

7 Διήθηση

7.1 Εισαγωγή

Διήθηση καλείται η διεργασία διαχωρισμού στερεών αιωρούμενων σε ένα ρευστό, συνήθως υγρό, κατά τη διαβίβαση του αιωρήματος μέσα από στρώμα πορώδους υλικού (διάφραγμα ή ηθμός), που συγκρατεί τα στερεά και επιτρέπει τη διέλευση μόνο του ρευστού.

Το διάφραγμα που χρησιμοποιείται στη βιομηχανία συχνά καλείται και **φίλτρο**, ενώ αντίθετα στο εργαστήριο είναι γνωστό ως **ηθμός**. Μπορεί να είναι κατασκευασμένο από ύφασμα, μη κολληρισμένο χαρτί, πορώδες γυαλί, υαλοβάμβακα κ.ά.

Συχνά οι πόροι του ηθμού είναι μεγαλύτεροι από το μέγεθος των αιωρούμενων σωματιδίων, οπότε οι πρώτες ποσότητες διηθήματος είναι θολές. Καθώς όμως η διήθηση συνεχίζεται, τα σωματίδια επικάθονται στους πόρους του ηθμού, οπότε τα ανοίγματα φράσσονται και δεν επιτρέπουν την παραπέρα διέλευση των στερεών και το διήθημα είναι πλέον καθαρό. Η συγκράτηση των στερεών πάνω στον ηθμό έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός στρώματος από κόκκους του στερεού. Η δημιουργία αυτού του στρώματος (**πλακούντας**, cake) που αυξάνεται συνεχώς με την πορεία της διήθησης, έχει σαν αποτέλεσμα να αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου η αντίσταση που παρουσιάζει ο ηθμός μαζί με τον πλακούντα στη διέλευση του υγρού.

Στο εργαστήριο, για να αυξηθεί η ταχύτητα διήθησης, εφαρμόζουμε κενό από την πλευρά του διηθήματος (διήθηση υπό κενό), χρησιμοποιώντας είτε χωνί πορσελάνης είτε χωνευτήρια Gooch, ενώ στην βιομηχανία χρησιμοποιούμε είτε τα **τυμπανόφιλτρα** είτε τα **δισκόφιλτρα**. Επίσης, στο εργαστήριο, για τον ίδιο σκοπό, αυξάνουμε την επιφάνεια διήθησης με τον πτυχωτό ηθμό, ή κάνουμε διήθηση εν θερμώ (ελάττωση του ιξώδους του ρευστού του αιωρήματος). Στην πράξη, για μεγάλες ποσότητες αιωρημάτων, χρησιμοποιείται μια αντλία για την κυκλοφορία του αιωρήματος οπότε εφαρμόζεται πίεση από την πλευρά του αιωρήματος, ενώ το διήθημα εξέρχεται από το φίλτρο σε ατμοσφαιρική πίεση. Στην περίπτωση, λοιπόν, που εφαρμόζουμε πίεση από την πλευρά του αιωρήματος, χρησιμοποιούμε μια συσκευή που λέγεται **φιλτρόπρεσσα** (Σχήμα 7.1).

Σκοπός της άσκησης είναι η εξοικείωση του φοιτητή με μια διάταξη διήθησης υπό πίεση και ο υπολογισμός ορισμένων χαρακτηριστικών μεγεθών όπως η αντίσταση του διηθητικού μέσου μαζί με τις πρώτες στοιβάδες των εναποτιθέμενων στερεών, και η ειδική αντίσταση του πλακούντα.

7.2 Θεωρία της διήθησης υπό σταθερή πίεση

Γίνεται δεκτό ότι η ροή του διηθήματος μέσα από τους πόρους του διηθητικού μέσου και του πλακούντα είναι νηματώδης. Σε αυτήν την περίπτωση, η ταχύτητα διήθησης είναι ανάλογη προς τη διαφορά πίεσης μεταξύ των δύο όψεων του φίλτρου.

Αν η πτώση πίεσης (διαφορά πίεσης) κατά μήκος του διηθητικού μέσου και του πλακούντα είναι $(-\Delta P)^*$ [Pa] τότε η ταχύτητα διήθησης, u [$m\ s^{-1}$], θα δίνεται από την σχέση:

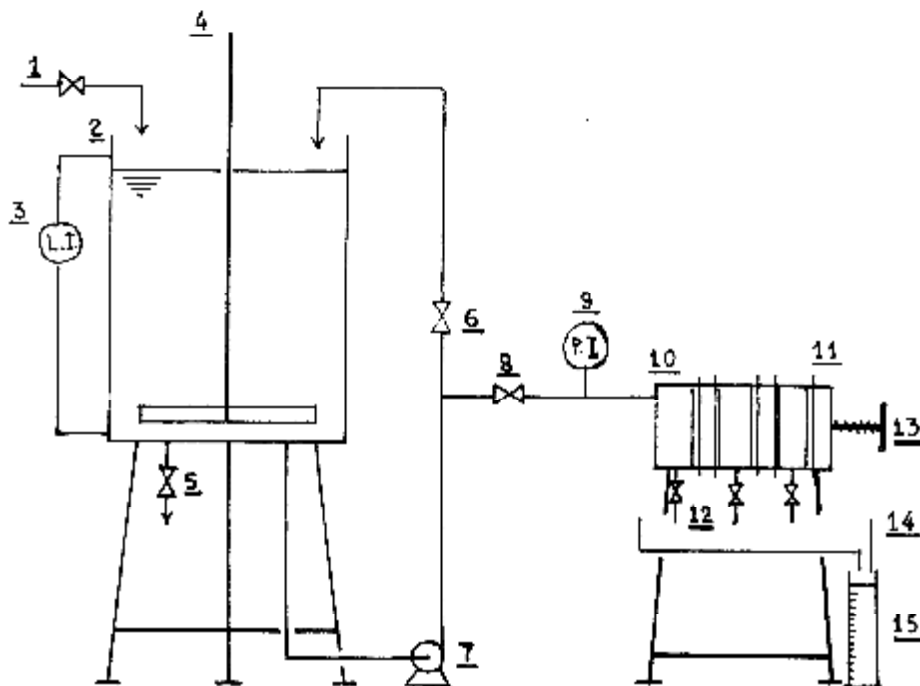
$$u = \frac{1}{A} \frac{dV}{dt} = \frac{(-\Delta P)}{r m(1+L)} \quad (7.1)$$

όπου V [m^3] είναι ο όγκος του διηθήματος σε χρόνο t [s], A [m^2] η ολική επιφάνεια του διηθητικού μέσου (ή η ολική επιφάνεια διατομής του πλακούντα), L [m] το πάχος του πλακούντα, μ [$kg\ m^{-1}\ s^{-1}$] το ιξώδες του διηθήματος στην αντίστοιχη θερμοκρασία, και r [m^{-2}] η ειδική αντίσταση του πλακούντα.

Αν u είναι ο όγκος του πλακούντα που αποτίθεται από τη μονάδα όγκου του διηθήματος τότε:

$$V u = L A \quad (7.2)$$

* Το αρνητικό πρόσημο υπονοεί πτώση πίεσης κατά τη κατεύθυνση ροής του διηθήματος.



ΥΠΟΜΝΗΜΑ: 1. Παροχή νερού. 2. Δεξαμενή αιωρήματος. 3. Σταθμοδείκτης. 4. Αναδευτήρας. 5. Εκκένωση δεξαμενής. 6. Ρύθμιση ανακύκλωσης. 7. Φυγοκεντρική αντλία. 8. Τροφοδοσία φίλτρων. 9. Μανόμετρο τροφοδοσίας. 10. Κυρίως φιλτρόπρεσσα. 11. Υφασμάτινοι ηθμοί. 12. Κρουνοί. 13. Σφιγκτήρας στεγανοποίησης φιλτρόπρεσσας. 14. Αύλακα συλλογής διηθήματος. 15. Ογκομετρικός κύλινδρος.

Σχήμα 7.1. Πειραματική διάταξη φιλτρόπρεσσας ασυνεχούς λειτουργίας.

Από τις προηγούμενες εξισώσεις προκύπτει ότι:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{A(-\Delta P)}{r m \left(\frac{Vu}{A} + L \right)} = \frac{A^2(-\Delta P)}{u r m \left(V + \frac{LA}{u} \right)} \quad (7.3)$$

Στην περίπτωση που η διήθηση γίνεται υπό σταθερή πίεση, όπως στην προκειμένη περίπτωση του εργαστηριακού πειράματος, τότε η ολοκλήρωση της προηγούμενης εξίσωσης γίνεται μεταξύ των ορίων $t = t_1$, $V = V_1$ και t , V . Ο χρόνος t_1 αναφέρεται στον χρόνο κατά τον οποίο το διήθημα αρχίζει να τρέχει πλέον καθαρό και η πτώση πίεσης $(-\Delta P)$ σταθεροποιείται, ενώ V_1 είναι ο όγκος του διηθήματος που έχει συλλεγεί μέχρι εκείνη τη χρονική στιγμή.

Μετά την ολοκλήρωση προκύπτει:

$$\frac{t-t_1}{V-V_1} = \frac{r m u V_1}{A^2(-\Delta P)} + \frac{r m L}{A(-\Delta P)} + \frac{r m u}{2A^2(-\Delta P)}(V-V_1) \quad (7.4)$$

η οποία είναι μία εξίσωση της μορφής:

$$\frac{t-t_1}{V-V_1} = a + b (V-V_1) \quad (7.5)$$

όπου

$$a = \frac{r \mu V_1}{A^2(-\Delta P)} + \frac{r mL}{A(-\Delta P)} \quad (7.6)$$

και

$$b = \frac{r \mu u}{2A^2(-\Delta P)} \quad (7.7)$$

Βλέπουμε λοιπόν ότι υπάρχει μια γραμμική σχέση ανάμεσα στα $(t - t_1) / (V - V_1)$ και $(V - V_1)$ η οποία μας επιτρέπει να υπολογίσουμε την ειδική αντίσταση r και το ισοδύναμο πάχος του μέσου L .

Όπως έχει προκύψει από την εκτέλεση του πειράματος και την επεξεργασία των πειραματικών μετρήσεων στο παρελθόν, ο χρόνος t_1 κατά τον οποίο το διήθημα αρχίζει να ρέει καθαρό είναι σχετικά μικρός και δεν επηρεάζει σημαντικά τα υπολογιζόμενα μεγέθη r και L . Για το λόγο αυτό η εξίσωση (7.4) απλοποιείται υποθέτοντας ότι οι όροι t_1 και V_1 είναι αμελητέοι.

$$\frac{t}{V} = \frac{r mL}{A(-\Delta P)} + \frac{r \mu u}{2A^2(-\Delta P)} V \quad (7.8)$$

7.3 Πειραματική Διαδικασία

Παρασκευάζονται 70 L αιωρήματος 1% w/v καολίνη σε νερό. Το αιώρημα αναδεύεται συνεχώς για να διατηρηθεί ομογενές. Τίθεται σε λειτουργία η αντλία και το αιώρημα ανακυκλώνεται ολικά.

Τοποθετούνται κατάλληλα 6 πλυμένοι ηθμοί στα πλαίσια. Η επιφάνεια κάθε ηθμού είναι 138 cm².

Ρυθμίζεται η επιθυμητή πίεση με τη βάνα με την οποία ελέγχεται η επαναροή.

Το διήθημα συλλέγεται μέσα σε ογκομετρικό κύλινδρο. Με το άνοιγμα των κρουνών για την εκροή του διηθήματος από τους ηθμούς, καταγράφεται ο χρόνος για κάθε λίτρο διηθήματος.

Συλλέγονται συνολικά 10 L διηθήματος.

Μετριέται η θερμοκρασία του αιωρήματος στην έξοδο της ανακύκλωσης.

Συλλέγεται ο πλακούντας σε έναν ογκομετρικό κύλινδρο και καταγράφεται ο όγκος του.

Πίνακας 7.1. Αποτελέσματα πειραματικών μετρήσεων για μια σειρά πειραμάτων διήθησης υπό σταθερή πίεση όπως καταγράφηκαν κατά την εκτέλεση του πειράματος.

'Όγκος διηθήματος V / L	Πτώση πίεσης (-ΔP) / bar		
	0,53	0,90	1,19
	Χρόνος συλ. διηθ. t / min: s	Χρόνος συλ. διηθ. t / min: s	Χρόνος συλ. διηθ. t / min: s
1	0: 19	0: 13	0: 11
2	0: 46	0: 28	0: 22
3	1: 23	0: 51	0: 40
4	2: 12	1: 21	1: 03
5	3: 11	1: 58	1: 32
6	4: 20	2: 42	2: 08
7	5: 38	3: 33	2: 49
8	7: 07	4: 33	3: 36
9	8: 46	5: 39	4: 31
10	10: 35	6: 52	5: 29
Θερμ. διηθ. / °C	17,0	18,0	19,0
όγκος πλακ. / mL	115	113	110

Αριθμός ηθμών: 6, Επιφ. ενός ηθμού: 138 cm².

7.4. Επεξεργασία πειραματικών αποτελεσμάτων

Σε μια σειρά πειραμάτων διήθησης υπό σταθερή πίεση καταγράφηκαν τα αποτελέσματα του Πίνακα 7.1.

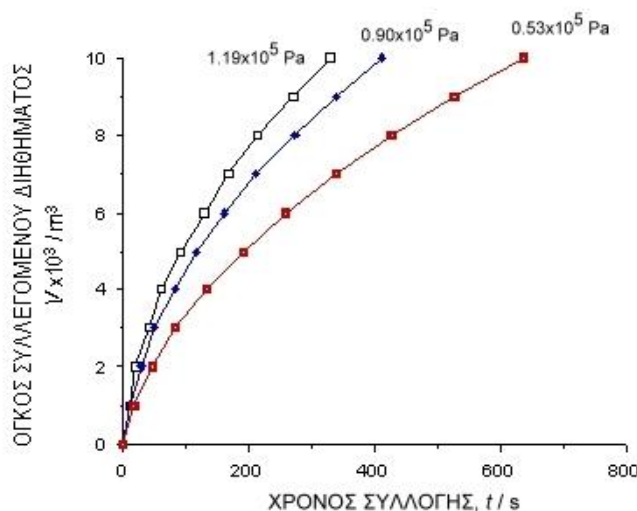
Η επεξεργασία των πειραματικών μετρήσεων και η παρουσίαση των αποτελεσμάτων γίνεται χρησιμοποιώντας μονάδες του συστήματος SI. Τα αποτελέσματα λοιπόν παρουσιάζονται σε έναν καινούργιο πίνακα (Πίνακας 7.2) με τις κατάλληλες μονάδες.

Πίνακας 7.2. Επεξεργασία πειραματικών μετρήσεων για μια σειρά πειραμάτων διήθησης υπό σταθερή πίεση.

'Όγκος διηθήματος $V \times 10^3 / \text{m}^3$	Πτώση πίεσης, $(-\Delta P) / \text{Pa}$		
	$0,53 \times 10^5$	$0,90 \times 10^5$	$1,19 \times 10^5$
	Χρόνος συλ. διηθ. t / s	Χρόνος συλ. διηθ. t / s	Χρόνος συλ. διηθ. t / s
1	19	13	11
2	46	28	22
3	83	51	40
4	132	81	63
5	191	118	92
6	260	162	128
7	338	213	169
8	427	273	216
9	526	339	271
10	635	412	329
'Όγκ. πλακ. / m^3	$0,115 \times 10^{-3}$	$0,113 \times 10^{-3}$	$0,110 \times 10^{-3}$
'Όγκος πλακ. ανά μον. όγκ διηθ., ν	$1,15 \times 10^{-2}$	$1,13 \times 10^{-2}$	$1,10 \times 10^{-2}$

Ολική επιφάνεια ηθμών: $6 \times 1,38 \times 10^{-2} \text{ m}^2 = 8,28 \times 10^{-2} \text{ m}^2$

Τα πειραματικά αποτελέσματα τώρα πλέον παρουσιάζονται σε διάγραμμα $t-V$ όπως στο Σχήμα 7.2.



Σχήμα 7.2. Γραφική παράσταση του όγκου του συλλεγομένου διηθήματος έναντι του χρόνου συλλογής διηθήματος για μια σειρά πειραματικών μετρήσεων.

7.5. Επεξεργασία πειραματικών μετρήσεων

Όπως προκύπτει από την εξίσωση (7.5), ο λόγος t/V είναι γραμμική συνάρτηση του V . Η τεταγμένη επί την αρχή ισούται με $[r\mu L/A(-\Delta P)]$ και η κλίση με $[r\mu u/2A^2(-\Delta P)]$. Τα μεγέθη αυτά υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τη **θεωρία των ελαχίστων τετραγώνων** για μια εξίσωση πρώτου βαθμού, όπου ανεξάρτητη μεταβλητή θεωρούμε τον όγκο V και εξαρτημένη το λόγο t/V .

Σύμφωνα με τη θεωρία των ελαχίστων τετραγώνων για μια εξίσωση πρώτου βαθμού της μορφής

$$y = a + b x \quad (9)$$

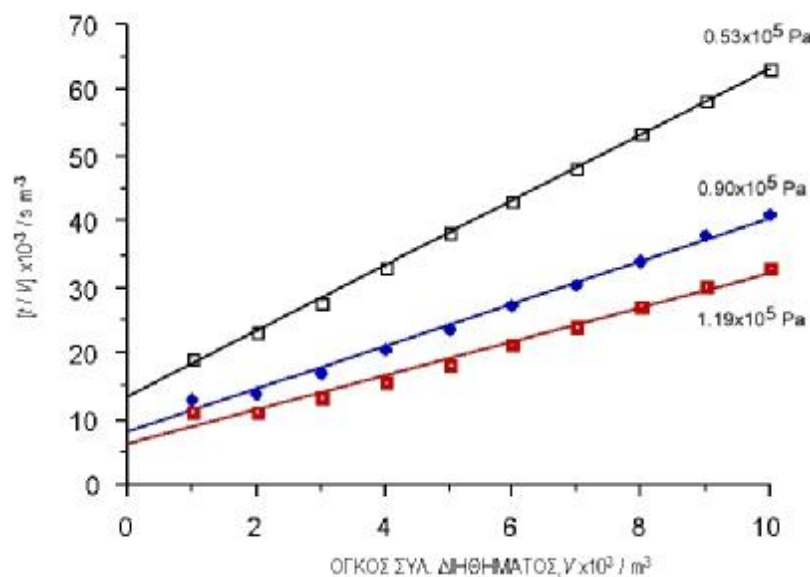
η κλίση b δίνεται από τη σχέση

$$b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad (10)$$

και η τεταγμένη επί την αρχή a από τη σχέση

$$a = \frac{\sum y}{n} - b \frac{\sum x}{n} \quad (11)$$

Η επεξεργασία των πειραματικών μετρήσεων σύμφωνα με τη θεωρία των ελαχίστων τετραγώνων παρουσιάζεται στο Σχήμα 7.3 (διάγραμμα $V - t/V$). Οι ευθείες γραμμές έχουν χαραχθεί σύμφωνα με τα αποτελέσματα αυτά. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα και υπολογισμοί παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.3.



Σχήμα 7.3. Η επεξεργασία των πειραματικών μετρήσεων σύμφωνα με τη θεωρία των ελαχίστων τετραγώνων για τον υπολογισμό της κλίσης και της τεταγμένης επί την αρχή για μια σειρά πειραμάτων διήθησης υπό σταθερή πίεση.

Πίνακας 7.3. Μεταβολή της ειδικής αντίστασης του πλακούντα, r , και της αντίστασης του διηθητικού μέσου, L , μετά της πίεσης για μια σειρά πειραμάτων διήθησης υπό σταθερή πίεση (*).

Πτώση πίεσης, ($-\Delta P$) / Pa	Τεταγμ. αρχή a / $s\ m^{-3}$	Κλίση b / $s\ m^{-6}$	Ειδ. αντίσταση r / m^{-2}	Αντ. δ. μέσου L / m
$0,53 \times 10^5$	$13,2 \times 10^3$	$5,017 \times 10^6$	$2,93 \times 10^{14}$	$1,83 \times 10^{-4}$
$0,90 \times 10^5$	$7,87 \times 10^3$	$3,266 \times 10^6$	$3,38 \times 10^{14}$	$1,64 \times 10^{-4}$
$1,19 \times 10^5$	$6,23 \times 10^3$	$2,590 \times 10^6$	$3,73 \times 10^{14}$	$1,60 \times 10^{-4}$

(*) Η θερμοκρασία του διηθήματος θεωρείται σταθερή για κάθε σειρά πειραμάτων αλλά μεταβάλλεται από πείραμα σε πείραμα από 290 K ως 292 K.

7.6. Παραδείγματα Υπολογισμών

A. Υπολογισμός της κλίσης και της τεταγμένης επί την αρχή για

$$(-\Delta P) = 0.53 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$n = 10$$

$$\sum x = \sum V = 55 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\sum xy = \sum \left(\frac{t}{V} \right) = \sum t = 2657 \text{ s}$$

$$\sum y = \sum \left(\frac{t}{V} \right) = 407.8 \times 10^3 \text{ s m}^{-3}$$

$$\sum x^2 = \sum V^2 = 385 \times 10^{-6} \text{ m}^6$$

$$(\sum x)^2 = (\sum V)^2 = 3.025 \times 10^{-3} \text{ m}^6$$

οπότε η κλίση b υπολογίζεται

$$b = \frac{10 \times 2657 - 55 \times 10^{-3} \times 407.8 \times 10^3}{10 \times 385 \times 10^{-6} - 3.025 \times 10^{-3}} = 5.017 \times 10^6 \text{ s m}^{-6}$$

και η τεταγμένη επί την αρχή a :

$$a = \frac{407.8 \times 10^3}{10} - 5.017 \times 10^6 \times \frac{55 \times 10^{-3}}{10} = 13.19 \times 10^3 \text{ s m}^{-3}$$

Υπολογισμός ειδικής αντίστασης, r :

$$r = \frac{2A^2(-\Delta P)b}{\mu u} = \frac{2 \times (8.28 \times 10^{-2})^2 \times 0.53 \times 10^5 \times 5.017 \times 10^6}{1.0827 \times 10^{-3} \times 1.15 \times 10^{-2}} =$$

$$= 2.93 \times 10^{14} \text{ m}^{-2}$$

Υπολογισμός αντίστασης διηθητικού μέσου, L :

$$L = \frac{a\mu}{2Ab} = \frac{13.19 \times 10^3 \times 1.15 \times 10^{-2}}{2 \times 8.28 \times 10^{-2} \times 5.017 \times 10^6} = 1.83 \times 10^{-4} \text{ m.}$$