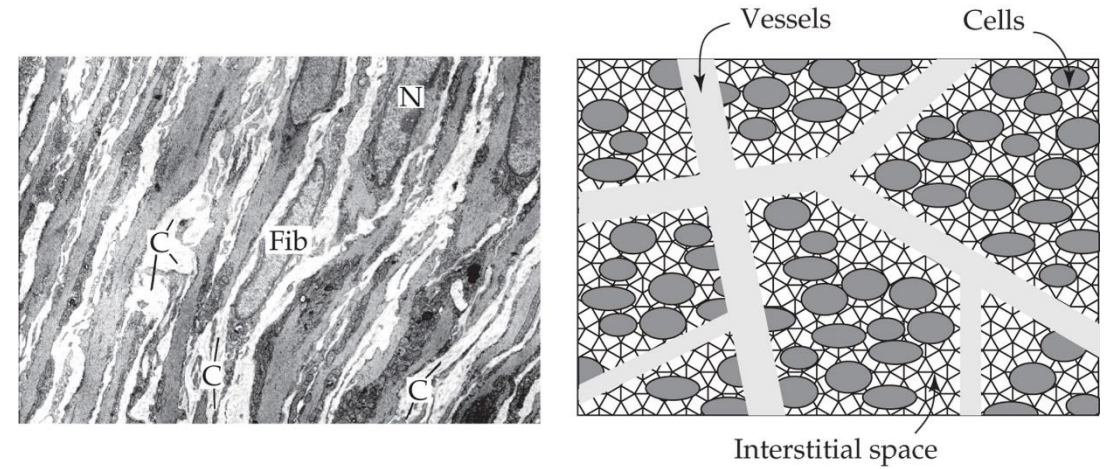
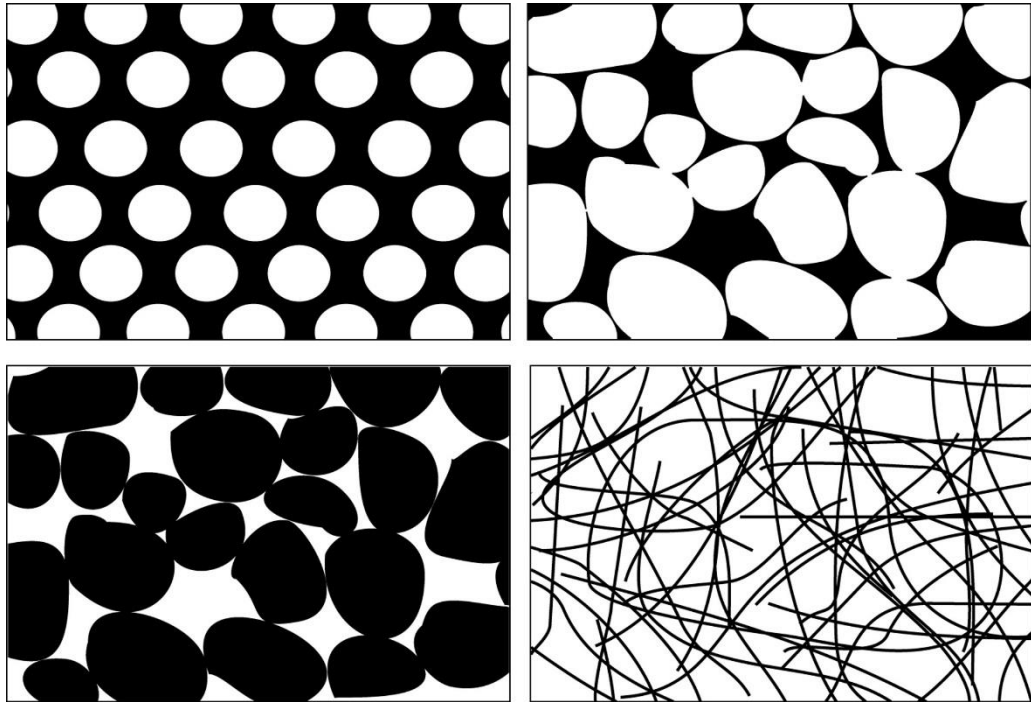


Porösa medier  
Transvaskulär transport  
Energitransport

# Porösa medier



(a)

(b)

Kontinuitetsekvationen

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \phi_B - \phi_L$$

Källtermer pga. massutbyte med blod- och lymfkärl

# Definitioner

Specifik area:  $s = \frac{\textit{total gränsarea}}{\textit{total volym}}$

Porositet:  $\varepsilon = \frac{\textit{fluidvolym}}{\textit{total volym}}$

Tortusitet (slingrighet):  $T = \left(\frac{L_{min}}{L}\right)^2$

# Darcys lag

## Representativ elementarvolym (REV)

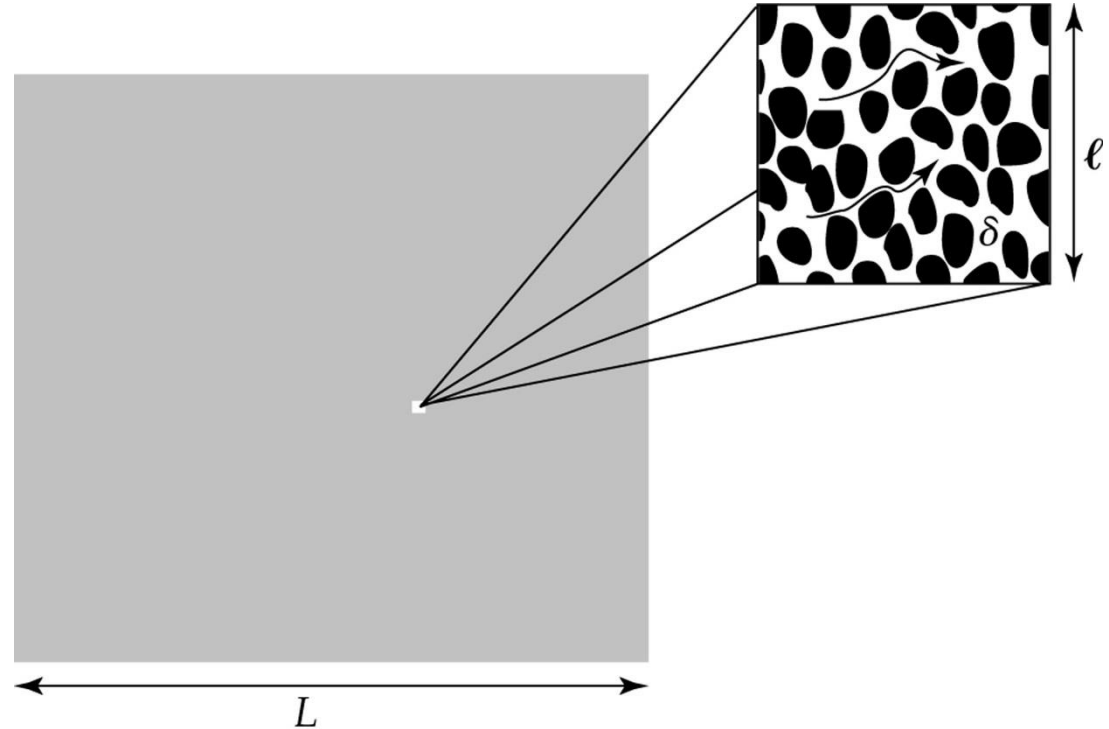
$$\delta \ll l_0 \ll L$$

Om detta gäller kan det porösa mediet betraktas som ett kontinuum. Fluidhastigheten kan betraktas som ett medelvärde över en REV med storleken  $l^3$

$$\mathbf{v} = \varepsilon v_f$$

Kontinuitetsekvationen

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \phi_B - \phi_L$$



<http://www.youtube.com/watch?v=LD-HtCVCVlg>

# Darcys lag

För ett homogent och isotropt material kan Darcys lag skrivas som:

$$\mathbf{v} = -K\nabla p$$

K kallas hydraulisk konduktivitet

$k = K \cdot \mu$  kallas specifik permeabilitet

Kontinuitetsekvationen:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \Leftrightarrow -\nabla \cdot (K\nabla p) = 0$$

Om dessutom K är konstant:  $\nabla^2 p = 0$

K kan bestämmas med Kozeny-Carmans ekvation:

$$K = \frac{\varepsilon^3}{G\mu s_0^2 (1 - \varepsilon)^2}$$

Fler detaljer och specialfall på sid. 442

Darcys lag kan **inte** användas för:

- Icke-newtonska fluider
- Newtonska vätskor vid hög hastighet
- Gaser vid väldigt låg eller väldigt hög hastighet

# Brinkmans ekvation

I Darcys lag försummas det viskösa motståndet i fluiden. Giltigt då permeabiliteten är låg. Om permeabiliteten är hög används Brinkmans ekvation istället, kan härledas från impulsekvationen för Stokesströmning (se kapitel 3).

$$\mu \nabla^2 \mathbf{v} - \frac{1}{K} \mathbf{v} - \nabla p = 0$$

# Transport av löst substans

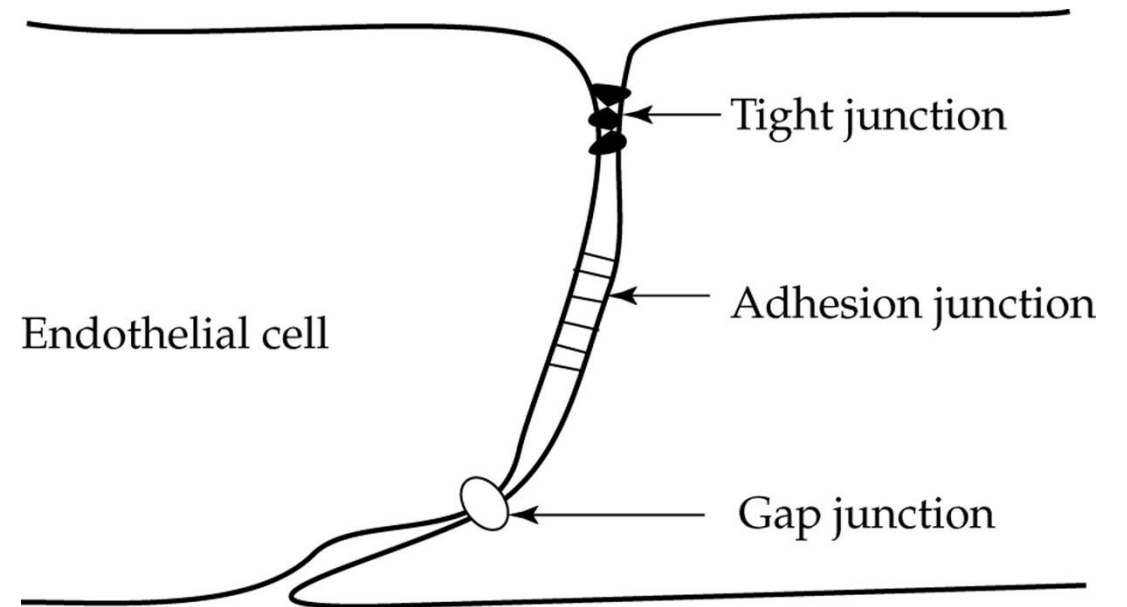
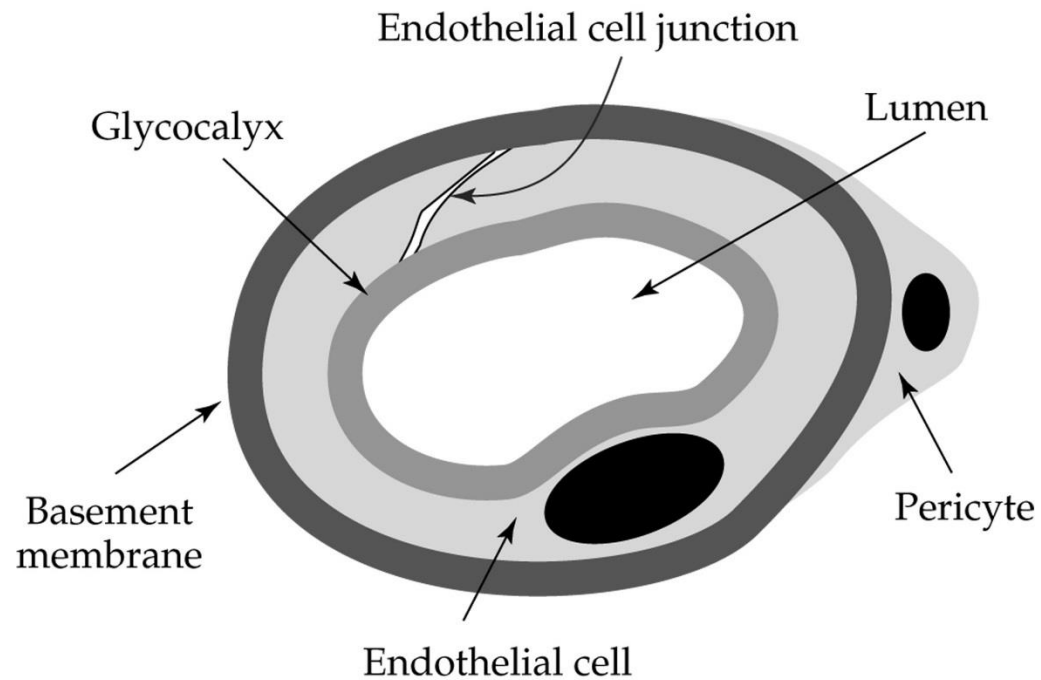
Retardationskoefficienten  $f = \frac{\text{Hastighet för löst substans}}{\text{Hastighet för lösningsmedlet}} = \frac{v_s}{v_f}$

Reflektionskoefficienten  $\sigma = 1 - f$

Skillnad beror på att den lösta substansen kan hindras mer av det porösa mediet än lösningsmedlet

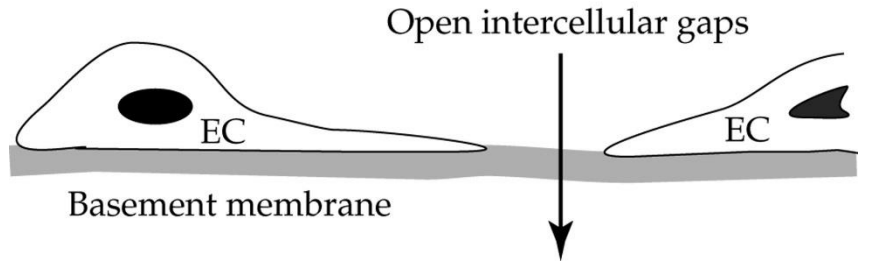
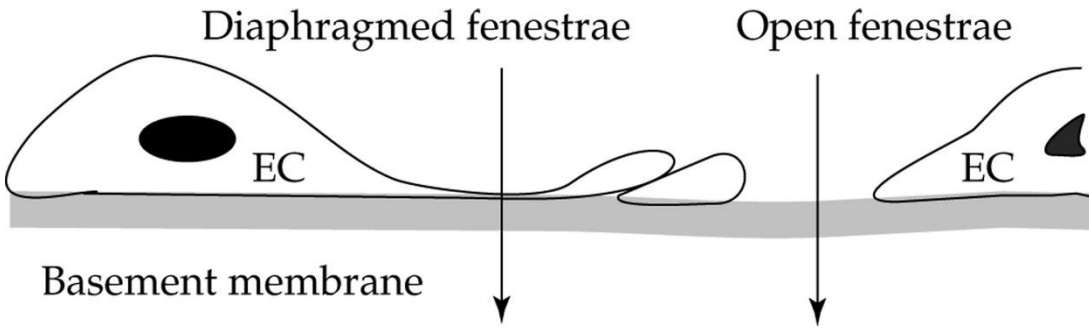
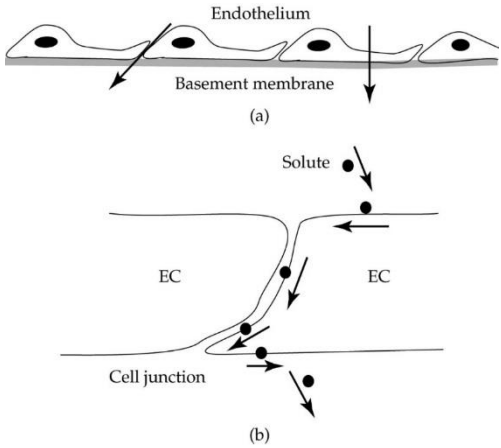
# Transvaskulär transport

Transport från kapillärer till omgivning





# Transvaskulär transport



# Osmotiskt tryck

$$\pi = p_A - p_B = \rho_f g \Delta h$$

Osmotiskt tryck beror av  
koncentrationen och  
temperaturen

$$\pi = CRT$$

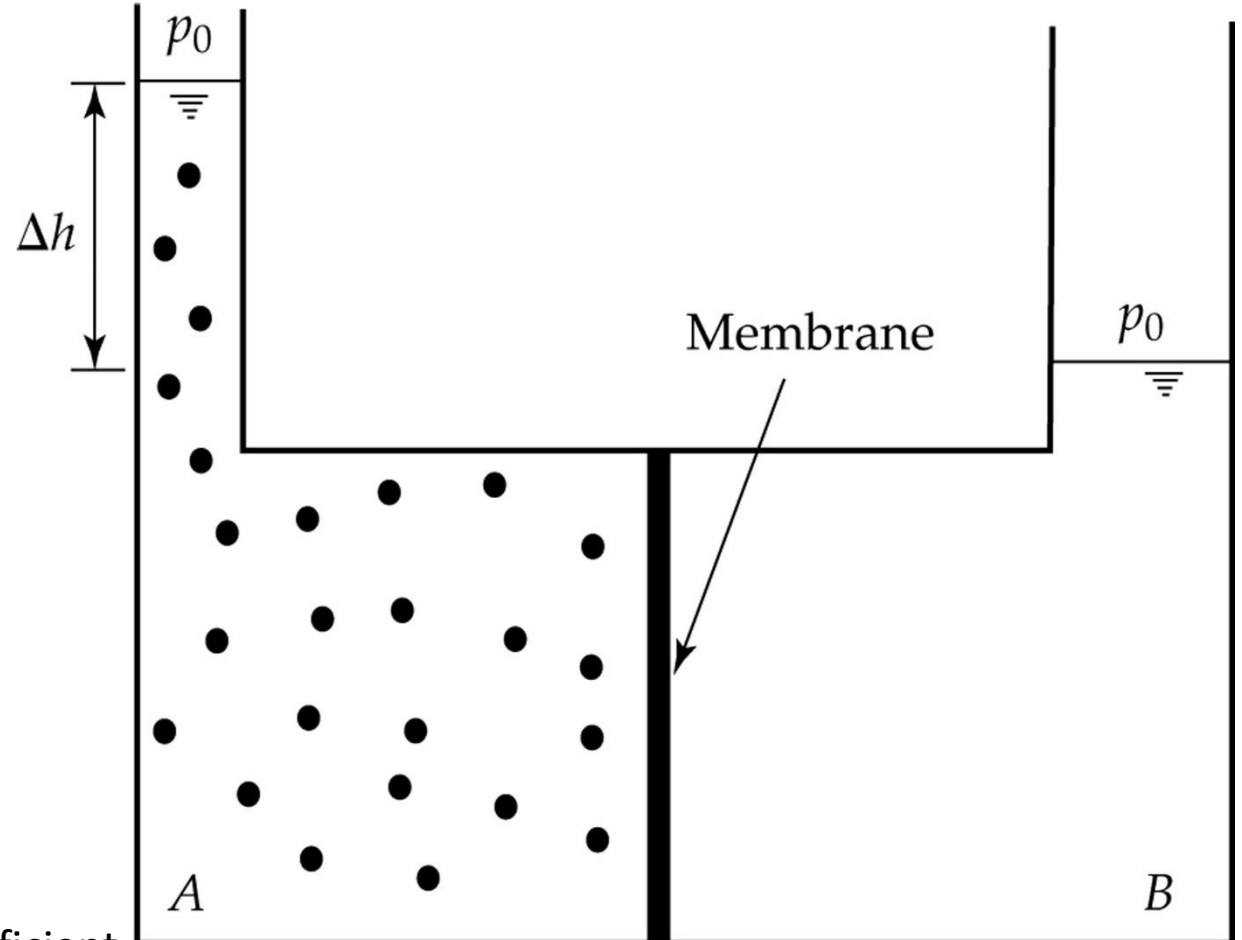
## Starlings filtreringslag

Flödet genom kärnväggen:

$$J_v = L_p S (\Delta p - \sigma_s \Delta \pi)$$

$L_p$  = hydraulisk konduktivitet

$\sigma_s$  = osmotisk reflektionskoefficient



# Energitransport i biologiska system

# Termodynamikens första lag

*Energi kan inte skapas eller förstöras, endast omvandlas.*

# Energiekvationen

$$\frac{dE_{sys}}{dt} = \frac{dQ}{dt} + \frac{dW}{dt}$$

För kontrollvolym:

$$\frac{d}{dt} \left( \iiint_{CV} \rho e d\Omega \right) + \iint_{CS} \rho e (\bar{V} \cdot \bar{n}) dA = \dot{Q} - \dot{W}$$

Ändring i  
kontrollvolym

Nettoflöde över  
kontrollyta

Värmeflöde

Arbete per  
tidsenhet

Energi per massenhet:

$$e = \hat{u} + \frac{1}{2} V^2$$

Inre energi

Kinetisk  
energi

# Energiekvationen

$$\rho \left( \frac{\partial E}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla E \right) = -\nabla \cdot \mathbf{q} - \nabla \cdot (p\mathbf{v}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}) + \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} + \dot{W} + \dot{Q}_p^*$$

$$-\nabla \mathbf{q}$$

**Arbete per tidsenhet:**

Arbete från spänningar  $\nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{v}) = -\nabla \cdot (p\mathbf{v}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v})$

Arbete från volymkrafter  $\mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$

Annat arbete  $\dot{W}$

**Värmegenerering:**  $\dot{Q}_p^*$

# Energiekvationen

För värmeöverföringsstudier bortses från den mekaniska energin. Antag dessutom inkompressibel strömning.

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T \right) = -\nabla \cdot \mathbf{q} + \dot{Q}_p^* + (\boldsymbol{\tau} \cdot \nabla^T) \cdot \mathbf{v} + \dot{W}$$

$C_p$ , **specifik värmekapacitet**: den energi som krävs för att höja temperaturen 1K hos 1 kg material. Enhet: J/(kg K)

Viskös dissipation:  $\dot{\Phi}_v = (\boldsymbol{\tau} \cdot \nabla^T) \cdot \mathbf{v}$

## Konduktion (värmeledning)

Fouriers lag:  $\mathbf{q} = -k\nabla T$      $k$  = konduktivitet

# Energiekvationen

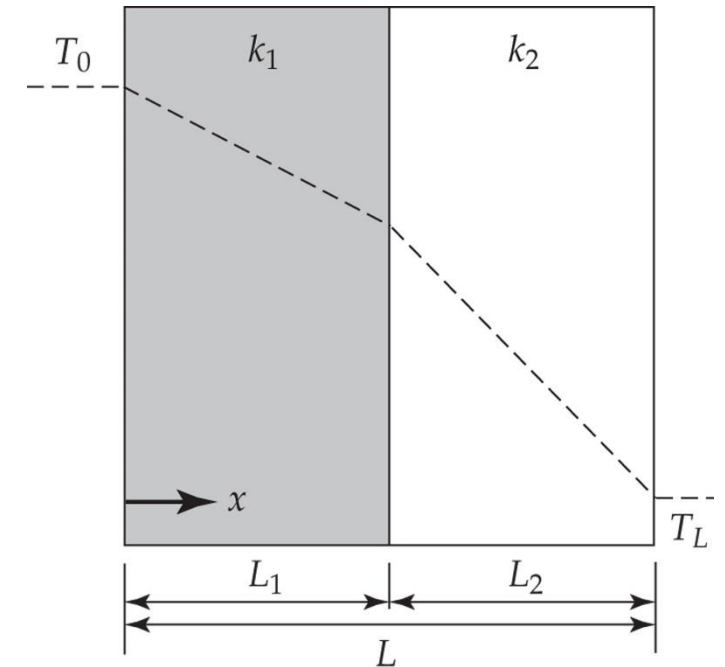
$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T \right) = k \nabla^2 T + \dot{Q}_p^* + \dot{\Phi}_v + \dot{W}$$

konvektion      konduktion      dissipation

Om bara värmeledning:  $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T$

Termisk diffusivitet  $\alpha = \frac{k}{\rho C_p}$

Jfr. med diffusion i kap. 6



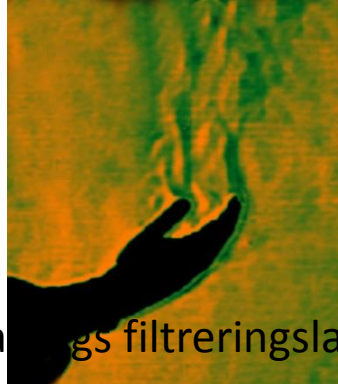


# Energiekvationen

## Konvektion

Naturlig konvektion:  
Flöde orsakat av densitets-  
(temperatur-)skillnader

Påtvingad konvektion:  
Flödet från yttre källa,  
t.ex. en fläkt.



Stångs filtreringslag

Grashoftalet: 
$$Gr = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T L^3}{\mu^2}$$

$\beta$ : termisk expansionskoefficient

# Energiekvationen

## Avdunstning

Om vattnets partialtryck i luften är lägre än ångtrycket kommer vätska att avdunsta.

Latent värme: den energi som måste tillföras för att åstadkomma fasövergång

$$\Delta H^{vap} = \Delta H^v - \Delta H^l$$

$$\Delta H_{T_2}^{vap} = \Delta H_{T_1}^{vap} + \int_{T_1}^{T_2} \Delta C_p^{vap} dT$$

Ångbildningsvärmets, för vatten 4,183 kJ/(kg K)