

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ
FAKULTA DOPRAVNÍ

Ústav aplikované matematiky



TEORIE HROMADNÉ OBSLUHY (K611THRO)

Semestrální práce na téma:

SIMULACE FITKTIVNÍHO SKLADU

Akademický rok: 2010/2011

JMÉNO: RAKOVSKÁ Michaela

SKUPINA: 1 56

Obsah

Popis situace.....	2
Formulace problému termíny THO	3
Kendalova anotace (systém zápisu)	3
Obecný zápis.....	3
Konkrétní zápis	3
Popis řešení problémů.....	4
Příklad	4
Výsledky simulace	5
Statistické zpracování výsledků	8
Zhodnocení hypotéz	8
Příklad (zdrojový kód v programu Matlab).....	8
Závěr	10
Použité zdroje.....	11

Popis situace

Jako téma semestrální práce jsem si zvolila formulaci modelu fungování fiktivního skladu. Veškerá činnost ve fiktivním skladě je zjednodušena následující operace:

1. příjem zboží na sklad
2. výdej zboží ze skladu

Obě tyto části mají společné zaměstnance (skladníky).

S hlediska fungování skladu má prioritu příjem zboží na sklad. Příjem zboží probíhá tak, že dodavatelé postupně přicházejí na sklad v časovém intervalu, kde se seřazují dle příchodu do fronty, která není co do počtu nijak omezena. Jakmile jsou zákazníci na příjmu obslouženi (zboží je skladníky vyskladněno), skladníci se přesouvají k výdeji zboží. Zde obluhují zákazníky čekající ve frontě na výdej zboží. V případě, že fronta u výdeje přesáhne počet 10 čekajících, zákazník i přes neobslouženost z fronty odchází.

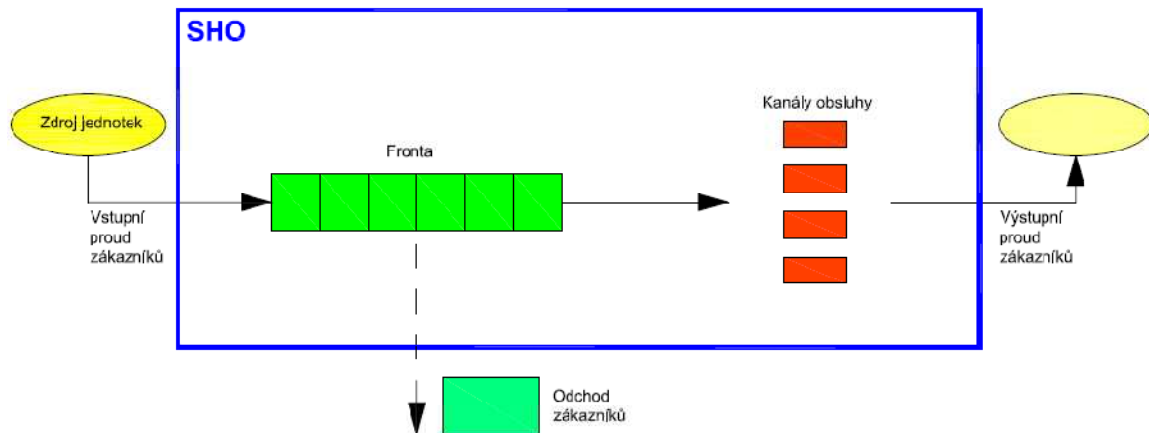
Cílem modelace fiktivního skladu je najít optimální počet skladníků tak, aby byl zajištěn příjem i výdej zboží bez zbytečných zdržení zákazníků a současně aby nedocházelo k velkým prostojům skladníků.

Pro posouzení optimálního fungování skladu jsou evidovány tyto hodnoty:

- počet čekajících zákazníků na příjmu zboží
- doba spojená s čekáním na příjmu zboží
- počet čekajících zákazníků na výdeji zboží
- doba spojená s čekáním na výdeji zboží
- počet odmítnutých zákazníků (neobsloužených z důvodu odchodu při výdeji)
- počet skladníků
- prostoje skladníků

Formulace problému termíny THO

Teorie hromadné obsluhy (THO) se zabývá systémy hromadné obsluhy a lze podle ní přehledně popsat problémy systémů hromadné obsluhy a poté tyto systémy optimalizovat.



Obr. 1 - Schéma obecné struktury vícekanálového systému hromadné obsluhy

Dle počtu kanálů v objektu obsluhy rozlišujeme SHO na jednocanálové (počet kanálů obsluhy = 1 skladník) nebo vícekanálové (počet kanálů obsluhy ≥ 1 skladníků).

Kendallova anotace (systém zápisu)

- kompaktně zachycuje a klasifikuje standartní typy modelů hromadné obsluhy

Obecný zápis: A/B/X/Y/Z

A	Typ stochastického procesu popisujícího příchod zákazníků k obsluze
B	Pravděpodobnost rozdělení popisující dobu trvání obsluhy
X	Kapacita obsluhy (počet kanálů)
Y	Kapacita systému
Z	Režim fronty

Konkrétní zápis:

Příjem:	Vstup:	Deterministický proces D
	Výstup:	Poissonův proces - Exponenciální rozdělení M
	Počet kanálů:	Počet skladníků na skladu
	Počet jednotek v systému:	Neomezený (∞)
	Frontový režim:	FIFO (Firs In – First Out)

D/M/počet skladníků/ ∞ /FIFO

Výdej:	Vstup:	Poissonův proces - Exponenciální rozdělení M
	Výstup:	Poissonův proces - Exponenciální rozdělení M
	Počet kanálů:	Počet skladníků na skladu
	Počet jednotek v systému:	10 jednotek + počet skladníků na skladu
	Frontový režim:	FIFO (Firs In – First Out)

M/M/počet skladníků/10+počet skladníků/FIFO

Popis řešení problémů

K simulaci navrženého systému jsem použila program Matlab. V prvním kroku jsem si vytvořila simulaci pouze pro jeden pracovní den skladníků, tj. 8 hod (480 min = doba simulace). Ve druhém kroku jsem nechala celý proces simulace proběhnout 100krát, abych získala dostatek hodnot (průměr délky fronty na příjmu, průměr fronty na výdeji, počet odmítnutých zákazníků, průměrná doba čekání na příjmu, průměrná doba čekání na výdeji, prostoje skladníků v minutách) pro další statistické zpracování. Tyto hodnoty jsou následně zprůměrovány (aritmetický průměr).

Ke generování náhodných hodnot exponenciálního rozdělení používám v programu Matlab funkci *exprnd*.

Zde uvádím ukázkou programu, kde generuji příchody k příjmu deterministicky s konstantním intervalem a příchody k výdeji s exponenciálním rozdělením. Vytvářím frontu u příjmu a výdeje, v další části odebírám požadavky z front a přiřazuji požadavky skladníkům.

Příklad:

```
%generovani noveho prijmu deterministicky
if (cas_posledni_prijem <= cas)
    pozadavek_prijem(index_prijem1,1) = cas_posledni_prijem;
    index_prijem1=index_prijem1+1;
    cas_posledni_prijem = cas + prijem_lambda;
    fronta_prijem=fronta_prijem+1;
end
%generovani noveho vydeje
if (cas_posledni_vydej <= cas)
    pozadavek_vydej(index_vydej1,1) = cas_posledni_vydej;
    dalsi_vydej =exprnd(vydej_lambda);
    cas_posledni_vydej = cas + dalsi_vydej;
    %zakaznik ceka jen pokud je fronta mensi nez zadane maximum
    if (fronta_vydej < maximum_vydej)
        index_vydej1=index_vydej1+1;
        fronta_vydej=fronta_vydej+1;
    else
        neobslouzeni_zakaznici=neobslouzeni_zakaznici + 1;
    end
end

%doba kterou skladnik stravi zpracovanim jedne polozky se v kazdem kroku snizi o jedna
for i=1:pocet_skladniku
    skladnici(i,1) = skladnici(i,1)-1;
end

%pokud je skladnik volny, zacina zpracovavat novou polozku
for i=1:pocet_skladniku
    if (skladnici(i,1)<=0)
        %pokud je nekdo ve fronte na prijmu
```

```

if (fronta_prijem>0)
    %odebrani polozky z fronty prijmu
    fronta_prijem = fronta_prijem - 1;
    pozadavek_prijem(index_prijem2,2)=cas;
    index_prijem2=index_prijem2+1;
    %doba kterou skladnik stravi uskladnnim
    skladnici(i,1)=exprnd(5);
elseif (fronta_vydej>0)
    %odebrani polozky z fronty vydeje
    fronta_vydej = fronta_vydej - 1;
    %konec cekani
    pozadavek_vydej(index_vydej2,2)=cas;
    index_vydej2=index_vydej2+1;
    %doba kterou skladnik stravi vyskladnenim
    skladnici(i,1)=exprnd(5);
else
    prostoje = prostoje + 1;
end

end
end

```

Výsledky simulace

Výsledky simulace (průměrné hodnoty při puštění simulace 100krát) jsou shrnuty do následující tabulky:

Počet skladníků	1	2	3	4	5	6
Průměr délky fronty na příjmu	7,5243	0,5453	0,2340	0,0839	0,0223	0,0041
Průměr délky fronty na výdeji	9,7004	8,7551	5,1603	1,1630	0,2246	0,0351
Počet odmítnutých zákazníků	176,0400	100,6900	22,0200	0,5400	0,0100	0
Průměrná doba čekání na příjmu	37,9558	2,6769	1,1394	0,4045	0,1064	0,0195
Průměrná doba čekání na výdeji	43,9871	51,1957	15,7199	3,4648	1,0879	0,6291
Celkové prostoje skladníků v minutách	0,0900	3,1500	54,2100	369,2400	827,3500	1338,0

Výsledky simulace pro jednotlivý počet skladníků (výsledky potřebné ke statistickému zpracování):

Simulace č. 1 - 2 skladníci na skladě (480 min)

Sim	Počet skladníků	Délka fronty na příjmu	Délka fronty na výdeji	Počet odmítnutých zákazníků
1	2	0,4958	8,4437	95
2	2	0,7188	9,1312	104
3	2	0,9271	8,6500	106
4	2	0,6000	8,8708	105
5	2	0,5250	8,6312	95
6	2	0,5563	9,1896	100
7	2	0,6125	8,9250	117
8	2	0,4250	8,6229	94
9	2	0,5750	8,3542	85
10	2	0,5750	9,1312	109
Průměr		0,6011	8,7950	101,0000

Simulace č. 2 - 3 skladníci na skladě (480 min)

Sim	Počet skladníků	Délka fronty na příjmu	Délka fronty na výdeji	Počet odmítnutých zákazníků
1	2	0,1979	5,3785	22
2	2	0,1563	3,1812	10
3	2	0,2000	5,9292	28
4	2	0,2500	5,5062	25
5	2	0,1958	6,1125	20
6	2	0,2625	6,1417	31
7	2	0,2042	4,5646	19
8	2	0,1771	4,2021	20
9	2	0,2375	6,7792	3
10	2	0,2854	5,3295	42
Průměr		0,2167	5,3125	22,0000

Simulace č. 3 - 4 skladníci na skladě (480 min)

Sim	Počet skladníků	Délka fronty na příjmu	Délka fronty na výdeji	Počet odmítnutých zákazníků
1	2	0,0542	0,8333	0
2	2	0,0896	1,3708	0
3	2	0,0750	0,7500	0
4	2	0,1146	3,0333	1
5	2	0,0729	1,0083	0
6	2	0,0688	1,7938	1
7	2	0,0833	0,8458	2
8	2	0,0375	0,3021	0
9	2	0,0958	1,8208	2
10	2	0,0917	1,1500	0
Průměr		0,0783	1,29082	0,6000

Případy, které mohou nastat:

Na skladě pracují 2 skladníci: Průměrné délky fronty na příjmu i na výdeji jsou přijatelné a zároveň jsou skladníci v pracovní době efektivně využíváni, dochází k minimálním prostojeům. Ale počty zákazníků, kteří odcházejí bez obslužení (odmítnutí zákazníci) je velmi vysoký.

Na skladě pracují 3 skladníci: Přijatelné prostoje skladníků, průměrná délka fronty na příjmu i výdeji a průměrná doba čekání na příjmu i výdeji je optimální.

Na skladě pracují 4 skladníci: Průměrné doby čekání a délky fronty na příjmu a výdeji jsou velmi nízké, stejně jako je minimální počet odmítnutých zákazníků. Výrazně zvýšené jsou ale prostoje skladníků (kolem 93 minut na jednoho skladníka během 8 pracovních hodin).

Statistické zpracování výsledků

Zhodnocení hypotéz

V programu Matlab jsem provedla parametrický test hypotéz. Jako vstupy jsem si zadala vektory x a y , což jsou hodnoty: délka fronty na příjmu, délka fronty na výdeji a počet neobsloužených zákazníků (počet odmítnutých zákazníků).

Následující výroky (výrok 1 – 6) jsem testovala v programu Matlab (program Matlab: `t_test_2n`) pomocí nesdruženého testu 2 středních hodnot na hladině významnosti 0,05.

Příklad (zdrojový kód v programu Matlab: `t_test_2n`; výpočet p-hodnoty (`pval`)):

```
x= [0.8333 1.3708 0.75 3.0333 1.0083 1.7938 0.8458 0.3021 1.8208 1.15];  
y= [5.3785 3.1812 5.9292 5.5062 6.1125 6.1417 4.5646 4.2021 6.7792 5.3295];
```

```
[pval,t,df]= t_test_2n(x,y,'<>');
```

VÝROKY

Výrok 1: Při počtu 2 pracujících skladníků je délka fronty na příjmu stejná jako délka fronty na příjmu při práci 3 skladníků

Užití nesdruženého testu 2 středních hodnot

Výsledek:

Hodnota p	7,2838e-06
Hodnota statistiky t	8,4479
Stupně volnosti	10

Vzhledem k tomu, že p-hodnota je nižší hladina významnosti 0,05, výrok 1 je zamítnut.

Výrok 2: Při počtu 3 pracujících skladníků je délka fronty na příjmu stejná jako délka fronty na příjmu při práci 4 skladníků

Užití nesdruženého testu 2 středních hodnot

Výsledek:

Hodnota p	0,0757e-08
Hodnota statistiky t	-9,7382
Stupně volnosti	15

Vzhledem k tomu, že p-hodnota je nižší hladina významnosti 0,05, výrok 2 je zamítnut.

Výrok 3: Při počtu 2 pracujících skladníků je délka fronty na výdeji stejná jako délka fronty na výdeji při práci 3 skladníků

Užití nesdruženého testu 2 středních hodnot

Výsledek:

Hodnota p	1,6716e-06
Hodnota statistiky t	9,9452
Stupně volnosti	10

Vzhledem k tomu, že p-hodnota je nižší hladina významnosti 0,05, výrok 3 je zamítnut.

Výrok 4: Při počtu 3 pracujících skladníků je délka fronty na výdeji stejná jako délka fronty na výdeji při práci 4 skladníků

Užití nesdruženého testu 2 středních hodnot

Výsledek:

Hodnota p	4,4168e-08
Hodnota statistiky t	-9,6629
Stupně volnosti	16

Vzhledem k tomu, že p-hodnota je nižší hladina významnosti 0,05, výrok 4 je zamítnut.

Výrok 5: Při počtu 2 pracujících skladníků je počet odmítnutých zákazníků na výdeji stejný jako počet odmítnutých zákazníků na výdeji při práci 3 skladníků

Užití nesdruženého testu 2 středních hodnot

Výsledek:

Hodnota p	2,2125e-12
Hodnota statistiky t	-17,6846
Stupně volnosti	17

Vzhledem k tomu, že p-hodnota je nižší hladina významnosti 0,05, výrok 5 je zamítnut.

Výrok 6: Při počtu 3 pracujících skladníků je počet odmítnutých zákazníků na výdeji stejný jako počet odmítnutých zákazníků na výdeji při práci 4 skladníků

Užití nesdruženého testu 2 středních hodnot

Výsledek:

Hodnota p	1,4924e-04
Hodnota statistiky t	-6,2522
Stupně volnosti	9

Vzhledem k tomu, že p-hodnota je nižší hladina významnosti 0,05, výrok 6 je zamítnut.

Závěr

V semestrální práci byl simulován systém popisující jednoduchý fiktivní sklad, jehož cílem bylo najít optimální počet skladníků pracujících na skladě tak, aby zákazníci fiktivního skladu příliš dlouho nečekalivě frontě na příjmu, ani ve frontě na výdeji skladu a současně, aby byl minimalizován počet neobsloužených zákazníků. Z vypočtených hodnot a potvrzením testem hypotéz nelze jednoznačně stanovit optimální řešení bez dalších údajů (mzda pro skladníky, konkurence na trhu, apod.)

Nejvhodnější variantou se zdá situace se 4 skladníky na skladě, prostoje skladníků, čekací doby ve frontách jak na příjmu, tak na výdeji i počet odmítnutých (neobsloužených) zákazníků jsou na přijatelné hranici.

Použité zdroje

<http://www.fd.cvut.cz/department/k611/PEDAGOG/K611THO.html>

<http://staff.utia.cas.cz/nagy/skola/PrpStat/Prp/prp.html>