriure òrbites al voltant d'aquesta massa.

Per tant, Einstein creia que no hi havia forces d'atracció entre cossos, sinó que hi havia curvatures de l'espai i el temps.

En aquesta teoria, Einstein va introduir una nova constant, anomenada la constant gravitatòria d'Einstein:

$$G_E = \frac{8\pi G}{c^2}$$

Aquesta constant és la proporcionalitat entre el tensor de curvatura d'Einstein (que mesura la intensitat d'un camp gravitatori) i el tensor energia-impuls de la matèria que ha provocat aquest camp gravitatori:



7.Simulació d'un espai-temps deformat.

$$G_{ik} = G_E T_{ik}$$

D'aquesta manera, tot i que Einstein va modificar radicalment el concepte que es tenia de les forces gravitatòries, la constant gravitatòria continua sent present en l'explicació d'aquestes forces.

Dificultats amb la G

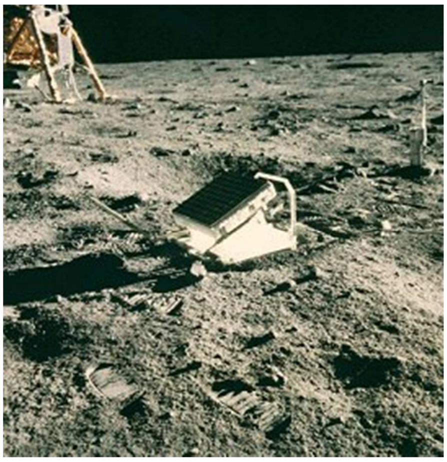
La constant gravitatòria és una de les constants que apareixen en les equacions per entendre el univers, com també la constant de Planck o la velocitat de la llum. Aquestes constants no tenen explicació teòrica avui en dia i només es poden obtenir a través de mètodes experimentals.

El fet que la constant gravitatòria sigui un nombre tan petit dificulta molt la seva mesura precisa. Així doncs, l'error de la constant gravitatòria és considerable si es compara amb el d'altres constants.

L'error del valor actual de la constant gravitatòria és de 10^{-4}%, mentre que el de, per exemple, el de la constant de Planck és d'un $1{,}7 \cdot 10^{-7}$%. Aquest error relatiu gran de la constant gravitatòria és un fet que preocupa els físics, ja que determina el coneixement de l'univers i aquesta imprecisió no permet conèixer-lo bé.

Un altre fet que preocupa els físics sobre la constant gravitatòria és la impossibilitat de determinar que sigui universal. Com la mesura de la constant s'ha de realitzar a través d'experiments, podem determinar, amb més o menys error, el valor que té a la Terra. No obstant, no podem fer l'experiment fora del nostre planeta i, per tant, no podem saber si en un altre lloc de l'univers tindrà el mateix valor.

I en últim lloc, també preocupa saber si és una constant o només una aproximació a una constant. Per a poder determinar-ho, en el famós viatge a la Lluna on Armstrong va trepitjar-la per primer cop, es va instal·lar un panel amb miralls que es pot veure a la fotografia.



8.Mirall instal·lat a la Lluna.

3. PROCEDIMENT EXPERIMENTAL

Primer experiment

Objectiu

A fi de poder mesurar la constant gravitatòria, dissenyem un experiment de manera en que podem mesurar la força d'atracció entre dos cossos.

Per a fer això, pengem d'un fil de pescar una vareta amb dues boles de plom als extrems. Un cop el fil estigui en equilibri, hi atansarem unes altres boles i, després de deixar-ho en equilibri, observem la variació entre el punt d'equilibri inicial i el de després d'aplicar-hi la força.

Coneixent la constant de torsió del fil i l'angle que es forma entre la posició inicial i la posició final, podrem arribar al valor de la força d'atracció entre les dues boles, permetent així que, coneixent la distància entre els centres i les masses de les boles, puguem aïllar la constant gravitatòria.

Procediment

1. Penjar les boles.

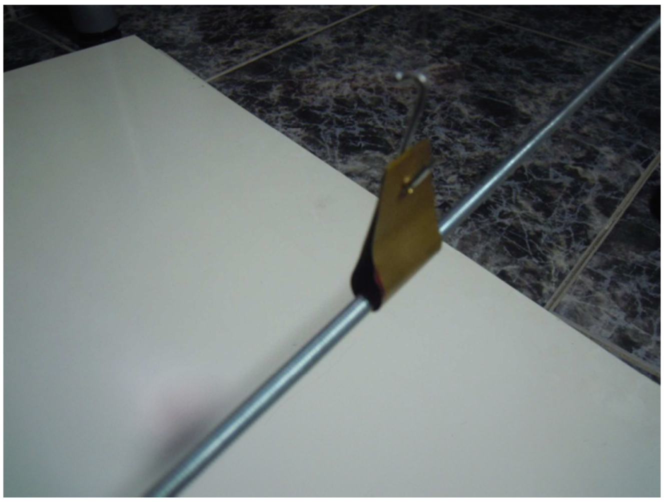
Per a l'experiment, disposem d'unes boles de plom de massa 730 g i de radi 2,6 cm. Aquestes boles tenen un forat que hem fet gràcies al qual la podem enroscar a una vareta roscada de 70 cm de longitud.

9. Boles petites de plom i vareta roscada.

Per començar, enrosquem les boles a la vareta.

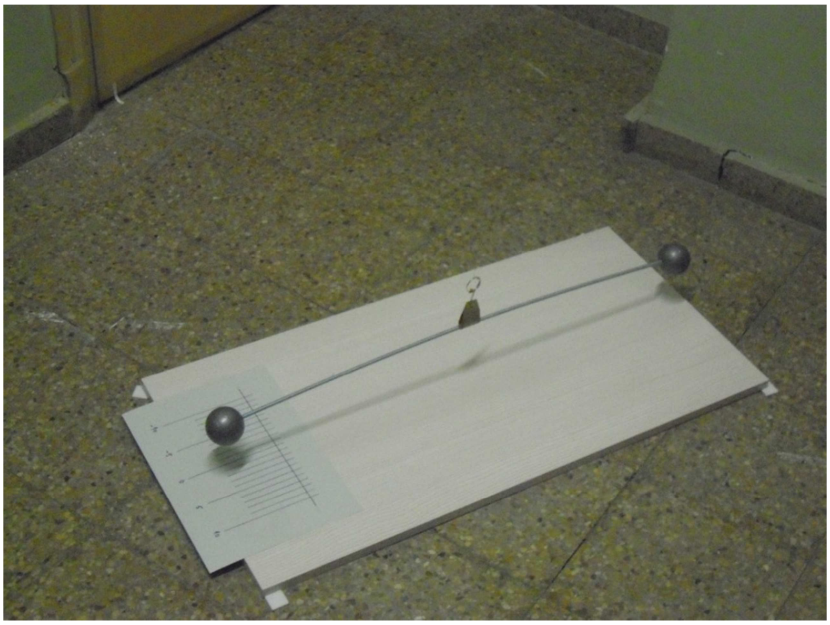
Un cop les boles estan enroscades a la vareta, lliguem el fil a una anella, que ens permetrà canviar la posició d'equilibri de la vareta si ho necessitem.

Aquest fil el lliguem també a un tros de llautó amb un clau que hem preparat de manera que el fil no pateix tant a l'hora de subjectar la vareta i les dues boles i és menys probable així que es trenqui.



10.Suport de llautó per a la vareta.

Un cop tenim la vareta amb les boles penjades als extrems, hem col·locar el suport de llautó de manera que la vareta no es desequilibri cap a cap costat. Quan aconseguim que la vareta no es desequilibri i que les boles estiguin aproximadament a la mateixa alçada del terra, hem acabat amb el procés per penjar les boles.



11.Vareta amb les boles als extrems penjada.

2. Punt d'equilibri

Un cop hem penjat les boles tal i com es veu a la foto, hem de deixar el conjunt en repòs durant un dia a fi que arribi al punt d'equilibri.

Pot donar-se el cas que aquest punt d'equilibri no ens sigui còmode a l'hora de treballar, com per exemple en el cas que un extrem de la vareta quedi molt proper a la paret. En cas de donar-se aquesta situació, girant l'anella abans esmentada des de la qual penja el fil. Així doncs, el fil giraria i el punt d'equilibri seria un altre. Òbviament, en cas de fer aquesta modificació, caldria deixar reposar el fil durant un altre dia.

3. Garrafes de protecció

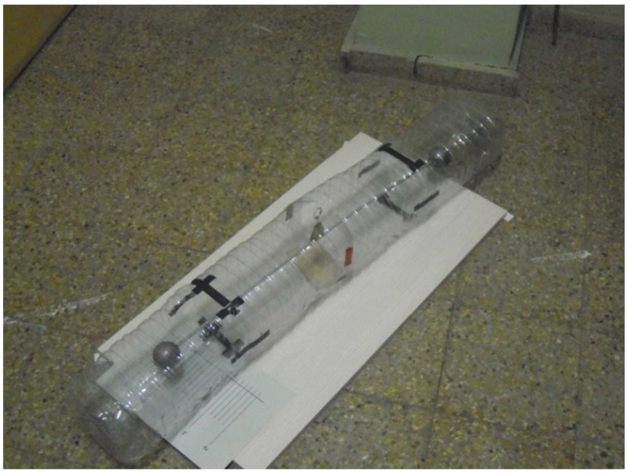
Com la força d'atracció que hem de mesurar és extremadament petita, hem de tenir en compte que qualsevol corrent d'aire generarà una força major.

A fi d'intentar evitar que corrents d'aire moguin la vareta, utilitzem quatre garrafes per fer un tipus d'estoig. Unim les garrafes de dues en dues, deixant un extrem tancat i un altre d'obert.

12.Garrafes utilitzades com a protecció.

Un cop tenim el fil en equilibri de manera que la vareta ens queda en una posició favorable per a poder col·locar les garrafes, procedim. Posem les dues primeres garrafes unides per un extrem de la vareta i després fem el mateix per l'altre cantó.

Com no convé que les garrafes es moguin en cap moment, les unim amb cinta adhesiva un cop estan col·locades al voltant de la vareta.



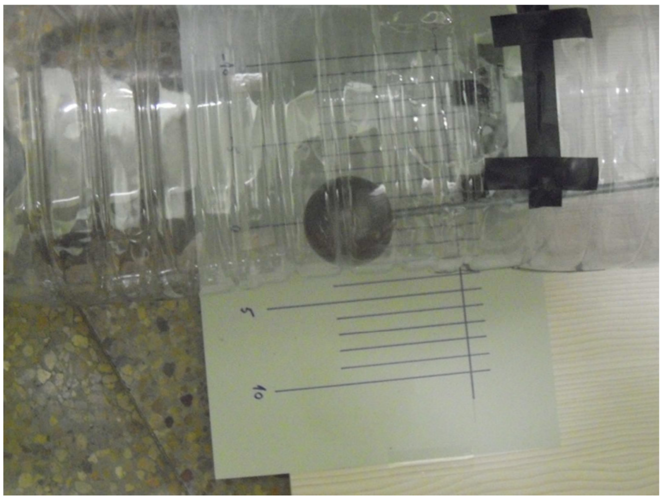
13.Experiment amb les garrafes de protecció col·locades.

4. Posició inicial

Un cop hem col·locat les garrafes, deixem que es torni a equilibrar-se el fil, ja que és probable que al posar les garrafes generem un corrent d'aire que posi en moviment la vareta.

Així doncs, deixem reposar la vareta unes hores, com més millor, de manera que s'equilibri dins de les garrafes.

En aquest moment, col·loquem un full on tenim una recta amb divisions cada centímetre. Col·loquem el full sota les garrafes, intentant que la bola quedi sobre el 0.



14.Posició en que es trobava inicialment la vareta.

Un cop fet això, deixem reposar de nou el fil ja que només amb el fet de col·locar el full ja haurà posat en moviment la vareta.

Al cap d'unes hores observem en quin punt respecte el full es troba la bola. Aquest punt serà el que considerem com a posició inicial.

5. Col·locació de les boles grans

Un cop ja sabem quin és la posició inicial de la vareta, és el moment de generar la força. Per a això, utilitzem unes boles de plom de 6 kg de massa i amb un radi de 5 cm.

Utilitzarem un suport de suro, ja que les boles, al ser esfèriques, costa que es quedin quietes sense aquest suport.

15.Boles grans de plom i suport de suro.

Així doncs, col·locarem la bola gran el més a prop possible de la petita, segons ens deixin les garrafes. Fem el mateix en l'altre extrem de la vareta.

16.Experiment amb les boles de plom grans col·locades.

6. Acció de la força d'atracció

Un cop tenim les dues boles grans col·locades, apareix una força d'atracció de les boles petites cap a les grans. No obstant, el fil també fa una força cap al seu punt d'equilibri, contrària a la força d'atracció.

Aquestes dues forces fan que s'iniciï una oscil·lació que ens impedeix poder determinar un únic punt on es desvia la vareta a causa de la força d'atracció. Així doncs, deixem durant dos dies més l'experiment per a que aquesta oscil·lació es redueixi fins al punt de ser quasi inapreciable.

Passats aquests dos dies, podem saber en quin punt es troba la vareta i així, mitjançant els càlculs pertinents, obtenir un valor de la constant gravitatòria.

<u>Resultats</u>

Fem l'experiment una primera vegada i obtenim una desviació que no s'assembla gens a l'esperada, ja que és bastant menor de la que esperàvem que fos.

Suposem que és possible que el fil, quan hi pengem la vareta amb les dues boles, es tensa de manera que es fa més rígid i, per tant, la força no pot doblegar la vareta tant com es preveia.

No obstant, repetim l'experiment de la mateixa manera per descartar que el resultat no sigui l'esperat a causa d'alguna errada.

Al final d'aquest segon intent, obtenim un resultat completament incoherent, ja que la bola petita s'ha allunyat de la gran en comptes d'apropar-s'hi.

Aquest fet difícilment comprensible ens fa pensar en modificar l'experiment per intentar mesurar la constant gravitatòria.

Segon experiment

Objectiu

Com el primer experiment no ens permet obtenir resultats, variarem alguns aspectes del muntatge experimental.

En primer lloc, com sospitem que el fil es fa més resistent al penjar-hi la vareta amb les dues boles, el substituïm per un d'acer, que al ser metàl·lic hauria d'evitar que passés això.

En segon lloc, canviem les garrafes ja que pot ser que hagin adquirit algun tipus de càrrega elèctrica estàtica i puguin alterar així l'experiment.

No obstant, hem de canviar també la manera en que mesurarem la desviació, ja que el fil d'acer és molt més rígid. A l'experiment anterior esperàvem una desviació de centímetres, mentre que en aquest és possible que només es desviï mil·límetres.

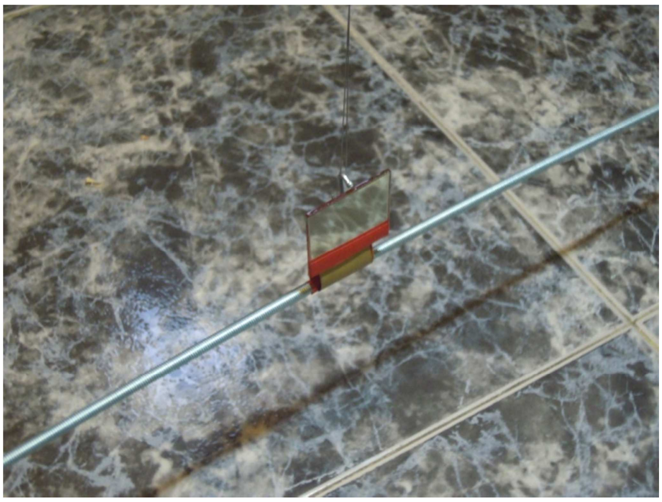
Així doncs, col·locarem un mirall enganxat al fil de manera que giri igual que el fil. Amb un làser enviarem un raig de llum, que el mirall reflectirà cap a un paper on hem preparat una escala mil·limetrada. Gràcies a aquesta escala, podrem veure quin angle s'ha format entre l'inicial i el final.

<u>Procediment</u>

1. Penjar les boles

Penjarem les boles de la mateixa manera que vam fer en el primer experiment. Les enroscarem en la vareta i lligarem el fil al suport de llautó que hem utilitzat anteriorment.

Aquest cop, però, hem d'afegir el mirall a l'experiment. Amb cinta aïllant l'enganxem al suport, de manera que girarà com la vareta.



17.Suport amb el mirall incorporat.

Un cop tinguem el suport col·locat en el punt just de la vareta que permet que no es desequilibri cap a cap costat i que les dues boles dels extrems estiguin aproximadament a la mateix alçada del terra.

18.Vareta penjada amb les boles als extrems i el mirall al suport.

2. Garrafes de protecció

Deixem el fil reposar durant un dia per a que es quedi en equilibri.

Quan ja ha passat aquest dia, col·loquem les noves garrafes de protecció que hem fet de la mateixa manera que les de l'altre experiment.

Hem de tenir en compte que el mirall ha de quedar per sobre de les garrafes, ja que sinó el raig del làser no podria ser reflectit.

3. Col·locació del làser

Deixem la vareta en repòs durant unes hores fins que es queda en equilibri dins de les garrafes.

En aquest moment, hem de col·locar el làser de manera que el raig de llum vagi dirigit al mirall i que aquest el reflecteixi en un punt on ens vagi bé col·locar el full amb l'escala.

19.Làser.

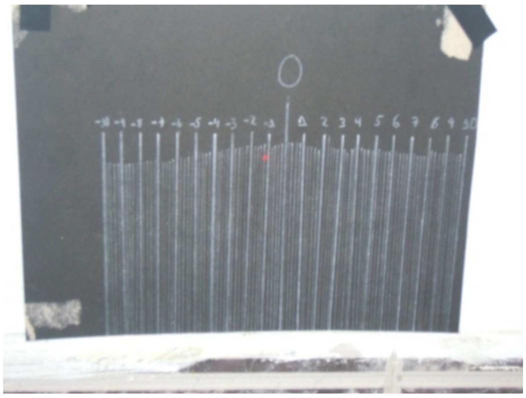
Quan ja ho tinguem col·locat, deixarem la vareta en repòs de nou durant unes hores per a que es torni a quedar en el punt de repòs, ja que mentre col·loquem el làser haurem creat corrents d'aire que hauran posat en moviment la vareta.

20.Imatge on s'aprecia el làser reflectit a la paret.

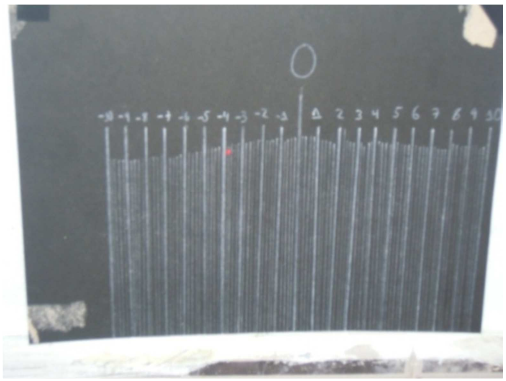
4. Punt d'equilibri

Passades aquestes hores en que deixem en repòs l'experiment, hem de mesurar en quin punt es troba en equilibri la vareta.

Com aquest segon experiment és més precís que l'anterior, ens donem compte de que la vareta no està en repòs, sinó que oscil·la entre dos punts amb un període de quasi 1 hora. Després d'observar unes oscil·lacions, determinem els extrems de l'oscil·lació. Així doncs, considerarem que el punt d'equilibri és el punt mig els dos extrems de les oscil·lacions, sent aquest punt el -2,5 cm.



21.Extrem de l'oscil·lació en el punt -1,2 cm.



22.Extrem de l'oscil·lació en el punt -3,8 cm.

5. Col·locació de les boles grans

Tal i com vam fer en l'altre experiment, un cop sabem en quin punt està inicialment la vareta, cal posar les dues boles de plom grans.

Com en l'anterior experiment, col·locarem les boles en el suport de suro i les posarem tant a prop de les boles enroscades en la vareta com les garrafes ens deixin. En aquest cas, hi ha 3 cm entre les dues boles.

23.Imatge en que s'aprecia la proximitat entre les dues boles.

6. Acció de la força d'atracció

Quan ja tinguem les boles grans col·locades, aquestes començaran a exercir una força d'atracció cap a elles, fent així que la vareta es mogui.

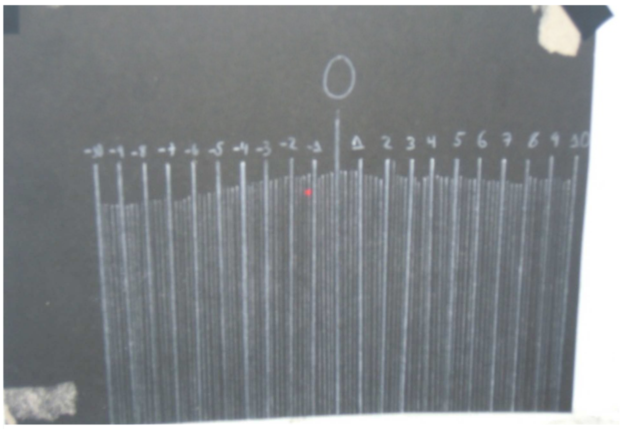
De la mateixa manera que en l'altre experiment, aquesta força d'atracció serà contrarestada pel fil, que pretén estar en equilibri. Així doncs, començarà una oscil·lació.

Deixarem evolucionar durant dos dies l'experiment per a que aquesta oscil·lació s'aturi i puguem veure on s'ha quedat la vareta.

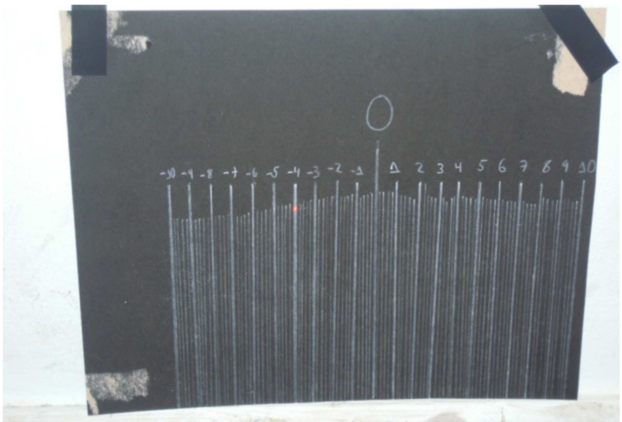
7. Punt d'equilibri amb la força

Quan ja han passat aquests dos dies, mirarem, gràcies al làser, on es troba el raig reflectit en l'escala.

De nou no podem determinar un punt, sinó que obtenim un interval. Prenem com a punt d'equilibri el centre d'aquest interval, el punt -2,6 cm.



24.Extrem de l'oscil·lació en el punt -1,2 cm.



25.Extrem d el'oscil·lació en el punt -4 cm.

Resultats

Per a conèixer la constant gravitatòria a través del nostre experiment utilitzarem les fórmules del moment.

Sabem que el moment d'una força és:

$$M = F \cdot r$$

En que r és la distància que, en el nostre cas, hi ha des del centre de la vareta fins a l'extrem.

No obstant, el moment també pot ser expressat com:

$$M = k \cdot \Delta\varphi$$

En que k és la constant de torsió del fil i $\Delta\varphi$ és l'angle format entre la posició inicial de la vareta i la final.

Així doncs, podem dir que:

$$F = \frac{k \cdot \Delta\varphi}{r}$$

Per tant, coneixent la constant de torsió, l'angle format i la meitat de la longitud de la vareta podrem determinar quina és la força exercida.

1. Constant de torsió

A fi de poder mesurar la constant gravitatòria, preparem un pèndul de torsió. Per a fer-ho, agafem un suport i hi pengem un tros de fil. A l'altre extrem del fil, hi posem una vareta de vidre.

26.Pèndol de torsió

Sabem que el període d'oscil·lació està relacionat amb la constant de torsió segons l'expressió:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{K}}$$

En que I és el moment d'inèrcia.

Així doncs, la constant de torsió es pot calcular com:

$$K = \frac{4\pi^2 I}{T^2}$$

Per tant, coneixent el període i el moment d'inèrcia de la vareta penjada del fil podrem obtenir la constant de torsió.

A fi d'obtenir el període, iniciem una oscil·lació i amb un cronòmetre mesurem el temps que tarda en produir-se una oscil·lació completa. Prenem diferents mesures i en fem la mitjana, obtenint un període de 21 segons.

Pel que fa al moment d'inèrcia de la vareta, el podem calcular com:

$$I = \frac{1}{12}\, m \cdot L^2$$

Així doncs, amb una bàscula pesem la vareta i amb una cinta mètrica la mesurem. Amb una massa de 24,17 g i una longitud de 24,8 cm, el moment d'inèrcia és igual a:

$$I = \frac{1}{12} \cdot 0{,}02417 \cdot 0{,}248^2;$$

$$I = 1{,}2388 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{kg\ m^2}$$

Ara que ja coneixem el període i el moment d'inèrcia, podem obtenir la constant gravitatòria:

$$K = \frac{4\pi^2 I}{T^2}$$

$$K = \frac{4\pi^2 \cdot 1{,}2388 \cdot 10{-}4}{21^2}$$

$$K = 1{,}109 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{kg\ m^2/s^2}$$

2. <u>Angle entre la posició inicial i la final</u>

En segon lloc, necessitem conèixer l'angle que es forma entre la posició inicial de la vareta i la posició final.

Amb l'experiment, hem vist que la posició inicial es podia considerar que era -2,5 cm i que la final era -2,6 cm. Per tant:

$$\Delta x = -2,6 - (-2,5)$$

$$\Delta x = 0,1 \text{ cm}$$

$$\Delta x = 0,001 \text{ m}$$

Aquest desplaçament del làser el podem passar a un angle si coneixem la distància entre el mirall i la paret on estava enganxada l'escala amb la que hem mesurat el desplaçament del làser.

$$\Delta x = \Delta\varphi \cdot r$$

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{r}$$

Si la distància des del mirall fins la paret són 1,12 metres, l'angle serà:

$$\Delta\varphi = \frac{0,001}{1,12}$$

$$\Delta\varphi = 8,93 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

3. Càlcul de la força

Tal i com hem deduït abans, la força es podrà calcular com:

$$F = \frac{k \cdot \Delta\phi}{r}$$

Coneixent la constant de torsió i l'angle, només ens cal conèixer r, que és la meitat de la longitud de la vareta. Per tant, com la vareta mesura 0,7 metres, el valor de r serà de 0,35 metres.

Per tant, ja podem obtenir el valor de la força:

$$F = \frac{1,109 \cdot 8,93}{0,35} \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-5}$$

$$F = 2,830 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

4. Càlcul de la constant gravitatòria

Així doncs, podrem mesurar la constant gravitatòria aplicant la llei de la gravitació universal.

$$F = G\frac{m \cdot m\prime}{r^2}$$

Per tant:

$$G = \frac{F \cdot r^2}{m \cdot m\prime}$$

Coneixem la força i les masses, per tant només ens falta conèixer la distància entre els centres de les boles.

Per a mesurar aquesta distància, haurem de sumar els radis de les boles i la distància a la que estava una bola de l'altra. Si els radis són 5 cm i 2,6 cm i la distància a la que estaven les boles era de 3 cm, la distància entre els centres de les boles serà 10,6 cm, és a dir, 0,106 m.

Així doncs, podem calcular el valor de la constant gravitatòria amb les dades obtingudes en el treball:

$$G = \frac{2{,}83 \cdot 10^{-8} \cdot 0{,}106^2}{6 \cdot 0{,}73}$$

$$G = 7{,}25 \cdot 10^{-11} N \cdot kg^2/m^2$$

4. CONCLUSIONS

Després d'haver realitzat l'experiment i haver fet els càlculs pertinents, hem obtingut un valor de la constant gravitatòria de $7{,}25 \cdot 10^{-11} N \cdot kg^2/m^2$. Si busquem l'error, obtenim que aquest és d'aproximadament un 8% respecte al valor actualment acceptat, encara que hem de tenir en compte que en la mesura de l'angle hi ha hagut un error major. Aquesta discrepància respecte el valor acceptat pot ser causada per l'error a l'hora de mesurar l'angle.

Tot i ser un error gran, cal tenir en compte que es tracta d'un experiment que s'ha de fer amb la màxima precisió, ja que es tracta d'un experiment que comporta moltes dificultats i que és molt fàcilment alterat. Així doncs, s'han de mesurar forces extremadament febles en un sistema que al mínim corrent d'aire és alterat i també s'han de tenir en compte les oscil·lacions de la vareta.

En segon lloc, cal tenir en compte el gran error que hem tingut en la mesura de l'angle, ja que vam mesurar una desviació de 1 mm en una escala de precisió 1 mm. Així doncs, aquest error és considerablement gran, ja que no vam poder conèixer amb molta exactitud la posició final de la vareta.

Tot i aquests aspectes que es podrien haver millorat i que ens haguessin ajudat a obtenir un millor resultat, crec que podem dir que hem obtingut un valor de la constant gravitatòria bastant aproximat al real i que podem afirmar que hem complert l'objectiu del treball: mesurar la constant gravitatòria.

5. BIBLIOGRAFIA

·A. Marín, N. Pfeiffer, A. Travesset: *Física 2*, editorial Casals.

· http://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_gravitaci%C3%B3n_universal

· http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/celeste/kepler4/kepler4.html

·http://robertoceti.wordpress.com/2009/12/06/experimento-de-cavendish-y-aplicacion-gravitacional-movimiento-orbital/

· http://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_de_la_relatividad

· http://www.iac.es/cosmoeduca/gravedad/fisica/fisica3.htm