

## Statistická fyzika — cvičení, LS 2003

### Domácí úloha 1: Fázový prostor

Hmotný bod  $m$  se pohybuje uvnitř úsečky  $0 \leq x \leq l$ , přičemž je pružně odražen od stěn v  $x = 0$  a  $x = l$ .

- Ilustrujte trajektorii takového pohybu ve fázovém prostoru  $(x, p)$ .
- Najděte fázový objem  $\Gamma_0(E)$  s energií menší než  $E$ .
- Ukažte, že fázový objem se nemění, pokud se stěna v  $x = l$  pomalu pohybuje (adiabatická invariance).
- Určete počet kvantověmechanických stavů  $\Omega_0(E)$  takového systému a srovnajte jej s fázovým objemem  $\Gamma_0$ .

Termín odevzdání: 4. 3. 2003

---

### Příklad k rozmyšlení 1: Poissonovo rozdělení

Uvažujte limitu  $N \rightarrow \infty$  binomického rozdělení

$$P_N(n) = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n},$$

přičemž  $pN = \lambda$  zůstává konstantní.

- Ukažte, že pro  $n \ll N$  přejde binomické rozdělení do Poissonova rozdělení,

$$W(n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}.$$

- Spočtěte střední hodnotu a rozptyl Poissonova rozdělení.

### Příklad k rozmyšlení 2: Distribuční funkce

Mějme systém  $N$  nezávislých částic, které se mohou nacházet v některém z  $k$  stavů charakterizovaných energiemi  $E_1, E_2, \dots, E_k$ . Jestliže pravděpodobnost toho, že se částice nachází ve stavu  $k$  je  $Q_k$ , najděte rozdělovací funkci tohoto systému.

Předpokládejme nyní, že je dána celková energie systému  $E$ , tj. platí

$$\sum_{i=1}^k N_i E_i = E.$$

V limitě velkých čísel, kdy poměry  $N_i/N$  lze považovat za spojité proměnné, určete, pro které hodnoty  $N_1, N_2, \dots, N_k$  bude rozdělovací funkce systému s danou energií  $E$  maximální, tj. které rozdělení bude nejpravděpodobnější.