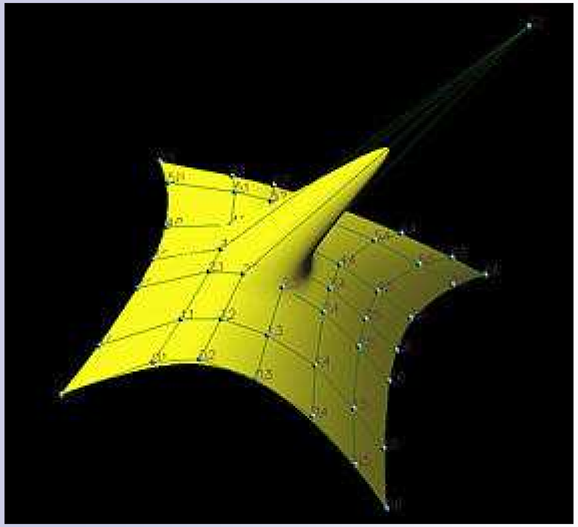
Plochy počítačové grafiky II



Interpolační plochy

Bezierovy pláty nad obdélníkovou a trojúhelníkovou sítí

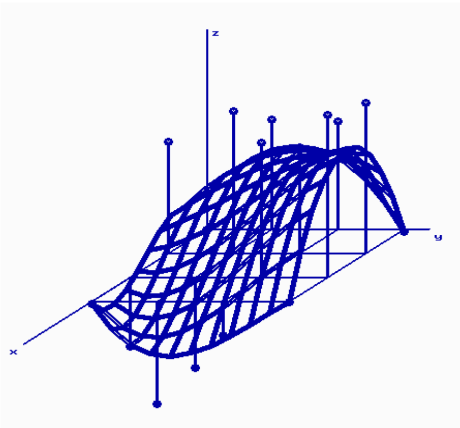
Recionální Bezierovy pláty

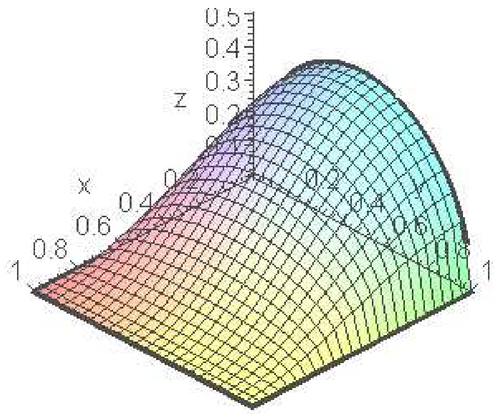
B-spline

NURBS

Konstrukce a zadání plochy

- hraniční křivky
- sítí bodů
- Kinematicky vytvořené křivky
  - rotační plochy (vnikne rotací křivky okolo přímky)
  - plochy vzniklé skládáním pohybů – posun, rotace
- Analytický předpis ploch - parametrické, explicitní, implicitní vyjádření





Interpolační plocha

Dáno:

$(m+1)\times(n+1)$ bodů $\vec{P}_{ij}$

$m+1$ hodnot u_i

$n+1$ hodnot v_j

$\vec{P}(u_i,v_j)=\vec{P}_{ij}\,;\ \ i=0,\ldots,m;\, j=0,\ldots,n$

Interpolace vektorovým polynomem:

$$\vec{P}(u,v)=\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n}\vec{a}_{ij}u^i v^j$$

Řešení soustavy rovnic

Dáno:

$$\vec{P}_{ij} = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} \vec{a}_{ij} u^i v^j$$

$$\Downarrow$$

$$(m+1)\times(n+1) \text{ rovnic pro } \vec{a}_{ij}$$

$$\Downarrow$$

Hledaná
interpolační plocha

$$\vec{P}(u,v) = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} \vec{a}_{ij} u^i v^j$$

Lagrangeovy polynomy

$$\vec{P}(u,v) = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} \vec{P}_{ij} L_i^m(u) L_j^n(v)$$

$$L_i^m(u) = \frac{\prod_{j=0,\dots,m,\, j \neq i} (u - u_j)}{\prod_{j=0,\dots,m,\, j \neq i} (u_i - u_j)} \; ; \; i = 0,\dots,m$$

$$L_i^m(u_j) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{pro } i = j \\ 0 & \text{pro } i \neq j \end{cases} \quad i,j = 0,\dots,m$$

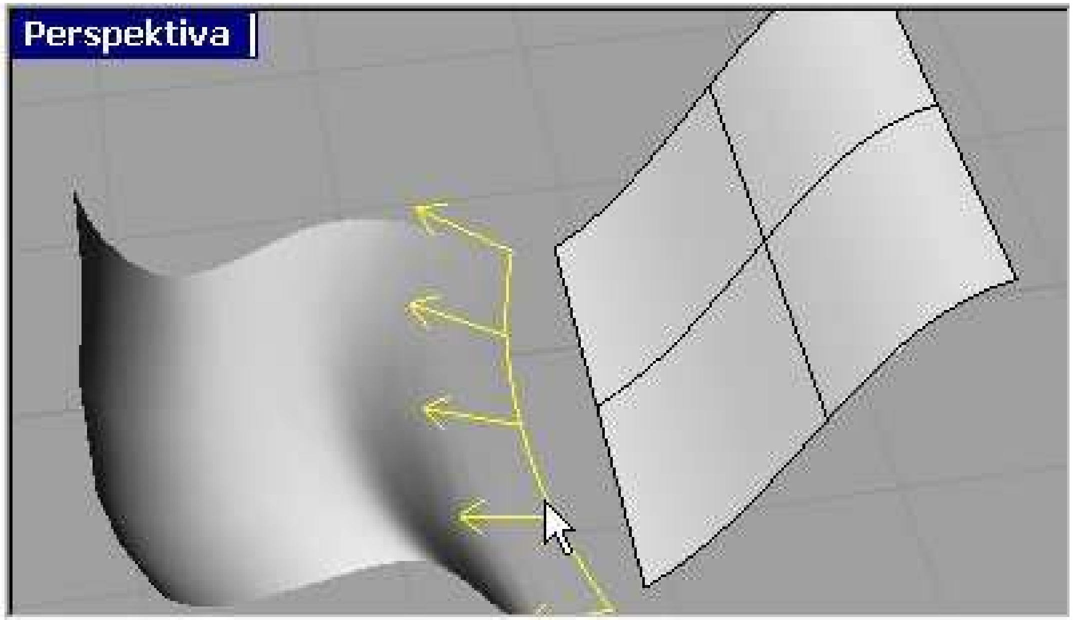
Příčné tečné vektory

- Směrové vektory tečen *v*- křivky sestrojené podél okrajové *u*-křivky.

$$P_0(v) = \frac{\partial P(u,v)}{\partial u}(u=0,v);\; P_1(v) = \frac{\partial P(u,v)}{\partial u}(u=1,v);$$

- Směrové vektory tečen *v*- křivky sestrojené podél okrajové *u*-křivky

$$P_0(u) = \frac{\partial P(u,v)}{\partial v}(u,v=0);\; P_1(u) = \frac{\partial P(u,v)}{\partial v}(u,v=1);$$



Bezierovy pláty

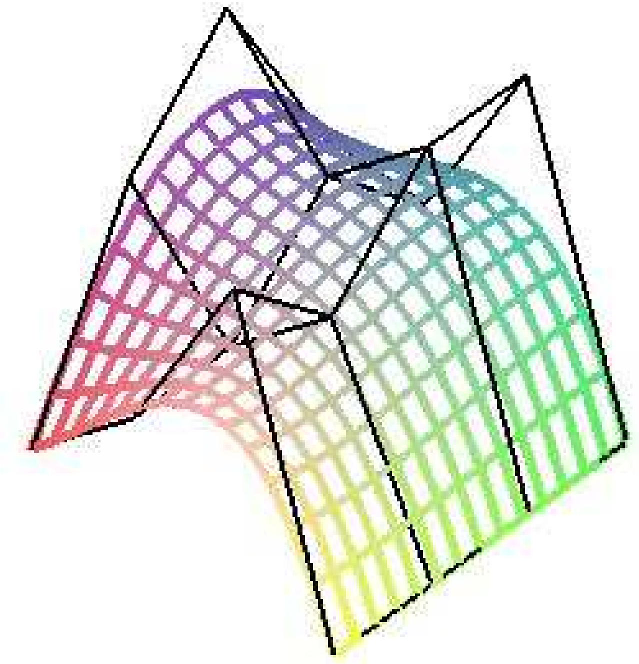
$$X(u,v) = \left(B_{0,n}(u), B_{1,n}(u), \ldots, B_{n,n}(u)\right) \cdot U \cdot \left(B_{0,m}(v), B_{1,m}(v), \ldots, B_{n,m}(v)\right)$$

U….mapa plochy

$$U = \begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} & \ldots & P_{0m} \\ P_{10} & P_{11} & \ldots & P_{1m} \\ . & . & \ldots & . \\ P_{n0} & P_{n1} & \ldots & P_{nm} \end{pmatrix}$$

$B_{i,n}$….Bernsteinovy polynomy

$$B_{i,n}(u) = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i}$$

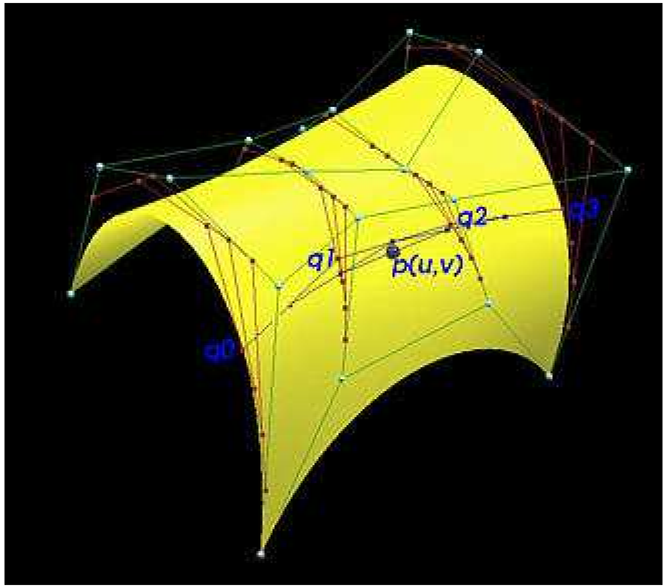


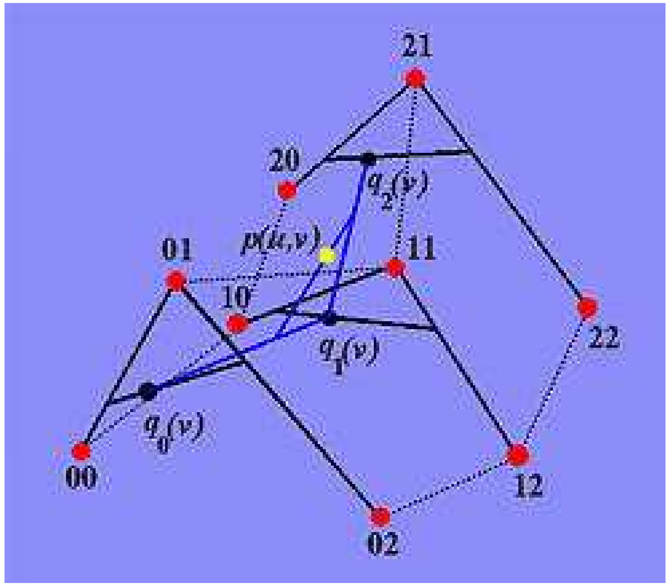
Algoritmus de Casteljau po křivkách

$$X(u_0, v) = \sum_{j=0}^{m} \sum_{i=0}^{n} P_{ij} B_{in}(u_0) B_{jm}(v) = \sum_{j=0}^{m} B_{jm}(v) \sum_{i=0}^{n} P_{ij} B_{in}(u_0) = \sum_{j=0}^{m} B_{jm}(v) Q_j(u_0)$$

$X(u_0, v_0)$ je bod na Bezierově ploše $\Rightarrow$

je to bod na Bezierově křivce s řídícími body $Q_0(u_0, v_0), Q_1(u_0, v_0), \ldots Q_n(u_0, v_0)$





Algoritmus de Casteljau-přímá metoda

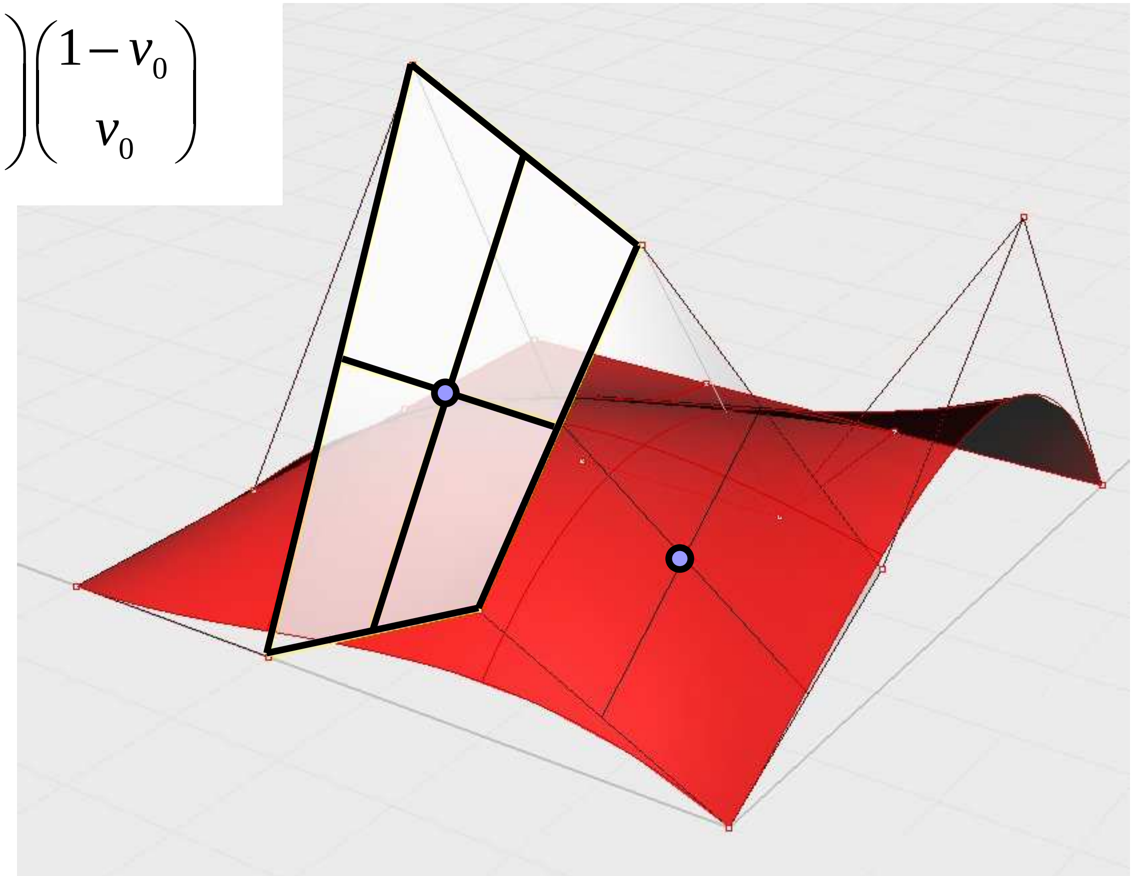
Plocha stupně je dána (n+1)(n+1) body P_{ij}

$$P_{ij}^0 = P_{ij}$$

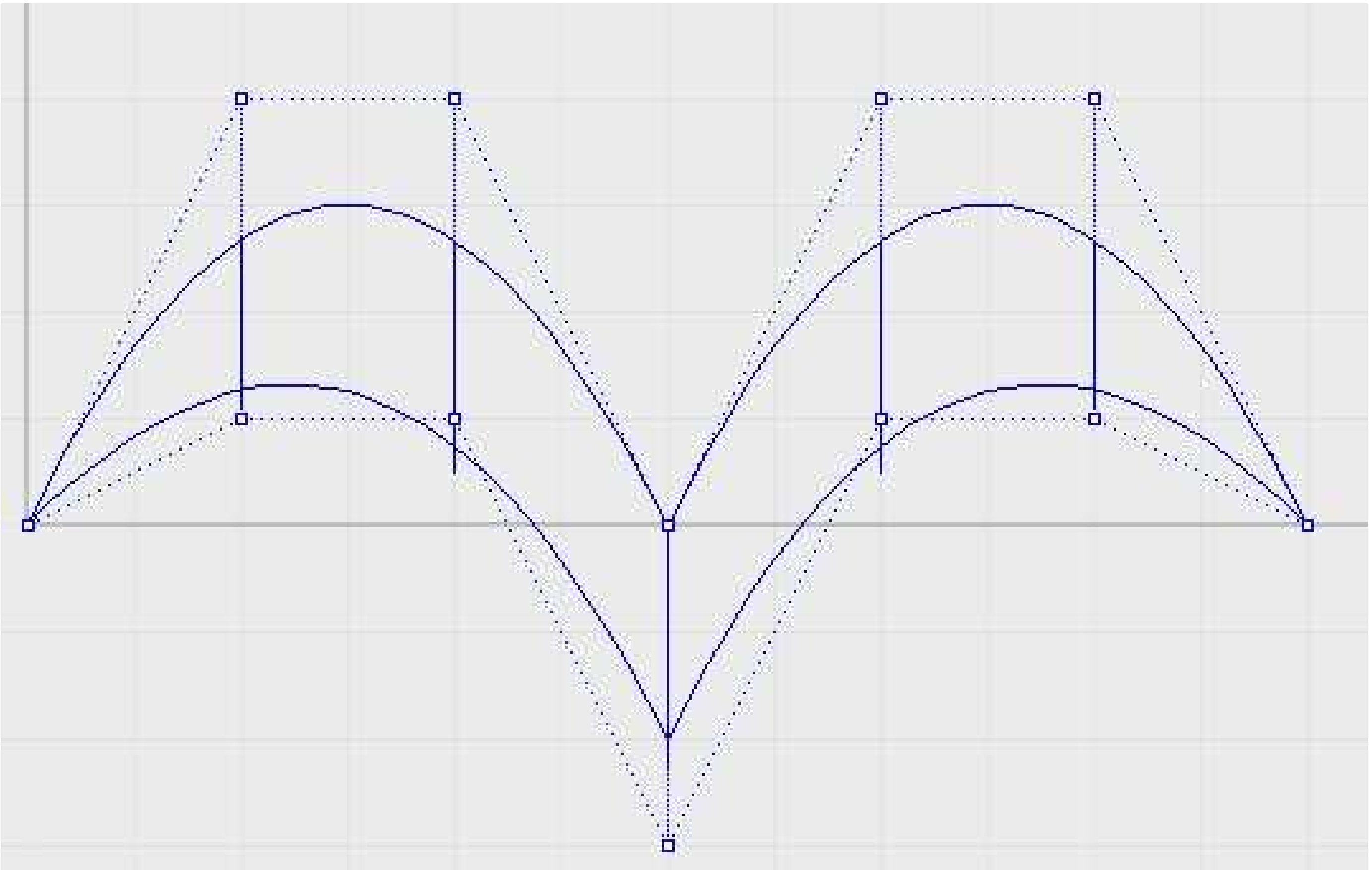
$$P_{ij}^{r+1} = (1-u_0, u_0)\begin{pmatrix} P_{i,j}^r & P_{i,j+1}^r \\ P_{i+1,j}^r & P_{i+1,j+1}^r \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1-v_0 \\ v_0 \end{pmatrix}$$

$$r = 0 \ldots n-1$$

$$i, j = 0 \ldots n-r-1$$



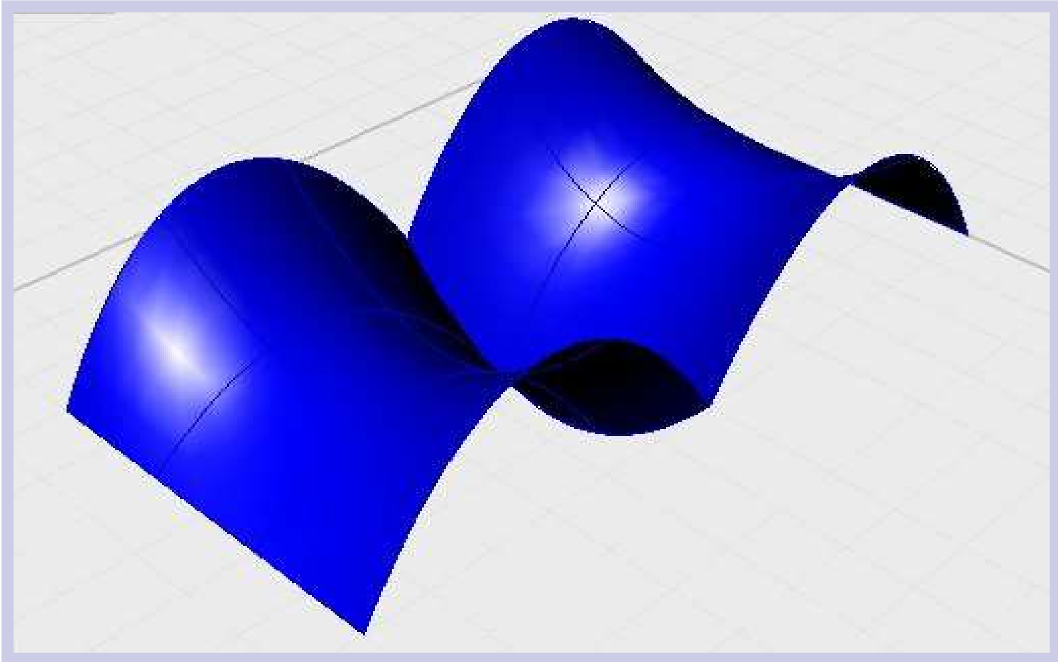
Napojení Bezierových obdélníkových plátů



Plátování

- C^0- pláty mají společný okraj, ale různé příčné tečné vektory

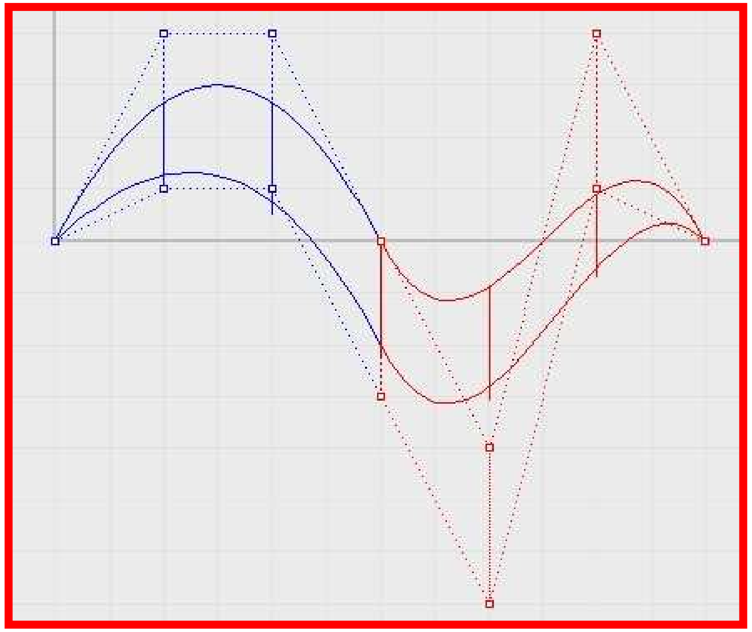
$$U = \begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} & \dots & P_{0m} \\ P_{10} & P_{11} & \dots & P_{1m} \\ . & . & \dots & . \\ P_{n0} & P_{n1} & \dots & P_{nm} \end{pmatrix} \qquad \tilde{U} = \begin{pmatrix} P_{0m} & \tilde{P}_{01} & \dots & \tilde{P}_{0m} \\ P_{1m} & \tilde{P}_{11} & \dots & \tilde{P}_{1m} \\ . & . & \dots & . \\ P_{nm} & \tilde{P}_{n1} & \dots & \tilde{P}_{nm} \end{pmatrix}$$

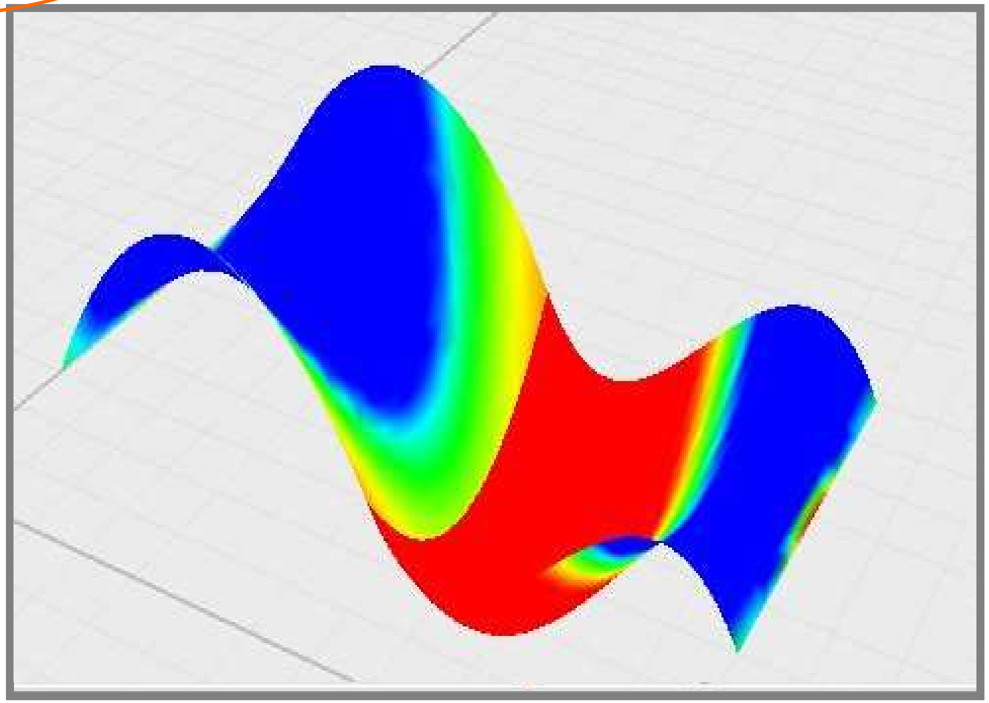


Plátování

- C^1- pláty mají společný okraj i příčné tečné vektory podél společného okraje

$$U = \begin{pmatrix} P_{00} & \dots & P_{0m-1} & P_{0m} \\ P_{10} & \dots & P_{1m-1} & P_{1m} \\ . & . & \dots & . \\ P_{n0} & \dots & P_{1m-1} & P_{nm} \end{pmatrix} \qquad \tilde{U} = \begin{pmatrix} P_{0m} & \tilde{P}_{01} & \dots & \tilde{P}_{0m} \\ P_{1m} & \tilde{P}_{11} & \dots & \tilde{P}_{1m} \\ . & . & \dots & . \\ P_{nm} & \tilde{P}_{n1} & \dots & \tilde{P}_{nm} \end{pmatrix} \qquad P_{im} = \frac{P_{i,m-1} + \tilde{P}_{i,1}}{2}$$





Plátování

- C^2- pláty mají společný okraj, příčné tečné vektory podél společného okraje a společnou křivost parametrických křivek

$$U=\begin{pmatrix} P_{00} & \cdots & P_{0m-1} & P_{0m} \\ P_{10} & \cdots & P_{1m-1} & P_{1m} \\ . & . & \cdots & . \\ P_{n0} & \cdots & P_{1m-1} & P_{nm} \end{pmatrix} \qquad \tilde{U}=\begin{pmatrix} P_{0m} & \tilde{P}_{01} & \cdots & \tilde{P}_{0m} \\ P_{1m} & \tilde{P}_{11} & \cdots & \tilde{P}_{1m} \\ . & . & \cdots & . \\ P_{nm} & \tilde{P}_{n1} & \cdots & \tilde{P}_{nm} \end{pmatrix}$$

$$P_{im}=\frac{P_{i,m-1}+\tilde{P}_{i,1}}{2}$$

$$\tilde{P}_{i2}=P_{i,m-2}+2\left(\tilde{P}_{i,1}-P_{i,m-1}\right)$$

16 vektorový Coonsův plát jako Bezierova bikubická plocha

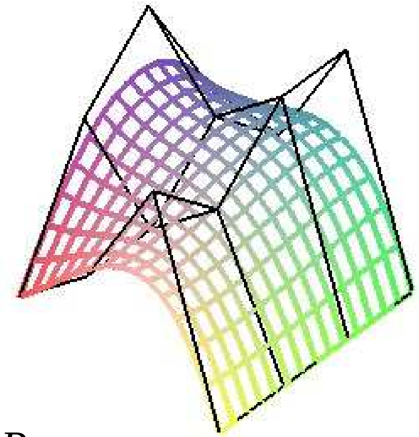
$$P(u,v) =$$

$$[F_3(u), F_1(u), F_2(u), F_4(u)].G.[F_3(v), F_1(v), F_2(v), F_4(v)]^T$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial u \partial v}P(0,0) & \frac{\partial}{\partial u}P(0,0) & \frac{\partial}{\partial u}P(0,1) & \frac{\partial^2}{\partial u \partial v}P(0,1) \\ \frac{\partial}{\partial v}P(0,0) & P(0,0) & P(0,1) & \frac{\partial}{\partial v}P(0,1) \\ \frac{\partial}{\partial v}P(1,0) & P(1,0) & P(1,1) & \frac{\partial}{\partial v}P(1,1) \\ \frac{\partial^2}{\partial u \partial v}P(1,0) & \frac{\partial}{\partial u}P(1,0) & \frac{\partial}{\partial u}P(1,1) & \frac{\partial^2}{\partial u \partial v}P(1,1) \end{bmatrix}$$

zkrutové vektory

16 vektorový Coonsův plát jako Bezierova bikubická plocha



$$P(0,0)=V_{00},\, P(0,1)=V_{03},\, P(1,0)=V_{30},\, P(1,1)=V_{33}$$

$$\frac{\partial P}{\partial u}(0,0)=3(V_{10}-V_{00}),\ \frac{\partial P}{\partial u}(1,0)=3(V_{30}-V_{20}),\frac{\partial P}{\partial u}(0,1)=3(V_{13}-V_{03}),\frac{\partial P}{\partial u}(1,1)=3(V_{33}-V_{32}),$$

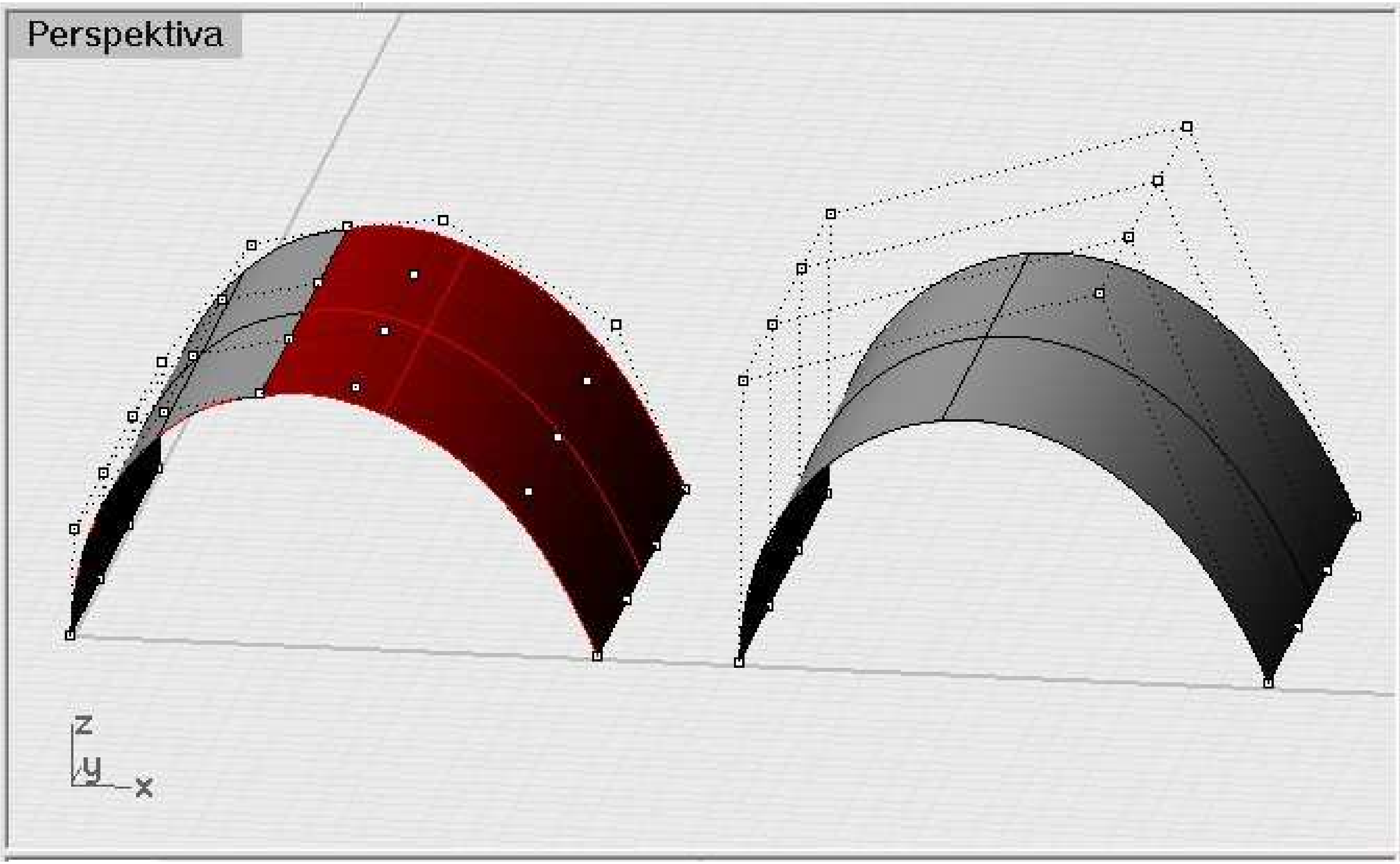
$$\frac{\partial P}{\partial v}(0,0)=3(V_{01}-V_{00}),\ \frac{\partial P}{\partial v}(1,0)=3(V_{03}-V_{02}),\frac{\partial P}{\partial v}(0,1)=3(V_{31}-V_{30}),\frac{\partial P}{\partial v}(1,1)=3(V_{33}-V_{23}),$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial u\partial v}(0,0)=9\left[(V_{11}-V_{10})-(V_{01}-V_{00})\right],\frac{\partial^2 P}{\partial u\partial v}(1,0)=9\left[(V_{31}-V_{30})-(V_{21}-V_{20})\right],$$

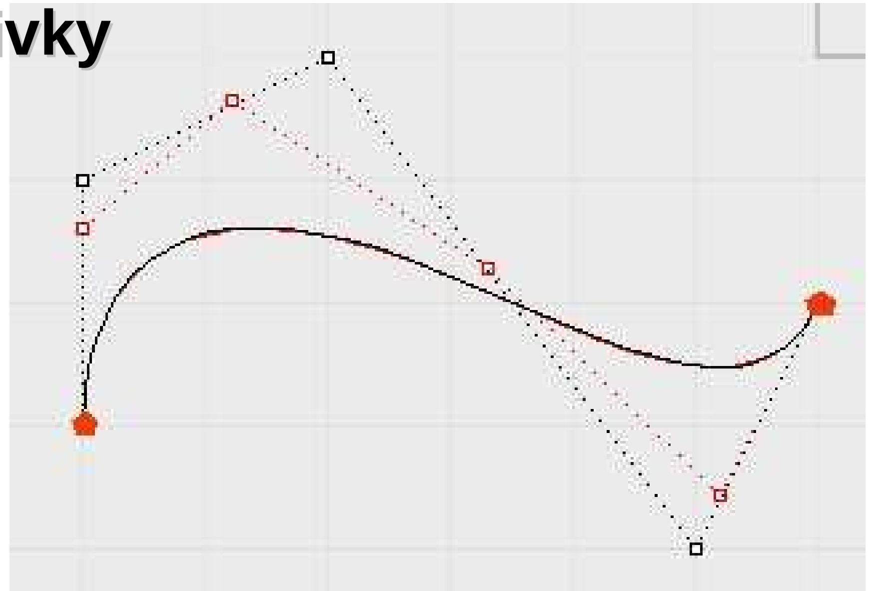
$$\frac{\partial^2 P}{\partial u\partial v}(0,1)=9\left[(V_{13}-V_{12})-(V_{03}-V_{02})\right],\frac{\partial^2 P}{\partial u\partial v}(1,1)=9\left[(V_{33}-V_{32})-(V_{23}-V_{22})\right],$$

$$\begin{pmatrix} V_{00} & V_{01} & V_{02} & V_{03} \\ V_{10} & V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ V_{20} & V_{21} & V_{22} & V_{23} \\ V_{30} & V_{31} & V_{32} & V_{33} \end{pmatrix}$$

Subdivision



Zvýšení stupně Bezierovy křivky



$$\boxed{\begin{aligned} &Q_i = \alpha_i P_{i-1} + (1-\alpha_i) P_i \\ &\alpha_i = \frac{i}{n+1} \qquad i = 0 \ldots n+1 \end{aligned}}$$

- Př: Kvadratická Bezierova křivka je dána body P_0, P_1, P_2. Zadejte tutéž parabolu pomocí 4 řídících bodů.

$$Q_0 = P_0;\ Q_1 = \frac{1}{3}P_0 + \frac{2}{3}P_1;\ Q_2 = \frac{2}{3}P_1 + \frac{1}{3}P_2;\ Q_3 = P_2$$

$$X(t) = (1-t)^3\, Q0 + 3\,t\,(1-t)^2\, Q1 + 3\,t^2\,(1-t)\, Q2 + t^3\, Q3$$

$$X(t) = P0 - 2\,P0t + P0t^2 + 2\,t\,P1 - 2\,t^2\,P1 + t^2\,P2$$

$$X(t) = (1 - 2\,t + t^2)\,P0 + (-2\,t^2 + 2\,t)\,P1 + t^2\,P2$$

Zvýšení stupně Bezierova plátu

Dáno: $(m+1)\times(n+1)$ bodů P_{ij} $(i=0,\dots,m;\, j=0,\dots,n)$

Zvýšení stupně plátu na (m+1,n):

$$\boxed{\begin{aligned} P^1_{i,j} &= \alpha_i P_{i-1,j} + (1-\alpha_i)P_{i,j} \\ \alpha_i &= \frac{i}{n+1} \qquad i=0,\dots,m+1 \end{aligned}}$$

$$U = \begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} & \dots & P_{0n} \\ P_{10} & P_{11} & \dots & P_{1n} \\ . & . & \dots & . \\ P_{m0} & P_{m1} & \dots & P_{mn} \end{pmatrix}$$

$$U = \begin{pmatrix} P_{00} & \frac{1}{n+1}P_{00} + \frac{n}{n+1}P_{01} & \dots & P_{0n} \\ P_{10} & \frac{1}{n+1}P_{10} + \frac{n}{n+1}P_{11} & \dots & P_{1n} \\ . & . & \dots & . \\ P_{m0} & \frac{1}{n+1}P_{m0} + \frac{n}{n+1}P_{m1} & \dots & P_{mn} \end{pmatrix}$$

Racionální Bezierova plocha

- Řídící body jsou zadány v afinním prostoru vnořeném do projektivního prostoru P³.

$$P_{ij} = \left(x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}, 1\right) \cong \left(w_{ij}x_{ij}, w_{ij}y_{ij}, w_{ij}z_{ij}, w_{ij}\right)$$

Bezierova plocha v P³ $\tilde{X}(u,v) = \left(\widetilde{x_1}, \widetilde{x_2}, \widetilde{x_3}, \widetilde{x_4}\right)$

$$\widetilde{x_1} = \sum_{j=0}^{m}\sum_{i=0}^{n} w_{ij}x_{ij}B_{in}(u)B_{jm}(v)$$

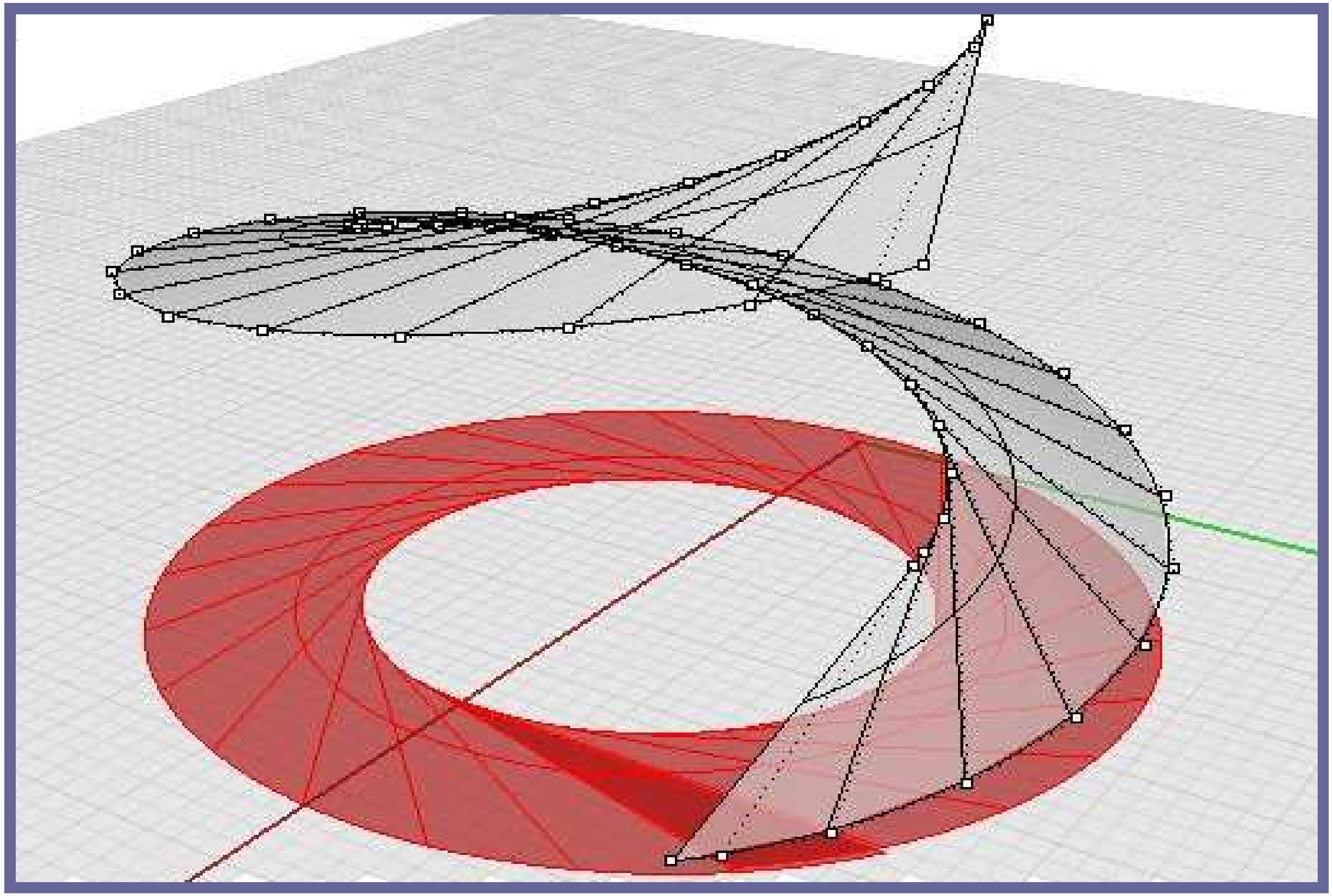
$$\widetilde{x_2} = \sum_{j=0}^{m}\sum_{i=0}^{n} w_{ij}y_{ij}B_{in}(u)B_{jm}(v)$$

$$\widetilde{x_3} = \sum_{j=0}^{m}\sum_{i=0}^{n} w_{ij}z_{ij}B_{in}(u)B_{jm}(v)$$

$$\widetilde{x_4} = \sum_{j=0}^{m}\sum_{i=0}^{n} w_{ij}B_{in}(u)B_{jm}(v)$$

$$\Rightarrow \quad P(u,v) = \frac{\sum_{j=0}^{m}\sum_{i=0}^{n} w_{ij}P_{ij}B_{in}(u)B_{jm}(v)}{\sum_{j=0}^{m}\sum_{i=0}^{n} w_{ij}B_{in}(u)B_{jm}(v)}$$

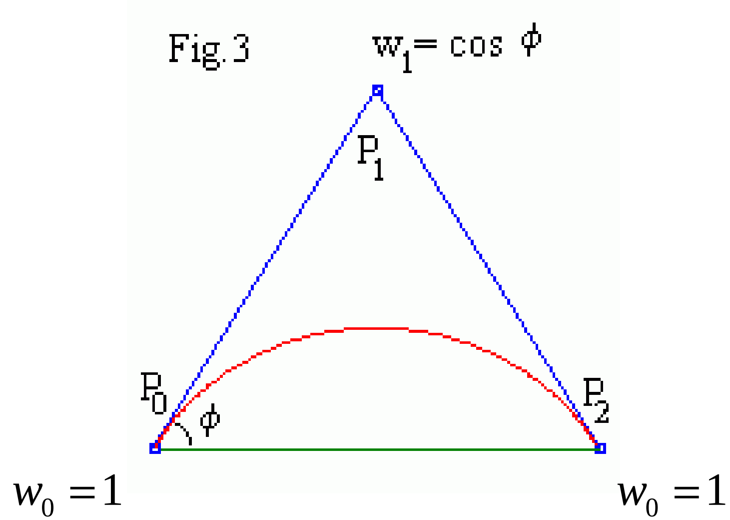
Kinematicky vytvořené plochy



Kružnice jako kvadratický NURBS

Oblouk - Bezierova kvadrika

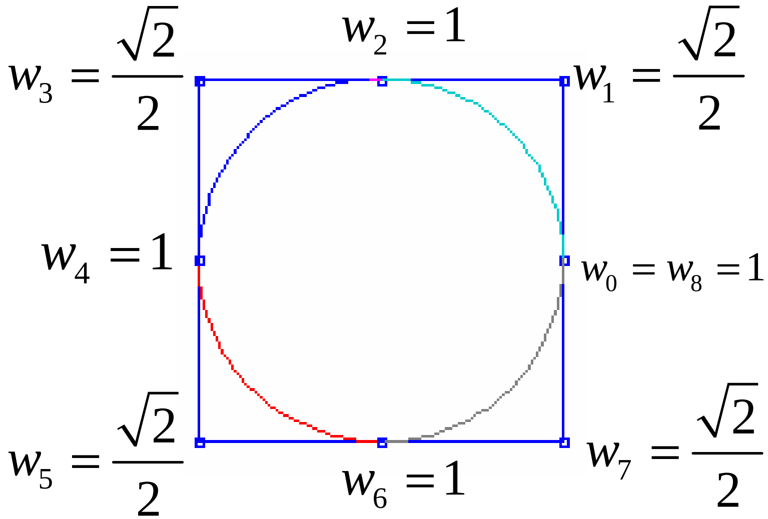
1. Délka úseků na tečnách musí být shodná
2. Vektor uzlových bodů [0,0,0,1,1,1]



Kružnice – kvadratický NURBS

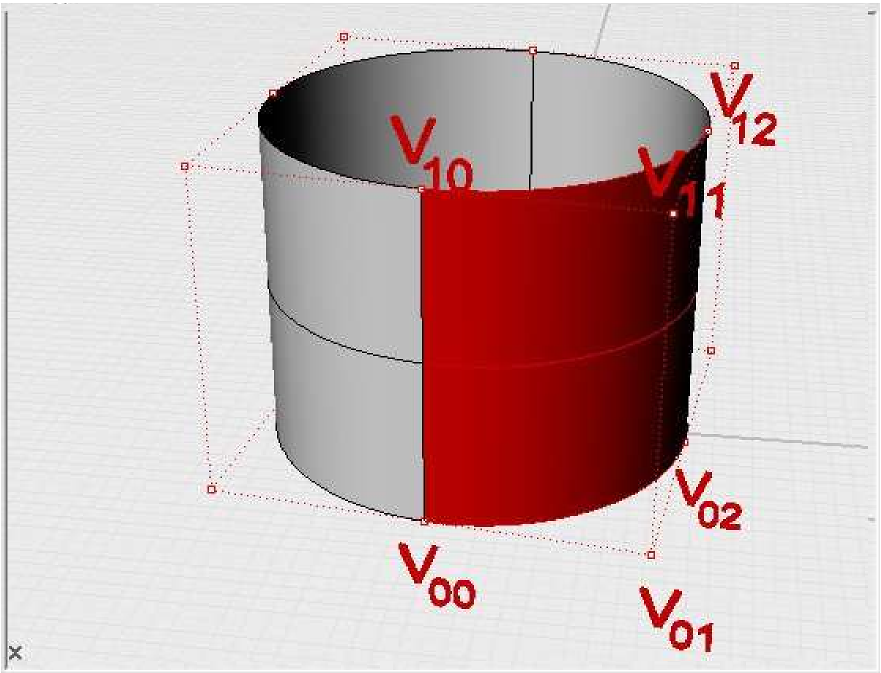
1. Řídící vrcholy jsou tvořeny vrcholy opsaného čtverce a středy stran
2. Vektor uzlových bodů

$$\left[0,0,0,\frac{1}{4},\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{3}{4},\frac{3}{4},1,1,1\right]$$



Válec jako Racionální Bezierova plocha

- ¼ Rotační válcové plochy .



$$P(u,v) = \frac{\sum_{j=0}^{m}\sum_{i=0}^{n} w_{ij} P_{ij} B_{in}(u) B_{jm}(v)}{\sum_{j=0}^{m}\sum_{i=0}^{n} w_{ij} B_{in}(u) B_{jm}(v)}$$

$$V_{00} = [r,0,0] \qquad w_{00} = 1$$

$$V_{01} = [r,r,0] \qquad w_{01} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$V_{02} = [0,r,0] \qquad w_{02} = 1$$

$$V_{10} = [r,0,v] \qquad w_{10} = 1$$

$$V_{11} = [r,r,v] \qquad w_{11} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

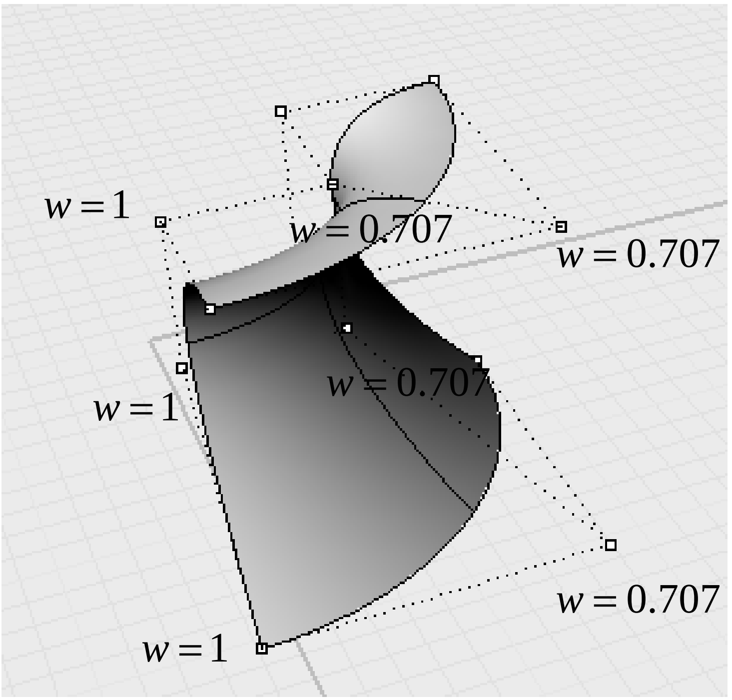
$$V_{12} = [0,r,v] \qquad w_{12} = 1$$

$r = 1, v = 2$

$$X(u,v) = \left[\frac{(-\sqrt{2}+2+3v\sqrt{2}-4v)(-1+v)}{\sqrt{2}-2-4v\sqrt{2}+6v+4v^2\sqrt{2}-6v^2}, \frac{(2-2\sqrt{2}-4v+3v\sqrt{2})v}{\sqrt{2}-2-4v\sqrt{2}+6v+4v^2\sqrt{2}-6v^2}, 2u \right]$$

Rotační plocha

- Je dán meridián plochy jako (Neracionální) Bezierova křivka v rovině (x,z).
- Řídící body $P_i=[x_i,0,z_i]$



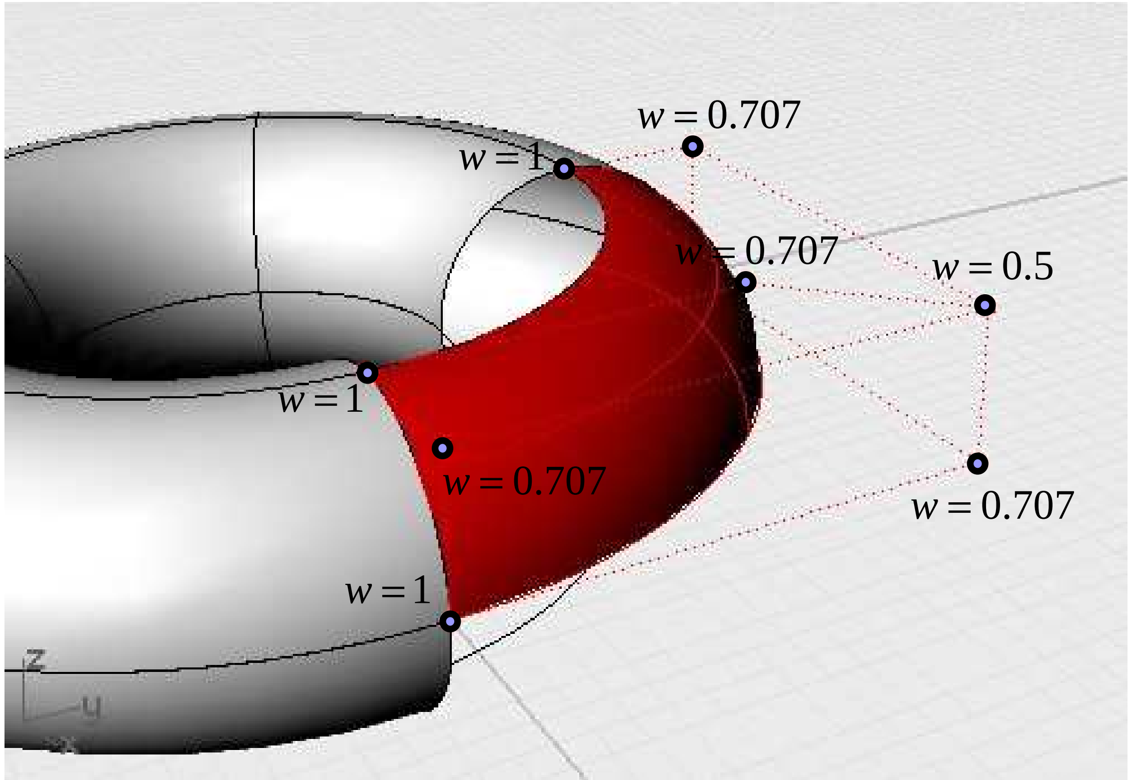
$$V_{0i}=[x_i,0,z_i] \qquad w_{0i}=1$$

$$V_{1i}=[x_i,x_i,z_i] \qquad w_{1i}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$V_{2i}=[0,x_i,z_i] \qquad w_{2i}=1$$

Anuloid jako Racionální Bezierova plocha

- 1/16 Anuloidu .



$$V_{00} = [0, R, r] \qquad w_{00} = 1$$

$$V_{01} = [0, R+r, r] \qquad w_{01} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$V_{02} = [0, R+r, 0] \qquad w_{02} = 1$$

$$V_{10} = [R, R, r] \qquad w_{10} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$V_{11} = [R+r, R+r, r] \qquad w_{11} = 0.5$$

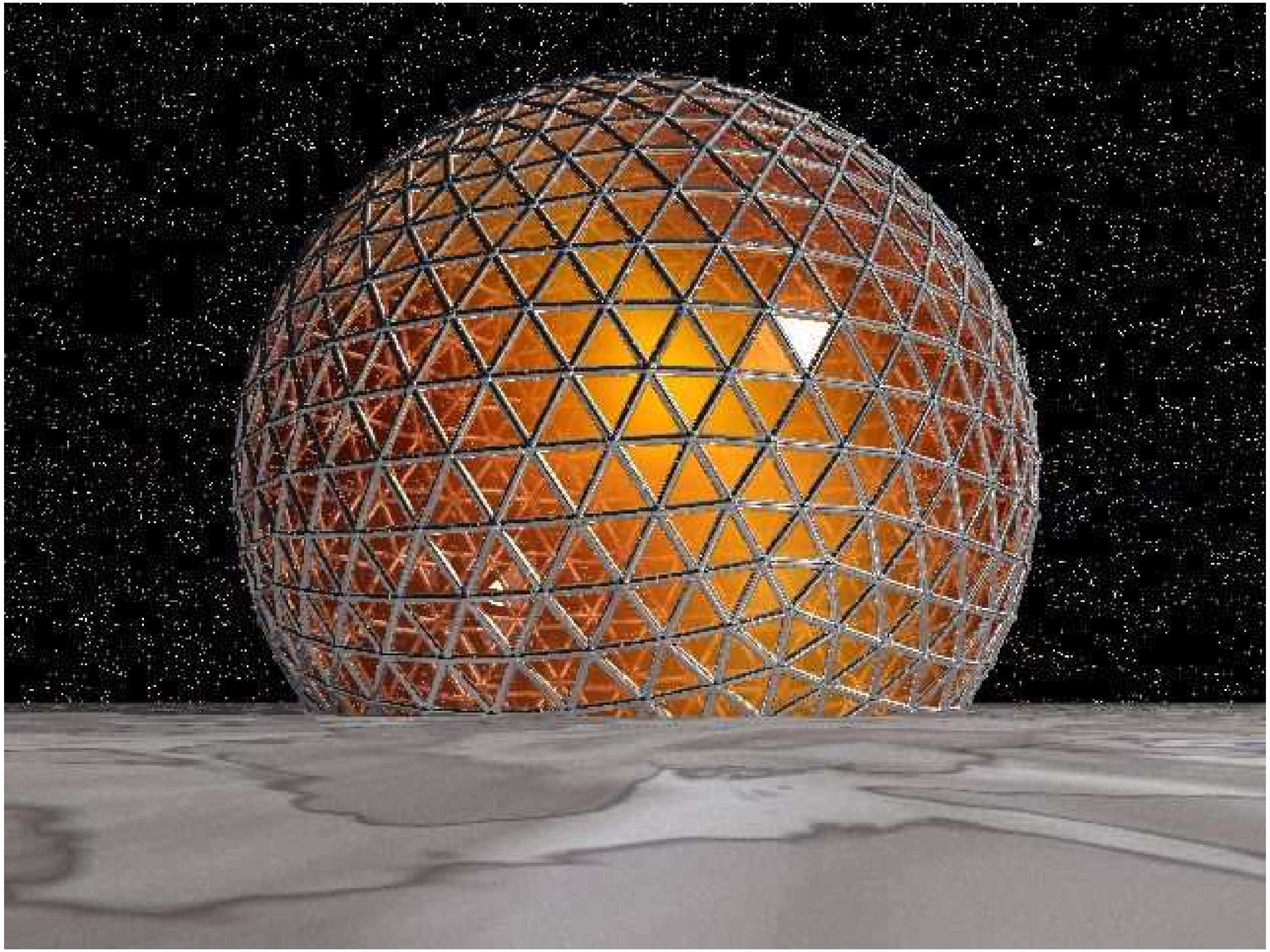
$$V_{12} = [R+r, R+r, 0] \qquad w_{12} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$V_{20} = [R, 0, r] \qquad w_{20} = 1$$

$$V_{21} = [R+r, 0, r] \qquad w_{21} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

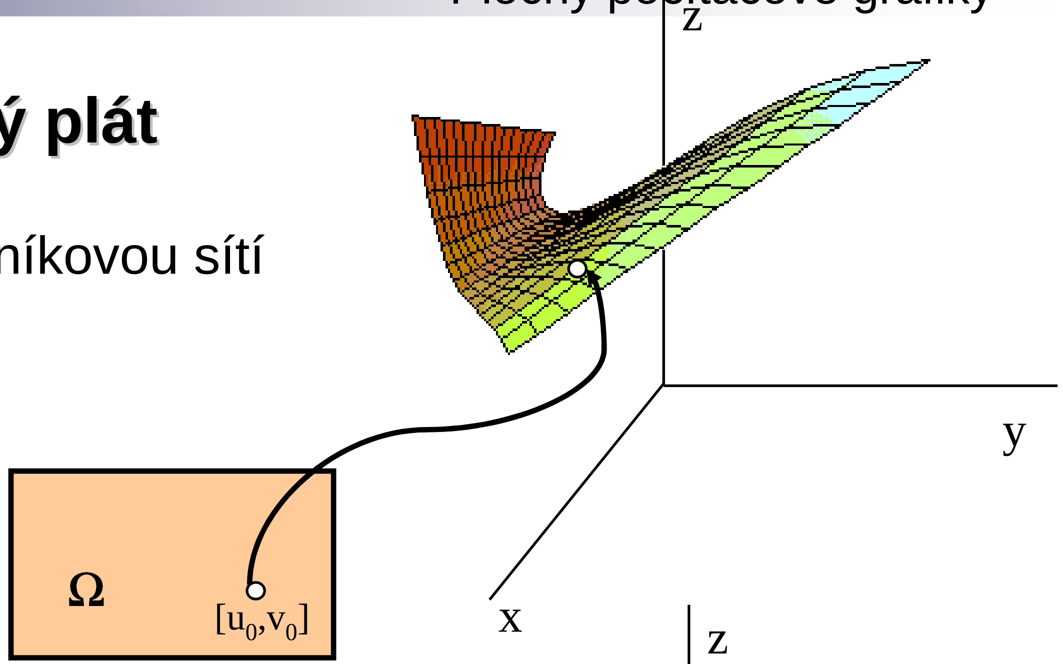
$$V_{22} = [R+r, 0, 0] \qquad w_{22} = 1$$

Trojúhelníková síť



Bezierův obdélníkový plát

- Plocha st. *n.m* je dána obdélníkovou sítí (n+1)(m+1) bodů $\mathbf{P}_{ij}$



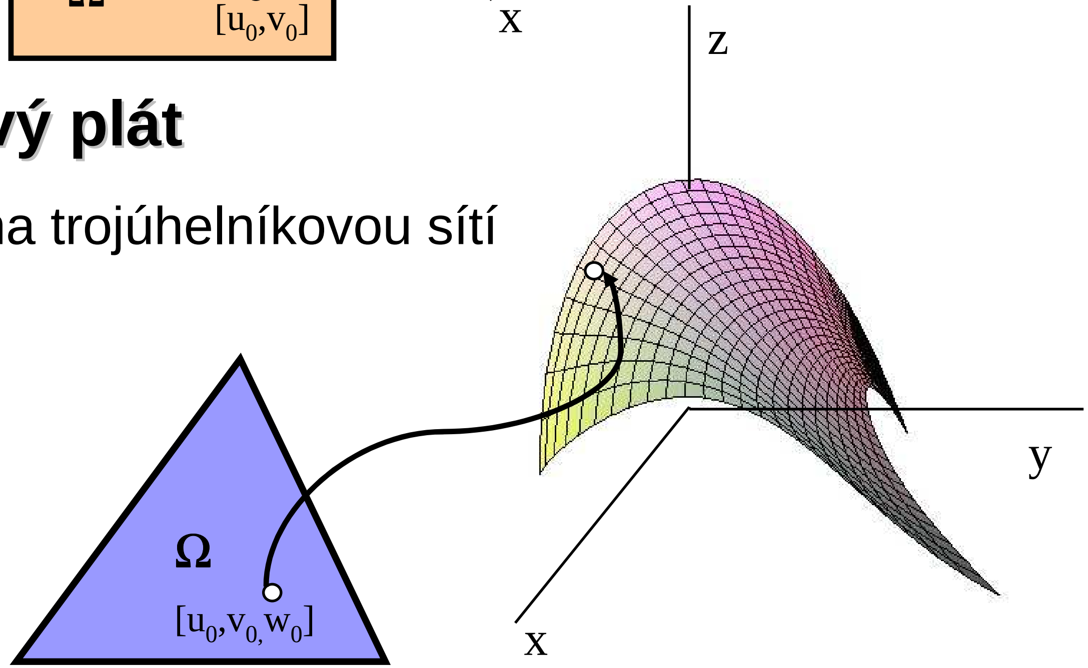
Bezierův trojúhelníkový plát

- Plocha stupně $n=i+j+k$ je dána trojúhelníkovou sítí ½(n+1)(n+2) bodů $\mathbf{P}_{ijk}$

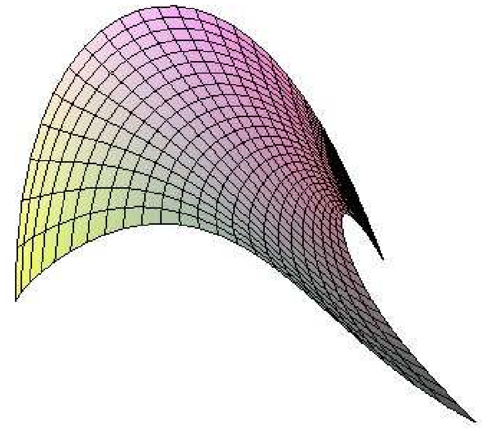
Barycentrické souřadnice

$$u+v+w=1$$

$$u\geq 0, v\geq 0, w\geq 0,$$



Bezierův trojúhelníkový plát

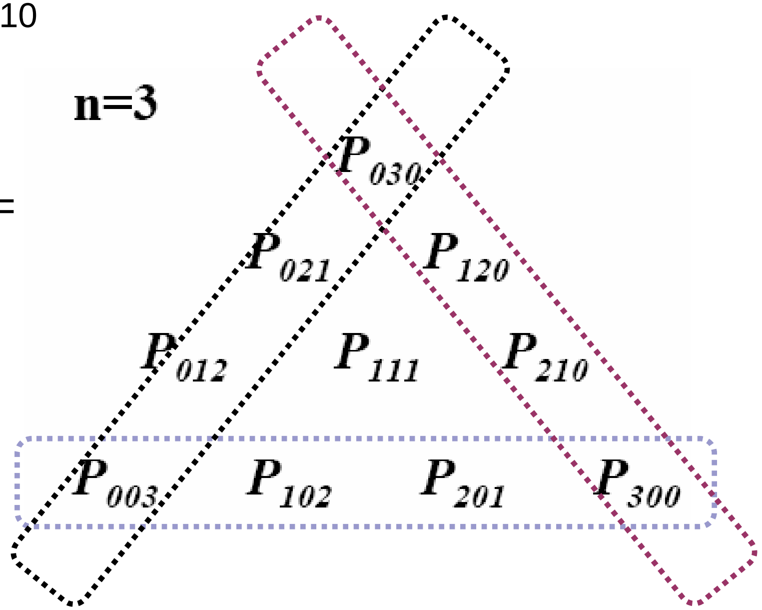


- Plocha je dána trojúhelníkovou sítí ½(n+1)(n+2) bodů

$$\mathbf{P}_{ijk}$$

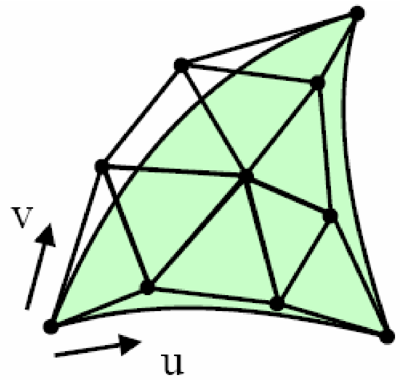
- stupeň plochy $n=i+j+k$
- Plát stupně 1 – trojúhelník P_{001}, P_{100}, P_{010}

$$X(u,v) = P_{001} + u(P_{100} - P_{001}) + v(P_{010} - P_{001}) =$$
$$= vP_{010} + (1-u-v)P_{001} + uP_{100}$$
$$X(u,v,w) = uP_{100} + vP_{010} + wP_{001};\;\; u+v+w=1$$



Bezierův trojúhelníkový plát

Dáno: (n+1).(n+2)/2 řídících bodů P_{ijk}
$0 \le i,j,k; \; i+j+k=n$



$$P(u,v,w) = \sum_{\substack{i,j,k \ge 0 \\ i+j+k=n}} P_{ijk} B^n_{ijk}(u,v,w)$$

$$B^n_{ijk}(u,v,w) = \frac{n!}{i!\,j!\,k!} u^i v^j w^k$$

1. $B^n_{ijk}(u,v,w) \ge 0; \quad 0 \le u,v,w; u+v+w=1$
2. $\sum_{\substack{i,j,k \ge 0 \\ i+j+k=n}} B^n_{ijk}(u,v,w) = 1$
3. $B^n_{ijk} = u.B^{n-1}_{i-1,j,k} + v.B^{n-1}_{i,j-1,k} + w.B^{n-1}_{i,j,k-1}$

n=3

P_{030}

P_{021} P_{120}

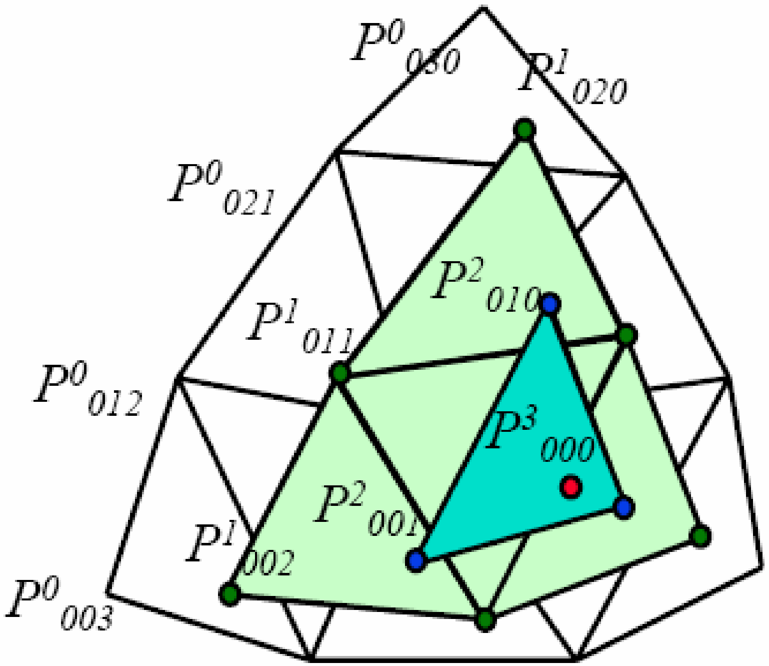
P_{012} P_{111} P_{210}

P_{003} P_{102} P_{201} P_{300}

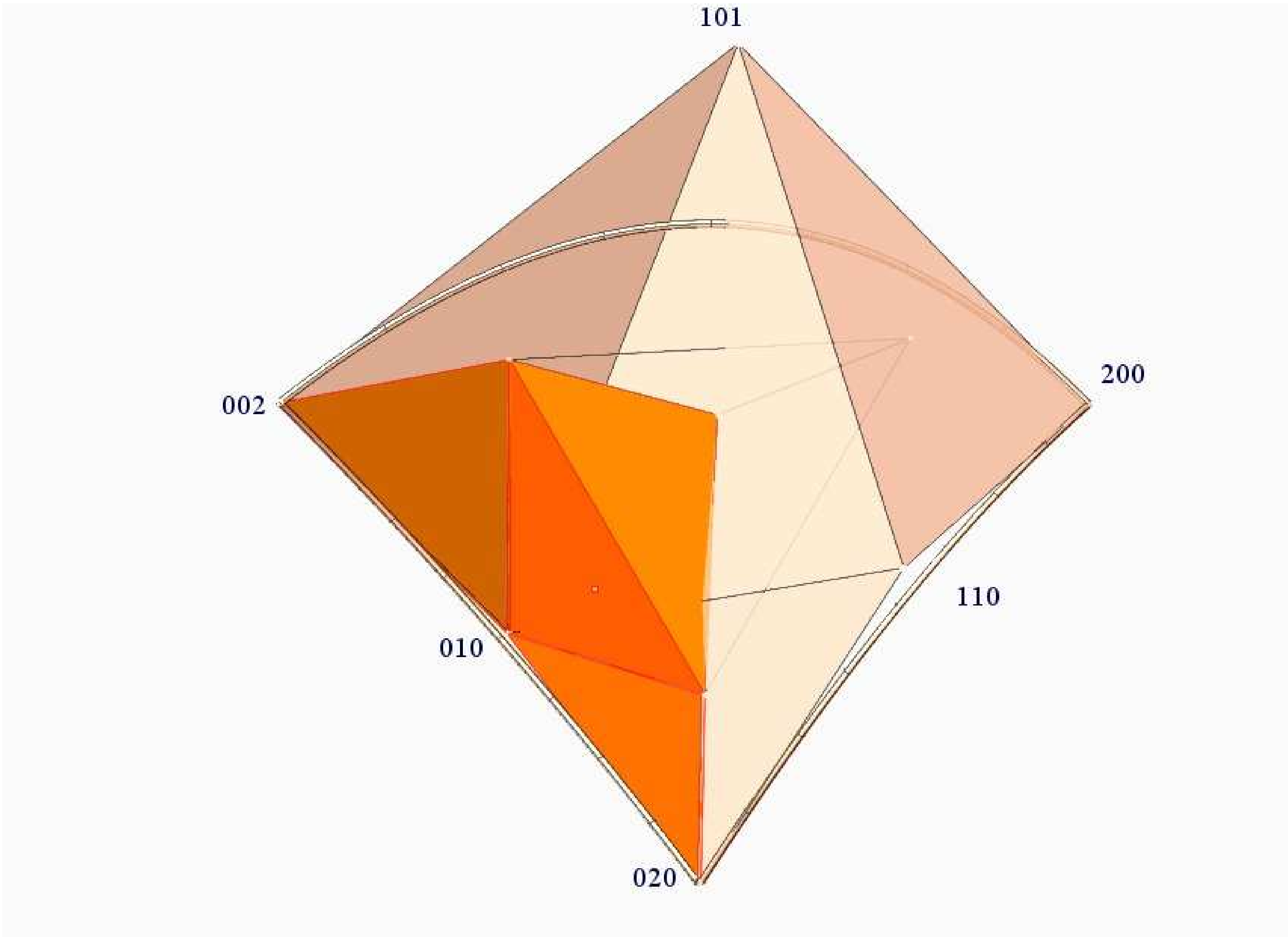
Bezier. trojúhelník - alg.De Casteljau

for i=0 to n do
for j=0 to n-i do
{$k=n-i-j$;$\boldsymbol{P^0_{ijk}}=\boldsymbol{P_{ijk}}$};

for l=1 to n do
for i=0 to n-l do
for j=0 to n-l-i do
{ $k=n-l-i-j;$
$\boldsymbol{P^l_{ijk}} = u.\ \boldsymbol{P^{l-1}_{i+1,j,k}} + v.\ \boldsymbol{P^{l-1}_{i,j+1,k}} + (1-u-v).\ \boldsymbol{P^{l-1}_{i,j,k+1}}$
}
$P(u,v) = \boldsymbol{P^n_{0,0,0}}$



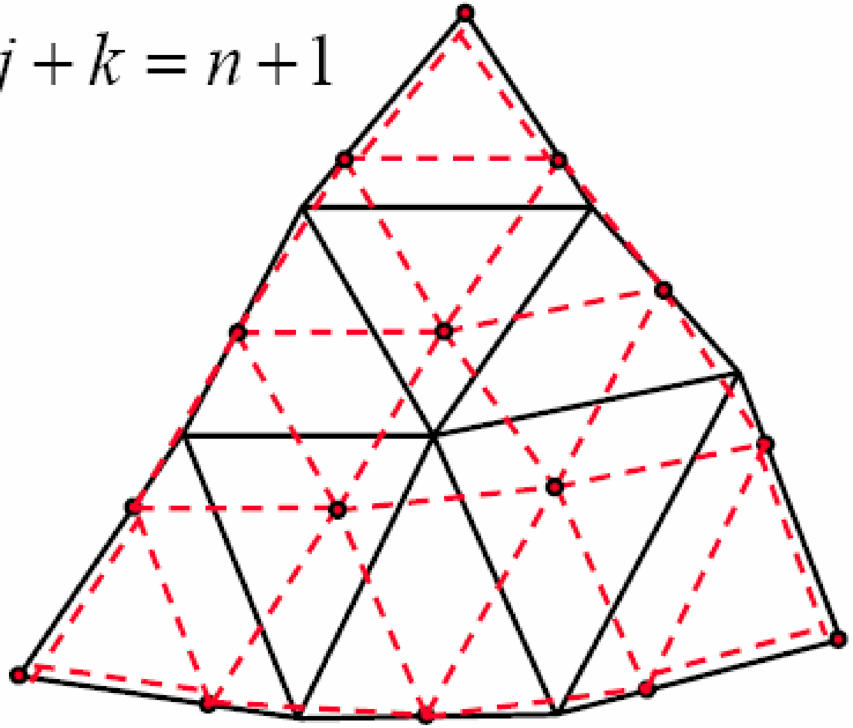
Bezierův trojúhelník-subdivision



Zvýšení stupně Bezier.trojúhel. plátu

$$P^*_{ijk} = \frac{1}{n+1}\left(i.P_{i-1,j,k} + j.P_{i,j-1,k} + k.P_{i,j,k-1}\right)$$

$$0 \le i, j, k; i + j + k = n + 1$$

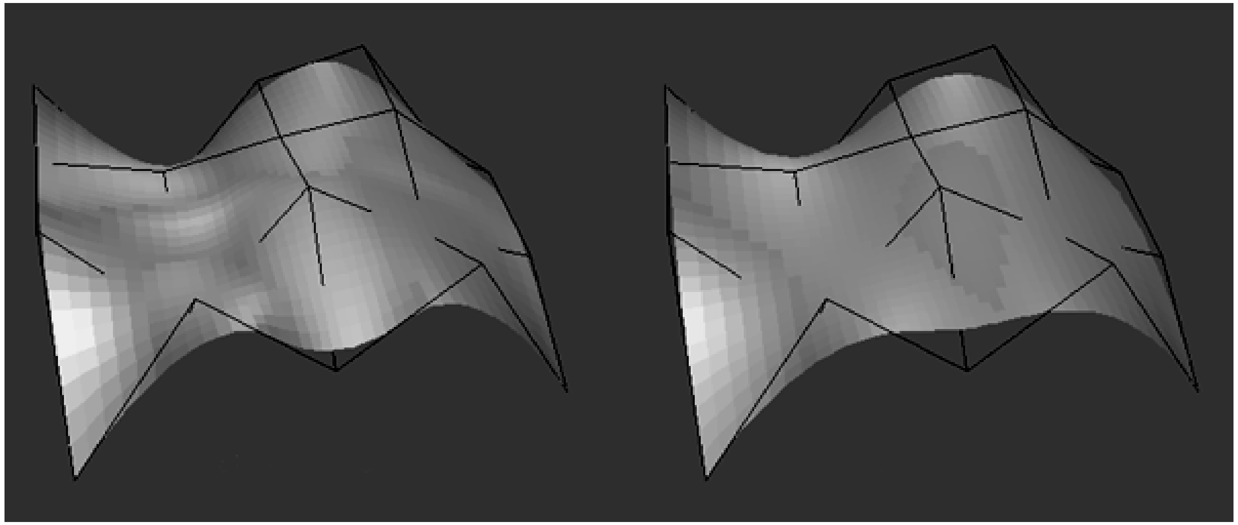


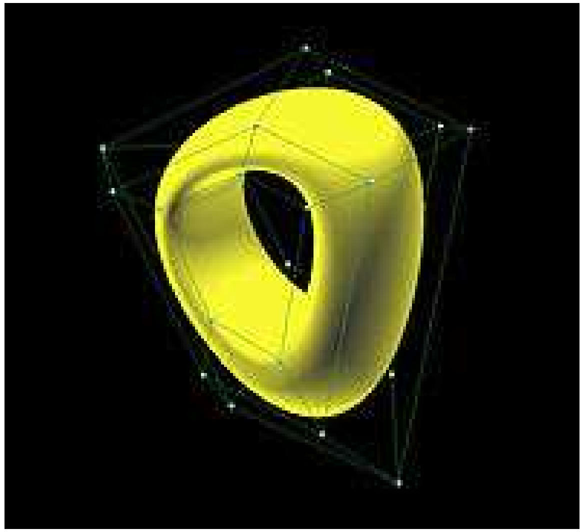
Racionální Bezierův trojúhelník

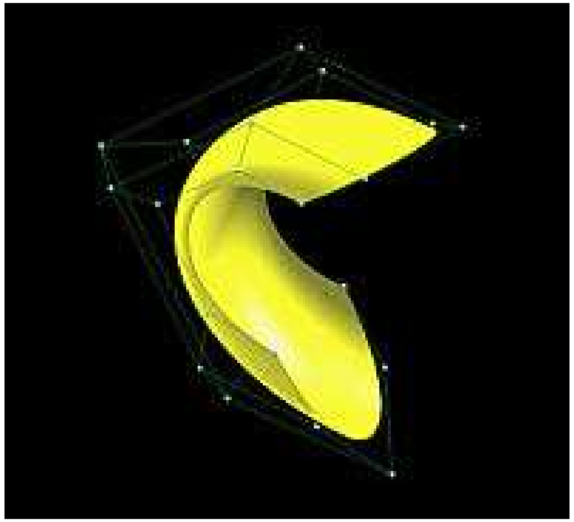
- Je dána trojúhelníková síť P_{ijk}. Každý řídící bod má svou váhu w_{ijk}

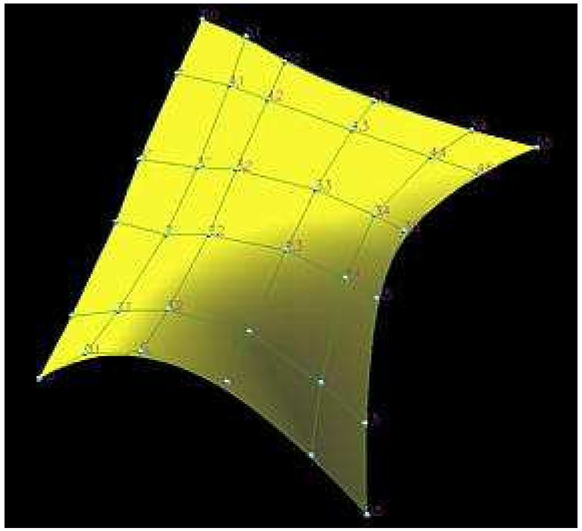
$$P(u,v,w) = \frac{\sum_{i,j,k\geq 0}^{i+j+k=n} w_{ijk} P_{ijk} B^n{}_{ijk}(u,v,w)}{\sum_{i,j,k\geq 0}^{i+j+k=n} w_{ijk} B^n{}_{ijk}(u,v,w)}$$

BSpline









BSpline

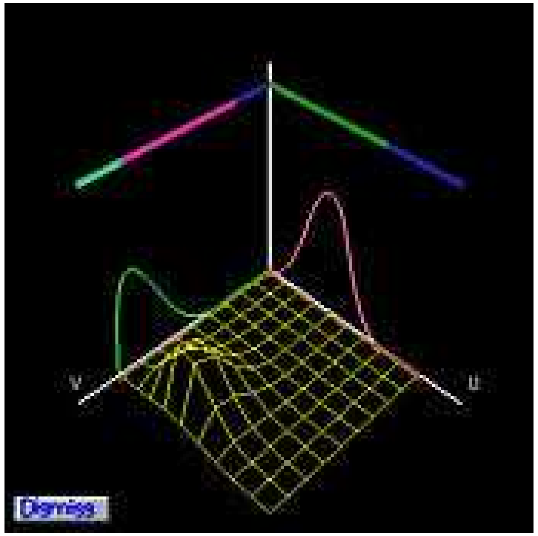
$$X(u,v) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} P_{ij} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)$$

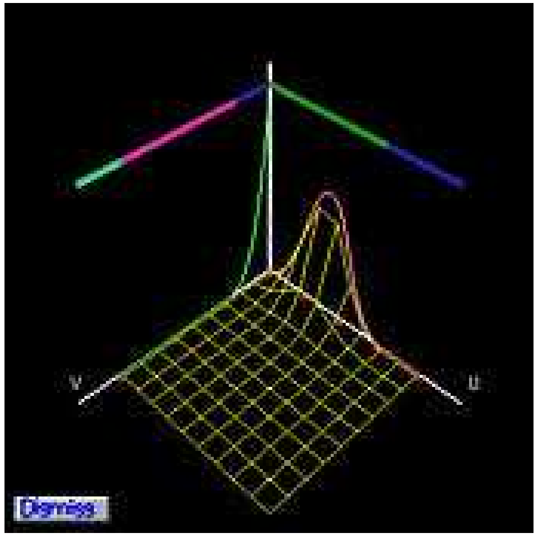
Plocha je určena:

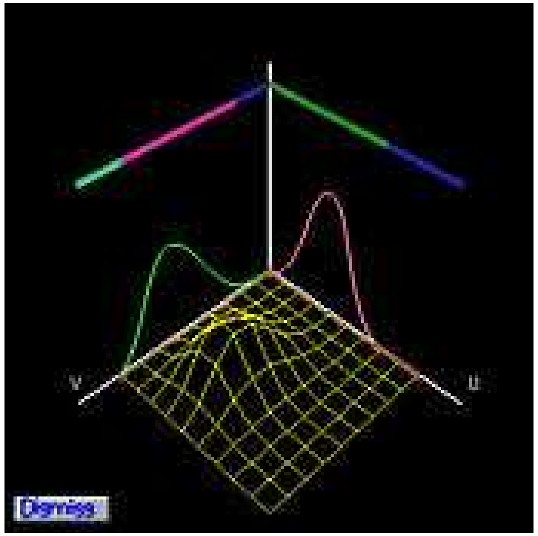
- řídící sítí $(m+1)$x$(n+1)$ bodů
- Stupněm *k* pro bázové polynomy parametru *u*
- Stupněm *l* pro bázové polynomy parametru *v*
- Uzlovými vektory parametrizace pro parametry *u* a *v*.

$$N_{i1} = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad t \in \langle t_i, t_{i+1} \rangle \\ 0 & \quad jinde \end{cases}$$

$$N_{ik}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} N_{ik-1}(t) + \frac{t_{i+k} - t}{t_{i+k} - t_{i+1}} N_{i+1,k-1}(t)$$



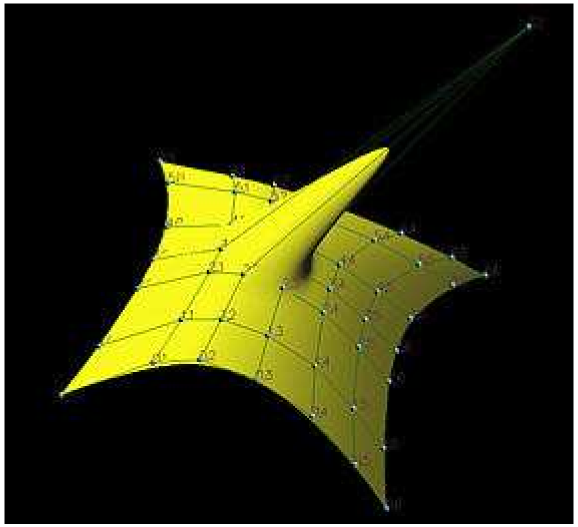




Vlastnosti BSpline

- Lokalita změn
- Podmínka konvexního obalu
- Afinní invariance
- Interpolace okrajem – hraniční křivky jsou B-spline křivky pro uzlové hodnoty parametrů

  $U = (u_0 = \ldots = u_k, u_{k+1}, \ldots, u_m, u_{m+1} = \ldots = u_{m+k+1}),$
  $V = (v_0 = \ldots = v_l, v_{l+1}, \ldots, v_n, v_{n+1} = \ldots = v_{n+l+1})$



Coonsův bikubický plát (uniformní B-spline plát)

$$X(u,v) = \frac{1}{36}\left(C_0(u), C_1(u), C_2(u), C_3(u)\right) \cdot U \cdot \left(C_0(v), C_1(v), C_2(v), C_3(v)\right)$$

U….mapa plochy

$$U = \begin{pmatrix} U_{00} & U_{01} & U_{02} & U_{03} \\ U_{10} & U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ U_{20} & U_{21} & U_{22} & U_{23} \\ U_{30} & U_{31} & U_{32} & U_{33} \end{pmatrix}$$

$C_{i,}$….Coonsovy polynomy

$$C_1(t) = (1-t)^3$$

$$C_2(t) = 3t^3 - 6t^2 + 4$$

$$C_3(t) = -3t^3 + 3t^2 + 3t + 1$$

$$C_4(t) = t^3$$

NURBS

Racionální B-spline plocha

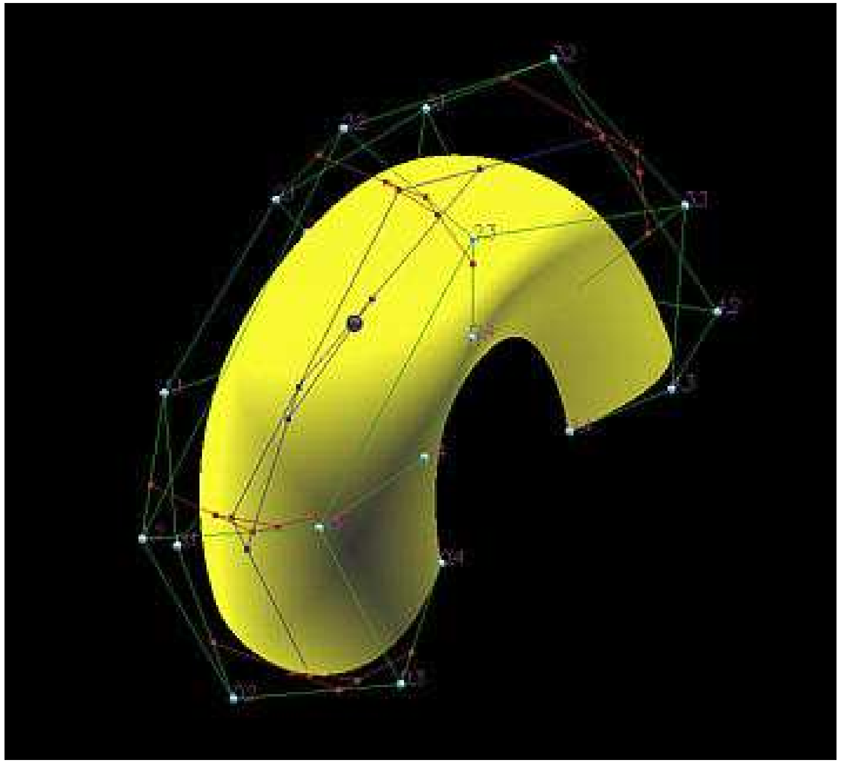
$$P(u,v) = \frac{\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} \omega_{ij} P_{ij} N_i^k(u) N_j^l(v)}{\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} \omega_{ij} N_i^k(u) N_j^l(v)}$$

$$R_{i,j}^{m,n}(u,v) = \frac{\omega_{ij} N_i^k(u) N_j^l(v)}{\sum_{r=0}^{m}\sum_{s=0}^{n} \omega_{rs} N_r^k(u) N_s^l(v)}$$

$$\boxed{P(u,v) = \sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} P_{ij} R_{ij}^{mn}(u,v)}$$

NURBS

- De Boorův algoritmus



Vytažení křivky jako NURBS

Profilová NURBS křivka stupně k je dána řídícími body P_i, i=0…n.

Je dán vektor posunutí a.

$$C(u) = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i N_{i,k}(u)}{\sum_{i=1}^{n} w_i N_{i,k}(u)}$$

Dva sloupce matice řídících bodů jsou dány původními řídícími body a body posunutými ve směru vektoru a.

$$P_{i0} = P_i$$
$$P_{i1} = P_i + \vec{a}$$

$$X(u,v) = \frac{\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{1} w_i P_{ij} N_{i,k}(u) N_{j,1}(v)}{\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{1} w_i N_{i,k}(u) N_{j,1}(v)}$$

Přímkové plochy jako NURBS

Jsou dány dvě NURBS křivky

- Sjednotíme stupeň a uzlové vektory obou křivek.
- Křivky se osadí novým uzlovým vektorem a sjednotí se tak, aby měly stejný počet řídicích bodů.
- Povrch se vytvoří za pomocí řídicích bodů a uzlových vektorů obou křivek. Každá křivka se stává řádkem hodnot v matici řídicích bodů.