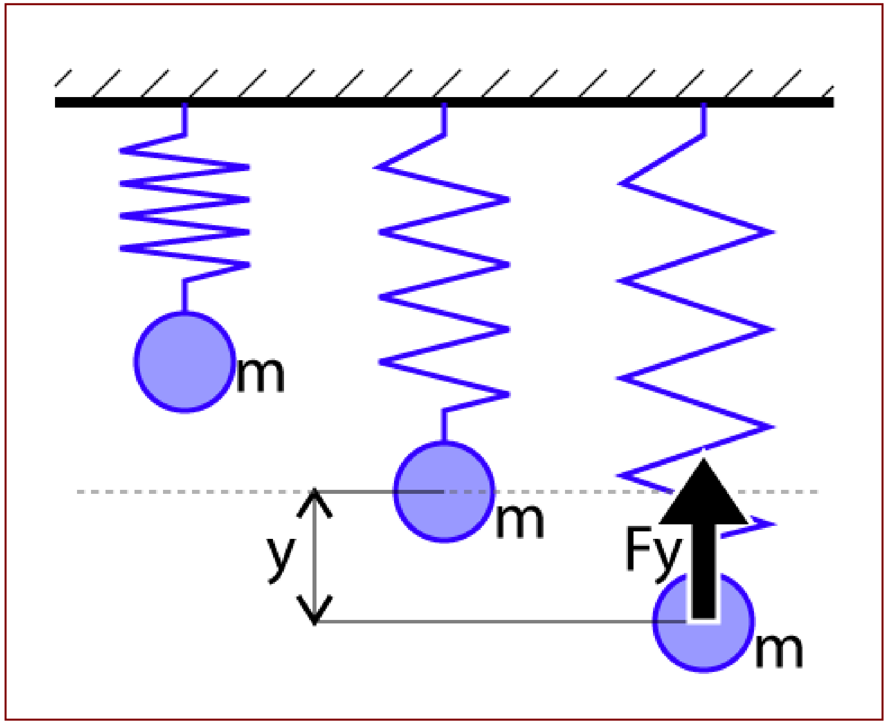
Mechanické kmitání, oscilace



Periodický časový průběh kmitavého pohybu

Opakování trajektorie pohybu v časovém intervalu **T - periodě**.

Převrácená hodnota periody T je **f - frekvence**.

Lineární kmitání

Veličina popisující průběh kmitání je přímo úměrná síle způsobující kmitání.

Trajektorií kmitající částice je úsečka.

Harmonické kmitání

Veličina popisující kmitání má časový průběh, který lze popsat pomocí harmonických funkcí (sinus, kosinus).

Lineární harmonický oscilátor

Kmitání hmotného tělesa na pružině. (pružinový oscilátor)

Síla **Fy** je přímo úměrná okamžité výchylce: **y**.

m… hmotnost tělesa

Zavedení počátku souřadnicového systému v rovnovážné poloze.

Lineární harmonický oscilátor

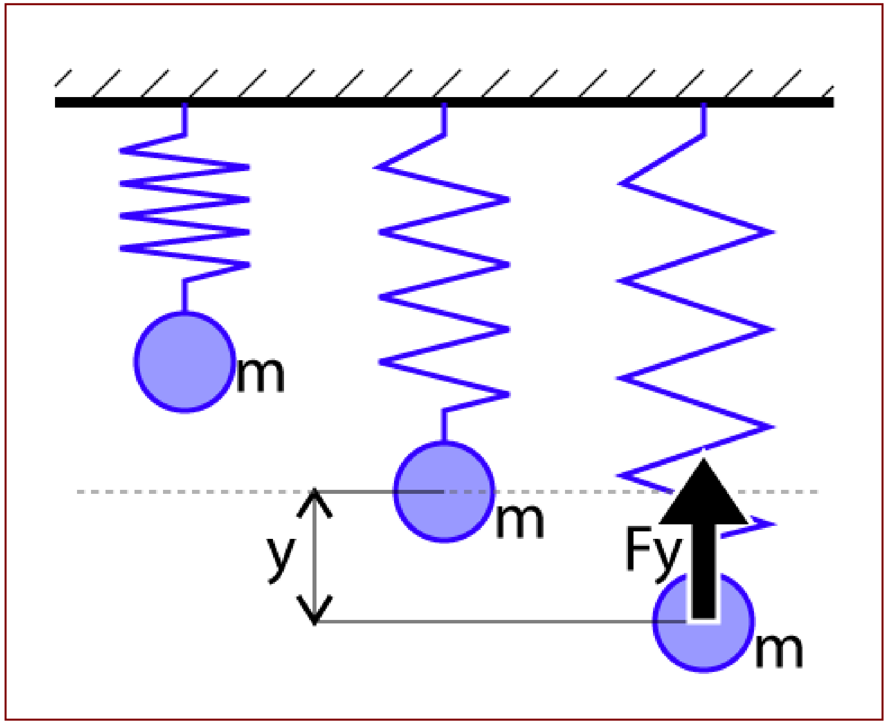
Kmitání hmotného tělesa na pružině. (pružinový oscilátor)

Síla **Fy** je přímo úměrná okamžité výchylce **y**.

m… hmotnost tělesa

Zavedení počátku souřadnicového systému v rovnovážné poloze.

k… tuhost pružiny



$$F_y = -k.y$$

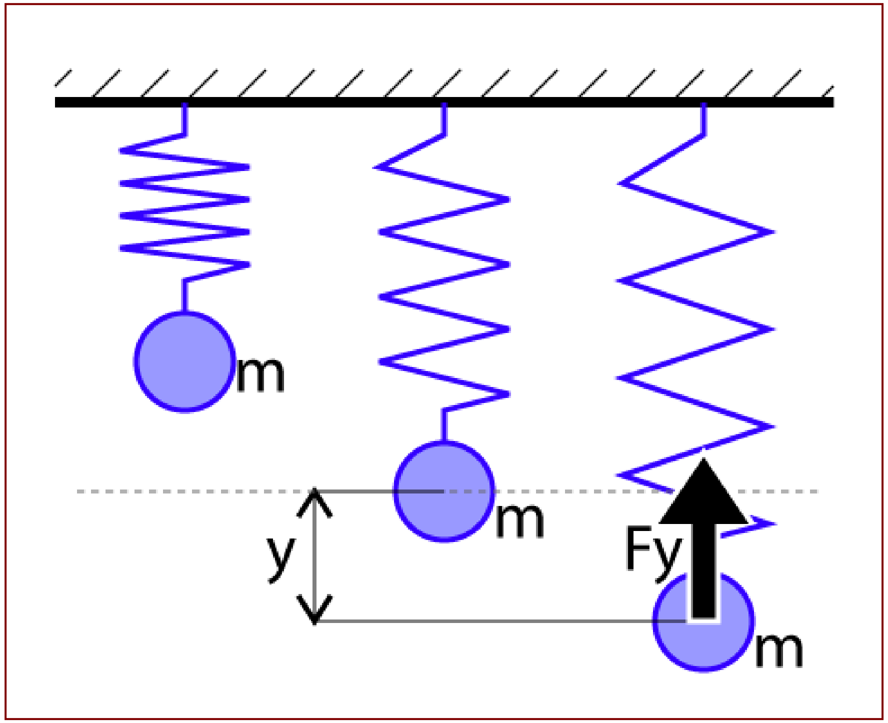
$$F_y = m.a = m\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} + k.y = 0 \,|\, .\frac{1}{m}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{k}{m}.y = 0$$

Homogenní lineární DR II. řádu

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{k}{m}.y = 0$$



zavedení:

$$\frac{k}{m} = \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

kde ω je úhlová frekvence

pak tvar rovnice homogenní LDR II. řádu je:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2.y = 0$$

Klasické řešení homogenní LDR II. řádu

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2.y = 0 \qquad \frac{d^2y}{dt^2} + 0.\frac{dy}{dt} + \omega^2.y = 0$$

Charakteristická rovnice a její řešení:

$$r^2 + 0.r^1 + \omega^2.r^0 = 0$$

$$r^2 + \omega^2 = 0$$

$$r^2 = -\omega^2$$

$$\underline{r = \pm i.\omega}$$

Tvary obecného řešení DR podle kořenů charakteristické rovnice:

$y = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$, jestliže r_1, r_2 jsou reálné různé kořeny

$y = C_1 e^{rx} + C_2 x e^{rx}$, jestliže $r_1 = r_2 = r$ je dvojnásobný reálný kořen

$y = e^{ax}.\left(C_1 \cos bx + C_2 \sin bx\right)$, jestliže r_1, r_2 jsou komplexně sdružená čísla

Odpovídající tvar pro řešení charakteristické rovnice:

$y = e^{ax}.(C_1 \cos bx + C_2 \sin bx)$, $r = \pm i.\omega$, r_1, r_2 jsou komplexně sdružená čísla

kde:

$$x \approx t$$

$$a \pm i.b \Rightarrow a = 0; b = \omega$$

Obecné řešení rovnice je pak po dosazení:

$$y = e^{0x}.(C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t)$$

$$\underline{y = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t}$$

Úpravy obecného řešení rovnice

$$\underline{y = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t}$$

stanovení:

$$C_1 = A.\sin \varphi_0$$

$$C_2 = A.\cos \varphi_0$$

kde je:

$A \ldots$ amplituda, (konstanta)

$\varphi_0 \ldots$ fáze, (konstanta)

po dosazení:

$$y = A.\sin \varphi_0 \cos \omega t + A.\cos \varphi_0 \sin \omega t$$

$$\underline{y = A.(\sin \varphi_0 \cos \omega t + \cos \varphi_0 \sin \omega t)}$$

Další úpravy obecného řešení rovnice

$$\underline{y = A.(\sin\varphi_0 \cos\omega t + \cos\varphi_0 \sin\omega t)}$$

užití vzorce:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$$

kde:

$$\alpha \approx \varphi_0$$

$$\beta \approx \omega t$$

Výsledná rovnice mechanického kmitání:

$$\underline{y = A.\sin(\omega t + \varphi_0)}$$

Výsledná rovnice mechanického kmitání

$$\underline{y = A.\sin(\omega t + \varphi_0)}$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

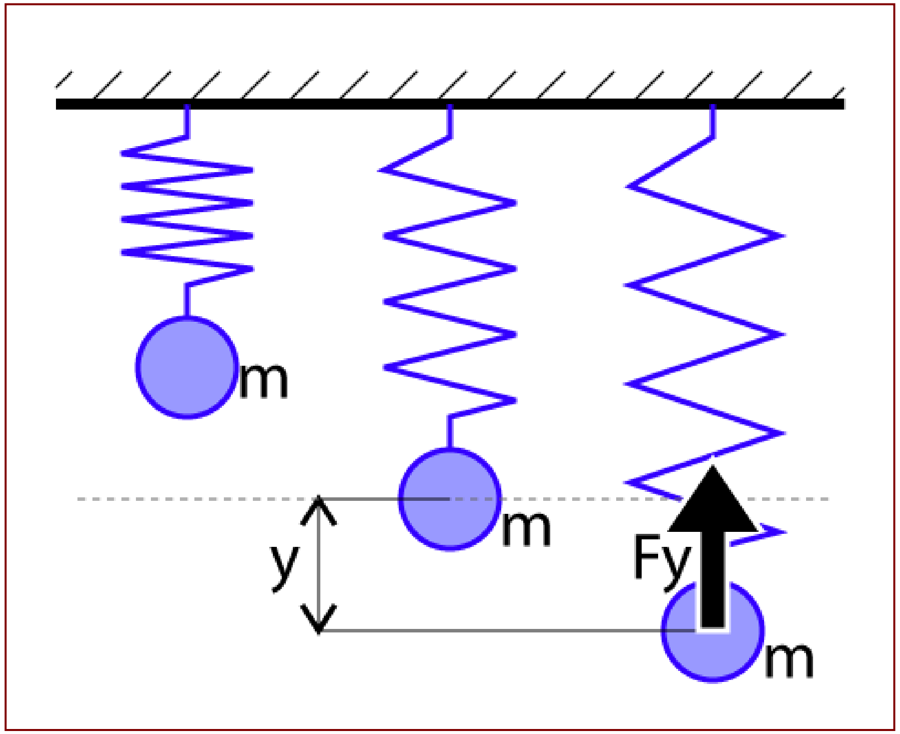
ω … ú. frekvence
k … tuhost
m … hmotnost

y … výchylka
A … amplituda
ω … úhlová frekvence
t … čas
φ_0 … fáze

....

Tuhost k:

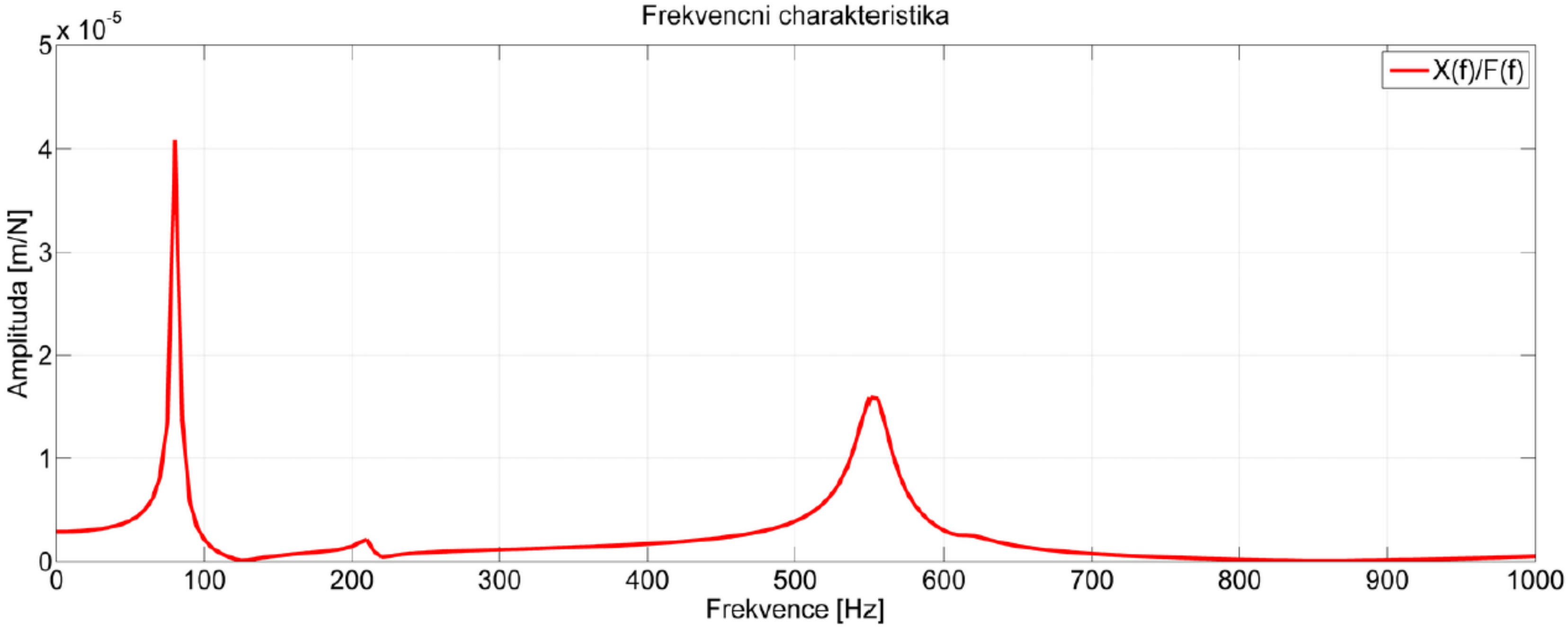
- materiál
- geometrický tvar



Modální analýza

Pro každý hmotný objekt existuje sada frekvencí, při kterých objekt nekontrolovatelně kmitá až do velkých amplitud, což přináší velké riziko destrukce zařízení. Tyto (kritické), vlastní frekvence sleduje modální analýza.

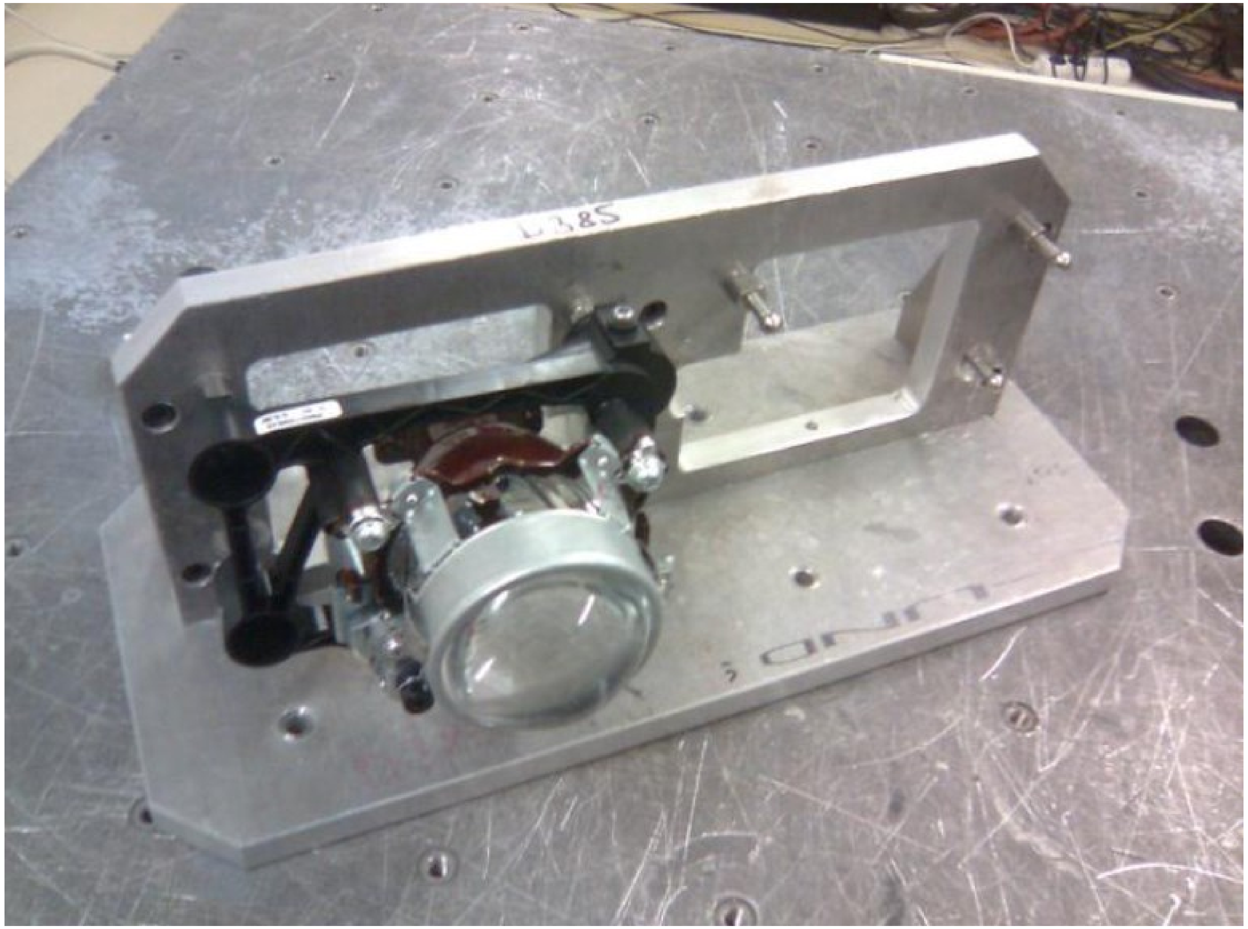
Známé: geometrie tělesa, materiál, okrajové podmínky
Počítané neznáme: vlastní frekvence a jím příslušné vlastní tvary kmitání



Fyzické měření vlastních frekvencí a tvarů

Zařízení: vibrační stůl, tenzometry - vlastní tvary a amplitudy

Objekt: světelný modul světlometu



Dynamická tuhost

Zvýšit dynamickou tuhost = zvýšit hodnotu 1. vlastní frekvence
Větší frekvenční pásmo bezproblémového provozu.