

je **vnitřní tření**, které se projevuje vznikem odporových sil působících proti směru vzájemného pohybu částic tekutiny.

Pro zjednodušení dalších úvah budeme odporové síly vnitřního tření zanedbávat a předpokládat existenci tzv. ideální kapaliny a ideálního plynu, tj. kapaliny a plynu s určitými vlastnostmi. **Ideální kapalina** je dokonale tekutá, bez vnitřního tření a zcela nestlačitelná. **Ideální plyn** je rovněž dokonale tekutý a bez vnitřního tření, ale přitom dokonale stlačitelný.

Při odvození některých **zákonitostí** budeme dále považovat ideální kapalinu a ideální plyn za **spojité prostředí** neboli **kontinuum**, tzn. že nebudeme přihlížet k jejich částicové struktuře, i když právě z této částicové struktury vyplývají některé jejich vlastnosti.

### Úkol

Do injekční stříkačky (bez jehly) natáhněte vodu. Uzavřete její otvor pevně prstem a stlačujte píst. Totéž proveďte s náplní vzduchu. Co pozorujete?

## 7.2 Tlak v kapalinách a plynech

Důležitá fyzikální veličina, která charakterizuje stav tekutiny v klidu, je **tlak**  $p$ . O existenci tlaku vody svědčí např. prudce vytékající proud vody z vodovodu, o existenci tlaku plynu napjatá stěna nahuštěné pneumatiky nebo kopacího míče. Tlak definujeme vztahem

$$p = \frac{F}{S}$$

kde  $F$  je velikost tlakové síly, která působí kolmo na rovinnou plochu kapaliny, a  $S$  je obsah této plochy.

Tlak v ideální kapalině je jednoznačně určen svou hodnotou, je to skalární veličina. Je-li v určitém místě kapaliny tlak  $p$ , pak na rovinnou plochu o obsahu  $S$  v tomto místě působí tlaková síla o velikosti  $F = pS$ .

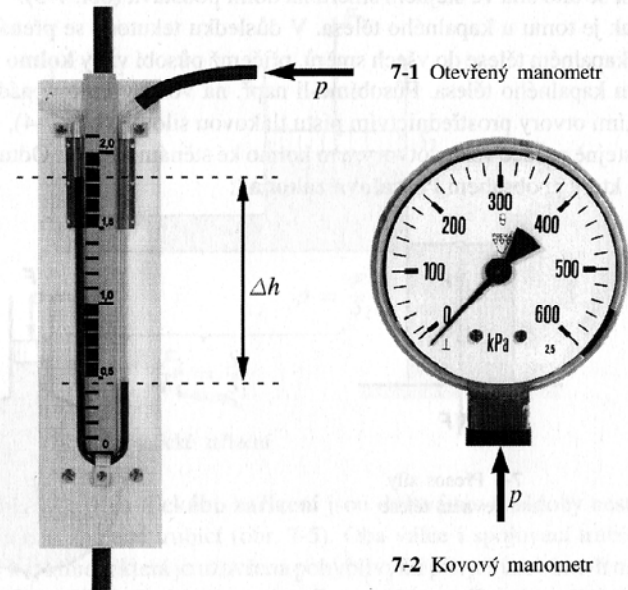
Jednotka tlaku je *pascal* Pa. Ze vztahu pro tlak vyplývá, že

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}.$$

1 Pa je tlak, který vyvolá síla 1 N rovnoměrně rozložená na ploše o obsahu  $1 \text{ m}^2$  a působící kolmo na tuto plochu.

V praxi měříme tlak častěji v jednotkách *kilopascal* kPa a *megapascal* MPa, přičemž  $1 \text{ kPa} = 10^3 \text{ Pa}$ ,  $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$ . V meteorologii se používá jednotka *hektopascal* hPa, přičemž  $1 \text{ hPa} = 10^2 \text{ Pa}$ .

K měření tlaku používáme **manometry**. U otevřeného kapalinového manometru (obr. 7-1) se měří tlak plynu z rozdílu hladin  $\Delta h$  v trubici ve tvaru písmena U, u kovových manometrů ze změn vyvolaných pružnou deformací jeho určitých částí, např. deformací ohnuté kovové trubice spojené s ručkou přístroje (obr. 7-2).



Tlak v kapalinách a plynech může být vyvolán dvojím způsobem: 1. vnější silou prostřednictvím pevného tělesa, které je s tekutým tělesem v přímém styku, 2. tíhovou silou, kterou působí na tekuté těleso naše Země. Často se uplatňují oba případy silového působení současně.

### Úlohy

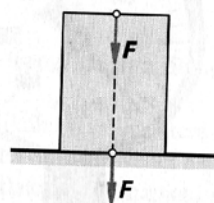
- 1 Na píst hustilky působíme tlakovou silou 300 N. Obsah průřezu pístu je  $12 \text{ cm}^2$ . Jaký tlak vznikne v hustilce, uzavřeme-li její vývod? [250 kPa]

- 2 V pneumatice nákladního automobilu byl naměřen tlak 0,5 MPa. Jak velká tlaková síla působí na část stěny pneumatiky o obsahu a) 10 cm<sup>2</sup>, b) 1 dm<sup>2</sup>? [a) 500 kN; b) 5 kN]

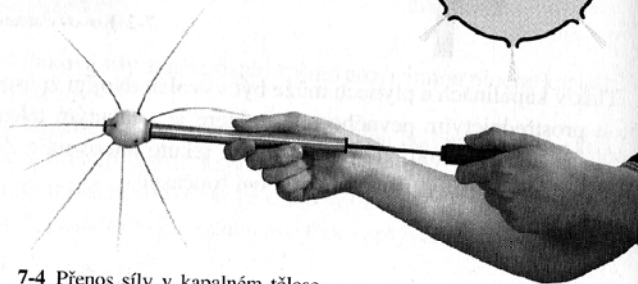
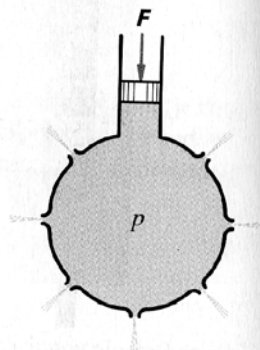
### 7.3 Tlak v kapalinách vyvolaný vnější silou

Působíme-li na horní podstavu tuhého tělesa tvaru kvádra tlakovou silou  $F$ , přenáší se tato síla ve stejném směru na dolní podstavu (obr. 7-3).

Jinak je tomu u kapalného tělesa. V důsledku tekutosti se přenáší tlaková síla v kapalném tělese do všech směrů, přičemž působí vždy **kolmo** na určitou **plochu** kapalného tělesa. Působíme-li např. na vodu v kulové nádobě s postranními otvory prostřednictvím pístu tlakovou silou  $F$  (obr. 7-4), vystřikuje voda stejně prudce všemi otvory, a to kolmo ke stěnám nádoby. Odtud vyplývá závěr, který je obsahem **Pascalova zákona\***:



7-3 Přenos síly v pevném tělese



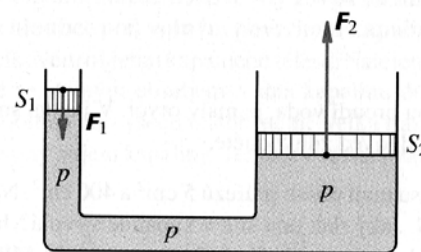
7-4 Přenos síly v kapalném tělese

\* BLAISE PASCAL (bléz paskal, 1623 - 1662), vynikající francouzský matematik, fyzik a filozof.

**Tlak vyvolaný vnější silou, která působí na kapalně těleso v uzavřené nádobě, je ve všech místech kapaliny stejný.**

Pascalův zákon platí rovněž **pro plyny**. Hustíme-li např. pneumatiku jízdního kola, napínají se její stěny ve všech místech stejně. Přitom tlaková síla působí kolmo na stěny ve všech místech pneumatiky.

Důsledky Pascalova zákona se uplatňují v **technické praxi** u hydraulických a pneumatických zařízení.



$$p = \frac{F_1}{S_1} \qquad p = \frac{F_2}{S_2}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}$$

7-5 Hydraulické zařízení

Hlavní částí **hydraulického zařízení** jsou dvě válcové nádoby nestejného průřezu, u dna spojené trubící (obr. 7-5). Oba válce i spojovací trubice jsou naplněny kapalinou, která je uzavřena pohyblivými písty. Působíme-li na menší píst o obsahu průřezu  $S_1$  tlakovou silou  $F_1$ , vyvolá tato síla v kapalině tlak  $p = F_1/S_1$ , který je ve všech místech kapaliny, tedy i ve válci s širším pístem, stejný. Proto na širší píst o obsahu průřezu  $S_2$  působí kapalina tlakovou silou  $F_2$  o velikosti

$$F_2 = p S_2 = \frac{F_1}{S_1} S_2.$$

Odtud dostáváme po úpravě vztah

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}.$$



Velikosti sil působících na písty jsou ve stejném poměru jako obsahy jejich průřezů. To znamená, že na širší píst působí kapalina tolikrát větší silou, než je síla působící na užší píst, kolikrát je obsah průřezu širšího pístu větší, než je obsah průřezu pístu užšího. Síla působící na širší píst může být tedy mnohonásobně větší než síla působící na užší píst. Těto skutečnosti se využívá např. u hydraulických lisů, hydraulických zvedáků, brzd automobilů.

Na stejném principu pracují **pneumatická zařízení**, v nichž se přenáší tlak stlačeným vzduchem. Jsou to např. pneumatické buchary, pneumatická kladiva, pneumatické brzdy u vlaků.

### Úlohy

- 1 Ve stěně hadice, kterou proudí voda, je malý otvor. V jakém směru voda z otvoru vystřikuje? Odpověď zdůvodněte.
- 2 Písty hydraulického lisu mají obsah průřezů  $5 \text{ cm}^2$  a  $400 \text{ cm}^2$ . Na užší píst působíme silou  $500 \text{ N}$ . Jaký tlak tato síla v kapalně vyvolá? Jak velkou tlakovou silou působí kapalina na širší píst? [1 MPa, 40 kN]

### 7.4 Tlak v kapalinách vyvolaný tíhovou silou

V tíhovém poli Země působí na všechny částice kapalného tělesa tíhová síla. Výsledkem tohoto působení je **hydrostatická tlaková síla**  $F_h$ . Hydrostatickou tlakovou silou působí kapalina na dno a na stěny nádoby, ale také na pevná tělesa ponořená do kapaliny.

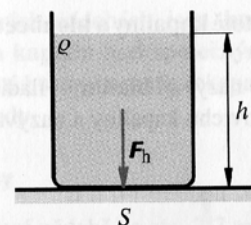
Hydrostatickou tlakovou silou působí např. voda na dno a na stěny bazénu, na tělo plavce pod vodní hladinou. Značně velkými hydrostatickými silami působí voda na těla mořských živočichů v hlubinách oceánů.

Velikost hydrostatické tlakové síly  $F_h$ , kterou působí kapalina v hloubce  $h$  na dno nádoby o plošném obsahu  $S$  (obr. 7-6), je dána v případě nádoby se svislými stěnami tíhou  $G$  kapaliny v nádobě. Tedy

$$F_h = G = mg,$$

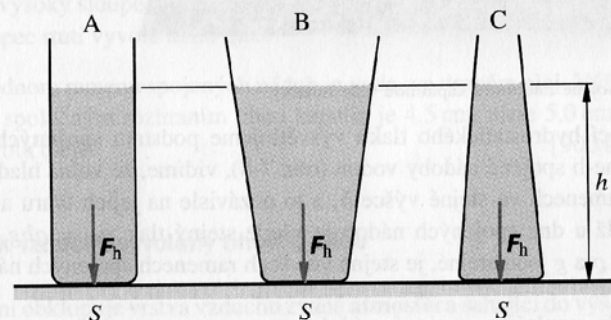
a dosadíme-li za hmotnost  $m = \rho V$ , kde  $\rho$  je hustota kapaliny a  $V = Sh$  její objem, dostáváme

$$F_h = \rho Shg.$$



7-6 Hydrostatická tlaková síla působící na dno nádoby

Velikost hydrostatické tlakové síly závisí na hustotě kapaliny, na obsahu dna a na hloubce pod volným povrchem kapaliny. Přitom však nezávisí na tvaru a celkovém objemu kapalného tělesa. Nalejeme-li např. do nádob různého tvaru, ale se stejným obsahem  $S$  dna kapalinu do stejné výšky  $h$  (obr. 7-7), bude působit na dno všech nádob stejně velká tlaková síla  $F_h$ , i když v každé nádobě je jiný objem kapaliny. Tento jev se nazývá **hydrostatické paradoxon**.



7-7 Hydrostatická tlaková síla nezávisí na tvaru nádoby

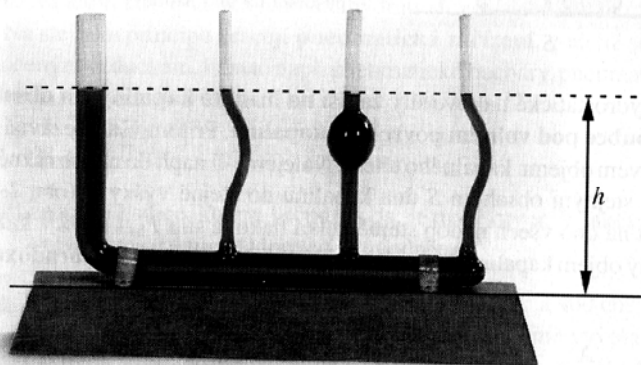
Na uvedeném jevu však není z fyzikálního hlediska nic paradoxního, jestliže si uvědomíme, že v případě nádoby B a C ovlivňuje velikost tlakové síly také reakce stěn nádoby.

Tlak v kapalině vyvolaný hydrostatickou tlakovou silou se nazývá **hydrostatický tlak**  $p_h$ . Hydrostatický tlak v hloubce  $h$  pod volným povrchem kapaliny o hustotě  $\rho$  je

$$p_h = \frac{F_h}{S} = \frac{\rho Shg}{S} = \rho hg.$$

**Hydrostatický tlak je přímo úměrný hustotě kapaliny a hloubce místa pod volným povrchem kapaliny.**

Místa o stejném hydrostatickém tlaku se nazývají **hladiny**. Hladina o nulovém hydrostatickém tlaku je na volném povrchu kapaliny a nazývá se **volná hladina**.

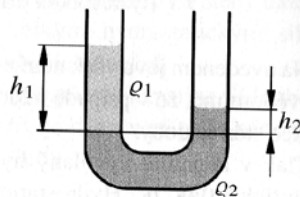


7-8 Spojené nádoby s kapalinou téže hustoty

Pomocí hydrostatického tlaku vysvětlujeme podstatu **spojených nádob**. Naplníme-li spojené nádoby vodou (obr. 7-8), vidíme, že volná hladina je ve všech ramenech ve stejné výšce  $h$ , a to nezávisle na jejich tvaru a objemu. Poněvadž u dna spojených nádob je všude stejný tlak  $p_h = \rho hg$ , přičemž veličiny  $\rho$  a  $g$  jsou stejné, je stejná ve všech ramenech spojených nádob také výška  $h$ .

Jestliže naplníme spojené nádoby kapalinami o různých hustotách  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ , ustálí se volné hladiny navzájem se nemísících kapalin v různých výškách  $h_1$ ,  $h_2$  (obr. 7-9). Kapaliny jsou v obou ramenech spojených nádob v rovnováze, jsou-li hydrostatické tlaky v místě společného rozhraní obou kapalin stejné. Tedy  $p_1 = p_2$  neboli  $\rho_1 h_1 g = \rho_2 h_2 g$  a odtud

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1}$$



7-9 Spojené nádoby s kapalinami různé hustoty

Ve spojených nádobách jsou **hustoty kapalin v převráceném poměru k výškám kapalin nad společným rozhraním**. Tento poznatek se dá použít k určení hustoty neznámé kapaliny, známe-li hustotu jiné kapaliny, např. hustotu vody.

### Úlohy

- 1 Ve které nádobě na obr. 7-7 se hydrostatická tlaková síla působící na dno rovná tíze kapaliny v nádobě? Zdůvodněte.
- 2 Jak velká hydrostatická tlaková síla působí na dno vodní nádrže v hloubce 4 m, je-li obsah dna  $50 \text{ m}^2$ ? Jaký je v této hloubce hydrostatický tlak? [2 000 kN, 40 kPa]
- 3 Potápěč sestoupil na dno jezera do hloubky 12 m. Jaký je v této hloubce hydrostatický tlak? [120 kPa]
- 4 Jak vysoký sloupec vody vyvolá hydrostatický tlak 100 kPa? Jak vysoký sloupec rtuti vyvolá tento tlak? [10 m, 75 cm]
- 5 V jednom rameni spojených nádob je voda, ve druhém olej. Výška vody nad společným rozhraním obou kapalin je 4,5 cm, oleje 5,0 cm. Určete hustotu oleje. [900  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ]

### 7.5 Tlak vzduchu vyvolaný tíhovou silou

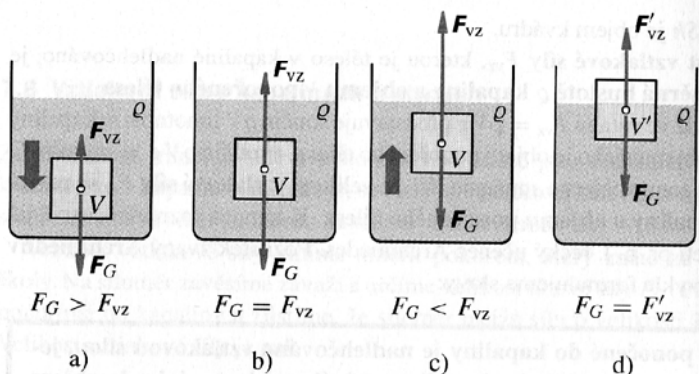
Naši Zemi obklopuje vrstva vzduchu zvaná **atmosféra** sahající do výše několika tisíc kilometrů. Působením tíhové síly Země jsou všechny částice atmosféry stále přitahovány k povrchu Země, čímž je celá atmosféra poutána k Zemi a koná s ní otáčivý pohyb. Výsledkem tohoto působení je **atmosférická tlaková síla  $F_a$** .

Atmosférická tlaková síla působí na všechna pozemská tělesa a na celý povrch Země. O její existenci se můžeme přesvědčit jednoduchým pokusem. Sklenici s rovným okrajem naplníme vodou, k okraji přiložíme čtvrtku papíru, který přidržíme rukou. Pak sklenici s vodou převrátíme a papír opatrně pustíme (obr. 7-10). Působením atmosférické tlakové síly je papír stále přitlačován ke sklenici a voda nevyteče.

Tlak vyvolaný atmosférickou tlakovou silou se nazývá **atmosférický tlak  $p_a$** . Atmosférický tlak se zmenšuje s nadmořskou výškou místa na povrchu



případě **těleso plove** na volné hladině kapaliny. Takto se chová např. korková zátka a ledová kra ve vodě nebo ocelový předmět ve rtuti.



7-15 Chování těles v kapalině

Je-li velikost tíhové síly  $F_G = \rho_t V g$  a velikost vztlakové síly plovoucího tělesa  $F'_{vz} = \rho V' g$  a víme-li, že platí  $F_G = F'_{vz}$ , dostáváme  $\rho_t V g = \rho V' g$  neboli

$$\frac{V'}{V} = \frac{\rho_t}{\rho}.$$

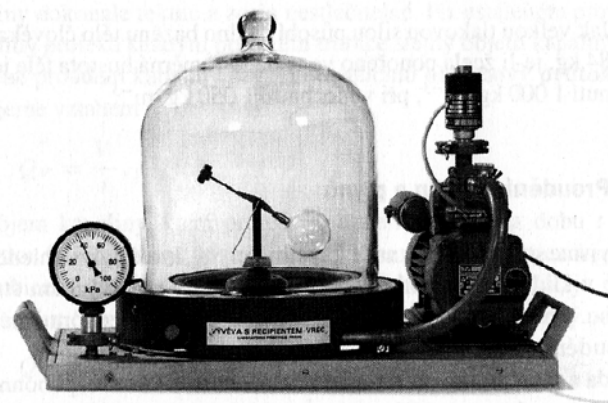
Objem ponořené části tělesa a objem celého tělesa je ve stejném poměru jako hustota tělesa a hustota kapaliny. To znamená, že **těleso se ponoří do kapaliny tím větší částí svého objemu, čím je jeho hustota větší nebo čím je hustota kapaliny menší**. Větší částí svého objemu se např. ponoří do téže kapaliny dřevěný špalík ( $\rho_t = 600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ) než korková zátka ( $\rho_t = 250 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ), nebo větší částí svého objemu se ponoří tentýž špalík do lihu ( $\rho = 800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ) než do vody ( $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ).

Na různém ponoru těles v závislosti na hustotě kapaliny jsou založeny **hustoměry**. Hustoměry slouží k měření hustoty kapalin.

Vztlakovou silou působí na tělesa nejen kapaliny, ale také plyny. **Nadlehčována jsou tedy i všechna tělesa ve vzduchu**. Vzhledem k velmi malé hustotě plynů (např. hustota vzduchu je přibližně  $1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ) je vztlaková síla působící na tělesa v plynech mnohem menší než v kapalinách.

Existenci vztlakové síly ve vzduchu si můžeme ověřit pokusem. Malé váhy s vyváženou skleněnou baňkou vložíme pod skleněný zvon, z něhož odčerpá-

váme vývěvou vzduch. Rovnováha se poruší, neboť vztlaková síla působící na baňku se zmenší (obr. 7-16). Vpustíme-li pod zvon opět vzduch, rovnováha se obnoví.



7-16 Ověření vztlakové síly ve vzduchu

Na působení vztlakové síly v plynech je založeno **vznášení těles ve vzduchu**. Ve vzduchu se např. vznášejí dětské balonky, meteorologické balony a vzducholodě.

### Úlohy

Dosazujte tíhové zrychlení  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

- Do vody ponoříme závaží 100 g, které je a) z mosazi, b) z hliníku. Na které působí větší vztlaková síla? Zdůvodněte.
- Jak velkou vztlakovou silou je nadlehčováno těleso o objemu  $1 \text{ dm}^3$ , je-li zcela ponořeno a) ve vodě, b) v glycerínu ( $\rho = 1260 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )?  
[a) 10 N; b) 12,6 N]
- Jak velkou silou zvedneme ve vodě kámen o objemu  $6 \text{ dm}^3$  a hmotnosti 15 kg?  
[90 N]
- Kámen o objemu  $6 \text{ dm}^3$  je pod volnou hladinou v hloubce a) 0,5 m, b) 3 m. V kterém případě na něj působí větší vztlaková síla? Odpověď zdůvodněte.



5) Loď zatížená nákladem zvětší ponor o 1 dm. Obsah vodorovného průřezu lodi v rovině volné hladiny je  $50 \text{ m}^2$ . Určete hmotnost nákladu.

[5 000 kg]

6) Jak velkou tlakovou silou působí na dno bazénu tělo člověka o hmotnosti 84 kg, je-li zcela ponořeno ve vodě? Průměrná hustota těla je při nadechnutí  $1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , při vydechnutí  $1\,050 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

[0 N, 40 N]

### 7.7 Proudění kapalin a plynů

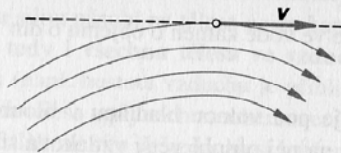
Zatím jsme studovali vlastnosti kapalin a plynů, které byly vzhledem k povrchu Země v klidu. Pro technickou praxi má však velký význam studium jejich pohybu. Převažuje-li pohyb kapalin nebo plynů v jednom směru, mluvíme o **proudění**.

Voda a plyn proudí potrubím do domácností a závodů, pohonné látky z nádrží do motorů automobilů, mazací oleje tlakovým potrubím do ložisek strojů. Proudící voda pohání turbíny hydroelektráren, proudící vzduch generátory větrných elektráren. Se zákony proudící tekutiny se počítá při konstrukci letadel, raketových střel, trupů lodí a karoserií automobilů. V těchto případech jde o obtékání těles, která se pohybují v tekutině v klidu.

Při proudění tekutin dochází k pohybu jednotlivých částic tekutiny, přičemž částice mohou měnit svoji vzájemnou polohu. Proto je pohyb tekutin složitější než pohyb tuhých těles.

V proudící tekutině má každá částice určitou rychlost  $\mathbf{v}$ , jejíž velikost a směr se může měnit v závislosti na místě a na čase. Je-li rychlost  $\mathbf{v}$  částic procházejících libovolně zvoleným místem proudící tekutiny stálá, tj. nemění se s časem, jde o **ustálené** neboli **stacionární proudění**.

Trajektorie jednotlivých částic proudící tekutiny při ustáleném proudění názorňujeme proudnicemi (obr. 7-17). **Proudnice je myšlená čára, jejíž tečna v libovolném bodě má směr rychlosti  $\mathbf{v}$  pohybující se částice.** Každým



7-17 Trajektorie částic proudící tekutiny

bodem proudící tekutiny prochází při ustáleném proudění jen jedna proudnice. Proudnice se tedy nemohou navzájem protínat.

Nejjednodušším případem proudění je **ustálené proudění ideální kapaliny**, tj. kapaliny dokonale tekuté a zcela nestlačitelné. Při ustáleném proudění ideální kapaliny protéká každým průřezem trubice stejný objem kapaliny.

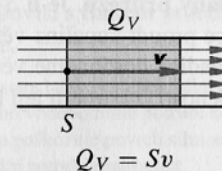
Pro ustálené proudění kapaliny zavádíme veličinu **objemový průtok**  $Q_V$ , který definujeme vztahem

$$Q_V = \frac{V}{t},$$

kde  $V$  je objem kapaliny, která proteče průřezem trubice za dobu  $t$ . Je-li  $\mathbf{v}$  rychlost proudící kapaliny, posune se za dobu  $t$  každá částice kapaliny průřezem trubice o dráhu  $s = vt$ . Označíme-li obsah průřezu  $S$ , je objem kapaliny  $V = Svt$  (obr. 7-18). Po dosažení dostaneme pro objemový průtok

$$Q_V = Sv.$$

Objemový průtok měříme v jednotkách  $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .



7-18 K pojmu objemový průtok

Protéká-li např. korytem řeky v kolmém průřezu o obsahu  $S = 50 \text{ m}^2$  voda rychlostí  $v = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , je objemový průtok řeky  $Q_V = 100 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .

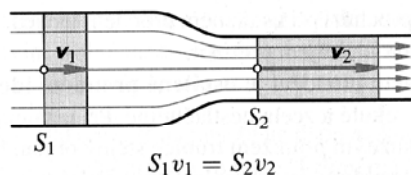
Objem vody, která proteče daným potrubím za libovolnou dobu, měříme **vodoměrem**, objem plynu **plynoměrem**.

Vzhledem k tomu, že je ideální kapalina nestlačitelná, nemůže se při proudění v žádném místě trubice hromadit. Proto je objemový průtok v každém průřezu trubice v určitém okamžiku stejný. Tedy  $Q_V = \text{konst.}$  neboli

$$Sv = \text{konst.}$$

Uvedený vztah vyjadřuje **rovnici spojitosti toku** neboli **rovnici kontinuity**.

**Při ustáleném proudění ideální kapaliny je součin obsahu průřezu  $S$  a rychlosti proudu  $v$  v každém místě trubice stejný.**



7-19 K rovnici spojitosti toku

Uvažujme vodorovnou trubici nestejného průřezu (obr. 7-19). Je-li v širším průřezu trubice objemový průtok  $Q_{V1} = S_1 v_1$  a v užším průřezu trubice objemový průtok  $Q_{V2} = S_2 v_2$ , pak podle rovnice kontinuity platí  $Q_{V1} = Q_{V2}$  neboli

$$S_1 v_1 = S_2 v_2.$$

Po úpravě dostáváme

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}.$$

Ze vztahu vidíme, že rychlosti proudící kapaliny v trubici nestejného průřezu jsou v opačném poměru než obsahy průřezů. Je-li  $S_2 < S_1$ , pak platí  $v_2 > v_1$ . Proto v užším průřezu trubice proudí kapalina větší rychlostí než v průřezu širším. Např. u zahradnické hadice dosáhneme větší rychlosti tryskající vody a dostříkneme do větší vzdálenosti, zůžeme-li její konec.

### Úlohy

- 1 Jaký je objemový průtok vody rourou s průřezem o obsahu  $20 \text{ dm}^2$  při rychlosti proudu  $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ? [ $1 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ]
- 2 Průřezem potrubí o obsahu  $500 \text{ cm}^2$  proteče za 10 minut 30 000 litrů vody. Určete a) objemový průtok vody, b) rychlost proudící vody. [a)  $0,05 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ; b)  $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ]
- 3 Hadicí s průřezem o obsahu  $12 \text{ cm}^2$  protéká voda rychlostí  $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Jak velkou rychlostí tryská voda ze zúženého nátrubku, jehož průřez má obsah  $0,6 \text{ cm}^2$ ? [ $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ]
- 4 Z trysky vodotrysku s průřezem o obsahu  $1,5 \text{ cm}^2$  vystřikuje voda rychlostí  $24 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Jak velká je rychlost proudu v přívodním potrubí, jehož průřez má obsah  $18 \text{ cm}^2$ ? [ $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ]

### 7.8 Bernoulliho rovnice

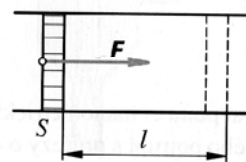
Sledujme proudění kapaliny z hlediska mechanické energie.

Mění-li se ve vodorovné trubici nestejného průřezu velikost rychlosti proudící kapaliny, mění se rovněž její kinetická energie. V zúžené části trubice má tedy kapalina větší kinetickou energii než v její širší části. Odkud však proudící kapalina tuto větší kinetickou energii získává?

Podle zákona zachování mechanické energie musí se přírůstek kinetické energie  $\Delta E_k$  kapaliny v užším průřezu trubice projevit úbytkem její potenciální energie  $\Delta E_p$  tak, aby celková mechanická energie kapaliny zůstala stejná, tedy tak, aby  $\Delta E_k = \Delta E_p$ . O jakou potenciální energii zde však jde?

Zatím jsme poznali tíhovou potenciální energii a potenciální energii pružnosti. Protože u vodorovného potrubí jsou podélné osy obou průřezů ve stejné výši (viz obr. 7-19), tíhová potenciální energie se nemění. Vzhledem k nestlačitelnosti ideální kapaliny nemůže se měnit ani potenciální energie pružnosti. V případě proudící kapaliny jde o změnu energie, která souvisí s tlakem proudící kapaliny. Nazývá se **tlaková potenciální energie**.

O existenci tlakové potenciální energie svědčí např. skutečnost, že voda proudící z poškozeného vodovodního potrubí koná mechanickou práci tím, že pod tlakem odplavuje zeminu a poškozuje povrch silnice nebo dlažbu chodníku. Tlaková síla vody může také vodovodní potrubí roztrhnout.

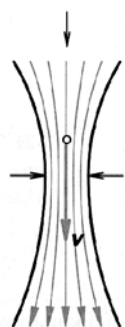


$$W = Fl$$

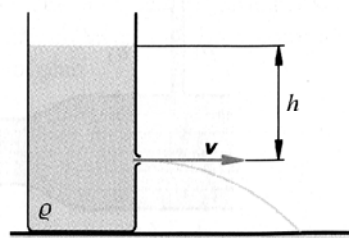
7-20 Práce vykonaná tlakovou silou

Vztah pro tlakovou potenciální energii proudící kapaliny určíme z mechanické práce, kterou vykoná tlaková síla  $F$ , jestliže posune ve vodorovném potrubí píst o obsahu  $S$  o délku  $l$  (obr. 7-20). Při stálé tlakové síle  $F$  je vykonaná práce  $W = Fl$ . Dosadíme-li za velikost tlakové síly  $F = pS$ , kde  $p$  je tlak kapaliny, dostaneme pro práci  $W = pSl = pV$ , kde  $V$  je objem kapaliny v části potrubí o délce  $l$ . Odtud tlaková potenciální energie proudící kapaliny  $E_p = pV$ .





7-24 Demonstrace podtlaku



7-25 Rychlost kapaliny vytékající otvorem v nádobě

Ze zákona zachování mechanické energie určíme také rychlost kapaliny vytékající otvorem v nádobě (obr. 7-25). V blízkosti otvoru v hloubce  $h$  pod volným povrchem kapaliny se mění tlaková potenciální energie  $E_p/V$  o jednotkovém objemu, která – jak již víme – představuje tlak  $p = \rho gh$ , v kinetickou energii  $E_k/V$  o jednotkovém objemu, pro niž platí  $E_k = \frac{1}{2} \rho v^2$ . Proto

$$\frac{1}{2} \rho v^2 = \rho gh$$

a odtud velikost výtokové rychlosti

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Rychlost vytékající kapaliny je větší u otvoru, který je ve větší hloubce. Ke stejnému vztahu jsme dospěli pro velikost rychlosti, kterou dopadá na zem těleso při volném pádu z výšky  $h$  (viz článek 2.8). Podle toho také kapalina vytéká z otvoru stejně velkou rychlostí, jakou by dopadla z této výšky.

### Úlohy

- 1 Umístíte dvě rozsvícené svíčky blízko sebe a fouknete mezi ně trubičkou vzduch. Výsledek pokusu vysvětlíte.
- 2 Vysvětlíte činnost vodní vývěvy (obr. 7-22) a rozprašovače (obr. 7-23).

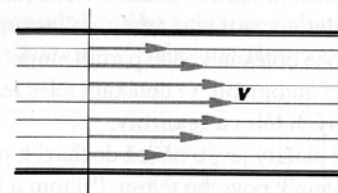
- 3 Vodovodním potrubím s průřezem o obsahu  $50 \text{ cm}^2$  proudí voda rychlostí  $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  při tlaku  $200 \text{ kPa}$ . Určete rychlost a tlak vody v zúženém průřezu o obsahu  $10 \text{ cm}^2$ .  
[ $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $8 \text{ kPa}$ , tlak vody klesá pod hodnotu atmosférického tlaku]
- 4 Jak velkou rychlostí vytéká voda z nádoby otvorem v hloubce pod hladinou: a)  $20 \text{ cm}$ , b)  $80 \text{ cm}$ ?  
[a)  $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ; b)  $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ]

### 7.9 Proudění reálné kapaliny

Bernoulliho rovnici a rovnici spjitosti toku jsme odvodili za předpokladu proudění ideální kapaliny, tj. kapaliny nestlačitelné, dokonale tekuté, bez vnitřního tření. Reálné kapaliny však tyto vlastnosti nemají. Při proudění reálných kapalin působí vždy proti vzájemnému posouvání částic kapaliny odporové síly zvané **síly vnitřního tření**, které pohyb těchto částic do určité míry brzdí.

U ideální kapaliny jsme předpokládali, že rychlost částic kapaliny je ve všech místech průřezu trubice stejná. Proudí-li trubicí reálná kapalina, rychlost v celém průřezu trubice stejná není. Co je příčinou této skutečnosti?

Vrstva kapaliny, která se bezprostředně stýká se stěnami trubice, se pohybuje v důsledku tření mezi kapalinou a stěnou trubice nejmenší rychlostí nebo je v klidu. Po této tzv. **mezní vrstvě kapaliny** se posouvá malou rychlostí druhá vrstva a po ní pak další a další vrstvy kapaliny postupně větší a větší rychlostí. Největší rychlost mají částice kapaliny, které procházejí středem průřezu trubice. Vektory rychlostí jednotlivých vrstev kapaliny jsou znázorněny na obr. 7-26.

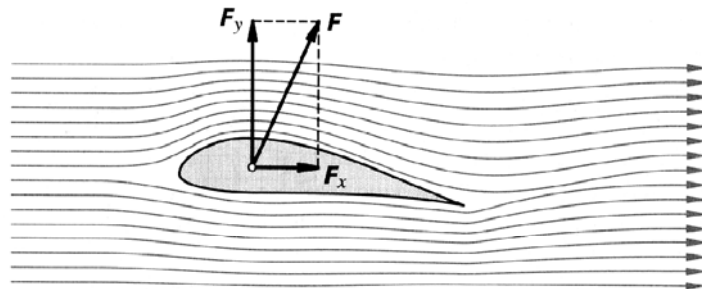


7-26 Vektory rychlostí při proudění reálné kapaliny trubicí

Při malých rychlostech proudící kapaliny jsou vektory rychlostí v daném průřezu rovnoběžné. Rovněž jsou rovnoběžné proudnice, které zob-



Tvar duté polokoule má např. otevřený padák. Přibližně proudnicový tvar mají těla ryb a letících ptáků a padající vodní kapky. V proudnicovém tvaru se konstruuje karoserie osobních automobilů, trupy letadel a lodí.



7-30 Nesouměrný profil nosné plochy letadla

Aerodynamický tvar má rovněž profil nosné plochy letadel dosahujících menších nebo středních rychlostí. Nesouměrný profil nosné plochy (obr. 7-30) způsobuje, že vzduch obtéká její horní stěnu větší rychlostí než stěnu spodní. Podle Bernoulliho rovnice je tlak na horní stěnu nosné plochy menší než na spodní stěnu a na celou nosnou plochu působí vztlaková aerodynamická síla  $F_y$ . Na nosnou plochu letadla působí tedy dvě síly: **aerodynamická vztlaková síla  $F_y$** , která působí proti tíhové síle a udržuje letadlo ve vzduchu, a **odporová síla  $F_x$** , kterou překonává tažná síla motorů. Výslednicí obou sil je **výsledná aerodynamická síla**

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y.$$

Uvedený Newtonův vztah pro velikost odporové síly platí jen pro středně velké rychlosti. Pro rychlosti větší, než je rychlost šíření zvuku v daném prostředí, je velikost odporové síly přímo úměrná třetí mocnině rychlosti  $v$ . V tomto případě vytváří těleso v prostředí **rázovou vlnu**, která např. způsobuje při přeletu nadzvukových letadel silné zvukové třesky.

### Úlohy

- 1 Ponorka, jejíž čelní průřez má obsah  $15 \text{ m}^2$ , se pohybuje pod vodou rychlostí  $4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Jak velká odporová síla na ponorku působí? Součinitel odporu je 0,03. [3 600 N]

- 2 Jak velkou odporovou sílu přemáhá motor automobilu při rychlosti  $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ? Čelní průřez vozidla má obsah  $2,0 \text{ m}^2$ , součinitel odporu je 0,30 a hustota vzduchu  $1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . [156 N]

### Shrnutí učiva 7. kapitoly

Základní společnou vlastností kapalin a plynů je **tekutost**. Příčinou tekutosti je snadná vzájemná pohyblivost částic, z nichž se kapalná a plynná tělesa skládají.

Stav tekutiny v klidu charakterizuje fyzikální veličina **tlak**. Tlak je definován vztahem

$$p = \frac{F}{S},$$

kde  $F$  je velikost tlakové síly a  $S$  obsah plochy, na kterou síla působí v kolmém směru. Jednotkou tlaku je *pascal* (Pa).

Tlak v tekutinách může být vyvolán dvojím způsobem: 1. vnější silou prostřednictvím pevného tělesa, 2. tíhovou silou, kterou působí na tekutinu Země.

Tlak vyvolaný vnější silou, která působí na tekuté těleso v uzavřené nádobě, je ve všech místech stejný. Tento poznatek je znám jako **Pascalův zákon**.

Tlak v kapalině vyvolaný tíhovou silou se nazývá **hydrostatický tlak** a platí pro něj vztah

$$p_h = \rho gh,$$

kde  $\rho$  je hustota kapaliny,  $g$  tíhové zrychlení a  $h$  hloubka pod volným povrchem kapaliny.

Tlak vzduchu vyvolaný tíhovou silou se nazývá **atmosférický tlak**. Pro meteorologické účely je stanoven **normální atmosférický tlak**  $p_n = 1,013\,25 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1\,013,25 \text{ hPa}$ .

Důsledkem hydrostatického tlaku je **vztlaková síla**, působící na pevné těleso ponořené v kapalině. Podle **Archimedova zákona** se velikost vztlakové síly rovná tíze kapaliny stejného objemu, jako je objem ponořeného tělesa.

**Příklad 2**

Na volné hladině vody plove papírová loďka o hmotnosti  $m_1 = 3$  g, na dně loďky je závaží o hmotnosti  $m_2 = 15$  g. Určete a) objem  $V'$  ponořené části loďky, b) změnu objemu  $\Delta V$  ponořené části loďky, jestliže z ní závaží vyjmeme.

**Řešení**

$$m_1 = 3 \text{ g}, m_2 = 15 \text{ g}, \rho = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}; V' = ?, \Delta V = ?$$

- a) Je-li loďka se závažím v klidu, je vztlková síla  $F'_{vz}$  o velikosti  $F'_{vz} = \rho V' g$  v rovnováze s tíhovou silou  $F_G$  o velikosti  $F_G = (m_1 + m_2)g$ . Tedy  $F'_{vz} = F_G$  neboli

$$\rho V' g = (m_1 + m_2)g$$

a odtud objem ponořené části loďky

$$V' = \frac{m_1 + m_2}{\rho}$$

Pro dané hodnoty je objem  $V' = 18 \text{ cm}^3$ .

- b) Vyjmeme-li z loďky závaží, platí

$$\rho V'' g = m_1 g,$$

kde nový objem ponořené části loďky je  $V'' = m_1/\rho$ . Změna objemu u ponořené části loďky je pak

$$\Delta V = V' - V'' = m_2/\rho.$$

Číselně  $\Delta V = 15 \text{ cm}^3$ . Změna objemu ponořené části je  $15 \text{ cm}^3$ .

Ke stejnému výsledku lze dojít také jednodušeji:

- a) Je-li hmotnost loďky se závažím  $m = m_1 + m_2 = 18$  g, stejnou hmotnost má i voda o objemu  $V'$ . Protože hustota vody  $\rho = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ , je objem  $V' = m/\rho = 18 \text{ cm}^3$ .
- b) Podobně změna objemu  $\Delta V$  při vyjmutí závaží o hmotnosti  $m_2 = 15$  g bude  $\Delta V = m_2/\rho = 15 \text{ cm}^3$ .

**Úlohy**

Dosazujte velikost tíhového zrychlení  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . První dvě úlohy řešte ve skupinách A a B.

**Skupina A**

1. Cihla o rozměrech 30 cm, 15 cm a 6 cm je zcela ponořena v kapalině o hustotě  $\rho$ . Nakreslete tabulku a запиšte do ní hustoty uvedených kapalin a velikosti vztlkové síly, kterou je cihla v kapalině nadlehčována.

Kapalina	$\frac{\rho}{\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}}$	$\frac{F_{vz}}{\text{N}}$
voda	.	.
petrolej	.	.
glycerín	.	.

2. Na jednom konci vahadla rovnoramenných vah je zavěšeno mosazné závaží, na druhém konci vahadla hliníkové závaží o stejné hmotnosti. Váhy jsou v rovnováze. Poruší se rovnováha, ponoříme-li obě závaží současně do nádoby s vodou? Zdůvodněte.

3. Žulová kostka o hraně 10 cm a hmotnosti 2,5 kg je zcela ponořena do nádoby s vodou. a) Jak velkou vztlkovou silou na ni voda působí? b) Jak velkou tlakovou silou působí kostka na dno nádoby? [a) 10 N; b) 15 N]
4. Jak velkou vztlkovou silou působí na těleso o objemu  $1 \text{ m}^3$ : a) voda, b) vzduch ( $\rho = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )? [a) 10 000 N; b) 13 N]
5. Hustota mořské vody je  $1\,030 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , hustota ledu při zmrazení mořské vody  $915 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Kolik procent objemu ledovce vyčnívá nad volnou hladinou moře? [11 %]

6. Na siloměr zavěsíme sklenici, kterou naplníme po okraj vodou. Změní se tíha sklenice, vložíme-li do vody dřevěný špalík, přičemž část vody vyteče? Zdůvodněte.
7. Oční kapátko naplníme částečně vodou tak, aby po vložení do odměrky s vodou plovalo těsně pod volným povrchem vody. V tom případě je

**Skupina B**

1. Těleso o hmotnosti  $m$  a objemu  $20 \text{ cm}^3$  ponoříme do vody. Nakreslete tabulku a запиšte do ní, ze které látky je pravděpodobně těleso zhotoveno a jak se bude těleso v kapalině chovat.

$\frac{m}{\text{g}}$	Látka	Chování
18,4	.	.
54	.	.
12	.	.



## Úlohy

První dvě úlohy řešte ve skupinách A a B.

## Skupina A

1. Ideální kapalina protéká vodorovným potrubím s průřezy o obsahu  $S_1$  a  $S_2$  rychlostí  $v_1$  a  $v_2$ . Nakreslete tabulku a запиšte do ní hodnoty zbývajících veličin.

$\frac{S_1}{\text{cm}^2}$	$\frac{S_2}{\text{cm}^2}$	$\frac{v_1}{\text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$	$\frac{v_2}{\text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$
140	20	0,4	.
90	15	.	6
20	.	4,5	1,5

2. Ve vodorovné trubici proudí voda rychlostí  $2,24 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  při tlaku 100 kPa. Jak velkou rychlostí proudí voda ve zúženém místě trubice, v němž byl naměřen tlak 90 kPa?

$$[v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2(p_1 - p_2)/\rho} \doteq 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}]$$

3. Jak velká je výtoková rychlost vody proudící výpustním otvorem údolní přehrazy, je-li otvor v hloubce 20 m pod volnou hladinou? [20 m·s<sup>-1</sup>]
4. Jak velkou odporovou silou je brzděna koule o poloměru 5 cm, která se pohybuje ve vodě rychlostí 5 m·s<sup>-1</sup>? [47 N]
5. Automobil překonává odporovou sílu vzduchu při stálé rychlosti 90 km·h<sup>-1</sup>. Obsah čelní plochy automobilu, která je kolmá ke směru jízdy, je 4 m<sup>2</sup>, součinitel odporu je 0,55. Určete výkon motoru. [22 kW]

## Skupina B

1. Ideální kapalina protéká vodorovným potrubím s průřezy o obsahu  $S_1$  a  $S_2$  rychlostí  $v_1$  a  $v_2$ . Nakreslete tabulku a запиšte do ní hodnoty zbývajících veličin.

$\frac{S_1}{\text{cm}^2}$	$\frac{S_2}{\text{cm}^2}$	$\frac{v_1}{\text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$	$\frac{v_2}{\text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$
120	20	.	3
10	100	8	.
.	30	0,5	4

2. Vodorovným potrubím o průměru 4 cm proudí voda rychlostí  $1,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Na konci potrubí vystřikuje voda z trysky o průměru 1 cm. Určete tlak vody v potrubí.  
[voda vystřikuje rychlostí  $v_2 = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , tlak vody  $p = \rho(v_2^2 - v_1^2)/2 \doteq 199 \text{ kPa}$ ]

## LABORATORNÍ CVIČENÍ

