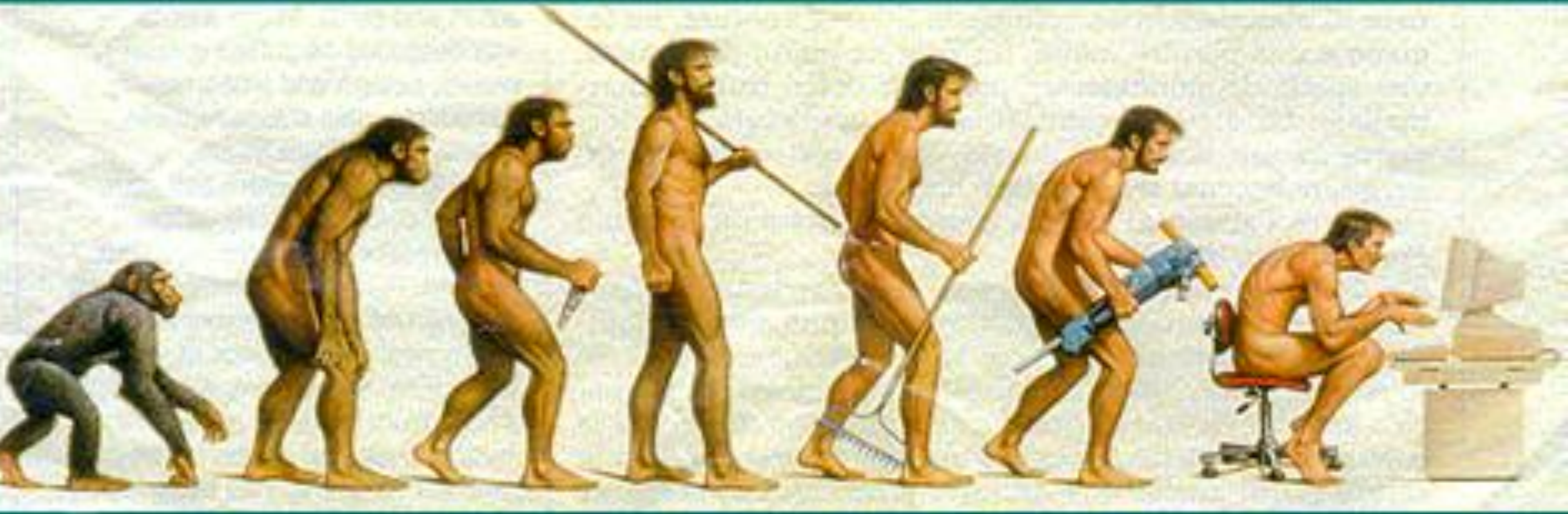
Egyptská matematika

Eduard Fuchs

HISTORIE MATEMATIKY
prezentace 1

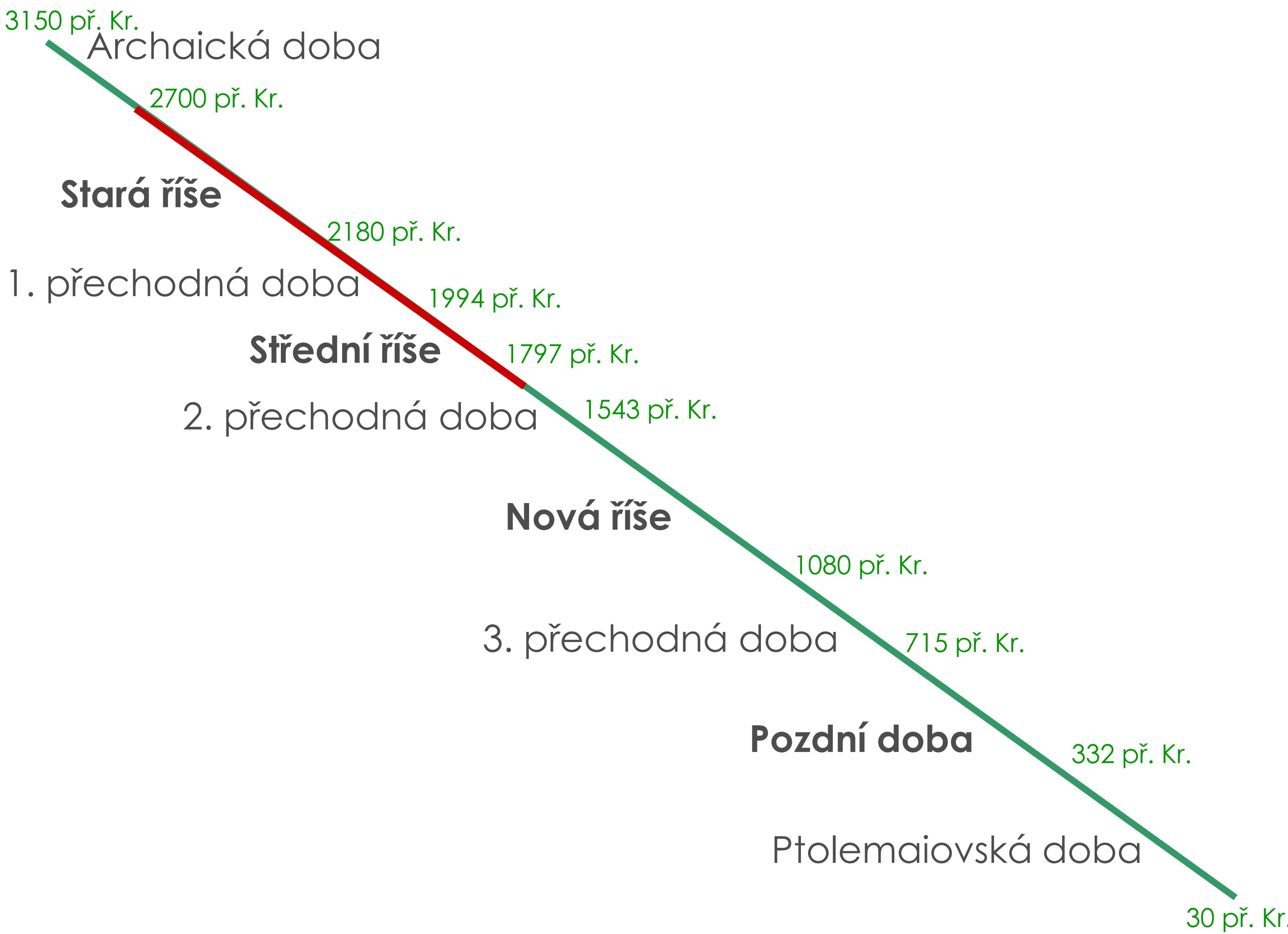
evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
UNIVERSITAS MASARYKIANA BRUNENSIS
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

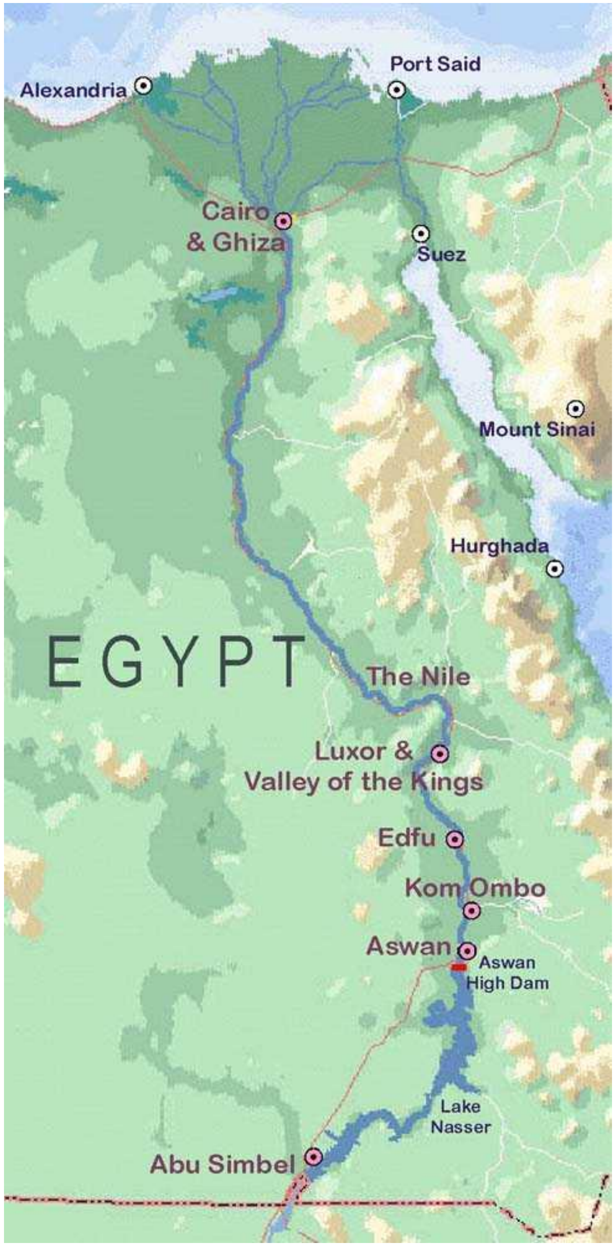


Middle East
Romania
Ukraine
Russia
Kazakhstan
Bulgaria
Black Sea
Greece
Georgia
T'bilisi
Caspian
Sea
Uzbekistan
Azerbaijan
Baku
Armenia
Yerevan
Ankara
Turkey
Turkmenistan
Ashgabat
Azerbaijan
Cyprus
Nicosia
Syria
Tehran
Mediterranean
Sea
Lebanon
Beirut
Damascus
Iraq
Baghdad
Iran
Afghanistan
Israel
Jerusalem
Amman
Jordan
Cairo
Kuwait
Kuwait
Persian Gulf
Pakistan
Egypt
Manama
Oman
Saudi
Arabia
Bahrain
Qatar
Doha
Abu Dhabi
Gulf of Oman
Riyadh
Muscat
Tropic of Cancer
United Arab Emirates
Oman
Red Sea
Boundary Undefined
Sudan
Khartoum
Eritrea
Asmara
Sanaa
Yemen
Arabian Sea
Gulf of Aden
Socotra (Yemen)
Djibouti
Djibouti
Ethiopia
Addis Ababa
Somalia
0 400 km
0 400 mi
30°
40° E
50°
60°
40°
30° N
20°
10°

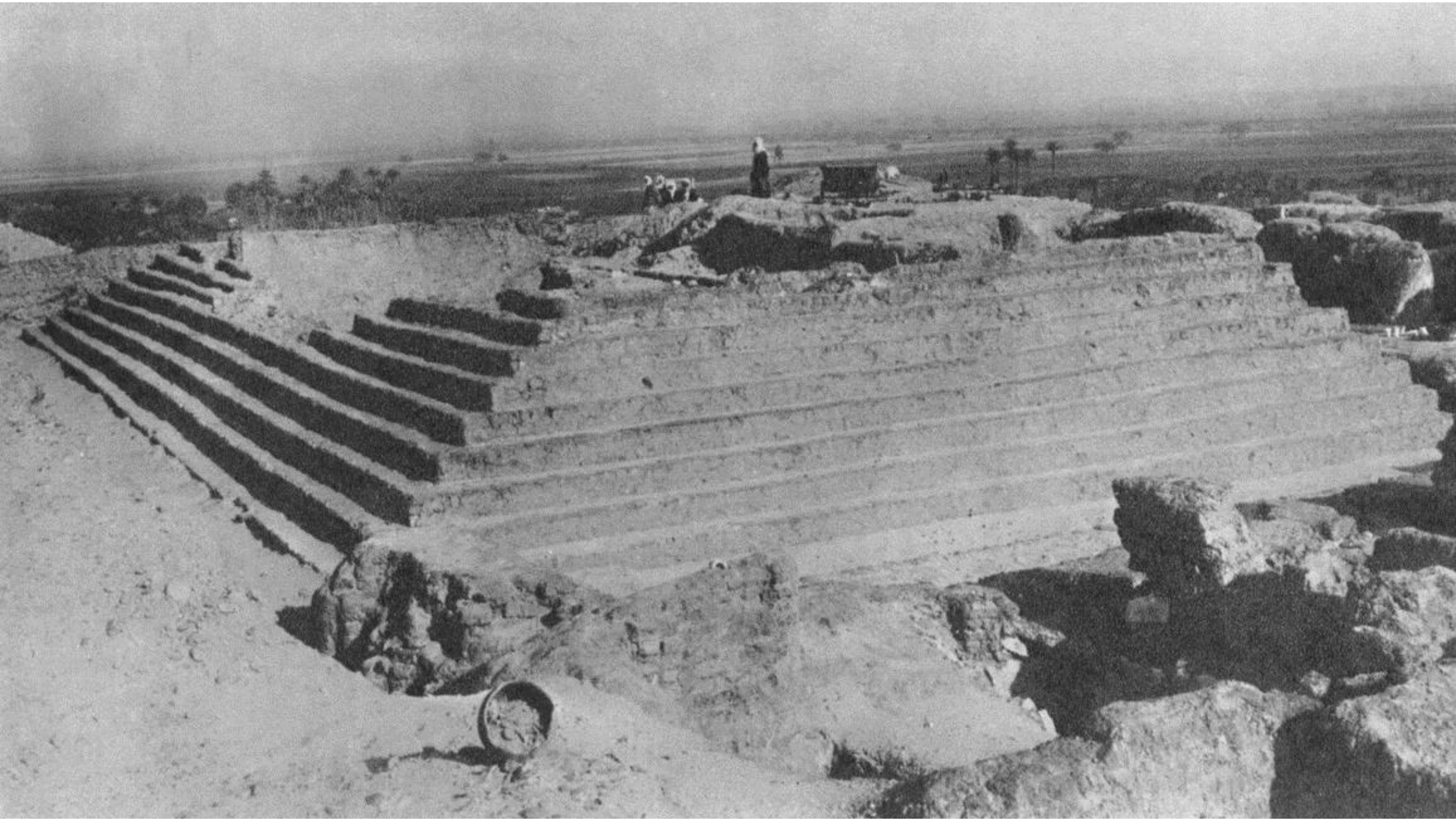
- 3000

- číselná symbolika v nejstarších památkách v Uruku, v Sumeru a v Egyptě
-


3150 př. Kr.
Archaická doba
2700 př. Kr.
Stará říše
2180 př. Kr.
1. přechodná doba
1994 př. Kr.
Střední říše
1797 př. Kr.
2. přechodná doba
1543 př. Kr.
Nová říše
1080 př. Kr.
3. přechodná doba
715 př. Kr.
Pozdní doba
332 př. Kr.
Ptolemaiovská doba
30 př. Kr.


Port Said
Alexandria
Cairo
& Ghiza
Suez
Mount Sinai
Hurghada
EGYPT
The Nile
Luxor &
Valley of the Kings
Edfu
Kom Ombo
Aswan
Aswan
High Dam
Lake
Nasser
Abu Simbel

Archaická doba – cihlový kultovní komplex komplexy v Abydu



Stupňovitá hrobka z 1. dynastie v Sakkáře

3. dynastie – Džoserova stupňovitá pyramida v Sakkáře

4. dynastie – Snofruova pyramida v Médúmu

4. dynastie – Snofruova pyramida v Dahšúru – Lomená pyramida

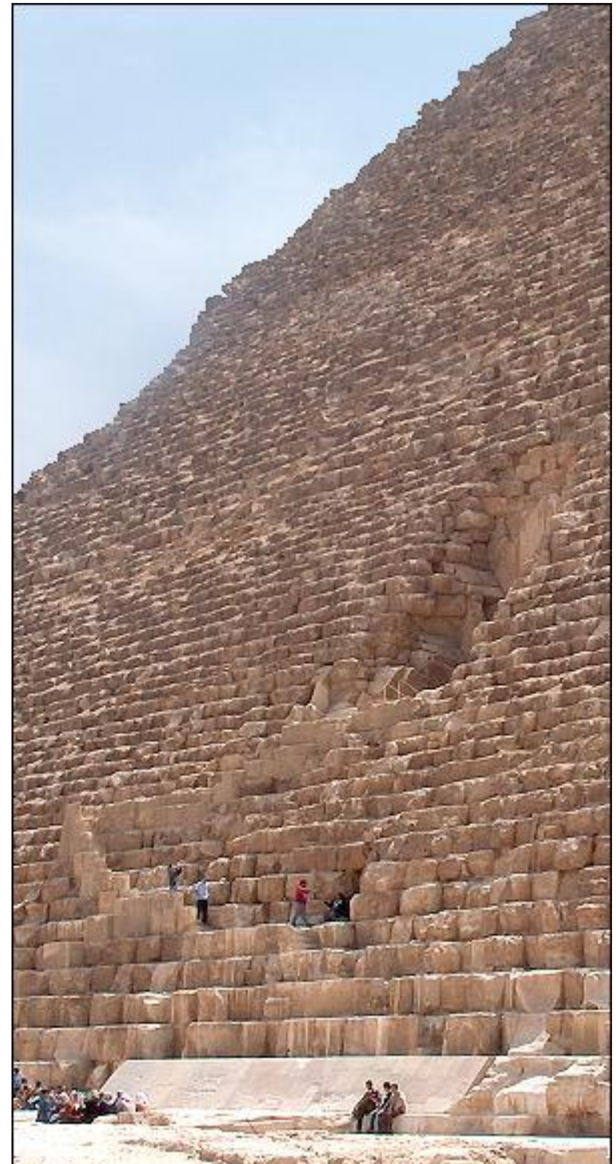
4. dynastie – Snofruova pyramida v Dahšúru – Červená pyramida

2700 - 2400 př.n.l.

- stavba nejznámějších pyramid (Chufuova 232x232m, 7 mil. tun)
- postavena v letech 2551 - 2528

4. dynastie – Chufuova „Velká“ pyramida v Gíze

Chufuova pyramida



4. dynastie – pyramidy v Gíze (Menkaure, Rachef, Chufu)

5. dynastie – pyramidy v Abúsíru (Neferirkare, Niuserre, Sahure)

5. dynastie – Sahureova pyramida v Abúsíru

5. dynastie – Venisova pyramida v Sakkáře

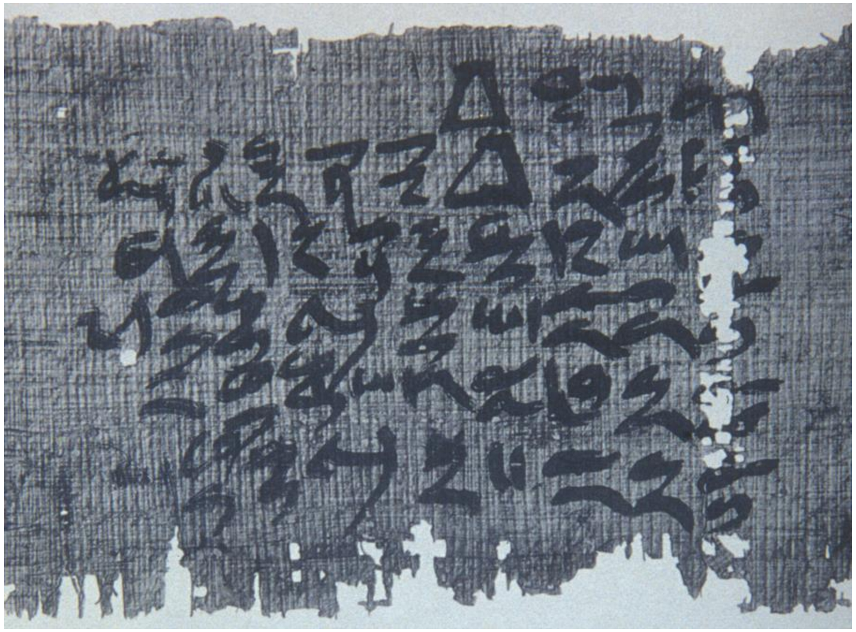
6. dynastie – pyramida Pepiho II. v jižní Sakkáře

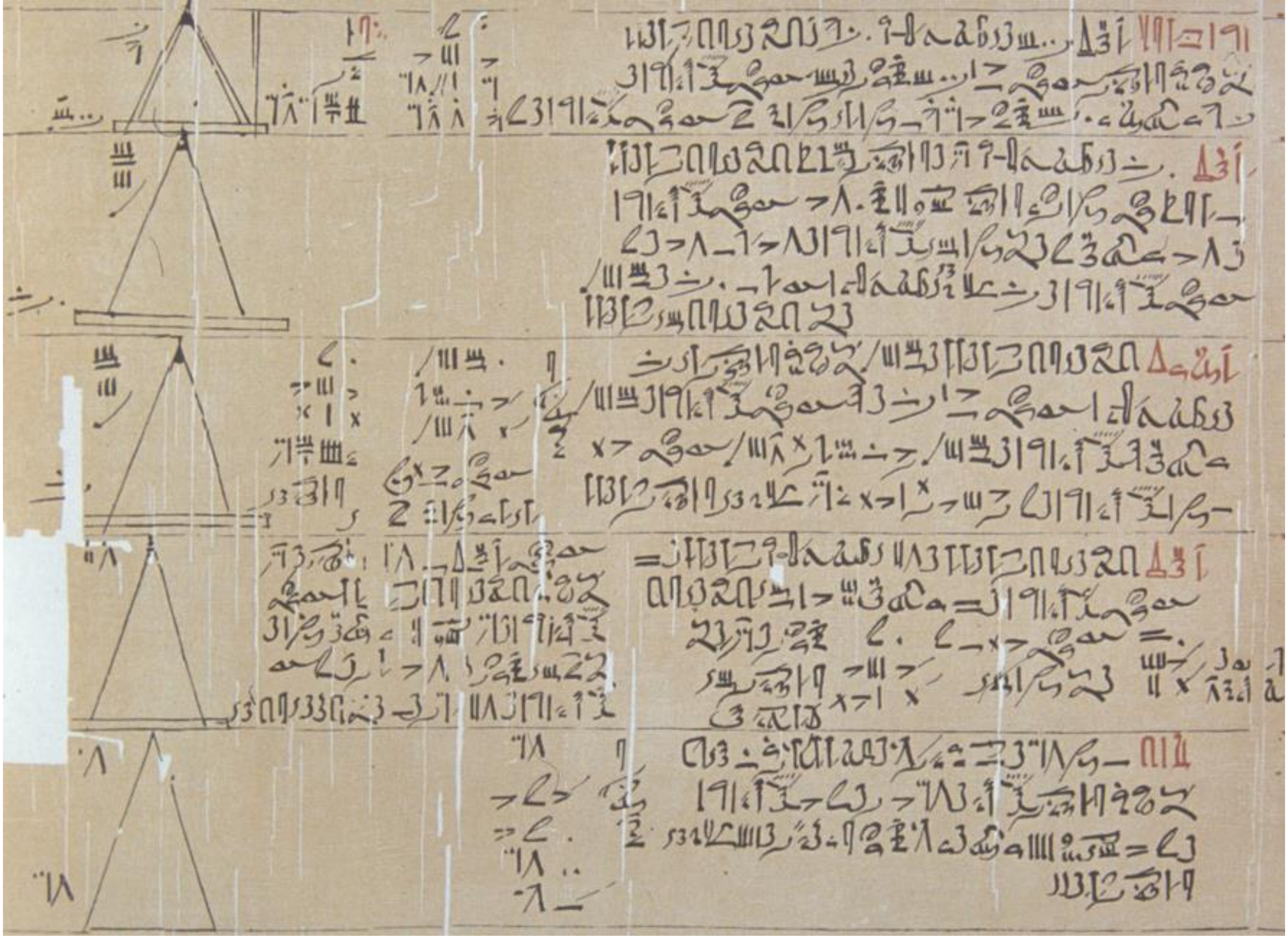
12. dynastie – pyramida Senusreta II. v Illáhúnu

12. dynastie – pyramida Amenemheta III. v Dahšúru

1890 – 1800 př.n.l.

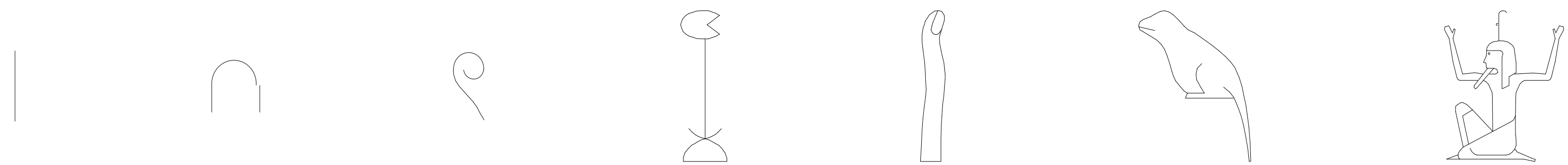
- vznikají texty egyptských papyrů
- moskevský 1890
- Rhindův 1650



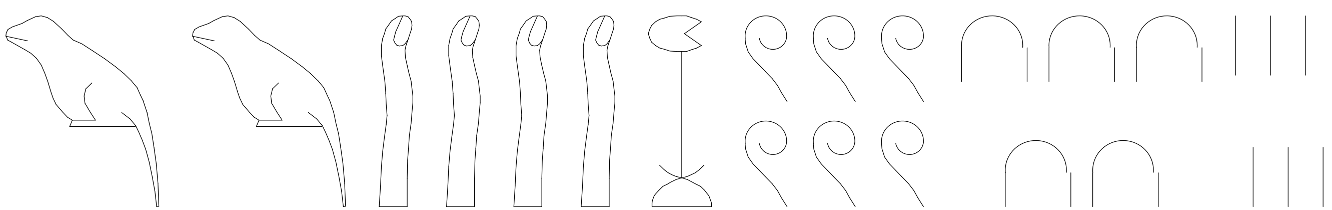


Rhindův matematický papyrus – počítání sklonu pyramid

nepoziční desítková soustava



1 10 100 1000 10000 100000 1000000



241657

násobení 12×13

1	12
2	24
4	48
8	96

násobení 12 × 13

\ 1	12
2	24
\ 4	48
\ 8	96

12 + 48 + 96 = 156

násobení 12 × 13

\1	12
2	24
\4	48
\8	96

12 + 48 + 96 = 156

dělení 255 ÷ 17

1	17
10	170
2	34
4	68

násobení 12 × 13

\1	12
2	24
\4	48
\8	96

12 + 48 + 96 = 156

dělení 255 ÷ 17

\1	17
\10	170
2	34
\4	68

1 + 10 + 4 = 15

<u>kmenné zlomky</u> $1/n$

$2 \times {}^{1}/_{2a}$

$2 \times 1/b$

kmenné zlomky 1/n

$\cancel{2} \times {}^{1}/_{\cancel{2}a} \longrightarrow {}^{1}/_{a}$

$2 \times 1/b$

kmenné zlomky 1/n

$\cancel{2} \times {}^{1}/_{\cancel{2}a} \longrightarrow {}^{1}/_{a}$

$2 \times 1/b \longrightarrow {}^{1}/_{b1} + {}^{1}/_{b2} + {}^{1}/_{b3}$

Tabulka 2 : n

$$\mathbf{2 \times {}^1/_{17} = {}^1/_{12} + {}^1/_{51} + {}^1/_{68}}$$

Vyděl 2 ÷ 17

$^1/_{12}$. 1 $^1/_3$ $^1/_{12}$ $^1/_{51}$. $^1/_3$ $^1/_{68}$. $^1/_4$

řešení:	1	17	1	17	
	$^2/_3$	11 $^1/_3$	2	34	
	$^1/_3$	5 $^2/_3$	3	51	$^1/_3$
	$^1/_6$	2 $^1/_2$ $^1/_3$	4	68	$^1/_4$
	\\$^1/_{12}$	1 $^1/_4$ $^1/_6$			
	\\zbytek $^1/_3$ $^1/_4$				

Tabulka 2 : n

$2 \times {}^{1}/_{17}$

Vyděl 2 ÷ 17

${}^{1}/_{12}$. 1 ${}^{1}/_{3}$ ${}^{1}/_{12}$ ${}^{1}/_{51}$. ${}^{1}/_{3}$ ${}^{1}/_{68}$. ${}^{1}/_{4}$

řešení: 1	17	1	17		
${}^{2}/_{3}$	11 ${}^{1}/_{3}$	2	34		
${}^{1}/_{3}$	5 ${}^{2}/_{3}$	3	51	${}^{1}/_{3}$	
${}^{1}/_{6}$	2 ${}^{1}/_{2}$ ${}^{1}/_{3}$	4	68	${}^{1}/_{4}$	
\ ${}^{1}/_{12}$	1 ${}^{1}/_{4}$ ${}^{1}/_{6}$				
\ zbytek	${}^{1}/_{3}$ ${}^{1}/_{4}$				

co největší část 2

Tabulka 2 : n

$2 \times {}^{1}/_{17}$

Vyděl 2 ÷ 17

${}^{1}/_{12}$. 1 ${}^{1}/_{3}$ ${}^{1}/_{12}$ ${}^{1}/_{51}$. ${}^{1}/_{3}$ ${}^{1}/_{68}$. ${}^{1}/_{4}$

řešení:

1	17
${}^{2}/_{3}$	11 ${}^{1}/_{3}$
${}^{1}/_{3}$	5 ${}^{2}/_{3}$
${}^{1}/_{6}$	2 ${}^{1}/_{2}$ ${}^{1}/_{3}$
\ ${}^{1}/_{12}$	1 ${}^{1}/_{4}$ ${}^{1}/_{6}$

\zbytek ${}^{1}/_{3}$ ${}^{1}/_{4}$

1	17	
2	34	
3	51	${}^{1}/_{3}$
4	68	${}^{1}/_{4}$

Tabulka 2 : n

$2 \times {}^{1}/_{17}$

Vyděl 2 ÷ 17

${}^{1}/_{12}$. 1 ${}^{1}/_{3}$ ${}^{1}/_{12}$ ${}^{1}/_{51}$. ${}^{1}/_{3}$ ${}^{1}/_{68}$. ${}^{1}/_{4}$

řešení:	1	17	1	17	
	${}^{2}/_{3}$	11 ${}^{1}/_{3}$	2	34	
	${}^{1}/_{3}$	5 ${}^{2}/_{3}$	3	51	${}^{1}/_{3}$
	${}^{1}/_{6}$	2 ${}^{1}/_{2}$ ${}^{1}/_{3}$	$\boxed{4}$	$\boxed{68}$	$\boxed{{}^{1}/_{4}}$
	\\${}^{1}/_{12}$	1 ${}^{1}/_{4}$ ${}^{1}/_{6}$			
	$\boxed{\backslash\text{zbytek } {}^{1}/_{3}\ {}^{1}/_{4}}$				

R34

Množství, jehož $^1/_2$ $^1/_4$ k němu přidané dají 10.

\1	1 $^1/_2$ $^1/_4$	$^1/_4$ $^1/_{28}$	$^1/_2$
2	3 $^1/_2$	\ $^1/_2$ $^1/_{14}$	1
\4	7	celkem je to množství 5 $^1/_2$ $^1/_7$ $^1/_{14}$	
\ $^1/_7$	$^1/_4$		

Metoda zkoušky:

\1	5 $^1/_2$ $^1/_7$ $^1/_{14}$
\ $^1/_2$	2 $^1/_2$ $^1/_4$ $^1/_{14}$ $^1/_{28}$
\ $^1/_4$	1 $^1/_4$ $^1/_8$ $^1/_{28}$ $^1/_{56}$

celkem 9 $^1/_2$ $^1/_8$, zbytek je $^1/_4$ $^1/_8$. $^1/_4$ je 14.

$^1/_7$ $^1/_{14}$ $^1/_{14}$ $^1/_{28}$ $^1/_{28}$ $^1/_{56}$ $^1/_8$ 7, celkem 21.

8 4 4 2 2 1

R34

Množství, jehož $^1/_2$ $^1/_4$ k němu přidané dají 10.

\1	1 $^1/_2$ $^1/_4$	$^1/_4$ $^1/_{28}$	$^1/_2$
2	3 $^1/_2$	\\$^1/_2$ $^1/_{14}$	1
\4	7	celkem je to množství 5 $^1/_2$ $^1/_7$ $^1/_{14}$	
\\$^1/_7$	$^1/_4$		

Metoda zkoušky:

$$x + (^1/_2 + {}^1/_4) \times x = 10$$

\1	5 $^1/_2$ $^1/_7$ $^1/_{14}$
\\$^1/_2$	2 $^1/_2$ $^1/_4$ $^1/_{14}$ $^1/_{28}$
\\$^1/_4$	1 $^1/_4$ $^1/_8$ $^1/_{28}$ $^1/_{56}$

celkem 9 $^1/_2$ $^1/_8$, zbytek je $^1/_4$ $^1/_8$.

$^1/_4$ je 14.

$^1/_8$ 7, celkem 21.

$^1/_7$	$^1/_{14}$	$^1/_{14}$	$^1/_{28}$	$^1/_{28}$	$^1/_{56}$
8	4	4	2	2	1

R34

Množství, jehož $^1/_2$ $^1/_4$ k němu přidané dají 10.

\1	$1\ ^1/_2\ ^1/_4$	$^1/_4\ ^1/_{28}$ $^1/_2$
2	$3\ ^1/_2$	\\$^1/_2\ ^1/_{14}$ 1
\4	7	celkem je to množství $5\ ^1/_2\ ^1/_7\ ^1/_{14}$
\\$^1/_7$	$^1/_4$	

Metoda zkoušky:

\1	$5\ ^1/_2\ ^1/_7\ ^1/_{14}$
\\$^1/_2$	$2\ ^1/_2\ ^1/_4\ ^1/_{14}\ ^1/_{28}$
\\$^1/_4$	$1\ ^1/_4\ ^1/_8\ ^1/_{28}\ ^1/_{56}$

$$\mathbf{10 \div (1 + {}^1/_2 + {}^1/_4) = 5 + {}^1/_2 + {}^1/_7 + {}^1/_{14}}$$

celkem $9\ ^1/_2\ ^1/_8$, zbytek je $^1/_4\ ^1/_8$.

$^1/_4$ je 14.

$^1/_8$ 7, celkem 21.

$^1/_7$	$^1/_{14}$	$^1/_{14}$	$^1/_{28}$	$^1/_{28}$	$^1/_{56}$
8	4	4	2	2	1

R34

Množství, jehož $^1/_2$ $^1/_4$ k němu přidané dají 10.

$\backslash 1$	$1\ ^1/_2\ ^1/_4$	$^1/_4\ ^1/_{28}$	$^1/_2$
2	$3\ ^1/_2$	$\backslash ^1/_2\ ^1/_{14}$	1
$\backslash 4$	7	celkem je to množství $5\ ^1/_2\ \ ^1/_7\ \ ^1/_{14}$	
$\backslash ^1/_7$	$^1/_4$		

$$\mathbf{(5+{}^1/_2+{}^1/_7+{}^1/_{14}) \times (1+{}^1/_2+{}^1/_4)}$$

Metoda zkoušky:

$\backslash 1$	$5\ ^1/_2\ ^1/_7\ \ ^1/_{14}$
$\backslash ^1/_2$	$2\ ^1/_2\ \ ^1/_4\ \ ^1/_{14}\ \ ^1/_{28}$
$\backslash ^1/_4$	$1\ ^1/_4\ \ ^1/_8\ \ ^1/_{28}\ \ ^1/_{56}$

celkem $9\ ^1/_2\ ^1/_8$, zbytek je $^1/_4\ ^1/_8$.

$^1/_4$ je 14.

$^1/_7$	$^1/_{14}$	$^1/_{14}$	$^1/_{28}$	$^1/_{28}$	$^1/_{56}$
8	4	4	2	2	1

$^1/_8$ 7, celkem 21.

R34

Množství, jehož $^1/_2$ $^1/_4$ k němu přidané dají 10.

\1	1 $^1/_2$ $^1/_4$	$^1/_4$ $^1/_{28}$	$^1/_2$
2	3 $^1/_2$	\\$^1/_2$ $^1/_{14}$	1
\4	7	celkem je to množství 5 $^1/_2$ $^1/_7$ $^1/_{14}$	
\\$^1/_7$	$^1/_4$		

Metoda zkoušky:

$^{21}/_{56}$

\1	5 $^1/_2$ $^1/_7$ $^1/_{14}$
\\$^1/_2$	2 $^1/_2$ $^1/_4$ $^1/_{14}$ $^1/_{28}$
\\$^1/_4$	1 $^1/_4$ $^1/_8$ $^1/_{28}$ $^1/_{56}$

celkem 9 $^1/_2$ $^1/_8$, zbytek je $^1/_4$ $^1/_8$.

$^1/_4$ je 14.

$^1/_8$ 7, celkem 21.

$^1/_7$	$^1/_{14}$	$^1/_{14}$	$^1/_{28}$	$^1/_{28}$	$^1/_{56}$
8	4	4	2	2	1

R34

Množství, jehož $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ k němu přidané dají 10.

\1	1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{28}$ $\frac{1}{2}$
2	3 $\frac{1}{2}$	\\$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{14}$ 1
\4	7	celkem je to množství 5 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{14}$
\\$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{4}$	

Metoda zkoušky:

$$\frac{21}{56} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

\1	5 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{14}$
\\$\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{14}$ $\frac{1}{28}$
\\$\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{28}$ $\frac{1}{56}$

celkem 9 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$, zbytek je $\boxed{\frac{1}{4}\ \frac{1}{8}}$.

$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{56}$
8	4	4	2	2	1

$\frac{1}{4}$ je 14.

$\frac{1}{8}$ 7, celkem 21.

R51

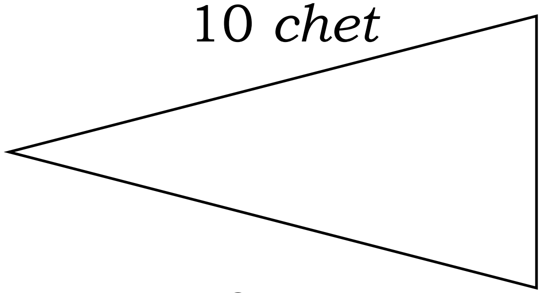
Metoda výpočtu (obsahu) trojúhelníkové plochy.

Řekne-li se ti: trojúhelník, jenž má 10 *chet* na výšku

a jeho základna je 4 *chet*.

Jaký je (obsah) jeho plochy? Postup:

10 *chet*



4 *chet*

Spočítej $^1/_2$ ze 4, je to 2,

abys udal jeho obdélník.

Počítej s 10

2-krát, to je (obsah) jeho plochy.

1	40	1	1000
$^1/_2$	20	2	2000, to je (obsah) jeho plochy: 2

R51

Metoda výpočtu (obsahu) trojúhelníkové plochy.

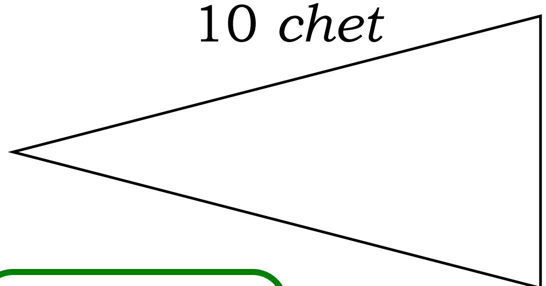
Řekne-li se ti: trojúhelník, jenž má 10 *chet* na výšku

a jeho základna je 4 *chet*.

$$4 \times {}^{1}/_{2} = 2$$

Jaký je (obsah) jeho plochy? Postup:

10 *chet*



4 *chet*

Spočítej ${}^{1}/_{2}$ ze 4, je to 2, abys udal jeho obdélník. Počítej s 10 2-krát, to je (obsah) jeho plochy.

1	40	1	1000
${}^{1}/_{2}$	20	2	2000, to je (obsah) jeho plochy: 2

R51

Metoda výpočtu (obsahu) trojúhelníkové plochy.

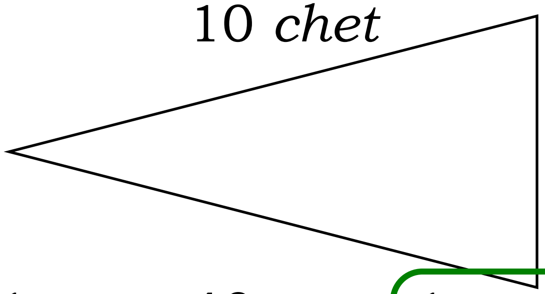
Řekne-li se ti: trojúhelník, jenž má 10 *chet* na výšku

a jeho základna je 4 *chet*.

10 × 2 = 20

Jaký je (obsah) jeho plochy? Postup:

10 *chet*



4 *chet*

Spočítej $^{1}/_{2}$ ze 4, je to 2,

abys udal jeho obdélník.

Počítej s 10

2-krát, to je (obsah) jeho plochy.

1	40	1	1000
$^{1}/_{2}$	20	2	2000, to je (obsah) jeho plochy: 2

M6

Metoda výpočtu pravoúhelníku.

Řekne-li se ti: pravoúhelník o obsahu 12 kde $^{1}/_{2}$ $^{1}/_{4}$ z délky přísluší šířce.

Počítej se $^{1}/_{2}$ $^{1}/_{4}$, až najdeš 1, vyjde 1 $^{1}/_{3}$.

Počítej s těmito 12, což je obsah plochy, 1 $^{1}/_{3}$ -krát, vyjde 16.

Spočítej odmocninu (z toho), vyjde 4 pro délku, $^{1}/_{2}$ $^{1}/_{4}$, je to 3 pro šířku. Postup:

4			\1	4
$\boxed{12}$	3		\2	16

M6

Metoda výpočtu pravoúhelníku.

Řekne-li se ti: pravoúhelník o obsahu 12. kde $^1/_2$ $^1/_4$ z délky přísluší šířce.

Počítej se $^1/_2$ $^1/_4$, až najdeš 1, vyjde 1 $^1/_3$.

Počítej s těmito 12, což je obsah plochy, 1 $^1/_3$ -krát, vyjde 16.

Spočítej odmocninu (z toho), vyjde 4 pro délku, $^1/_2$ $^1/_4$, je to 3 pro šířku. Postup:

4			\1	4
12	3		\2	16

$$b = (^1/_2 + {}^1/_4) \times a$$

$$a \times b = 12$$

M6

Metoda výpočtu pravoúhelníku.

Řekne-li se ti: pravoúhelník o obsahu 12. kde $^{1}/_{2}\ ^{1}/_{4}$ z délky přísluší šířce.

Počítej se $^{1}/_{2}\ ^{1}/_{4}$, až najdeš 1, vyjde 1 $^{1}/_{3}$.

Počítej s těmito 12, což je obsah plochy, 1 $^{1}/_{3}$ -krát, vyjde 16.

Spočítej odmocninu (z toho), vyjde 4 pro délku, $^{1}/_{2}\ ^{1}/_{4}$, je to 3 pro šířku. Postup:

4		\1	4
$\boxed{12}$	3	\2	16

$$\mathbf{1 \div ({}^{1}/_{2} + {}^{1}/_{4}) = 1 + {}^{1}/_{3}}$$

$$\boldsymbol{a : b = 4 : 3}$$

M6

Metoda výpočtu pravoúhelníku.

Řekne-li se ti: pravoúhelník o obsahu 12. kde $^1/_2\ ^1/_4$ z délky přísluší šířce.

Počítej se $^1/_2\ ^1/_4$, až najdeš 1, vyjde 1 $^1/_3$.

Počítej s těmito 12, což je obsah plochy, 1 $^1/_3$ -krát, vyjde 16.

Spočítej odmocninu (z toho), vyjde 4 pro délku, $^1/_2\ ^1/_4$, je to 3 pro šířku. Postup:

4 \1 4

12 3 \2 16

$$\mathbf{12 \times (1 + {}^1/_3) = 16}$$

$$\boldsymbol{a \times a = 16}$$

M6

Metoda výpočtu pravoúhelníku.

Řekne-li se ti: pravoúhelník o obsahu 12. kde $^1/_2\ ^1/_4$ z délky přísluší šířce.

Počítej se $^1/_2\ ^1/_4$, až najdeš 1, vyjde $1\ ^1/_3$.

Počítej s těmito 12, což je obsah plochy, $1\ ^1/_3$ -krát, vyjde 16.

Spočítej odmocninu (z toho), vyjde 4 pro délku, $^1/_2\ ^1/_4$, je to 3 pro šířku. Postup:

4		\1	4
12	3	\2	16

$$\mathbf{4 \times (^1/_2 + {}^1/_4) = 3 = \boldsymbol{b}}$$

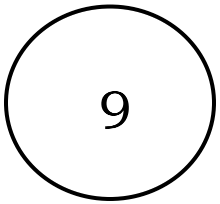
R50

Metoda výpočtu (obsahu) kruhové plochy o (průměru) 9 *chet*.

Jaký je obsah její plochy? Odečti $^1/_9$ z toho, je to 1,

zbytek je 8. Počítej s 8 8-krát,

vyjde 64. Toto je její obsah v ploše: 64 *secat*.



postup: 1 9

$^1/_9$ z toho 1

odečíst od toho, zbytek 8

1	8	4	32
2	16	\8	64

obsah její plochy

64 *secat*

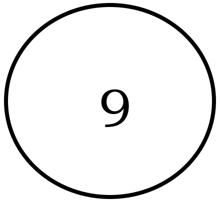
R50

Metoda výpočtu (obsahu) kruhové plochy o (průměru) 9 *chet.*

Jaký je obsah její plochy? Odečti $^1/_9$ z toho, je to 1,

zbytek je 8. Počítej s 8 8-krát,

vyjde 64. Toto je její obsah v ploše: 64 *secat.*



postup: 1 9

$^1/_9$ z toho 1

odečíst od toho, zbytek 8

1	8	4	32
2	16	\8	64

obsah její plochy

64 *secat*

$$9 - {}^1/_9 \times 9 = 8$$

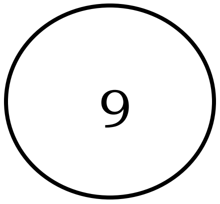
R50

Metoda výpočtu (obsahu) kruhové plochy o (průměru) 9 *chet.*

Jaký je obsah její plochy? Odečti $^{1}/_{9}$ z toho, je to 1,

zbytek je 8. Počítej s 8 8-krát,

vyjde 64. Toto je její obsah v ploše: 64 *secat.*



postup: 1 9 — obsah její plochy

$^{1}/_{9}$ z toho 1 — 64 *secat*

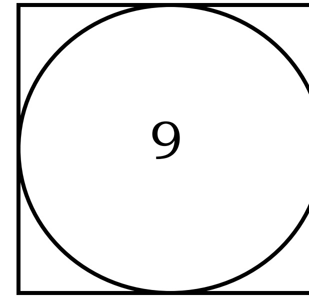
odečíst od toho, zbytek 8

1	8	4	32
2	16	\8	64

$8 \times 8 = 64$

R48

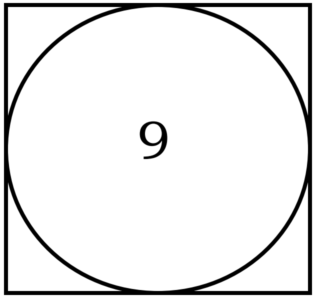
		\1	9 *secat*
1	8 *secat*	2	18 *secat*
2	16 *secat*	4	36 *secat*
4	32 *secat*	\8	72 *secat*
\8	64 *secat*		celkem 81 *secat*



R48

1 8 *secat*
2 16 *secat*
4 32 *secat*
\8 64 *secat*

\1 9 *secat*
2 18 *secat*
4 36 *secat*
\8 72 *secat*
celkem 81 *secat*



9 – 1 = 8

8 × 8 = 64

9 × 9 = 81

R44

Metoda počítání čtverhranné obilnice, jejíž délka je 10, šířka 10 a výška 10. Co se do ní vejde v obilí?

Počítej s 10 10-krát, vyjde 100. Počítej se 100 10-krát, vyjde 1000. Připočti $^1/_2$ z toho, je to 500, vyjde 1500. To je její objem

v pytlech. Spočítej $^1/_{20}$ z 1500, vyjde 75. To je to, co se do ní vejde ve 100-4-měřic: 74 100-4-měřic obilí.

Metoda řešení toho:

1	10	1	1000	1	1500
10	100	$^1/_2$	500	$^1/_{10}$	150
100	1000			$^1/_{20}$	75
1	75		$^1/_{10}$	150	
10	750		$^1/_{10}$ z $^1/_{10}$		15
\20	1500		$^2/_3$ z $^1/_{10}$ z $^1/_{10}$ z toho je 10.		

R44

Metoda počítání čtverhranné obilnice, jejíž délka je 10, šířka 10 a výška 10. Co se do ní vejde v obilí?

Počítej s 10 10-krát, vyjde 100. Počítej se 100 10-krát, vyjde 1000. Připočti $^1/_2$ z toho, je to 500, vyjde 1500. To je její objem

v pytlech. Spočítej $^1/_{20}$ z 1500, vyjde 75. To je to, co se do ní vejde ve 100-4-měřic: 74 100-4-měřic obilí.

Metoda řešení toho:

1	10	1	1000	1	1500
10	100	$^1/_2$	500	$^1/_{10}$	150
100	1000			$^1/_{20}$	75

$10 \times 10 = 100$

$100 \times 10 = 1000$

loktů^3

1	75	$^1/_{10}$	150
10	750	$^1/_{10}$ z $^1/_{10}$	15
\20	1500	$^2/_3$ z $^1/_{10}$ z $^1/_{10}$ z toho je 10.	

R44

Metoda počítání čtverhranné obilnice, jejíž délka je 10, šířka 10 a výška 10. Co se do ní vejde v obilí?

Počítej s 10 10-krát, vyjde 100. Počítej se 100 10-krát, vyjde 1000. Připočti $^{1}/_{2}$ z toho, je to 500, vyjde 1500. To je její objem

v pytlech. Spočítej $^{1}/_{20}$ z 1500, vyjde 75. To je to, co se do ní vejde ve 100-4-měřic: 74 100-4-měřic obilí.

Metoda řešení toho:

$1000 + {}^{1}/_{2} \times 1000$

$1000 + 500 = 1500$

pytlů

1	10	1	1000	1	1500
10	100	$^{1}/_{2}$	500	$^{1}/_{10}$	150
100	1000			$^{1}/_{20}$	75
1	75		$^{1}/_{10}$	150	
10	750		$^{1}/_{10}$ z $^{1}/_{10}$		15
\20	1500		$^{2}/_{3}$ z $^{1}/_{10}$ z $^{1}/_{10}$ z toho je 10.		

R44

Metoda počítání čtverhranné obilnice, jejíž délka je 10, šířka 10 a výška 10. Co se do ní vejde v obilí?

Počítej s 10 10-krát, vyjde 100. Počítej se 100 10-krát, vyjde 1000. Připočti $^{1}/_{2}$ z toho, je to 500, vyjde 1500. To je její objem

v pytlech. Spočítej $^{1}/_{20}$ z 1500, vyjde 75. To je to, co se do ní vejde ve 100-4-měřic: 74 100-4-měřic obilí.

Metoda řešení toho:

1	10	1	1000	1	1500
10	100	$^{1}/_{2}$	500	$^{1}/_{10}$	150
100	1000			$^{1}/_{20}$	75
1	75		$^{1}/_{10}$	150	
10	750		$^{1}/_{10}$ z $^{1}/_{10}$		15
\20	1500		$^{2}/_{3}$ z $^{1}/_{10}$ z $^{1}/_{10}$ z toho je 10.		

$^{1}/_{20}$ × 1500

75 stovek čtyřnásobných měřic

R44

Metoda počítání čtverhranné obilnice, jejíž délka je 10, šířka 10 a výška 10. Co se do ní vejde v obilí?

Počítej s 10 10-krát, vyjde 100. Počítej se 100 10-krát, vyjde 1000. Připočti $^1/_2$ z toho, je to 500, vyjde 1500. To je její objem

v pytlech. Spočítej $^1/_{20}$ z 1500, vyjde 75. To je to, co se do ní vejde ve 100-4-měřic: 74 100-4-měřic obilí.

Metoda řešení toho:

1	10	1	1000	1	1500
10	100	$^1/_2$	500	$^1/_{10}$	150
100	1000			$^1/_{20}$	75

1	75	$^1/_{10}$	150
10	750	$^1/_{10}$ z $^1/_{10}$	15
\20	1500	$^2/_3$ z $^1/_{10}$ z $^1/_{10}$ z toho je 10.	

75 × 20 = 1500

$^2/_3$ × $^1/_{100}$ × 1500

10 loktů

R45

Obilnice, do níž se vejde 75 100-4-měřic obilí. Co jí přísluší velikost ku velikosti? Počítej se 75 20-krát, vyjde 1500.

Počítej s 1500: $^{1}/_{10}$ z toho, je to 150, $^{1}/_{10}$ z $^{1}/_{10}$ z toho: 15, $^{2}/_{3}$ z $^{1}/_{10}$ z $^{1}/_{10}$ z toho, je to 10. Tedy mu přísluší 10 ku 10 ku 10.

1 75 20 1500, hle, to je její objem.

10 750 1 1500 $^{1}/_{10}$ 150

$^{1}/_{10}$ z $^{1}/_{10}$ z toho je 15

$^{2}/_{3}$ z $^{1}/_{10}$ z $^{1}/_{10}$ z toho je 10

R45

Obilnice, do níž se vejde 75 100-4-měřic obilí. Co jí přísluší velikost ku velikosti? Počítej se 75 20-krát, vyjde 1500.

Počítej s 1500: $^1/_{10}$ z toho, je to 150, $^1/_{10}$ z $^1/_{10}$ z toho: 15, $^2/_3$ z $^1/_{10}$ z $^1/_{10}$ z toho, je to 10. Tedy mu přísluší 10 ku 10 ku 10.

1	75	20	1500, hle, to je její objem.	
10	750		1	1500

$^1/_{10}$ 150

$^1/_{10}$ z $^1/_{10}$ z toho je 15

$^2/_3$ z $^1/_{10}$ z $^1/_{10}$ z toho je 10

75 × 20 = 1500 (pytlů)

R45

Obilnice, do níž se vejde 75 100-4-měřic obilí. Co jí přísluší velikost ku velikosti? Počítej se 75 20-krát, vyjde 1500.

Počítej s 1500: $^{1}/_{10}$ z toho, je to 150, $^{1}/_{10}$ z $^{1}/_{10}$ z toho: 15, $^{2}/_{3}$ z $^{1}/_{10}$ z $^{1}/_{10}$ z toho, je to 10. Tedy mu přísluší 10 ku 10 ku 10.

1	75	20	1500, hle, to je její objem.
10	750		

1	1500	$^{1}/_{10}$	150
		$^{1}/_{10}$ z $^{1}/_{10}$ z toho je 15	
		$^{2}/_{3}$ z $^{1}/_{10}$ z $^{1}/_{10}$ z toho je 10	

$$^{1}/_{10} \times {}^{1}/_{10} \times 1500 = 15$$

R45

Obilnice, do níž se vejde 75 100-4-měřic obilí. Co jí přísluší velikost ku velikosti? Počítej se 75 20-krát, vyjde 1500.

Počítej s 1500: $^1/_{10}$ z toho, je to 150, $^1/_{10}$ z $^1/_{10}$ z toho: 15, $^2/_3$ z $^1/_{10}$ z $^1/_{10}$ z toho, je to 10. Tedy mu přísluší 10 ku 10 ku 10.

1	75	20	1500, hle, to je její objem.			
10	750		1	1500	$^1/_{10}$	150

$^1/_{10}$ z $^1/_{10}$ z toho je 15

$\boxed{^2/_3 \text{ z } ^1/_{10} \text{ z } ^1/_{10} \text{ z toho je } 10}$

$^2/_3 \times 15 = 10$ loktů

R57

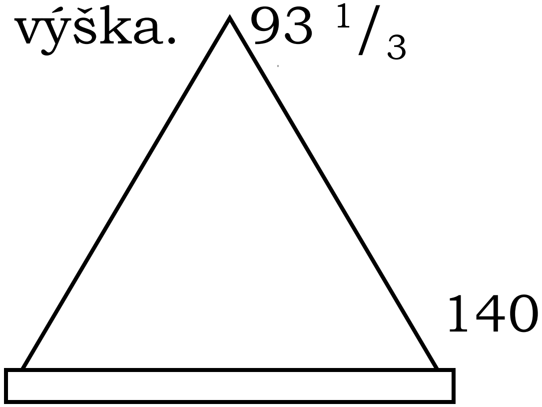
Pyramida o straně 140 a sklonu 5 dlaní 1 (prst). Jaká je její výška?

Proveď dělení 1 lokte dvojnásobkem sklonu, který vyjde 10 $^{1}/_{2}$. Počítej

s 10 $^{1}/_{2}$, až najdeš 7, neboť to je 1 loket. Počítej s 10 $^{1}/_{2}$: $^{2}/_{3}$ z 10, je to 7.

Počítej se 140, to je délka strany: spočítej $^{2}/_{3}$ ze 140, je to 93 $^{1}/_{3}$.

Hle, to je její výška.



R57

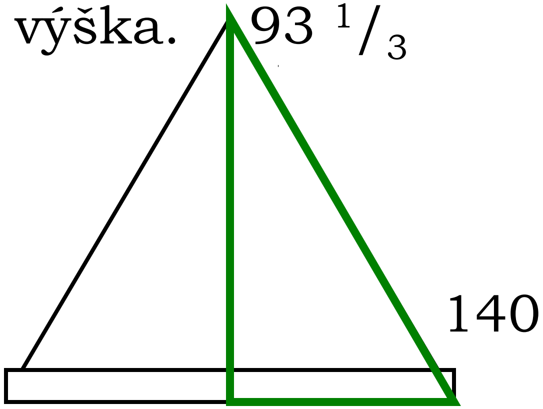
Pyramida o straně 140 a sklonu 5 dlaní 1 (prst). Jaká je její výška?

Proveď dělení 1 lokte dvojnásobkem sklonu, který vyjde 10 $^1/_2$. Počítej

s 10 $^1/_2$, až najdeš 7, neboť to je 1 loket. Počítej s 10 $^1/_2$: $^2/_3$ z 10, je to 7.

Počítej se 140, to je délka strany: spočítej $^2/_3$ ze 140, je to 93 $^1/_3$.

Hle, to je její výška.



$^1/_2\, a \div v$ = sklon

$v = a \div (2 \times \text{sklon})$

1 loket ÷ (2 × 5 d 1p)

7 dlaní ÷ 10 + $^1/_2$ = $^2/_3$

R57

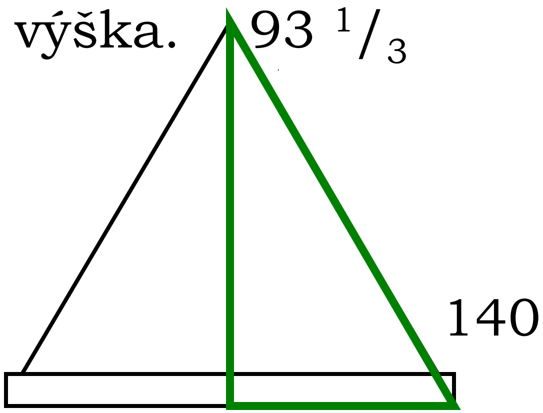
Pyramida o straně 140 a sklonu 5 dlaní 1 (prst). Jaká je její výška?

Proveď dělení 1 lokte dvojnásobkem sklonu, který vyjde 10 $^{1}/_{2}$. Počítej

s 10 $^{1}/_{2}$, až najdeš 7, neboť to je 1 loket. Počítej s 10 $^{1}/_{2}$: $^{2}/_{3}$ z 10, je to 7.

Počítej se 140, to je délka strany: spočítej $^{2}/_{3}$ ze 140, je to 93 $^{1}/_{3}$.

Hle, to je její výška.



$$\mathbf{140 \times {}^{2}/_{3} = 93 + {}^{1}/_{3}} = v$$

R58

Pyramida, jejíž výška je 93 $^1/_3$. Udej mi její sklon, když 140 je strana. Spočítej $^1/_2$ ze 140, je to 70. Počítej s 93 $^1/_3$, až najdeš 70. Počítej s 93 $^1/_3$: $^1/_2$ z toho je 46 $^2/_3$, $^1/_4$ z toho je 23 $^1/_3$. Spočítej $^1/_2$ $^1/_4$ z 1 lokte. Počítej se 7: $^1/_2$ z toho je 3 $^1/_2$, $^1/_4$ z toho je 1 $^1/_2$ $^1/_4$, celkem 5 dlaní 1 (prst).

Řešení:	1	93 $^1/_3$	1	7
	\\$^1/_2$	46 $^2/_3$	$^1/_2$	3 $^1/_2$
	\\$^1/_4$	23 $^1/_3$	$^1/_4$	1 *sic* $^1/_4$
	Spočítej z lokte,		celkem 5 dlaní 1 (prst),	
	když 1 loket je 7 dlaní.			to je sklon.

R58

Pyramida, jejíž výška je 93 $^1/_3$. Udej mi její sklon, když 140 je strana. Spočítej $^1/_2$ ze 140, je to 70. Počítej s 93 $^1/_3$, až najdeš 70. Počítej s 93 $^1/_3$: $^1/_2$ z toho je 46 $^2/_3$, $^1/_4$ z toho je 23 $^1/_3$. Spočítej $^1/_2$ $^1/_4$ z 1 lokte. Počítej se 7: $^1/_2$ z toho je 3 $^1/_2$, $^1/_4$ z toho je 1 $^1/_2$ $^1/_4$, celkem 5 dlaní 1 (prst).

Řešení:	1	93 $^1/_3$	1	7
	\\$^1/_2$	46 $^2/_3$	$^1/_2$	3 $^1/_2$
	\\$^1/_4$	23 $^1/_3$	$^1/_4$	1 *sic* $^1/_4$

Spočítej z lokte, když 1 loket je 7 dlaní.

celkem 5 dlaní 1 (prst), to je sklon.

$140 \times {}^1/_2 = 70$

R58

Pyramida, jejíž výška je 93 $^1/_3$. Udej mi její sklon, když 140 je strana. Spočítej $^1/_2$ ze 140, je to 70. Počítej s 93 $^1/_3$, až najdeš 70. Počítej s 93 $^1/_3$: $^1/_2$ z toho je 46 $^2/_3$, $^1/_4$ z toho je 23 $^1/_3$. Spočítej $^1/_2$ $^1/_4$ z 1 lokte. Počítej se 7: $^1/_2$ z toho je 3 $^1/_2$, $^1/_4$ z toho je 1 $^1/_2$ $^1/_4$, celkem 5 dlaní 1 (prst).

Řešení:

1	93 $^1/_3$	1	7
\\$^1/_2$	46 $^2/_3$	$^1/_2$	3 $^1/_2$
\\$^1/_4$	23 $^1/_3$	$^1/_4$	1 *sic* $^1/_4$

Spočítej z lokte, když 1 loket je 7 dlaní.

celkem 5 dlaní 1 (prst), to je sklon.

$$70 \div (93 + {}^1/_3) = {}^1/_2 + {}^1/_4$$

$$ {}^1/_2 \times (93 + {}^1/_3) = 46 + {}^2/_3$$
$$ {}^1/_4 \times (93 + {}^1/_3) = 23 + {}^1/_3$$

R58

Pyramida, jejíž výška je 93 $^{1}/_{3}$. Udej mi její sklon, když 140 je strana. Spočítej $^{1}/_{2}$ ze 140, je to 70. Počítej s 93 $^{1}/_{3}$, až najdeš 70. Počítej s 93 $^{1}/_{3}$: $^{1}/_{2}$ z toho je 46 $^{2}/_{3}$, $^{1}/_{4}$ z toho je 23 $^{1}/_{3}$. Spočítej $^{1}/_{2}$ $^{1}/_{4}$ z 1 lokte. Počítej se 7: $^{1}/_{2}$ z toho je 3 $^{1}/_{2}$, $^{1}/_{4}$ z toho je 1 $^{1}/_{2}$ $^{1}/_{4}$, celkem 5 dlaní 1 (prst).

Řešení:	1	93 $^{1}/_{3}$	1	7
	\ $^{1}/_{2}$	46 $^{2}/_{3}$	$^{1}/_{2}$	3 $^{1}/_{2}$
	\ $^{1}/_{4}$	23 $^{1}/_{3}$	$^{1}/_{4}$	1 *sic* $^{1}/_{4}$

Spočítej z lokte, když 1 loket je 7 dlaní.

celkem 5 dlaní 1 (prst), to je sklon.

$(^{1}/_{2} + {}^{1}/_{4}) \times 1$ loket

$(^{1}/_{2} + {}^{1}/_{4}) \times 7$ dlaní $= (3 + {}^{1}/_{2}) + (1 + {}^{1}/_{2} + {}^{1}/_{4}) =$ 5 dlaní 1 prst

M24:

Metoda výpočtu 15 měřic hornoegyptského ječmene.

Řekne-li se ti: 15 měřic hornoegyptského ječmene převést na 200 chlebů, zbytek na 10 (džbánů) piva tak, že $^{1}/_{10}$ *pesu* chlebů je pro *pesu* piva.

.... Počítej s $^{1}/_{10}$, až najdeš 1,

vyjde 10-krát. Počítej s těmi 10 džbány piva

10-krát, vyjde 100. Sečti těch 100 a těch 200,

vyjde 300. Počítej s 15, až najdeš 300, vyjde 20-krát.

Hle, *pesu* 20 je to, co přísluší těm 200 chlebům.

Spočítej $^{1}/_{10}$ z těch 20, vyjde 2.

Hle, těch 10 džbánů piva má *pesu* 2.

Nalezl's správně.

M24:

Metoda výpočtu 15 měřic hornoegyptského ječmene.

Řekne-li se ti: 15 měřic hornoegyptského ječmene převést na 200 chlebů, zbytek na 10 (džbánů) piva tak, že $^{1}/_{10}$ *pesu* chlebů je pro *pesu* piva.

.... Počítej s $^{1}/_{10}$, až najdeš 1,

vyjde 10-krát. Počítej s těmi 10 džbány piva

10-krát, vyjde 100. Sečti těch 100 a těch 200,

vyjde 300. Počítej s 15, až najdeš 300, vyjde 20-krát.

Hle, *pesu* 20 je to, co přísluší těm 200 chlebům.

Spočítej $^{1}/_{10}$ z těch 20, vyjde 2.

Hle, těch 10 džbánů piva má *pesu* 2.

$1 \div {}^{1}/_{10} = 10$

Nalezl's správně.

M24:

Metoda výpočtu 15 měřic hornoegyptského ječmene.

Řekne-li se ti: 15 měřic hornoegyptského ječmene převést na 200 chlebů, zbytek na 10 (džbánů) piva tak, že $^{1}/_{10}$ *pesu* chlebů je pro *pesu* piva.

.... Počítej s $^{1}/_{10}$, až najdeš 1,

vyjde 10-krát. Počítej s těmi 10 džbány piva

10-krát, vyjde 100. Sečti těch 100 a těch 200,

vyjde 300. Počítej s 15, až najdeš 300, vyjde 20-krát.

Hle, *pesu* 20 je to, co přísluší těm 200 chlebům.

Spočítej $^{1}/_{10}$ z těch 20, vyjde 2.

Hle, těch 10 džbánů piva má *pesu* 2.

Nalezl's správně.

10 × 10 = 100

M24:

Metoda výpočtu 15 měřic hornoegyptského ječmene.

Řekne-li se ti: 15 měřic hornoegyptského ječmene převést na 200 chlebů, zbytek na 10 (džbánů) piva tak, že $^1/_{10}$ *pesu* chlebů je pro *pesu* piva.

.... Počítej s $^1/_{10}$, až najdeš 1,

vyjde 10-krát. Počítej s těmi 10 džbány piva

10-krát, vyjde 100. Sečti těch 100 a těch 200,

vyjde 300. Počítej s 15, až najdeš 300, vyjde 20-krát.

Hle, *pesu* 20 je to, co přísluší těm 200 chlebům.

Spočítej $^1/_{10}$ z těch 20, vyjde 2.

Hle, těch 10 džbánů piva má *pesu* 2.

100 + 200 = 300

Nalezl's správně.

M24:

Metoda výpočtu 15 měřic hornoegyptského ječmene.

Řekne-li se ti: 15 měřic hornoegyptského ječmene převést na 200 chlebů, zbytek na 10 (džbánů) piva tak, že $^{1}/_{10}$ *pesu* chlebů je pro *pesu* piva.

.... Počítej s $^{1}/_{10}$, až najdeš 1,

vyjde 10-krát. Počítej s těmi 10 džbány piva

10-krát, vyjde 100. Sečti těch 100 a těch 200,

vyjde 300. Počítej s 15, až najdeš 300, vyjde 20-krát.

Hle, *pesu* 20 je to, co přísluší těm 200 chlebům.

Spočítej $^{1}/_{10}$ z těch 20, vyjde 2.

Hle, těch 10 džbánů piva má *pesu* 2.

Nalezl's správně.

300 ÷ 15 = 20

kvalita chlebů

M24:

Metoda výpočtu 15 měřic hornoegyptského ječmene.

Řekne-li se ti: 15 měřic hornoegyptského ječmene převést na 200 chlebů, zbytek na 10 (džbánů) piva tak, že $^1/_{10}$ *pesu* chlebů je pro *pesu* piva.

.... Počítej s $^1/_{10}$, až najdeš 1,

vyjde 10-krát. Počítej s těmi 10 džbány piva

10-krát, vyjde 100. Sečti těch 100 a těch 200,

vyjde 300. Počítej s 15, až najdeš 300, vyjde 20-krát.

Hle, *pesu* 20 je to, co přísluší těm 200 chlebům.

Spočítej $^1/_{10}$ z těch 20, vyjde 2.

Hle, těch 10 džbánů piva má *pesu* 2.

Nalezl's správně.

$\mathbf{^1/_{10} \times 20 = 2}$

kvalita piva

R71:

Jeden džbán piva, jehož $^{1}/_{4}$ byla odlita a nahrazena vodou pro zjemnění. Jaká je kvalita?

Převeď jeden džbán na obilí *beša*, vyjde $^{1}/_{2}$ (měřice) obilí *beša*. Odečti

$^{1}/_{4}$ z toho, tedy $^{1}/_{8}$, zbytek je $^{1}/_{4}$ $^{1}/_{8}$. Počítej s $^{1}/_{4}$ $^{1}/_{8}$, až najdeš 1, vyjde 2 $^{2}/_{3}$. *Pesu* je 2 $^{2}/_{3}$.

R71:

Jeden džbán piva, jehož $^1/_4$ byla odlita a nahrazena vodou pro zjemnění. Jaká je kvalita?

Převeď jeden džbán na obilí *beša*, vyjde $^1/_2$ (měřice) obilí *beša*. Odečti

$^1/_4$ z toho, tedy $^1/_8$, zbytek je $^1/_4$ $^1/_8$. Počítej s $^1/_4$ $^1/_8$, až najdeš 1, vyjde 2 $^2/_3$. *Pesu* je 2 $^2/_3$.

***pesu* je 2 = „**z 1 měřice obilí se vyrobí 2 džbány piva**“**

1 ÷ 2 = $^1/_2$ měřice

množství obilí použité pro vaření zadaného piva

R71:

Jeden džbán piva, jehož $^1/_4$ byla odlita a nahrazena vodou pro zjemnění. Jaká je kvalita?

Převeď jeden džbán na obilí *beša*, vyjde $^1/_2$ (měřice) obilí *beša*. Odečti

$^1/_4$ z toho, tedy $^1/_8$, zbytek je $^1/_4$ $^1/_8$. Počítej s $^1/_4$ $^1/_8$, až najdeš 1, vyjde 2 $^2/_3$. *Pesu* je 2 $^2/_3$.

$^1/_2$ měřice – ($^1/_4$ × $^1/_2$) = $^1/_2$ – $^1/_8$ = $^1/_4$ + $^1/_8$ měřice

R71:

Jeden džbán piva, jehož $^1/_4$ byla odlita a nahrazena vodou pro zjemnění. Jaká je kvalita?

Převeď jeden džbán na obilí *beša*, vyjde $^1/_2$ (měřice) obilí *beša*. Odečti

$^1/_4$ z toho, tedy $^1/_8$, zbytek je $^1/_4$ $^1/_8$. Počítej s $^1/_4$ $^1/_8$, až najdeš 1, vyjde 2 $^2/_3$. *Pesu* je 2 $^2/_3$.

$$\mathbf{1 \div ({}^1/_4 + {}^1/_8) = 2 + {}^2/_3}$$ **kvalita zředěného piva**

R67:

Metoda (výpočtu) prací pastýře. Přišel ten pastýř ke sčítání dobytka se 70 dobytčaty. Ten úředník pro sčítání dobytka pravil tomu pastýři: málo je kusů dobytka, jež přivádíš!

Kde je množství tvých početných kusů dobytka?! Ten pastýř pravil: přivedl jsem ti $^2/_3$ z $^1/_3$ z býků, kteří mi byli svěřeni. Počítej pro mne a shledáš, že jsem úplný. Postup:

1	1	1	$^1/_6$ $^1/_{18}$
$^2/_3$	$^2/_3$	2	$^1/_3$ $^1/_9$
$^1/_3$	$^1/_3$	\4	$^2/_3$ $^1/_6$ $^1/_{18}$
$^2/_3$ z $^1/_3$ z toho, je to $^1/_6$ $^1/_{18}$			\\$^1/_2$ $^1/_9$
vyděl 1 : ($^1/_6$ $^1/_{18}$)			celkem 1

Počítej	vyjde 315		$^2/_3$ z $^1/_3$ z toho
se 70:	to je to, co mu bylo svěřeno		70
spočítej	1	315	70
3 $^1/_2$ -krát	$^2/_3$	210	je to, co přivedl
	$^1/_3$ z toho 105		

R67:

Metoda (výpočtu) prací pastýře. Přišel ten pastýř ke sčítání dobytka se 70 dobytčaty. Ten úředník pro sčítání dobytka pravil tomu pastýři: málo je kusů dobytka, jež přivádíš!

Kde je množství tvých početných kusů dobytka?! Ten pastýř pravil: přivedl jsem ti $^2/_3$ z $^1/_3$ z býků, kteří mi byli svěřeni. Počítej pro mne a shledáš, že jsem úplný. Postup:

1	1	1	$^1/_6$ $^1/_{18}$
$^2/_3$	$^2/_3$	2	$^1/_3$ $^1/_9$
$^1/_3$	$^1/_3$	\4	$^2/_3$ $^1/_6$ $^1/_{18}$
$\boxed{^2/_3 \text{ z } ^1/_3 \text{ z toho, je to } ^1/_6\ ^1/_{18}}$			\\$^1/_2$ $^1/_9$
vyděl 1 : ($^1/_6$ $^1/_{18}$)			celkem 1

$$^2/_3 \times {}^1/_3 \times x = 70$$
$$({}^1/_6 + {}^1/_{18}) \times x = 70$$

Počítej	vyjde 315		$^2/_3$ z $^1/_3$ z toho
se 70:	to je to, co mu bylo svěřeno		70
spočítej	1	315	70
3 $^1/_2$ -krát	$^2/_3$	210	je to, co přivedl
	$^1/_3$ z toho 105		

R67:

Metoda (výpočtu) prací pastýře. Přišel ten pastýř ke sčítání dobytka se 70 dobytčaty. Ten úředník pro sčítání dobytka pravil tomu pastýři: málo je kusů dobytka, jež přivádíš!

Kde je množství tvých početných kusů dobytka?! Ten pastýř pravil: přivedl jsem ti $^2/_3$ z $^1/_3$ z býků, kteří mi byli svěřeni. Počítej pro mne a shledáš, že jsem úplný. Postup:

1	1
$^2/_3$	$^2/_3$
$^1/_3$	$^1/_3$

$^2/_3$ z $^1/_3$ z toho, je to $^1/_6$ $^1/_{18}$

vyděl 1 : ($^1/_6$ $^1/_{18}$)

1	$^1/_6$ $^1/_{18}$	
2	$^1/_3$ $^1/_9$	
\4	$^2/_3$ $^1/_6$ $^1/_{18}$	
	\\$^1/_2$	$^1/_9$
	celkem	1

$$1 \div (^1/_6 + {}^1/_{18}) = 4 + {}^1/_2$$

Počítej	vyjde 315		$^2/_3$ z $^1/_3$ z toho
se 70:	to je to, co mu bylo svěřeno		70
spočítej	1	315	70
3 $^1/_2$ -krát	$^2/_3$	210	je to, co přivedl
	$^1/_3$ z toho 105		

R67:

Metoda (výpočtu) prací pastýře. Přišel ten pastýř ke sčítání dobytka se 70 dobytčaty. Ten úředník pro sčítání dobytka pravil tomu pastýři: málo je kusů dobytka, jež přivádíš!

Kde je množství tvých početných kusů dobytka?! Ten pastýř pravil: přivedl jsem ti $^2/_3$ z $^1/_3$ z býků, kteří mi byli svěřeni. Počítej pro mne a shledáš, že jsem úplný. Postup:

1	1	1	$^1/_6$ $^1/_{18}$
$^2/_3$	$^2/_3$	2	$^1/_3$ $^1/_9$
$^1/_3$	$^1/_3$	\4	$^2/_3$ $^1/_6$ $^1/_{18}$

$^2/_3$ z $^1/_3$ z toho, je to $^1/_6$ $^1/_{18}$ \ $^1/_2$ $^1/_9$

vyděl 1 : ($^1/_6$ $^1/_{18}$) celkem 1

$$70 \times (4 + {}^1/_2) = 315 = x$$

Počítej se 70: spočítej $4\ ^1/_2$ -krát

vyjde 315 to je to, co mu bylo svěřeno

1	315
$^2/_3$	210
$^1/_3$ z toho	105

$^2/_3$ z $^1/_3$ z toho

70

70

je to, co přivedl

R67:

Metoda (výpočtu) prací pastýře. Přišel ten pastýř ke sčítání dobytka se 70 dobytčaty. Ten úředník pro sčítání dobytka pravil tomu pastýři: málo je kusů dobytka, jež přivádíš!

Kde je množství tvých početných kusů dobytka?! Ten pastýř pravil: přivedl jsem ti $^2/_3$ z $^1/_3$ z býků, kteří mi byli svěřeni. Počítej pro mne a shledáš, že jsem úplný. Postup:

1	1	1	$^1/_6$ $^1/_{18}$
$^2/_3$	$^2/_3$	2	$^1/_3$ $^1/_9$
$^1/_3$	$^1/_3$	\4	$^2/_3$ $^1/_6$ $^1/_{18}$
$^2/_3$ z $^1/_3$ z toho, je to $^1/_6$ $^1/_{18}$			\\$^1/_2$ $^1/_9$
vyděl 1 : ($^1/_6$ $^1/_{18}$)			celkem 1

$^2/_3 \times {}^1/_3 \times 315 = 70$

zkouška

Počítej	vyjde 315		
se 70:	to je to, co mu bylo svěřeno		
spočítej	1	315	
4 $^1/_2$ -krát	$^2/_3$	210	
	$^1/_3$ z toho	105	

$^2/_3$ z $^1/_3$ z toho

70

70

je to, co přivedl

R 65:

Metoda výpočtu 100 chlebů pro 10 mužů, lodník, velitel a dveřník mají dvojnásobek.

Řešení: sečti to, co je lidí mužstva, vyjde 13. Počítej

se 13, až najdeš těch 100 chlebů, vyjde 7 $^{2}/_{3}$ $^{1}/_{39}$. Řekni: toto je to,

co náleží

těm 7 mužům, lodník

velitel

dveřník mají dvojnásobek.

.7 $^{2}/_{3}$ $^{1}/_{39}$	.7 $^{2}/_{3}$ $^{1}/_{39}$	lodník 15 $^{1}/_{3}$ $^{1}/_{26}$ $^{1}/_{78}$
.7 $^{2}/_{3}$ $^{1}/_{39}$	.7 $^{2}/_{3}$ $^{1}/_{39}$	velitel 15 $^{1}/_{3}$ $^{1}/_{26}$ $^{1}/_{78}$
.7 $^{2}/_{3}$ $^{1}/_{39}$	.7 $^{2}/_{3}$ $^{1}/_{39}$	dveřník 15 $^{1}/_{3}$ $^{1}/_{26}$ $^{1}/_{78}$,
		celkem 100.

R 65:

Metoda výpočtu 100 chlebů pro 10 mužů, lodník, velitel a dveřník mají dvojnásobek.

Řešení: sečti to, co je lidí mužstva, vyjde 13. Počítej

se 13, až najdeš těch 100 chlebů, vyjde 7 $^2/_3$ $^1/_{39}$. Řekni: toto je to,

co náleží

10 + 3 = 13 podílů

těm 7 mužům, lodník

velitel

dveřník mají dvojnásobek.

.7 $^2/_3$ $^1/_{39}$	.7 $^2/_3$ $^1/_{39}$	lodník 15 $^1/_3$ $^1/_{26}$ $^1/_{78}$
.7 $^2/_3$ $^1/_{39}$	.7 $^2/_3$ $^1/_{39}$	velitel 15 $^1/_3$ $^1/_{26}$ $^1/_{78}$
.7 $^2/_3$ $^1/_{39}$	.7 $^2/_3$ $^1/_{39}$	dveřník 15 $^1/_3$ $^1/_{26}$ $^1/_{78}$,
		celkem 100.

R 65:

Metoda výpočtu 100 chlebů pro 10 mužů, lodník, velitel a dveřník mají dvojnásobek.

Řešení: sečti to, co je lidí mužstva, vyjde 13. Počítej se 13, až najdeš těch 100 chlebů, vyjde 7 $^{2}/_{3}$ $^{1}/_{39}$. Řekni: toto je to,

co náleží

$100 \times 13 = 7 + {}^{2}/_{3} + {}^{1}/_{39}$
jeden podíl

těm 7 mužům, lodník

velitel

dveřník mají dvojnásobek.

.7 $^{2}/_{3}$ $^{1}/_{39}$	.7 $^{2}/_{3}$ $^{1}/_{39}$	lodník 15 $^{1}/_{3}$ $^{1}/_{26}$ $^{1}/_{78}$
.7 $^{2}/_{3}$ $^{1}/_{39}$	.7 $^{2}/_{3}$ $^{1}/_{39}$	velitel 15 $^{1}/_{3}$ $^{1}/_{26}$ $^{1}/_{78}$
.7 $^{2}/_{3}$ $^{1}/_{39}$	.7 $^{2}/_{3}$ $^{1}/_{39}$	dveřník 15 $^{1}/_{3}$ $^{1}/_{26}$ $^{1}/_{78}$,
		celkem 100.

R 65:

Metoda výpočtu 100 chlebů pro 10 mužů, lodník, velitel a dveřník mají dvojnásobek.

Řešení: sečti to, co je lidí mužstva, vyjde 13. Počítej

se 13, až najdeš těch 100 chlebů, vyjde 7 $^2/_3$ $^1/_{39}$. Řekni: toto je to,

$(7+ {}^2/_3+ {}^1/_{39}) \times 2 =$

$= 15+{}^1/_3+{}^1/_{26}+{}^1/_{78}$

podíl nadřízených

co náleží

těm 7 mužům,

lodník

velitel

dveřník mají dvojnásobek.

.7 $^2/_3$ $^1/_{39}$	.7 $^2/_3$ $^1/_{39}$	lodník 15 $^1/_3$ $^1/_{26}$ $^1/_{78}$
.7 $^2/_3$ $^1/_{39}$	.7 $^2/_3$ $^1/_{39}$	velitel 15 $^1/_3$ $^1/_{26}$ $^1/_{78}$
.7 $^2/_3$ $^1/_{39}$	.7 $^2/_3$ $^1/_{39}$	dveřník 15 $^1/_3$ $^1/_{26}$ $^1/_{78}$,
		celkem 100.

R79

Domácnost:

		domy	7
		kočky	49
1	2801	myši	343
2	5602	pšenice	2301*sic*
4	11204	ječmen	16807
celkem	19607	celkem	19607

R79

Domácnost:

		domy	7
		kočky	49
1	2801	myši	343
2	5602	pšenice	2301 *sic*
4	11204	ječmen	16807
celkem	19607	celkem	19607

geometrická posloupnost, jejíž součet je 19607

R79

Domácnost:

1	2801
2	5602
4	11204
celkem	19607

domy	7
kočky	49
myši	343
pšenice	2301 *sic*
ječmen	16807
celkem	19607

$$\mathbf{2801 = 16806 \div 6}$$

$$\mathbf{16806 = 16807 - 1 = q^n - 1}$$

$$\mathbf{6 = 7 - 1 = q - 1}$$

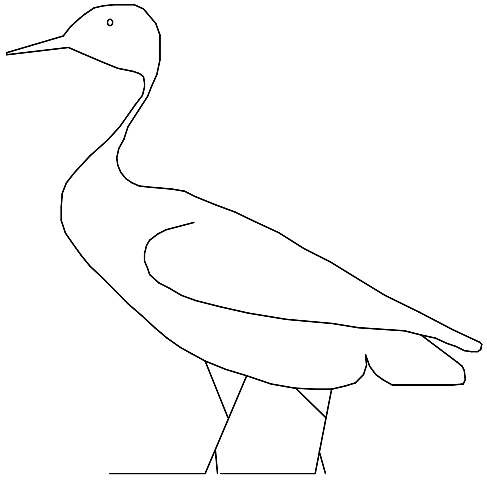
$$\mathbf{7 \times 2801 = 19607}$$

$$\mathbf{s = x \times (q^n - 1) \div (q - 1)}$$

R82:

Množství toho, co spořádá vykrmovaná husa:

10 husí	1 $^1/_4$ měřice
spočítáno na 10 dní	12 $^1/_4$ měřice
na 40 dní	50 měřic
spočítat obilí ve 2-měřice	23 $^1/_2$ $^1/_4$ $^1/_8$ měřice + 4 $^1/_4$ $^1/_6$ $^1/_6$ *ro*



Děkuji za pozornost

Matematika v Mezopotamii

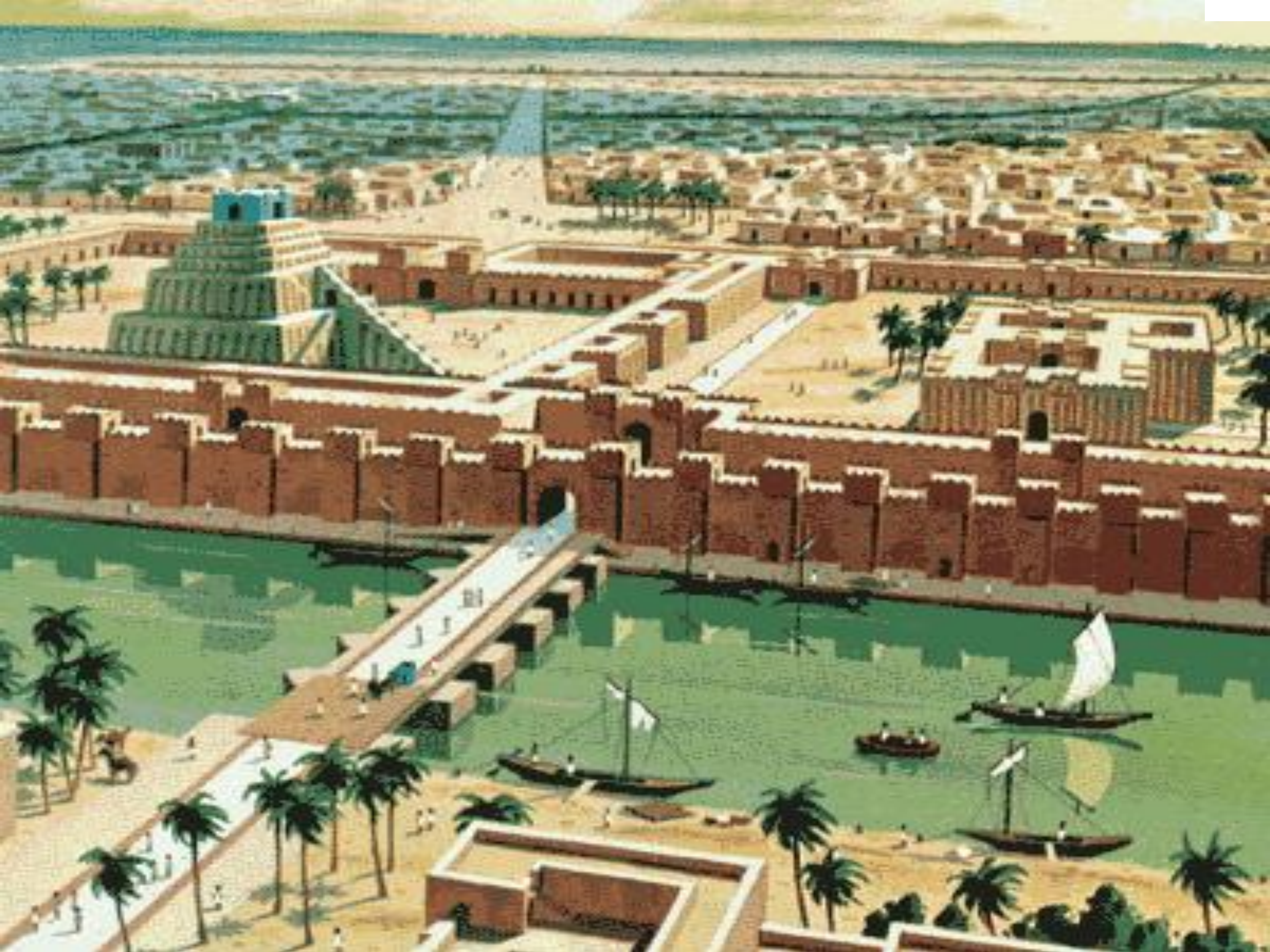
Eduard Fuchs

HISTORIE MATEMATIKY
prezentace 2

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
UNIVERSITAS MASARYKIANA BRUNENSIS
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Chronologie Mezopotámie (*middle chronology*)

- Obejdská kultura: přibližně 5300-4000
- Uruk: přibližně 4000-3000
- Klasická sumerská civilizace: asi 3000 - asi 2335
- Sargon z Akkadu a jeho nástupci: asi 2335-2250



Staroasyrská říše: 1813-1781
sahala od pohoří Zagros až ke střednímu Eufratu. Král Išme-Dagan byl poražen babylónským králem Chammurapim, který Asýrii připojil ke své říši

Starobabylónská říše (Chammurapi a jeho nástupci): 1792-1595 (vyplenění Babylónu chetitským králem Muršilišem I.)

Středobabylónské období: nadvláda Kassitů (kmeny z východu) v Babylónii; nastává někdy po 1595 a trvá do cca 1260, kdy je říše dobyta Elamity. Další (tj. 4.-10.) dynastie v Babylónii jsou už opět místní, protože kolem 1190 jsou Elamité vyhnáni.

Období churritské říše Mitanni v severní Mezopotámii: 1500-1400.

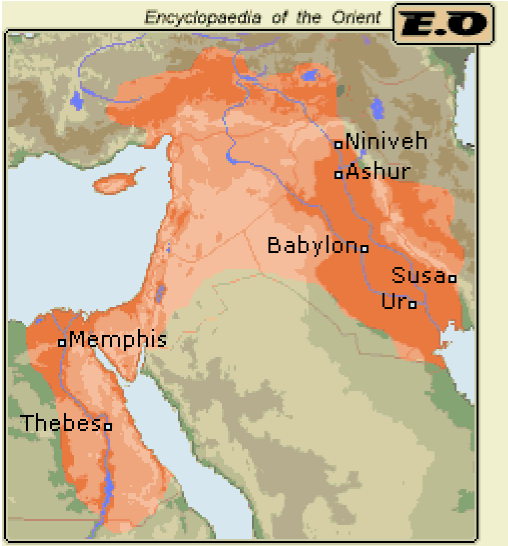
Středoasyrské období: nastává po eliminaci Mitanni (1400-912). Boje s Chetity a po pádu chetitské říše (cca 1200) opět velká říše. Kolem roku 1000 opět období nestability.

- Novoasyrská říše (cca 900 až 612)
- Novobabylónská (též chaldejská) říše (cca 625 až 539)
- Vzestup íránských národů - Médové a Peršané
- Médové (ve spojení s Babylóňany) nejprve likvidují novoasyrskou říši (612 zničení Ninive).

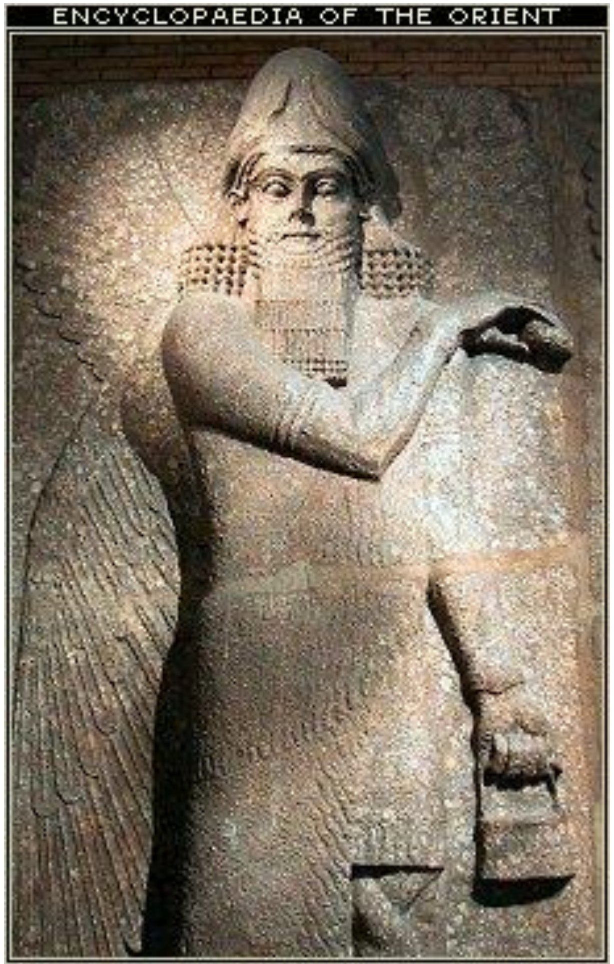
- Peršané likvidují médskou říši – 550.
- Peršané likvidují lýdskou říši a zabírají celou Anatolii – 546.
- Peršané likvidují novobabylónskou říši – 539.
- Peršané zabírají Egypt – 525.
- Vytvoření perské světové říše, která sahá až do Thrákie (dnešní Bulharsko) je dokončeno cca 500. Konflikt se státy pevninského Řecka může začít.

7. stol. př.n.l.

- knihovna asyrského krále Ašurbanipala (668 - 635/27)

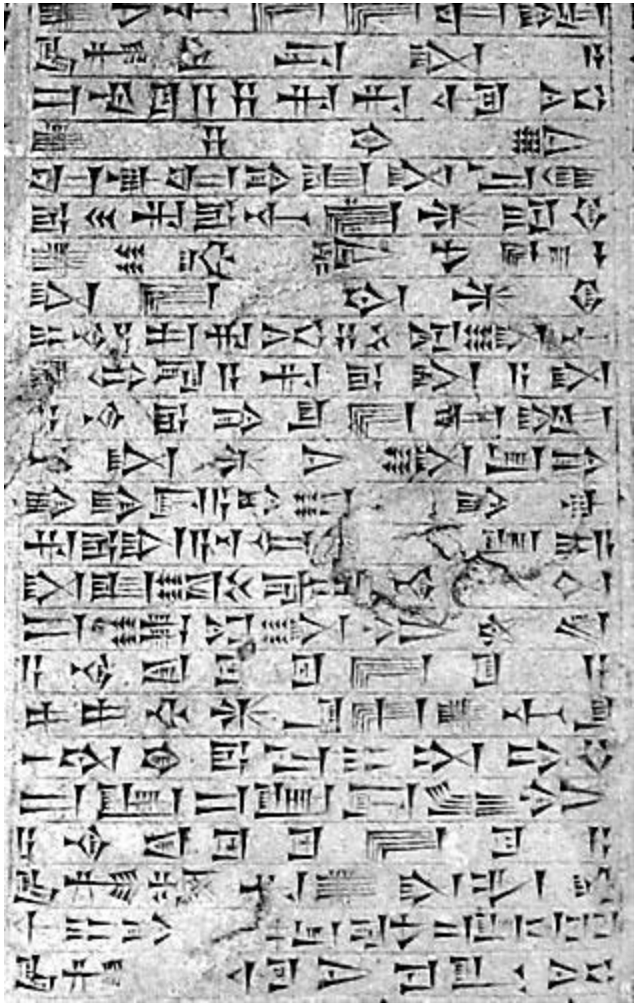


ASSYRIAN EMPIRE UNDER ASHURBANIPAL (around 650 BC)

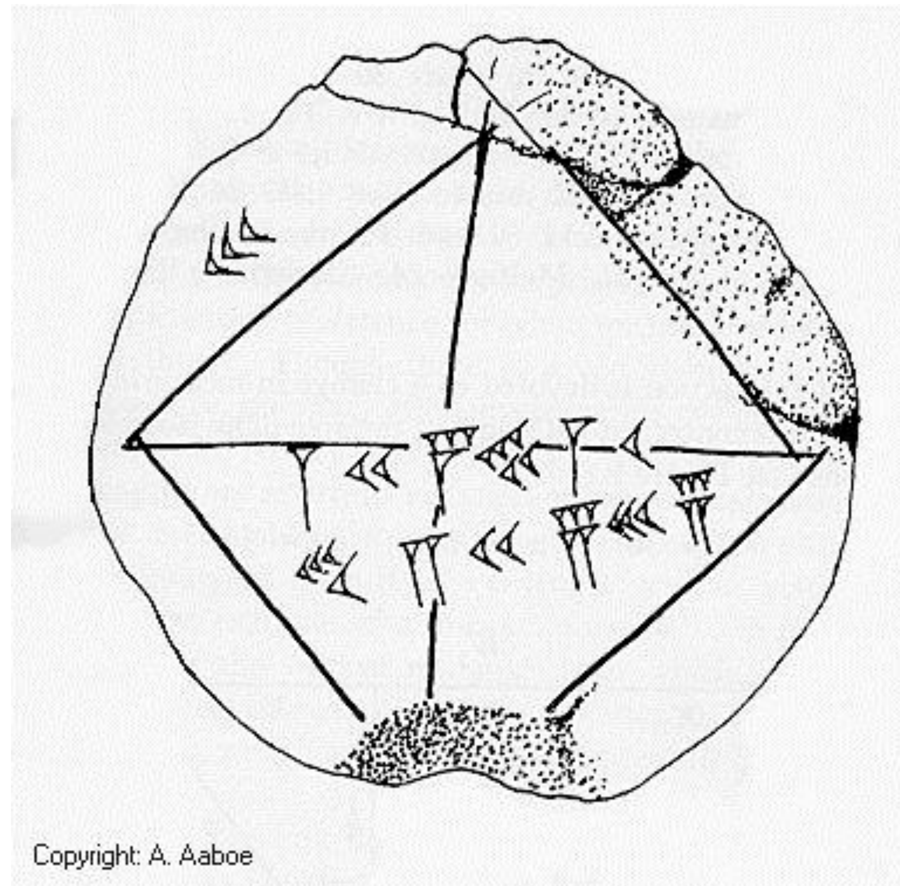


ASHURBANIPAL (from British Musuem)

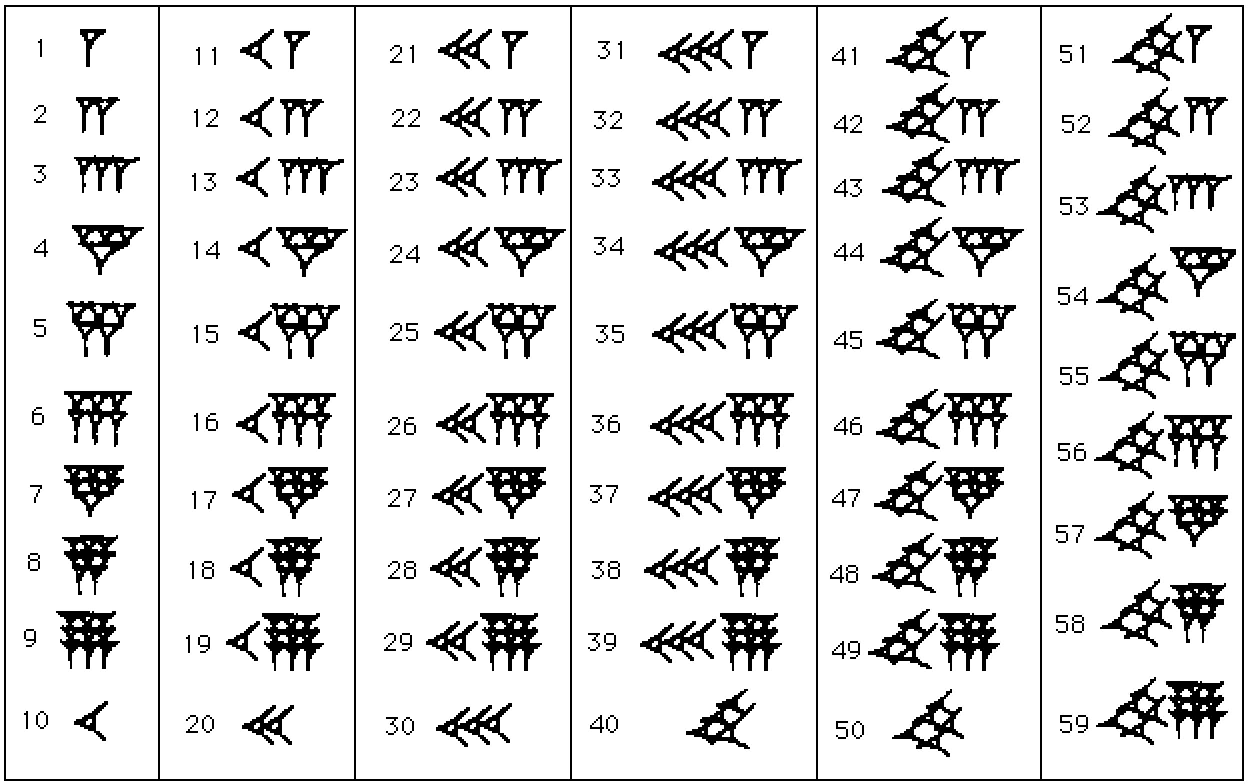
Klínové písmo



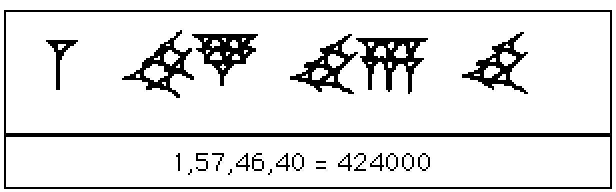
Geometrická tabulka



Babylonské číslice



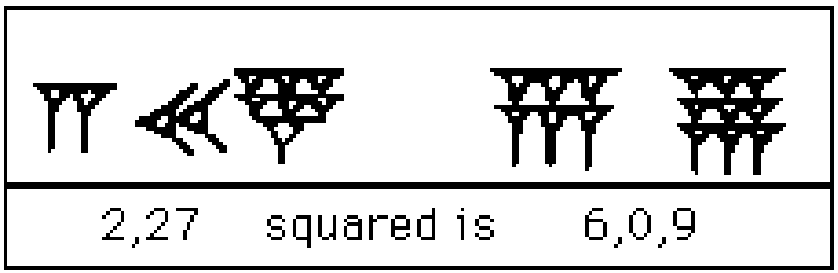
Zápisy velkých čísel



- 60 x 60 x 60 = 216 000
- 57 x 3600 = 205 200
- 46 x 60 = 2760
- 40

- 424 000

Umocňování



- 2 x 60 = 120
- 27
- ____________________
- 147
- 147 x 147 = 21 609

- 6 x 3 600 = 21 600
- 0 x 60 = 0
- 9

Pythagorova věta v Babylonu

- 4 je délka a 5 diagonála. Jaká je šířka?
- Velikost není dána.
- 4 krát 4 je 16
- 5 krát 5 je 25
- Vezmi 16 z 25 a kolik zůstane?
- Co krát co dá 9?
- 3 krát 3 je 9.
- 3 je šířka.

Děkuji za pozornost

Antická matematika

Eduard Fuchs

HISTORIE MATEMATIKY
prezentace 3

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
UNIVERSITAS MASARYKIANA BRUNENSIS
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Thalés z Milétu
(?624 - ?548)

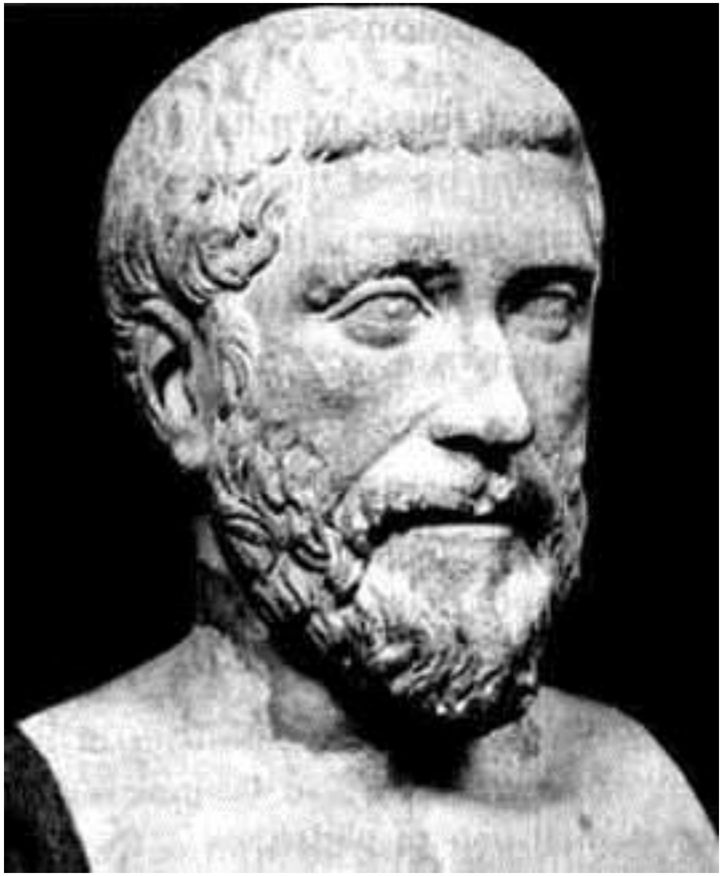
- **měří geometricky výšku pyramid, dálkoměr**
- **přináší egyptské znalosti**
- **585 př.n.l. předpovídá zatmění Slunce**

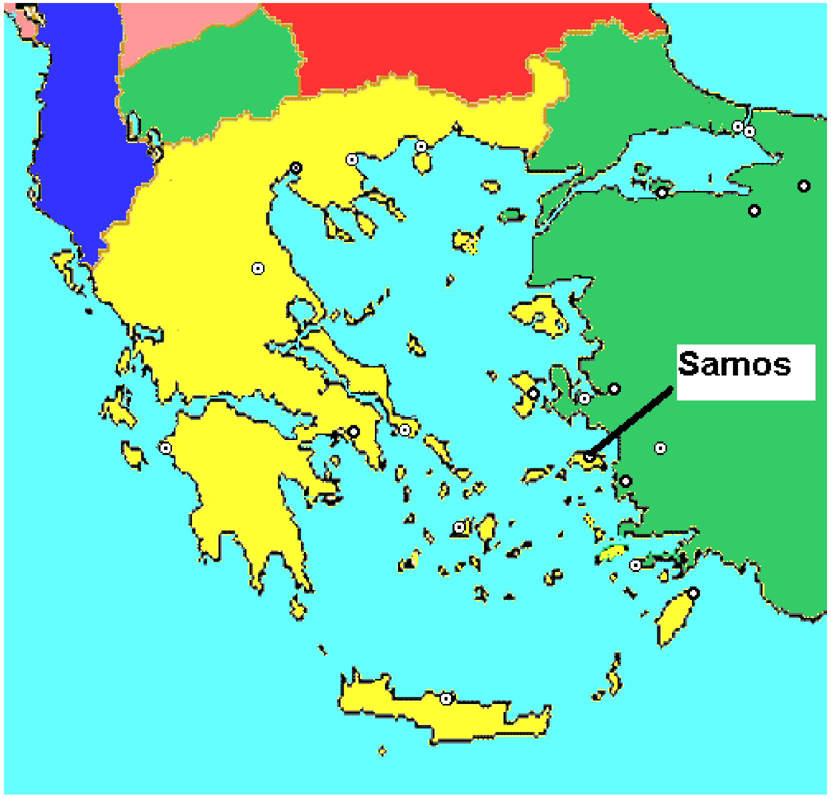
Čína a Indie 7. – 5. stol.

- Indie: *Šalvásútra* (*Pravidla provazce*)
  Pythagorova věta

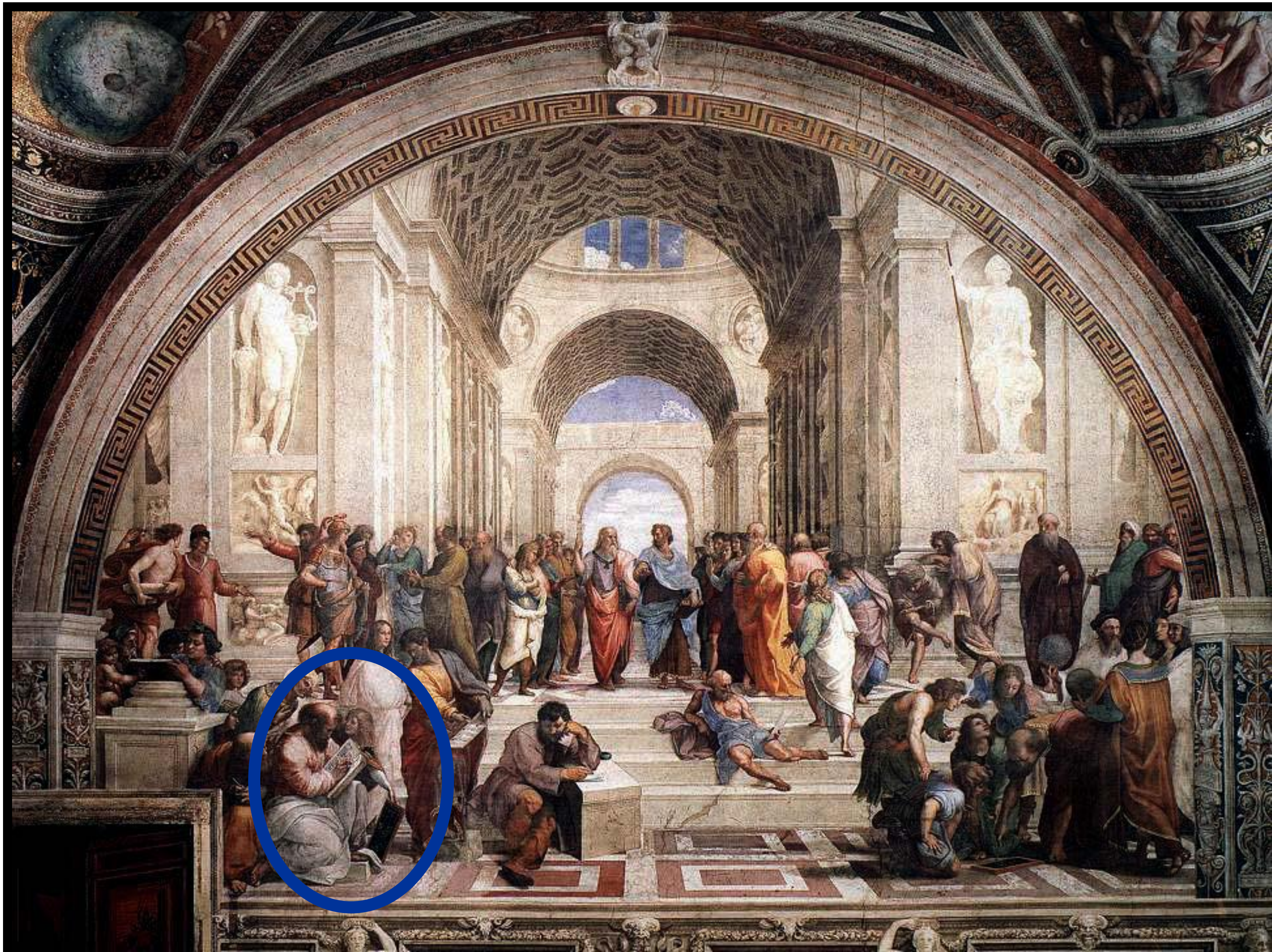
- Podle *Traktátu o měřičské holi* (2. stol. př.n.l.) znal v 6. stol. př.n.l. *Čchen-c´* obecnou formulaci Pythagorovy věty

Pythagoras ze Samu (?569 - ?475)





Rafael – Athénská škola




ΕΛΛΑΣ
ΔΡΧ.2


PITAGORA Sec. VI a.C.
SAN MARINO
1000
A. TITONEL
I.P.Z.S. - 1983
F. PEDACCHIA INC.

Kolem 533 př.n.l.

- Pythagoras zakládá školu (spolek)
- **všechno** lze popsat pomocí čísel a jejich vzájemných poměrů
- hudba, vesmír, lidské vztahy
- Pythagorova věta, pythagorejské trojice
- dokonalá čísla, spřátelená čísla
- objev iracionality
- 1. krize matematiky

Zénón z Eleje (?490–?430)

- nemožnost pohybu
- aporie

Eudoxos z Knidu (?408–?355)

- astronom a matematik
- exhaustivní metoda

Sokrates (469–399)

- Vím, že nic nevím…

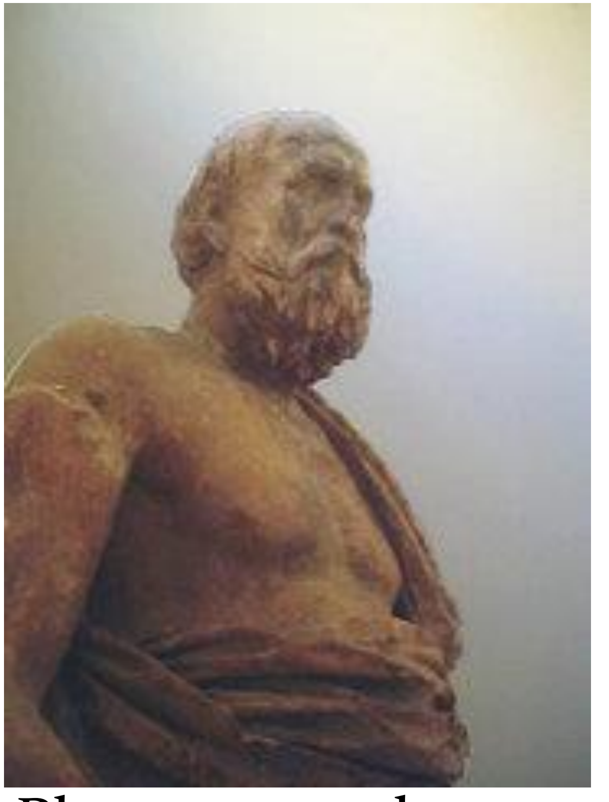
- Žádný jeho spis není dochován (respektive Sókratés žádný nenapsal)
- Známe je ze zpráv Aristotelových, Platónových či Xenofóntových

5. stol. př. n. l.

- Počátky „klasických problémů“:
  trisekce úhlu
  kvadratura kruhu
  zdvojení krychle

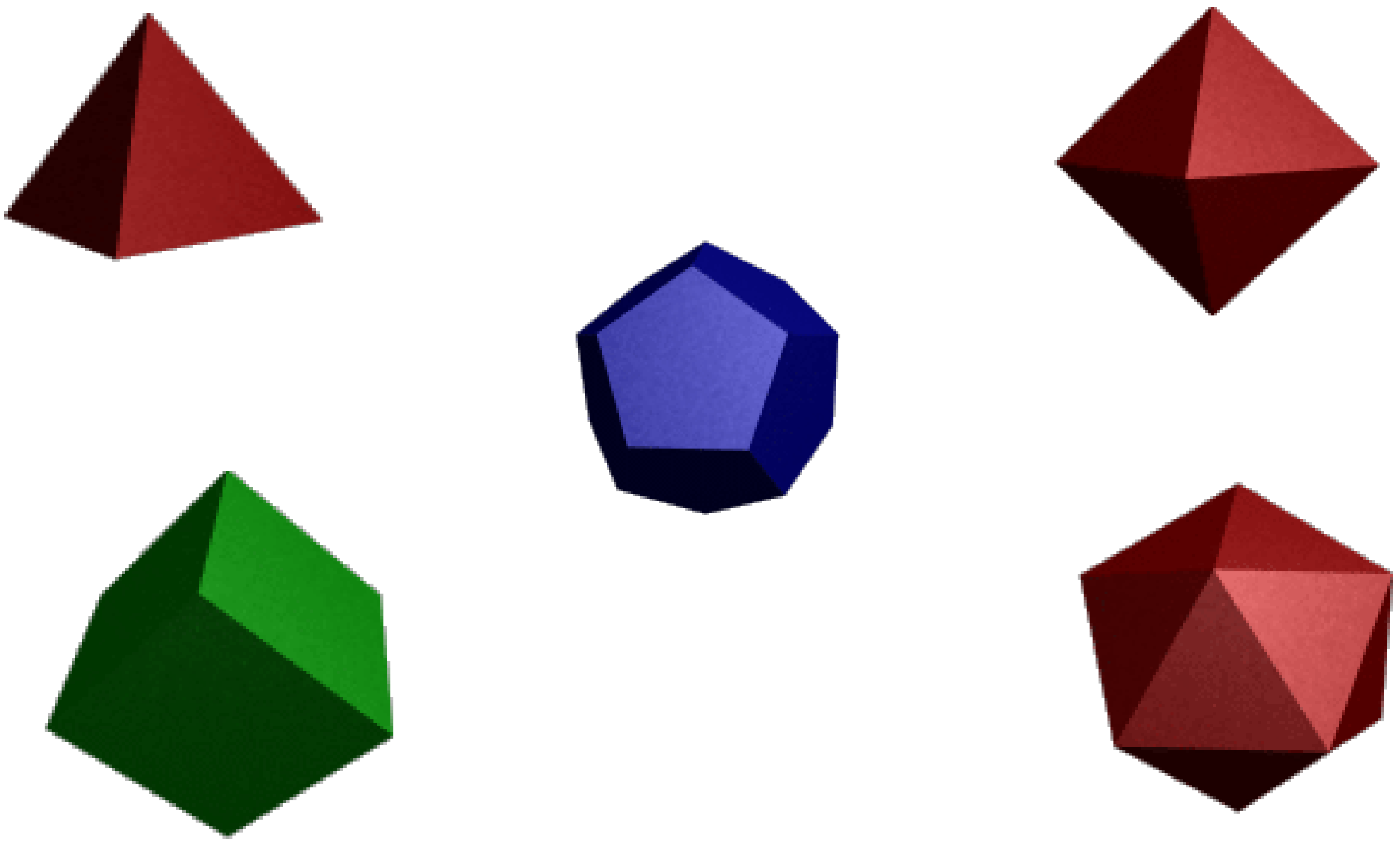
- Megarská filozofická škola – logická sofismata

Platon (427–?347)

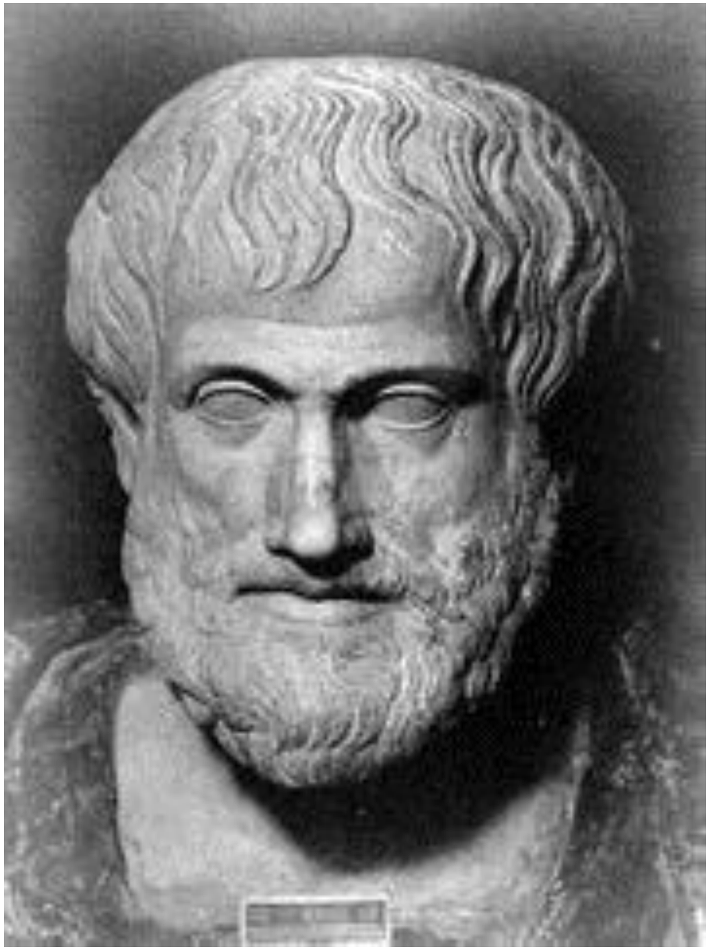


-
- Platonova socha v Delfách

Platonova tělesa



Aristoteles ze Stageiry (384–322)

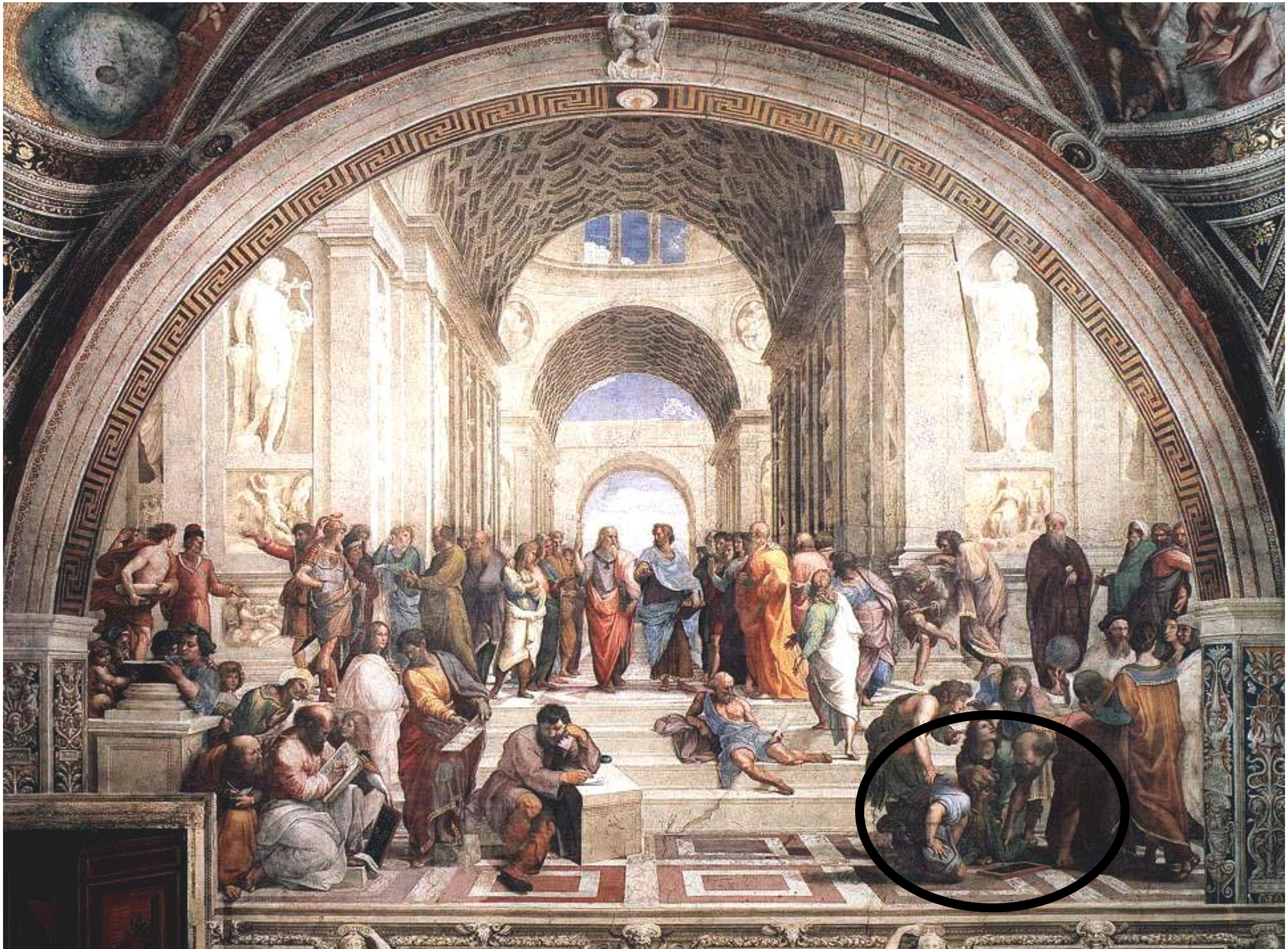



ETI

- **Spisy:**
- **logické**
- - souhrnně *Organon* (*Kategorie, O vyjadřování, Topiky, První a Druhé analytiky, O sofistických důkazech*)
- **přírodní filosofie a psychologie**
- - *Fysika* (Peri fyseós), *O nebi*, *O vzniku a zániku*, *O duši*, spisy o životě zvířat
- ***Metafysika***
- - název pochází od Andronika Rhodského, pořadatele spisů (asi 70 př.n.l.)
- **spisy z oblasti etiky a politiky**
- - *Etika Níkomachova*, *Etika Eudémova*, *Magna Moralia*; *Politika*, *Athénská ústava*.
- ***Poetika, Rétorika*.**

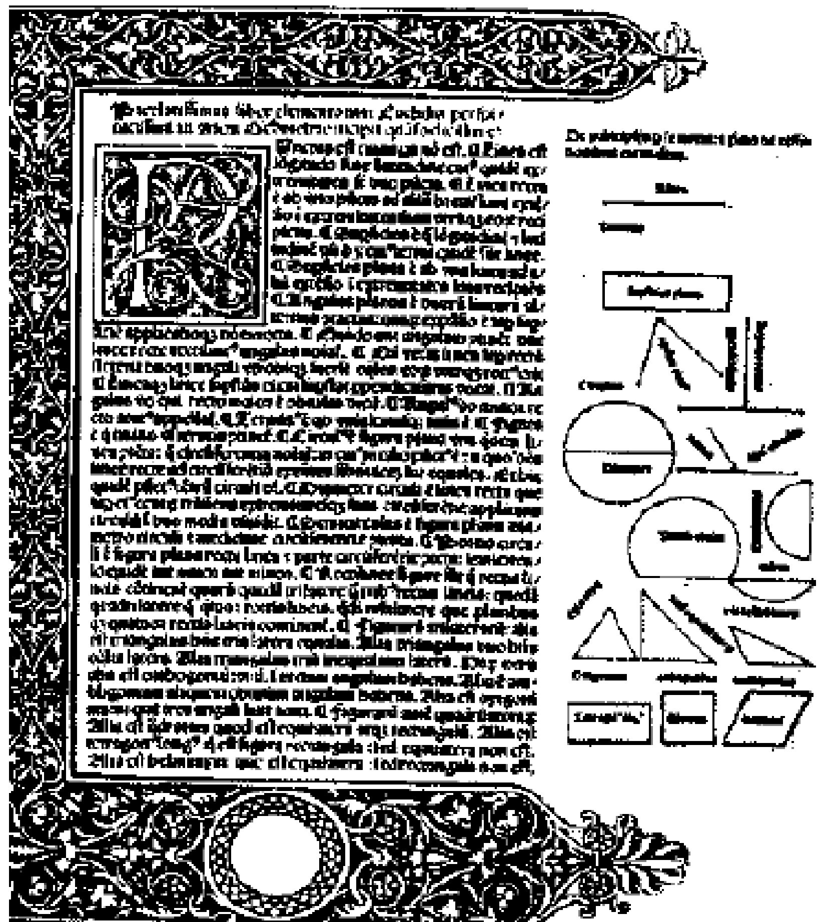
- Hlavní význam pro matematiku:
- princip výstavby deduktivních teorií

Eukleidés z Alexandrie (?340–?280)



Řecký rukopis *Základů* cca 9. stol.

Vydání *Základů* z r. 1482

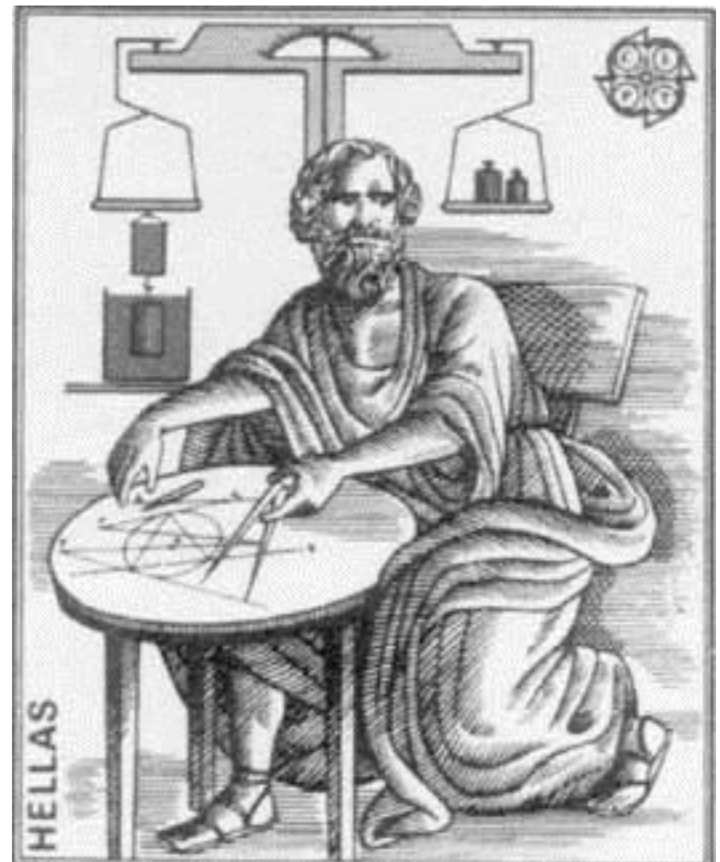


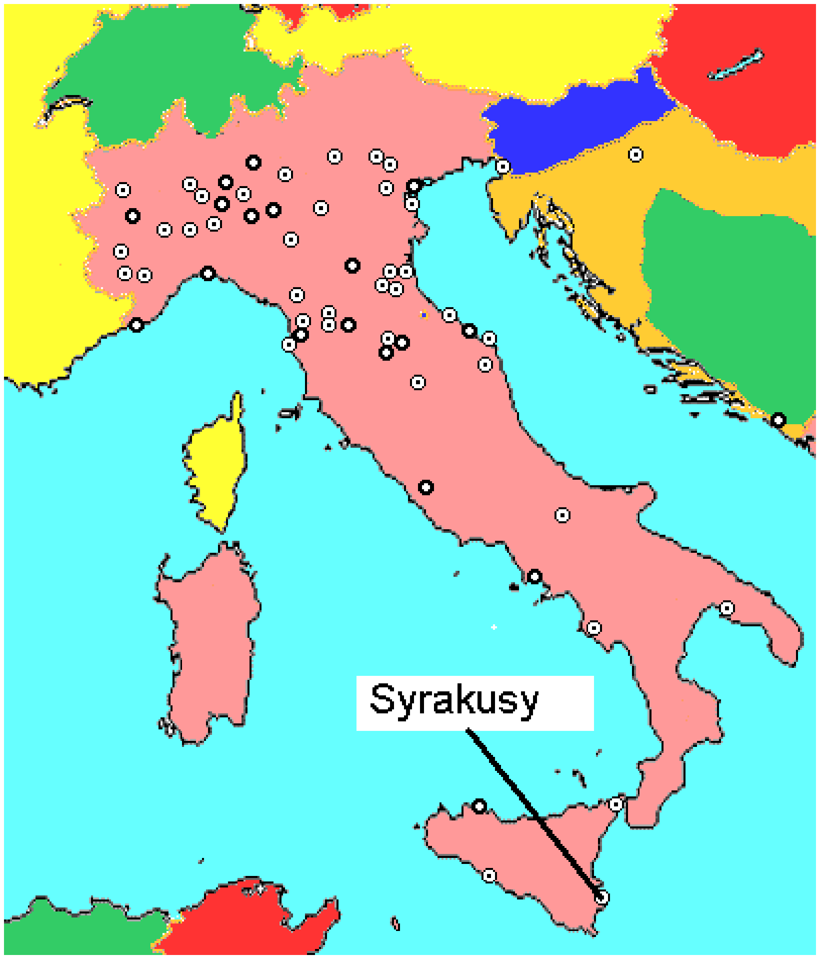
Eratosthenes (?276–?194)

- Eratosthenovo síto
- spočítal délku poledníku (někdy se uvádí
  39 690 km)
-

  nejasná jednotka

Archimedes (?287–212)




Syrakusy


EUROPA
ARCHIMEDE
ITALIA
500

Apollonios z Pergé (?262–?190)

Hlavní dílo:

Kóniká

(Kuželosečky)

2. stol. př. n. l.

- v Číně vzniká matematicko-astronomický *Traktát o měřičské holi* a *Matematika v devíti knihách*, učebnice pro státní úředníky

- v Indii znají kombinační čísla a řeší některé kombinatorické úlohy

Matematika v devíti knihách

- 1. Výpočty obsahů polí různých tvarů (základní číselné operace)
- 2. Úlohy o výměně obilnin (trojčlenka)
- 3. Rozdělování zboží (aritmetická a geometrická posloupnost)
- 4. Problematika obsahů polí (druhá a třetí mocnina, infinitezimální úvahy)
- 5. Stavitelské úlohy – ocenění pracnosti (výpočty objemů těles)
- 6. Praktické problémy obchodu
- 7. Úlohy řešené metodou falešného předpokladu – metoda přebytku a nedostatku
- 8. Úlohy řešené pomocí soustav lineárních rovnic
- 9. Úlohy vedoucí na řešení pravoúhlého trojúhelníka

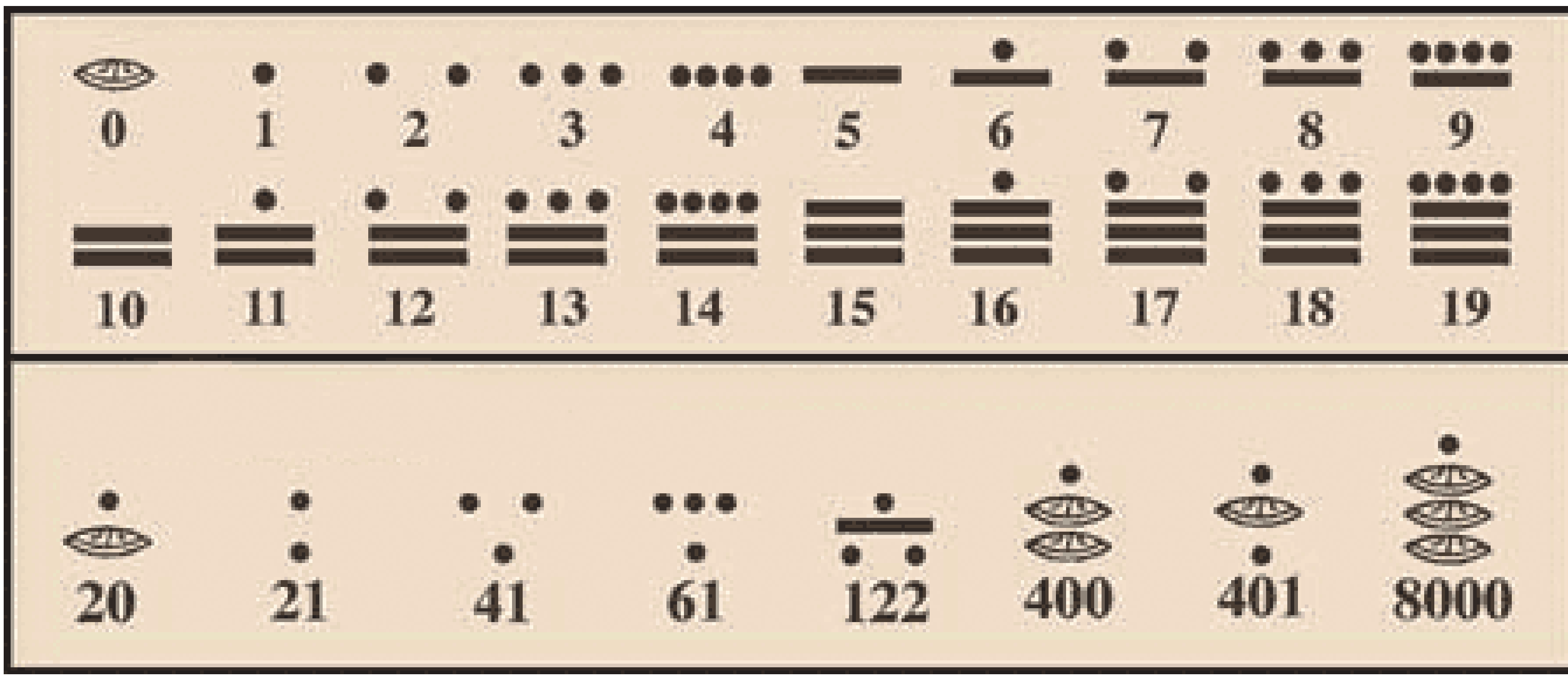
Mayové

- *Mayská kultura se začala formovat v letech 1500-800 př. Kr. a postupně se rozšířila na území celé Guatemaly, jihovýchodního Mexika, Belize, Salvadoru a západního Hondurasu. Vyspělá mayská civilizace vznikala syntézou různých kulturních proudů. Vnějším výrazem kulturně-hospodářského vzestupu byla výstavba rozsáhlých chrámových měst, užívání vlastního hieroglyfického písma, úspěchy v astronomii, rozvoj literatury, umění, řemesel i obchodu.*

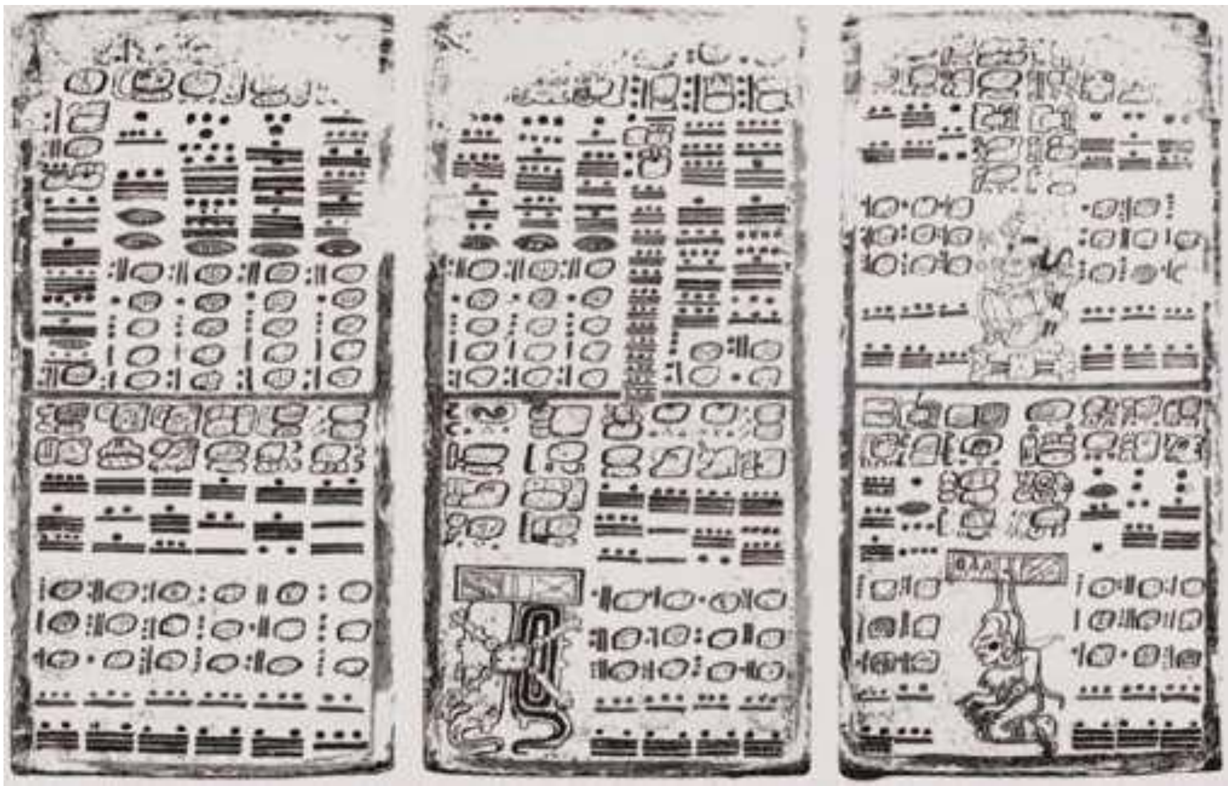
1. stol. př. n. l.

Mayové mají vypracovaný kalendář

- dvacítková soustava



Drážďanský kodex (11. stol.)



- **Kodex představuje pruh papíru dlouhý 3,5 m, poskládaný do 39 listů (má 78 stran o rozměrech 8,5 × 20,5 cm). Papírovina byla získávána z kůry divoce rostoucího fíkovníku. Předpokládá se, že kodex vznikl na Yucatanu jako přepis originálu. Základním obsahem rukopisu jsou popisy 260denního posvátného cyklu (tzolkinu) s rituály, které se měly v příslušný den konat. Velká pozornost je věnována vyobrazením bohů a obřadům na jejich počest. Závažná jsou mayská data a početní tabulky obsahující závěry astronomických pozorování. Vše je doplněno hieroglyfickými texty. Drážďanský kodex obsahuje řadu mayských dat a tabulek sledujících východy a západy planet, vzájemné konjunkce planet, délku tropického roku v rozmezí až 34 000 let.**

Hérón z Alexandrie (?10–?75)

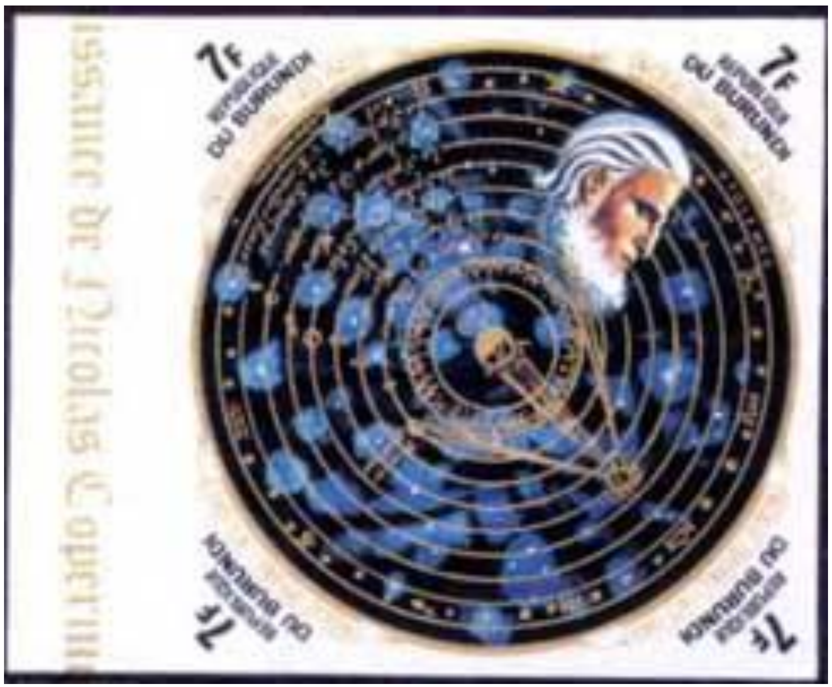
- v díle *Metrika* shrnuje řeckou matematiku
- „Hérónův“ vzorec znal již Archimédés

$\pi = \sqrt{10}$

Čang – Cheng (78–139)

$$\pi = \sqrt{10}$$

Klaudios Ptolemaios (?85–?165)



- *Megalé syntaxis*
- (*Velká stavba*)

- Přesnost překonána až
  v 16. století

Diofantos (325–410)

- Narozen v Alexandrii
- Hlavní dílo *Aritmetika*

Proklos (410–485)

- „Důkaz“ 5. postulátu
- *Přímka, která protíná jednu z neprotínajících se přímek, protíná i druhou přímku.*
- Při důkazu učinil předpoklad, že když se dvě přímky neprotínají, je vzdálenost bodů jedné od druhé shora omezená. (Ekvivalentní s 5. postulátem.)

Anicius Manlius Severinus Boethius (kolem 480–524)

- římský filozof
- přeložil úryvky z Eukleidových *Základů*

Obraz Aritmetiky
z *Margarita Philosophica* (1503)

- Za stoly sedí Boetius a Pythagoras

Brahmagupta (580–675)

- *618 Brahmasphutasiddhanta* (Otevírání světa)
- Pravidla pro počítání s nulou a se zápornými čísly

Děkuji za pozornost

Matematika a nekonečno

Eduard Fuchs

HISTORIE MATEMATIKY
prezentace 4

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
UNIVERSITAS MASARYKIANA BRUNENSIS
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- Ztratili jsme „strach z nekonečna“
- **1, 2**

- Ztratili jsme „strach z nekonečna“
- **1, 2, 3**

- Ztratili jsme „strach z nekonečna“
- **1, 2, 3, …, 10**

- Ztratili jsme „strach z nekonečna“
- **1, 2, 3, ..., 10, ..., 100**

- Ztratili jsme „strach z nekonečna“
- **1, 2, 3, ..., 10, ..., 100, ..., 1 000**

- Ztratili jsme „strach z nekonečna“
- **1, 2, 3, …, 10, …, 100, …, 1 000,**

  …, 10^6

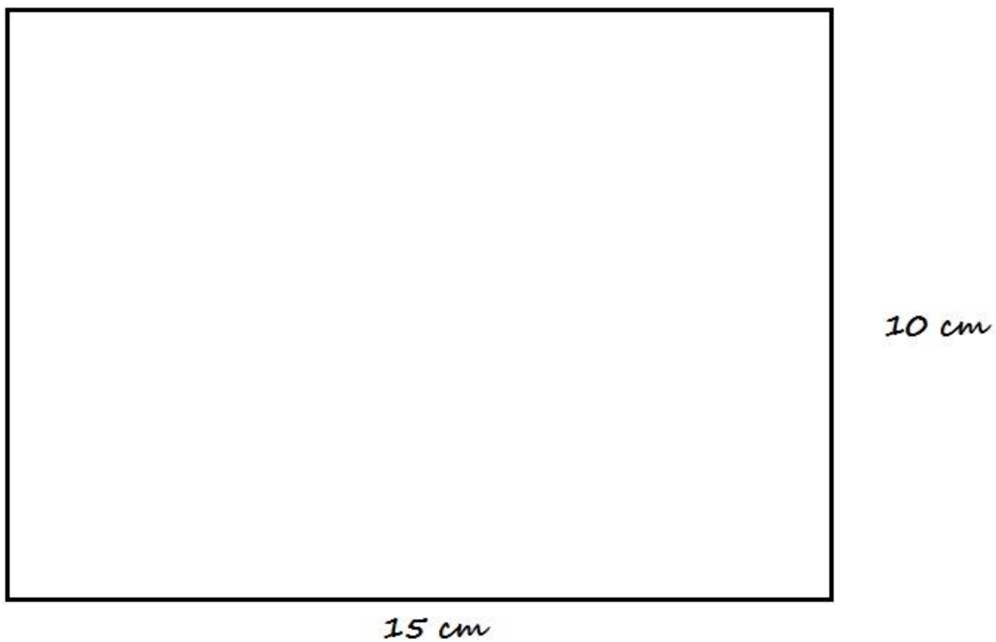
- Ztratili jsme „strach z nekonečna“
- **1, 2, 3, ..., 10, ..., 100, ..., 1 000,**

  ..., 10^6, ..., 10^{100}

- Ztratili jsme „strach z nekonečna“
- **1, 2, 3, ..., 10, ..., 100, ..., 1 000,**

  ..., 10^6, ..., 10^{100}, ..., $10^{1\,000\,000}$, ...

Umíme si představit množinu všech těchto čísel?



Rozdělíme na $2^{1\,500\,000}$ čtverečků

- Co na vzniklých fotografiích bude?

- VŠECHNO!

Vyrobme si takové album

- Fotografií tam bude $2^{1\,500\,000}$
- Stáří vesmíru je cca 2^{60} sekund
- Počet atomů ve vesmíru je cca 2^{317}

- Můře šimpanz napsat Harry Pottera?

Antika

- Různé typy nekonečen
- Některé typy mohou zkoumat lidé
- Některá nekonečna „vidí“ jen bohové
- 1

Antika

- Různé typy nekonečen
- Některé typy mohou zkoumat lidé
- Některá nekonečna „vidí“ jen bohové
- 1, 2

Antika

- Různé typy nekonečen
- Některé typy mohou zkoumat lidé
- Některá nekonečna „vidí“ jen bohové
- 1, 2, 3

Antika

- Různé typy nekonečen
- Některé typy mohou zkoumat lidé
- Některá nekonečna „vidí“ jen bohové
- 1, 2, 3, 4

Antika

- Různé typy nekonečen
- Některé typy mohou zkoumat lidé
- Některá nekonečna „vidí“ jen bohové
- 1, 2, 3, 4, ..., n,

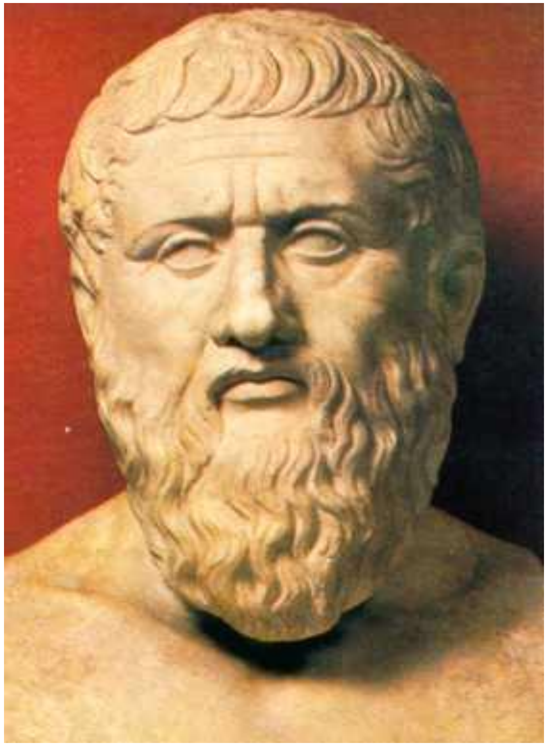
Antika

- Různé typy nekonečen
- Některé typy mohou zkoumat lidé
- Některá nekonečna „vidí“ jen bohové
- 1, 2, 3, 4, ..., n, n + 1, ...

Antika

- Různé typy nekonečen
- Některé typy mohou zkoumat lidé
- Některá nekonečna „vidí“ jen bohové
- 1, 2, 3, 4, ..., n, n + 1, ...
- N = {1, 2, 3, 4, ..., n, n + 1, ...}

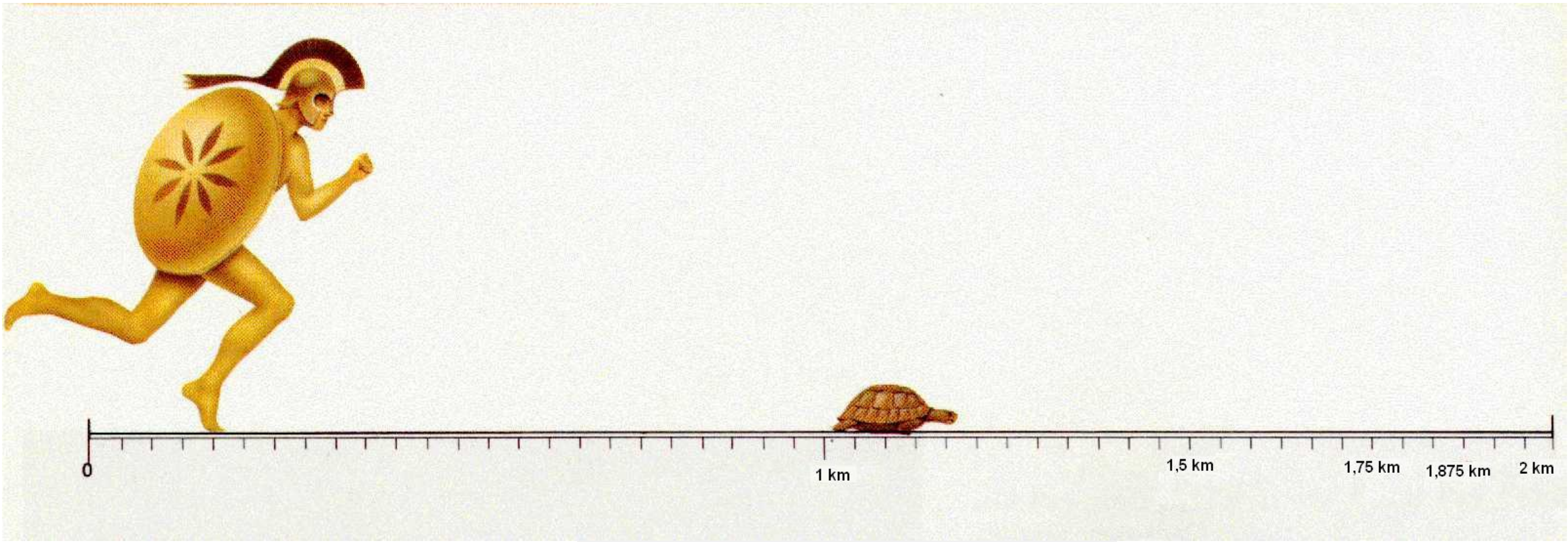
Je prostor a čas nekonečně dělitelný?

- 

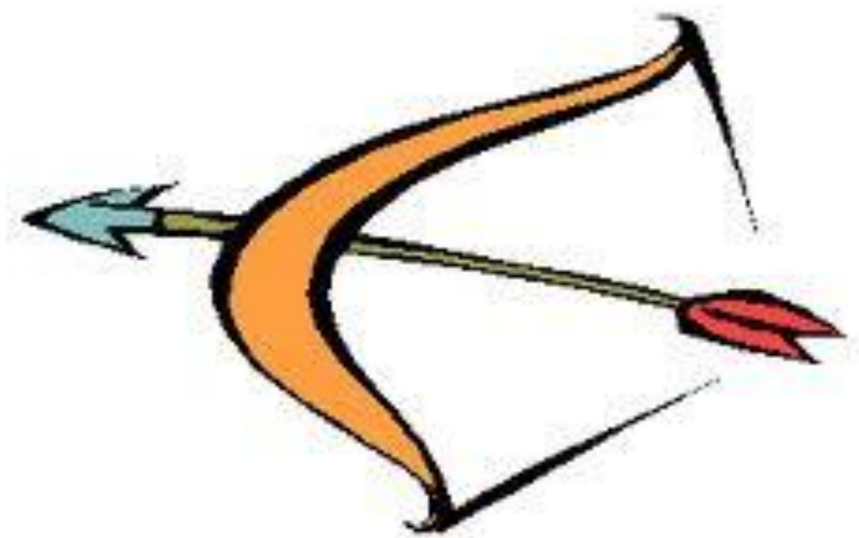
Zénón z Eleje
(490? – 430?)

Aporie pohybu

Achilleus a želva



Letící šíp



Důsledek?

- Strach z nekonečna
- Antický vesmír je konečný

17. století

- 
- Galileo Galilei (1564 – 1642)

- Má smysl porovnávat nekonečné množiny podle velikosti?

- Je víc přirozených nebo celých čísel?
- Je víc racionálních nebo iracionálních čísel?
- Je víc bodů na přímce nebo v rovině?
- Na které úsečce je více bodů? Na úsečce dlouhé 1 cm nebo 1 km?

GALILEI

- 1
- 1

GALILEI

- 1 2
- 1 4

GALILEI

- 1 2 3
- 1 4 9

GALILEI

- 1 2 3 4
- 1 4 9 16

GALILEI

- 1 2 3 4 5
- 1 4 9 16 25

GALILEI

- 1   2   3   4   5   ....
- 1   4   9   16   25   ....

GALILEI

- 1   2   3   4   5   ....
- 1   4   9   16   25   ....

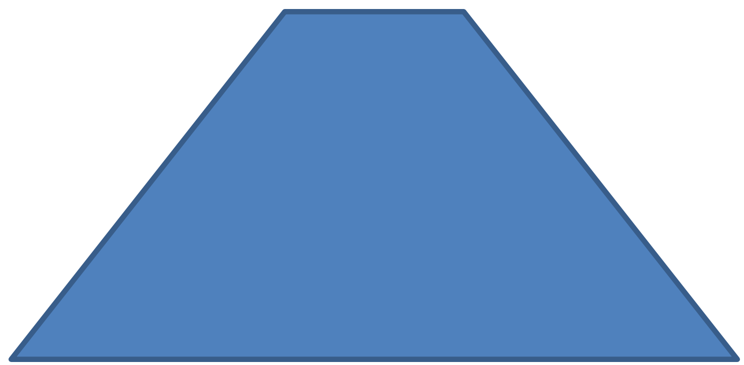
GALILEI

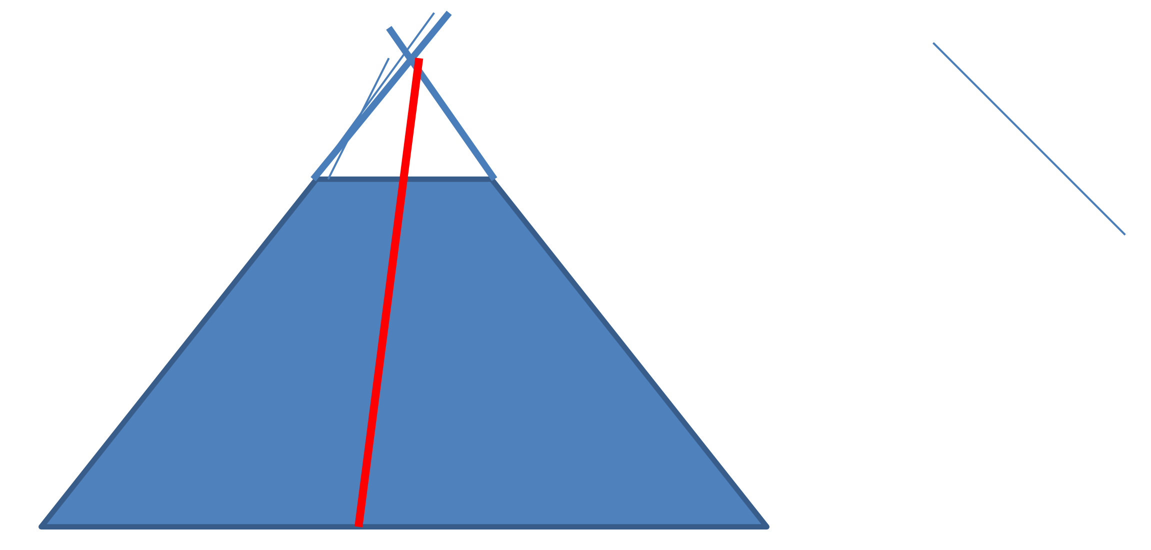
- 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ....
- 1 4 9 16 25 ....

GALILEI

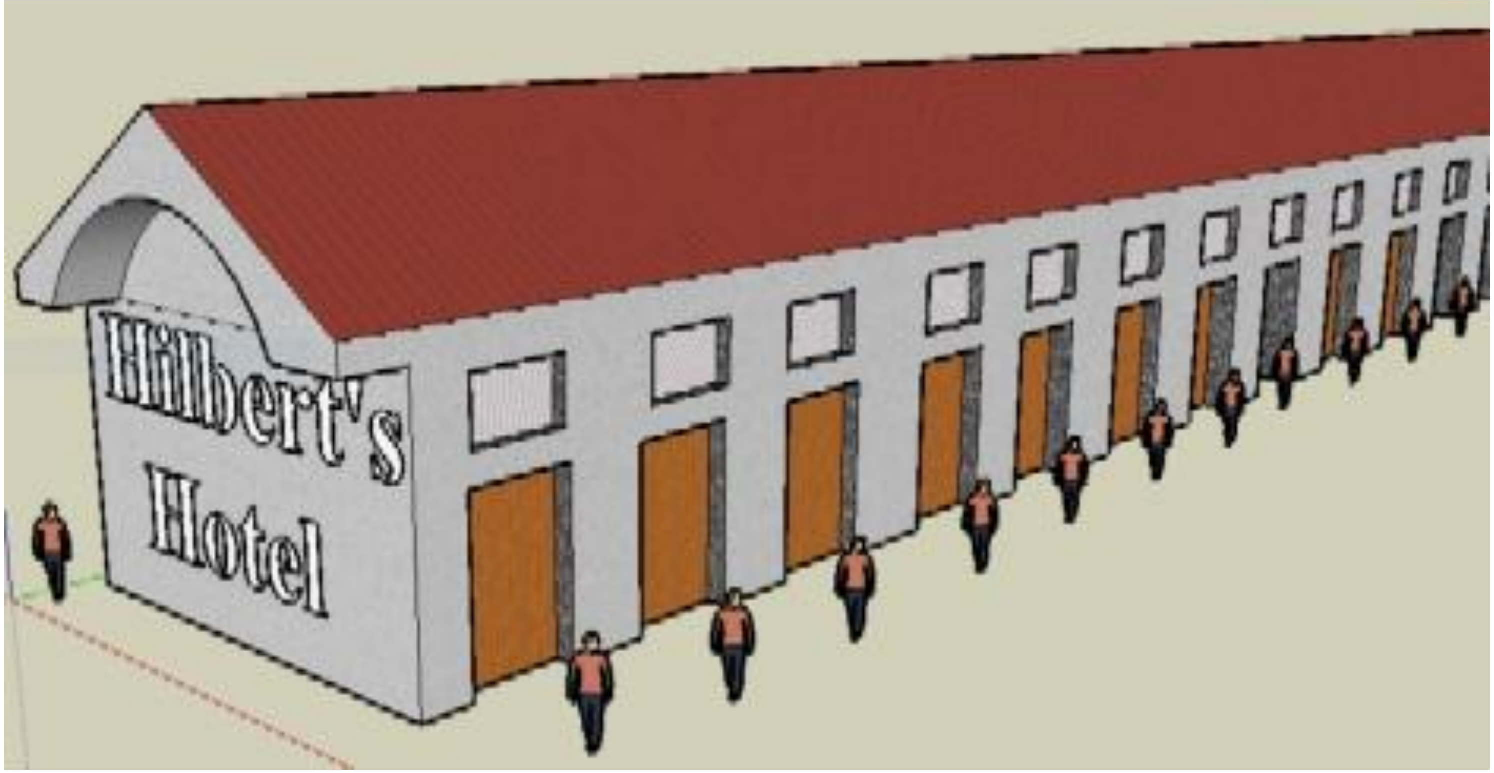
- 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ….
- 1 4 9 16 25 ….

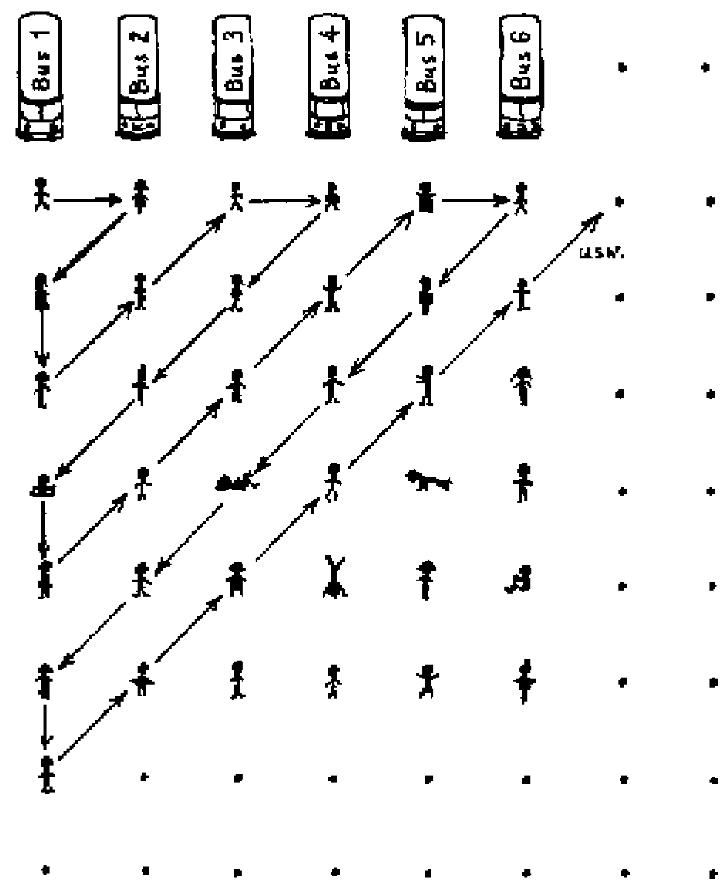
- Závěr: pro nekonečné množiny nemá smysl porovnávat jejich velikosti





Nekonečný hotel





Bus 1
Bus 2
Bus 3
Bus 4
Bus 5
Bus 6
u.s.w.

Je některý problém neřešitelný?

- Co když se bude chtít ubytovat množina všech reálných čísel?

- $r_1 = 0,a_{11}a_{12}a_{13}\ldots a_{1n}\ldots.$
- $r_2 = 0,a_{21}a_{22}a_{23}\ldots a_{2n}\ldots.$
- $r_3 = 0,a_{31}a_{32}a_{33}\ldots a_{3n}\ldots.$
- .
- .
- .
- $r_n = 0,a_{n1}a_{n2}a_{n3}\ldots a_{nn}\ldots.$
- .

- $r_1 = 0,a_{11}a_{12}a_{13}\ldots a_{1n}\ldots.$
- $r_2 = 0,a_{21}a_{22}a_{23}\ldots a_{2n}\ldots.$
- $r_3 = 0,a_{31}a_{32}a_{33}\ldots a_{3n}\ldots.$
- .
- .
- .
- $b = b_1$
- .

- $r_1 = 0,a_{11}a_{12}a_{13}...a_{1n}....$
- $r_2 = 0,a_{21}a_{22}a_{23}...a_{2n}....$
- $r_3 = 0,a_{31}a_{32}a_{33}...a_{3n}....$
- .
- .
- .
- $b = b_1b_2$
- .

- $r_1 = 0{,}a_{11}a_{12}a_{13}\ldots a_{1n}\ldots.$
- $r_2 = 0{,}a_{21}a_{22}a_{23}\ldots a_{2n}\ldots.$
- $r_3 = 0{,}a_{31}a_{32}a_{33}\ldots a_{3n}\ldots.$
- .
- .
- .
- $b = b_1b_2b_3\ldots$
- .

- $r_1 = 0{,}a_{11}a_{12}a_{13}\ldots a_{1n}\ldots.$
- $r_2 = 0{,}a_{21}a_{22}a_{23}\ldots a_{2n}\ldots.$
- $r_3 = 0{,}a_{31}a_{32}a_{33}\ldots a_{3n}\ldots.$
- .
- .
- $r_n = 0{,}a_{n1}a_{n2}a_{n3}\ldots a_{nn}\ldots.$
- $b = 0{,}b_1b_2b_3\ldots b_n\ldots$

- Je víc přirozených nebo celých čísel?
- Stejně
- Je víc racionálních nebo iracionálních čísel?
- Iracionálních
- Je víc bodů na přímce nebo v rovině?
- Stejně
- Na které úsečce je více bodů? Na úsečce dlouhé 1 cm nebo 1 km?
- Stejně

- Ke každé množině existuje množina, která má více prvků než ta původní
- Nekonečen je nekonečně mnoho
- Neexistuje žádné „největší“ nekonečno

- Svět nekonečných množin je zcela odlišný od „našeho“ světa

Děkuji za pozornost

Arabská matematika

Eduard Fuchs

HISTORIE MATEMATIKY
prezentace 5

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
UNIVERSITAS MASARYKIANA BRUNENSIS
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Arabský poloostrov patřil v 7. století - v době vzniku islámu - k relativně méně rozvinutým oblastem Předního východu.

Byl obýván kočovnými beduínskými kmeny.

Roku 622 (první rok muslimského kalendáře) odešel z *Mekky* do *Jathribu* (později muslimy nazvaného *Medinou*) zchudlý obchodník **Muhammad Ibn Abdulláh** (570-632), který začal hlásat nové monoteistické náboženství - islám.

Součástí islámské víry byl i požadavek boje za šíření této víry.

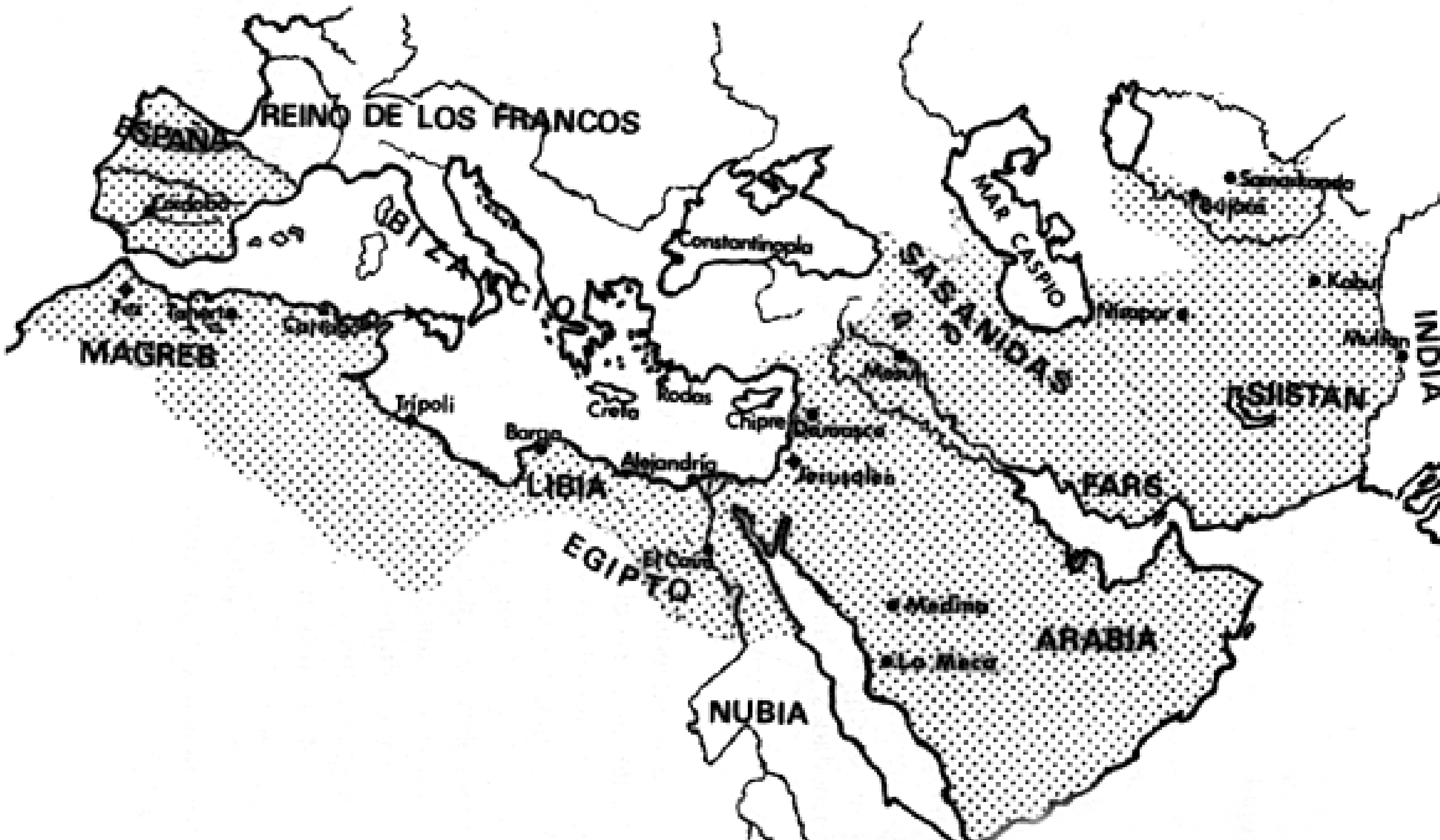
Do té doby kočovní a vnitřními konflikty nejednotní Arabové se tak sjednotili a během jednoho století obsadili rozsáhlá území - Pandžáb, Írán, Sýrii, Palestinu, Egypt a dále na celém středozemním pobřeží Afriky vznikl v 7.– 8. století arabskými

výboji veliký stát, který navázal těsné hospodářské styky s Čínou, Indií a Evropou.

- V roce 762 učinil chalífa Al-Mansor *Bagdád* hlavním městem této velké říše (náboženským centrem zůstává však nadále město prorokovo Mekka).

V 8. století dobyli Arabové Pyrenejský (Iberský) poloostrov - protipólem Bagdádu se tak na západě stala Cordóba, jež se stala otevřenou branou arabské vzdělanosti do Evropy.
Postup Arabů z Iberského poloostrova do nitra Evropy zastavil až francký majordomus Karel Martel roku 732 ve vítězné bitvě u Poitiers, po které je vytlačil až za Pyreneje. Maurská část Španělska se stala také útočištěm Židů, kteří byli
v roce 135 vyhnáni Římany ze své vlasti Palestiny. V tomto prostředí lépe udržovali svoji náboženskou a národní identitu než jinde
v křesťanské Evropě.

Arabská říše pak sahala od Španělska na západě po Turkestán na východě a byla rozsahem větší než bývalé římské impérium.



Školství ve středověké Arábii

- Školství v Arábii bylo dvoustupňové:
- 1. Na počáteční škole zv. *makbata* se vyučovalo čtení, psaní a súry (=věty) z koránu;
- 2. Vyšší škola - *madrassah* se postupně oddělila od školství základního. Byli v ní vzděláváni zejména duchovní, ale i státní úředníci. Základem výuky byla musulmanská teologie, dále se přednášela arabština, právní věda, aritmetika, geometrie, fyzika, zeměpis, astronomie a medicína. Některé z těchto ústavů dospěly někdy až na úroveň středověkých evropských universit.

Pokroky věd ve středověké Arábii

- Arabové si osvojili vědu a kulturu perskou, syrskou, národů střední Asie, židovskou, helénistickou i římskou.
- Zvláště po ovládnutí Pyrenejského poloostrova představovala arabská věda a kultura most mezi Antikou a středověkou Evropou.
- Z vědních oborů dosahují v Arábii největšího rozmachu geometrie, algebra, optika, astronomie, chemie, geografie, zoologie, botanika a medicína.

Vědecké instituce ve středověké Arábii

Následovníkem kalifa Al-Mansora byl kalif Hárún ar-Rašíd (známý mj. z pohádek Tisíce a jedné noci). Vládl v letech 786- 809. Založil v Bagdádu velkou knihovnu, kterou nechal doplňovat rukopisy z celého tehdy známého světa.

V jeho díle pokračoval jeho syn kalif Al-Mamún (786–833, vládl 813–833), když po vzoru alexandrijského Múseionu zřídil v Bagdádu *Bait al-Hikmah* = Dům moudrosti - v němž byli soustředěni učenci různých jazyků.

- Z porobených zemí byly vykupovány vědecké knihy a překládány do arabštiny. Jak horlivě se Arabové pídili po antických vědomostech, dokazuje mírová smlouva, kterou uzavřel kalifa Al-Mamún
  s byzantským císařem Michalem v roce 832. Kalifovi v ní byly výslovně přiřčeny řecké rukopisy, mezi nimi i například *Megale syntaxis* Klaudia Ptolemaia.
- Arabové tento spis nazývali *Kitab al magisti*, podle nich pak Evropané *Almagest*. Mnoho antických děl se tímto způsobem podařilo uchovat do současnosti.

- **8. a 9. století**, období překladů řeckých matematických a astronomických spisů a vytváření arabské matematické terminologie
- **od 9. století**, komentáře řeckých spisů a zahájení vlastní matematické práce

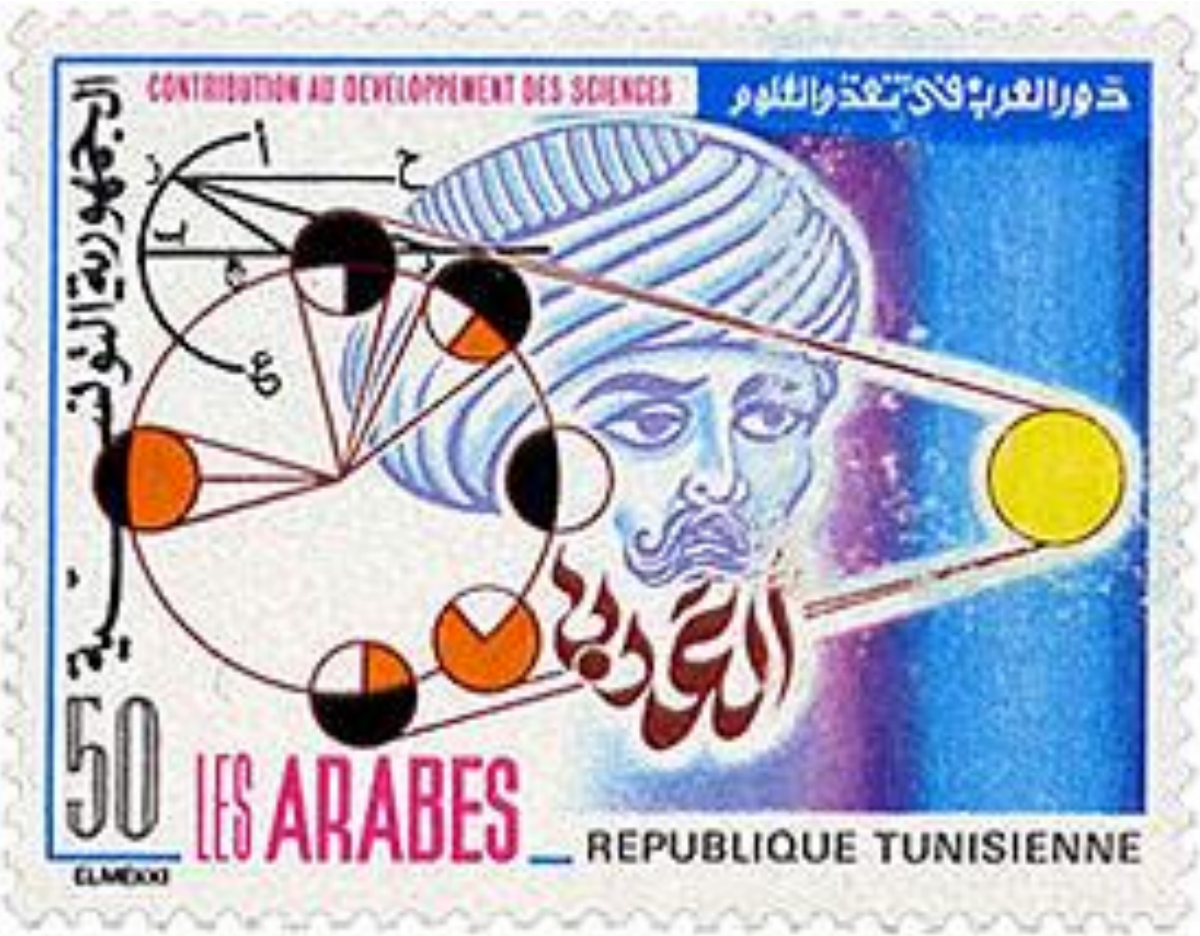
Al-Chwárizmí (780-850)

arabsky أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي

- přepracoval Diofantovu *Aritmetiku*
- *Al džabr v´al mukábala* (Stručná kniha o výpočtu)
- Jeho zásluhou se dostal indický poziční systém do Evropy

Al-Battání (858–929),

- velký arabský astronom, sestavil tabulku kotangent s intervalem jednoho stupně, znal rovněž kosinovou větu pro sférický trojúhelník.


CONTRIBUTION AU DEVELOPPEMENT DES SCIENCES
دور العرب في تقدم العلوم
الجمهورية التونسية
50
LES ARABES
REPUBLIQUE TUNISIENNE
EL MEKKI

Abu Nasr Mohammed ben Mohammed ben Jarkham al-Farábí (?870–?950)

Abu Nasr Mohammed ben Mohammed ben Jarkham al-Farábí (?870–?950)

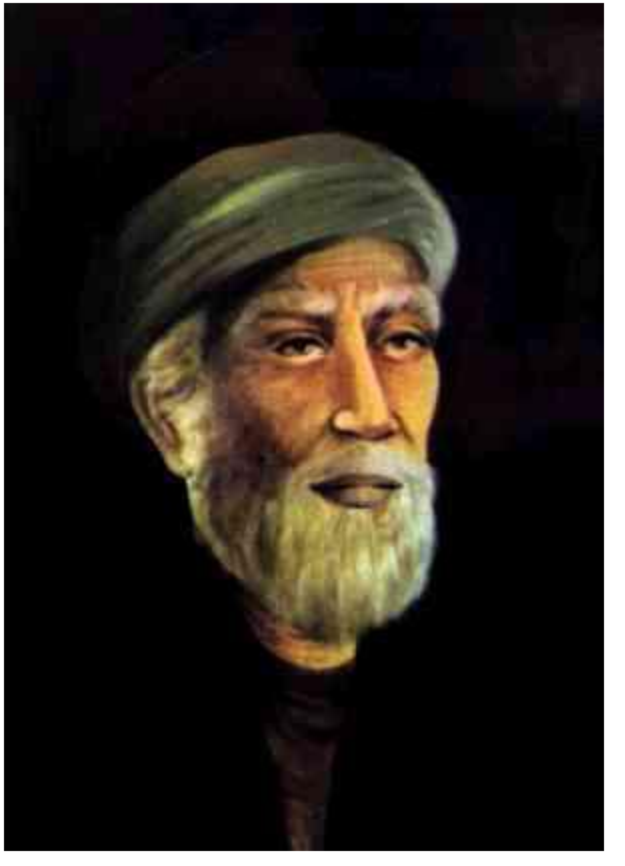
- Vynikající encyklopedista
- „Druhý učitel“

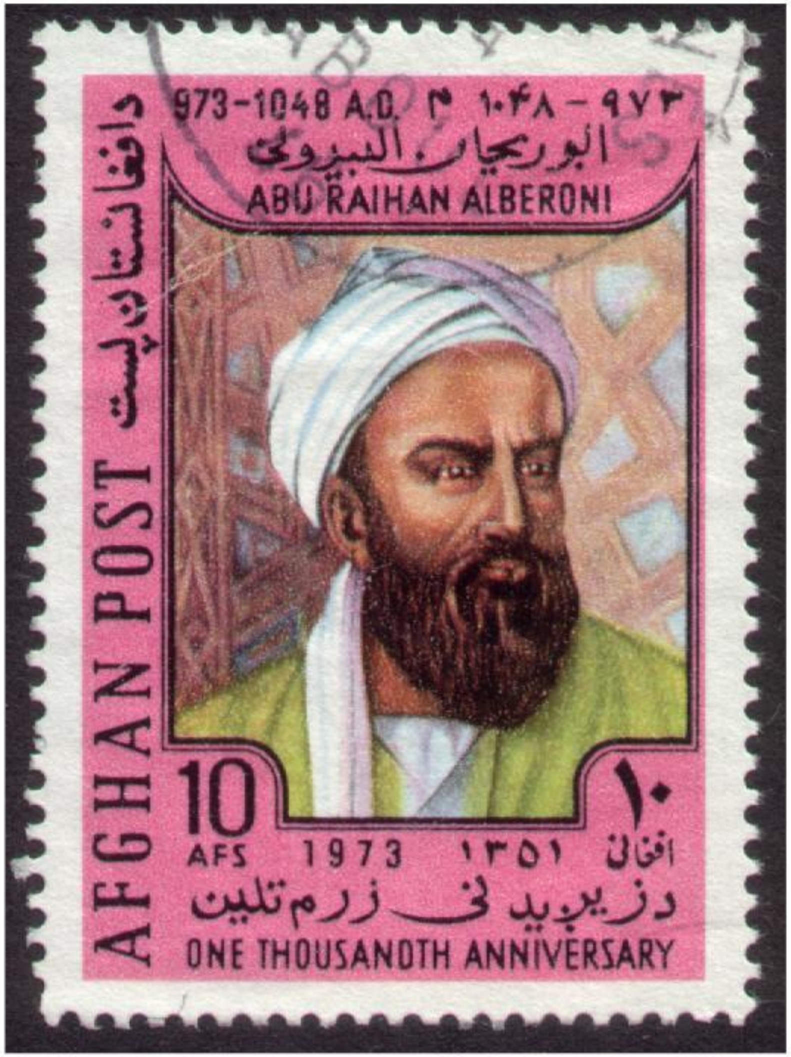
Abu-l-Vafá (940–997)

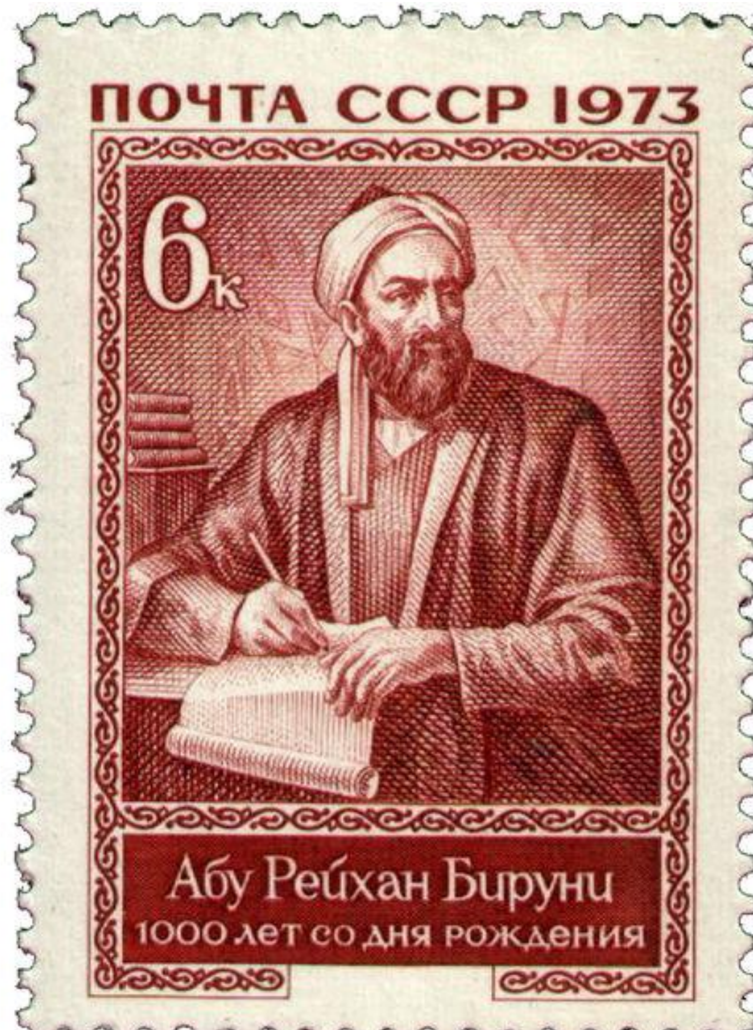
- odvodil sinovou větu pro sférické trojúhelníky, vypočítal tabulky sinů s intervalem 15', jejichž hodnoty mají správných 8 desetinných míst.
- Prováděl geometrické konstrukce s užitím pevně rozevřeného kružítka. Pokračoval rovněž ve studiu kubických a bikvadratických rovnic.

Al-Bírúní (973–1048)

- matematik
- astronom
- astrolog
- encyklopedista
- výpočet poloměru Země 1081.66 farsahu (= 6490 km se od dnešní hodnoty příliš neliší)




973-1048 A.D.
ابوریحان البیرونی
ABU RAIHAN ALBERONI
AFGHAN POST
افغانستان پست
10
AFS
1973
۱۳۵۱
۱۰
افغانی
ONE THOUSANDTH ANNIVERSARY


ПОЧТА СССР 1973
6к
Абу Рейхан Бируни
1000 лет со дня рождения

Ibn Sina Abú Alí (908–1037)

- komentáře k Aristotelovi
- autor děl o fyzice, matematice, metafyzice a astronomii.

- Celkem je autorem více jak 165 děl, týkajících se mnoha oblastí poznání, jež byla zdrojem pozdějším učencům až do 17. století.
- Jeho kniha *Al-Kánún fi t-tibb* (Kánon medicíny) – sbírka řecko - arabské lékařské moudrosti.

- Část kánonu (knihy 2. a 5.) je věnována i botanice a ovlivnila vývoj středověké botaniky evropské.

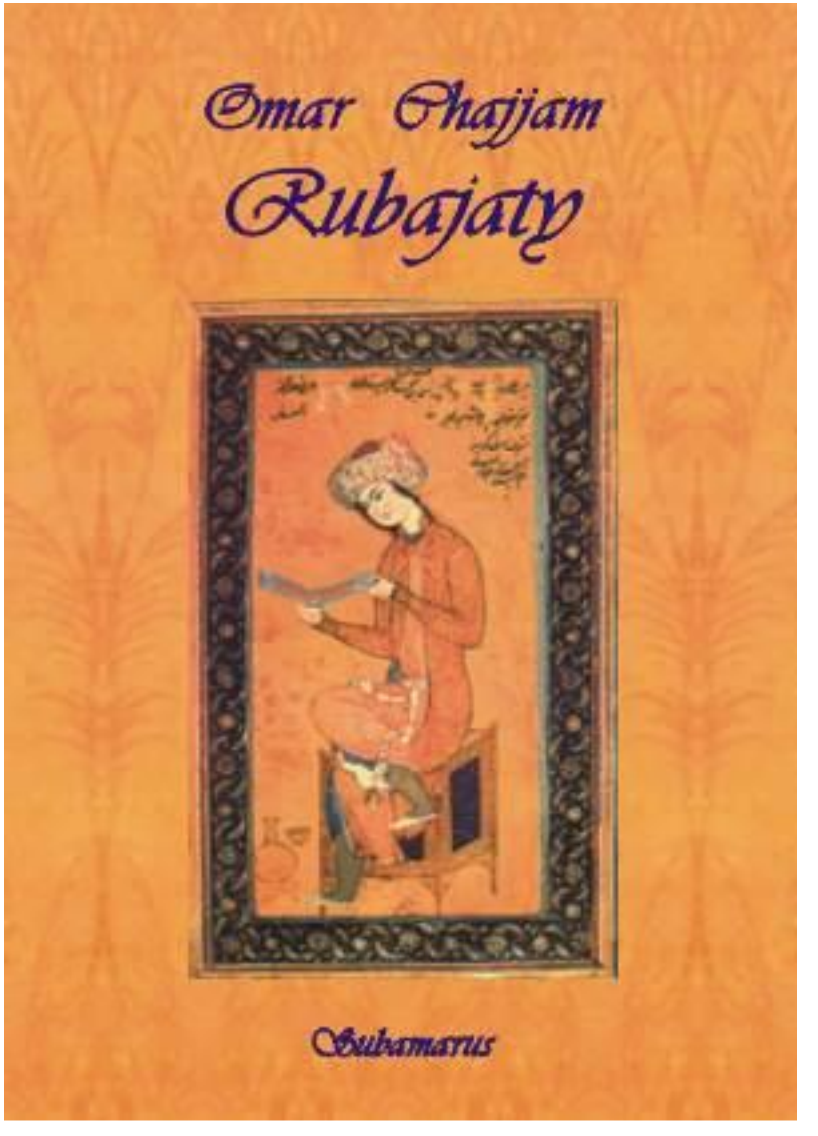
Omar Chajjám (1048–1131)

- autor známých básnických *Rubáiját*, astronom a filozof
- reformátor perského kalendáře
- zkoumal systematicky kubické rovnice
- studoval rovněž Eukleida a nahradil axiom o rovnoběžkách řadou jiných předpokladů

Sluncem na nebi nekonečnosti je láska. Ptákem v zahradě augurově je láska.

To není láska, smutně zpívat jako slavík.

Nehořekovat v hodince smrti, to je láska.



Násiruddín Túsí (1201–1274)

- vydělil z astronomie trigonometrii jako samostatnou disciplínu
- studoval rovněž pátý postulát a zabýval se numerickou aproxi-mací iracionálních hodnot.

Al-Káší (1380–1429)

- řešil kubické rovnice iteracemi a trigonometrickými metodami
- znal metodu, které se říká Hornerovo schéma
- binomická věta pro libovolný celočíselný kladný exponent
- číslo π znal na 16 desetinných míst

Děkuji za pozornost

Matematika ve středověku

Eduard Fuchs

HISTORIE MATEMATIKY
prezentace 6

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Bháskara (1114–1185)

- 1150 *Siddhánta – širómani*
- (Diadém nauky)
- aritmetika, algebra, astronomie

Stěhování národů a územní války

- Demograficko-historický proces, jenž rozvrátil na evropském kontinentu antickou římskou civilizaci nazýváme stěhování národů.
- Nejprve barbaři roztrhli Římskou říši na západní a východní, aby posléze její západní část zbořili do základů.
- Stěhování národů počalo ve 2. století pohybem germánských kmenů: východních Gótů (Ostrogóti) a západních Gótů (Vizigóti), které byly později následovány dalšími germánskými kmeny.

- V roce 325 se u bran Evropy ocitly hordy divokých mongolskotureckých Hunů, kteří před tím hnali na západ kmeny germánské (proto bývá někdy tento letopočet označován za vlastní začátek stěhování národů).

- K nim přibyly na přelomu 5. a 6. století kmeny slovanské,
v 6. stol. Avaři a koncem 9. století Maďaři. Vznikají nové říše a státy - nejprve se říše římská rozdělila na západní a východní (byzantskou) část.

Křížové výpravy

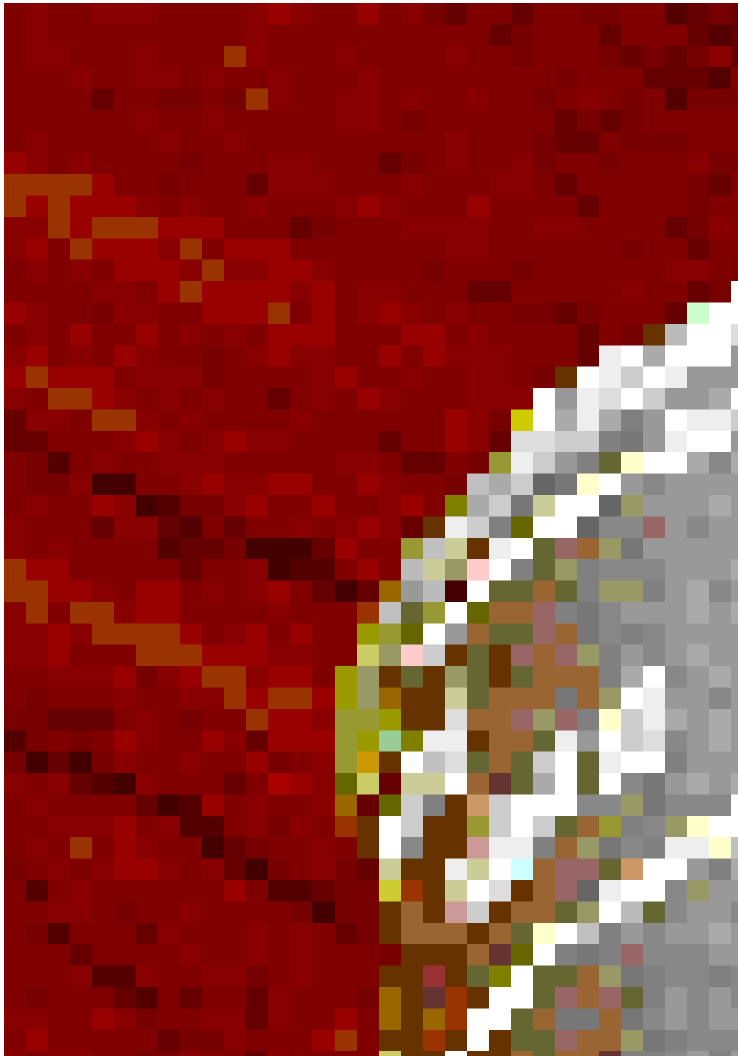
- Obsazení Svaté země Seldžuky, kteří na rozdíl od dřívějších osadníků Arabů znemožnili poutníkům přístup na svatá místa, přivedlo evropské národy k myšlence společné obrany proti islámskému obklíčení. V 11. až 13. stol. vedli evropští vladaři svá vojenská kolonizační tažení - křížové výpravy do oblasti východního středomoří.

- První vyhlásil roku 1095 papež Urban II. Uskutečnila se v letech 1096-99 a byla zakončena dobytím *Jeruzaléma* a vytvořením tří křižáckých států na Blízkém Východě.
- Další křížové výpravy, buď do oblastí Blízkého Východu nebo do severní Afriky, následovaly v letech: 1147-49, 1189-92, 1202-04, 1218-21, 1228-29, 1248-54, 1270.

Morové epidemie

- Neblahým důsledkem stěhování národů byly vedle válek pro středověkou Evropu i epidemie moru.
- První z nich zasahuje Evropu v letech 531-565, je známá pod označením „justiniánský mor“. Začala v Egyptě odkud se rychle rozšířila a zahubila pravděpodobně polovinu evropského obyvatelstva.
- Další velká vlna morových epidemií zasáhla Evropu v roce 1347 (černá smrt).

- Křesťanská církev a politické národy tvořily v Evropě jednotné společenství křesťanů. V této jednotě spolu soupeřila dvojí moc: světská a církevní. Vedle jednotící idey náboženské měla západní Evropa také jednotnou filosofii - scholastiku. Třetím jednotícím prvkem pak byl jazyk používaný pro psaní - latina.



Řeholní řády a kláštery

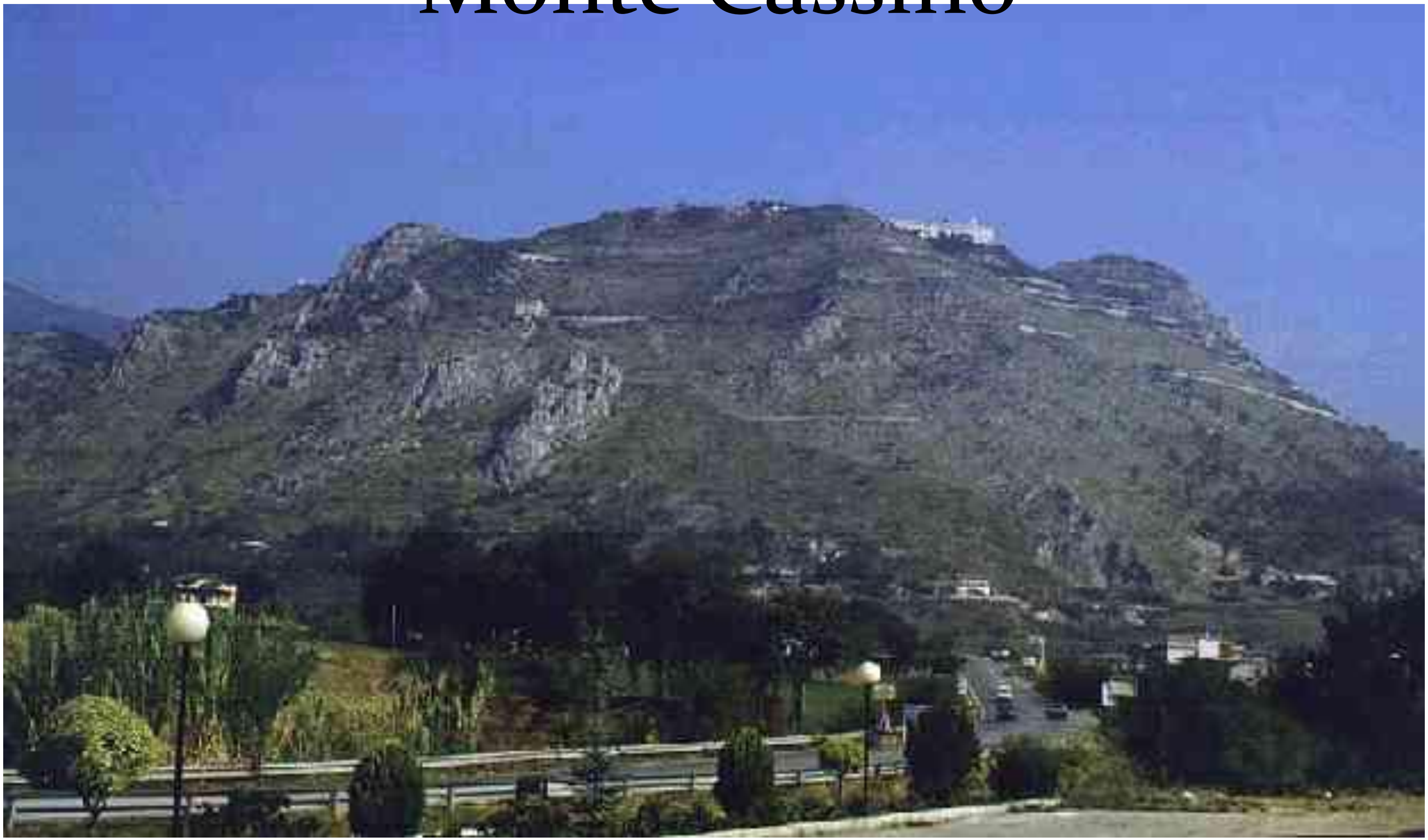
- Princip řeholního zasvěcení spočíval v tom, že se řeholník dobrovolně zřekl darů života, které jsou ostatním křesťanům doporučovány: osobní vlastnictví, život v manželství, osobní nezávislost
- Namísto nich se zavazuje k dodržování evangelních rad: chudoba, čistota v celibátu, poslušnost

Benediktýni

- Nejstarší mnišský řád, který se zachoval do současnosti.
- Zakladatel řádu byl svatý Benedikt. Narodil se kolem roku 480 jako syn zámožných rodičů. Kolem roku 500 přerušil studia práv a žil poustevnickým životem v jeskyni.

- Po několika nezdařených pokusech vybudovat společenství mnichů odešel a založil na hoře *Monte Cassino* mezi Římem a Neapolí na místě bývalého Apolloniova chrámu roku 529 první klášter benediktýnů.

Monte Cassino



Monte Cassino

- V době největšího rozmachu čítal benediktýnský řád neuvěřitelných 37 tisíc klášterů.
- Z řad benediktýnů vzešla řada papežů, vysokých církevních hodnostářů, spisovatelů a vědců.

Tomáš Akvinský (asi 1225–1274)

- teolog a filozof, představitel vrcholné scholastiky
- *Summa theologica* (1266–73)

Během středověku šířili benediktýni po Evropě vzdělanost a zprostředkovávali antickou kulturu středověku.

Benediktýni podporovali i výtvarné umění a hudbu

- V skriptoriích benediktínských klášterů byla opisována antická díla, jež by jinak stěhování národů nepřežila.
- Klášterní školy, původně určené jen pro vzdělání kleriků, se staly ústavy veřejnými a vyučovaly také šlechtice a budoucí světské úředníky.

Těžiště výuky bylo v osvojování modliteb, žalmů, náboženských textů, psaní,
počítání, dále pak po absolvování elementárního stupně i septem artes liberales (sedm svobodných umění), jehož základem byla latinská gramatika, retorika (spisování listů a listin), dialektika (zahrnující logiku a řečnictví), aritmetika, astronomie, geometrie (v jejímž rámci byly sdělovány také poznatky ze

Děkuji za pozornost

Středověké univerzity

Eduard Fuchs

HISTORIE MATEMATIKY
prezentace 7

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
UNIVERSITAS MASARYKIANA BRUNENSIS
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Středověké evropské university

- Vedle klášterů je snad nejvýznamnějším krokem v oblasti organizace vzdělání v Evropě zakládání universit. To otevřelo spolu s vynálezem knihtisku přístup ke vzdělání mnohem širšímu okruhu lidí než tomu bylo v období předcházejícím.
- University vznikaly jako sdružení žáků a učitelů s vlastní správou, jurisdikcí a s vlastním jměním.

Hlavními formami výuky byly přednášky a disputace.

- První university vznikly už ve 12. století. Již v roce 1113 je připomínána lékařská škola v *Bologni*. V roce 1155 nebo 1158 umožnil císař Fridrich I. Barbarossa profesorům a studentům v Bologni hospodářskou a právní svobodu tím, že jim poskytl císařská privilegia. V roce 1150 měla bolognská universita údajně již 10.000 studentů.

- Universitní statut Bologni ovlivnil zakládání dalších universit v Evropě:
- 1167 Oxford.
- 1187 Montpellier
- Kolem r. 1200 založena pařížská universita. Její první kolej založil Robert de Sorbon kolem roku 1258 (od něho pak jméno *Sorbonna)*.
- 1209 Cambridge
- 1209 Valencia
- 1222 Padova vznikla odchodem části studentstva a profesorů z university boloňské
- 1225 Neapol
- 1303 Řím

Střední Evropa

- 1348 (7. dubna) Universita pražská. Později podle svého zakladatele Karla IV. byla nazvána Karlova. Byla první universitou na sever od Alp a na východ od Paříže. Prvním jejím kancléřem byl arcibiskup Arnošt z Pardubic.

- 1364 Krakov
- 1365 Vídeň
- 1386 Heidelberg
- 1388 Köln
- 1392 Erfurt
- 1409 Lipsko
- 1419 Rostock

- Nejstarší university nebyly určeny pro jedinou zemi, dělily se proto po stránce soudní a správní na národy.
  V Paříži byly 4,
  v Bologni dokonce 18,
  v Praze rovněž 4:
- český, bavorský, polský a saský

Dekret kutnohorský

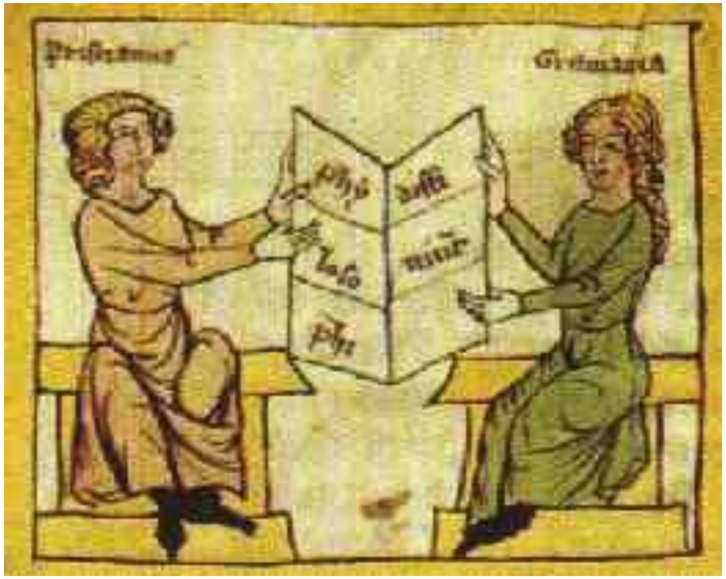
- Poté co Václav IV. roku 1409 poměr 1:3 obrátil dekretem kutnohorským ve prospěch Čechů, odešla většina mistrů a žáků německých do Lipska, kde založili universitu vlastní.

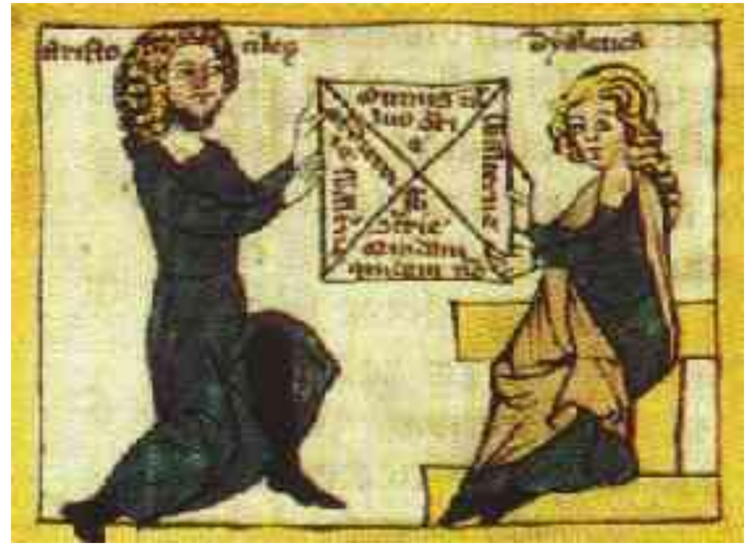
Dělení univerzit na fakulty

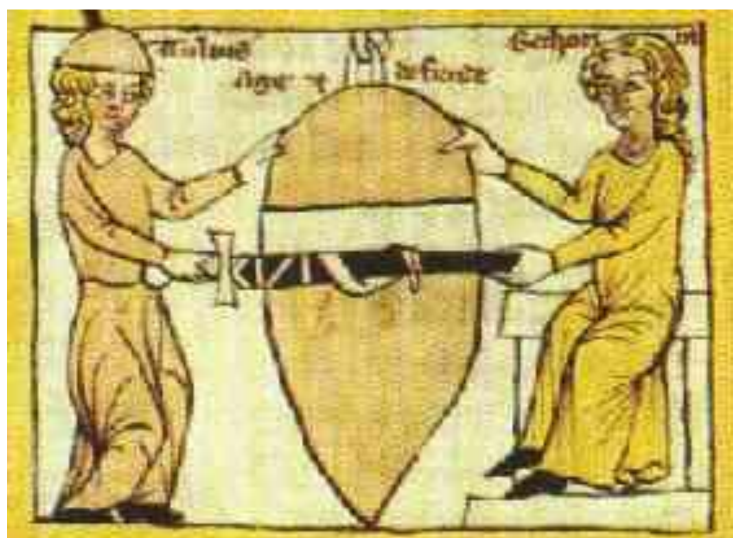
- artistická (filosofická)
- medicínská (lékařská)
- juristická (právnická)
- theologická (bohoslovecká)

Artistická fakulta vyučovala sedmeru svobodných umění

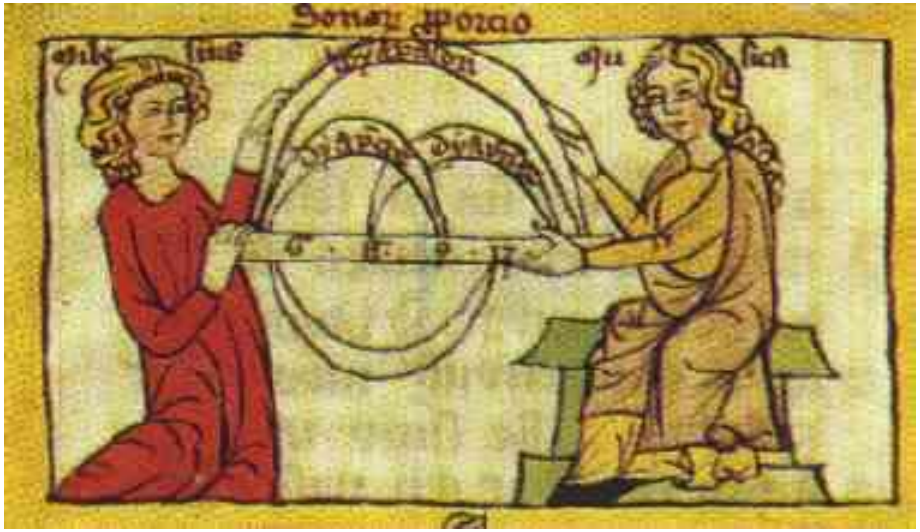
Trivium: Gramatika, Rétorika, Dialektika

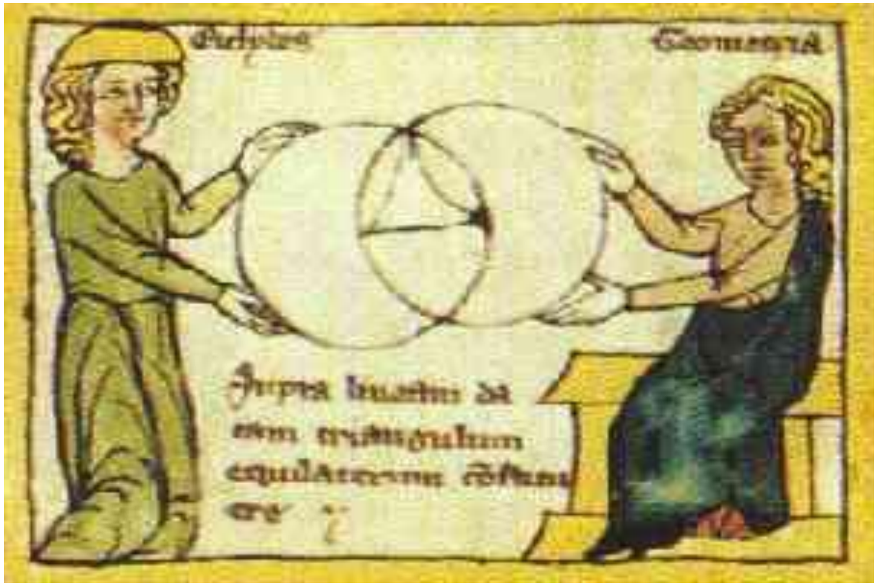


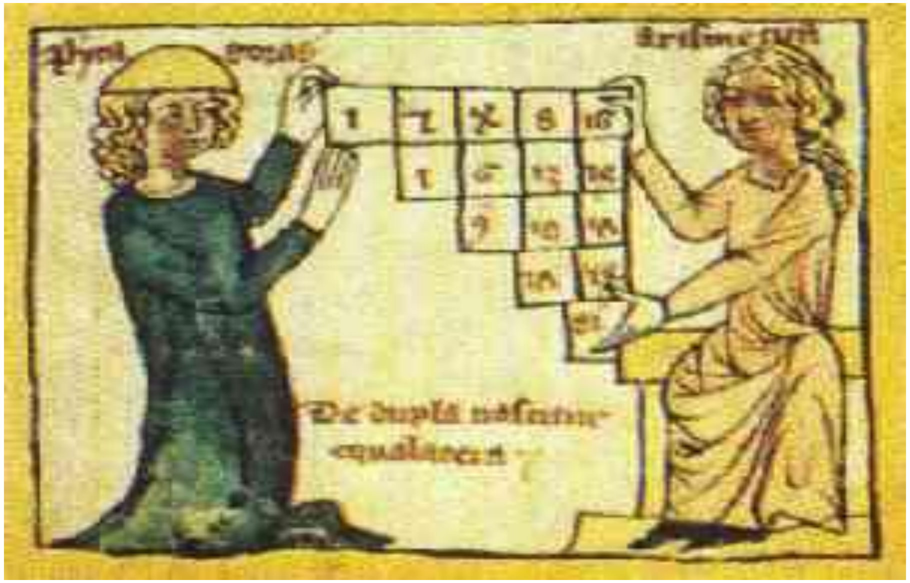




Kvadrivium: Aritmetika, Hudební harmonie, Geometrie, Astronomie



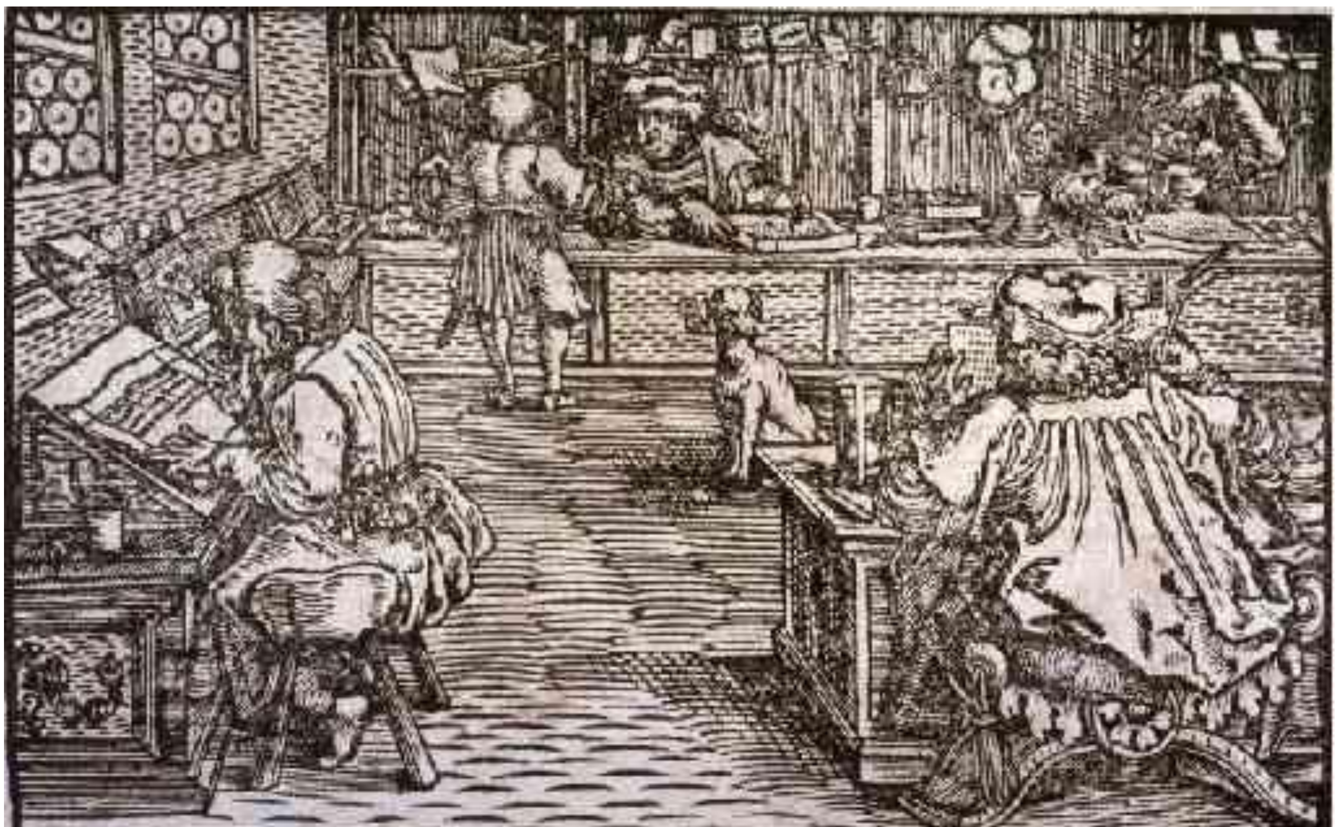




Vynález knihtisku 1440

- Zlomem v šíření informací byl vynález knihtisku Johannem Guttenbergem.
- Do rámu upevňoval vyměnitelné kovové litery odlité z matric.

- Do r. 1500 vzniklo v Evropě 250 tiskáren (u nás první v Plzni r. 1468) a bylo vytištěno 35-40 tis. různých tisků o nákladu zhruba 12 miliónů kusů, což je několika-násobně více, než vydali majitelé písáren za celou předchozí historii lidstva.



Leonardo Pisánský (Fibonacci) (1170–1250)

- Narozen (pravděpodobně) v Pise, vzdělání v severní Africe
- 1202 *Liber abaci*
- 1220 *Practica geometriae*
- 1225 *Liber quadratorum*

Roger Bacon (1214–1292)

- anglický filozof
- 1278 *Opus maius* vysoké ocenění matematiky

Nicholas Oresme (1323–1382)

- ve Francii
  Nicole Oresme
- původem Norman
- idea geometrických souřadnic
- *De proportionibus proportionum*
  racionální exponent
  počátky nekonečných řad

Luca Pacioli (1445–1514)

Luca Pacioli

- 1494 *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita*
- náznaky algebraické symboliky
- neznámá nazývána *cosa* (věc)

Michael Stifel (1487–1547)

- 1544 *Arithmetica integra*
- porovnání zákonitostí mezi aritmetickými a geometrickými posloupnostmi (první krok na cestě k logaritmům)

Scipione del Ferro (1465–1526)

- Pravděpodobně jako první našel řešení jistého typu kubických rovnic
- Řešení nikde nenapsal, sdělil to jen jednomu svému žákovi

Nicolo Fontana Tartaglia (1500–1557)

- v matematice samouk
- našel řešení dalšího typu kubických rovnic

Girolamo Cardano (1501–1576)

- latinsky Hieronymus Cardanus
- 1525 doktorát z medicíny
- 1545 *Ars Magna*
- dlouholeté spory s Tartagliou

Rafael Bombelli (1526–1572)

- 1572 *Algebra* (první tři knihy, plánované další dvě o geometrii již nestihl dokončit)
- pravidla pro počítání se zápornými a imaginárními čísly

François Viète (1540–1603)

- 1591 *In artem analyticam isagoge*
- první moderní algebraická symbolika
- písmena pro označení čísel, samohlásky pro neznámé apod.
- $A^3 + B^2A = B^2Z$ (dimense při psaní čísel)

Portugalci

- 1498 Vasco da Gama v Indii
- 1505 Srí Lanka
- 1509 Malajský poloostrov
- 1511 Thajsko (Duarte Fernandez)
- 1512 Moluky
  - obchodní základna Ambiona (koření)
- Zakládání faktorií – obchodní a vojenské základny
  - 52 faktorií na pobřeží Indického oceánu
- Úřad: Casa da India
- Soupeření se Španěly

Portugalské faktorie kolem r. 1600

Holanďané

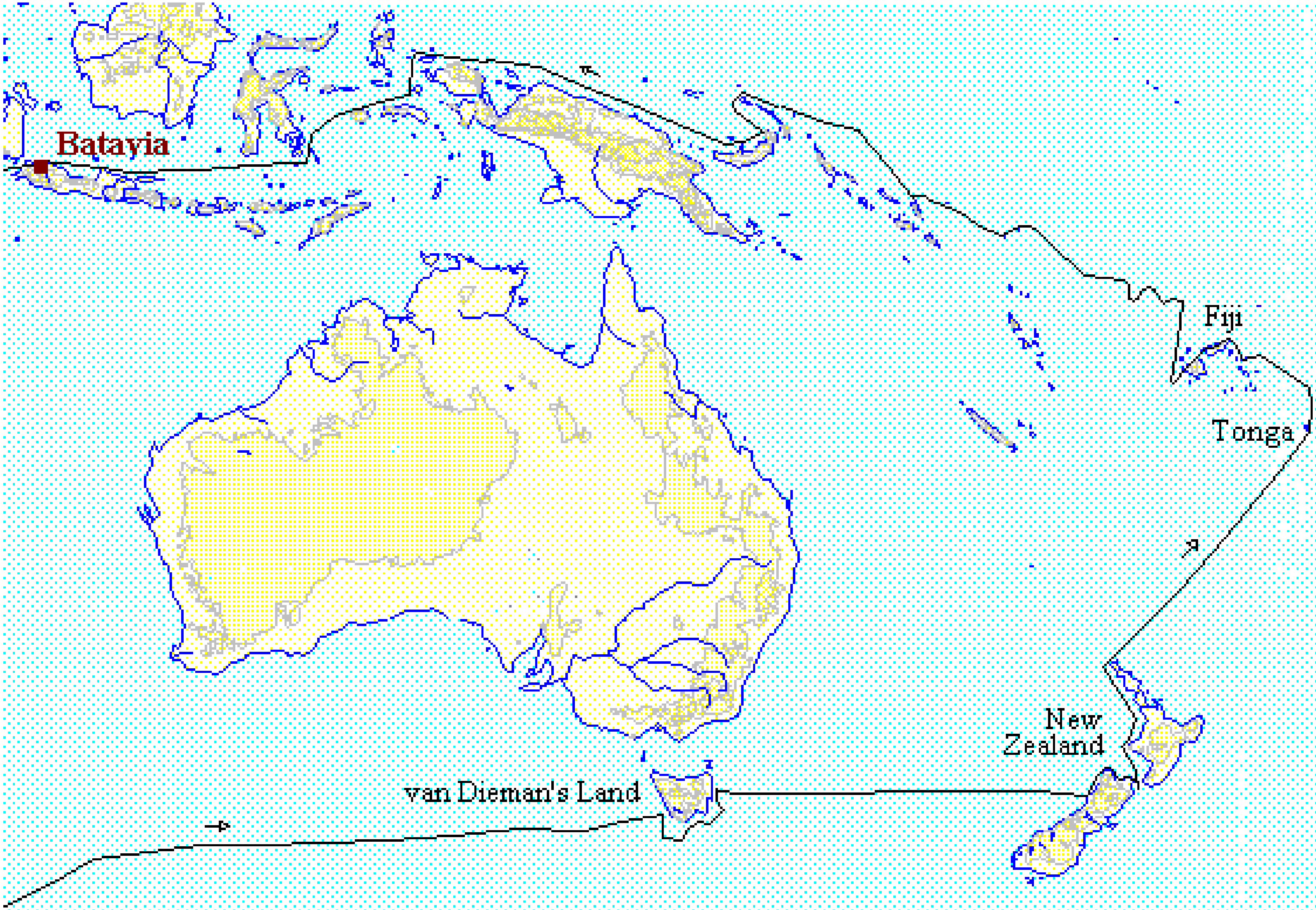
- 1595 na Jávě
- 1602 holandská Východoindická společnost
  - Holandská Východní Indie
- Obchod s kořením. Největší obchodní loďstvo.
- Zakládání plantáží
  - kávovník, gumovník
- 1643 de Vries na Hokkaidu a Sachalinu
- obr: Batavia 1750

Nizozemské faktorie (1660)

Zámořské objevy

- **Fernão Magalhães** (1519-1522)
  - první popsaná plavba Tichým oceánem
  - navštívil Guam, Timor, Filipíny,…
- **Willem Janszoon**
  - holandský mořeplavec
  - březen 1606 – první kontakt s australskou pevninou (poloostrov York)
- **Luis Vaez de Torres** (ESP)
  - 1606 – prozkoumal Torresův průliv
- **Abel Tasman** – 2 cesty: 1642 a 1644
  - objevil Tasmánii - van Diemenova země
    - Anthony van Diemen – nizozemský guvernér v Batávii
  - objevil Nový Zéland, Tonga, Fidži, Bismarckovy ostrovy,…
  - Austrálie nazvána **Nové Holandsko**
  - území považováno za nehostinné
    - nebyl zájem o kolonizaci

Tasmanova první cesta (1642)



Soupeření mocností

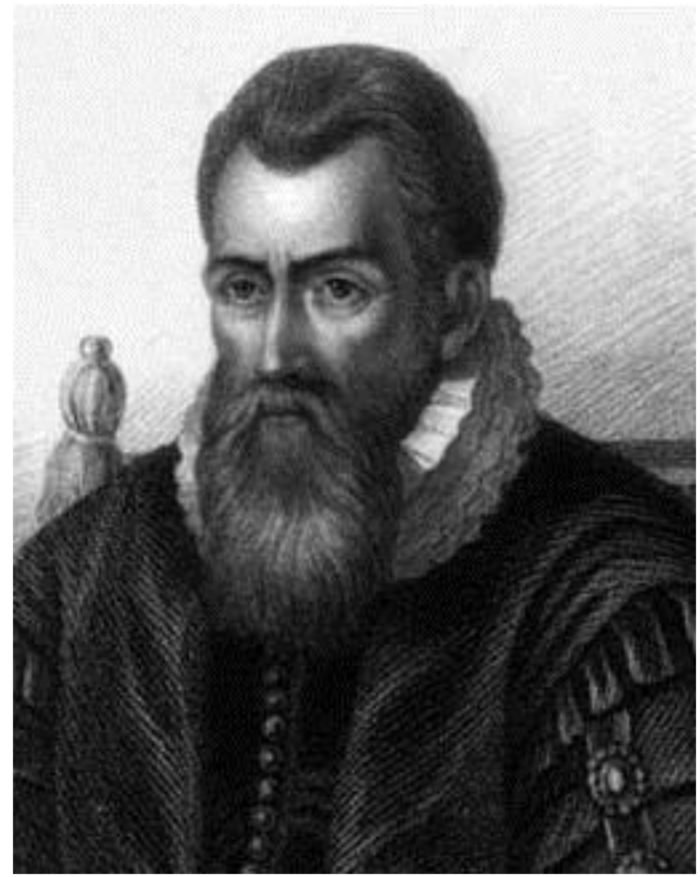
- 1600 britská Východoindická společnost
- 1651 *Navigation Act*
  - Porážka Nizozemí na moři
- Francie: Colbert
- Sedmiletá válka (1756-1763) – vítězství Britů

Soupeření mocností

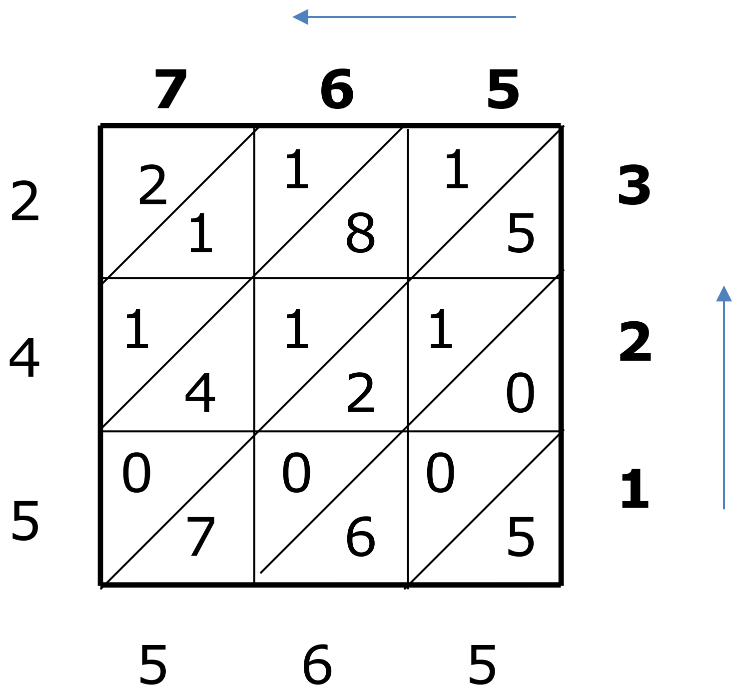
- 1600 britská Východoindická společnost
- 1651 *Navigation Act*
  - Porážka Nizozemí na moři
- Francie: Colbert
- Sedmiletá válka (1756-1763) – vítězství Britů

John Napier (1550–1617)

- Jhone Neper, Napare aj.
- skotský statkář a amatérský matematik
- 1614 *Mirifici logarithmorum canonis descriptio*
- logaritmy o základu 1/e
- idea dekadického logaritmu: Henry Briggs (1561–1630)



Metoda násobení

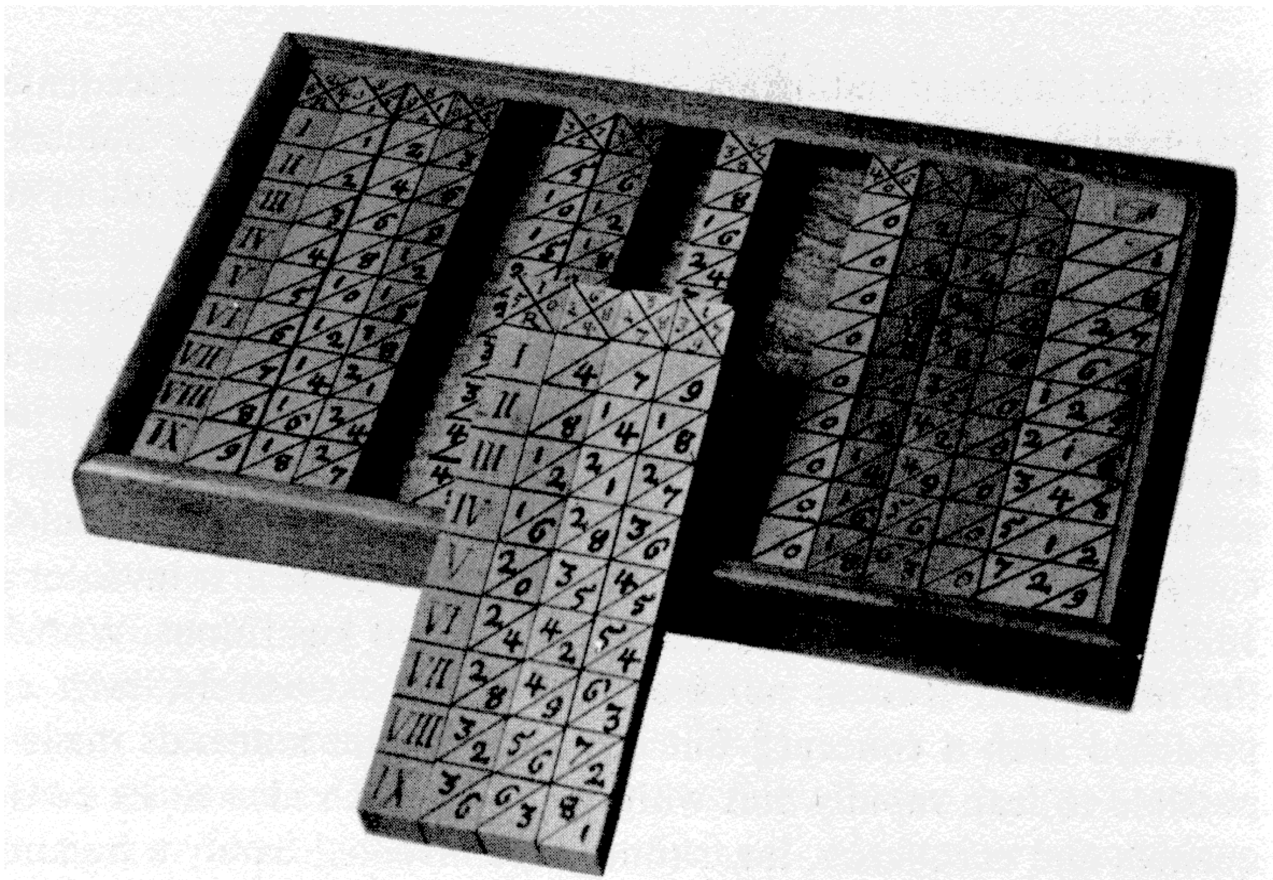


$765 \times 321 = 245565.$

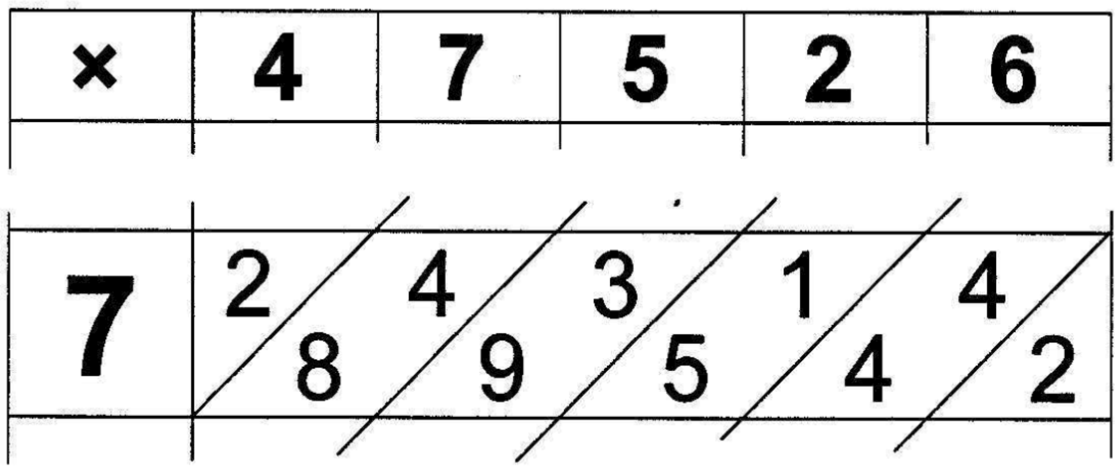
Napierovy kosti

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0/0	0/1	0/2	0/3	0/4	0/5	0/6	0/7	0/8	0/9
2	0/0	0/2	0/4	0/6	0/8	1/0	1/2	1/4	1/6	1/8
3	0/0	0/3	0/6	0/9	1/2	1/5	1/8	2/1	2/4	2/7
4	0/0	0/4	0/8	1/2	1/6	2/0	2/4	2/8	3/2	3/6
5	0/0	0/5	1/0	1/5	2/0	2/5	3/0	3/5	4/0	4/5
6	0/0	0/6	1/2	1/8	2/4	3/0	3/6	4/2	4/8	5/4
7	0/0	0/7	1/4	2/1	2/8	3/5	4/2	4/9	5/6	6/3
8	0/0	0/8	1/6	2/4	3/2	4/0	4/8	5/6	6/4	7/2
9	0/0	0/9	1/8	2/7	3/6	4/5	5/4	6/3	7/2	8/1

První Napierův „kalkulátor“



Užití Napierových kostí



3 3 2 6 8 2

↑

Výsledek 7×47526

Joost Bürgi (1552–1632)

- švýcarský hodinář a mechanik
- jako počtář pracoval na dvoře Rudolfa II. v Praze
  pro Johanna Keplera (1571–1630)
- 1620 logaritmy (lépe a nezávisle na Napierovi, zůstalo jen v Keplerově rukopisu)

Ludolph van Ceulen (1540–1610)

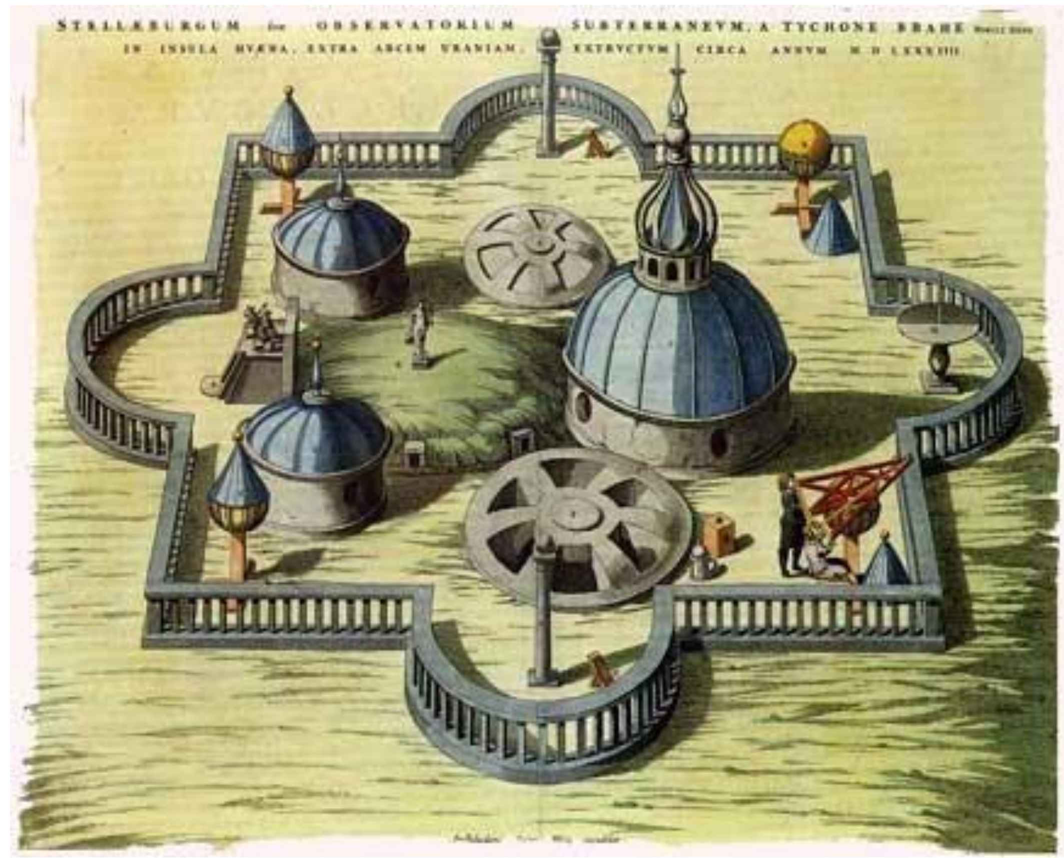
- holandský nadšenec bez univerzitního vzdělání (rodiče neměli na zaplacení studia)
- vyučoval matematiku
- řada přátel mezi vědci
- 1615 publikován jeho výpočet čísla π na 35 desetinných míst (2^{62}-úhelník)

Tycho Brahe (1546–1601)

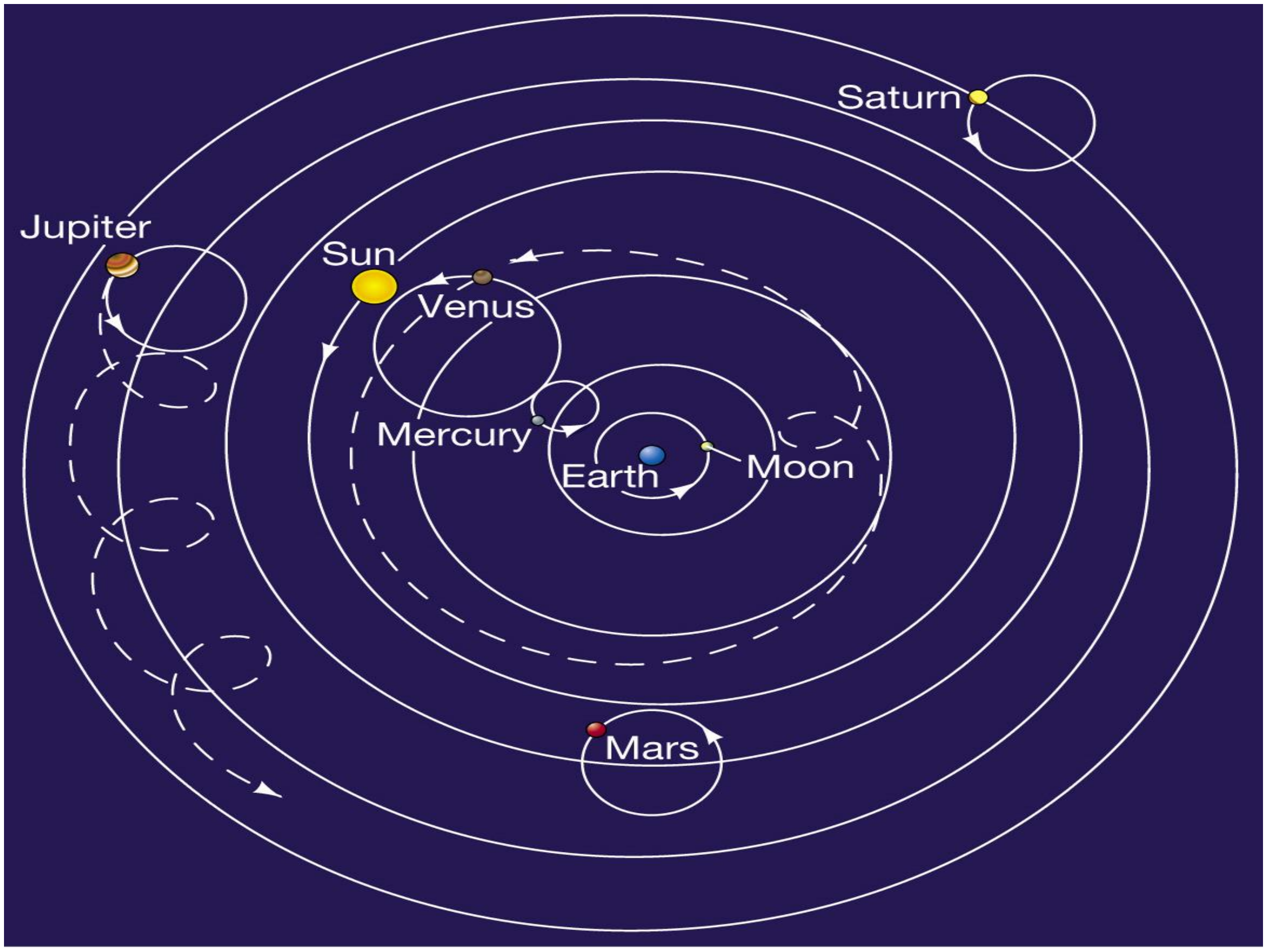
- vynikající observatoř v Uranienburgu na ostrově Hven
- 1599–1601 Praha
- model: planety obíhají kolem Slunce, které obíhá kolem Země
- asistentem J. Kepler


TYCHO BRAHE
1546
1946
20
DANMARK
V.B. del
S.E. sc

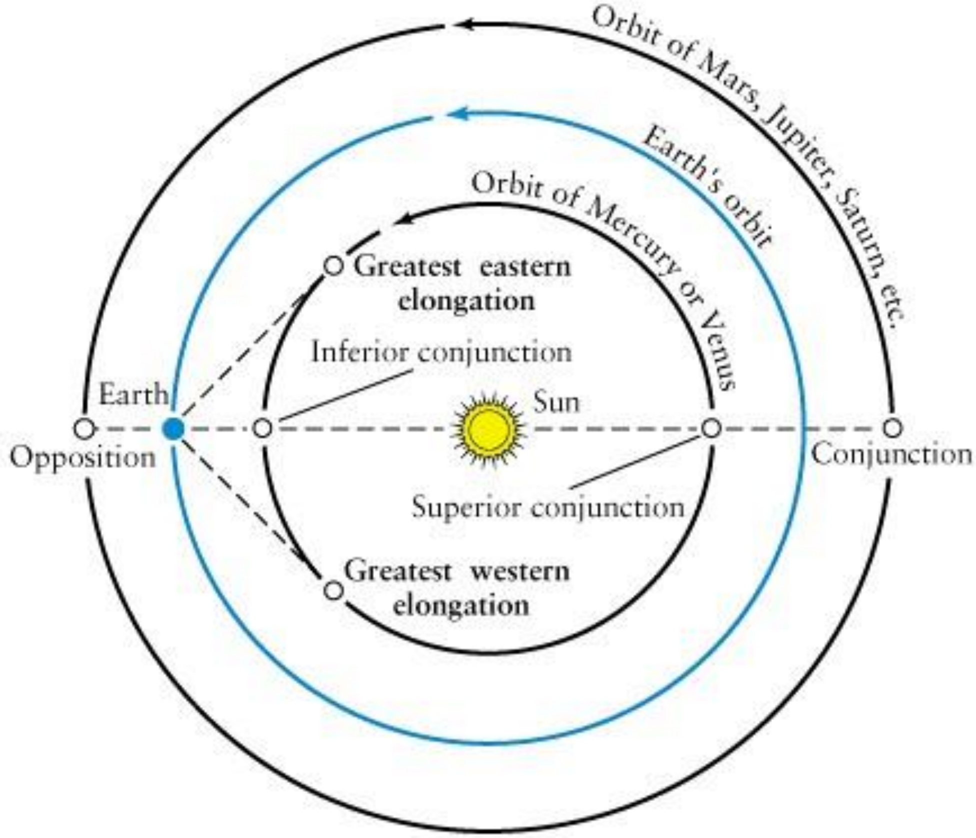

NON HABERI SED ESSE.
TYCHO BRAHE.


STELLÆBURGUM seu OBSERVATORIUM SUBTERRANEUM, A TYCHONE BRAHE
IN INSULA HVÆNA, EXTRA ARCEM URANIAM, EXTRUCTUM CIRCA ANNUM M D LXXXIIII

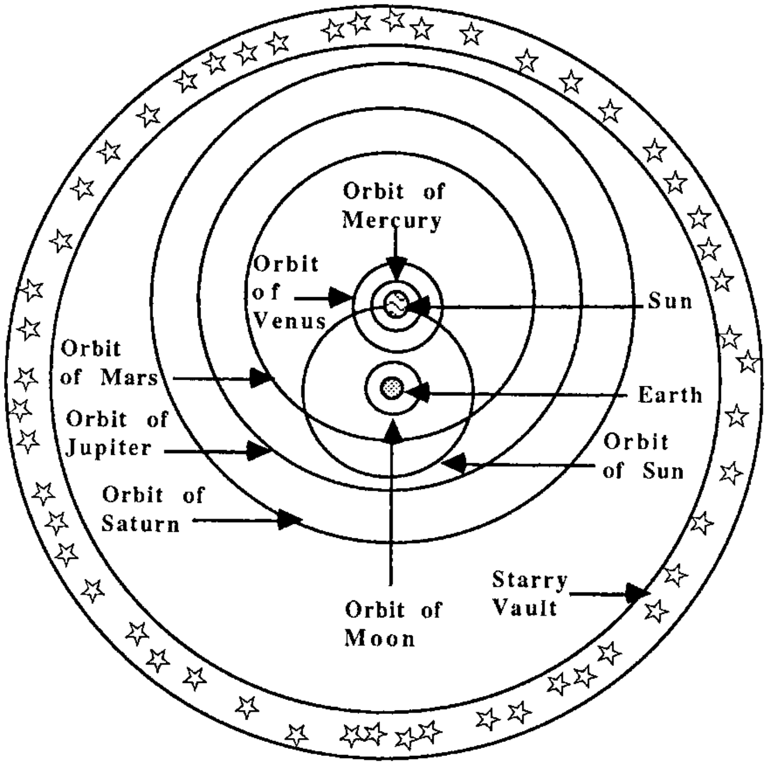
Ptolemaiův systém



Koperníkův systém

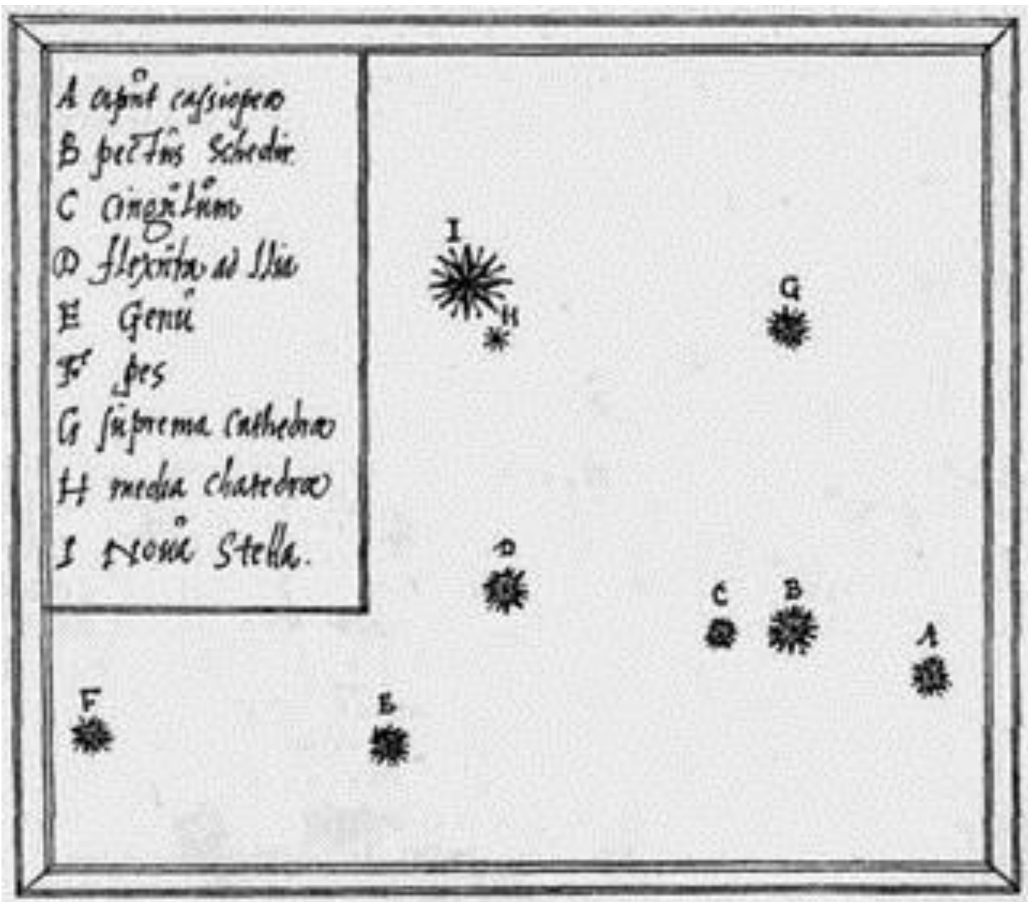


Tychonův systém



- Všechny planety obíhají kolem Slunce
- Slunce obíhá kolem Země

Stella nova


A caput cassiopeæ
B pectus Schedir
C cingulum
I Noua Stella
A
B
C
D
E
F
G
H
I


QVADRANS MVRALIS
SIVE TICHONICVS

Johannes Kepler (1571–1630)

- 1601–1612 Praha
- využil přesných pozorování, která 38 let shromažďoval Tycho Brahe

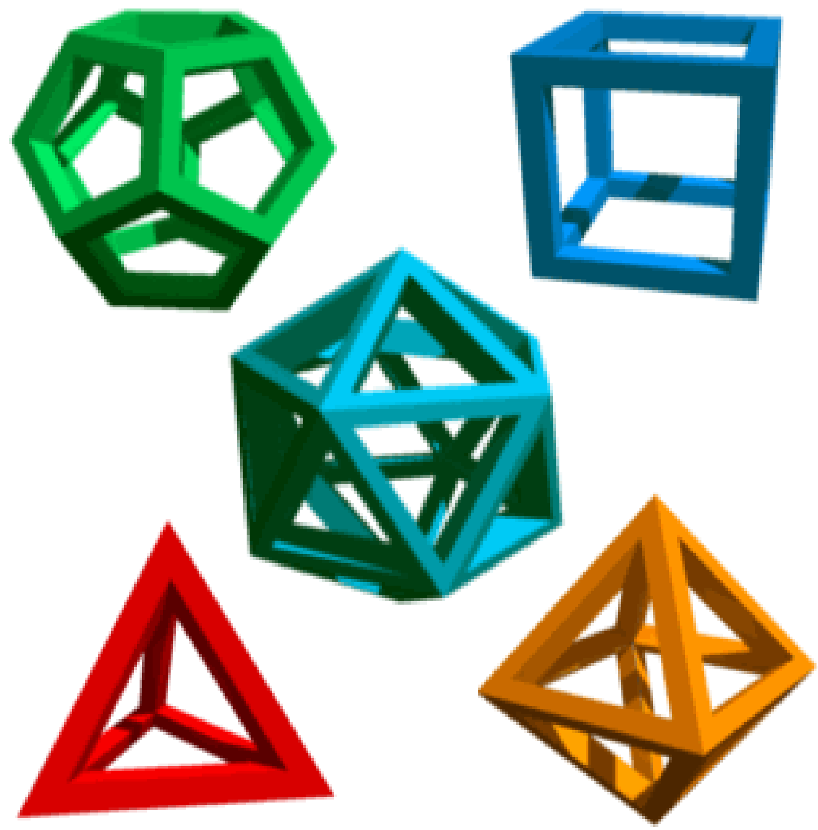

MAGYAR POSTA
1Ft
Johannes
Kepler
1571-1630
Kepler-pályák


Republik
1571 - 1630
Für den Wiederaufbau der
evangelischen Schule, Wien
1S+
25g
Joh. Kepler
Österreich
F. LORBER

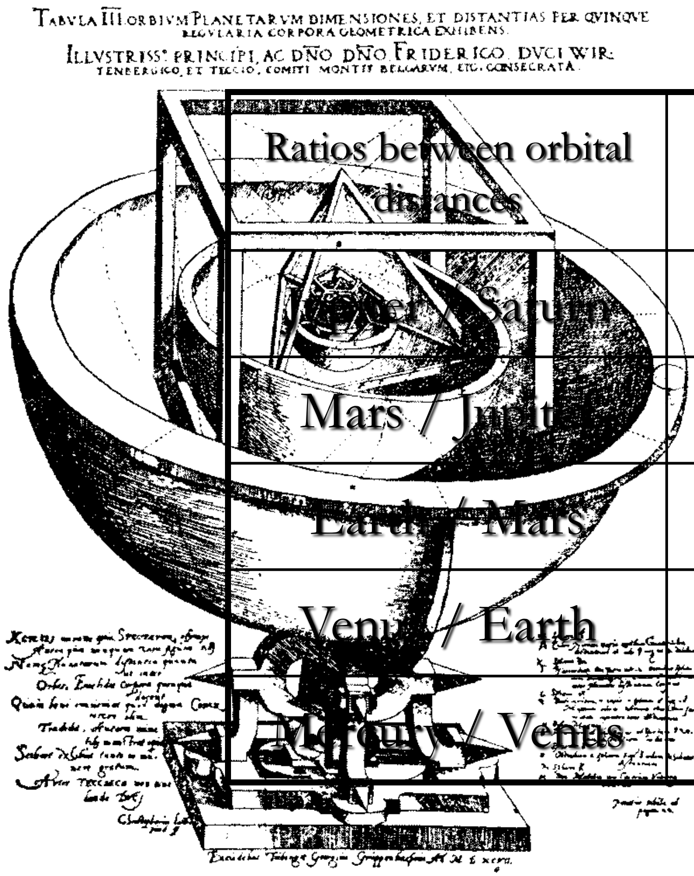

DDR
50
*1571
Jo. Kepler
STAUF
VOLKAMER

První Keplerův model

- Kepler si položil tři otázky:
  - Proč je šest planet?
  - Proč jsou jejich vzdálenosti právě takové, jaké jsou?
  - Proč vzdálenější planety obíhají kolem Slunce pomaleji?



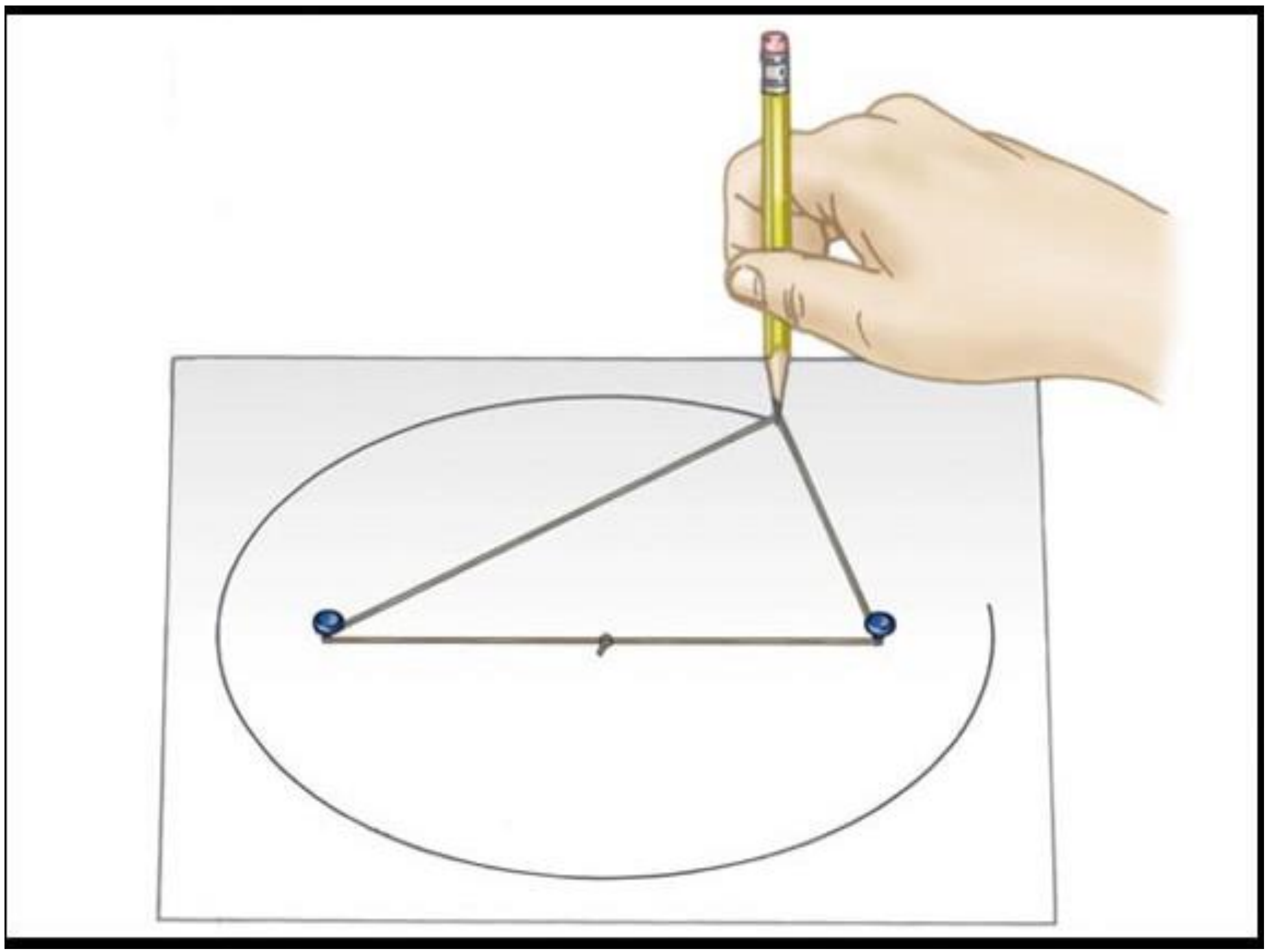
První Keplerův model



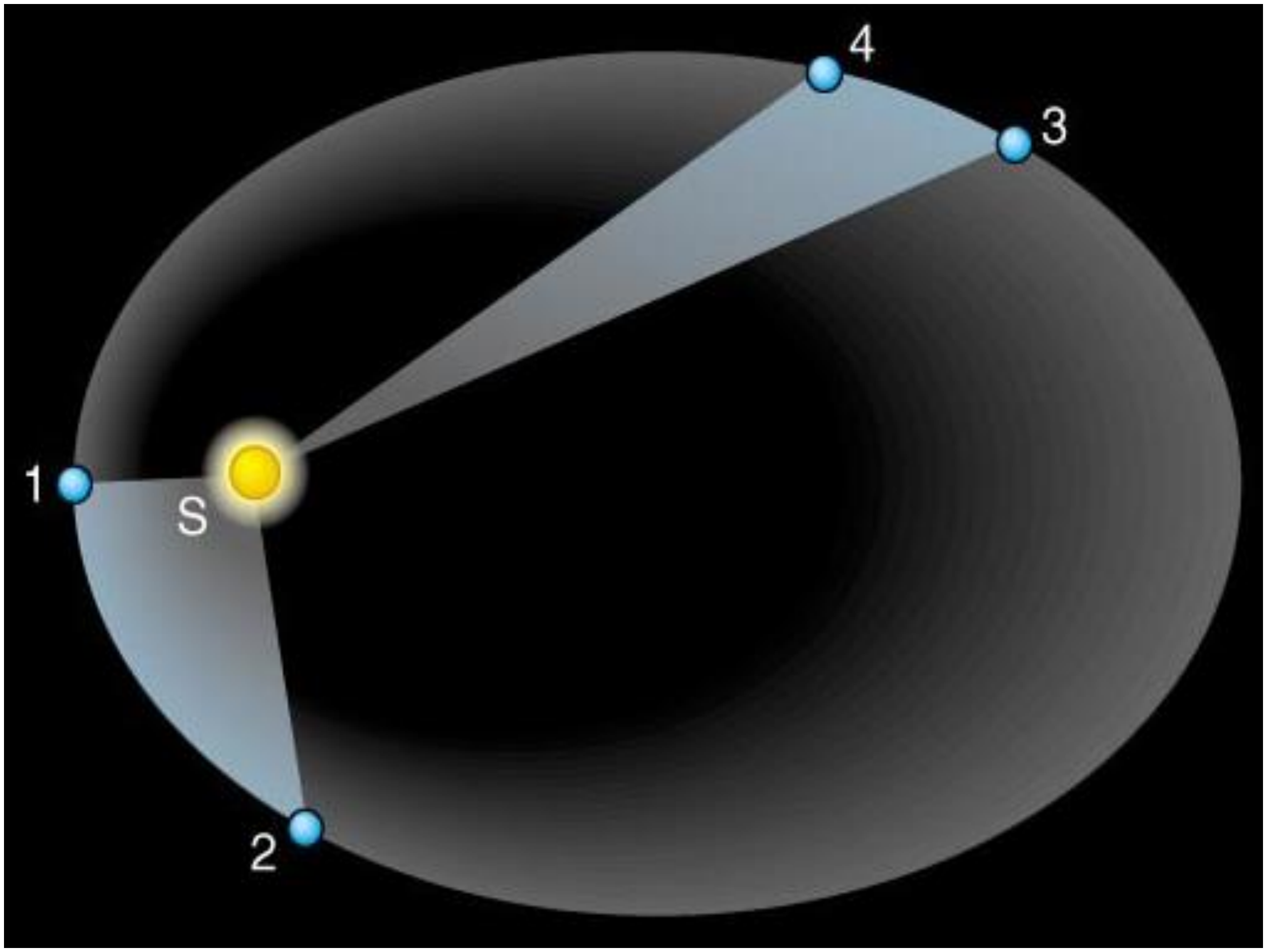
Ratios between orbital distances	Regular solids prediction	Copernicus values
Jupiter / Saturn	0.574	0.572
Mars / Jupiter	0.274	0.290
Earth / Mars	0.694	0.658
Venus / Earth	0.762	0.719
Mercury / Venus	0.563	0.500

- *1609Astronomia Nova*
  první dva zákony
- 1619 *Harmonices Mundi*
  třetí zákon
- http://home.cvc.org/science/kepler.htm

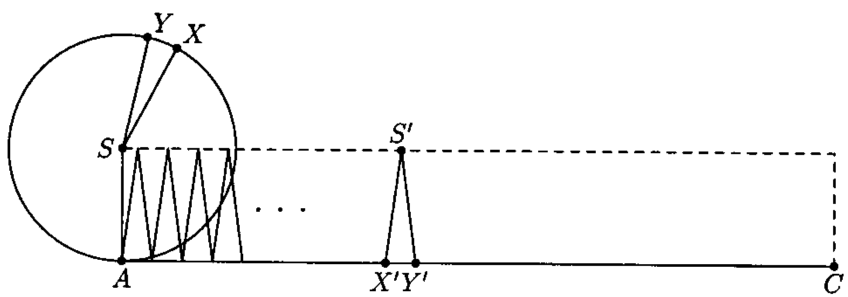
Keplerův první zákon



Druhý Keplerův zákon

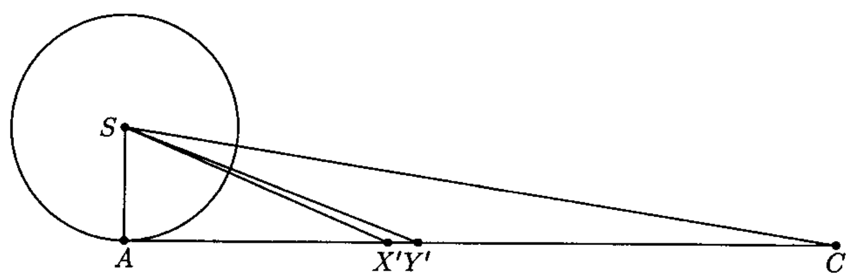


1615 Nova Stereometria doliorum vinariorum



Obr. 3. Keplerův výpočet obsahu kruhu

Tyto trojúhelníky lze zaměnit jinými, se stejnými základnami a výškou, přičemž vrcholy všech trojúhelníků se posunou do středu kružnice S. Takto vzniklé trojúhelníky mají stejné obsahy jako původní trojúhelníky a dohromady vyplňují trojúhelník ACS.



Obr. 4. Keplerův výpočet obsahu kruhu

Obsah kruhu je tedy roven obsahu pravoúhlého …

Děkuji za pozornost

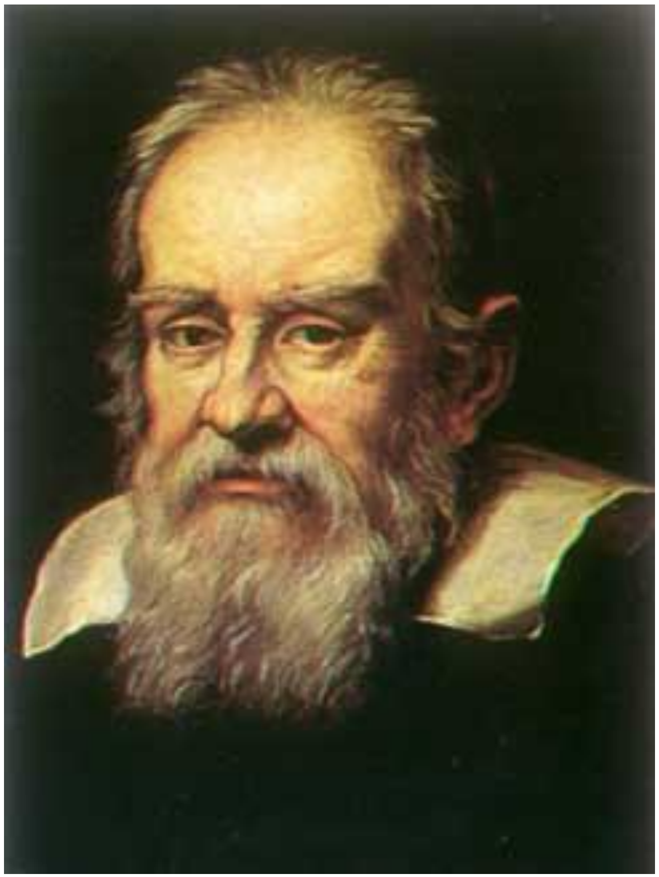
Matematika v 17. století

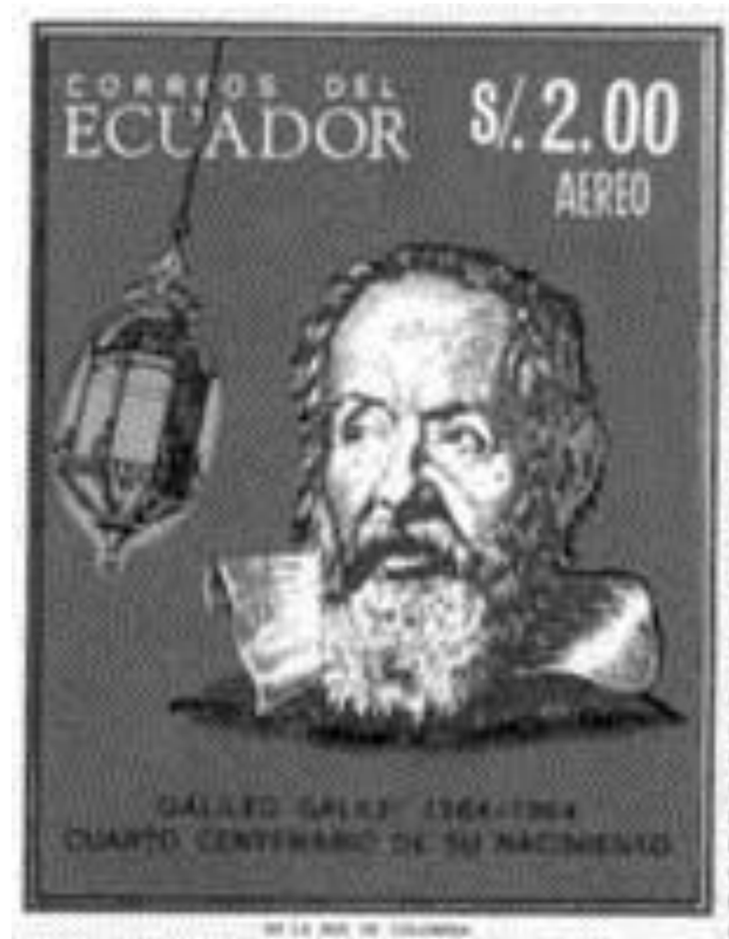
Eduard Fuchs

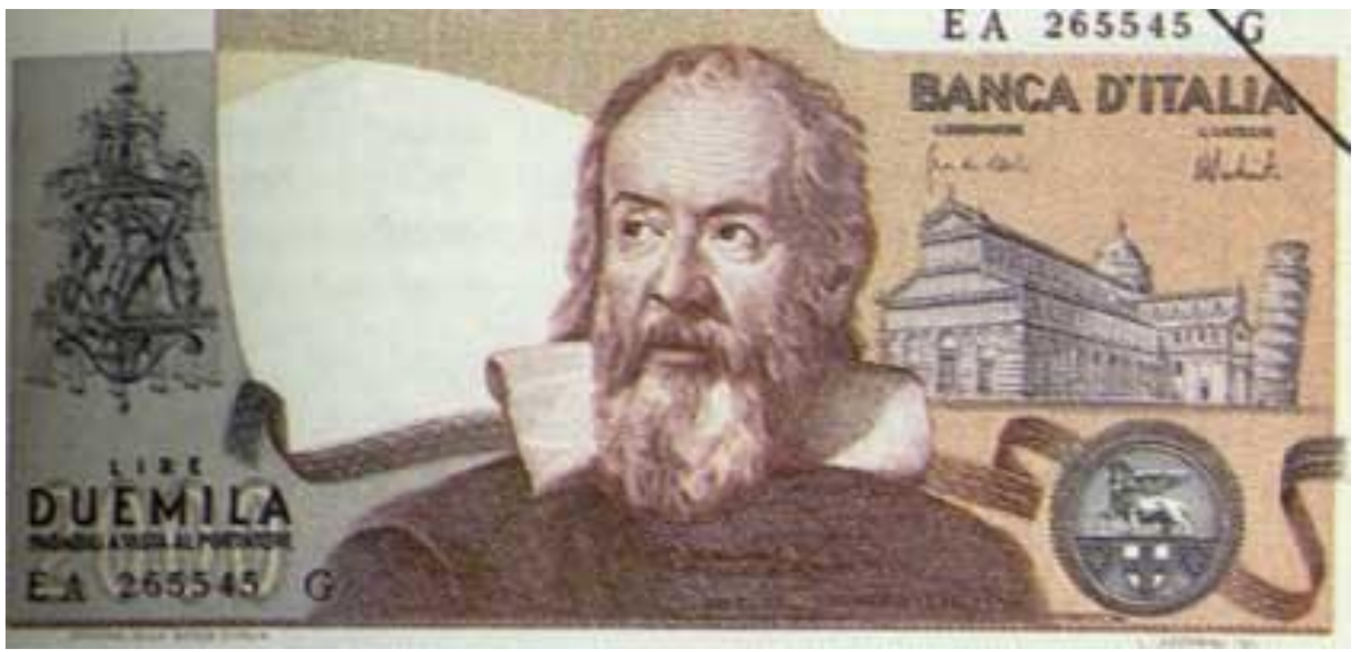
HISTORIE MATEMATIKY
prezentace 8

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Galileo Galilei (1564–1642)

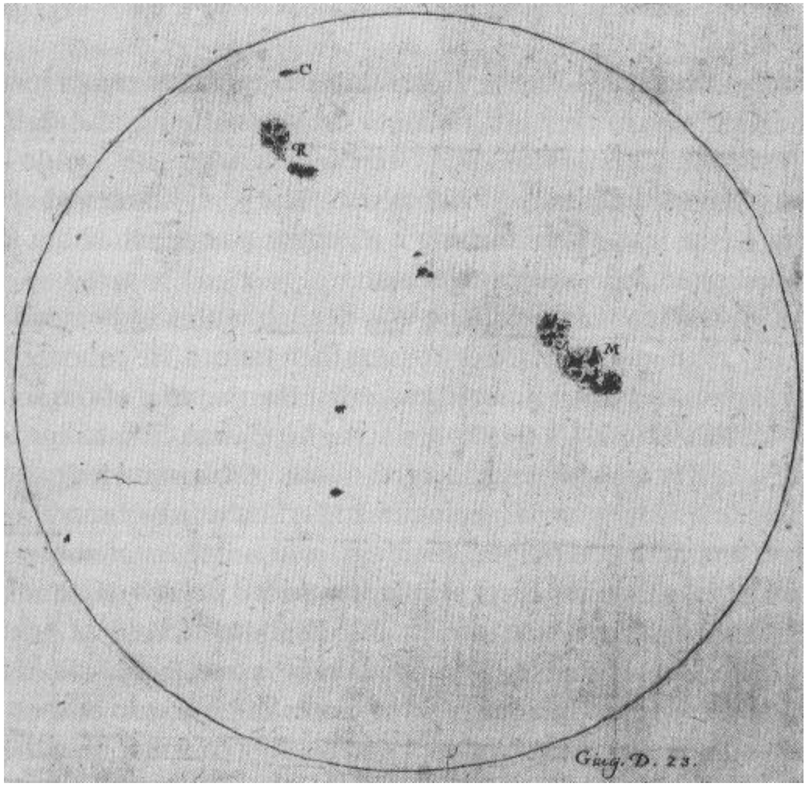





CORREO DEL PARAGUAY
LUNA
TIERRA
JUPITER
ASTRONOMIA
CURVA
BALISTICA
FISICA
EXPIRIMENTAL
SIDEREUS
NUNCIUS
GALILEO
GALILEI
5 FEBRERO 1564
₲ O.20

EA 265545 G
BANCA D'ITALIA
LIRE
DUEMILA
EA 265545 G

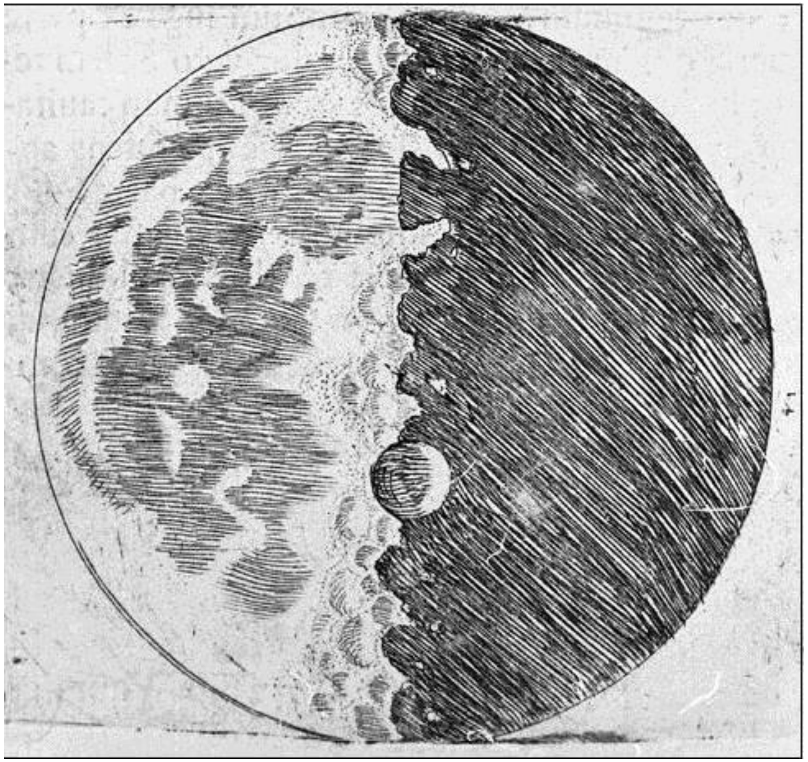
Co Galileo pozoroval

- Skvrny na Slunci



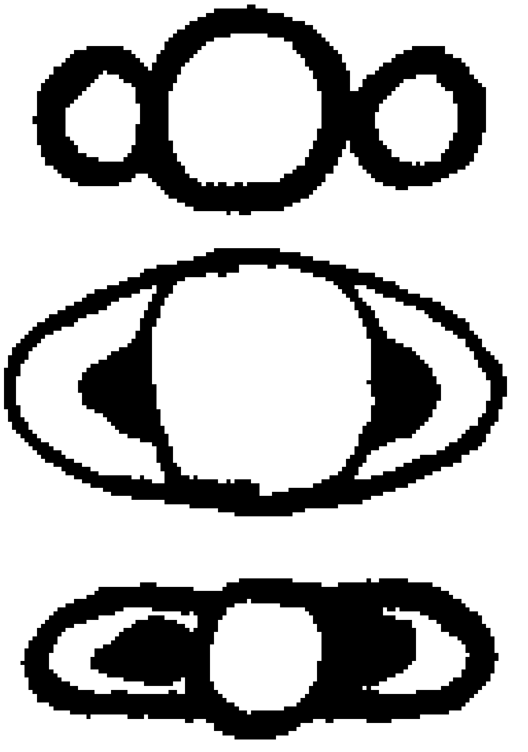
Co Galileo pozoroval

- Skvrny na Slunci
- Měsíc s horami a krátery



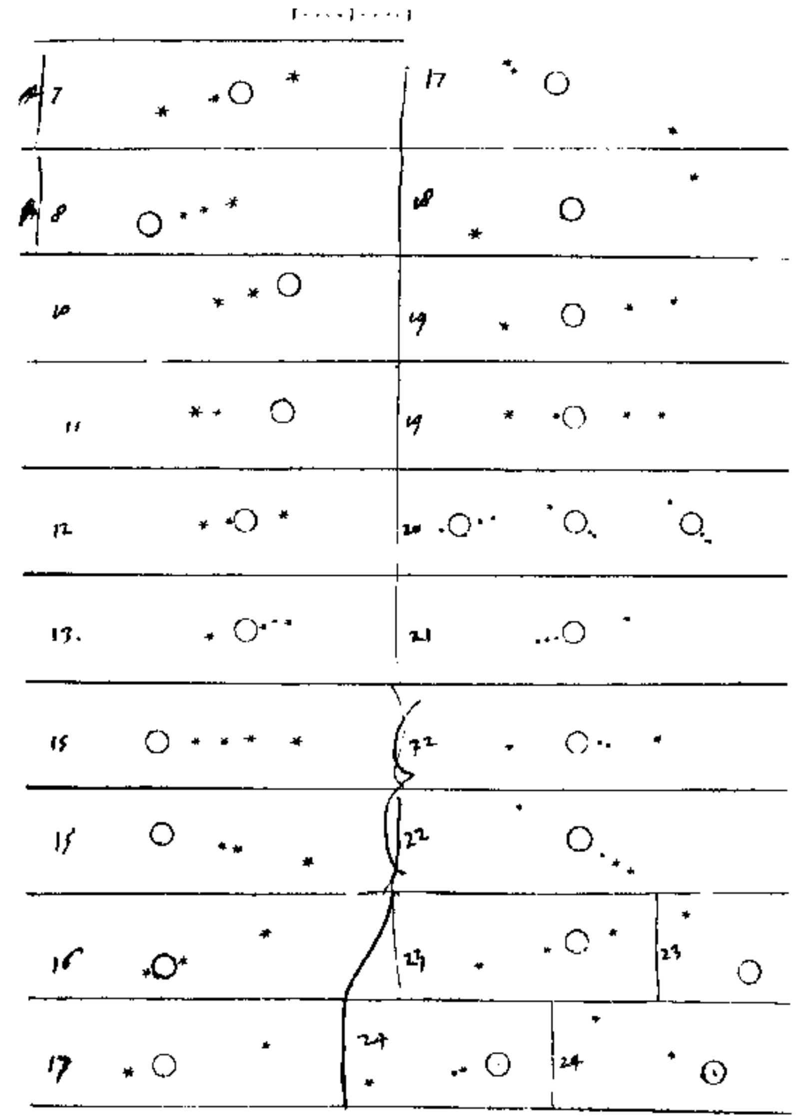
Co Galileo pozoroval

- Skvrny na Slunci
- Měsíc s horami a krátery
- Saturnovy „uši“



Co Galileo pozoroval

- Skvrny na Slunci
- Měsíc s horami a krátery
- Saturnovy „uši“
- Čtyři Jupiterovy měsíce



- 1632 *Dialog* (o systému Ptolemaia a Koperníka)
- 1638 *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attinenti alla mecanica ed i movimenti locali* (Rozpravy)


DIALOGO

DI

GALILEO GALILEI LINCEO

MATEMATICO SOPRAORDINARIO

DELLO STVDIO DI PISA.

GR.DVCA DI TOSCANA.

MASSIMI SISTEMI DEL MONDO

Thomas Harriot (1560–1621)

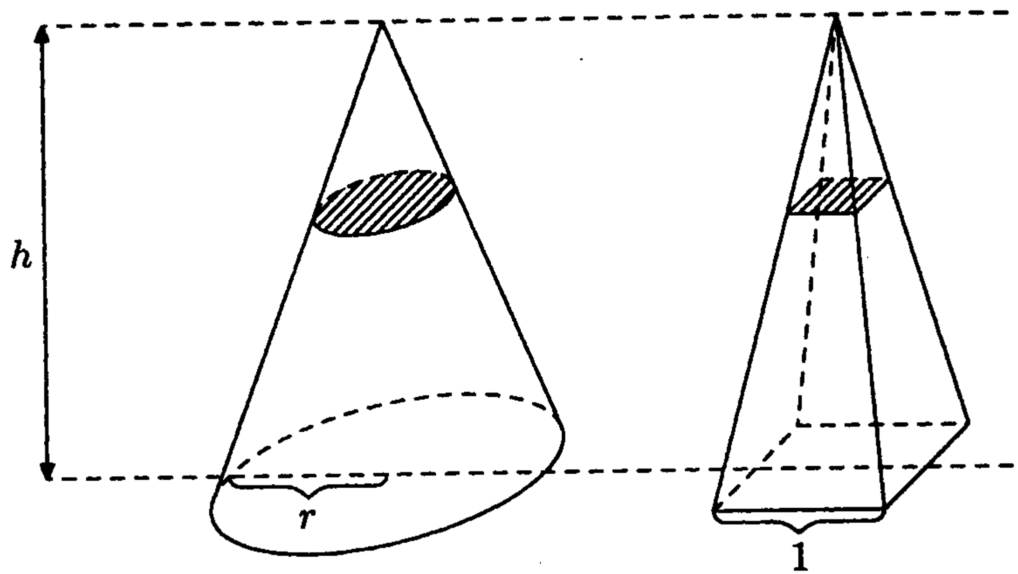
- matematik a astronom
- zakladatel anglické algebraické školy
- zjednodušil algebraické zápisy a zavedl nové symboly
- $aaaa - 6aa + 135a = 1155$

  $aaaa -2aa + 1 = 4aa -136a + 1156$

Bonaventura Cavalieri (1598–1647)

- italský jezuita
- ovlivnilo ho setkání s Galileem
- 1635 *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*

Cavalieriho princip



Obr. 5. Cavalieriho princip

René Descartes (1596–1650)

- filozof a matematik
- algebraické metody v geometrii
- Geometrie je „dodatkem“ v „Rozpravách“
- souřadnicový systém (nikoliv kartézský)

Nejvýznamnější práce

- **Discours de la methode pour bein conduire sa raison et chercher la vertie dans les sciences (1637)**
- **Meditationes (1641)**
- **Principia Philosophia (1644)**

Pierre de Fermat (1601–1665)

- Základní a střední vzdělání ve františkánském klášteře
- před 1631 bakalář civilního práva v Orleansu, nějakou dobu v Bordeaux
- 1631 titul soudního rady - Toulouse

Předzvěst diferenciálního počtu

- 1629 práce o maximech a minimech

- Velká Fermatova věta
- „Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos et generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est dividere cuius rei demonstrationem mirabilem fane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.“
- „Nelze rozdělit krychli na dvě krychle, bikvadrát na dva bikvadráty a obecně žádnou mocninu vyšší než dvě na dvě mocniny téhož stupně. Pro tuto skutečnost jsem nalezl podivuhodný důkaz, tento okraj je však příliš úzký.“

Analytická geometrie

-
- *Ad locos planos et solidos isagoge* (Úvod do studia rovinných křivek a ploch)

AD LOCOS PLANOS ET SOLIDOS

ISAGOGE (1).

De locis quamplurima scripsisse veteres, haud dubium: testis Pappus initio libri septimi (2), qui Apollonium de locis planis, Aristæum de solidis scripsisse asseverat. Sed aut fallimur, aut non proclivis satis ipsis fuit locorum investigatio; illud auguramur ex eo quod locos quamplurimos non satis generaliter expresserunt, ut infra patebit.

Scientiam igitur hanc propriæ et peculiari analysi subjicimus, ut deinceps generalis ad locos via pateat.

Quoties in ultima æqualitate duæ quantitates ignotæ reperiuntur, fit locus loco et terminus alterius ex illis describit lineam rectam aut curvam. Linea recta unica et simplex est, curvæ infinitæ: circulus, parabole, hyperbole, ellipsis, etc.

Quoties quantitatis ignotæ terminus localis describit lineam rectam aut circulum, fit locus planus; at quando describit parabolen, hyperbolen vel ellipsin, fit locus solidus; si alias curvas, dicitur locus

(1) Le texte de cet important Traité est très défiguré dans l'édition des *Varia Opera* de 1679, en particulier par l'adoption de la notation cartésienne des exposants. L'*Isagoge*, qui renferme les éléments de la Géométrie analytique moderne, et notamment une discussion de l'équation générale du second degré à deux inconnues, a cependant été rédigée et même, d'après l'article du *Journal des Savants* du 9 février 1665, communiquée par Fermat avant l'apparition de la *Géométrie* de Descartes. D'un autre côté, il est aisé de se convaincre que Fermat est toujours resté fidèle aux errements de Viète et n'a jamais fait usage dans ses écrits de la notation des exposants, sauf pour des cas exceptionnels, comme lorsqu'il faisait allusion aux travaux de Descartes.

L'existence, dans le portefeuille 1838 I de la collection Ashburnham, d'une ancienne copie de l'*Isagoge* a permis de rétablir en toute sûreté la notation employée par Fermat et d'éliminer certaines additions faites à son texte sur le manuscrit qui avait servi pour l'édition des *Varia*.

(2) Pappus, éd. Hultsch, page 636, lignes 22 et 23.

Teorie pravděpodobnosti

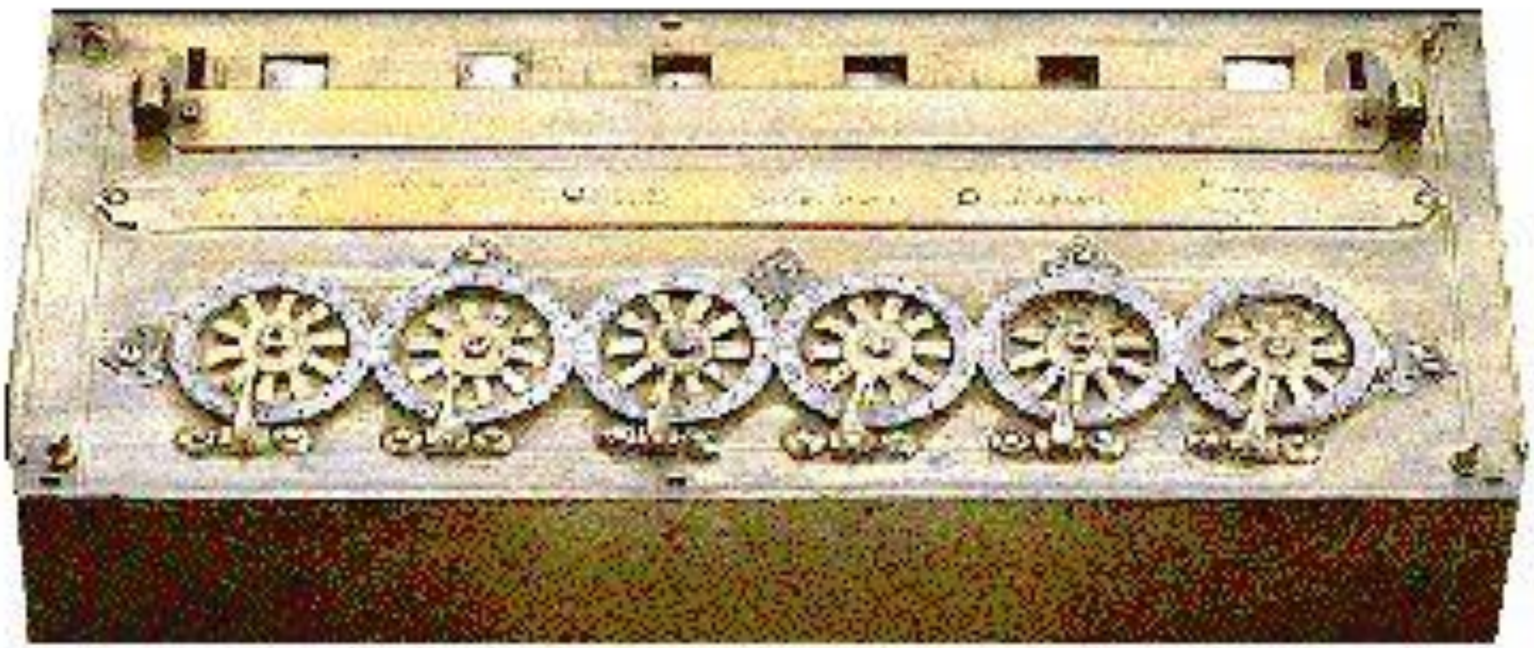
- Počátky v korespondenci mezi Pascalem a Fermatem (5 dopisů v r. 1654)
- První tištěná práce z pravděpodobnosti:
- 1657 *De Ratiociniis in Ludo Aleae* Christiaana Huygense

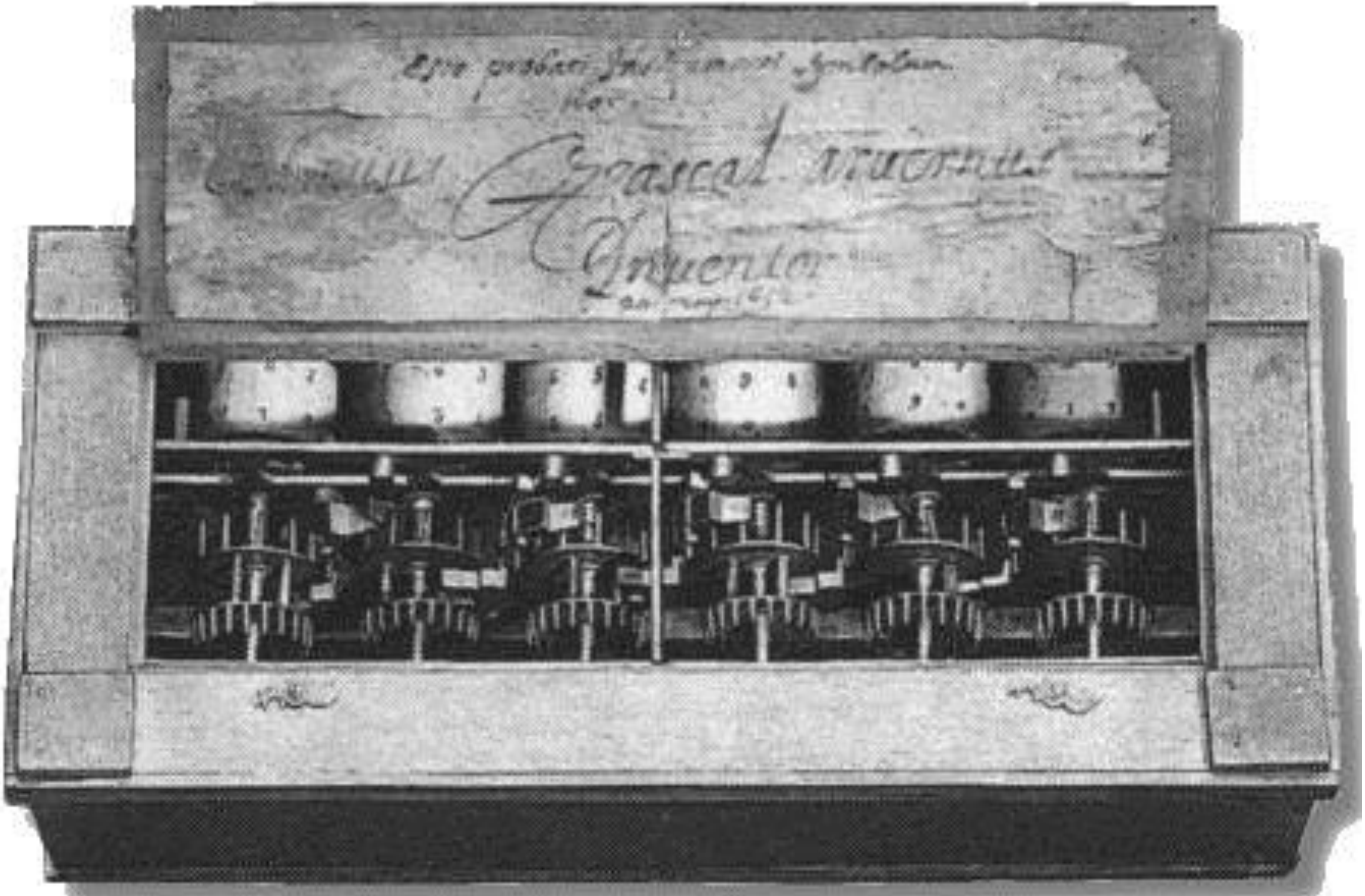
Christiaan Huygens (1629–1695)

Blaise Pascal (1623–1662)

- Od 14 let s otcem účast v Mersennově kroužku
- 1653 *Treatise on the Arithmetical Triangle* („Pascalův trojúhelník“ znám dávno před Pascalem)

1642 Pascalina




Inventor

Počátky kalkulu

- John Wallis (1616-1703)
- Isaac Barrow (1630–1677)

Isaac Newton (1643–1727)

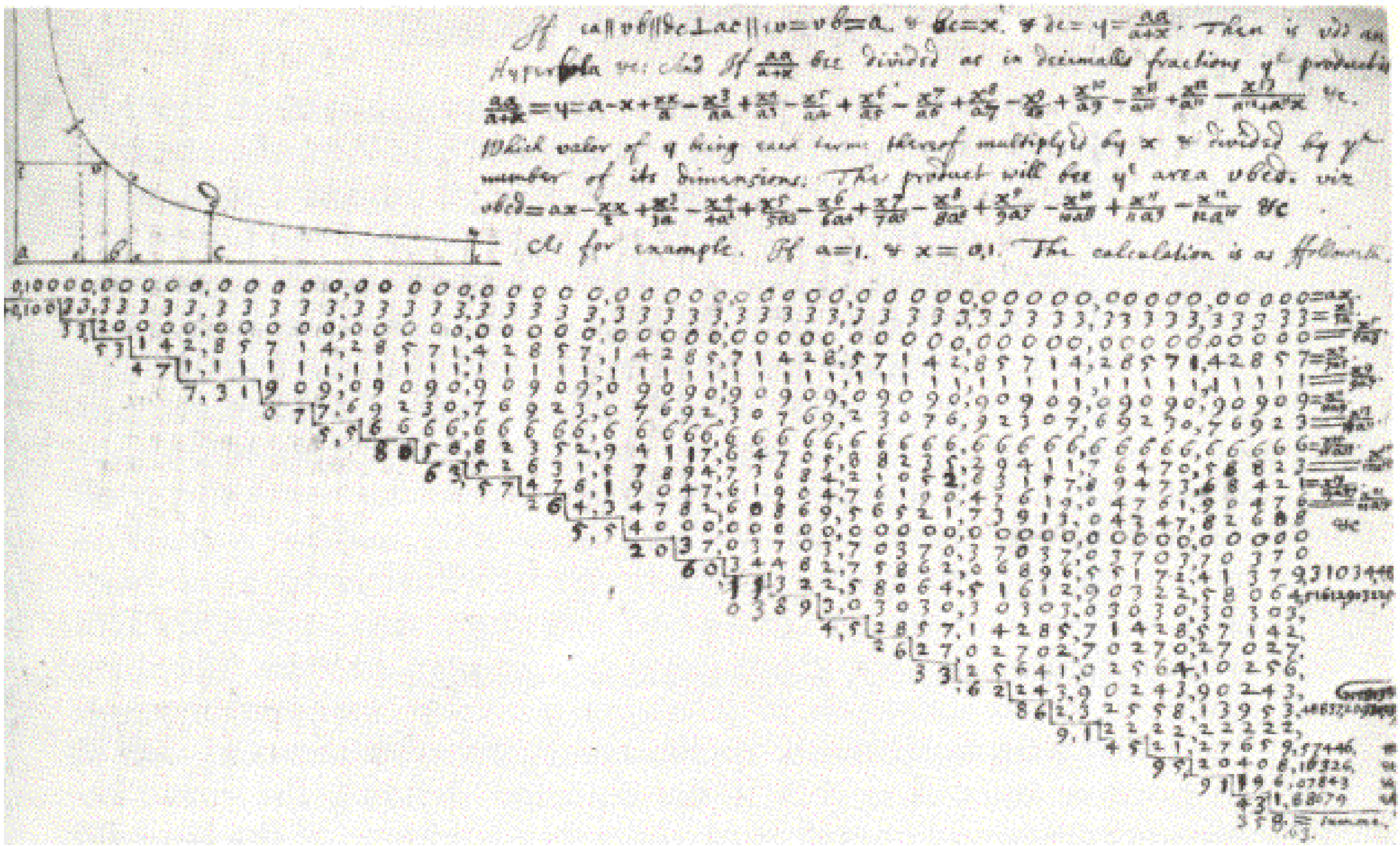
- tři životní periody
- 1643–1669
  mládí studium
- 1669–1687
  lucasiánský profesor
  nejplodnější období
- 1687–1727
  vysoké funkce ve
  státní službě

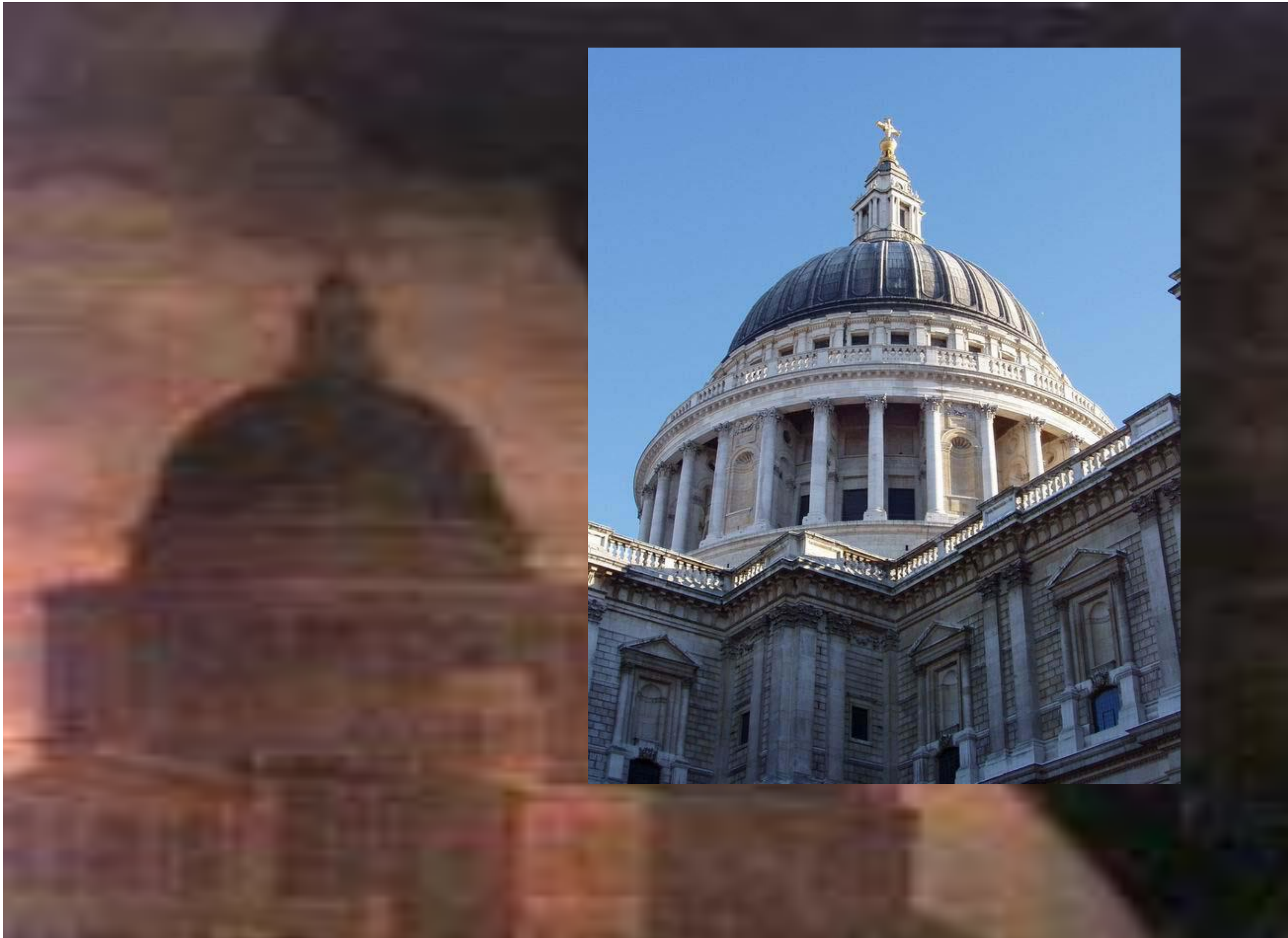
Woolsthorp

Trinity College v Cambridgi

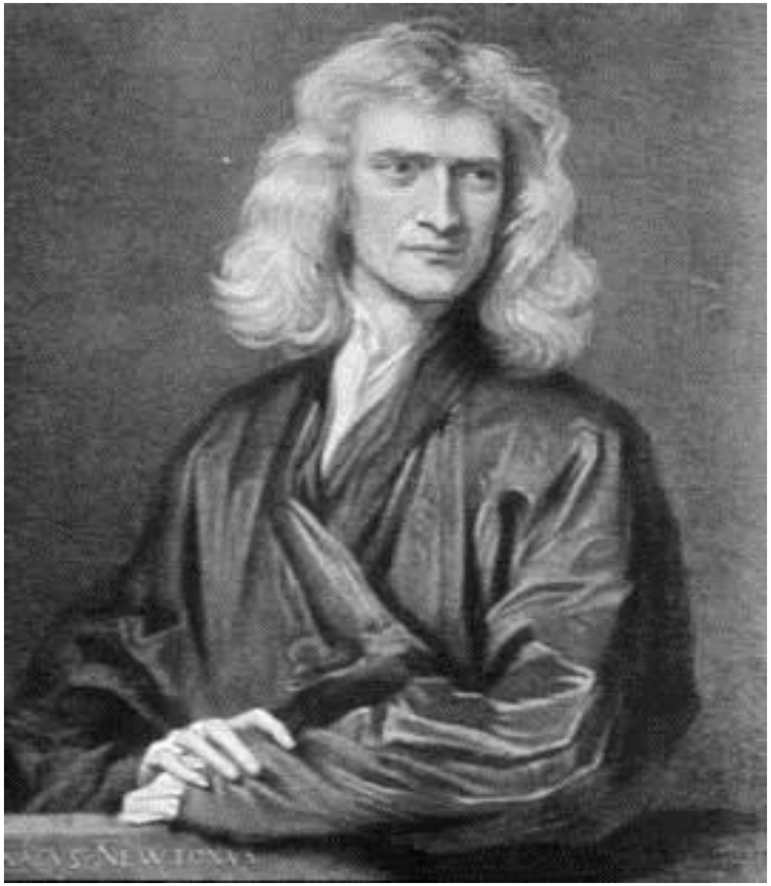
Londýn

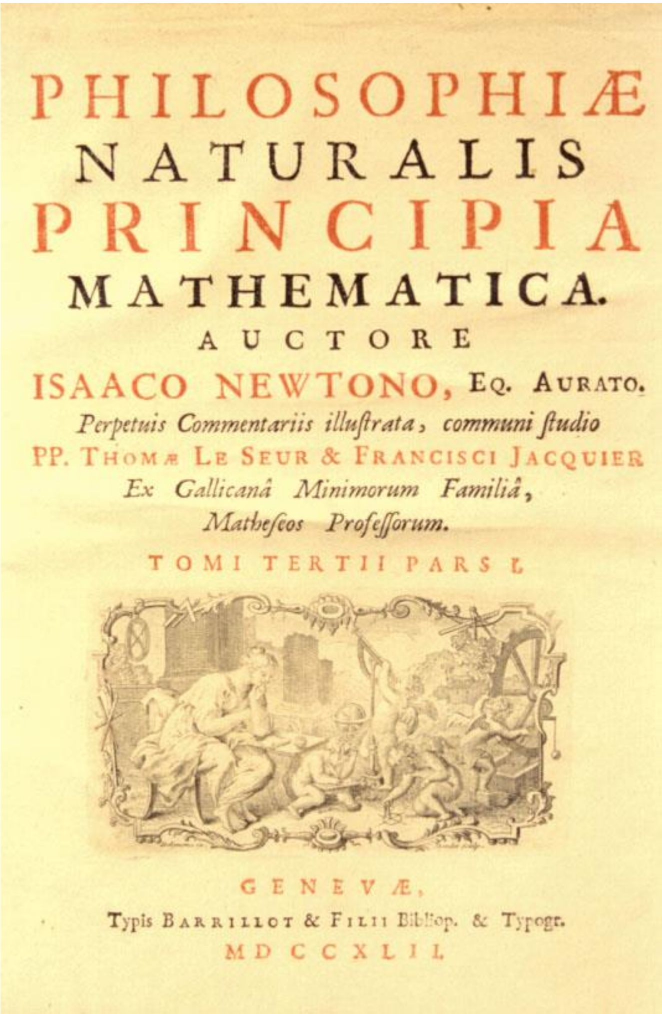
Newtonovy poznámky 1666



1687 *Principie*





Gottfried Wilhelm Leibniz
(1646-1716)

- filozof, matematik, konstruktér, geograf, cestovatel, historik, diplomat
- ve službách hannoverského knížete
- v 7 letech se sám naučil latinsky, ve 12 letech řecky

1673 Londýn

- 1666 De arte combinatoria
- 1684 publikuje diferenciální počet
- 1686 integrální počet
- Kladl velký důraz na symboliku. Vytvářel ji tak, aby usnadňovala pochopení podstaty pojmů.
- 1675 znak integrálu

1733 Voltaire *Listy o Angličanech*:

„…každý Angličan, který sám sebe prohlásí za milovníka matematiky a fyziky a projeví zájem stát se členem královské společnosti, je do ní okamžitě zvolen."

1685 Wallis: *Pojednání o algebře*

„1939 Cohen: .. „jedna z největších manipulací s fakty v historii vědy. … Wallis naznačuje, že všechny velké matematické objevy 17. století učinili Angličané a že například Descartes opisoval od Harriota."

- Slavný spor Johna Wallise a Thomase Hobbse (po uveřejnění Hobbsovy knihy o kvadratuře kruhu):

- Wallis (v dopise Huyghensovi 1. 1. 1659):
- „…je nutné, aby mu nějaký matematik ukázal, jak málo matematice, z níž čerpá svou troufalost, rozumí. A nesmíme se nechat odradit jeho nadutostí, v níž na nás bude, jak víme, plivat sliny.“

- *Hobbes:* Šest lekcí profesorům matematiky, jedna pro profesora geometrie a zbývající pro profesora astronomie. „…*Tak kráčejte cestami svými, vy neslušní kněží, nelidští teologové, dedikátoři morálky, zavilí kolegové, vy dva ohavní Issacharové, nejzkaženější mstitelé a zrádci akademie.*

- Wallis byl dotčen tím, že Němci by se měli dostat před Angličany. 1695 píše Newtonovi: „Nejste tak laskav ke své pověsti (a potažmo pověsti národa), jak byste mohl být, jestliže tak hodnotné věci necháváte u sebe ležet tak dlouho, až jiní na sebe strhnou slávu, která patří vám."
- 1707 John Keill (Philosophical Transactions): „…Newtonovo prvenství existuje mimo jakýkoliv stín pochybnosti."
- Johann Bernoulli o Keillovi: „Newtonova opice", „Newtonův patolízal", „najaté péro", „jistý jedinec skotské rasy".

Takakazu Seki Kowa (1642–1708)

- 1683 metoda fan-čen
  první metody vedoucí
  k determinantům
  (v Evropě až v 19. století)
- 1685 Hornerovo schéma
  (100 let před Hornerem)
- objevil „Newtonovu“
  interpolační formuli a
  Bernoulliova čísla před
  Jacobem Bernoullim

Děkuji za pozornost

Matematika v 18. století

Eduard Fuchs

HISTORIE MATEMATIKY
prezentace 9

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
UNIVERSITAS MASARYKIANA BRUNENSIS
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Bernoulliové

- Nicholas (1623–1708)

basilejský radní

Jacob I. (1654–1705)

Nicolas starší (1662–1716) malíř

Johann I. (1667–1748)

Nicolas mladší (1687–1769) malíř

Nicolas I. (1687–1759)

Nicolas II. (1695–1726)

Daniel I. (1700–1782)

Johann II. (1710–1790)

Johann III. (1744–1807)

Daniel II. (1754–1834)

Jacob II. (1759–1789)

Christoph (1782–1863) zakladatel švýcarského technického školství

Johann Gustav (1811–1863)

Jacob Bernoulli (1654–1705)

- astronom, fyzik, matematik
- jako jeden z prvních pochopil Leibnizovy výsledky
- zakladatel teorie pravděpodobnosti
- 1869 zákon velkých čísel
- 1713 *Ars conjectandi*

Johann Bernoulli (1667–1748)

- studoval medicínu a současně s bratrem matematiku
- rozvoj infinitesimálního počtu
- diferenciální rovnice
- Archimédes své doby

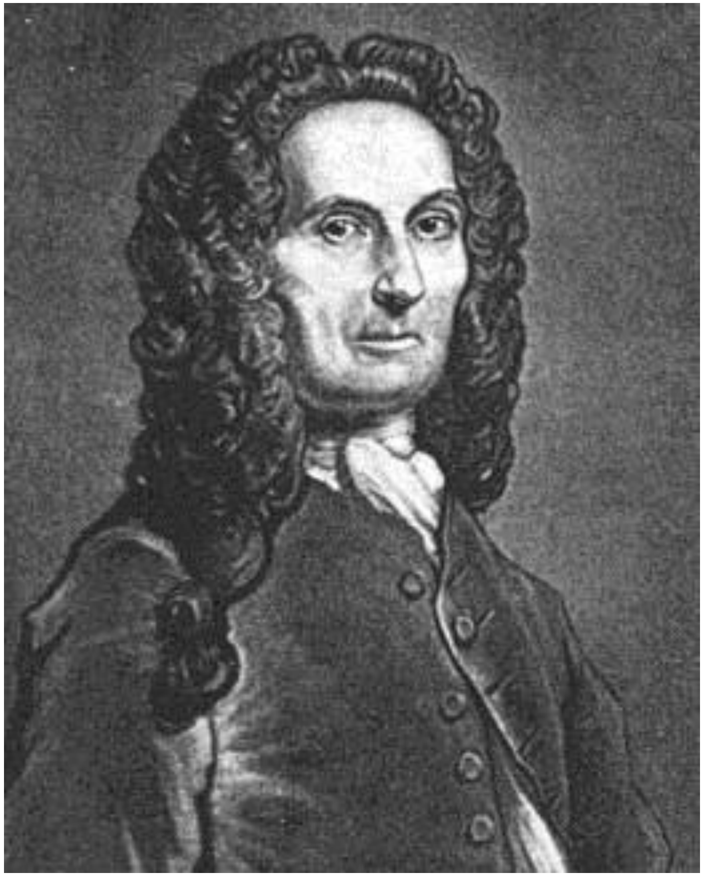
Guillaume François Antoine Marquis de L'Hôpital (1661–1704)

- 1696 *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*

- „L'Hôpitalovo pravidlo" objevil Johann Bernoulli 1694

Abraham de Moivre (1667–1754)

- narozen ve Francii, z náboženských důvodů emigroval do Anglie
- přítel Newtonův
- 1722 Moivreova věta (znal již 1707) – propojení analýzy a trigonometrie



Brook Taylor (1685–1731)

- 1712 první formulace „Taylorovy věty“
- 1715
  Linear perspective
- *1715*
  Methodus incrementorum directa et inversa
  - metoda konečných diferencí

Leonhard Euler (1707–1783)

- 1720 zahájil studium na univerzitě v Basileji
- 1723 magistr filozofie
- 1726 ukončil studium matemati-ky u Johanna Bernoulliho

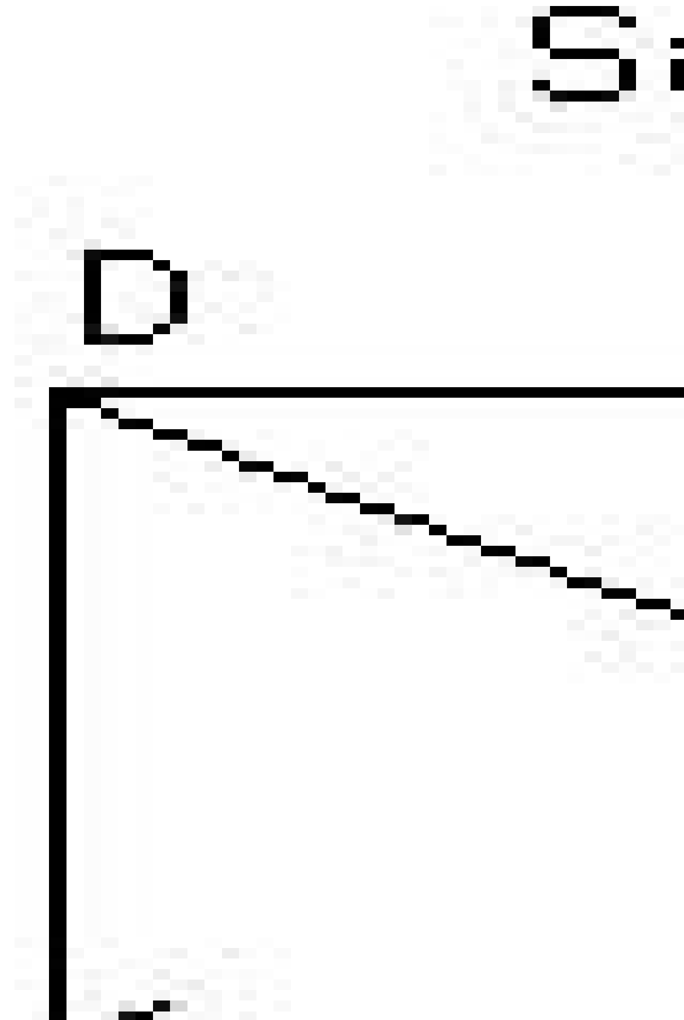
- 1727 Petrohrad na místo Nicolase II.B., učí aplikovanou matematiku a mechaniku ve fyziologii
- 1730 profesorem fyziky
- 1736 orientuje se převážně na mate-matiku, první problémy s okem

- 1741 přechod do Berlína
- 1744 ředitel matematického oddělení
- do r. 1766 380 prací z matematiky
- 1766 návrat do Petrohradu
- 1771 oslepl

- 1735 mosty v Královci
- 1736 důkaz Malé Fermatovy věty
  (p prvočíslo → $a^p - a$ je dělitelné p)
- 1736 *Mechanica*
- 1740 *Methodus inveniendi lineas curvas… - variační počet*
- 1742 Goldbachova (1690–1764) hypotéza
- 1748 velká F. věta pro n=3
- 1750 první věty z kombinatorické topologie
- 1751 logaritmus v komplexním oboru
- 1755 *Institutiones calculi differentialis*
- 1768–1770 *Institutiones calculi integralis*
-

Giovanni Girolamo Saccheri (1667–1733)

- 1733 *Euclides ab Omni Naevo Vindicatus* (Eukleides vší poskvrny zbavený)
- první věty neeukleidovské geometrie



Zformuloval tři hypotézy:
- *hypotézu tupého úhlu*, kterou vyvrátil
- *hypotézu pravého úhlu*, která je ekvivalentní s 5. postulátem
- *hypotézu ostrého úhlu,* z níž odvodil řadu důsledků, posléze však prohlásil: *Hypotéza je veskrze falešná, neboť odporuje přirozenosti přímky*.

Alexis Claude Clairaut (1713–1765)

- nejmladší člen Pařížské akademie věd
- 1733–1743 nejplodnější léta
- Clairautova rovnice, variační počet, problém tří těles

George Berkeley (1685–1753)

- irský biskup a filozof
- 1734 *The analyst: or a discourse addressed to an infidel mathematician*
- *počátek 2. krize matematiky*

Colin Maclaurin (1898–1746)

- skotský matematik
- 1742 dvousvazkové *Treatise of fluxions*
- psáno v Newtonově symbolice

Gabriel Cramer (1704–1752)

- švýcarský matematik
- publikoval sebrané spisy Johanna Bernoulliho
- 1750 Cramerovo pravidlo

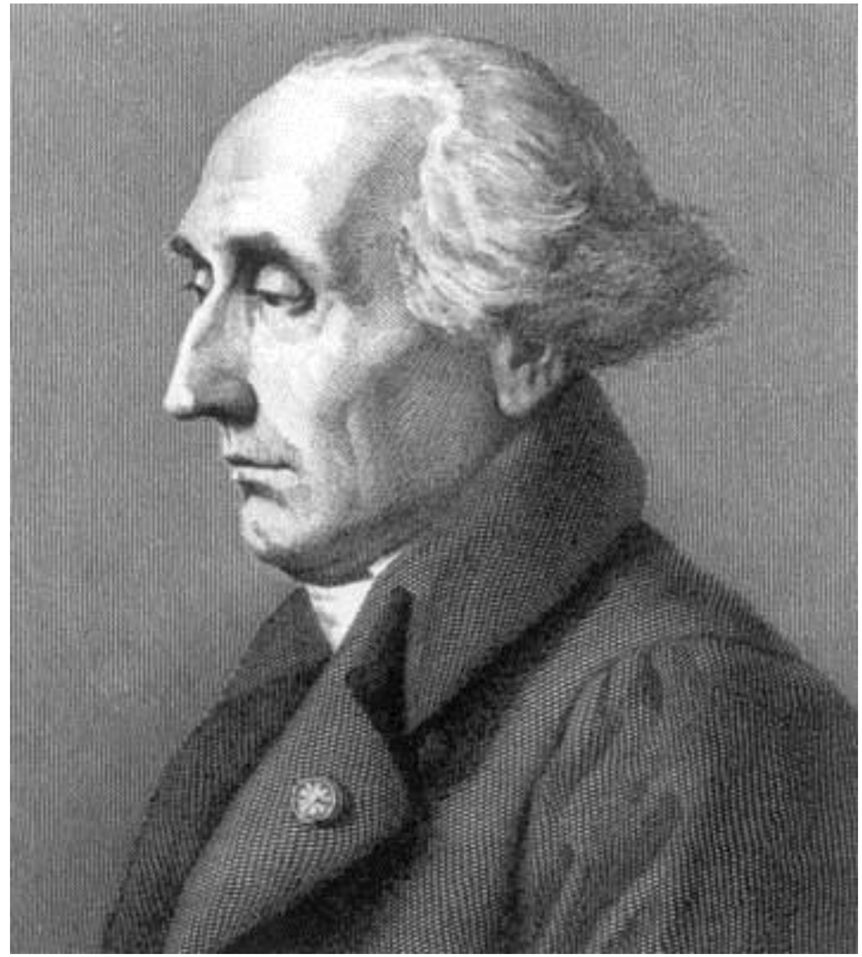
Johann Heinrich Lambert (1728–1777)

- 1759 předzvěst DG
- 1761 iracionalita čísla π
- 1766 *Theorie der Parallellinien* (vydáno až posmrtně), pozornost však až po roce 1839

Hypotézu ostrého úhlu na rozdíl od Saccheriho vyvrátil.
Použil však mlčky předpoklad, že *každými třemi body, které neleží na přímce, lze vést kružnici*.
Toto tvrzení je však ekvivalentní s 5. postulátem.

Joseph-Louis Lagrange (1736–1813)

- 1759 člen Berlínské akademie (prosadil Euler)
- variační počet, studium algebraických rovnic
- 1766–1787 prezident Berlínské akademie
- 1787 odchod do Paříže
- tvůrce analytické mechaniky, zásadní přínos v teorii pravděpodobnosti, kalkulu aj.

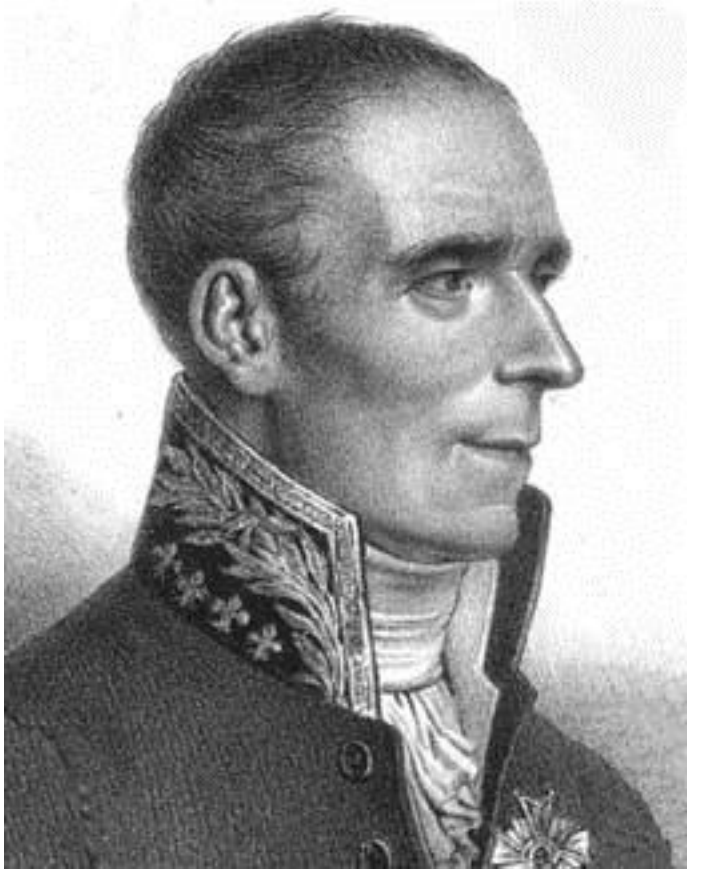


Gaspard Monge (1746–1818)

- 1771 počátky diferenciální geometrie
- 1799 deskriptivní geometrie

Pierre Simon Laplace (1749–1827)

- matematická astronomie
- mechanika
- 1812 *Matematická teorie pravdě-podobnosti*



Carl Friedrich Gauss (1777–1855)

- 1799 důkaz „základní věty algebry“
- 1801 konstrukce pravidelných n-úhelníků
- 1827 rozvoj diferenciální geometrie

Augustin Louis Cauchy (1789–1857)

- 1821 *Analyse algébrique* – limita
- absolutní konvergence řady
- 1823 limitní definice integrálu
- 1825 funkce komplexní proměnné

Bernard Bolzano (1781–1848)

- 1851 *Paradoxy nekonečna*

Karl Weierstrass (1815–1897)

Nikolaj Ivanovič Lobačevskij (1792–1856)

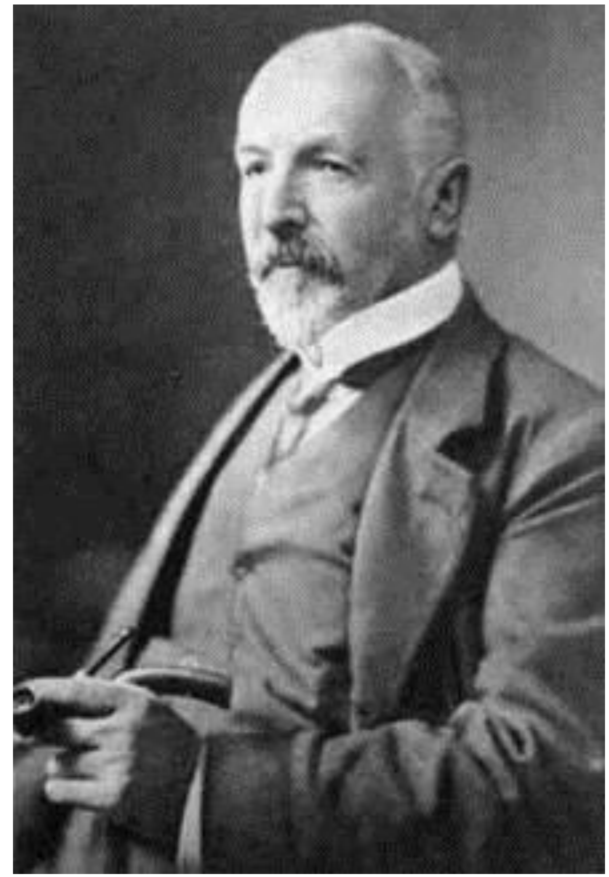
János Bolyai (1802–1860)

Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826–1866)

Niels Henrik Abel (1802–1829)

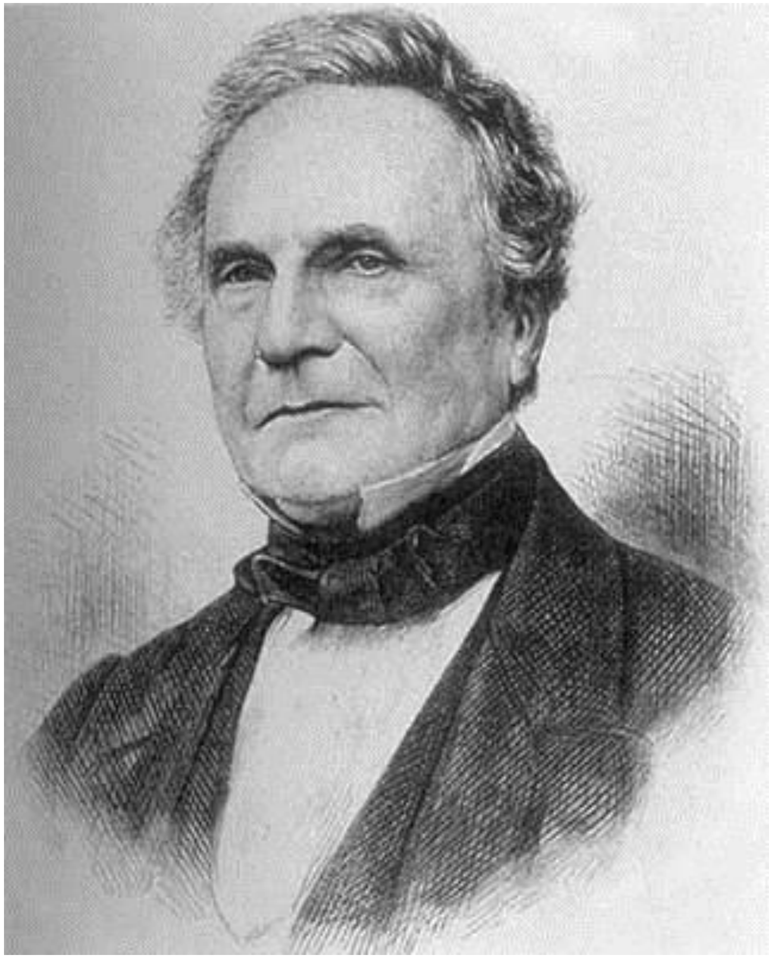
Evariste Galois (1811–1832)

Georg Cantor (1845–1918)



Charles Babbage (1791–1871)

- moderní idea počítačů



David Hilbert (1862–1943)

- 1900 Hilbertovy problémy
- hilbertovský program

Děkuji za pozornost

Leonhard Euler

Eduard Fuchs

HISTORIE MATEMATIKY
prezentace 10

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
UNIVERSITAS MASARYKIANA BRUNENSIS
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Johann Bernoulli (1667–1748)

- studoval medicínu a současně s bratrem matematiku
- rozvoj infinitesimálního počtu
- diferenciální rovnice
- Archimédes své doby

- 1727 Petrohrad na místo Nicolase II.B., učí aplikovanou matematiku a mechaniku ve fyziologii
- 1730 profesorem fyziky
- 1736 orientuje se převážně na mate-matiku, první problémy s okem

- 1741 přechod do Berlína
- 1744 ředitel matematického oddělení
- do r. 1766 380 prací z matematiky
- 1766 návrat do Petrohradu
- 1771 oslepl

- 1735 mosty v Královci
- 1736 důkaz Malé Fermatovy věty
  (p prvočíslo → $a^p - a$ je dělitelné p)
- 1736 *Mechanica*
- 1740 *Methodus inveniendi lineas curvas…* - *variační počet*
- 1742 Goldbachova (1690–1764) hypotéza
- 1748 velká Fermatova věta pro n=3
- 1750 první věty z kombinatorické topologie
- 1751 logaritmus v komplexním oboru
- 1755 *Institutiones calculi differentialis*
- 1768–1770 *Institutiones calculi integralis*

- **17. 10. 1776 předložil EULER petrohradské akademii proslulou** *úlohu o 36 důstojnících*:

- **Sestavte 36 důstojníků 6 různých hodností ze 6 různých pluků do čtverce tak, aby v každé řadě a v každém zástupu byli důstojníci všech hodností a všech pluků!**

- Proč, probůh, Euler sestavoval důstojníky do čtverce?

- **Definice latinského čtverce.**
- **Věta:** *Pro každé přirozené n existuje latinský čtverec řádu n.*
- ***Příklad:***
- *a)* **1 2 3 .... n**
- **2 3 4 ....n 1**
- **3 4 5 ....1 2**
- **.**
- **.**
- **n 1 2 ...... n-1**

- **b) Latinským čtvercem je například každá tabulka násobení libovolné konečné grupy.**

- **Latinské čtverce (a_{ij}), (b_{ij}) se nazývají *ortogonální*, jestliže se v matici (a_{ij}, b_{ij}) vyskytuje každý prvek příslušného kartézského součinu právě jednou.**

- **Příklad:**

1	2	3	2	3	1	12	23	31
2	3	1	1	2	3	21	32	13
3	1	2	3	1	2	33	11	22

- **Eulerovu úlohu lze tedy přeformulovat následovně:**

- **Najděte ortogonální latinské čtverce 6. řádu!**

- **PROBLÉM: Existují ortogonální latinské čtverce pro každé n větší než 1?**

- **Příklad: Pro n = 2 neexistují.**

1	**2**	**2**	**1**	**12**	**21**
2	**1**	**1**	**2**	**21**	**12**

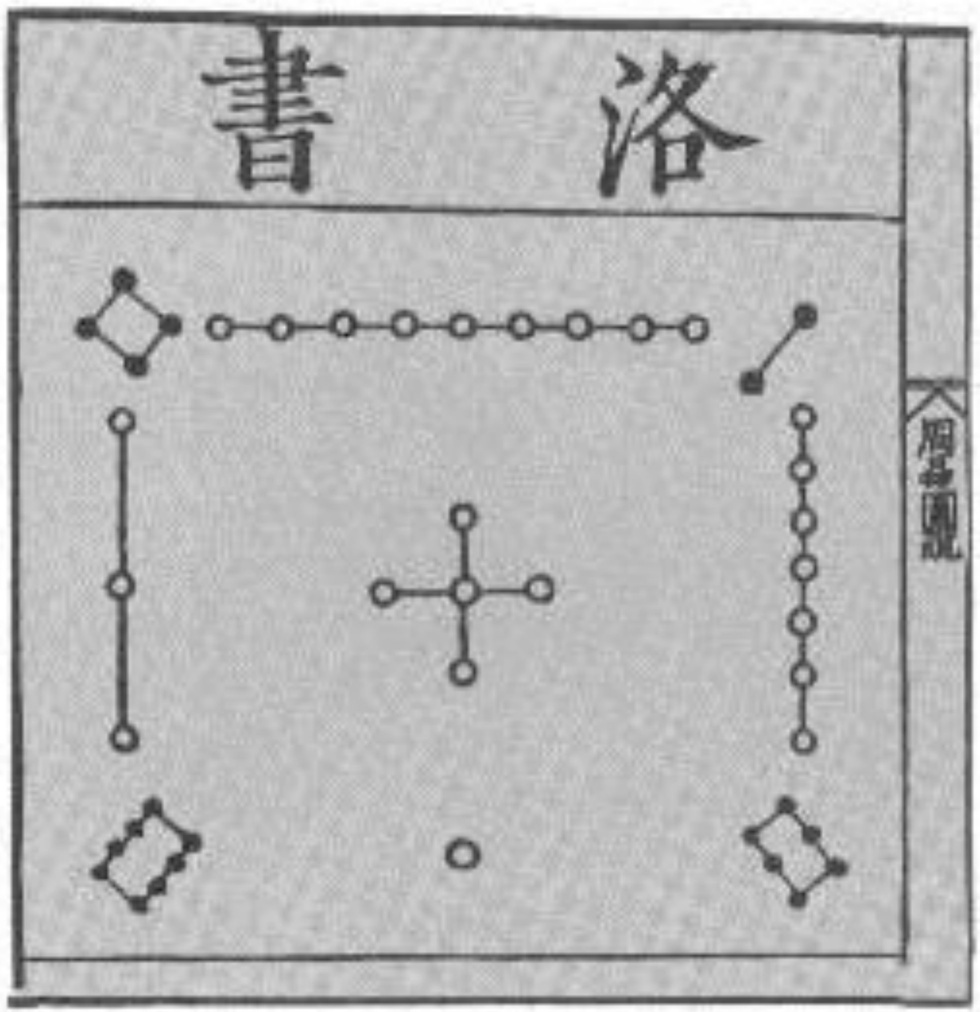
Proč úlohu Euler vůbec zformuloval a proč pro $n = 6$?

Euler pravděpodobně znal úlohu na ortogonální latinské čtverce 4. řádu, kterou uveřejnil Jacques OZANAM (1640 - 1717) v r. 1694 v dvoudílné knize *Recréations mathématiques*.

- **Euler odvodil, že existují ortogonální latinské čtverce pro každé *liché* n.**

- Jeho konstrukce překvapivě souvisí s tzv. magickými čtverci

Lo-šu (Saturn)



Dosazením číselných hodnot dostaneme

- $$\begin{matrix} 4 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{matrix}$$

Euler

Simon de la Loubère (1642-1729)

		1		

		1		
			2	

		1		
				3
			2	

		1		
4				
				3
			2	

		1		
	5			
4				
				3
			2	

		1		
	5			
4	6			
				3
			2	

		1		
	5	7		
4	6			
				3
			2	

		1	8	
	5	7		
4	6			
				3
			2	

		1	8	
	5	7		
4	6			
				3
			2	9

		1	8	
	5	7		
4	6			
10				3
			2	9

		1	8	
	5	7		
4	6			
10				3
11			2	9

		1	8	
	5	7		
4	6			
10	12			3
11			2	9

		1	8	
	5	7		
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

		1	8	
	5	7	14	
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

		1	8	15
	5	7	14	
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13		
10	12			3
11	18		2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13		
10	12	19		3
11	18		2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13	20	
10	12	19		3
11	18		2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13	20	
10	12	19	21	3
11	18		2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18		2	9

17		1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18		2	9

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18		2	9

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

Odečteme od každého čísla jedničku
a čísla vyjádříme
v soustavě o základu 5

31	43	00	12	24
42	04	11	23	30
03	10	22	34	41
14	21	33	40	02
20	32	44	01	13

EULEROVA HYPOTÉZA

- **Ortogonální čtverce neexistují pro žádné $n = 4k + 2$, $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$ (tj. $n = 2, 6, 10, 14, \ldots$).**

- **V r. 1900 dokázal francouzský celní inspektor Gaston TARRY (1843 - 1913), že opravdu neexistují ortogonální čtverce 6. řádu.**

- **Provedl to porovnáním všech možností.**

- **Kolik je všech latinských čtverců řádu n?**

Teorie bipartitních grafů

- **VĚTA:** *Latinských čtverců řádu n je minimálně*

  n! . (n-1)! . (n-2)! … 1!

- **Pro n = 6 je tedy latinských čtverců nejméně**

  6! 5! 4! 3! 2! 1! = 24 883 200

- **1959 E. T. PARKER:**

Konstrukce ortogonálních latinských čtverců řádu 22

- **1960 R. C. BOSE - S. S. SHRIKHANDE:**
- **Ortogonální latinské čtverce existují pro každé přirozené $n > 2$ kromě $n = 6$.**

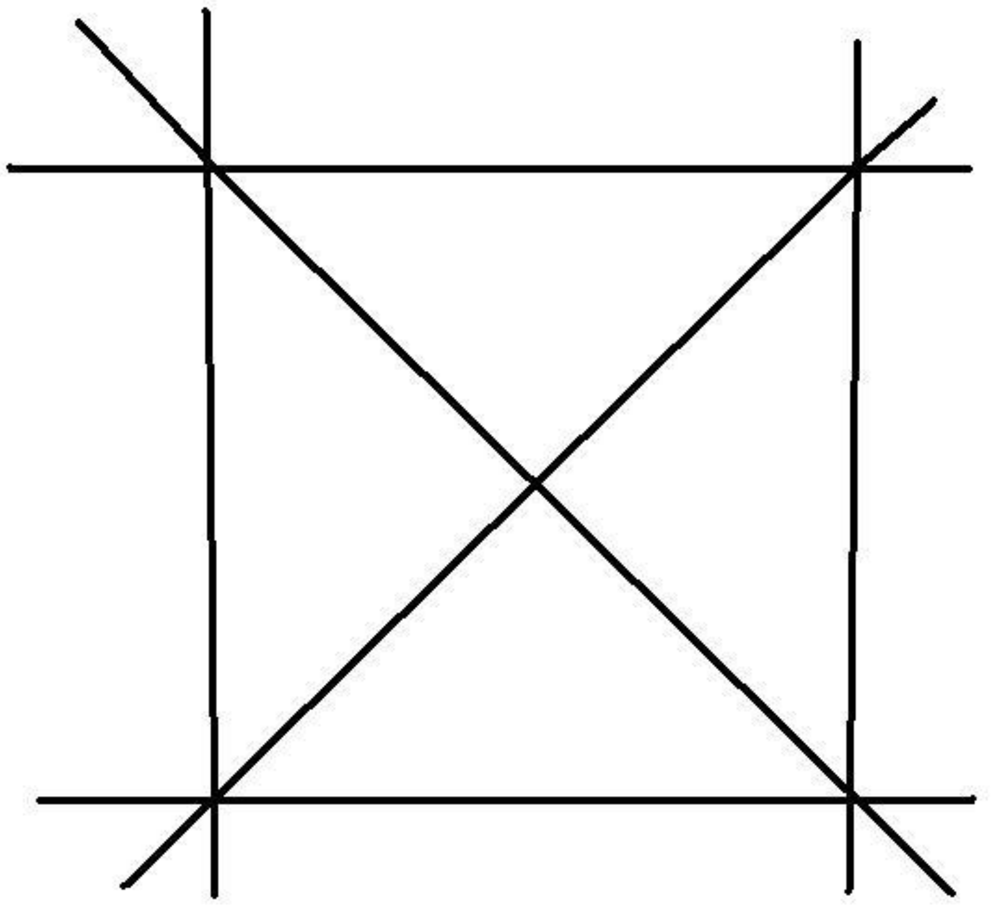
Ortogonální čtverce 10. řádu

- 00 49 17 96 28 83 75 61 52 34
  76 11 59 27 90 38 84 02 63 45
  85 70 22 69 37 91 48 13 04 56
  58 86 71 33 09 47 92 24 15 60 93 68
  80 72 44 19 57 35 26 01
  67 94 08 81 73 55 29 46 30 12
  39 07 95 18 82 74 66 50 41 23
  21 32 43 54 65 06 10 77 88 99
  42 53 64 05 16 20 31 89 97 78
  14 25 36 40 51 62 03 98 79 87

Konečná afinní rovina

- **Buď A konečná neprázdná množina, $\mathfrak{R}$ nějaký systém jejích neprázdných podmnožin. Prvky množiny A v dalším nazýváme** *body*, **prvky množiny $\mathfrak{R}$** *přímky.* **Dvojici (A, $\mathfrak{R}$) nazveme** *konečnou afinní rovinou*, **jestliže platí:**
- **I. Každé dva různé body leží na právě jedné přímce.**
- **II. Ke každému bodu $x \in A$ a každé přímce p , $x \notin p$ existuje právě jedna přímka q taková, že $x \in q$, $p \cap q = \emptyset$.**
- **III. Existují tři navzájem různé body, které neleží na jedné přímce.**

Příklad konečné roviny



- **Řád konečné roviny, rovnoběžky, směr.**

- **Konečná afinní rovina řádu n má n^2 bodů a $n^2 + n$ přímek. Na každé přímce leží n bodů a každým bodem prochází $n + 1$ přímek. Všechny přímky lze rozdělit do $n + 1$ směrů a každý směr obsahuje n rovnoběžek.**

	I	1	2	3	4
První	II	5	7	6	8
směr	III	10	11	9	12
	IV	15	14	16	13

	V	13	1	5	9
Druhý	VI	14	10	2	6
směr	VII	11	15	7	3
	VIII	4	8	12	16

	IX	6	16	1	11
Třetí	X	12	5	15	2
směr	XI	8	9	3	14
	XII	13	4	10	7

	XIV	7	12	14	1
Čtvrtý	XV	2	13	8	11
směr	XVI	16	3	10	5
	XVII	9	6	4	15

	XVII	1	8	15	10
Pátý	XVIII	9	2	7	16
směr	XIX	3	12	13	6
	XX	5	14	11	4


FIAT
COMMERCIAL
VEHICLES

Existuje afinní rovina libovolného řádu?

- **Konečná afinní rovina řádu *n* > 2 existuje právě tehdy, když existuje *n*-1 latinských čtverců *n*-tého řádu, z nichž každé dva jsou navzájem ortogonální.**

- **Důsledek: Neexistuje konečná rovina 6. řádu.**

Idea důkazu

- **Seřaďme 16 bodů konečné roviny 4. řádu do tabulky:**
-

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

- **Řádky a sloupce jsou zřejmě přímky 1. a 2. směru. Nyní vezměme přímky 3. směru a ve výše uvedené tabulce nahraďme číslem 1 body přímky IX, tj. body 1, 6, 11 a 16, číslem 2 body přímky X atd. Dostaneme tak tabulku**

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

Zákonitě jsme přitom obdrželi latinský čtverec.
Nyní sestrojíme analogicky latinské čtverce pomocí 4. a 5. směru. Dostaneme

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	2	1
2	1	4	3
3	4	1	2

- **Takto sestrojené čtverce jsou zákonitě ortogonální. Konstrukci lze přitom obrátit.**

- **Konečných afinních rovin existuje nekonečně mnoho.**

Nutná a dostatečná podmínka?

- **Je-li přirozené číslo *n* mocninou nějakého prvočísla, existuje konečná rovina *n*-tého řádu.**

- **Nechť přirozené číslo *n* není součtem čtverců dvou přirozených čísel a nechť *n*=1 (mod 4) nebo *n*=2 (mod 4). Pak neexistuje konečná rovina řádu *n* .**

Konečná rovina 10. řádu?

- Stačí najít devět navzájem ortogonálních latinských čtverců 10. řádu.

- **10! 9! 8! 7! 6! 5! 4! 3! 2! 1! =**
  = 6,658 606 583 . 10^{27} .

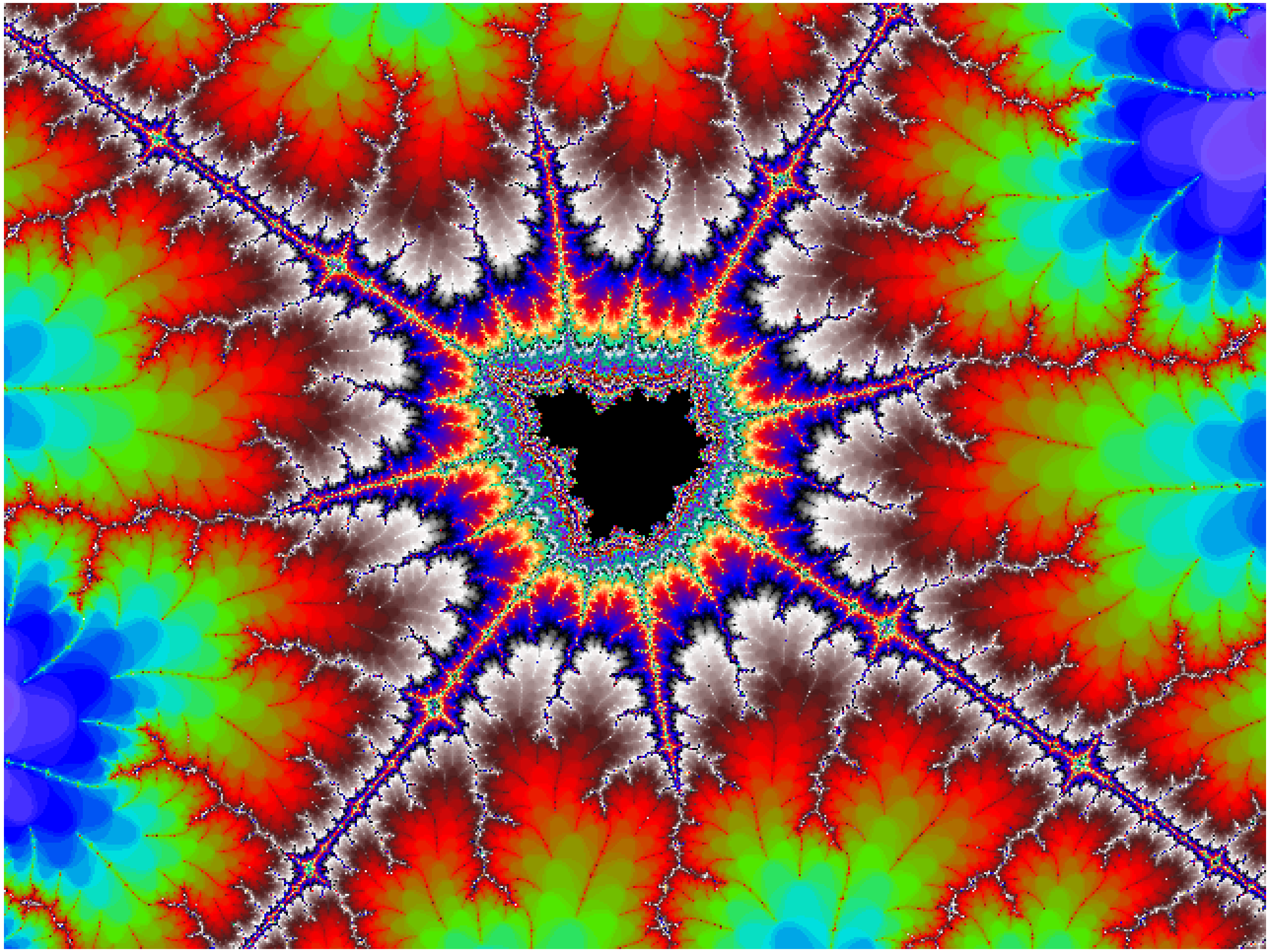
Děkuji za pozornost

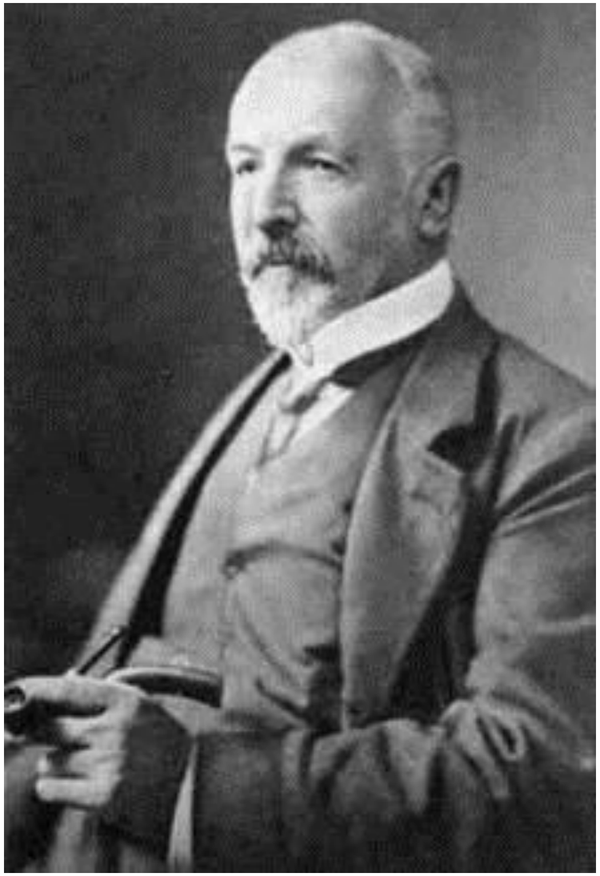
Počátky teorie chaosu

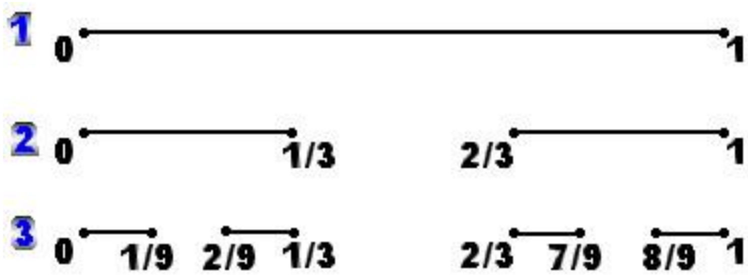
Eduard Fuchs

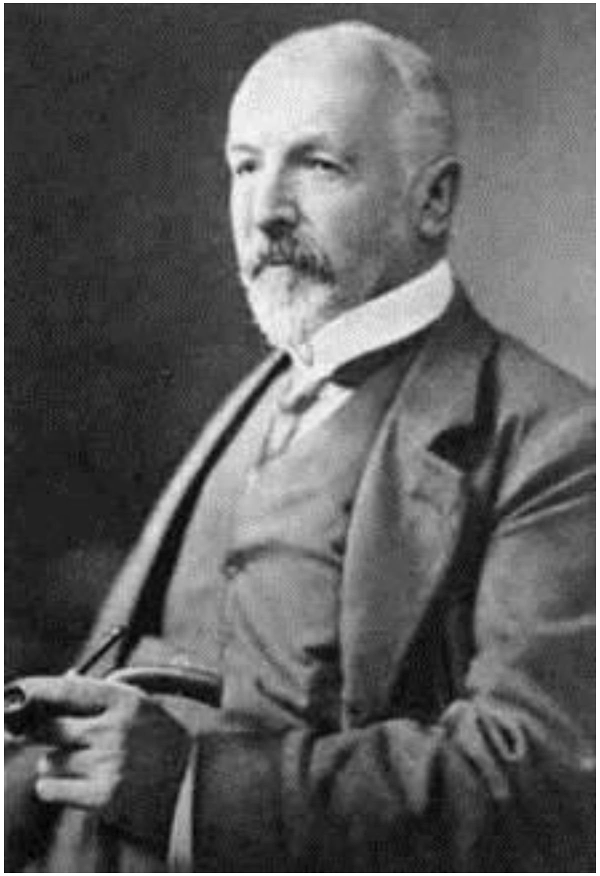
HISTORIE MATEMATIKY
prezentace 11

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
UNIVERSITAS MASARYKIANA BRUNENSIS
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

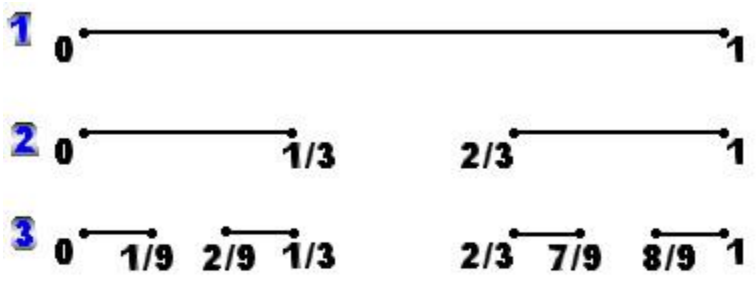


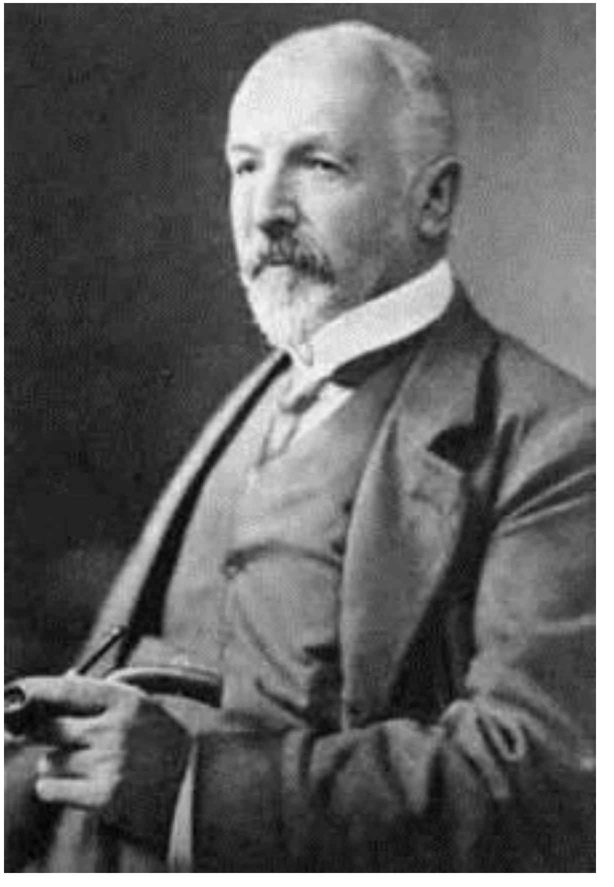



1
0
1
2
0
1/3
2/3
1
3
0
1/9
2/9
1/3
2/3
7/9
8/9
1



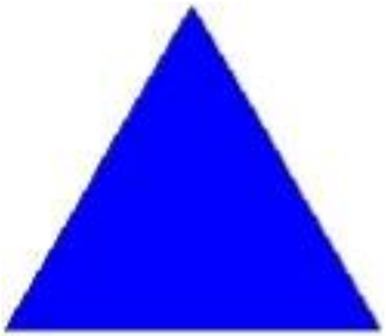
Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845-1918)





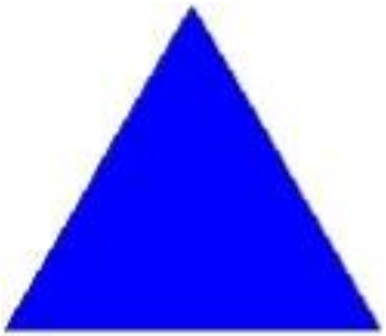
Sierpinského krajka

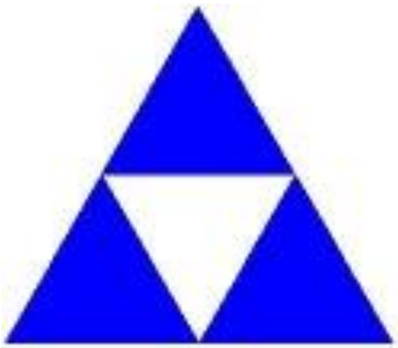
Sierpinského krajka

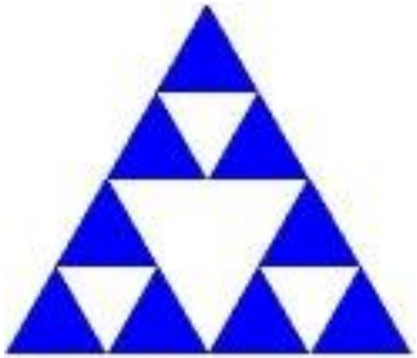


Sierpinského krajka

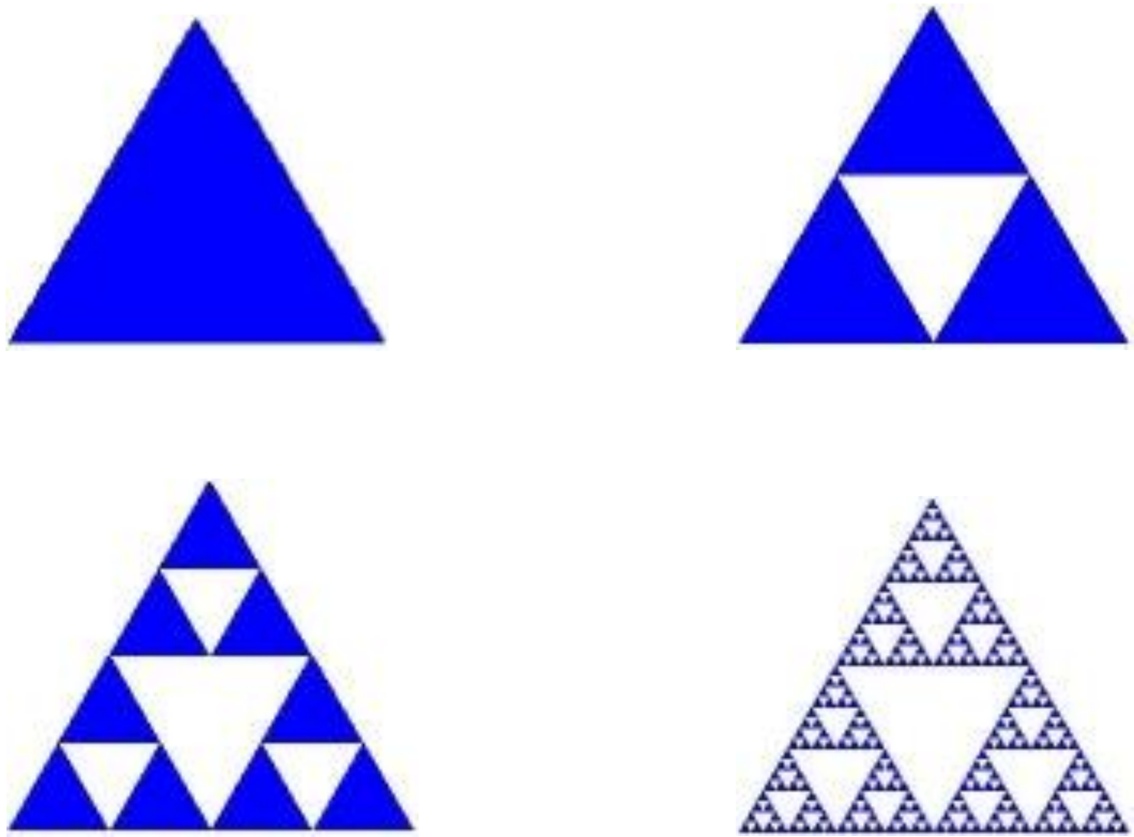
Sierpinského krajka



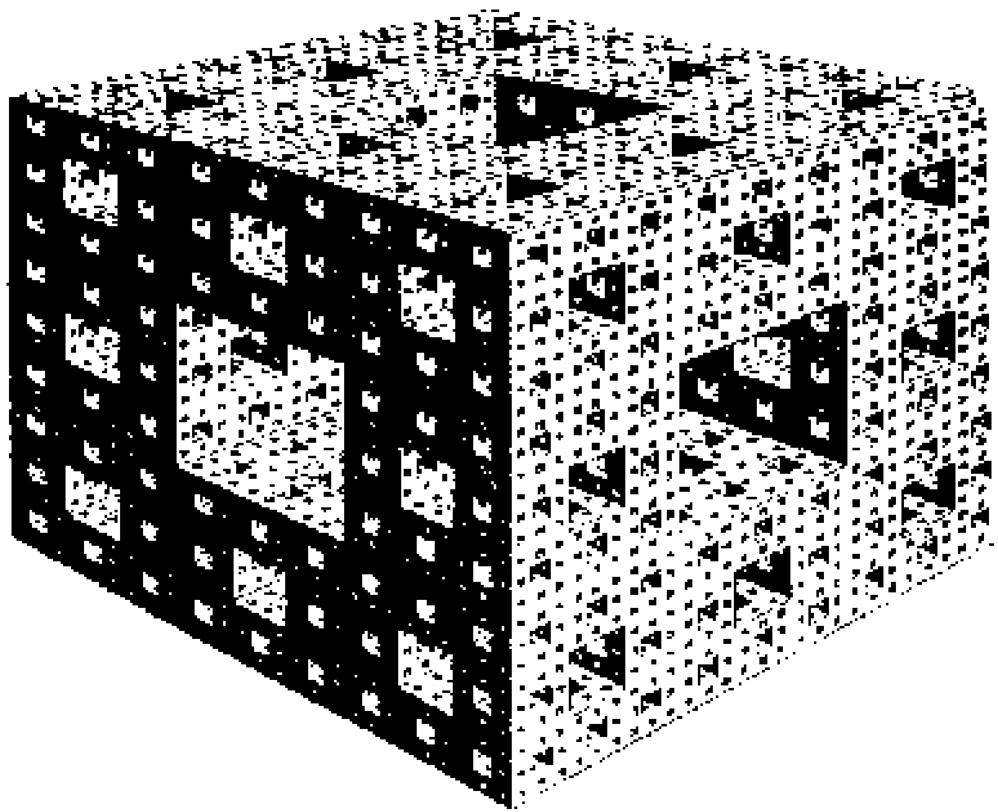




Sierpinského krajka

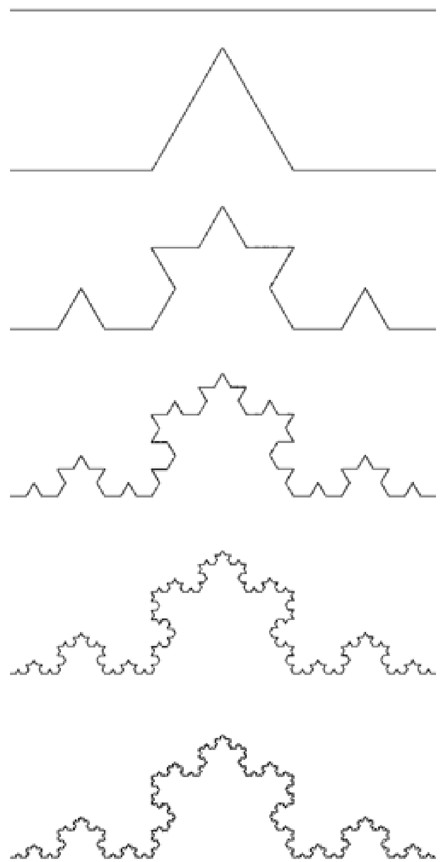


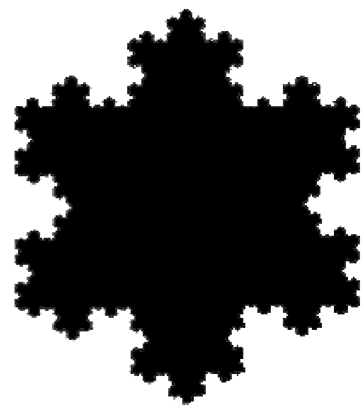
Karl Menger (1902-1985)



Niels Fabian Helge von Koch (1870-1924)

Niels Fabian Helge von Koch (1870-1924)





Jules Henri Poincaré (1854-1912)

Brusel 1911

Počátek teorie chaosu

- Problém tří těles

Počátek teorie chaosu

- Problém tří těles
- **1888 – švédský a norský král Oscar II. slaví šedesáté narozeniny**

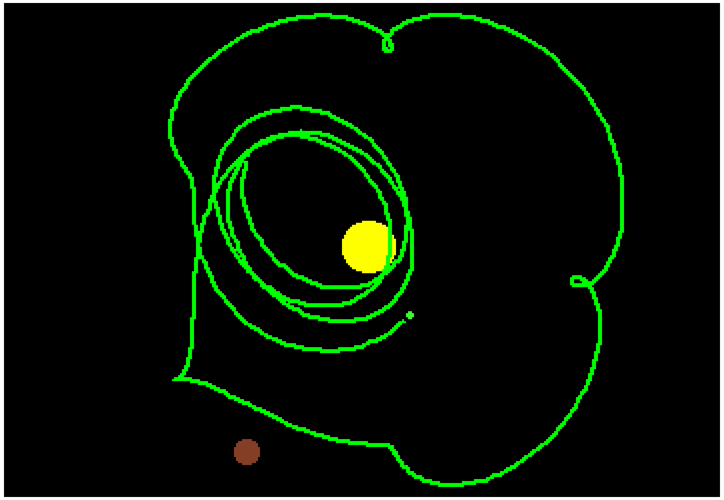
Počátek teorie chaosu

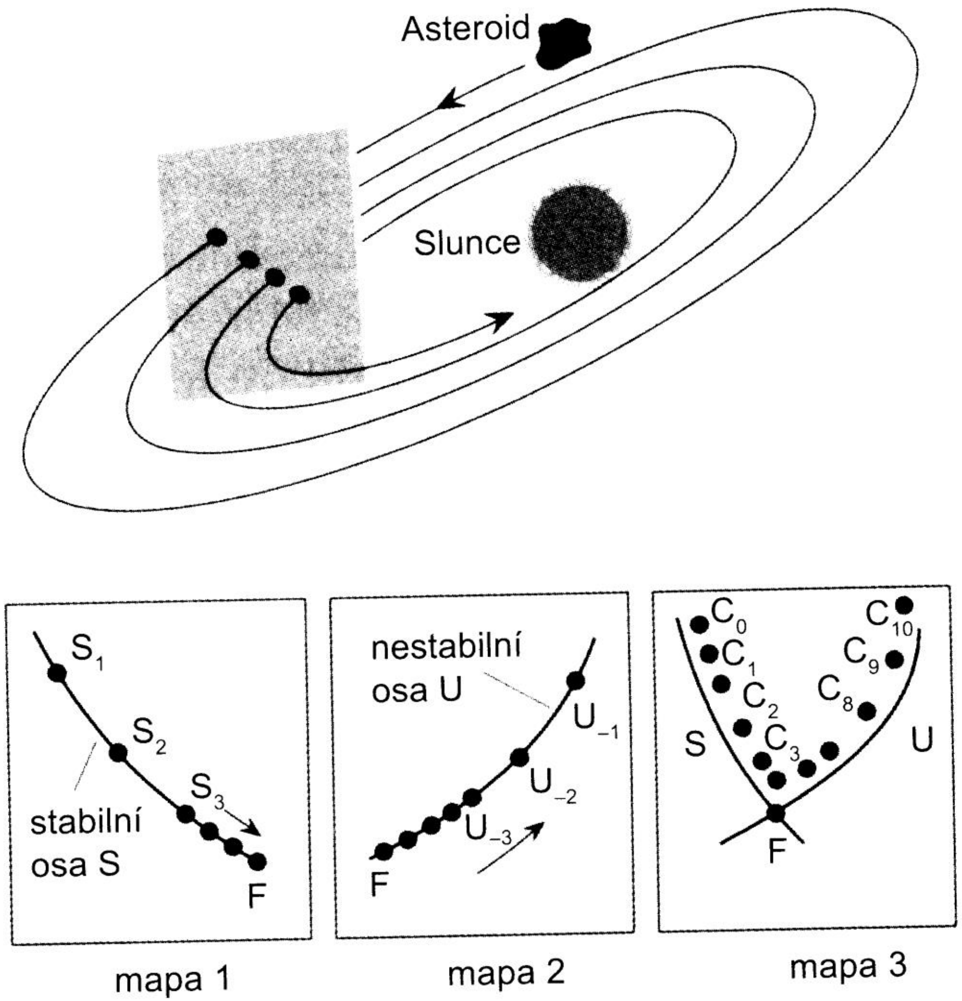
- Problém tří těles
- **1888 – švédský a norský král Oscar II. slaví šedesáté narozeniny**
- **V r. 1885 vypsána matematická soutěž, předsedou poroty Magnus Gösta Mittag-Leffler (1846–1927).**

- **Poincaré oceněn za vyřešení prvního z vypsaných témat – problému tří těles.**

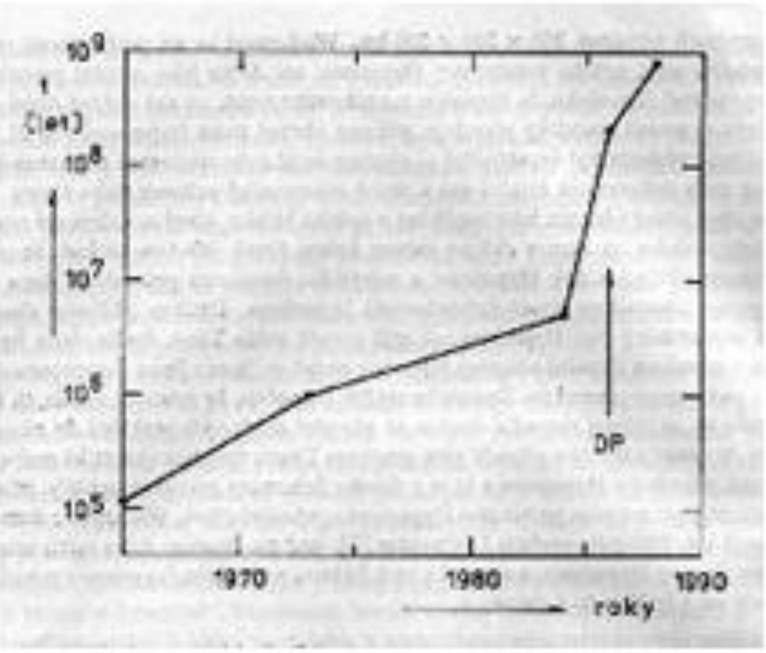
- **Poincaré oceněn za vyřešení prvního z vypsaných témat – problému tří těles. Před uveřejněním v práci nalezena chyba. Díky ní byly položeny základy teorie chaosu.**

- **Trajektorii tělesa nelze stanovit: příslušné diferenciální rovnice jsou nelineární, nelze nalézt analytické řešení.**
- **Nápad: nepopisovat trajektorie, úvahu zjednodušit.**




Asteroid
Slunce
S_1
S_2
S_3
stabilní
osa S
F
nestabilní
osa U
U_{-1}
U_{-2}
U_{-3}
F
C_0
C_1
C_2
C_3
C_8
C_9
C_{10}
S
U
F
mapa 1
mapa 2
mapa 3

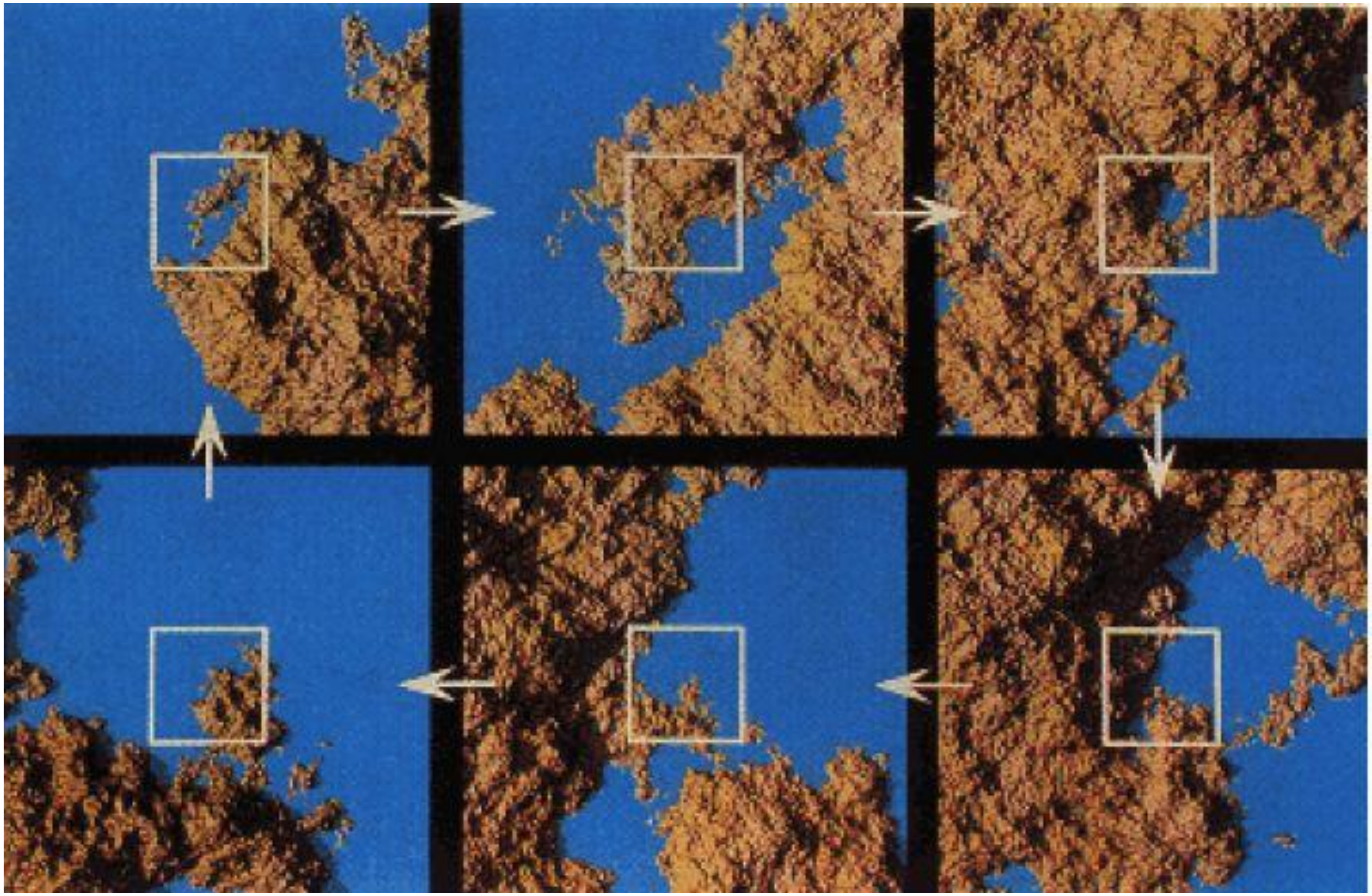
- **Vývoj numerických výpočtů pohybu planet ve sluneční soustavě v závislosti na letopočtu. Na svislé ose je udán nejdelší interval t, překlenutý výpočetní technikou daného období.**



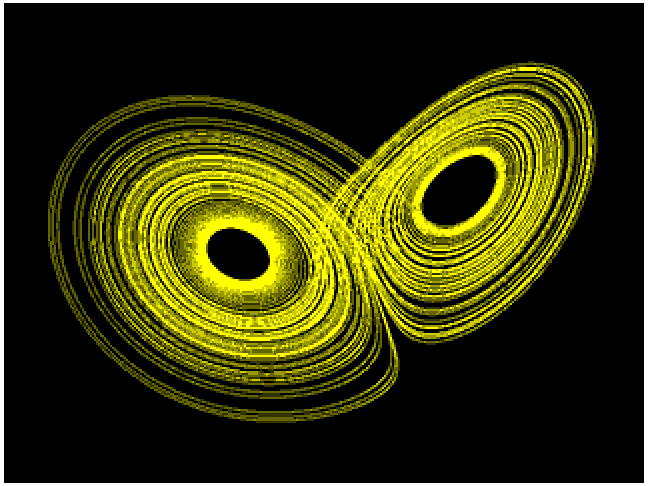
20. léta 20. století

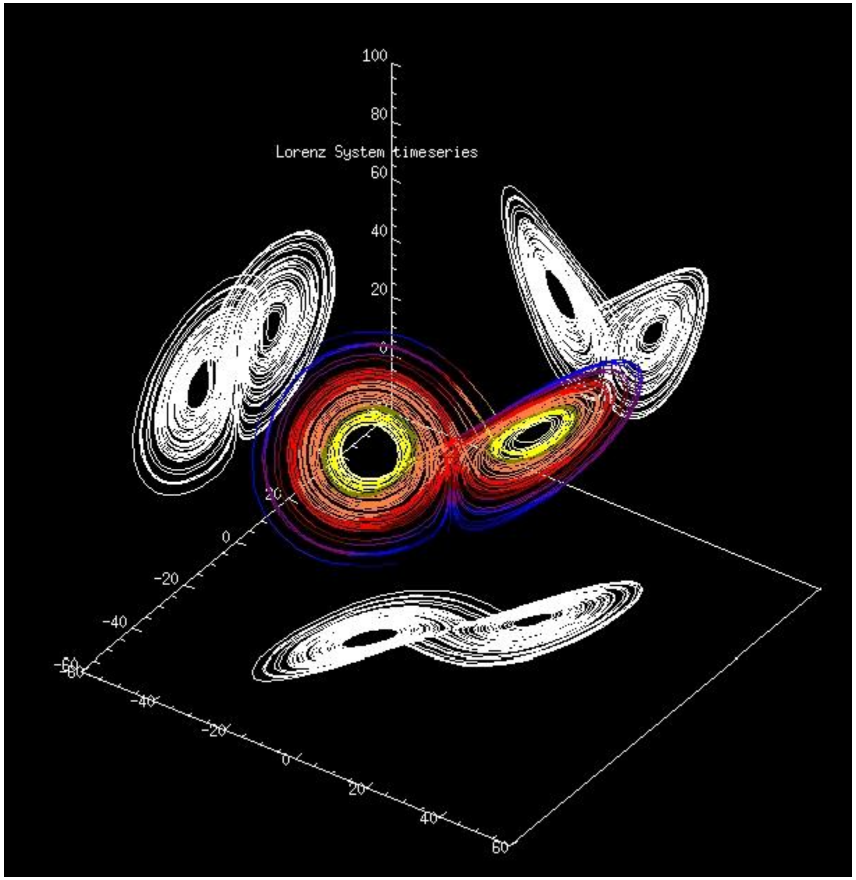
- **Lewis F. Richardson –**

  délka pobřeží Velké Británie



1960 Edward LORENZ
efekt motýlího křídla





Benoit Mandelbrot (1924)

Přenos signálů – Cantorovo diskontinuum

Fraktály (Mandelbrot 1975)

Fraktály (Mandelbrot 1975)

- Jsou soběpodobné – pokud daný útvar pozorujeme v jakémkoliv měřítku či rozlišení, pozorujeme stále opakující se určitý charakteristický tvar

Fraktály (Mandelbrot 1975)

- Jsou soběpodobné – pokud daný útvar pozorujeme v jakémkoliv měřítku či rozlišení, pozorujeme stále opakující se určitý charakteristický tvar
- Mají na první pohled velmi složitý tvar, jsou však generovány opakovaným použitím jednoduchých pravidel.

Fraktály (Mandelbrot 1975)

- Jsou soběpodobné – pokud daný útvar pozorujeme v jakémkoliv měřítku či rozlišení, pozorujeme stále opakující se určitý charakteristický tvar
- Mají na první pohled velmi složitý tvar, jsou však generovány opakovaným použitím jednoduchých pravidel.
- **Fraktál je množina, jejíž Hausdorffova dimenze je ostře větší než dimenze topologická.**

Felix Hausdorff
(1868-1942)

Buď *X* metrický prostor, $S \subseteq X$, $d \in < 0, \infty)$
d-dimensionální Hausdorffova míra množiny *S* je číslo

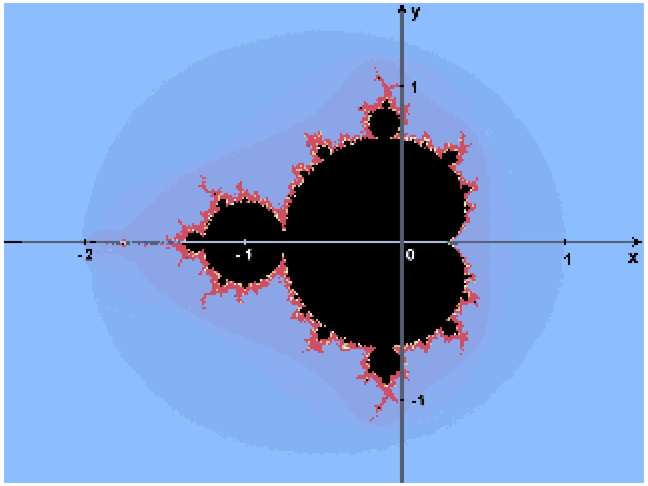
$$C_H^d(S) = \inf\left\{\sum_i r_i^d : \text{existuje pokrytí } S \text{ koulemi o poloměrech } r_i > 0\right\}.$$

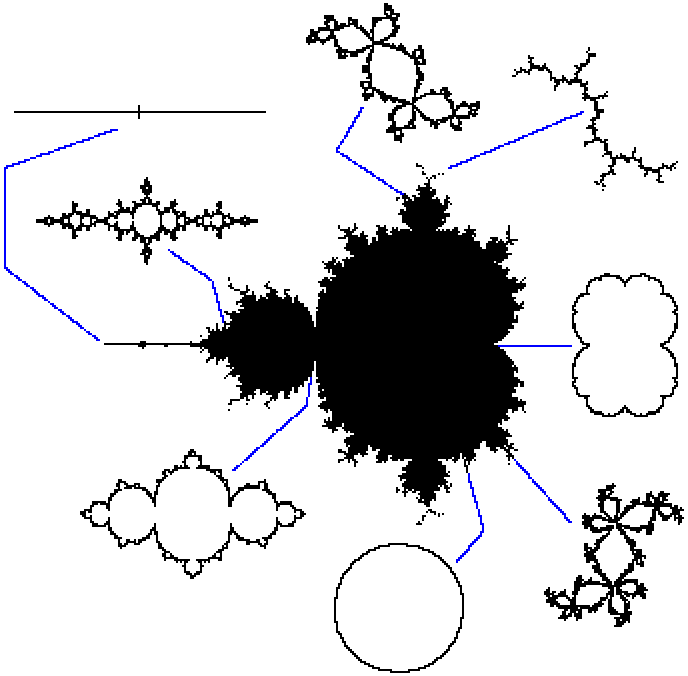
- **Hausdorffova dimense prostoru X je číslo**

$$\dim_H(X) = \inf\left\{d \geq 0 : C_H^d(X) = 0\right\}.$$

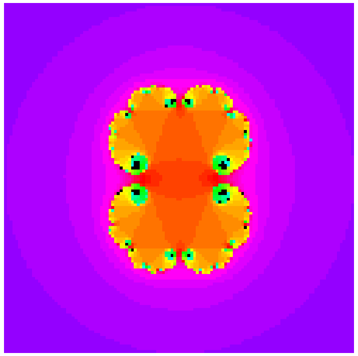
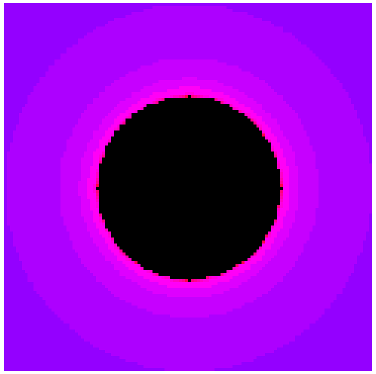
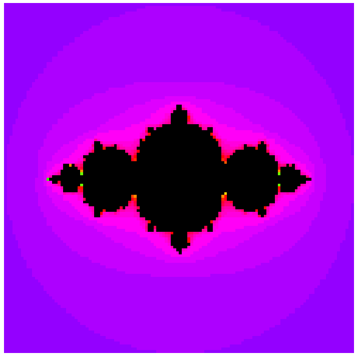
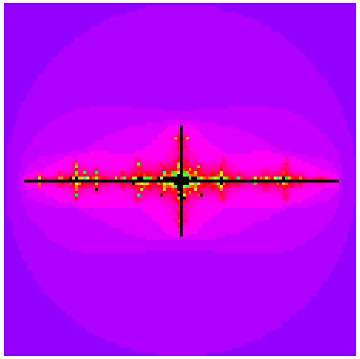
Mandelbrotova množina

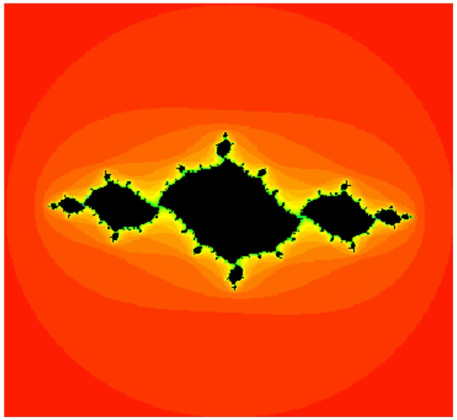
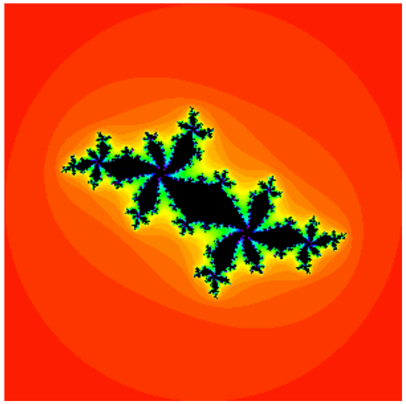
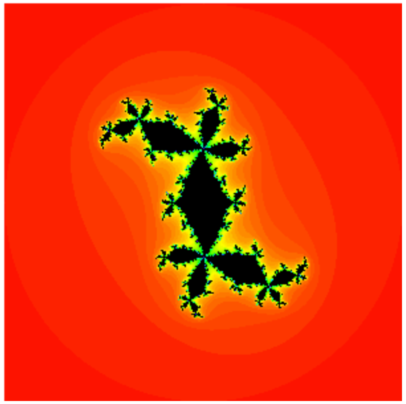
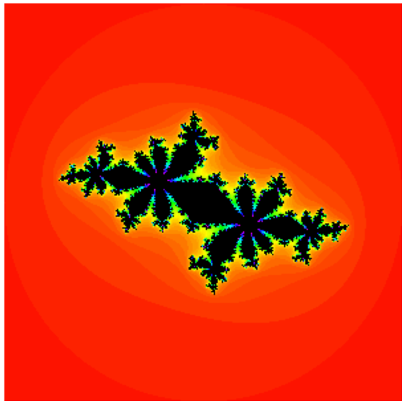
- **Funkce**
  $f(z) = z^2 + c$
- **Iterace: $z_1 = 0$,**
  $z_{n+1} = z_n^2 + c$

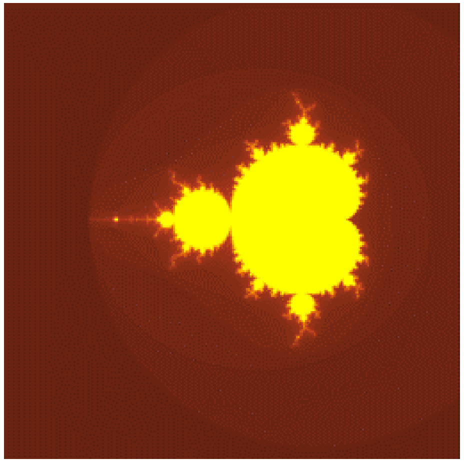

y
1
-2
-1
0
1
x
-1

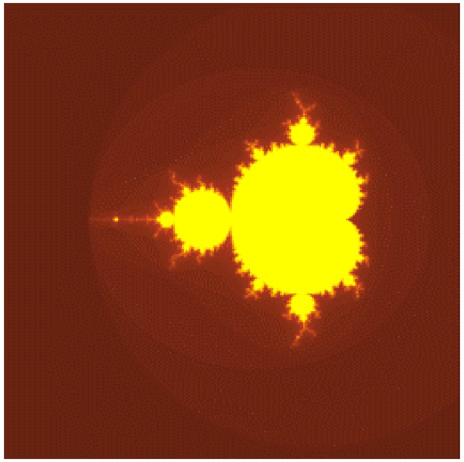


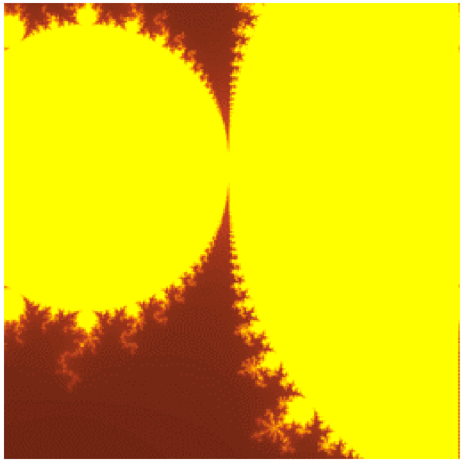
Gaston Maurice JULIA
(1893 – 1978)

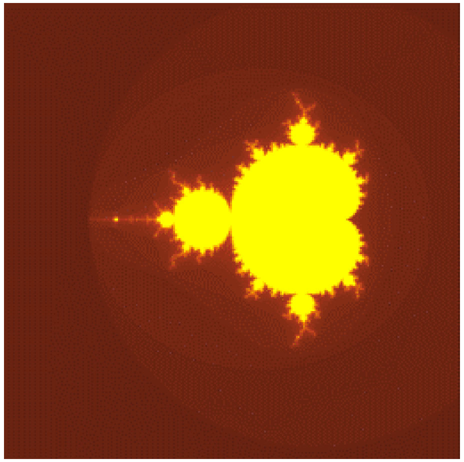





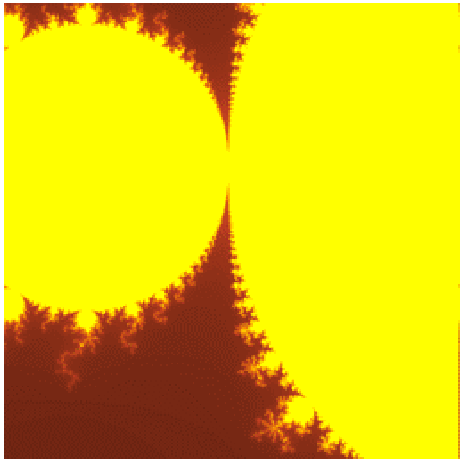





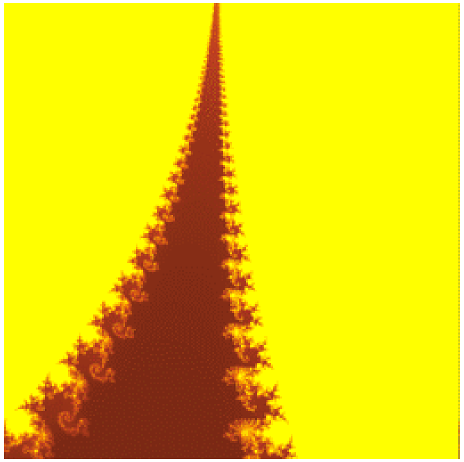


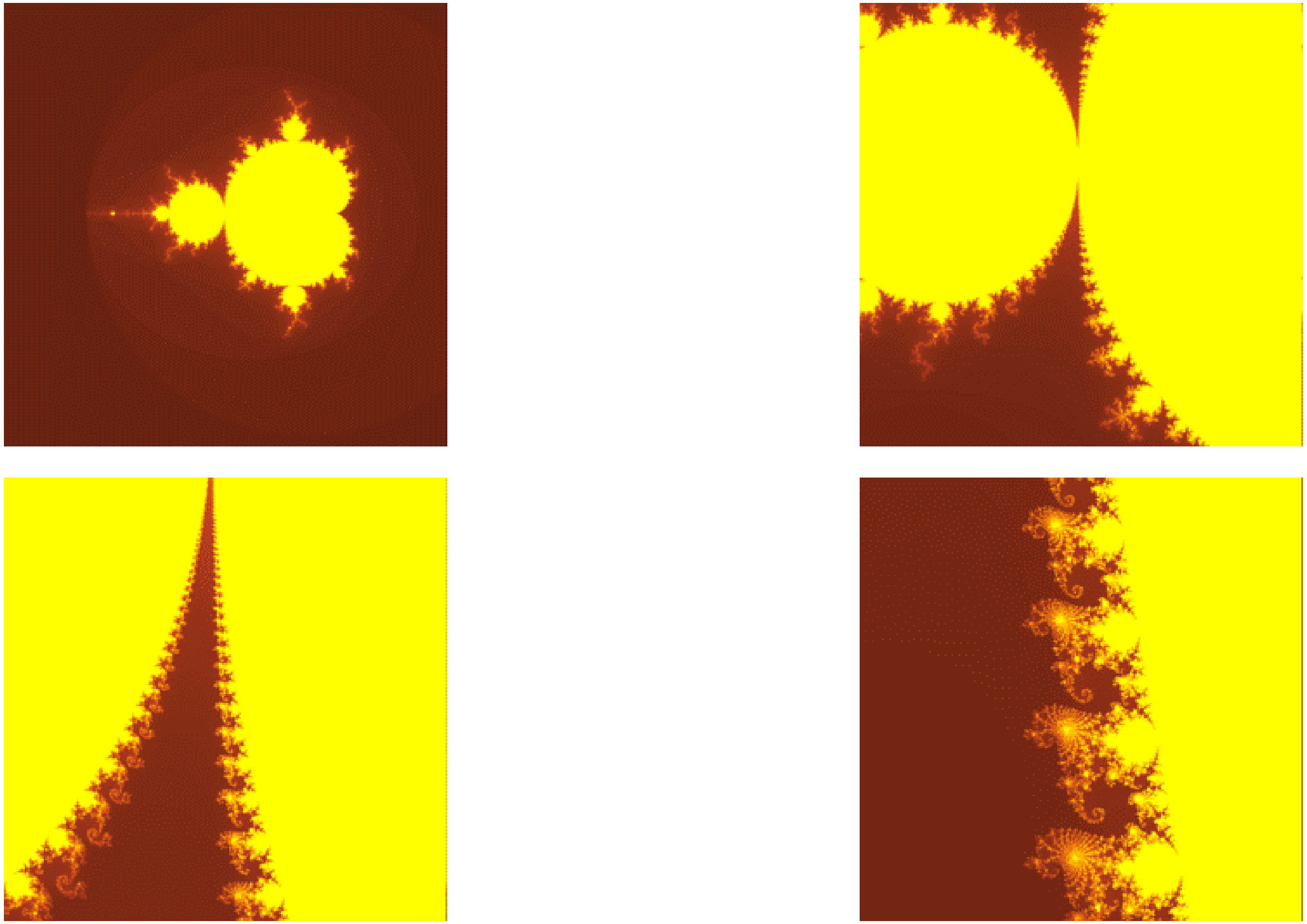


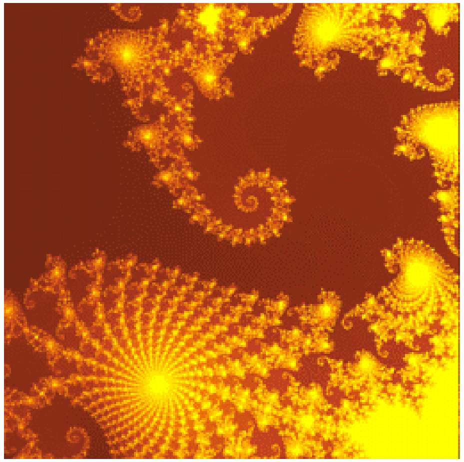


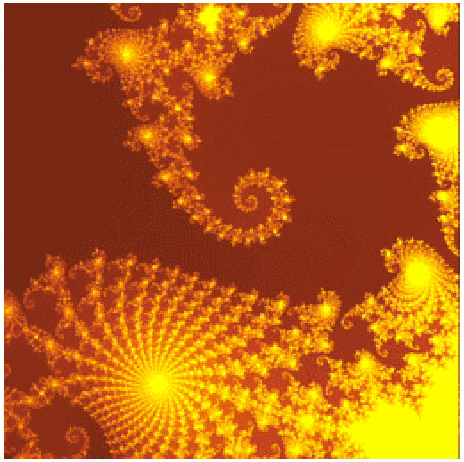


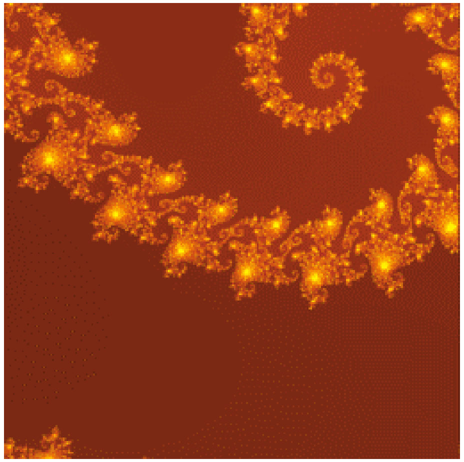


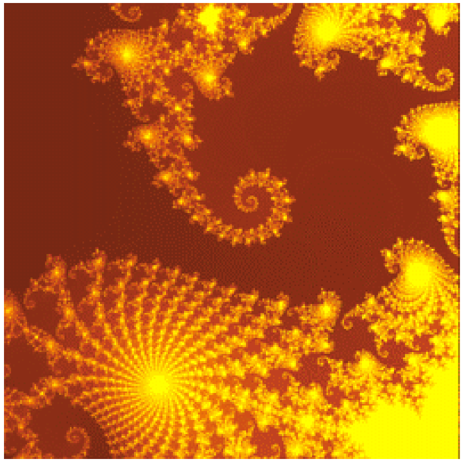


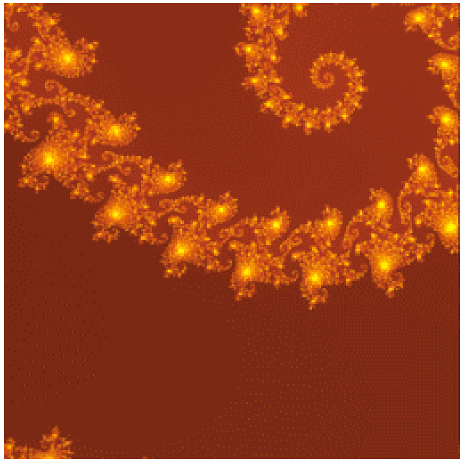


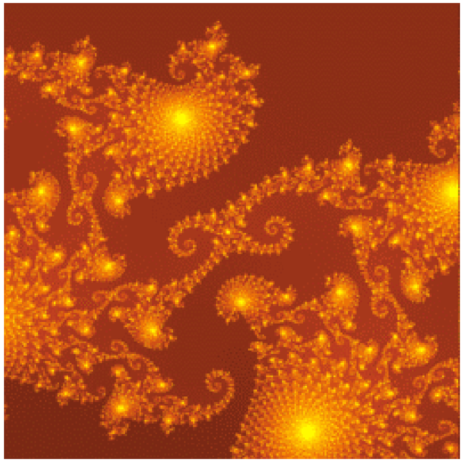


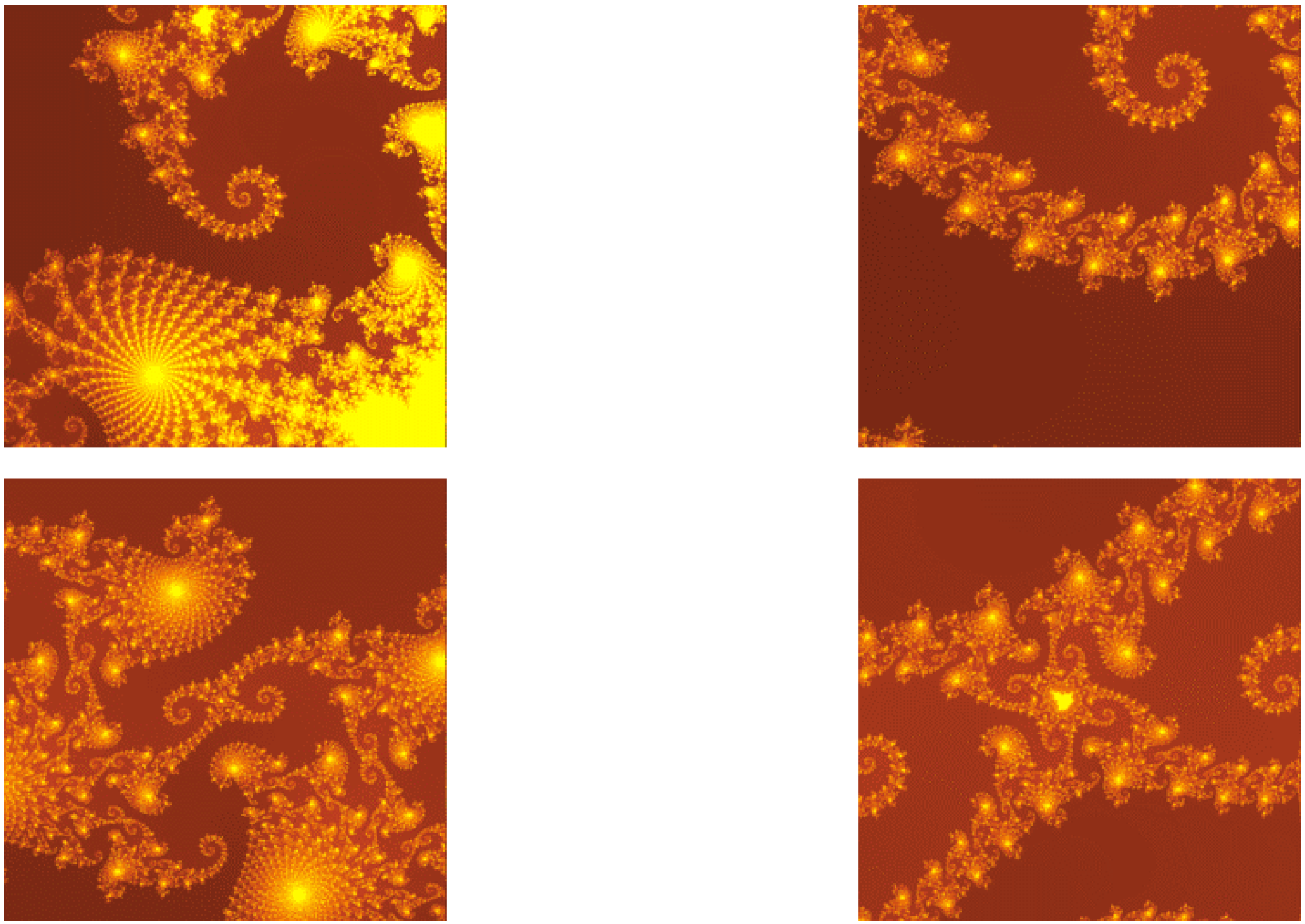


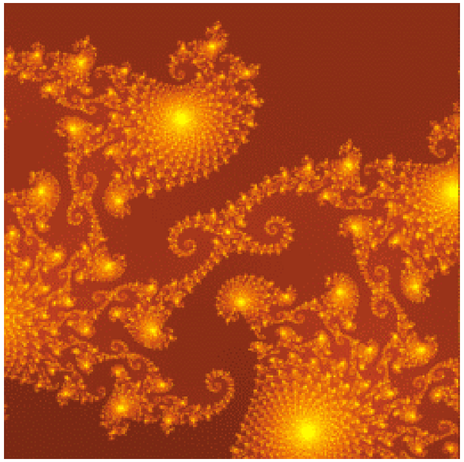


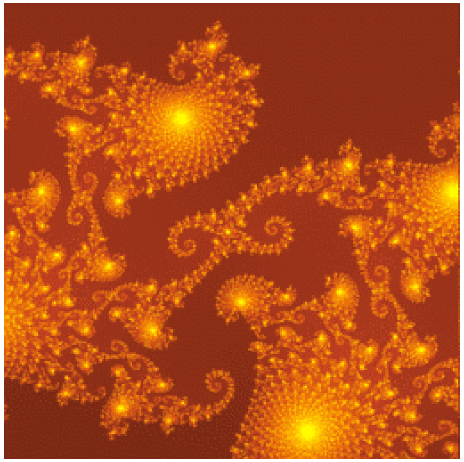


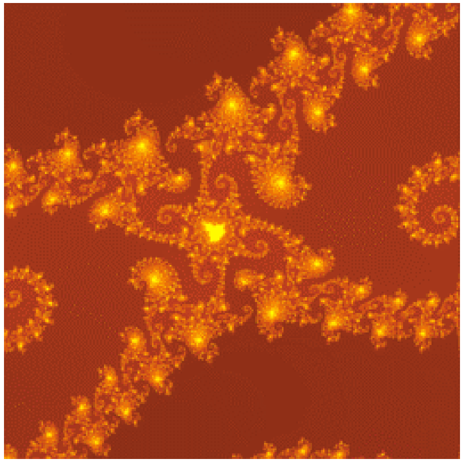


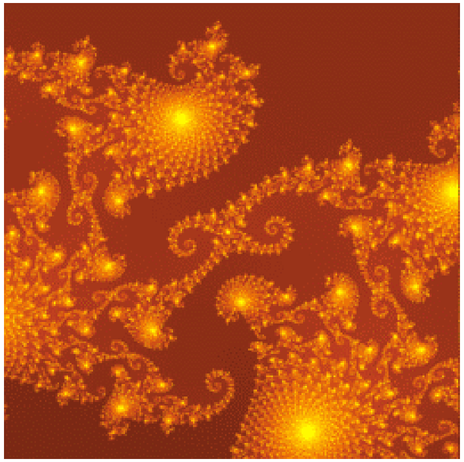


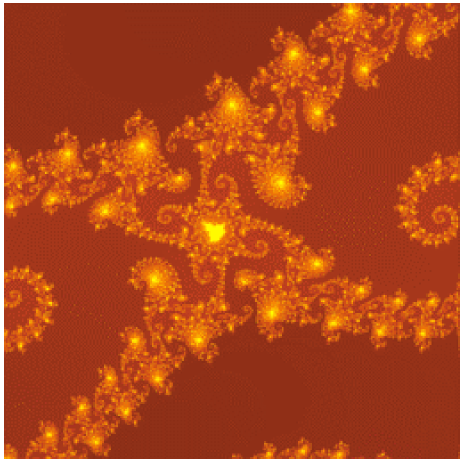


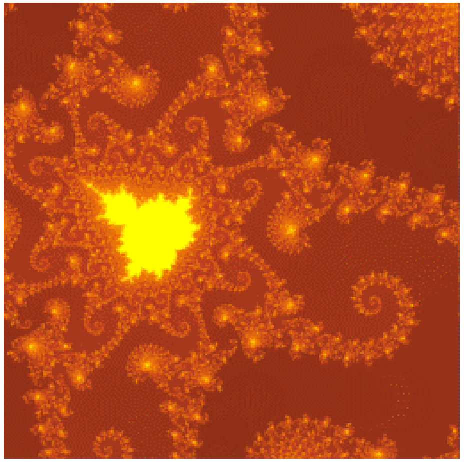


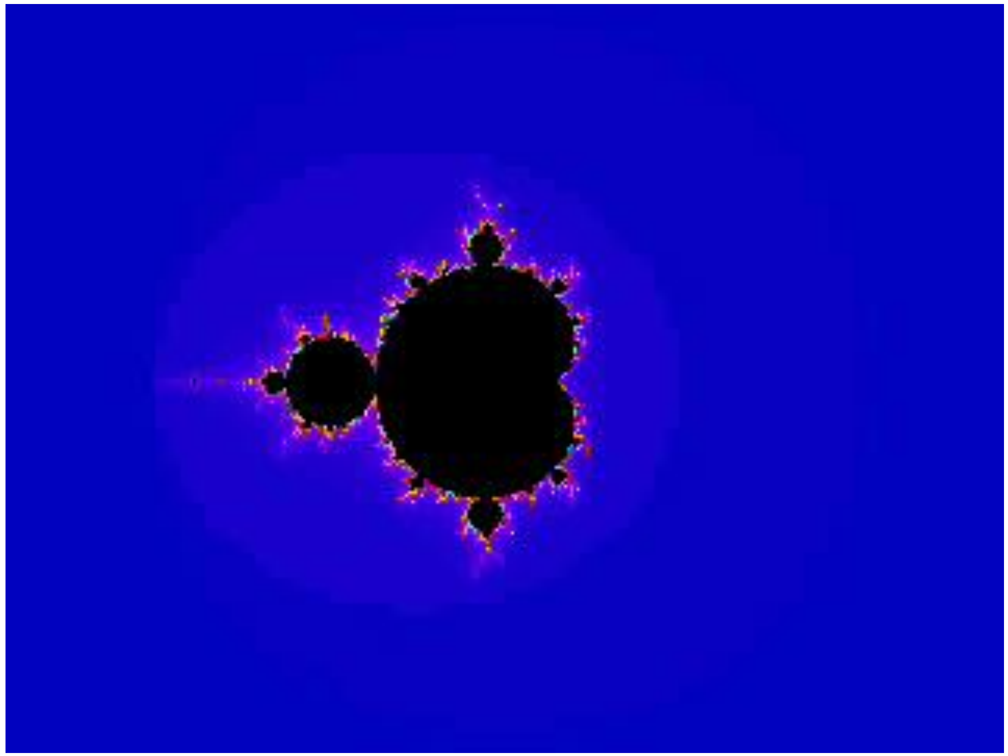


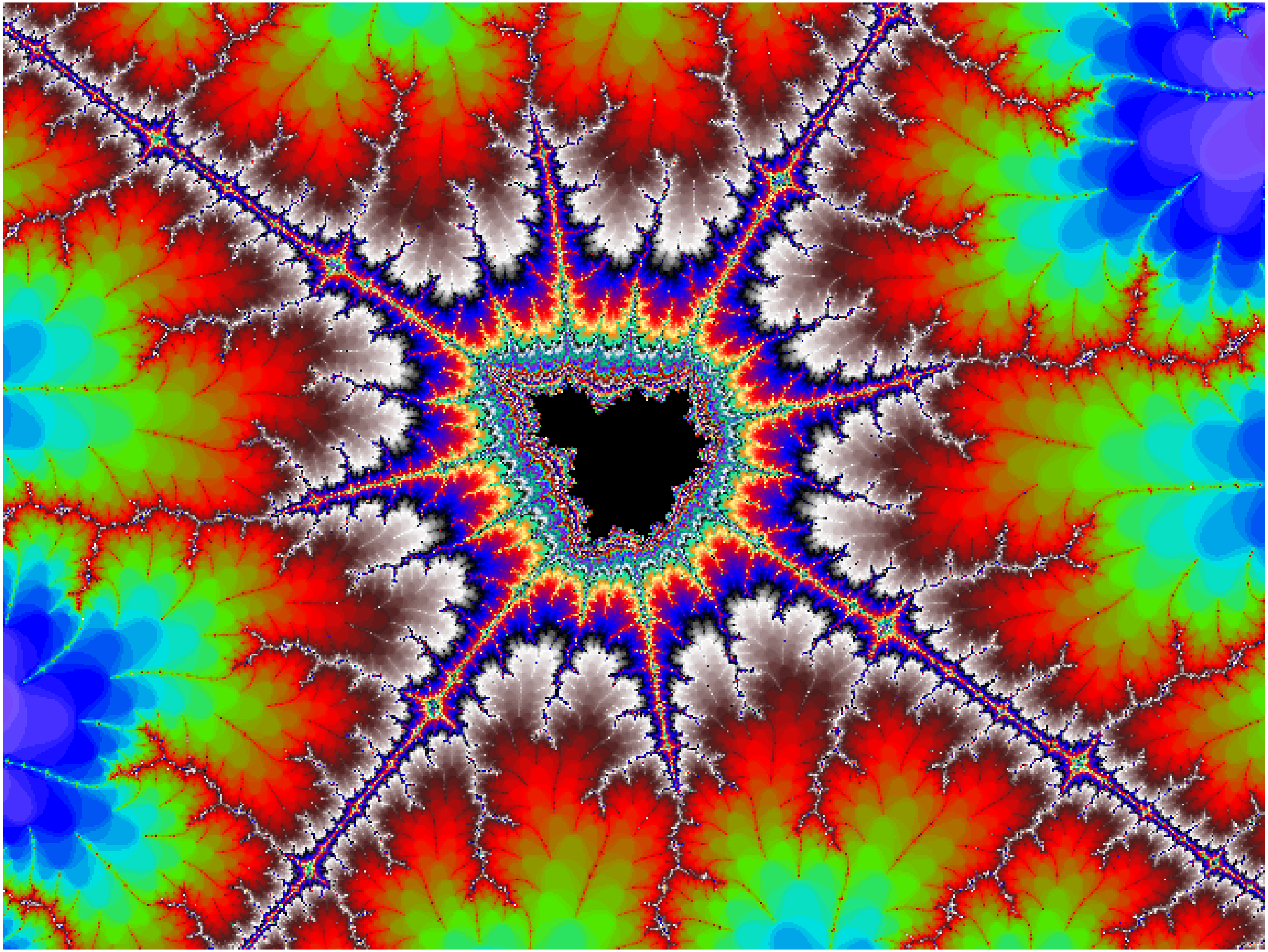






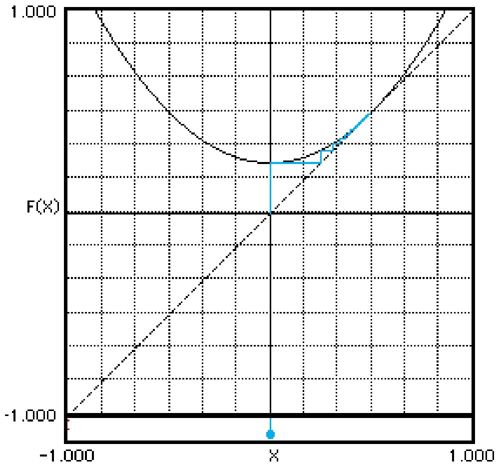






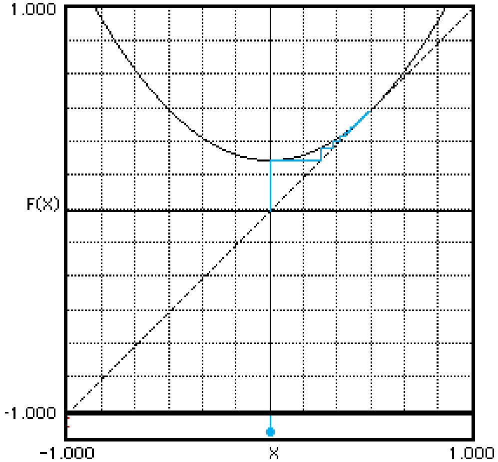
Mitchell Jay Feigenbaum (1944)

Feigenbaum

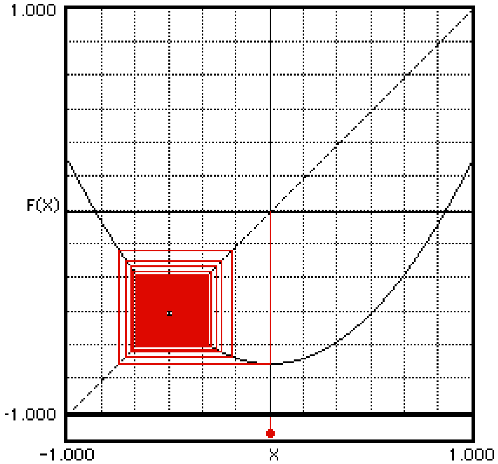


- c = 1/4, jeden atraktor

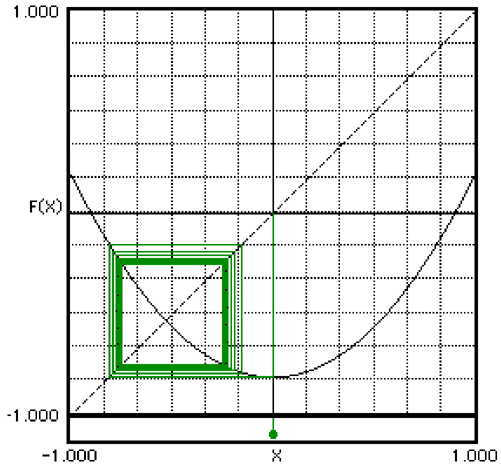
Feigenbaum



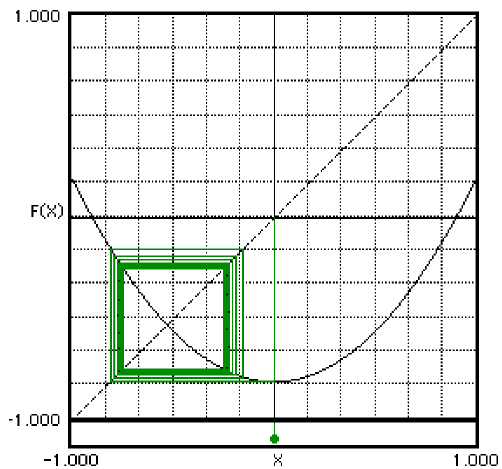
- c = 1/4, jeden atraktor

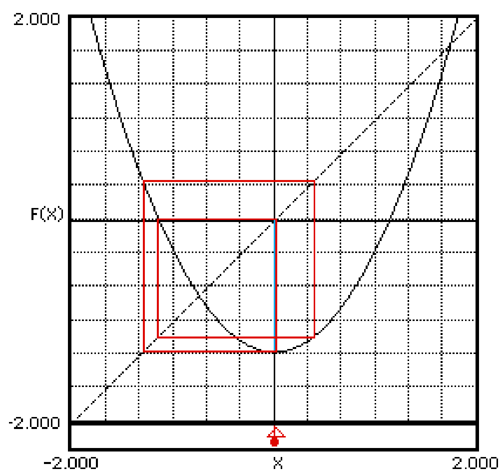


- c = -3/4



- c = - 13/16 , orbita je mezi hodnotami -3/4
  a – ¼

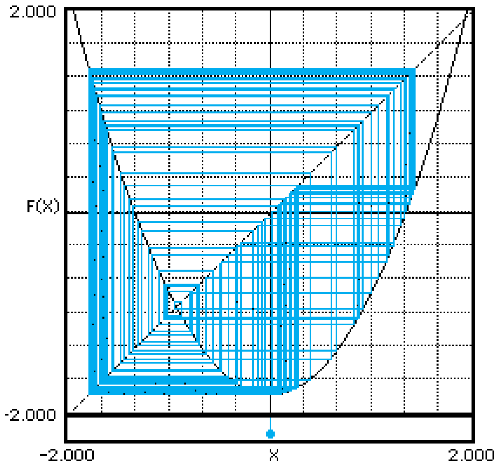


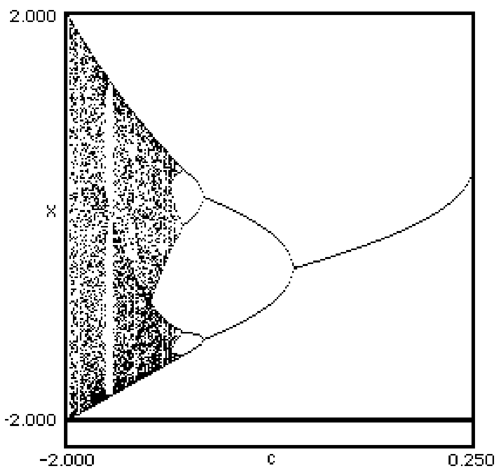


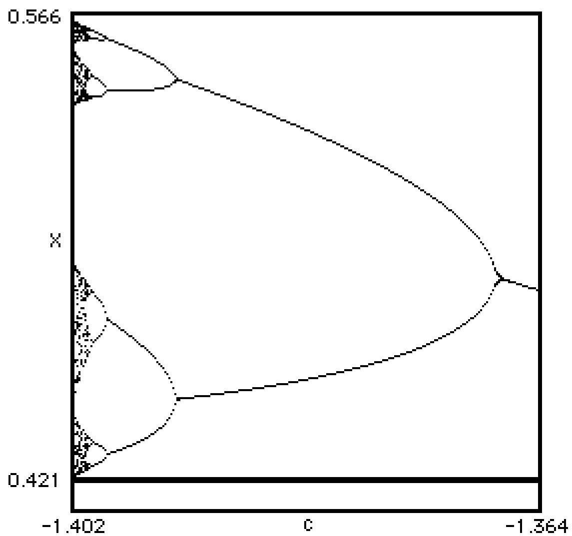
- c = - 13/16 , orbita je mezi hodnotami -3/4
  a – ¼

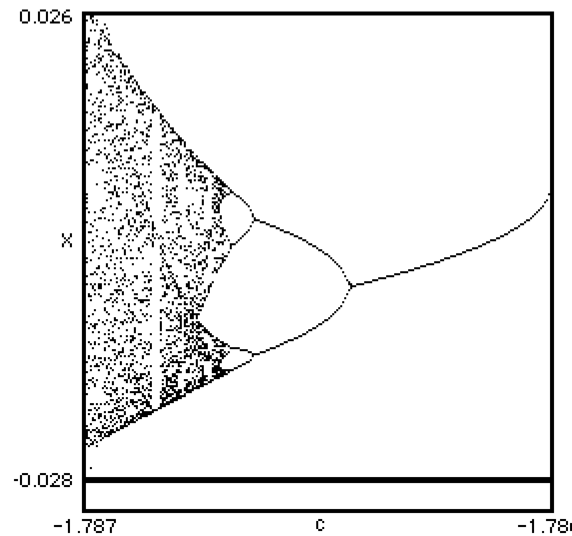
- c = - 1.3 orbita osciluje mezi čtyřmi
  hodnotami

- C= -1.8   chaos






0.566
x
0.421
-1.402
c
-1.364


0.026
x
-0.028
-1.787
c
-1.786

Bekyně velkohlavá

- Velikost populace je vyjádřena číslem mezi 0 a 1.
- 0 – vyhynutí, 1 – maximální populace
- Biologové předpokládali, že když se hodnoty střídavě zvětšují a zmenšují, tak nutně oscilují kolem rovnovážného stavu
- Vůbec nepředpokládali, že může nastat chaos

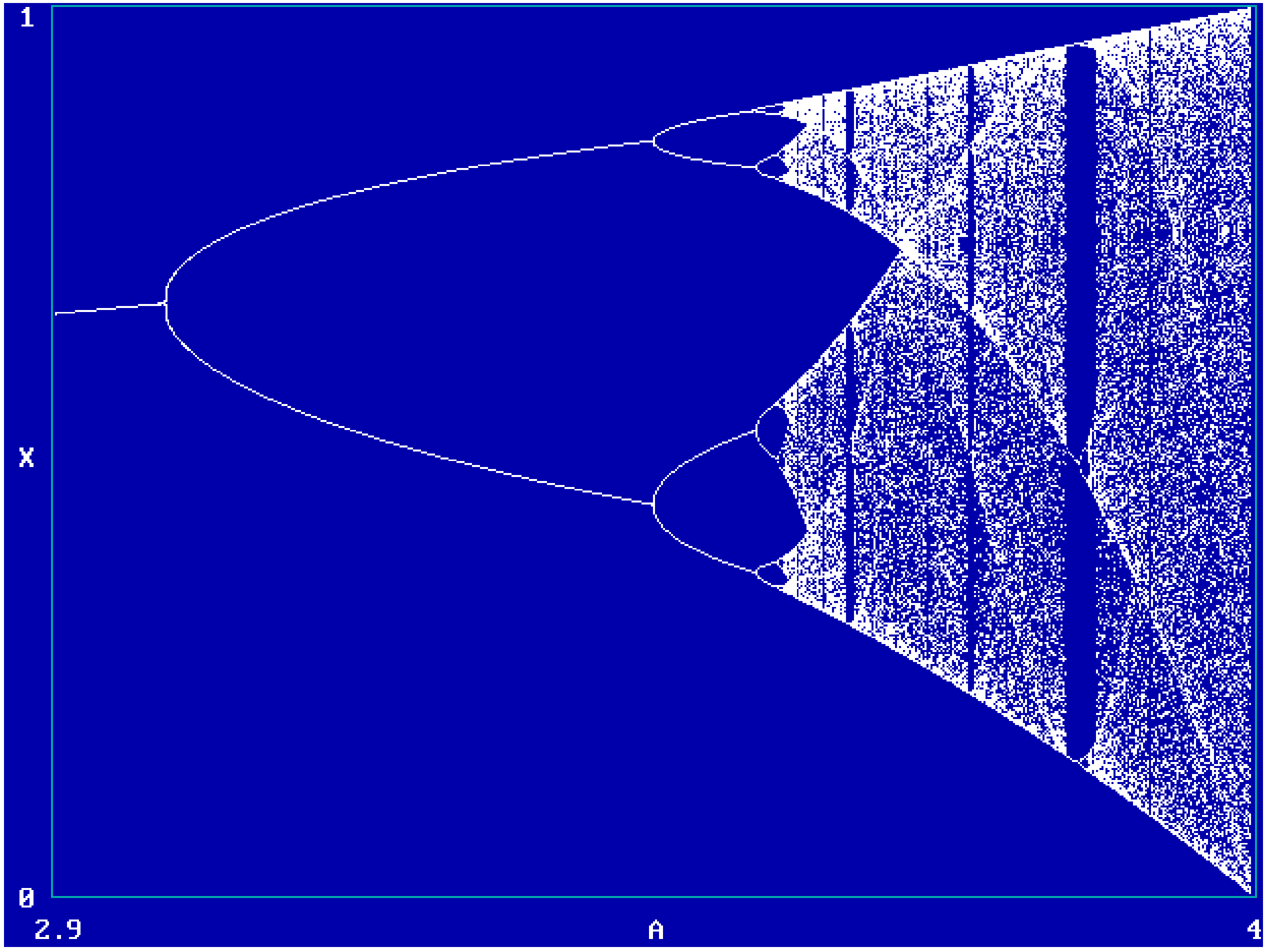
- Malá populace se množí rychle
- Přemnožená se začne zmenšovat
- Hledáme funkci, která rychle roste, pokud je populace malá, omezí růst na nulu při optimálním stavu a klesá, je-li populace příliš velká
- LOGISTICKÁ DIFERENČNÍ ROVNICE

$$x_{n+1} = \mathrm{r} \cdot x_n \cdot (1 - x_n).$$

- r – parametr růstu
- (1- x) udržuje růst v jistých mezích:

  jakmile x vzroste, $1 - x$ klesne

- Zvolme r = 2,7, počáteční stav populace např. 0,02
- Dosazujeme do logistické rovnice
- Dojdeme ke stálému číslu 0,6296 – stabilní stav
- Zvyšujeme-li parametr, hodnota bude vzrůstat, při dalším růstu parametru dojde k bifurkacím, ty budou přicházet stále častěji, nakonec se systém stane chaotickým


1
X
0
2.9
A
4

- 4.
669201609102990671853203820466201617258185577475768632745651343004134330211314737138689744023948013817165984855189815134408627142027932522312442988890890859944935463236713411532481714219947455644365823793202009561058330575458617652222070385410646749494284981453391726200568755665952339875603825637225

Děkuji za pozornost

Počátky kombinatoriky a teorie čísel

Eduard Fuchs

HISTORIE MATEMATIKY
prezentace 12

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
UNIVERSITAS MASARYKIANA BRUNENSIS
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

KOMBINATORIKA

Před 18. stoletím

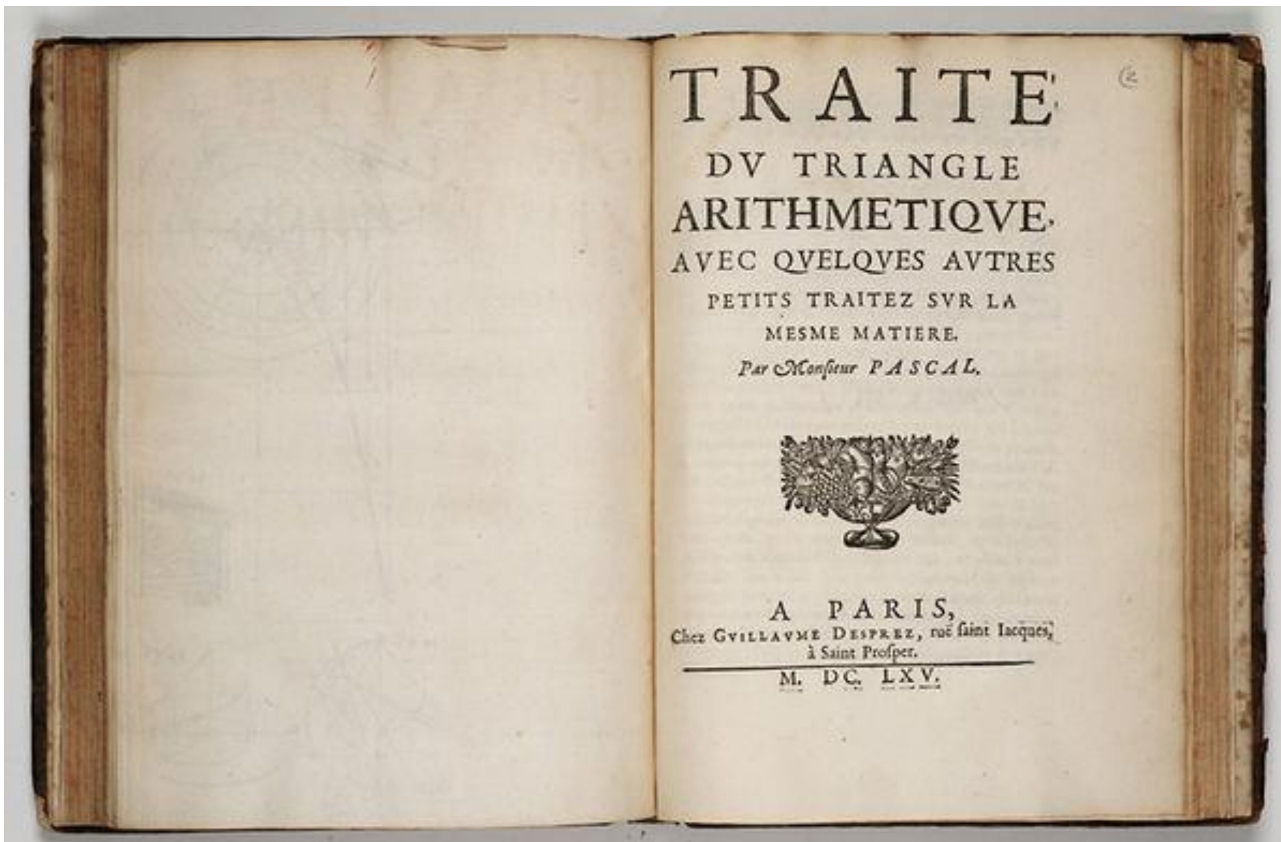
- Jednotlivé úlohy řešeny od starověku např. v indické a arabské matematice

- Rozvoj v 17. století v souvislosti s teorií pravděpodobnosti a s hazardními hrami.

Blaise PASCAL
(1623-1662)

- 1654
- *Traité du Triangle arithmétique*


0,50
PASCAL
1623-1662
REPUBLIQUE FRANCAISE
POSTES


TRAITE
DV TRIANGLE
ARITHMETIQVE,
AVEC QVELQVES AVTRES
PETITS TRAITEZ SVR LA
MESME MATIERE.
Par Monsieur PASCAL.
A PARIS,
Chez GVILLAVME DESPREZ, ruë saint Iacques,
à Saint Prosper.
M. DC. LXV.

Gottfried Wilhelm LEIBNIZ (1646-1716)

- *1666*
- *Dissertatio de arte combinatoria*

Bernoulliové

- Nicholas (1623–1708)

basilejský radní

Jacob I. (1654–1705)

Nicolas starší (1662–1716) malíř

Johann I. (1667–1748)

Nicolas mladší (1687–1769) malíř

Nicolas I. (1687–1759)

Nicolas II. (1695–1726)

Daniel I. (1700–1782)

Johann II. (1710–1790)

Johann III. (1744–1807)

Daniel II. (1754–1834)

Jacob II. (1759–1789)

Christoph (1782–1863) zakladatel švýcarského technického školství

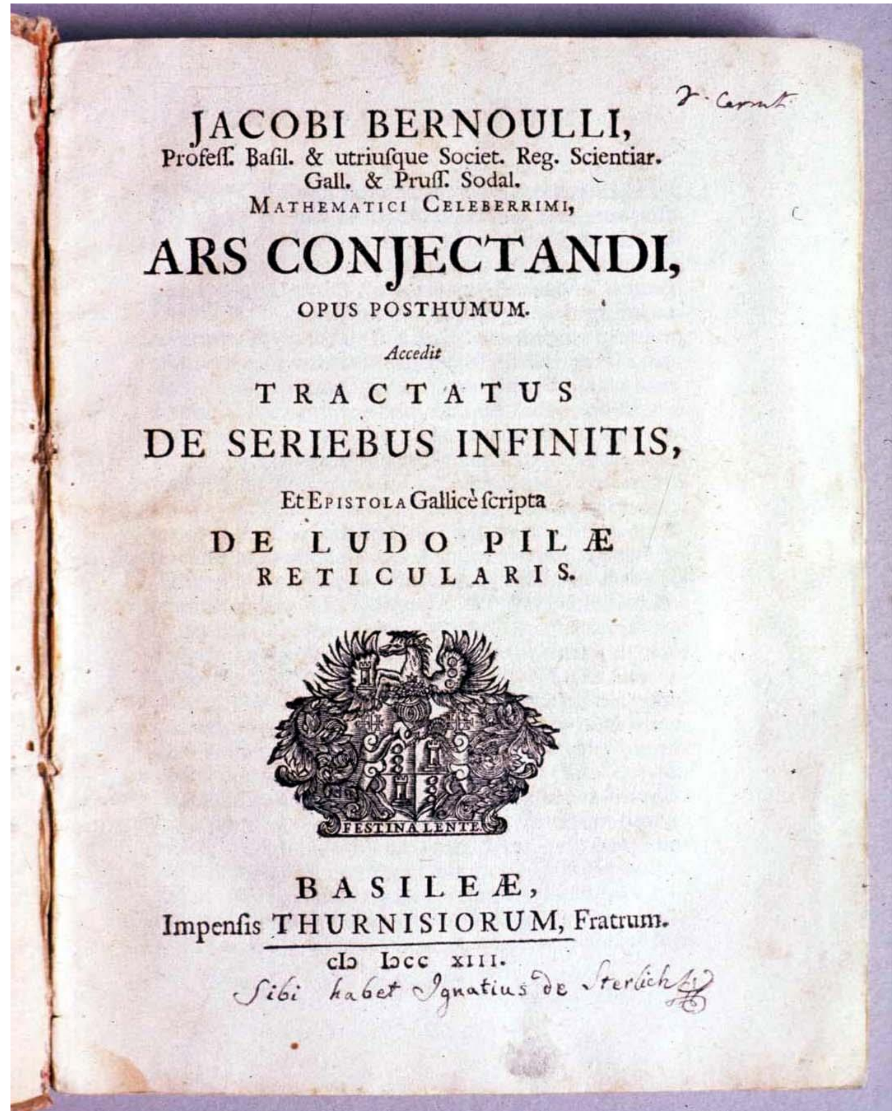
Johann Gustav (1811–1863)

Jacob Bernoulli (1654–1705)

- astronom, fyzik, matematik
- jako jeden z prvních pochopil Leibnizovy výsledky
- zakladatel teorie pravděpodobnosti
- 1689 zákon velkých čísel
- 1713 *Ars conjectandi*

Ars conjectandi

- Kniha vznikla pravděpodobně v r. 1685, zůstala nedokončena, vydána byla až v r. 1713.
- Za předchůdce označuje např. Leibnize, neznal však asi Pascala.



- 239 stran formátu A5, rozdělena do čtyř částí
- 1. část
  str. 1-71:úplný přepis Huygensovy práce

  O počínání při hře v kostky čili o počínání při hazardních hrách

  opatřené obsáhlý-mi poznámkami

- Christiaan Huygens (1629-1695)

- 2. část

str. 72-137:

prakticky „učebni-ce kombinatoriky“ v dnešním středoškolském smyslu – variace, permutace a kom-binace bez opako-vání i s opaková-ním

- 3. část
  str.138-209:
  sbírka příkladů
  z kombinatoriky

- 4. část – rozvíjení
  teorie pravděpo-
  dobnosti

Spirála na Jacobově
náhrobku v Basileji

Johann Bernoulli (1667–1748)

- studoval medicínu a současně s bratrem matematiku
- rozvoj infinitesimálního počtu
- diferenciální rovnice
- Archimédes své doby

Leonhard Euler (1707–1783)

- 1720 zahájil studium na univerzitě v Basileji
- 1723 magistr filozofie
- 1726 ukončil studium matemati-ky u Johanna Bernoulliho

- 1727 Petrohrad na místo Nicolase II.B., učí aplikovanou matematiku a mechaniku ve fyziologii
- 1730 profesorem fyziky
- 1736 orientuje se převážně na mate- matiku, první problémy s okem

- 1741 přechod do Berlína
- 1744 ředitel matematického oddělení
- do r. 1766 380 prací z matematiky
- 1766 návrat do Petrohradu
- 1771 oslepl

Latinské a magické čtverce

- 17. 10. 1776 předložil petrohradské akademii proslulou *úlohu o 36 důstojnících*:

- *Sestavte 36 důstojníků 6 různých hodností ze 6 různých pluků do čtverce tak, aby v každé řadě a v každém zástupu byli důstojníci všech hodností a všech pluků!*

- *Latinské čtverce* (a_{ij}), (b_{ij}) *se nazývají ortogonální, jestliže se v matici* (a_{ij}, b_{ij}) *vyskytuje každý prvek příslušného kartézského součinu právě jednou.*

- **Příklad:**

-

1	2	3		2	3	1
2	3	1		1	2	3
3	1	2		3	1	2

-

12	23	31
21	32	13
33	11	22

- Euler odvodil, že existují ortogonální latinské čtverce pro každé *liché* n.

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

31	43	00	12	24
42	04	11	23	30
03	10	22	34	41
14	21	33	40	02
20	32	44	01	13

- 1 48 31 50 33 16 63 18
  30 51 46 3 62 19 14 35
  47 2 49 32 15 34 17 64
  52 29 4 45 20 61 36 13
  5 44 25 56 9 40 21 60 28 53 8
  41 24 57 12 37
  43 6 55 26 39 10 59 22
  54 27 42 7 58 23 38 11

- polomagický čtverec

Eulerova hypotéza

- Ortogonální čtverce neexistují pro žádné $n = 4k + 2$, $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$ (tj. $n = 2, 6, 10, 14, \ldots$).
- V r. 1900 dokázal francouzský celní inspektor Gaston TARRY (1843 - 1913), že opravdu neexistují ortogonální čtverce 6. řádu. Provedl to porovnáním **všech možností**.

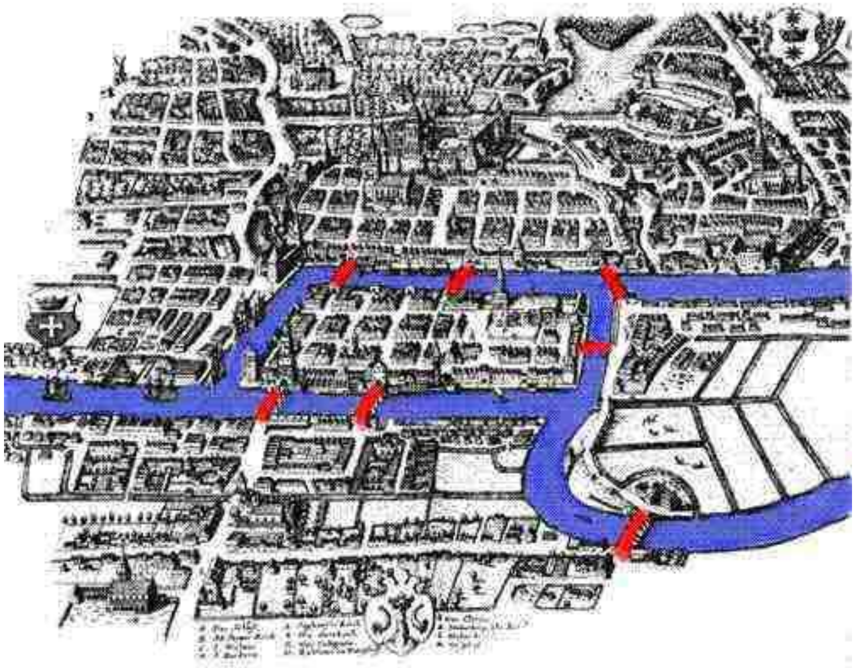
Vyvrácení hypotézy

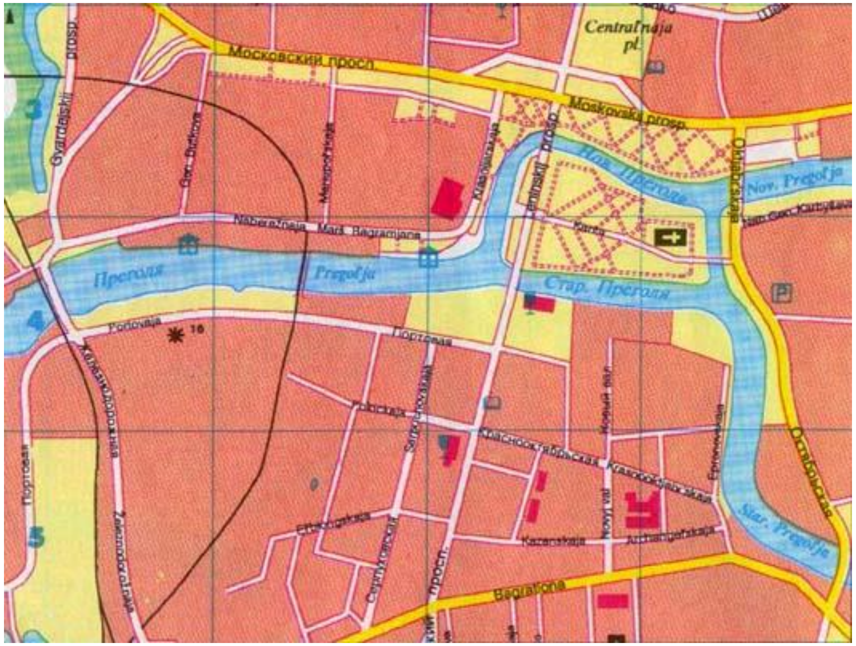
- 1959 E. T. PARKER : konstrukce ortogonálních čtverců řádu 22
- 1960 R.C.BOSE - S.S. SHRIKHANDE:

Ortogonální latinské čtverce existují pro každé přirozené n větší než 2 kromě $n = 6$.

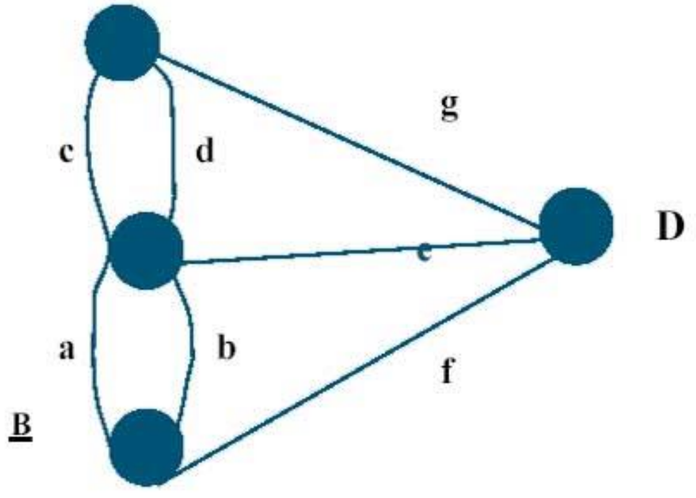
West Palm Beach (Florida) Barcelona

Teorie grafů (1735)





- Počet lichých uzlů je 0 nebo 2



- Vybudoval teorii vytvořujících funkcí, tj. nekonečných řad odvozených z posloupností.

James STIRLING (1692-1770)

- 1730
  Methodus Differentialis sive Tractatus de Summatione et Interpolatione Serierum Infinitarum

  (Diferenciální metoda s traktátem o sumaci a interpolaci nekonečných řad)

  Stirlingova čísla 1. a 2. druhu

Stirlingova čísla 1. druhu: $s(n,k)$

Udávají např. počet permutací n prvků na k různých cyklů

[redacted]

Stirlingova čísla 2. druhu: $S(n,k)$

- Číslo $S(n,k)$ udává počet rozkladů n-prvkové množiny na k podmnožin
- Pro Bellovo číslo B_n udávající počet **všech** rozkladů této množiny tak platí:

$$\boxed{B_n = \sum_{k=1}^{n} S(n,k)}$$

TEORIE ČÍSEL

Pierre de Fermat (1601–1665)

- Motiv: vybudování aritmetiky jako nauky o celých číslech (na rozdíl od Diofanta)
- 2 okruhy zájmů:
  1) pythagorejské trojice
  2) součty dělitelů čísel

Pythagorejské trojice

- Prvočísla tvaru 4k+1 lze vyjádřit jako součet druhých mocnin, prvočísla tvaru 4k-1 nikoliv

- Velká Fermatova věta

Součty dělitelů

- Malá Fermatova věta
- Dokonalá čísla
- Fermatova prvočísla

Eulerovy výsledky

- Dokázal většinu tvrzení, která Fermat uvedl bez důkazu, opravil některé Fermatovy omyly

- Zásadním způsobem teorii čísel rozvinul

Dokonalá čísla

- Číslo *n* je dokonalé, když součet jeho vlastních dělitelů je roven *n*
- Řekové znali dokonalá čísla:

  6, 28, 496, 8128
- Eukleides: Je-li $2^k - 1$ prvočíslo, pak je číslo $2^{k-1} \cdot (2^k-1)$ dokonalé (pro k > 1).
- Euler: Sudá dokonalá čísla jsou právě uvedeného tvaru.

Euler 1772:

$$2^{30} \cdot (2^{31} - 1) \text{ je dokonalé}$$

- 1814 BARLOW : Je to největší dokonalé číslo, jaké kdy bylo objeveno.

- Nevyřešený problém: existují **lichá** dokonalá čísla?

Spřátelená čísla

- Přirozená čísla *a,b* se nazývají *spřátelená*, jestliže součet vlastních dělitelů každého z nich je roven druhému z těchto čísel. První a nejmenší dvojici spřátelených čísel tvoří čísla 220 a 284, kterou znal údajně již Pythagoras.
- Euler nalezl cca 60 dvojic spřátele-ných čísel a vybudoval jejich teorii.

Fermatova prvočísla

- Fermat: Čísla tvaru $2^{2^k}+1$

jsou prvočísla.

$F_0 = 3$, $F_1 = 5$, $F_2 = 17$, $F_3 = 257$, $F_4 = 65\,537$

Euler 1732:

$F_5 = 641 \cdot 6\,700\,417$

Dodnes není známo žádné další Fermatovo prvočíslo

Carl Friedrich GAUSS (1777 - 1855)

- 1801
  Pravidelný mnoho-úhelník je euklei-dovsky konstruova-telný právě tehdy, když počet jeho vrcholů je roven číslu
  $k = 2^i \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_j$,
  kde $p_1, p_2, \ldots, p_j$ jsou navzájem různá Fermatova prvočísla.

- Je konstruovatelný:
  k = 3,4,5,6,8,10,12,15,16,17,.......
- Není konstruovatelný: k = 7,9,11,13,14,...
- Známé konstrukce: k = 17, 257, 65 537
- Zatím známe 31 = 2^5 - 1 eukleidovsky konstruovatelných mnohoúhelníků s **lichým** počtem vrcholů.

Rozložení prvočísel

- 1783 Euler vyslovil hypotézu:

- Jsou-li a,b libovolná přirozená nesou-dělná čísla, obsahuje aritmetická posloupnost
$a,\ a+b,\ a+2b,\ \ldots,\ a+nb, \ldots$
nekonečně mnoho prvočísel.

- Dokázal až 1837 Peter Gustav Lejeune DIRICHLET (1805-1859).

Funkce nabývající „často“ prvočíselných hodnot

- x^2+x+17, x^2+x+41, $x^2-79x+1$,

nabývají prvočíselných hodnot bez přerušení pro $x = 0, 1, \ldots, 15$, resp. $x = 0, 1, \ldots, 39$, resp. $x = 0, 1, \ldots, 78$.

- V jistém smyslu „nejlepší“ z uvede-ných tří polynomů je druhý nich, kte-rý pro hodnoty $x = 0, 1, \ldots, 2\,377$ nabývá prvočíselných hodnot v polo-vině případů.

Goldbachova hypotéza

- Christian Goldbach (1690-1764), který se v matematice zabýval především teorií čísel, zformuloval dne 7. 6. 1742 v dopise Eulerovi hypotézu, že *každé* přirozené *číslo* $n > 5$ *je součtem nejvýše tří prvočísel*. Euler mu obratem odpověděl, že toto tvrzení je ekvivalentní s tím, že každé sudé $n>2$ je součtem dvou prvočísel.

Malá Fermatova věta

- Nechť p je prvočíslo. Pak pro všechna přirozená a platí
$$a^p \equiv a \pmod{p}.$$
- Je-li navíc $(a,p) = 1$, platí
$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}.$$

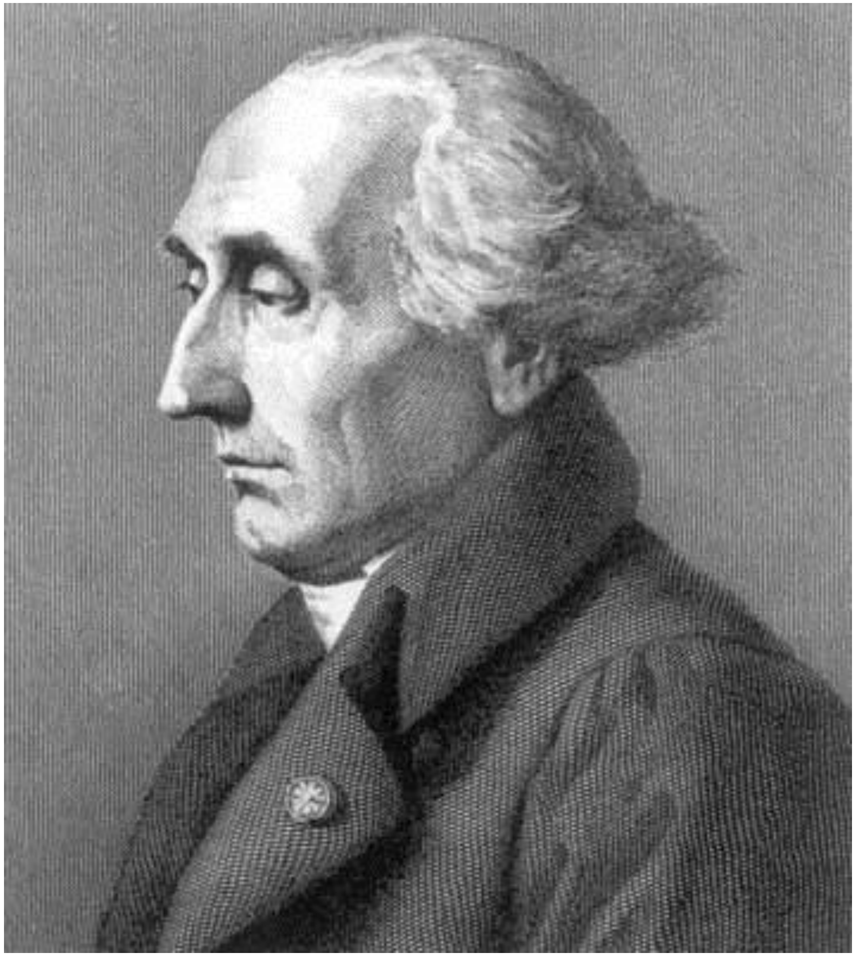
- 1736 dokázal a původně považoval za svůj výsledek. Pak uznal Fermatovo prvenství.

Velká Fermatova věta

- Euler dokázal pro $n = 3$

Joseph-Louis Lagrange (1736–1813)

- 1759 člen Berlínské akademie (prosadil Euler)
- variační počet, studium algebraických rovnic
- 1766–1787 prezident Berlínské akademie
- 1787 odchod do Paříže
- tvůrce analytické mechaniky, zásadní přínos v teorii pravděpodobnosti, kalkulu aj.



Lagrange a teorie čísel

- 1770 důkaz, že každé přirozené číslo je součtem nejvýše čtyř čtverců
- 1771 důkaz tzv. Wilsonovy věty:
  n je prvočíslo právě když $(n-1)!+1$ je dělitelné číslem n (věta je připisová-na Johnu Wilsonovi (1741-1793), jako první ji však vyslovil Edward Waring (1736-1798)

Adrien-Marie Legendre (1752-1833)

- 1785

  Recherches d'analyse indéterminée

- Předjímá mnohé z pozdějších výsledků Gaussových

Děkuji za pozornost