

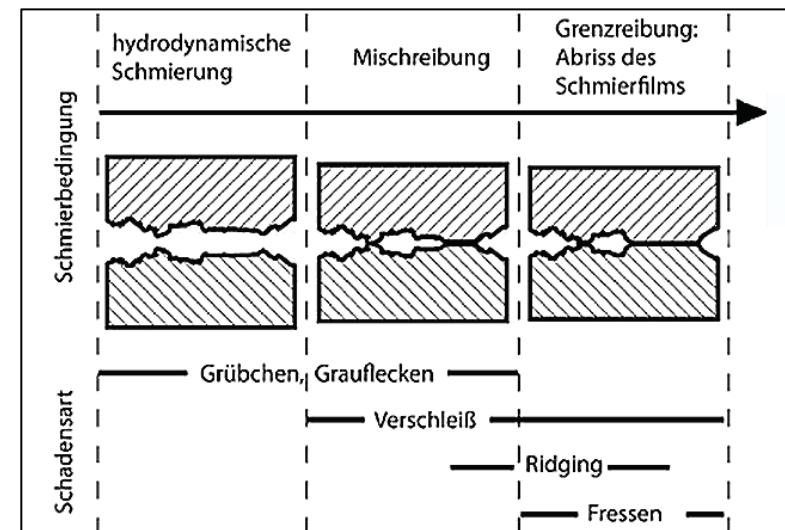
## 3. Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

### 3.1 Einteilung der Zahnschäden

- Die bei Zahnrädern hauptsächlich auftretenden Schadensarten lassen sich einteilen in:

- Zahnbrüche und  
Oberflächenschäden

- Zahnbruchschäden hängen nur von der Verzahnungsgeometrie und den Betriebsbedingungen ab, wobei die Oberflächenschäden darüber hinaus vom Schmierzustand im Kontaktbereich abhängig sind.



Oberflächenschäden bei Zahnrädern in Abhängigkeit der Schmierbedingungen

## 3.2 Schäden an den Flanken

- **Grübchenbildung** tritt infolge Hertzscher Pressung im oberflächennahen Bereich der Zahnflanke auf.
- Entstehung:

feine Risse → Öl dring ein → Überrollen → Überdruck → Herausplatzen  
→ mehrmaliges Überrollen, daher Ermüdungsbruch

- Grübchenbildung tritt unterhalb des Wälzkreises auf.

→ da negativer Schlupf

Im Moment des Gleitens steigt die Temperatur an, wodurch die Expansion des Öl begünstigt wird. Weiterhin bewirken Rauheit und Welligkeit höhere Pressungen im Kontaktbereich.

- Sobald die Anteile zerstörter Flankenoberflächen mit der Laufzeit progressiv zunehmen, sind diese Oberflächenfehler unzulässig.

$$V_{Ges} = V_{Ritzel} + V_{Rad} = 2\%$$

... rel. Grübchenanteil der aktiven Gesamtflankenfläche

max. 1 % bei harter Randschicht und bis 4 % bei Einzelzahn

langwieriger Vorgang → Wahrnehmung von Zusatzgeräusche → Inspektion

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

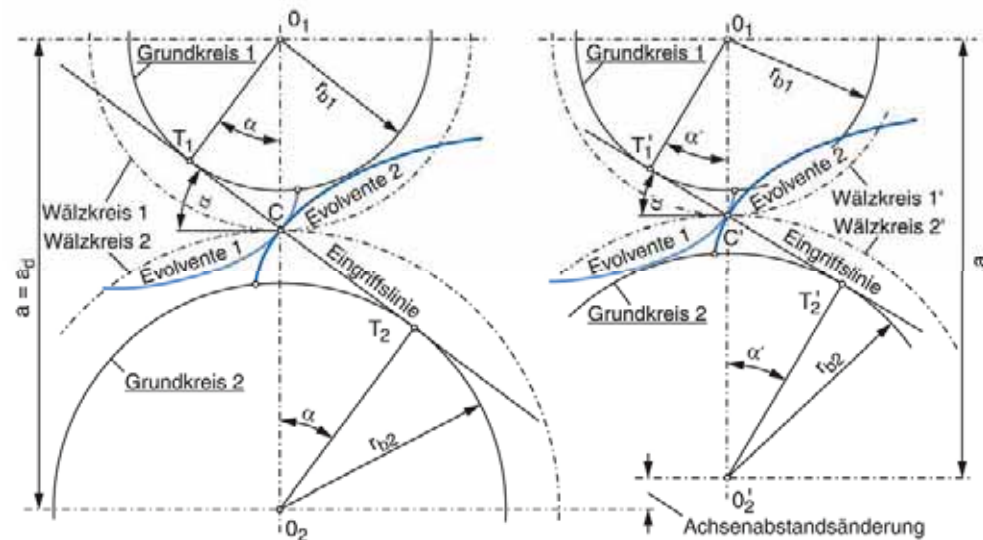
- Maßnahmen zur Herabsetzung der Gefahr der Grübchenbildung:

- kleine Moduln (→ große Zähnezahlen → hohe Profilüberdeckung)

- positive Profilverschiebung bei kleinen Zähnezahlen (+v)  
→ keine starke Flächenkrümmung

- Oberflächenhärtung  
→ jedoch Gefahr des Abplatzens bei hohen Öl-temperaturen und geringen Kernhärten oder hohen Eigenspannungen infolge hoher Wärmeentwicklung beim Schleifen

- ausreichend hohe Viskosität des Schmierstoffs



Nullverzahnung

neg. Profilverschiebung



Grübchenbildung (Pittings)

= Mikropittings

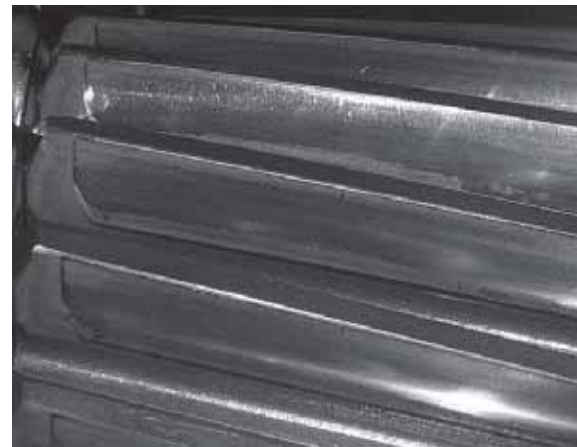
- **Graufleckigkeit** – Im Zahnfußbereich, wo die Krümmungsradien klein und damit die Hertzschen Pressungen und damit die Spannungen im Wälzkontakt sehr hoch sind, entstehen die feinen, eng beieinander liegenden mattgrauen Ausbrüche in Schichten bis 25  $\mu\text{m}$ . Der tragende Schmierfilm wird dabei durch hohe Pressung durchbrochen.

Kann als Vorstufe der Grübchenbildung angesehen werden

- Begünstigt wird diese Schadensart durch geringe Schmierfilmdicken, ungünstige Eigenspannungszustände und einem Härteabfall in Oberflächennähe.
- Maßnahmen zur Herabsetzung der Gefahr der Graufleckigkeit:

- geringe Oberflächenrauheit
- zähere Öle (hohe Viskosität)
- Kühlung

- Im Hinblick auf Folgeschäden ist die Graufleckigkeit im Vergleich zu Pittings weniger gefährlich.

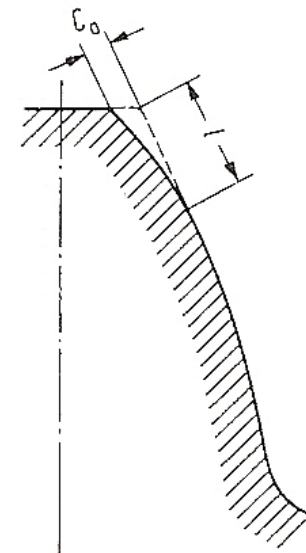


Graufleckigkeit

- Der **Flankenbruch** geht vom mittleren Bereich der Zahnflanke aus und wird oft als Kopfbruch bezeichnet. Unter der harten Randschicht stellen bei einsatzgehärteten und nitrierten Stählen nichtmetallische Einschlüsse den Ausgangsort der Rissbildung dar.

- Maßnahmen zur Herabsetzung der Gefahr des Flankenbruchs:

- kleinere Teilungsabweichungen
- gezielte Kopfrücknahme → Verminderung der Eingriffstöße bei Beginn des Doppeleingriffs



- Der Zahneckenbruch resultiert aus einer auf die Zahnbreite bezogenen ungleichmäßigen Belastung.

→ Abhilfe über ausgeglichene Lastverteilung über die Zahnbreite



Flankenbruch



Zahneckenbruch



- **Fressen** tritt dann auf der Flankenoberfläche auf, wenn die lokale Beanspruchbarkeit auf Schub überschritten wird. Dabei unterscheidet man zwischen

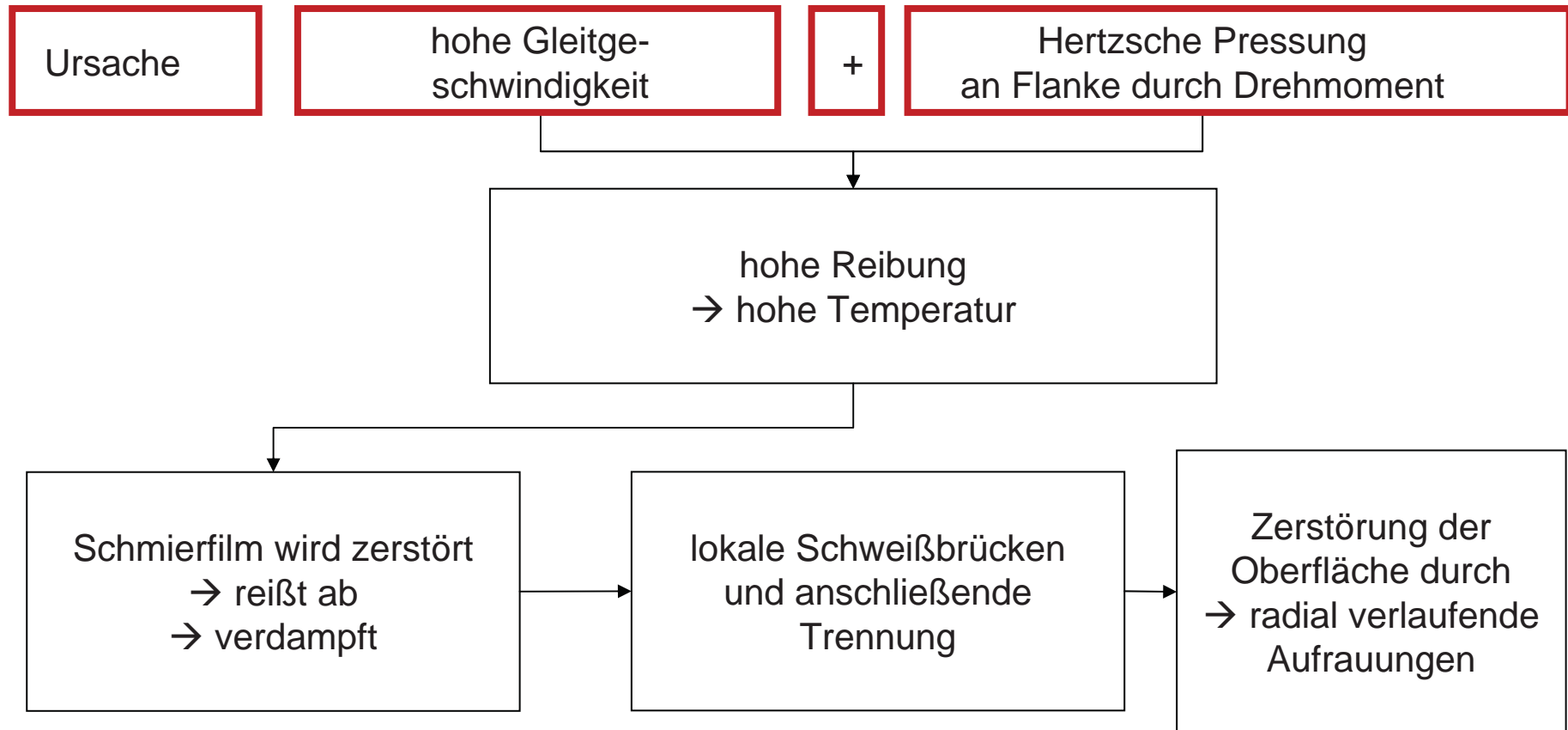
Kalt- und Warmfressen.

- Der Temperatureinfluss auf das Bauteil ist beim Kaltfressen ist nicht signifikant, weshalb die Umfangsgeschwindigkeiten bei gleichzeitig vorhandenen ungünstigen Schmierbedingungen gering sind.

$$v_n < 4 \text{ m/s}$$

- Maßnahmen zur Herabsetzung der Gefahr des Kaltfressens:
  - höhere Schmierfilmdicke
  - höhere Viskosität
  - Profilkorrektoren zum Abbau des Eintrittstoßes
  - hohe Genauigkeiten und geringe Oberflächenrauheiten

- Weit häufiger als das Kaltfressen tritt das Warmfressen auf.



- Gleiches Schadensbild durch hochfrequentes Aufeinanderprallen (Hämmern) bei Resonanz

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen



Stirradflanke



Kegelradflanke



Doppelschräg-  
verzahnung

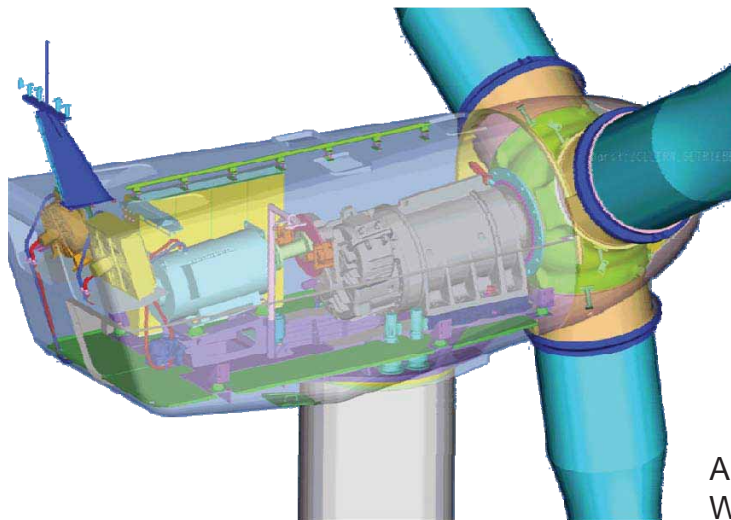
Fressen

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

Auch bei unsachgemäßen Transport

- **Stillstandsmarkierungen** entstehen im Stillstand, wenn eine Getriebewelle durch eine Bremse festgestellt ist. Sofern an der freien Welle wechselnde Drehmomente, wird das Verzahnungsspiel durchlaufen bis die Flanken aufeinander treffen. Bei ständiger Wiederholung entstehen die Markierungen, die dem Berührlinienverlauf entsprechen.

generatorensseitig keine Haltebremse  
→ Betriebszustand Trudeln



Antriebseinheit einer  
Windenergieanlage

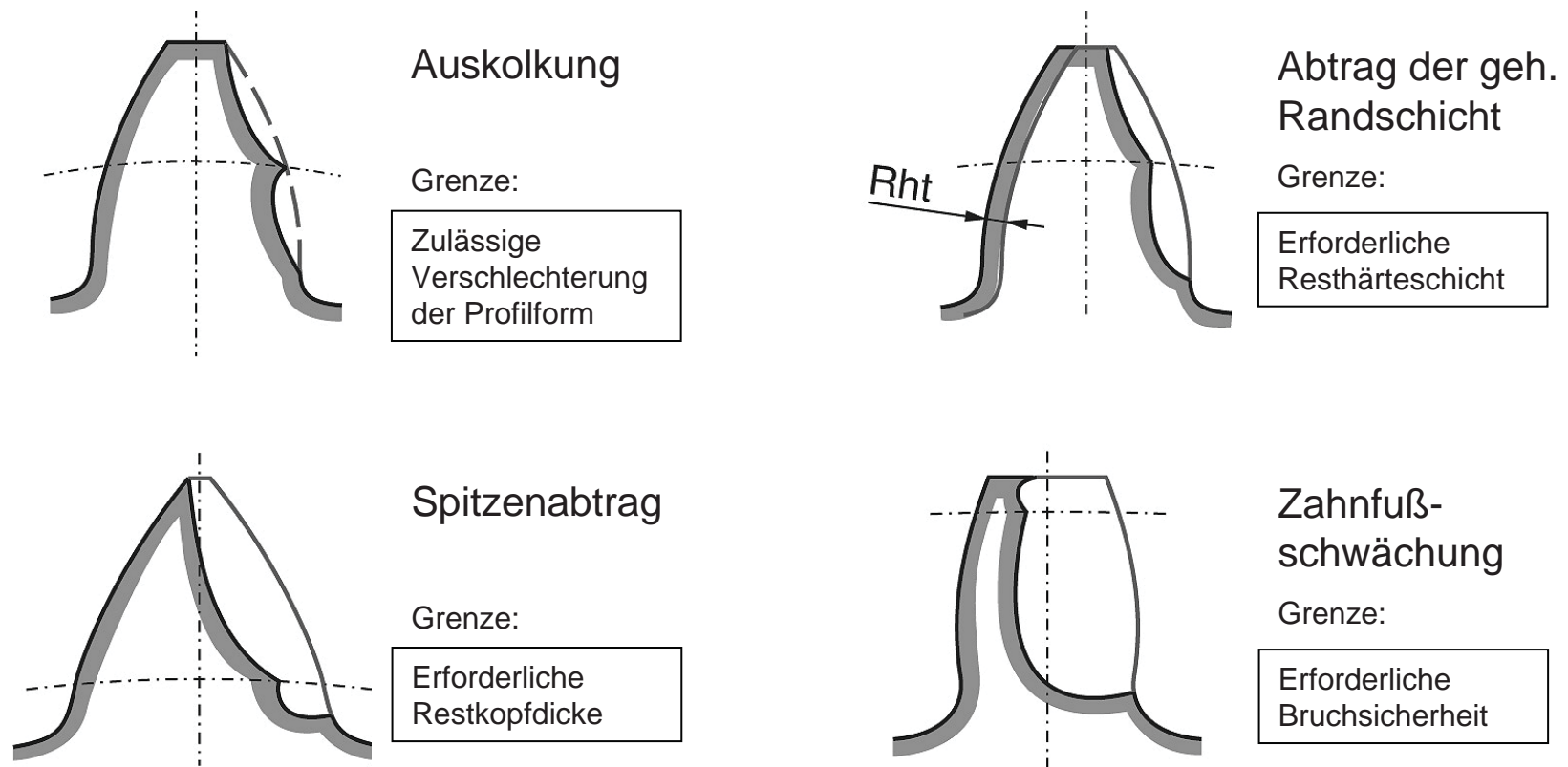


Stillstandsmarkierung bei einer Schrägverzahnung

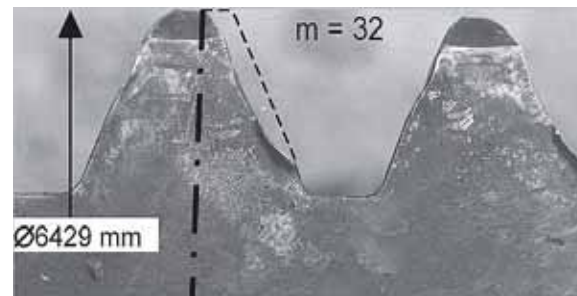
# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

Verschleiß ist so lange erwünscht, wie er zur Glättung führt und das Tragbild verbessert und nicht weiter fortschreitet

- Verschleiß** ist ein kontinuierlicher Materialabtrag durch Abrieb. An Zahnkopf und Zahnfuß ist der der größte Abtrag in Form einer Auskolkung zu verzeichnen, der zum Wälzpunkt hin abnimmt.



Darstellung der einzelnen Verschleißphasen



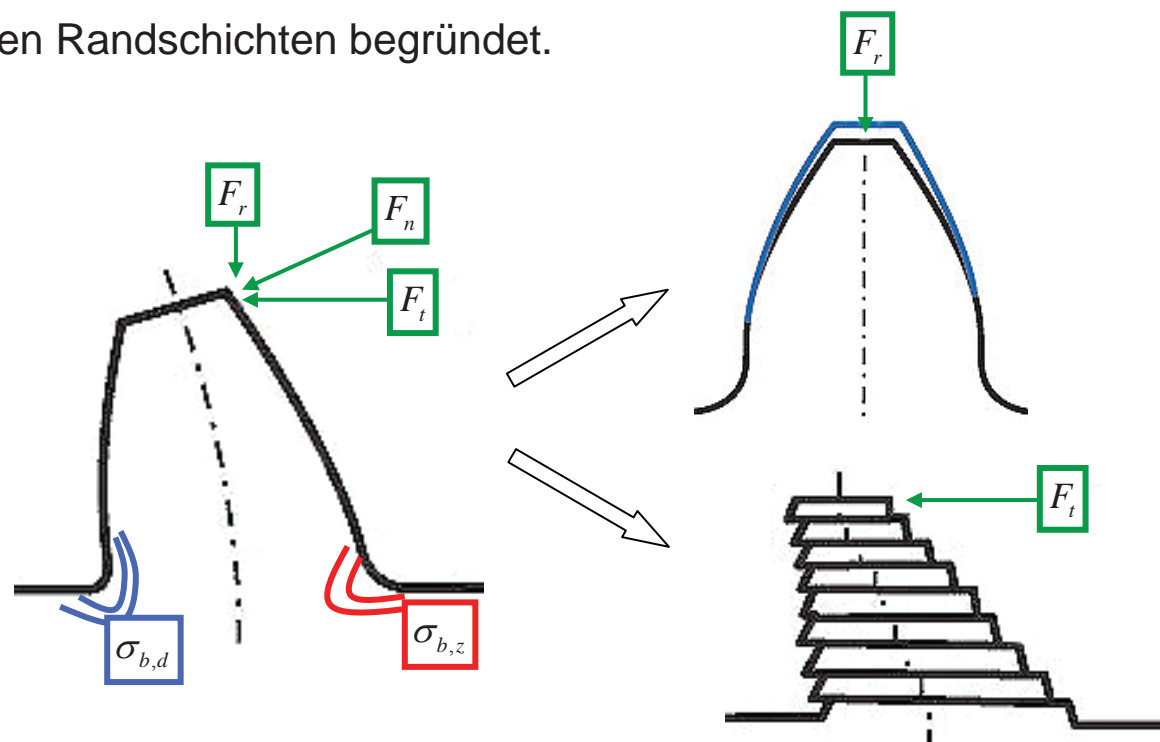
Verschleiß am Großrad eines  
Schaufelradgetriebes

- Man unterscheidet zwischen 2 Verschleißarten: **Adhäsiv- und Abrasivverschleiß**
- Beim Adhäsivverschleiß liegen nur sehr geringe Umfangsgeschwindigkeiten vor, weshalb sich kein hydrodynamischer Schmierfilm ausbilden kann. Dadurch unterliegt vor allem der weichere Gleitpartner einer hohen, Lebensdauer mindernden Verschleißintensität. Ein verbessertes Verschleißverhalten wird durch Kopfrücknahme am treibenden Ritzel erreicht.
- Der Abrasivverschleiß wird durch Verunreinigungen im Schmieröl wie Abriebpartikel, Zunder, Sand usw. hervorgerufen, die in den Zahneingriff gelangen und die Zahngeometrie zerstören → Schleifverschleiß. Abhilfe lässt sich erzielen durch Ölwechsel und Ölfilter.

## 3.3 Schäden am Zahnfuß

... sind neben Druck und Schub hauptsächlich auf Biegung zurückzuführen.

- In der Regel liegt der Anriss auf der Zugseite. Die Ursachen für einen Anriss liegen seitens der Konstruktion in scharfen Kerben bzw. in spröden Randschichten begründet.



- Im Vergleich zu einsatzgehärteten Stählen weist der Bruchquerschnitt bei Bau- und Vergütungsstählen an der gegenüberliegenden Seite des Rissentstandortes plastische Verformung und Wulstbildung auf.
- Es wird zwischen Gewalt- und Ermüdungsbruch differenziert.
- **Gewaltbruch** tritt bei Überschreiten der quasistatischen Festigkeit auf.

- Blockierung des Antriebstranges



# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

---



Gewaltbruch am Zahnfuß (Sprödbruch)

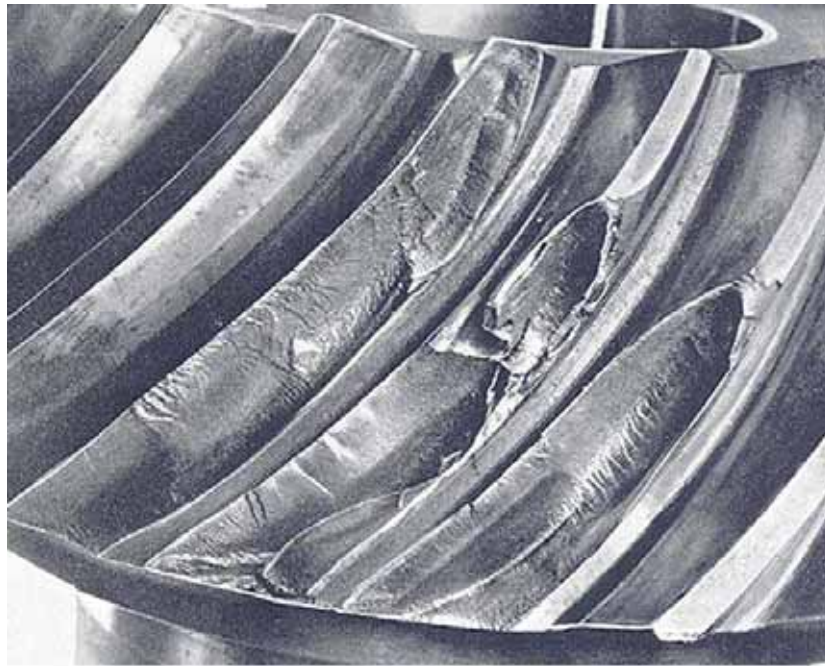


Gewaltbruch am Zahnfuß (Verformungsbruch)

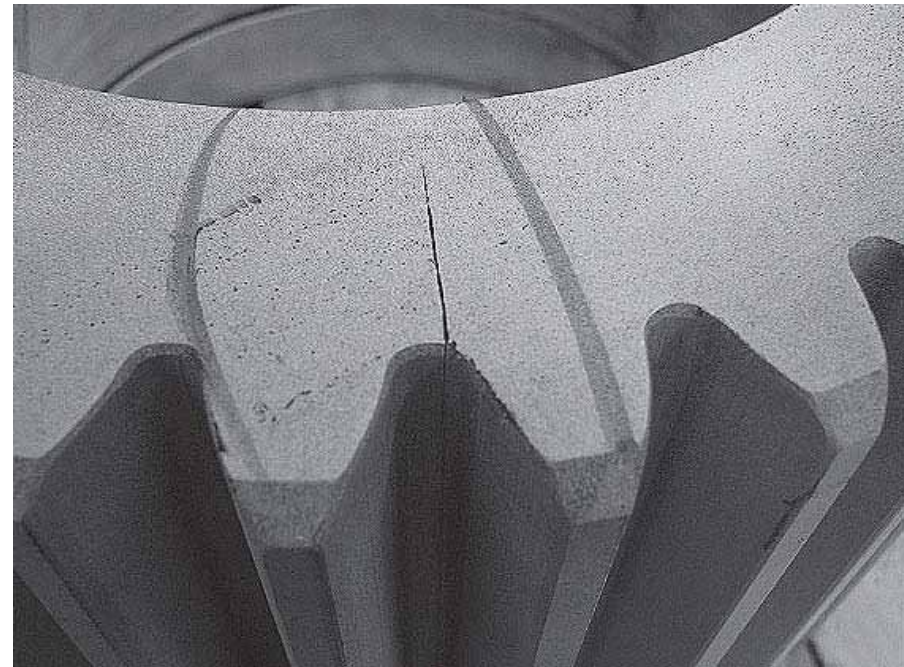
- **Ermüdungsbruch** entsteht bei periodisch auftretender Überschreitung der Beanspruchbarkeit im Zeitfestigkeitsbereich auf ( $N \dots 10^2 - 10^6$ ). Dabei besteht die Bruchfläche aus einer feinkörnigen Bruchfläche, Rastlinie und einem Anteil aus Gewaltbruchfläche.
- Ursachen können sein:
  - geometrische Kerben  
(Fußausrundung, Schleifkerben, Schleifrisse, durch Grübchen)
  - metallurgische Kerben  
(Auslauf der Härtezone)
  - Schlackeneinschlüsse, Randoxidation

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

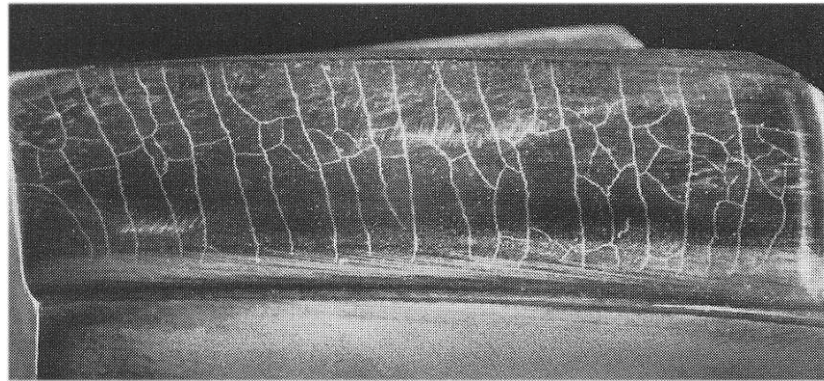
---



Ermüdungsbruch an 3 Zähnen



Ermüdungsbruch am Radkranz

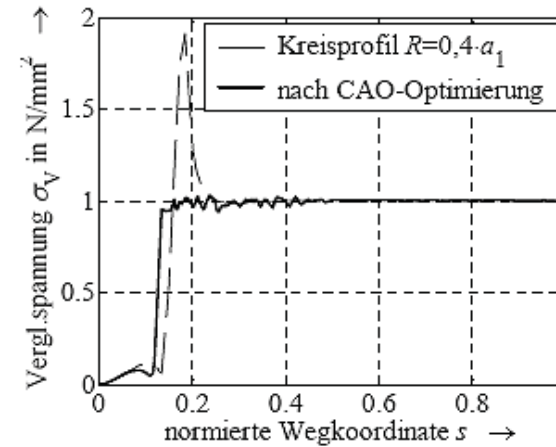
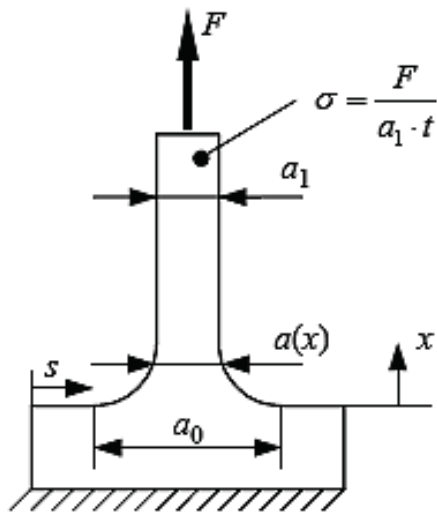


Schleifrisse auf den Zahnflanken infolge falscher Schleifbedingungen

→ Zustellung, Schleifgeschwindigkeit

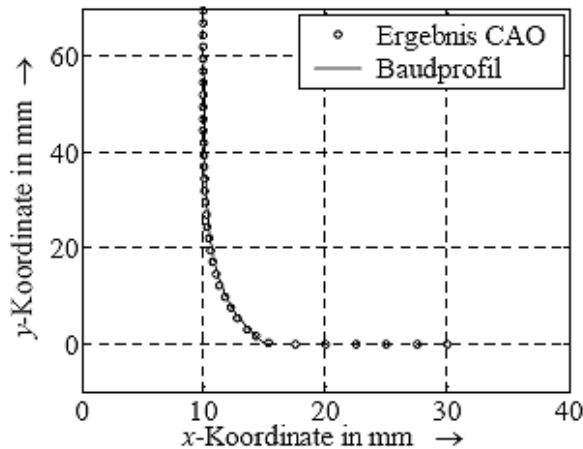
- Maßnahmen zur Herabsetzung der Gefahr der Ermüdungsbruchbildung:
  - große Moduln (→ kleine Zähnezahlen)
  - positive Profilverschiebung (+v) bei kleinen Zähnezahlen  
→ jedoch neg. Einfluss der erzeugten Fußausrundung
  - große riefenfreie Fußausrundungen und deren Optimierung
  - harte Randschicht darf nicht vor dem Zahngrund auslaufen

## Optimierungsansatzes für einen auf Zug beanspruchten Steg: **Baud-Profil**



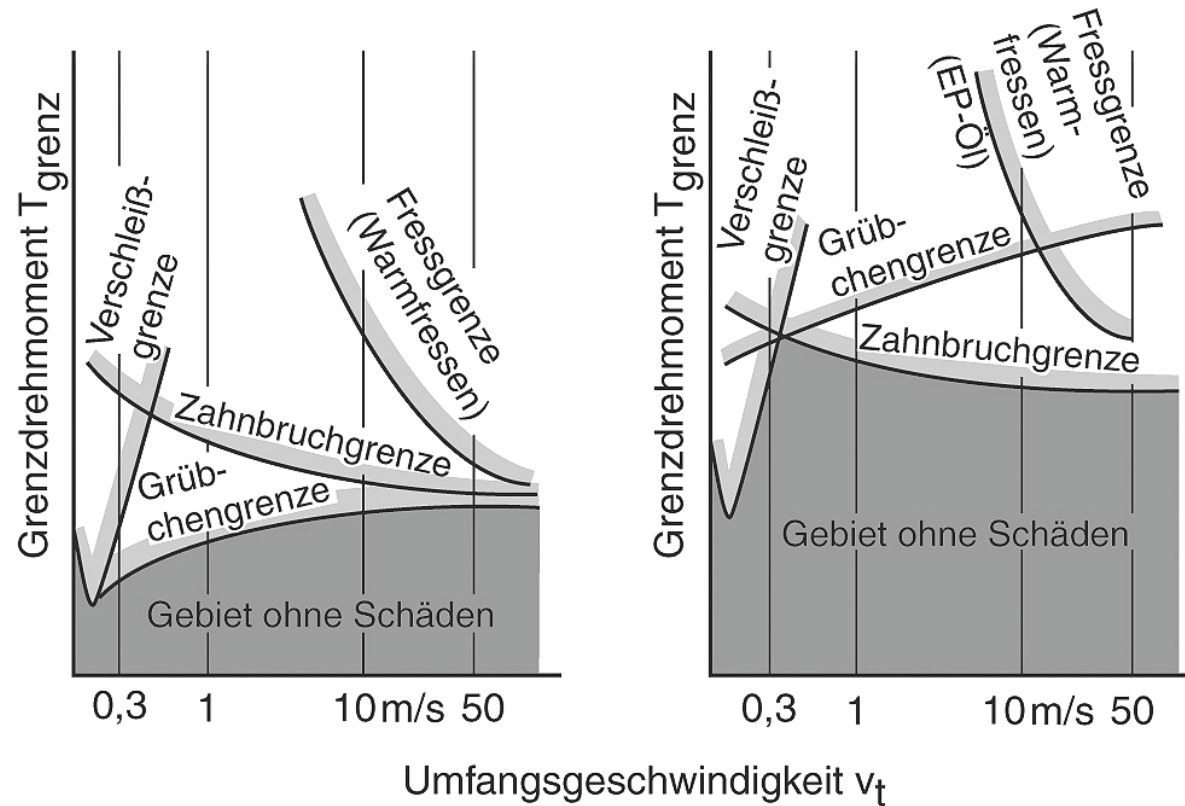
$$a(x) = a_0 \cdot \left[ \frac{a_1}{a_0} + \left( 1 - \frac{a_1}{a_0} \right) \cdot e^{-\frac{a_0}{2 \cdot a_1^2} x} \right]$$

$$a_0 = 1,637 \cdot a_1$$



- gleichmäßige Randfaserspannungen
- gewichts- und spannungsoptimiert

## 3.4 Auslegungskriterien



Darstellung der Haupttragfähigkeitsgrenzen  
*links)* Zahnräder aus Vergütungsstahl  
*rechts)* Oberflächengehärtete Zahnräder

- Somit liegen in Anlehnung an die Schadenfälle folgende Hauptauslegungskriterien zugrunde:

Zahnbruch



zul. Zahnfußtragfähigkeit

Grübchen



zul. Flankenpressung

## Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

---

- Daneben müssen weitere Auslegungskriterien berücksichtigt werden:

Laufruhe	→ Verminderung von Schwingungen und Geräuschen, abhängig von Steifigkeit, Herstellungsgenauigkeit und Leistungsweiterleitung
Leistungsverlust	→ Reibung durch Relativbewegungen der Flanken, Plansch-, Ventilations- und Lagerverluste
Schmierung und Kühlung	→ Ausreichende Ölzufuhr, Wahl der Viskosität, Abführung der Verlustwärme durch Kühlmittel und Kühlkreislauf
Formänderung	→ Elastisch und thermisch bedingte Formänderungen dürfen die Eingriffsverhältnisse nicht unzulässig verschlechtern → Schwingungsanregung, Zwänge
Verzahnungsgrenzen	→ Störungen des kinematischen Eingriffs durch Unterschnitt, spitzen Zahnkopf oder Durchdringung → Beeinflussung durch Herstellung



- Zur konstruktiven Auslegung von Zahnrädern überlagern sich den beschriebenen Kriterien weitere Aspekte wie:
  - vorgegebene Achsabstände
  - Anschlussmaße, Lagergrößen
  - Umweltbedingungen
  - Fertigungseinflüsse (Werkzeuggenauigkeit in der Serie, Schweißarbeiten)
  - werkstoffbedingte elektrochemische Potenzialunterschiede
  - Stromdurchgänge → Funkenbildung → Schweißkrater

### 3.5 Vorbetrachtungen zu Lastannahmen und Lastangriff

- Die Grundbelastung eines Getriebes folgt aus der zu übertragenden Leistung. Bezogen auf die Anwendung sind dieser Grundbelastung Zusatzkräfte zuzurechnen, die analysiert und interpretiert werden müssen, z.B.

***Kfz-Getriebe:*** Verbrauchsgut, wegen Massenfertigung gleichbleibende Fertigungsqualität. Die Entwicklung erlaubt Versuche zur Ermittlung einer festgelegten Überlebenswahrscheinlichkeit (Zeitfestigkeit wird akzeptiert).

***Dampfturbinengetriebe:*** Hohe stationäre Umfangsgeschwindigkeiten, Einzelfertigung, keine Vorversuche, hohe Sicherheit gegen Ausfall muss gewährleistet sein

- Für die Auslegung von Verzahnungen im Allgemeinen Maschinenbau wählt man das Nenndrehmoment der Antriebsmaschine und berücksichtigt durch den **Anwendungsfaktor  $K_A$**  den Einfluss von Spannungsspitzen zur Berechnung einer äquivalenten Dauerbelastung

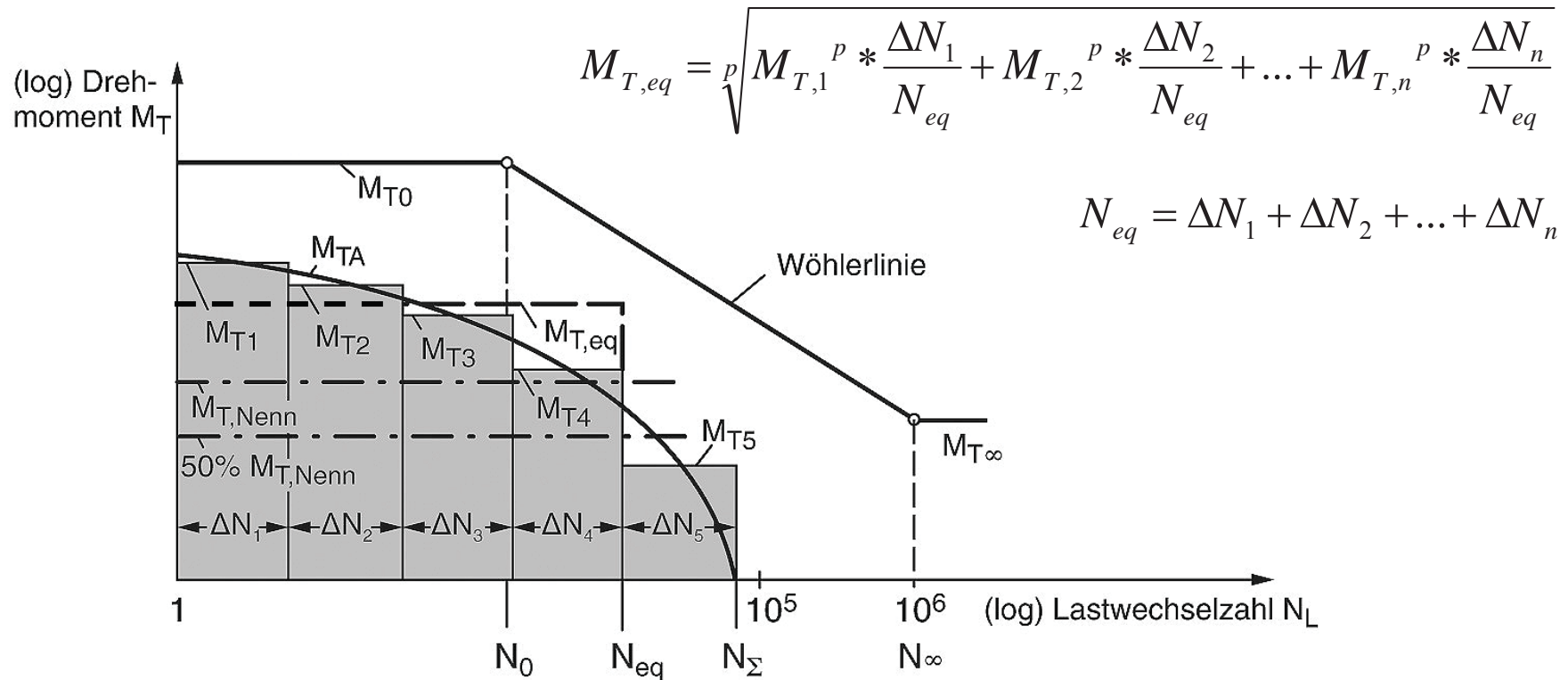
$$M_{T,eq} = K_A * \frac{P_{nenn}}{\omega_{nenn}}$$

Arbeitsmaschine (getriebene Maschine) Arbeitsweise und Beispiele	Kraftmaschine (Antriebsmaschine) Arbeitsweise und Beispiele			
	gleichmäßig: Elektro- motor	leichte Stöße: Dampf-, Gasturbine	mäßige Stöße: Mehrzylinder- Motor	starke Stöße: Einzylinder- Motor
gleichmäßig (uniform): Stromerzeuger, Vorschubgetriebe, leichte Aufzüge und Hubwinden, Turbogebläse und -verdichter, Rührer und Mischer für Stoffe gleichmäßiger Dichte, Gurt- und Schneckenförderer	1,00	1,10	1,25	1,50
mäßige Stöße (moderat): Hauptantriebe von Werkzeugmaschinen, schwere Aufzüge, Krandrehwerke, Grubenlüfter, Rührer und Mischer für Stoffe ungleichmäßiger Dichte, Mehrzylinder-Kolbenpumpen, Zuteilpumpen	1,25	1,35	1,50	1,75
mittlere Stöße: Holzbearbeitungsmaschinen, Hubwerke, Einzylinder-Kolbenpumpen, Mischmaschinen mit unterbrochenem Betrieb, Mahlwerke	1,50	1,60	1,75	2,00
starke Stöße (heavy): Stanzen, Scheren, Walzwerks- und Hüttenmaschinen, Löffelbagger, schwere Zentrifugen, schwere Zuteilpumpen, Pressen	1,75	1,85	2,00	2,25 oder höher

Anwendungsfaktor  $K_A$   
für eine äquivalente  
Dauerbelastung nach  
DIN 3990

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

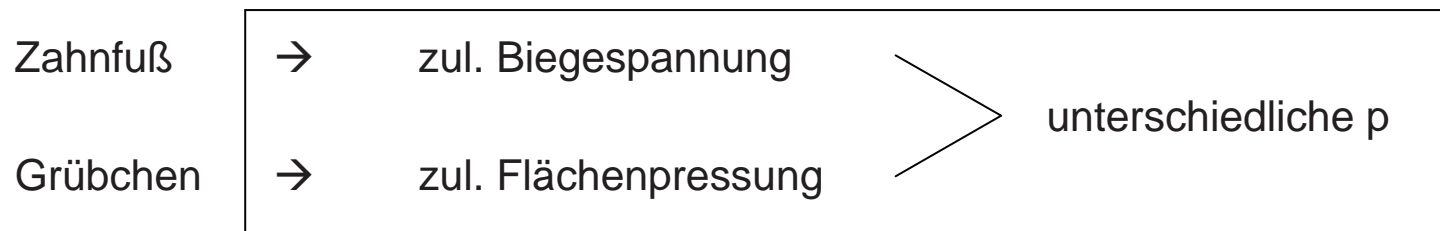
- Bei zeitabhängigen Belastungen ist ein Lastkollektiv zu bilden. Festigkeitsrechnung und Lebensdauerabschätzung werden mit der linearen Schadensakkumulationshypothese über ein äquivalentes, konstantes Drehmoment vorgenommen, welches sich wie folgt ermitteln lässt:



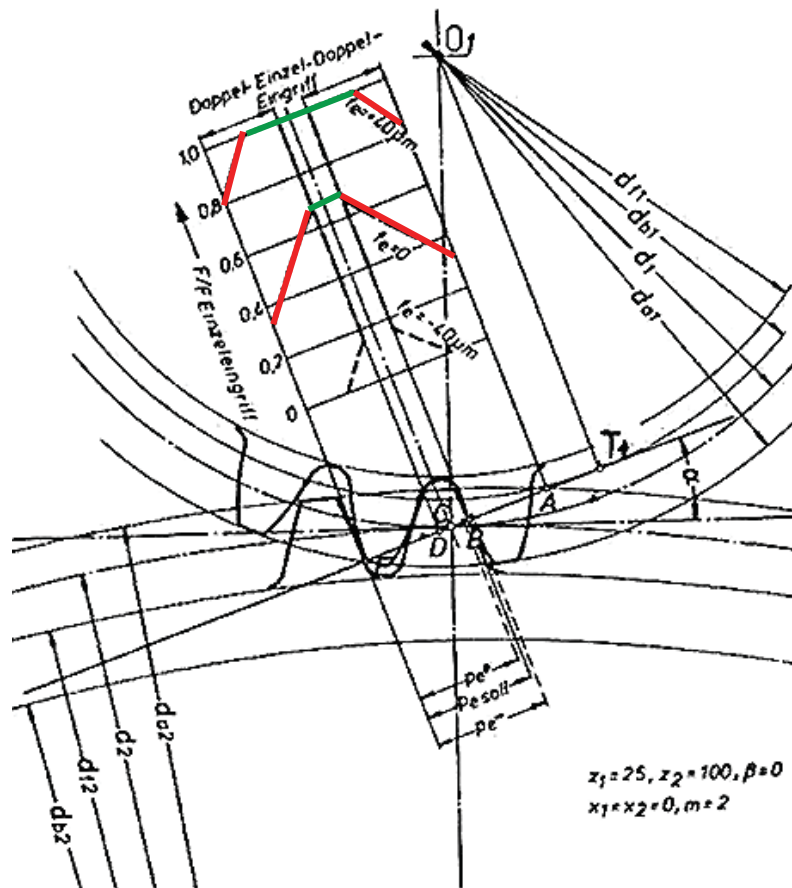
Lastkollektiv als Ergebnis der Klassierung einer Belastungs-Zeit-Funktion und zugehörige Wöhlerlinie

- Die spezifische Äquivalentbelastung muss für die Zahnfuß- und für die Zahnflankenbeanspruchung getrennt berechnet werden, da die Wöhlerkurven von der Beanspruchung abhängen.

Tragfähigkeitsnachweis für:



Stahlwerkstoff	Zahnfuß			Grübchen		
	$N_0$	$N_{00}$	p	$N_0$	$N_{00}$	p
vergütet	$10^4$	$3 \cdot 10^6$	6,2	$10^5$	$5 \cdot 10^7$	6,6
vergütet und nitriert	$10^3$	$3 \cdot 10^6$	17	$10^5$	$2 \cdot 10^6$	5,7
einsatzgehärtet	$10^3$	$3 \cdot 10^6$	8,7	$10^5$	$5 \cdot 10^7$	6,6



- Während des Eingriffs treten im gesamten Antriebsstrang innere dynamische Zusatzkräfte auf, wodurch ebenfalls Schwingungen verursacht werden.

- Wechsel zwischen Einzel- und Doppeleingriff  
 → Wechsel der Federsteifen  
 → Schwingungen und Geräusche

- Teilungsfehler  
 → verändern Einzeleingriffsphase

- Formänderungen von Rad, Welle, Gehäuse

- Eigenfrequenzen des Antriebsstranges

- Diese Schwingungen der Zahnräder werden durch Steifigkeit (Verformung) Dämpfung sowie Massen der Bauelemente im An- und Abtriebsstrang (Wellen, Verzahnungen, Welle-Nabe-Verbindungen, Kupplungen, Lager, Gehäuse) stark beeinflusst. Die Anregung innerer dynamischer Zusatzkräfte wird ausgedrückt durch den

**Dynamikfaktor  $K_v$**

Hochverzahnung

- Dabei werden im Rahmen der DIN 3990 folgende Fälle unterschieden:

$$n < n_{krit}$$

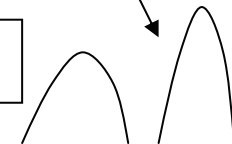
→ Zahnfehler und Zahnsteifigkeiten sind maßgebend

$$n = n_{krit}$$

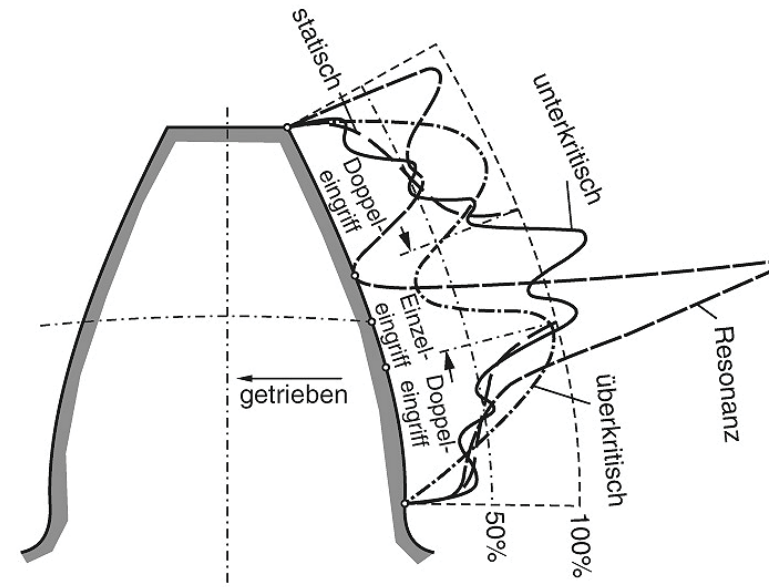
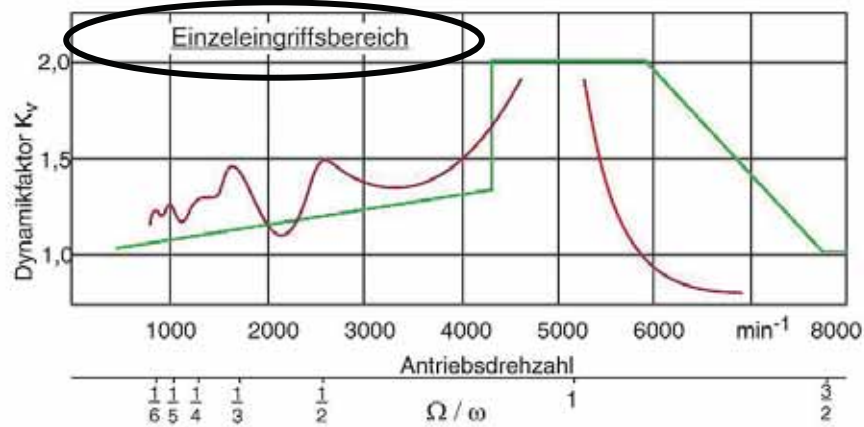
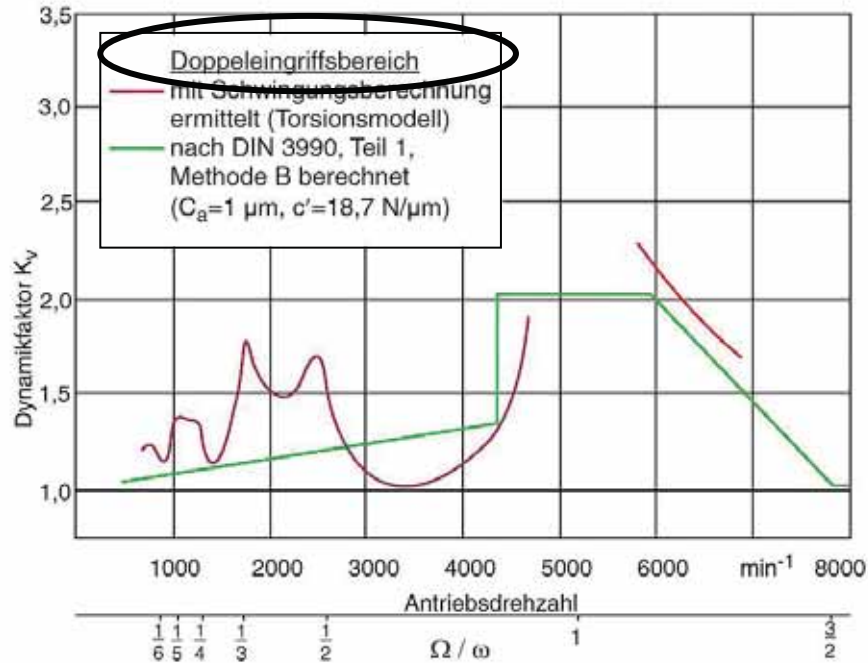
→ Schwingungen sind maßgebend → Abheben der Flanken

$$n > n_{krit}$$

→ Massen bewirken gleichmäßigen Lauf und sind maßgebend



# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen



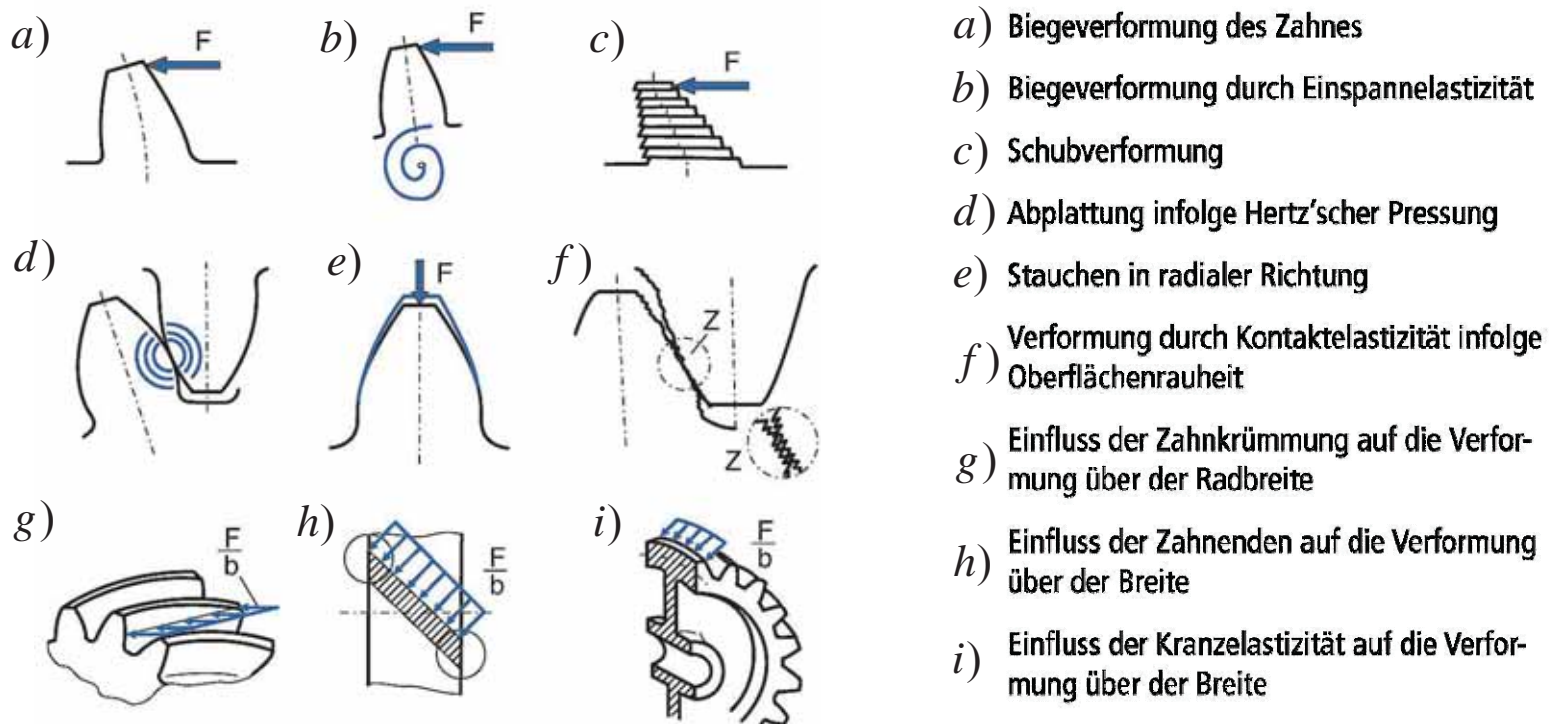
Innere dynamische Zusatzkräfte

links) Typischer Verlauf der inneren Zusatzkräfte über der Drehzahl

rechts) Prinzipieller Verlauf der Zahnbelastung über der Zahnflanke bei verschiedenen Drehzahlen



- Zusammenfassend sind die einzelnen Anteile der elastischen Zahnverformungen dargestellt, die aus der Überlagerung von Eigenfrequenzen des Antriebsstranges, den Betriebsbedingungen (Drehzahl, einwirkende Kräfte, Schmierung, Oberflächenzustand der Flanken, Eingriffszustand, Verzahnungsabweichungen), der Verzahnungsart und den Werkstoffeigenschaften resultieren.



- Der **Dynamikfaktor  $K_V$**  ist das Verhältnis des auf den Zahn wirkenden maximalen Drehmoments zum Drehmoment einer fehlerfreien Verzahnung unter statischen Bedingungen.

$$K_V = \frac{M_{T,eq} + M_{T,dyn}}{M_{T,eq}} = 1 + \frac{M_{T,dyn}}{M_{T,eq}}$$

- Für die Praxis empfiehlt sich allerdings (in Abwandlung an die maßgebliche DIN 3990) eine vom Drehzahlbereich unabhängige vereinfachte Vorgehensweise zur Ermittlung des Dynamikfaktors.

$$K_V \approx 1 + f_F * K * z_1 * v * \sqrt{\frac{u^2}{1 + u^2}} * 10^{-5}$$

$z_1$ ... Zähnezahzahl des Ritzels

$v$ ... Umfangsgeschwindigkeit der Teilkreise

$$d_1 * \pi * n_1 = d_2 * \pi * n_2$$

$u$ ... Zähnezahzahlverhältnis:  $z_2 / z_1$

$z_2$ ... Zähnezahzahl des Großrades

$z_1$ ... Zähnezahzahl des Kleinrades

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

Beurteilung der Belastung eines Zahnpaars

- Die **Linienbelastung w** (ohne Dynamikfaktor) errechnet sich aus:  
*b*... Zahnbreite

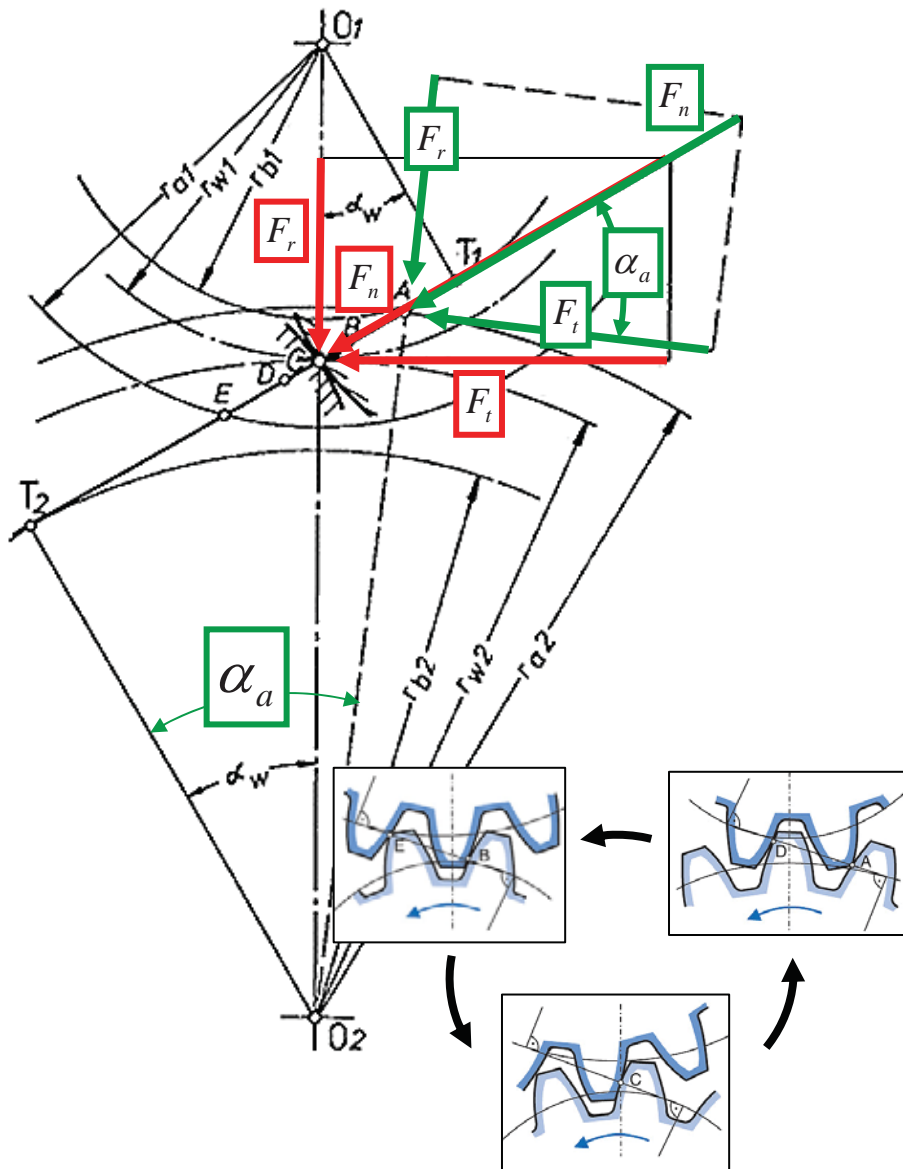
$$w = \frac{P_{nenn}}{\omega_{nenn} * b} * K_A$$

- Bei überschlägigen Berechnungen kann  $K_V = 1,2$  gesetzt.

Linienbelastung <i>w</i> in N/mm	Genauigkeitsklasse (Qualität)									
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	<b>Geradverzahnung Lastkorrekturfaktor <math>f_F</math></b>									
≤100	1,61	1,81	2,15	2,45	2,73	2,95	3,09	3,22	3,30	3,37
200	1,18	1,24	1,34	1,43	1,52	1,59	1,63	1,67	1,69	1,71
350	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
500	0,93	0,90	0,86	0,83	0,79	0,77	0,75	0,73	0,72	0,72
800	0,86	0,82	0,74	0,67	0,61	0,56	0,53	0,50	0,48	0,47
1200	0,83	0,77	0,67	0,59	0,51	0,45	0,41	0,37	0,35	0,33
1500	0,81	0,75	0,65	0,55	0,47	0,40	0,36	0,32	0,30	0,27
2000	0,80	0,73	0,62	0,51	0,43	0,35	0,31	0,27	0,24	0,22
<b>Verzahnungsfaktor <i>K</i> in s/m</b>	25	29	36	47	62	90	114	174	233	400
	<b>Schrägverzahnung mit <math>\epsilon_{\beta} \geq 1</math> Lastkorrekturfaktor <math>f_F</math></b>									
≤100	1,96	2,21	2,56	2,82	3,03	3,19	3,27	3,35	3,39	3,43
200	1,29	1,36	1,47	1,55	1,61	1,65	1,68	1,70	1,72	1,73
350	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
500	0,88	0,85	0,81	0,78	0,76	0,74	0,73	0,72	0,71	0,71
800	0,78	0,73	0,65	0,59	0,54	0,51	0,49	0,47	0,46	0,45
1200	0,73	0,66	0,56	0,48	0,42	0,38	0,36	0,33	0,32	0,31
1500	0,70	0,62	0,52	0,44	0,37	0,33	0,30	0,28	0,27	0,25
2000	0,68	0,60	0,48	0,39	0,28	0,28	0,25	0,22	0,21	0,20
<b>Verzahnungsfaktor <i>K</i> in s/m</b>	14	16	23	32	46	68	95	145	200	300

Lastkorrekturfaktoren  $f_F$  und Verzahnungsfaktoren  $K$  zur Bestimmung des Dynamikfaktors  $K_V$

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen



- Die zwischen einem Zahnpaar wirkende Flanken-Normalkraft zur Erzeugung des Drehmoments errechnet sich aus:

$$F_n = \frac{M_{T,eq}}{r_b} = \frac{P_{nenn} * K_A}{\omega_{nenn} * r_b}$$

und ihre Komponenten während des Eingriffs bezogen auf den Wälzpunkt C:

$$F_{tw} = F_n * \cos \alpha_w \quad / \quad F_{rw} = F_n * \sin \alpha_w$$

auf den Teilkreis:

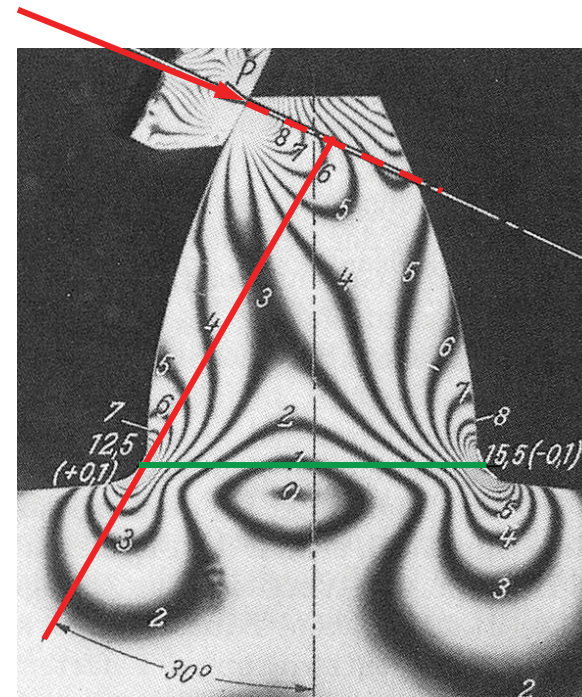
$$F_t = F_n * \cos \alpha \quad / \quad F_r = F_n * \sin \alpha$$

in den Kopfkreispunkten A bzw. E:

$$F_{ta} = F_n * \cos \alpha_a \quad / \quad F_{ra} = F_n * \sin \alpha_a$$

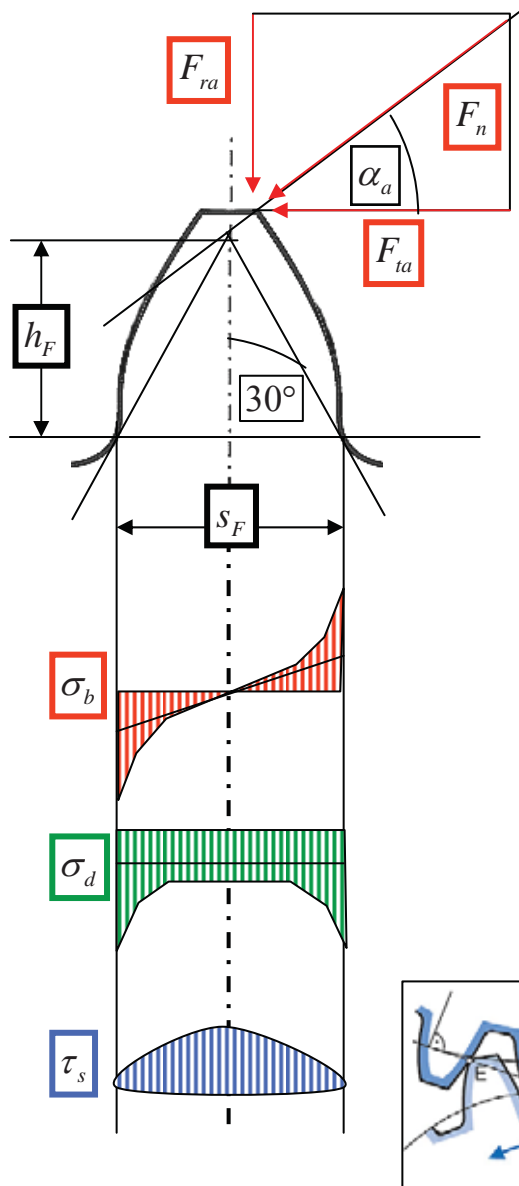
## 3.6 Zahnfußfestigkeit

- Zur Beurteilung der Gefahr eines Zahnbruchs wird der Spannungszustand am Zahnfuß untersucht. Dabei zeigt die Analyse durch numerische Simulation oder spannungsoptischer Messungen, dass
  - ein komplexer Spannungszustand vorherrscht
  - Kerbwirkung auftritt
  - die Höhe der Spannungen vom Kraftangriffspunkt abhängt
  - die Spannungen an der Berührtangenten bei  $30^\circ$  ihr Maximum erreichen.



Ermittlung der örtlichen Zahnfußspannung  
mittels Spannungsoptik

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen



- Nach den Grundlagen der Festigkeitslehre ist das mechanische Ersatzbild des belasteten Zahns

ein kurzer Balken, beansprucht auf

- Biegung
- Normalkraft
- Querkraft (Schub)

→ Vergleichsspannung mit Kerbwirkung  
 → Vergleich mit zul. Grenzwert

- Nach DIN 3990 genormte Berechnungsart schreibt vor:

- nur Biegespannung berücksichtigt
- Kerbwirkung durch Korrekturfaktor  $Y_S$  berücksichtigt
- Kraftangriff am Zahnkopf

→ bei A und E Doppelangriff aber max. Kraft  
 → hohe Sicherheit

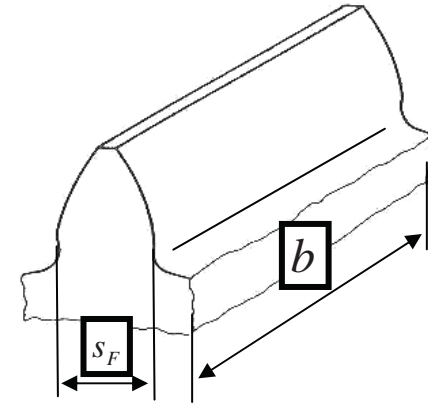
- Damit lässt sich die Zahnfußspannung wie folgt berechnen:

$$\sigma_F = \frac{M_b}{W_b} = \frac{F_{ta} * h_F}{W_b}$$

$$\sigma_{F1} = \frac{F_n * \cos \alpha_a * h_F * 6}{b * s_F^2}$$

wobei:  $F_{ta} = F_n * \cos \alpha_a$

$$W_b = \frac{b * s_F^2}{6}$$



die Fußspannung beträgt bezogen auf das Zahnrad 1:

$$\text{mit } F_n = \frac{M_{T1,\max}}{r_{b1}} = \frac{M_{T1,eq} * K_V}{r_1 * \cos \alpha} \quad \rightarrow \quad \sigma_F = \frac{M_{T1,\max} * \cos \alpha_a * 6}{r_1 * \cos \alpha * b * m} * \frac{h_F / m}{s_F^2 / m^2}$$

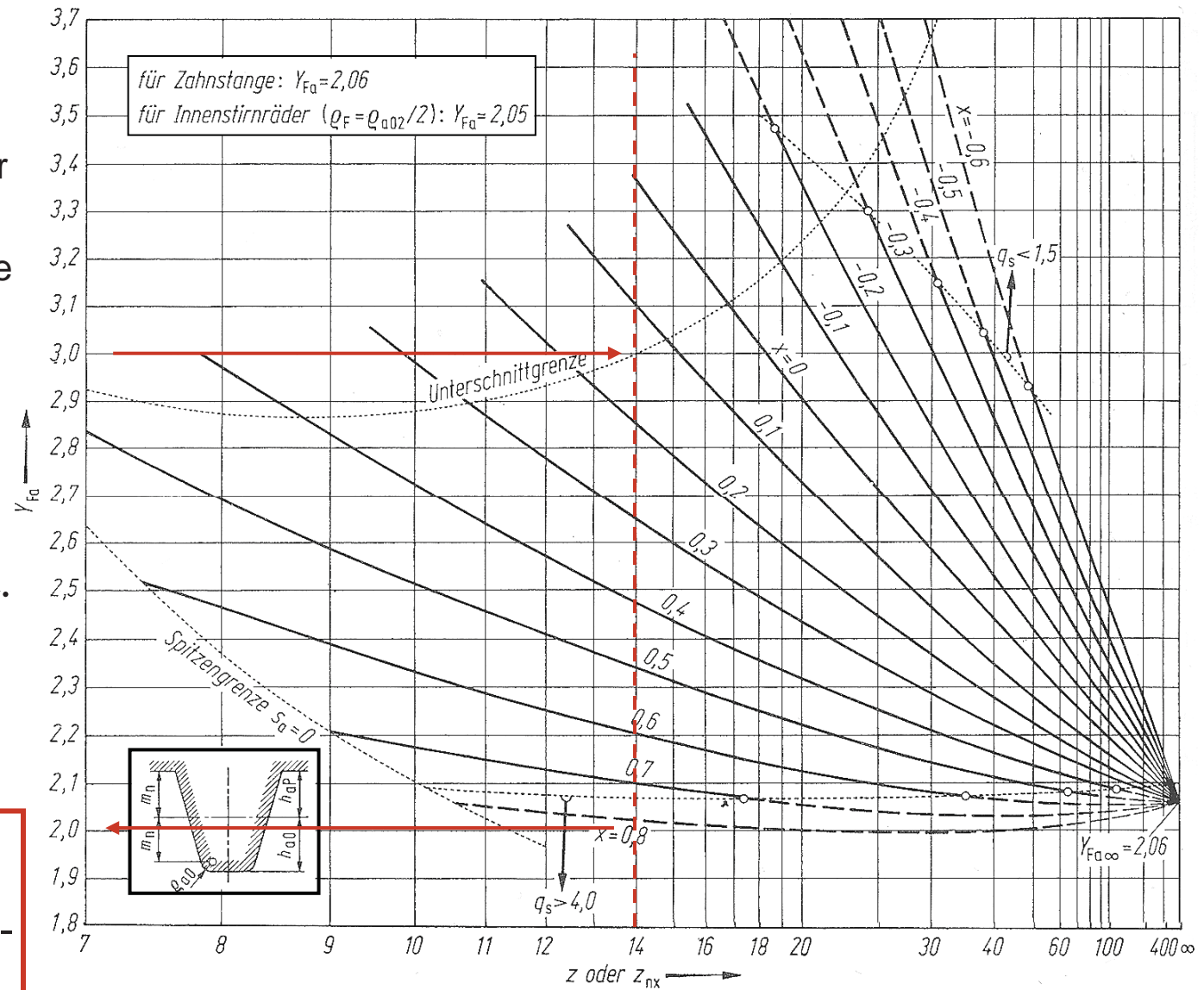
$$\sigma_F = \frac{M_{T1,\max}}{r_1 * b * m} * \frac{\cos \alpha_a * 6 * h_F / m}{\cos \alpha * s_F^2 / m^2} = \frac{M_{T1,eq} * K_V}{r_1 * b * m} * Y_F$$

$Y_F$  ... Zahnformfaktor

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

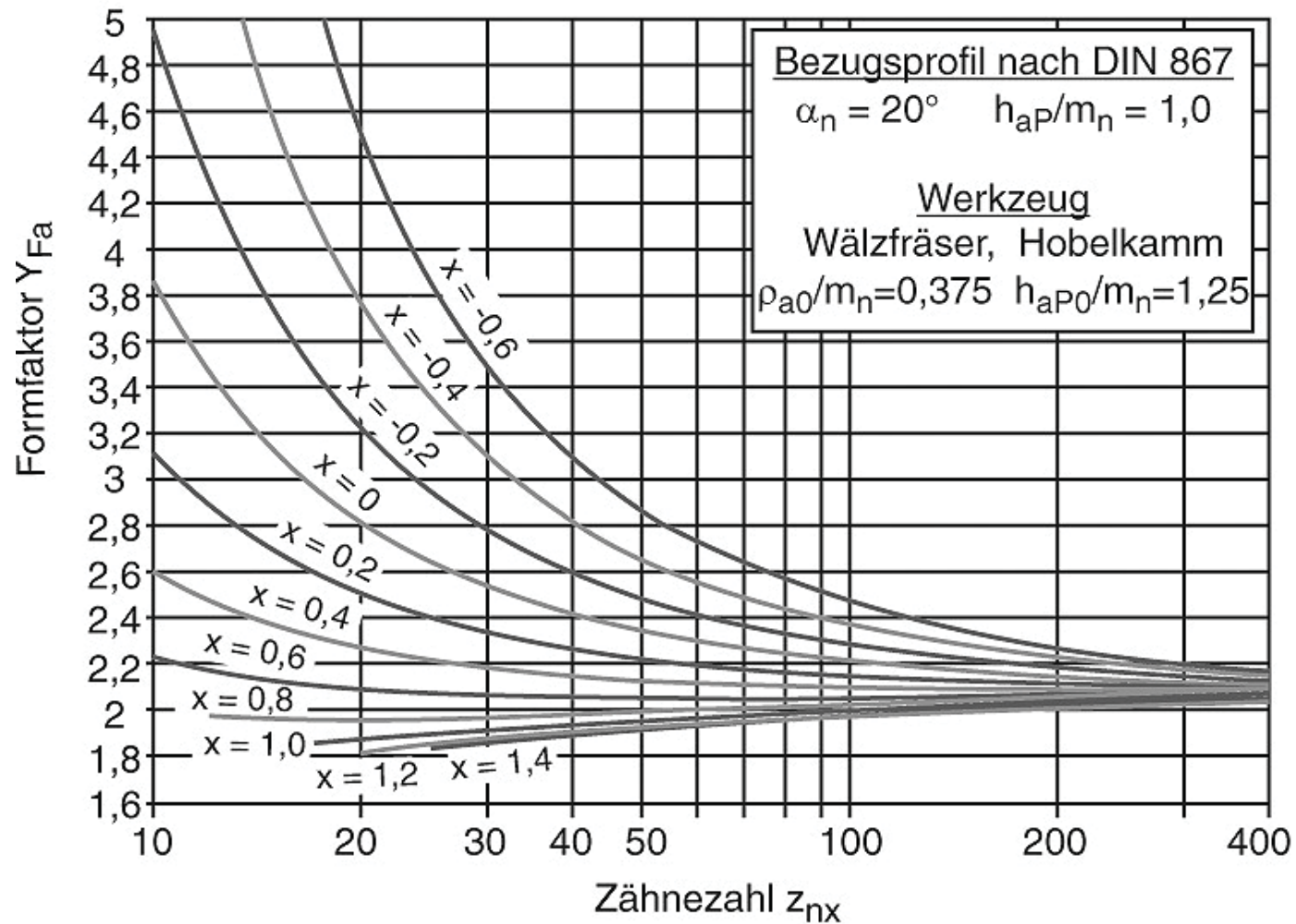
- Der **Zahnformfaktor**  $Y_{Fa}$  ist nur von der Geometrie der Zähne abhängig. Die Kurvenverläufe gelten nur für Zahnfußausrundungen  $\rho_{a0} = 0,25 * m$ .

50% weniger Beanspruchung durch Profilver-schiebung



Zahnformfaktor  $Y_{Fa}$  nach DIN 3990 für Kraftangriff am Zahnkopf





$$\rho_{a0} = 0,375 * m$$

Zahnformfaktor  $Y_{Fa}$  nach DIN 3990 für Kraftangriff am Zahnkopf

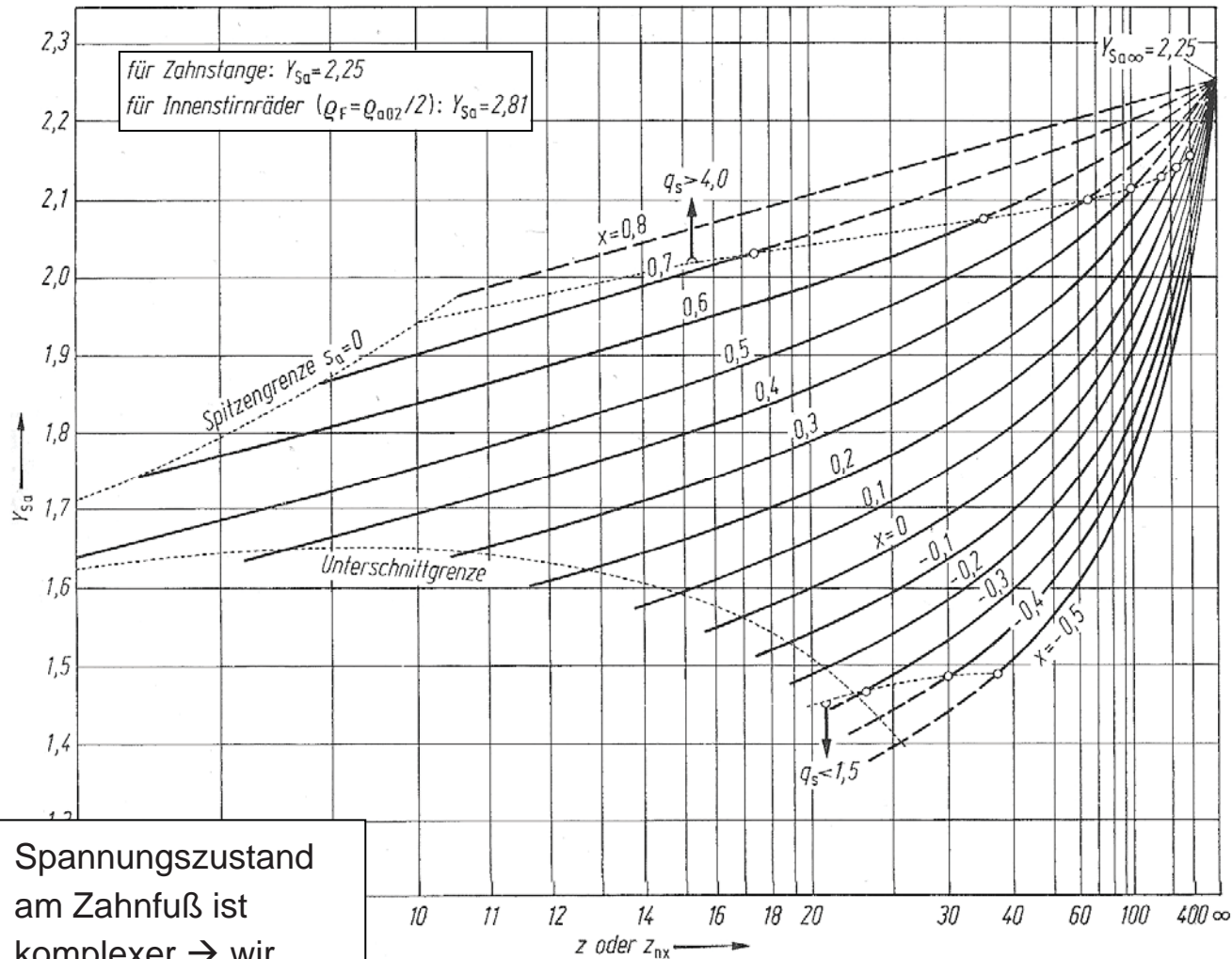
# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

- Die Spannungsüberhöhung durch Kerbwirkung und durch den vereinfachten Berechnungsansatz werden durch den **Spannungskorrekturfaktor  $Y_{Sa}$**  ausgedrückt.

$$Y_{Sa} = \frac{\sigma_{F \max}}{\sigma_F}$$

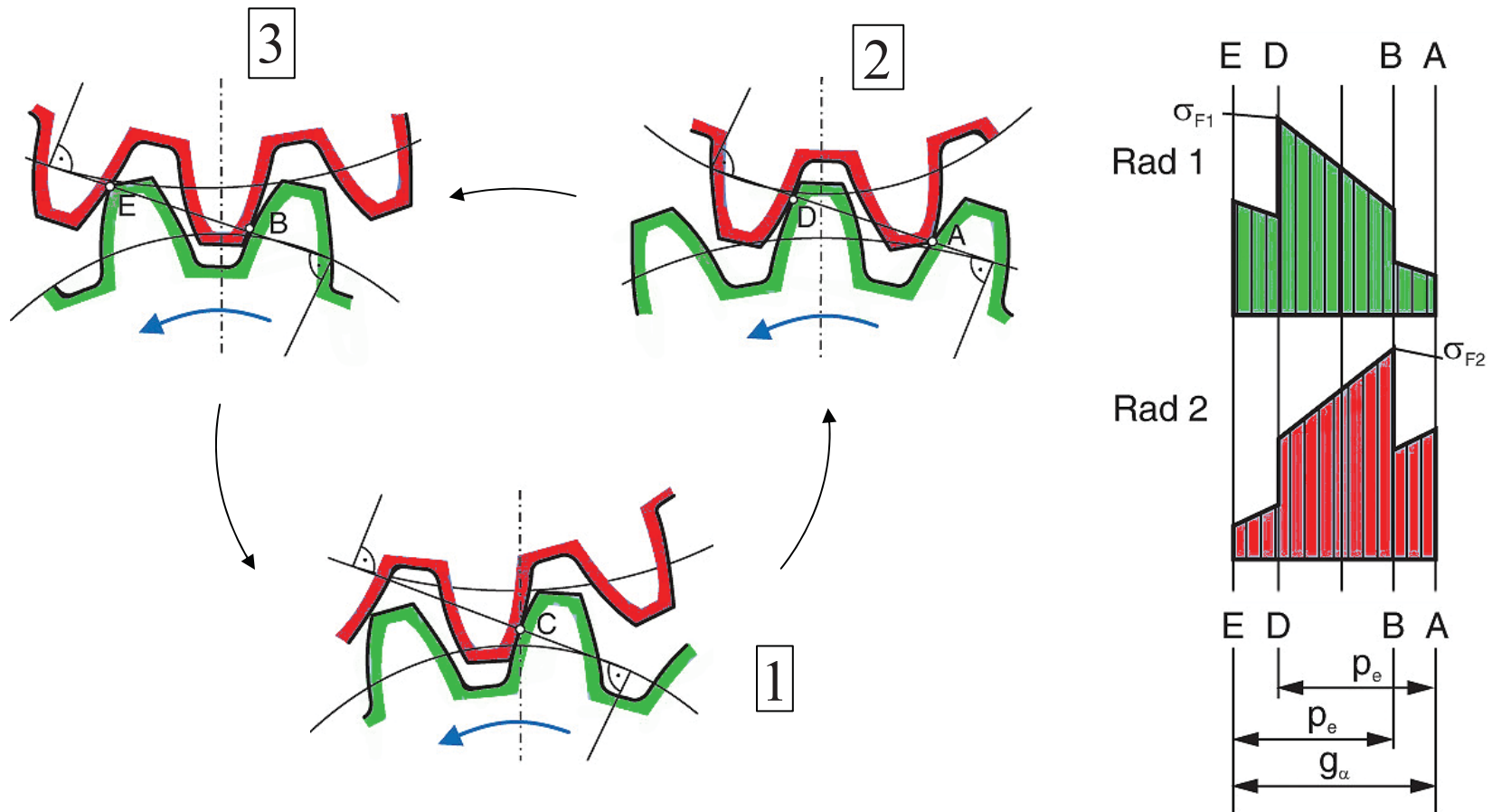
- Die Spannungsgrößen beziehen sich auf den Spannungsverlauf über die Zahnfußbreite  $s_F$ .

Spannungszustand am Zahnfuß ist komplexer → wir berücksichtigen aber nur die Biegespannung



Spannungskorrekturfaktor  $Y_S$  nach DIN 3990

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen



Zahnfußspannungen bei einer Außenradpaarung in Abhängigkeit des Eingriffszustandes

- Man geht von der Annahme „Kraftangriff am Kopf“ aus, bestimmt hierfür die maximale örtliche Spannung am Fuß und rechnet diese näherungsweise auf den Kraftangriff im äußeren Einzeleingriffspunkt unter Berücksichtigung des **Überdeckungs-faktors**  $Y_\varepsilon$  um. Dieser erfasst bei hinreichender Fertigungsgenauigkeit die Kraftaufteilung auf die im Eingriff befindlichen Zahnpaare und den Einfluss des Biegehebelarmes auf den Spannungskorrekturfaktor  $Y_S$ .

$$\sigma_{F0} = \sigma_F * Y_\varepsilon$$

$$\varepsilon_\beta < 1: Y_\varepsilon = 0,25 + 0,75 / \varepsilon_\alpha$$

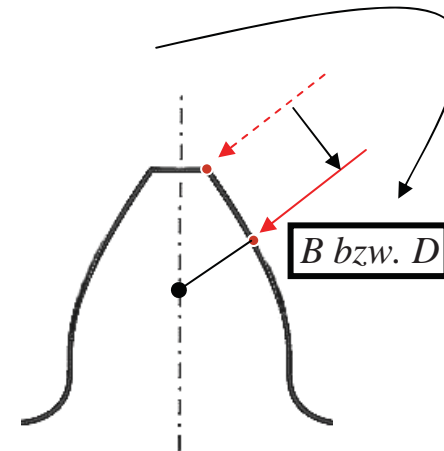
$$\varepsilon_\beta \geq 1: Y_\varepsilon = 1 / \varepsilon_\alpha$$

$\varepsilon_\alpha$ ... Profilüberdeckung

$\varepsilon_\beta$ ... Sprungüberdeckung

$Y_\varepsilon \Rightarrow$  Transformationsfaktor E  $\rightarrow$  D

Doppeleingriff  $\rightarrow$  Einzeleingriff



- Abhängig von der Elastizität und der Verzahnungsqualität wird die Last nicht gleichmäßig über die im Eingriff befindlichen Zahnpaare verteilt. Die ungleichmäßige Lastaufteilung wird mit Hilfe des **Stirnfaktors**  $K_{F\alpha}$  erfasst.

$$\boxed{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = \varepsilon_\gamma \leq 2} \quad \boxed{K_{H\alpha} = K_{F\alpha}} \approx \frac{\varepsilon_\gamma}{2} \left( 0,9 + 0,4 * \frac{c_\gamma (f_{pe} - y_p)}{w_t * K_{F\beta}} \right)$$

$$\boxed{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = \varepsilon_\gamma > 2} \quad \boxed{K_{H\alpha} = K_{F\alpha}} \approx 0,9 + \left( 0,4 * \sqrt{\frac{2(\varepsilon_\gamma - 1)}{\varepsilon_\gamma}} * \frac{c_\gamma (f_{pe} - y_p)}{w_t * K_{F\beta}} \right)$$

Gesamtüberdeckung

Erst bei Flankenfestigkeitsnachweis !

- Die **Linienbelastung**  $w_t$  (mit Dynamikfaktor) errechnet sich aus:

$$w_t = w * K_V = \frac{P_{nenn}}{\omega_{nenn} * b} * K_A * K_V$$

## Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

Werkstoffpaarung	Beide Räder aus		
	Stahl (St/St)	Gusseisen mit Kugelgraphit (GGG/GGG)	Gusseisen mit Lamellengraphit (GG/GG)
$f_p$	= 1	≈ 0,7	≈ 0,5
Bei anderen Paarungen ist ein Mittelwert zu bilden, z. B. bei Stahl/Gusseisen mit Lamellengraphit (St/GG): $f_p \approx 0,75$ .			

Werkstoffpaarungsfaktor  $y_p$  (DIN 3990)

Zahnwerkstoff	Stahl (St)	Gusseisen mit Kugelgraphit (GGG)	Gusseisen mit Lamellengraphit (GG)
$c_\gamma$ in N(mm · μm)	≈ 20	≈ 18	≈ 14
Bei einer Paarung verschiedener Werkstoffe ist ein Mittelwert anzunehmen, z. B. Stahl/Gusseisen mit Lamellengraphit (St/GG): $c_\gamma \approx 17$ N/(mm · μm).			

Eingriffssteifigkeit (Zahnsteifigkeit)  $c_\gamma$  (DIN 3990)

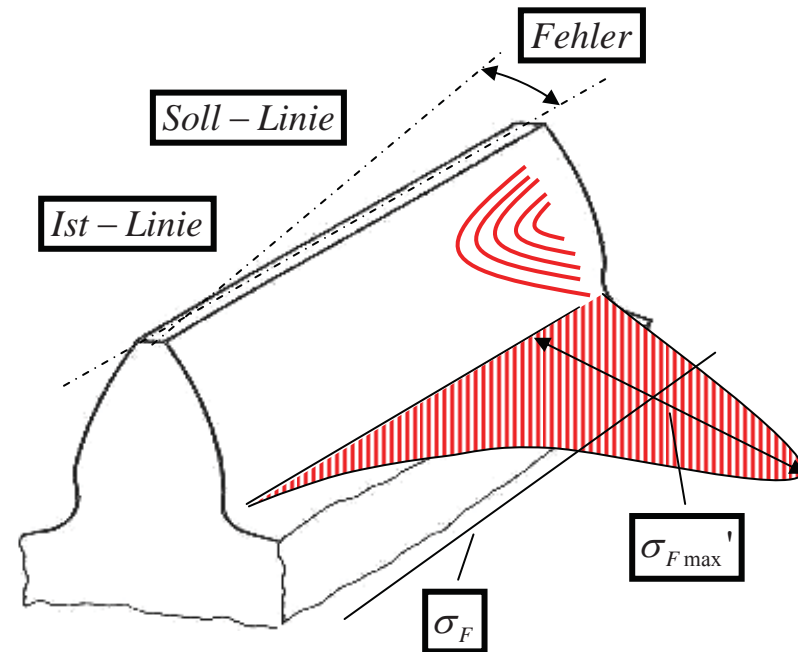
Verzahnungsqualität	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f_{pe}$ in μm	3	5	9	15	25	40	60	100	145	220
$y_p$ in μm	0,2	0,7	1,5	2,5	4	8	15	30	45	60

Zulässige Eingriffsteilungsabweichung  $f_{pe}$  und der Einlaufbetrag  $y_p$ , um den sich die Eingriffsteilungsabweichung beim Einlaufen verringert (DIN 3990)

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

- Die Höhe der maximalen Spannung wird durch die Lastverteilung über der Zahnbreite beeinflusst. Ursachen für eine ungleichmäßige Lastverteilung können begründet sein:

- Flankenrichtungsfehler
- Verschränkungen
- Torsionsverformungen der Räder



Flankenlinienwinkelmodifikation

→ Breitenlastverteilungsfaktor  $K_{F\beta}$

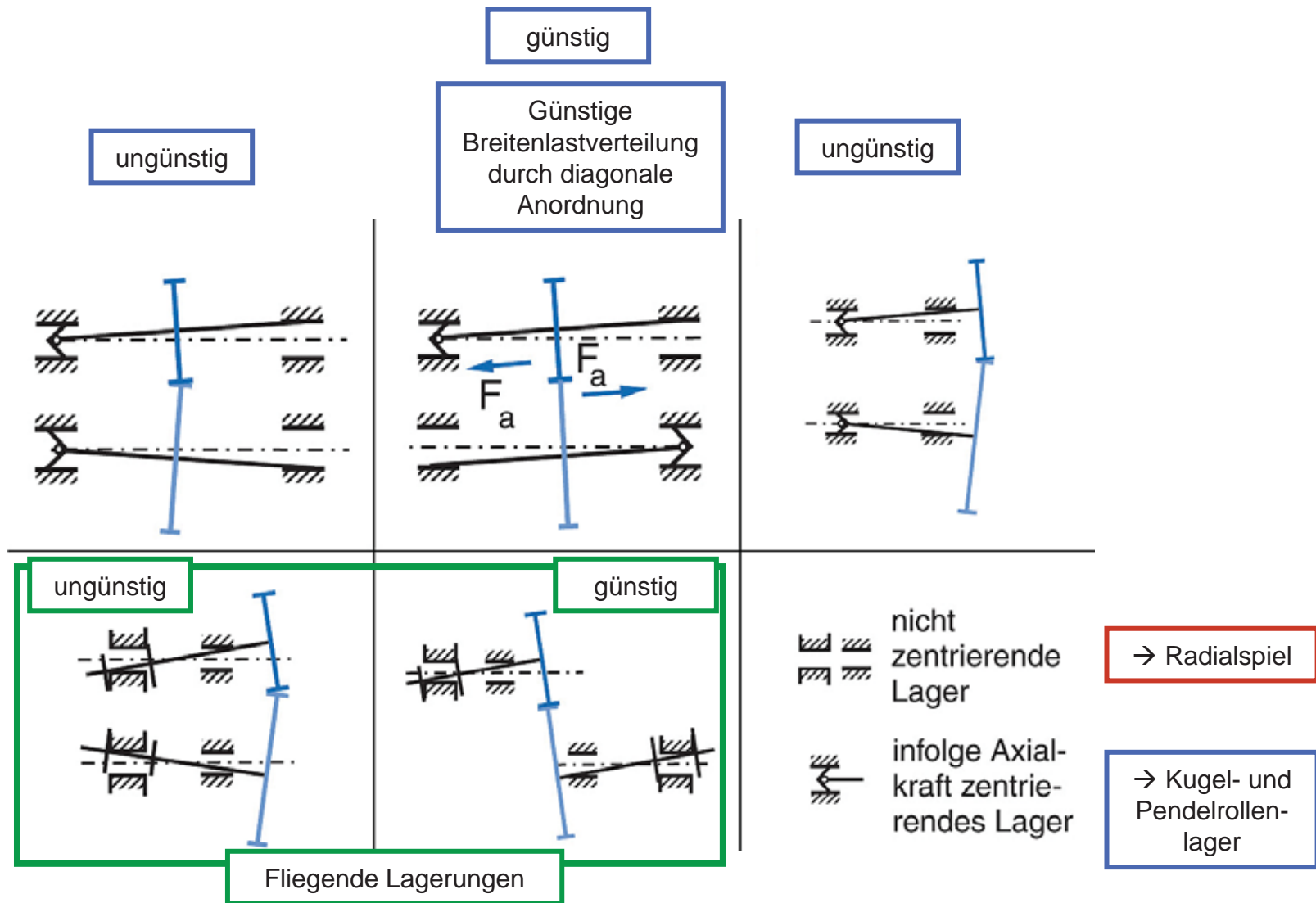
- Weiterhin wirkt sich zwar eine Vergrößerung des Lagerabstandes günstig auf die Lastverteilung aus, gleichzeitig aber nimmt mit zunehmender Wellenlänge die **Wellenbiegung** zu, wodurch sich insbesondere bei einer außermittigen Anordnung der Zahnräder die Lastverteilung verschlechtert.

→ daher Optimierung der gegenläufigen Einflüsse

- Eine weitere Einflussgröße auf das Breitenlastverhältnis stellt die **Lagerluft** dar. So nutzt man bei Kugel- oder Pendelrollenlager den Effekt der Lagerzentrierungen. In Abhängigkeit des angewendeten Lagerkonzepts kann eine Schiefstellung des Zahnrades nach Wunsch eingestellt und das Breitenlastverhältnis optimiert werden.



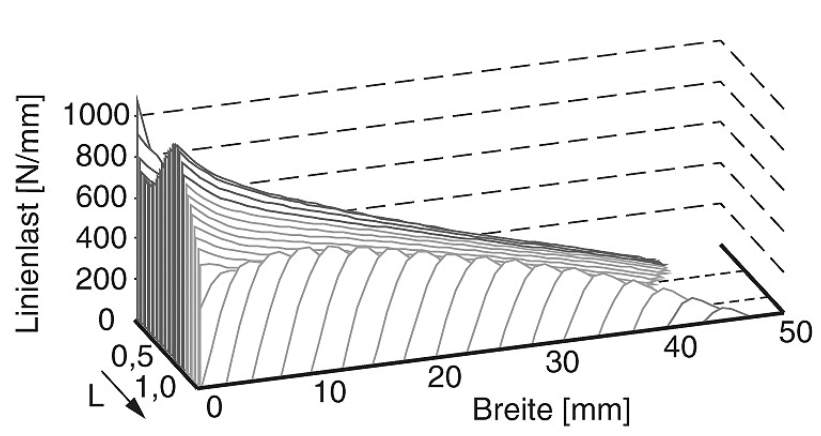
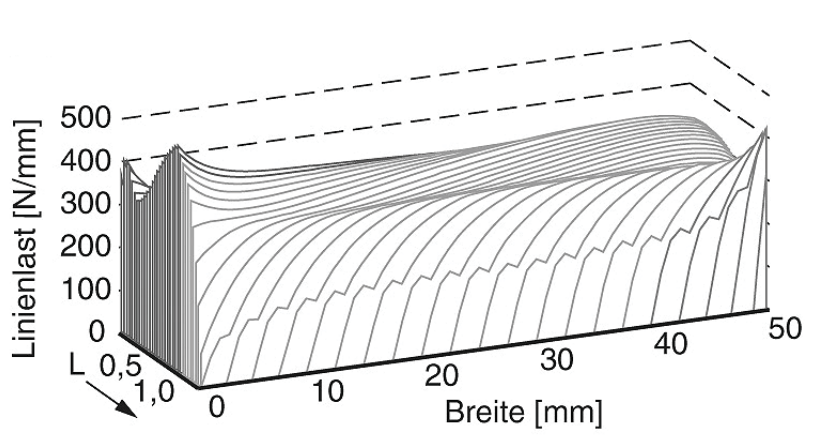
# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen



Anordnung der Lager hinsichtlich der Breitenlastverteilung

Günstig → gleichmäßiges Tragen  
→ geringere Maximalbeanspruchung

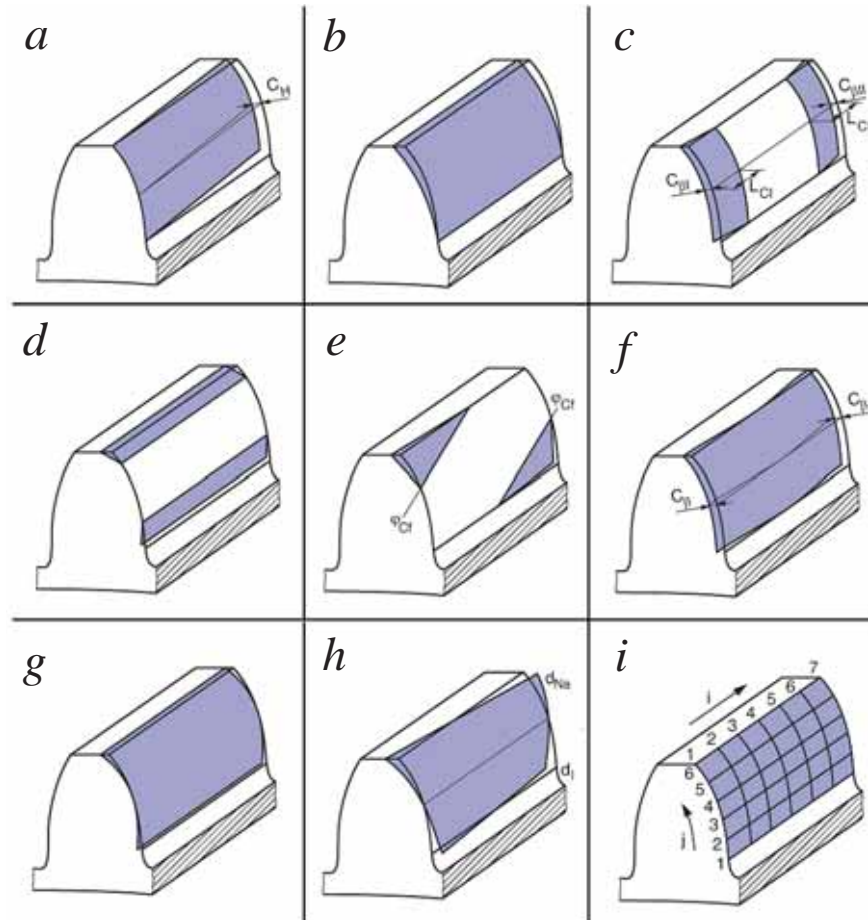
ungünstig → ungleichmäßiges Tragen  
→ höhere Maximalbeanspruchung



Lastverteilung über dem Eingriffsfeld

- Durch die gezielte Aufbringung von Flankenkorrekturen lassen sich die Auswirkungen von Verzahnungsabweichungen mindern. Zur gezielten Aufbringung von Flankenkorrekturen an Ritzel und Rad zum Ausgleich der Verformungen bedarf es aber einer Analyse aller maßgebenden Einflüsse auf die Kraft- und Verformungsgrößen.

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen



Aufgebrachte Korrektur gilt nur für eine konst. Belastungssituation (Voll-, Teil-, Niedriglast)

- a Flankenlinienwinkelmodifikation
- b Stirnprofilwinkelmodifikation
- c Flankenlinienendrücknahme
- d Kopf- und Fußrücknahme
- e Diagonالرücknahme
- f Flankenlinienballigkeit
- g Stirnprofilballigkeit
- h Schränkung
- i Topologische Modifikation (Freiformfläche)

Prinzipielle Möglichkeiten zur Flankenkorrektur

- Nach DIN 3990 wird zur Berechnung der Breitenlastverteilung ein Federmodell aufgebaut, welches die Steifigkeiten von Zähnen, Radkörpern, Wellen und Lagerungen berücksichtigt. Der **Breitenlastverteilungsfaktor**  $K_{F\beta}$  lässt sich aus dem Verhältnis von maximaler Fußspannung bei ungleichmäßiger Verteilung (bezogen auf die Zahnbreite zu maximaler Fußspannung bei gleichmäßiger Spannungsverteilung).

$$K_{F\beta} = \frac{\sigma_{F \max}}{\sigma_{F \max}}$$

Verzahnungsqualität (DIN 3962)	5-6	7-8	9-10	11-12
Breitenlastverteilungsfaktor $K_{F\beta}$	1,15	1,25	1,35	1,5

Anhaltswerte für den Breitenlastverteilungsfaktor  $K_{F\beta}$

- Abschließend muss bei einer Schrägverzahnung der Schrägungswinkel berücksichtigt werden. Dies wird durch den **Schrägenfaktor**  $Y_\beta$  erfasst.

$$Y_\beta = 1 - \varepsilon_\beta * \frac{\beta^\circ}{120^\circ}$$

$$\text{wenn } \beta^\circ > 30^\circ \rightarrow \beta^\circ = 30^\circ$$

- Unter Berücksichtigung dieser Einflüsse beträgt die maßgebende **Zahnfußbeanspruchung**  $\sigma_F$  :

m ... Modul	$\sigma_F = \frac{M_{T1,eq} * K_V}{r_b * b * m} * K_{F\alpha} * K_{F\beta} * Y_{Fa} * Y_{Sa} * Y_\varepsilon * Y_\beta$
-------------	---

- Diese Werte werden mit den aus Zahnfuß-Dauerbeanspruchungsversuchen ermittelten Grenzwerten  $\sigma_{F\lim}$  verglichen.

$$\sigma_F \leq \sigma_{Fzul} \leq \frac{\sigma_{F\lim}}{v_F}$$

Dabei wird eine erforderliche Sicherheit  $v_F \geq 1,7$  empfohlen,  
bei Wechsellast  $v_F = 2$  .

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

- Grundsätzlich neigt das Ritzel aufgrund der geringeren Zähnezahl und der schmalen Zahnfußbreite eher durch Zahnfußbruch zu versagen als Zahnrad. Durch Profilverschiebung jedoch lässt sich die Zahnfußfestigkeit erhöhen und die des Zahnrades senken, wodurch beide Lebensdauern angeglichen werden.

$$\frac{\sigma_{F\lim1}}{v_F} = \sigma_{F1} = \frac{M_{T1,eq} * K_V * F_n}{r_1 * b * m} * K_{F\alpha} * K_{F\beta} * Y_{Fa1} * Y_{Sa} * Y_\epsilon * Y_\beta$$

$$; \frac{\sigma_{F\lim2}}{v_F} = \sigma_{F2} = \frac{M_{T2,eq} * K_V * F_n}{r_2 * b * m} * K_{F\alpha} * K_{F\beta} * Y_{Fa2} * Y_S * Y_\epsilon * Y_\beta$$

Durch Gleichsetzen erhält man:

$$\frac{\sigma_{F\lim1}}{\sigma_{F\lim2}} = \frac{Y_{Fa1}}{Y_{Fa2}}$$

Zielgrößen, womit sich eine Anpassung der Lebensdauer erreichen lässt:

- Werkstoffauswahl
- Profilverschiebung

## 3.7 Zahnflankenfestigkeit

- Der häufigste Schadensfall an Verzahnungen ist die Zerstörung der Flanken durch Pittings. Dieser Ermüdungsart vorgeschaltet ist die Graufleckigkeit (Mikropittings)



Grübchenbildung (Pittings)

- Entsprechend der gekrümmten Flankengeometrie kommt es beim Abwälzen der Zahnflanken im Kontaktbereich unter Berücksichtigung elastohydrodynamischer Schmierbedingungen zu einer Hertz'schen Pressung.

→ Entstehung und Ursachen s. Wälzlager und Kap. 3.2

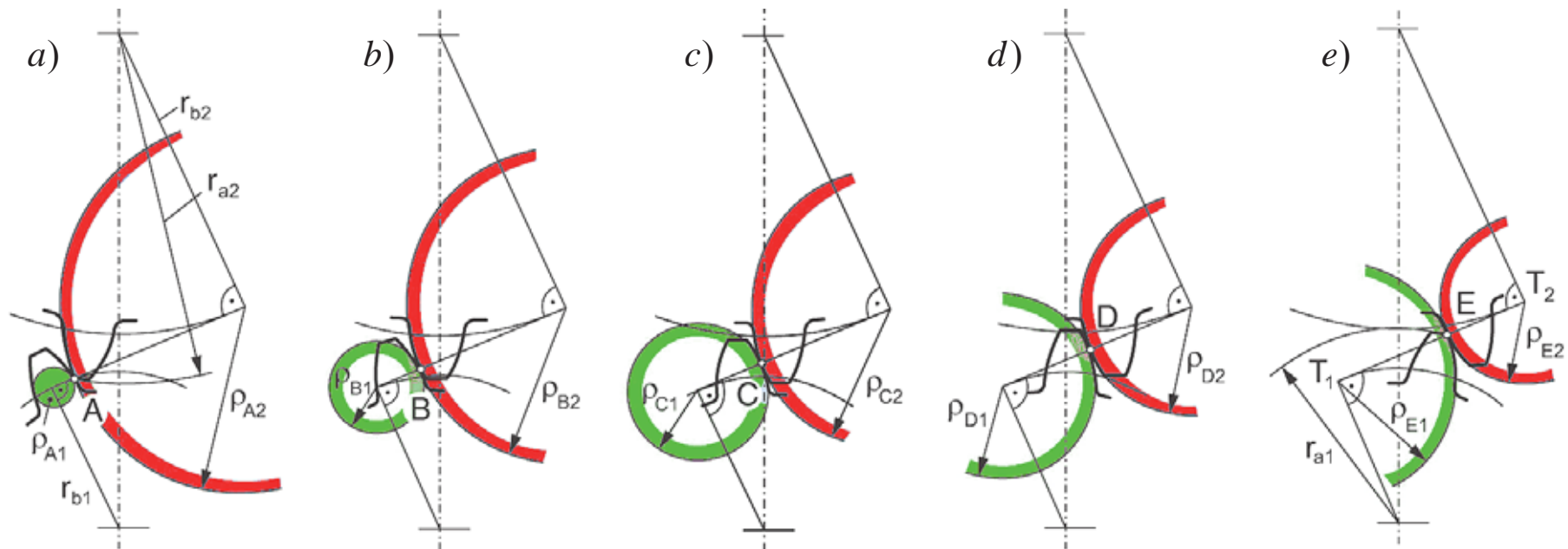
Stirradgetriebe außen	Stirradgetriebe innen	Kegelradgetriebe	Stirrad-schraubgetriebe	Schneckengetriebe	Kegelrad-schraubgetriebe (Hypoid)
Linienkontakt	Linienkontakt	Linienkontakt	Punktkontakt	Linienkontakt	Punktkontakt
$i \leq 6$ $i_{max} = (8...10)$	$i \geq 3,5$ $i_{max} = 13$	$i \leq 6$ $i_{max} = (8...10)$	$i_{max} = 5$	$i_{min} = 5$ $i_{max} = (60...100)$	$i \leq 6$ $i_{max} = (8...10)$

Zahnradpaarungen entsprechend ihrer Radkörperform

- In der Modellvorstellung wird davon ausgegangen, dass sich die unterschiedlich gekrümmten Zahnflanken durch zwei Zylinder beschreiben lassen. Abhängig von der Eingriffsstellung ist der Krümmungsradius der Flanken verschieden und somit auch die Durchmesser der Ersatzzylinder.

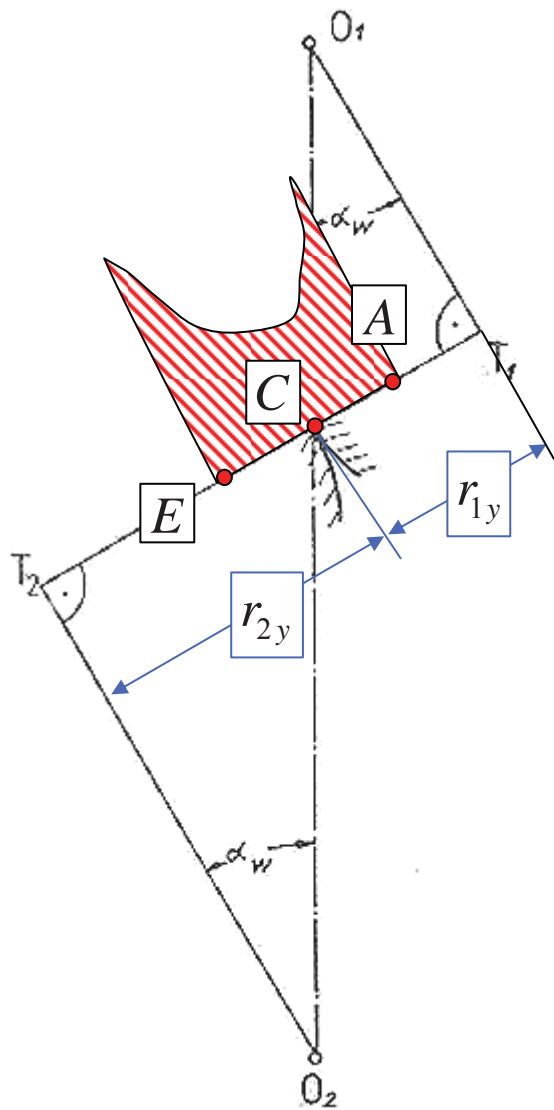


# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen



Unterschiedlich gekrümmte Zahnflanken entlang der Eingriffslinie und ihre Annäherung durch zwei Zylinder mit verschiedenen Krümmungsradien

- a) Fußeingriffspunkt (A) Rad 1, Kopfeingriffspunkt Rad 2
- b) Innerer Einzeleingriffspunkt (B) Rad 1, Äußerer Einzeleingriffspunkt Rad 2
- c) Wälzpunkt (C)
- d) Äußerer Einzeleingriffspunkt (D) Rad 1, Innerer Einzeleingriffspunkt Rad 2
- e) Kopfeingriffspunkt (E) Rad 1, Fußeingriffspunkt Rad 2



- Für die Ermittlung der höchsten Hertz'schen Pressung in A und E wird zunächst die sich aus den angreifenden Kräften ergebende Beanspruchung an der Zahnflanke im Wälzpunkt C ermittelt werden.

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

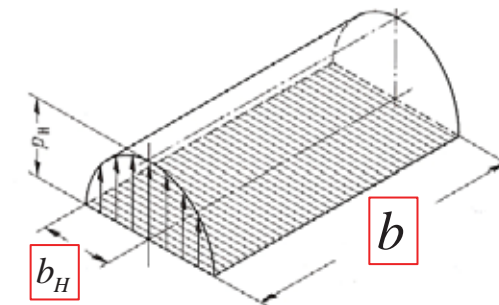
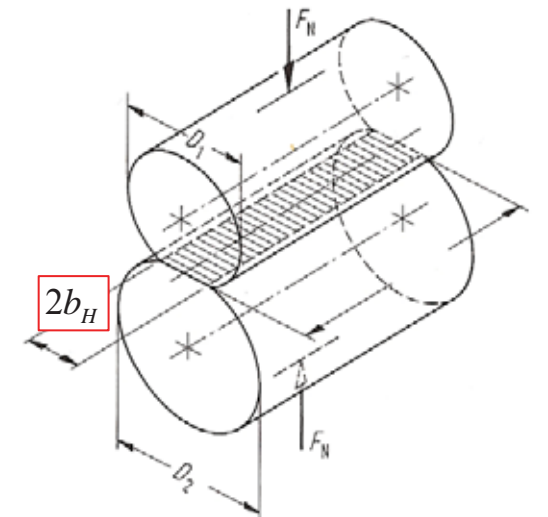
- Zur Berechnung der Beanspruchungen wird die Theorie nach Hertz bemüht. Danach ergibt sich beim Kontakt von zwei Zylindern über die Berührungsbreite eine parabolische Druckverteilung mit:

$$p_H = \frac{4}{\pi} * p_m = \sqrt{\frac{F_N * E^*}{\pi * b * R}}$$

wobei  $p_m = \frac{F_N}{2 * b_H * b}$  mit  $b_H = \sqrt{\frac{4 * F_N * R}{\pi * E^* * b}}$

$$\frac{1}{R} = \frac{2}{D_1} + \frac{2}{D_3} + \frac{2}{D_2} + \frac{2}{D_4} = \frac{2}{D_1} + \frac{2}{D_2} \quad \text{mit } D_3 = D_4 = \infty$$

$$\frac{1}{E^*} = \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)$$

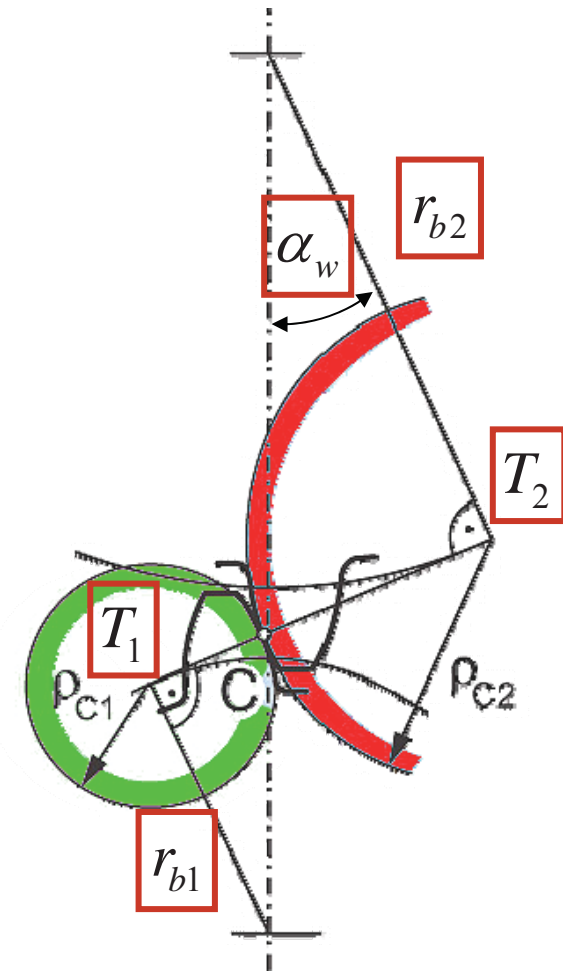


- Die Größe des Ersatzkrümmungsradius verändert sich über der Eingriffsstrecke. Um den Rechengang zu vereinfachen, bezieht man die hierfür notwendigen Betrachtungen auf den Wälzpunkt C.

$$\frac{1}{R} = \frac{2}{D_1} + \frac{2}{D_2} = \frac{1}{\rho_{C1}} + \frac{1}{\rho_{C2}}$$

$$\rho_{C1} = \overline{CT_1} = r_{b1} * \tan \alpha_w = r_1 * \tan \alpha * \tan \alpha_w$$

$$\rho_{C2} = \overline{CT_2} = r_{b2} * \tan \alpha_w = r_2 * \tan \alpha * \tan \alpha_w$$



$$\rightarrow \frac{1}{R} = \frac{r_{1y} + r_{2y}}{r_{1y} * r_{2y}} = \frac{(r_1 + r_2) * \cos \alpha * \cos \alpha_w}{r_1 * r_2 * \cos^2 \alpha * \cos \alpha_w^2} = \frac{r_1 + r_2}{r_1 * r_2 * \cos \alpha * \cos \alpha_w} = \dots$$

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{r_2}{r_1} \rightarrow r_2 = u * r_1$$

*u... Zähnezahlverhältnis*

*z<sub>2</sub>...Zähnezahl des Großrades*

*z<sub>1</sub>...Zähnezahl des Kleinrades*

- Definitionsbedingt handelt es sich bei *u* um ein rein geometrisches Verhältnis und vom Kraftfluss unabhängige Größe.

$$\dots = \frac{r_1 + u * r_1}{r_1 * u * r_1 * \cos \alpha * \cos \alpha_w} = \frac{1 + u}{u} * \frac{1}{r_1 * \cos \alpha * \cos \alpha_w}$$

- Die ermittelten Größen werden für die Berechnung der Flächenpressung eingesetzt

$$p_H = \sqrt{\frac{F_n * E^*}{\pi * b * R}} = \sqrt{\frac{E^*}{\pi} * \frac{1}{\cos \alpha * \cos \alpha_w} * \frac{F_n}{r_1 * b} * \frac{1+u}{u}}$$

$$F_t = F_n * \cos \alpha \rightarrow F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha} \quad \text{und} \quad r_1 = \frac{d_1}{2}$$

$$p_H = \sqrt{\frac{F_n * E^*}{\pi * b * R}} = \sqrt{\frac{E^*}{\pi} * \frac{2}{\cos^2 \alpha * \cos \alpha_w} * \frac{F_t}{d_1 * b} * \frac{1+u}{u}}$$

Werkstoff-  
größe

Flanken-  
geometrie

Kräfte, Abmaße, Übersetzung =  
Konstruktive Auslegung

$Z_E$

$Z_H$

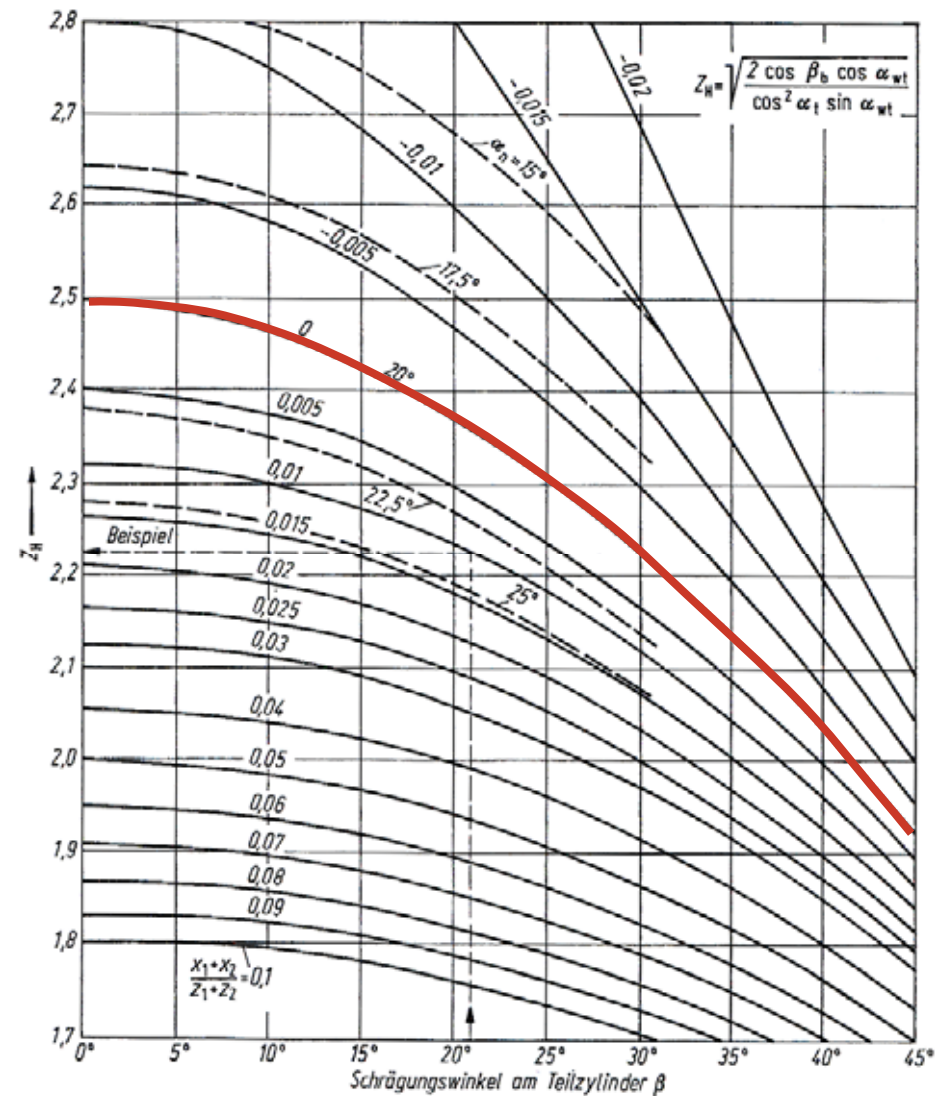
# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

- Der **Zonenfaktor**  $Z_H$  hängt ausschließlich von der Herstellungs- und Paarungsgeometrie der Verzahnung ab. Es gilt:

$$Z_H = \frac{1}{\cos \alpha_t} \sqrt{\frac{2 \cdot \cos \beta_b}{\tan \alpha_{wt}}}$$

Für Geradverzahnung ohne Profilverschiebung ist  $Z_H = 2,495$ .

Profilverschiebung hat auf Flankenfestigkeit kaum Einfluss



Zonenfaktor  $Z_H$  für  $\alpha_n = 20^\circ$

- Der **Elastizitätsfaktor**  $Z_E$  berücksichtigt die Materialkennwerte der im Eingriff befindlichen Flanken und errechnet sich aus:

$$Z_E = \frac{1}{\sqrt{\pi * \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)}}$$

Rad 1		Rad 2		$Z_E$ $\sqrt{N/mm^2}$	
Werkstoff *	Elastizitätsmodul N/mm <sup>2</sup>	Werkstoff *	Elastizitätsmodul N/mm <sup>2</sup>		
Stahl	206000	Stahl	206000	189,8	
		Stahlguß	202000	188,9	
		Gußeisen	173000	181,4	
		mit Kugelgraphit			
		Guß-Zinnbronze	103000	155,0	
		Zinnbronze	113000	159,8	
		Gußeisen	126000...118000	165,4	
		mit Lamellengraphit (Grauguß)		... 162,0	
Stahlguß	202000	Stahlguß	202000	188,0	
		Gußeisen			
		mit Kugelgraphit	173000	180,5	
Gußeisen mit Kugelgraphit	173000	Gußeisen	118000	161,4	
		mit Lamellengraphit (Grauguß)			
		Gußeisen	173000	173,9	
Gußeisen mit Kugelgraphit	173000	mit Kugelgraphit			
		Gußeisen	118000	156,6	
Gußeisen mit Lamellengraphit (Grauguß)	126000 ... 118000	mit Lamellengraphit (Grauguß)			
		Gußeisen	118000	146,0	
		mit Lamellengraphit (Grauguß)		...143,7	

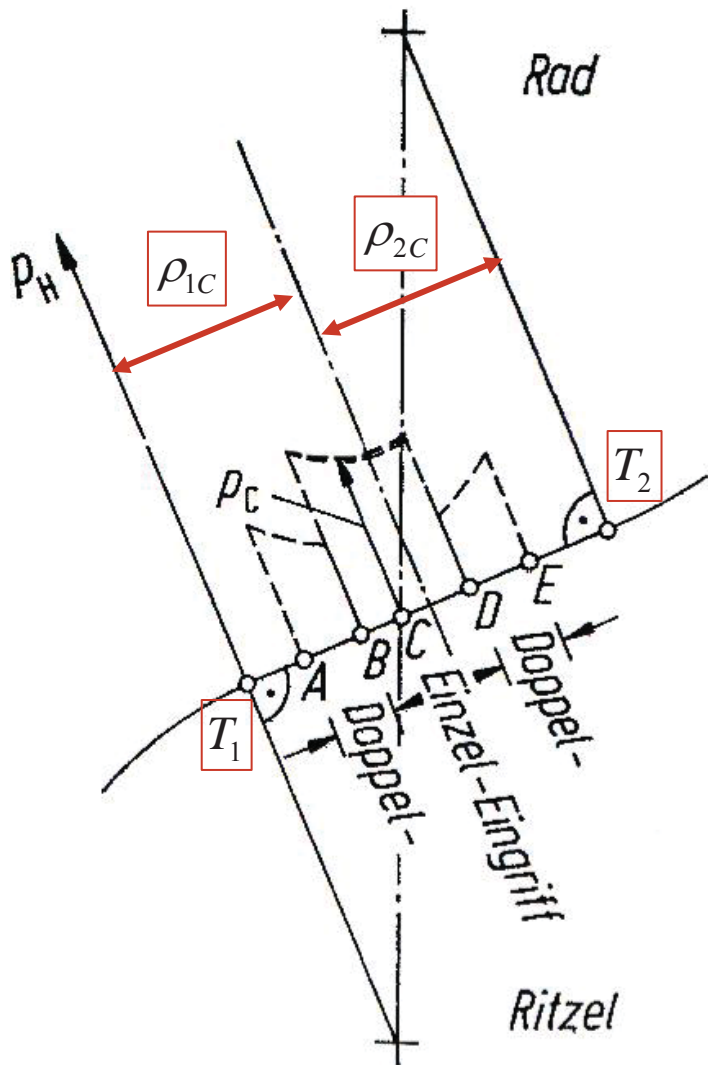
Elastizitätsfaktor  $Z_E$



- Der Wälzpunkt stellt nicht die am höchsten beanspruchte Stelle dar. Diese liegt im Einzeleingriffspunkt B. Nach DIN 3990 kann mit dem **Einzeleingriffsfaktor**  $Z_B$  die Hertz'sche Pressung im Wälzpunkt C auf die im inneren Eingriffspunkt B umgerechnet werden.

Für  $z_1 < 17$  und  $i > 2,2$  sollte daher eine Überprüfung der entsprechenden Krümmungsradien erfolgen.

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen



Verlauf der Flächenpressung über die Eingriffsstrecke

$$\frac{1}{\rho_B} = \frac{\rho_{B1} + \rho_{B2}}{\rho_{B1} * \rho_{B2}} \rightarrow \rho_{B1} + \rho_{B2} = \rho_{C1} + \rho_{C2}$$

$$\frac{1}{\rho_B} = \frac{\rho_{C1} + \rho_{C2}}{\rho_{B1} * \rho_{B2}} * \frac{\rho_{C1} * \rho_{C2}}{\rho_{C1} * \rho_{C2}} = \frac{\rho_{C1} * \rho_{C2}}{\rho_{B1} * \rho_{B2}} * \frac{1}{\rho_C}$$

$\rho_B, \rho_C$ ...Ersatzkrümmungsradien in B und C  
(Simulation Kugel auf Ebene)

$\rho_{B1}, \rho_{B2}, \rho_{C1}, \rho_{C2}$ ...Krümmungsradien in B und C

siehe Folie 160

bei  $z_1 > 20 \rightarrow Z_B = 1$ , da Pressung in B ähnlich wie in C

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

- Nach DIN 3990 wird zudem der Einfluss der Profilüberdeckung  $\epsilon_\alpha$  auf die Flankenpressung  $\sigma_H$  durch den **Überdeckungsfaktor**  $Z_\epsilon$  abgebildet. Dabei gilt für

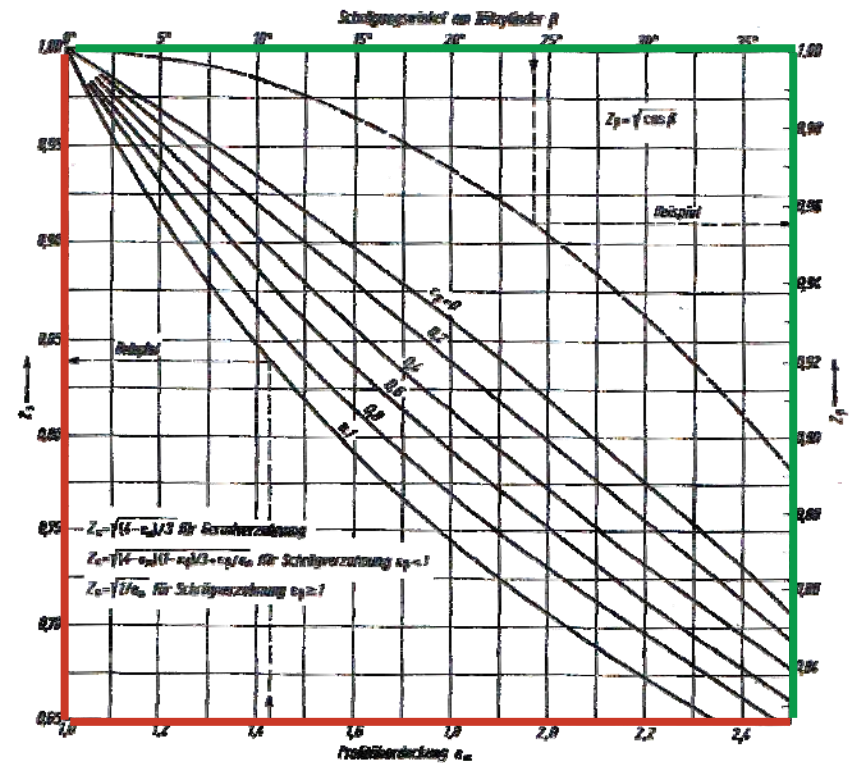
Normalverzahnung:  $Z_\epsilon = \sqrt{(4 - \epsilon_\alpha) / 3}$

Schrägverzahnung:  $Z_\epsilon = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_\alpha}} ; \epsilon_\beta \geq 1$

$$Z_\epsilon = \sqrt{\frac{(4 - \epsilon_\alpha) * (1 - \epsilon_\beta)}{3} + \frac{\epsilon_\alpha}{\epsilon_\beta}} ; \epsilon_\beta < 1$$

- Weiterhin muss bei einer Schrägverzahnung der Schrägungswinkel  $\beta$  berücksichtigt werden. Dies wird durch den **Schrägenfaktor**  $Z_\beta$  – einen empirischen Korrekturfaktor – erfasst.

$$Z_\beta = \sqrt{\cos \beta}$$



Überdeckungsfaktor  $Z_\epsilon$  und  $Z_\beta$

- Infolge der fertigungsbedingten zulässigen Verzahnungsfehler bzw. Toleranzen und Achsneigungen verteilt sich die Last nicht gleichmäßig über die Zahnbreite, gleicht sich aber durch Einlaufen mit der Zeit aus. Diesem Umstand wird durch den **Breitenlastverteilungsfaktor**  $K_{H\beta}$  in der Auslegung Rechnung getragen.

Verzahnungsqualität (DIN 3962)	5-6	7-8	9-10	11-12
Breitenlastverteilungsfaktor $K_{H\beta}$	1,3	1,5	1,7	2

Breitenlastverteilungsfaktor  $K_{H\beta}$

$$K_{H\beta} \approx K_{F\beta}^{1,39}$$

- **Stirnfaktor  $K_{H\alpha}$  → siehe Nachweis Zahnfußfestigkeit**

- Es ergibt sich unter Verwendung der erläuterten Zusammenhänge:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_t}{d_1 * b} * \frac{1+u}{u} * K_V * K_{H\alpha} * K_{H\beta} * Z_E * Z_H * Z_\varepsilon * (Z_B) * (Z_\beta)} \leq \sigma_{Hzul} = \frac{\sigma_{Hlim}}{v_H}$$

Dabei wird eine erforderliche Sicherheit  $v_H \geq 1,25$  empfohlen

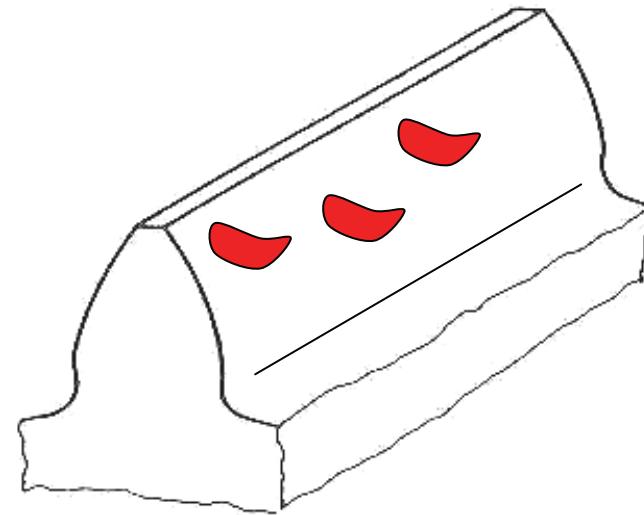
→ Schaden erkennbar und nicht sofortiger Ausfall

## 3.8 Fresstragfähigkeit

- Beim Fressen treten kurzzeitig lokale Verschweißungen der Zahnflankenoberflächen auf. Infolge des anschließenden Auseinanderreißens werden die Oberflächen beschädigt. s. Folie 121
- Je nach Betriebszustand unterscheidet man zwischen dem Kalt- und dem weitaus häufiger vorkommenden Warmfressen.

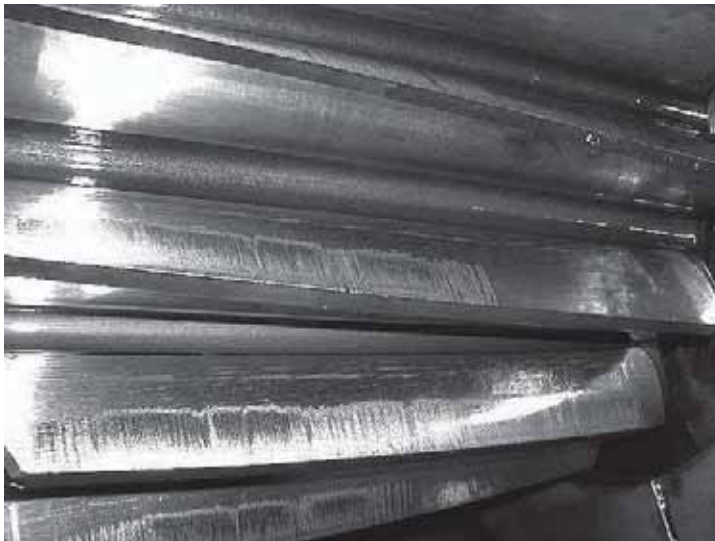
### **Kaltfressen:**

Durch hohe Flächenpressungen wird bei geringen Geschwindigkeiten die Schmier-schicht durchbrochen und es entstehen örtliche Verschweißungen, die den Pittings ähneln. Hierfür bietet die DIN 3990 noch keinen allgemeinen Berechnungsansatz.



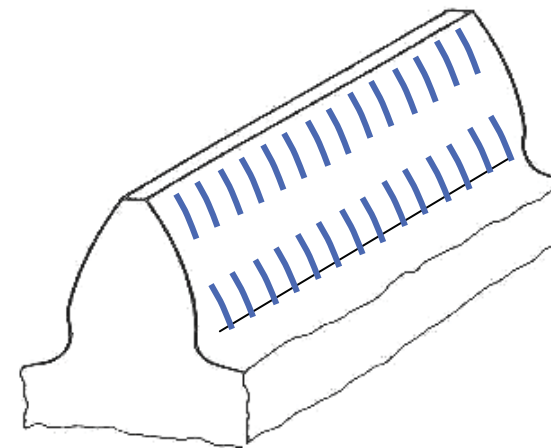
$$v \geq 4m / s$$

**Warmfressen:** Infolge hoher Umfangsgeschwindigkeiten und der damit einhergehenden Differenzen der Tangentialgeschwindigkeiten der im Eingriff befindlichen Zähne kann der Schmierfilm abreißen, wodurch die Zahnflanken örtlich in Kontakt kommen. Bedingt durch das gleichzeitige Wirken von hoher Geschwindigkeit und Hertz'scher Pressung entstehen hohe Flankentemperaturen. Nach DIN 3990 wird daher eine so genannte „Blitztemperatur berechnet.



Warmfressschaden bei einer Stirnradverzahnung

Riefen bzw. Fressmarken



# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

- Im Folgenden wird eine Abschätzung der Fressgefahr über eine vergleichende Betrachtung der Gleitgeschwindigkeit vorgenommen. Nach dem Verzahnungsgesetz sind die

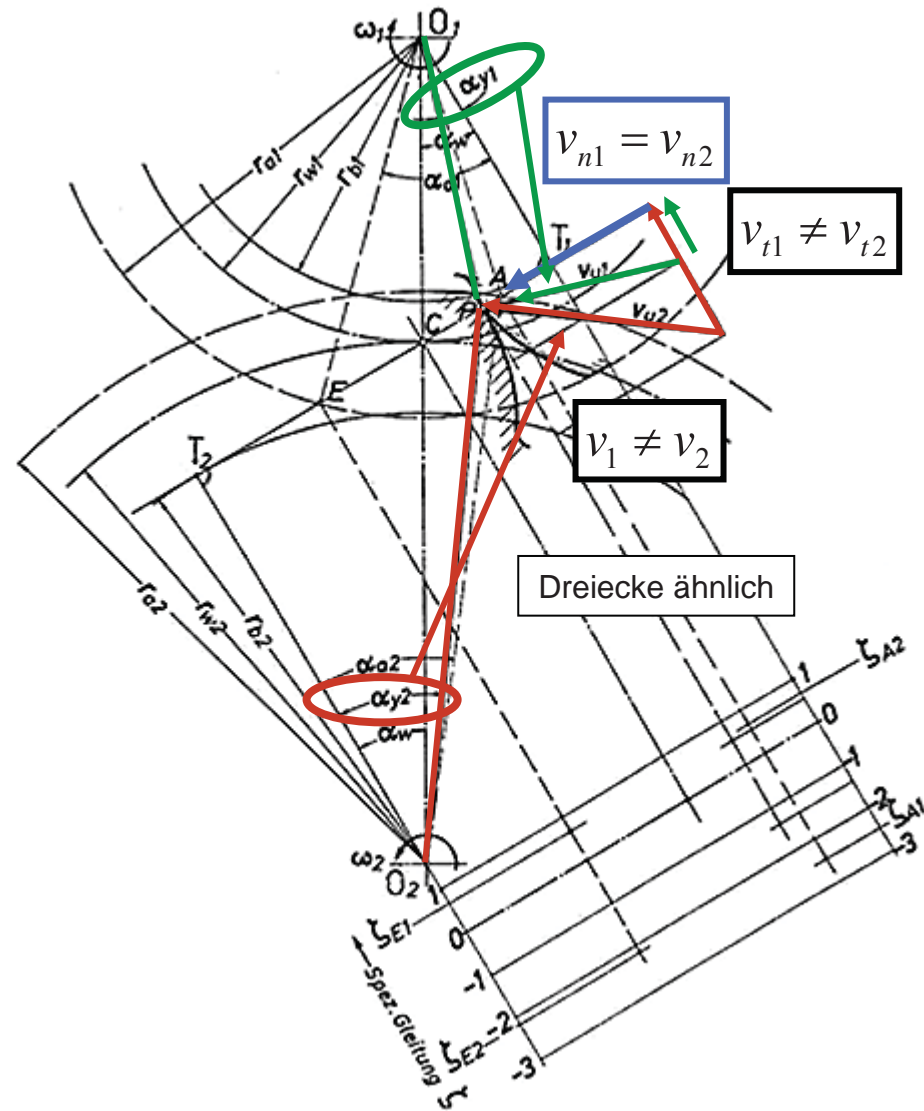
Tangentialgeschwindigkeiten  $v_t$  ungleich

In Punkt P betragen die Tangentialgeschwindigkeiten:

$$v_{t1} = v_{n1} * \tan \alpha_{y1} = r_{b1} * \omega_1 * \tan \alpha_{y1}$$

$$v_{t2} = v_{n2} * \tan \alpha_{y2} = r_{b2} * \omega_2 * \tan \alpha_{y2}$$

- Die Differenz der beiden Geschwindigkeiten erzeugt Reibung.





- Zur Beurteilung der Gleitverhältnisse benutzt man das Verhältnis der Differenzgeschwindigkeit bezogen auf die Tangentialgeschwindigkeit:

$$\zeta = \frac{\Delta v_t}{v_t}$$

„spezifisches Gleiten“

$$\zeta_1 = \frac{v_{t1} - v_{t2}}{v_{t1}} = \frac{\tan \alpha_{y1} - \tan \alpha_{y2}}{\tan \alpha_{y1}}$$

$$\zeta_2 = \frac{v_{t2} - v_{t1}}{v_{t2}} = \frac{\tan \alpha_{y2} - \tan \alpha_{y1}}{\tan \alpha_{y2}}$$

- Aus der Längenberechnung der Strecke  $\overline{CP}$  kann  $\zeta_1$  durch  $\zeta_2$  substituiert werden.

- Die Strecklänge von  $\overline{CP}$  kann folgendermaßen bestimmt werden:

$$\overline{CP} = \overline{T_1C} - \overline{T_1P} = \overline{T_2P} - \overline{T_2C}$$

dabei gelten folgende Zusammenhänge:

$$\overline{T_1C} = r_{b1} * \tan \alpha_w$$

$$\overline{T_2C} = r_{b2} * \tan \alpha_w$$

$$\overline{T_1P} = r_{b1} * \tan \alpha_{y1}$$

$$\overline{T_2P} = r_{b2} * \tan \alpha_{y2}$$

$$\overline{CP} = r_{b1} * (\tan \alpha_w - \tan \alpha_{y1}) = r_{b2} * (\tan \alpha_{y2} - \tan \alpha_w)$$

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} \rightarrow r_{b2} = u * r_{b1}$$

*u... Zähnezahlverhältnis*

*z<sub>2</sub>...Zähnezahl des Großrades*

*z<sub>1</sub>...Zähnezahl des Kleinrades*

$$\overline{CP} = r_{b1} * (\tan \alpha_w - \tan \alpha_{y1}) = \boxed{u * r_{b1} *} \quad (\tan \alpha_{y2} - \tan \alpha_w)$$

$$\rightarrow \tan \alpha_{y1} = \frac{u * \cancel{r_{b1}} * (\tan \alpha_w - \tan \alpha_{y2}) + \cancel{r_{b1}} * \tan \alpha_w}{\cancel{r_{b1}}}$$

$$\tan \alpha_{y1} = u * (\tan \alpha_w - \tan \alpha_{y2}) + \tan \alpha_w = \boxed{(u + 1) * \tan \alpha_w - u * \tan \alpha_{y2}}$$

- Somit ergibt sich für das spezifische Gleitverhältnis  $\zeta_1$  :

$$\zeta_1 = \frac{\tan \alpha_{y1} - \tan \alpha_{y2}}{\tan \alpha_{y1}} = \frac{(u + 1) * \tan \alpha_w - u * \tan \alpha_{y2} - \tan \alpha_{y2}}{(u + 1) * \tan \alpha_w - u * \tan \alpha_{y2}} = \frac{(u + 1) * \tan \alpha_w - (u + 1) * \tan \alpha_{y2}}{(u + 1) * \tan \alpha_w - u * \tan \alpha_{y2}}$$

$$\zeta_1 = \frac{\tan \alpha_w - \tan \alpha_{y2}}{\tan \alpha_w - \frac{u}{(u + 1)} * \tan \alpha_{y2}}$$

- Diese Größe verändert sich während der Eingriffsphase:

$$P \text{ in } T_1 \quad \alpha_{y1} = 0 = \nu_{t1} \quad \rightarrow \quad \zeta_1 = -\infty \quad \zeta_2 = +1$$


---

$$P \text{ zwischen } T_1 \text{ und } C \quad \alpha_{y2} > \alpha_w < \alpha_{y1} \quad \rightarrow \quad \zeta_1 < 0 \quad \zeta_2 > 0$$


---

$$P \text{ in } C \quad \alpha_{y2} = \alpha_w = \alpha_{y1} \quad \rightarrow \quad \zeta_1 = 0 \quad \zeta_2 = 0$$

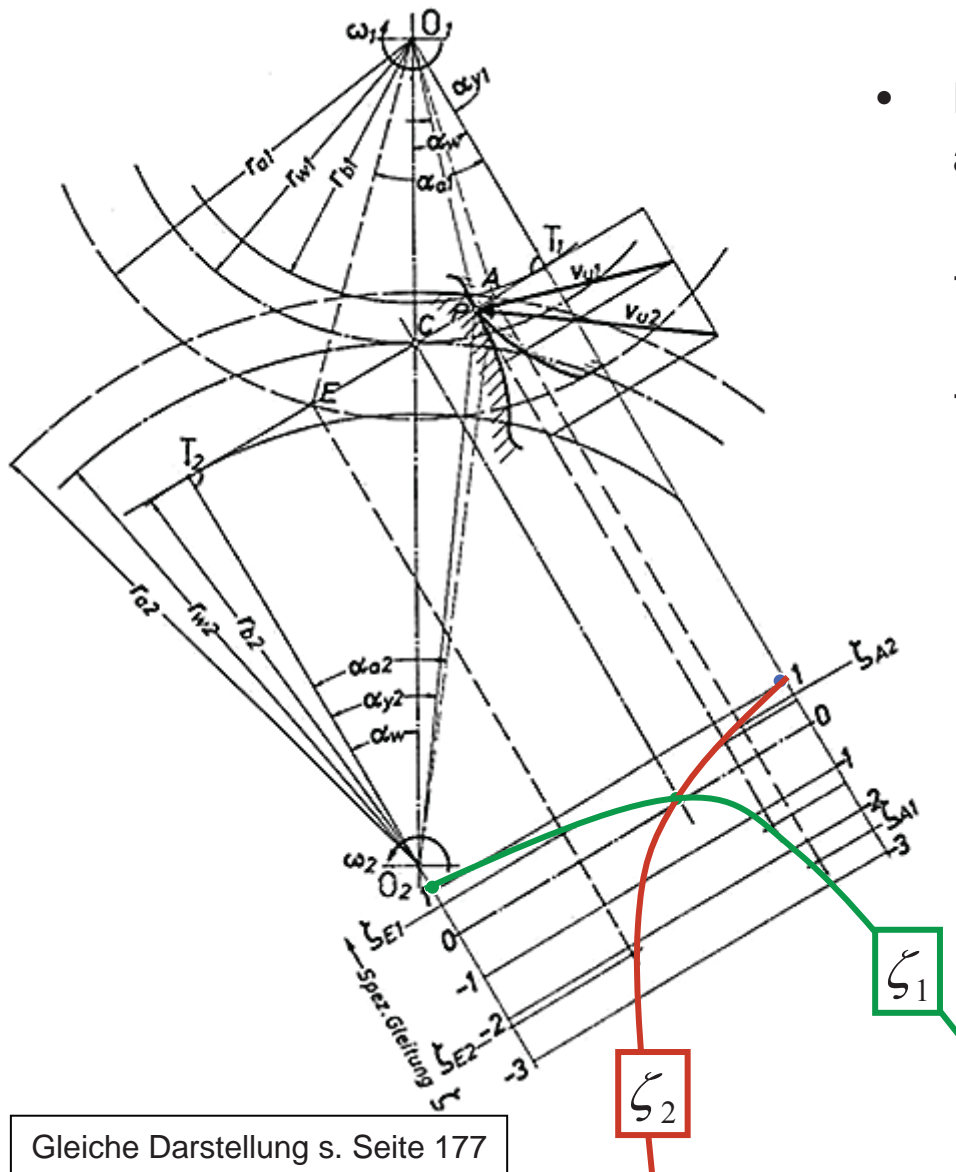

---

$$P \text{ zwischen } C \text{ und } T_2 \quad \alpha_{y2} < \alpha_w > \alpha_{y1} \quad \rightarrow \quad \zeta_1 > 0 \quad \zeta_2 < 0$$


---

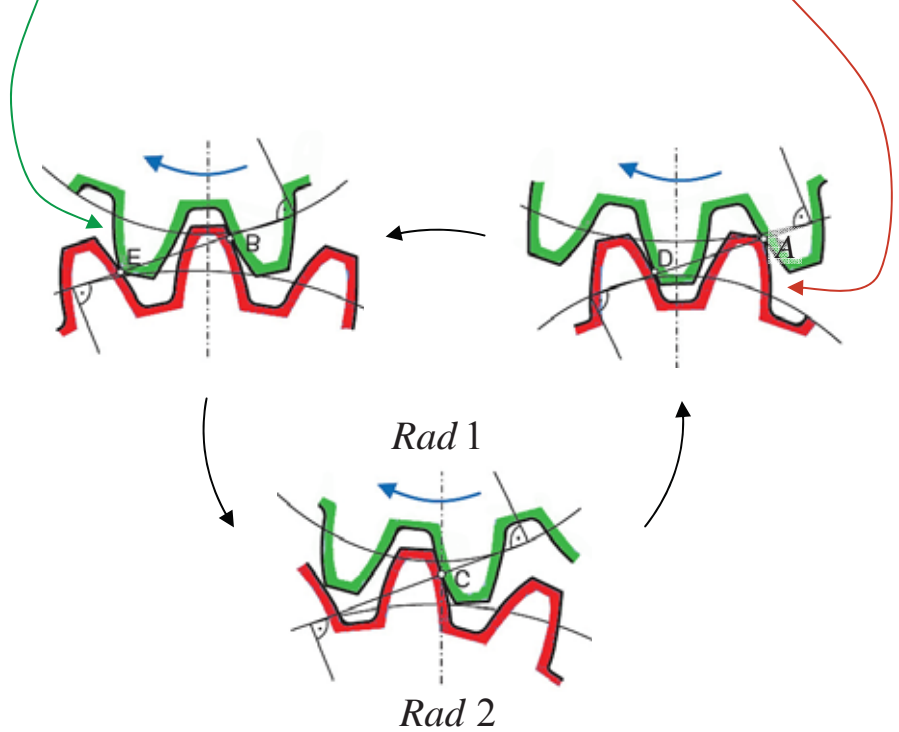
$$P \text{ in } T_2 \quad \alpha_{y2} = 0 = \nu_{t2} \quad \rightarrow \quad \zeta_1 = +1 \quad \zeta_2 = -\infty$$

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen



Gleiche Darstellung s. Seite 177

- Die größten Relativgeschwindigkeiten treten auf im:
  - Kopfeingriffspunkt A bzgl. Flanke 1
  - Kopfeingriffspunkt E bzgl. Flanke 2



- Es gilt für folgende Grenzbedingungen:
  - $P$  in  $A$  (Flanke 1)  $\rightarrow$   $\alpha_{y1} = \alpha_{a1}$
  - $P$  in  $E$  (Flanke 2)  $\rightarrow$   $\alpha_{y2} = \alpha_{a2}$

$$\zeta_1 = \frac{\tan \alpha_w - \tan \alpha_{y2}}{\tan \alpha_w - \frac{u}{(u+1)} * \tan \alpha_{y2}} \Rightarrow \zeta_{A1} = \frac{\tan \alpha_w - \tan \alpha_{a2}}{\tan \alpha_w - \frac{u}{(u+1)} * \tan \alpha_{a2}}$$

$$\psi_2 = \frac{\tan \alpha_{a2}}{\tan \alpha_w}$$

$$\zeta_{A1} = \frac{1 - \psi_2}{1 - \frac{u}{(u+1)} * \psi_2}$$

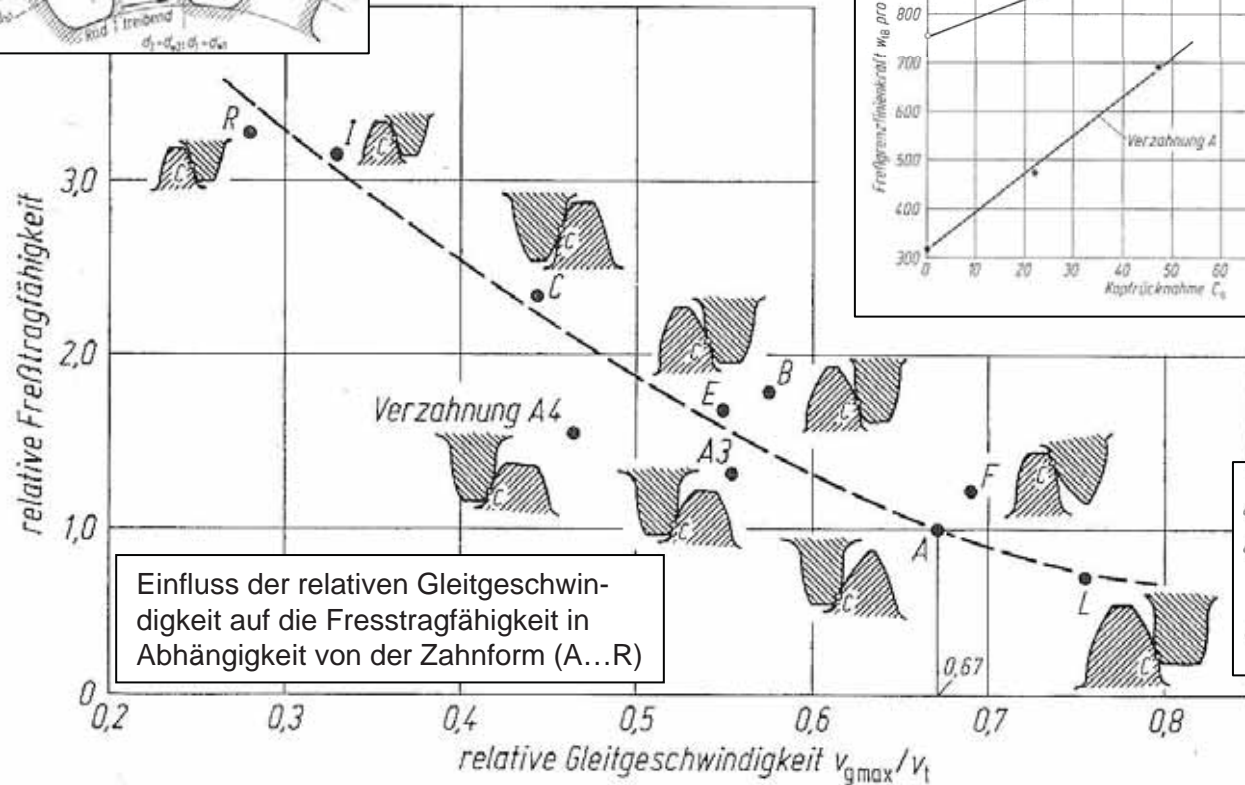
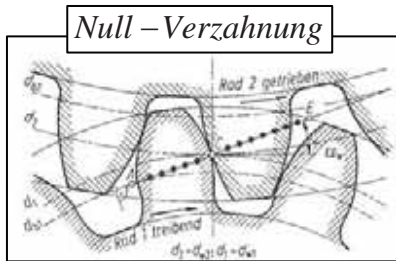
$$\psi_1 = \frac{\tan \alpha_{a1}}{\tan \alpha_w}$$

$$\zeta_{E2} = \frac{1 - \psi_1}{1 - \frac{u}{(u+1)} * \psi_1}$$

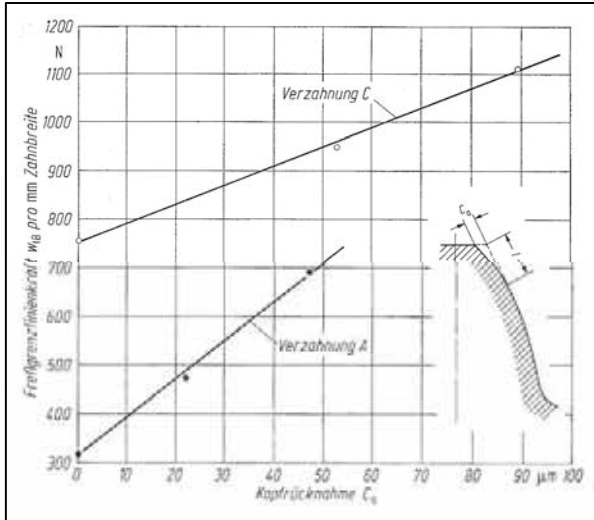
- Erfahrungswerte zeigen bei Getrieben mit  $-2,5 \leq \zeta_{A1} \approx \zeta_{E2} \leq -0,5$  ein günstiges Verschleißverhalten.
- Für schnelllaufende Getriebe gilt:
  - Relativbewegungen bewirken „Mitschleppen“ und Bildung eines hydrodynamischen Schmierfilms
  - elastische Verformung der Zähne unter Last  
→ Veränderung des Schmierpalts
  - $\Delta v_t$  zu groß → Abreißen des Schmierfilms → Kriterium Blitztemperatur

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

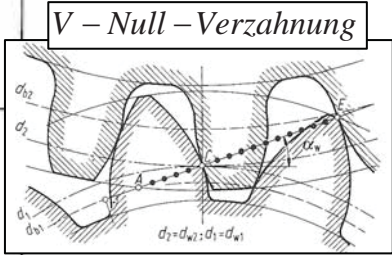
Vorteilhaft: Austritts- und Eingriffsstrecke etwa gleich lang & Kopfrücknahme



Einfluss der relativen Gleitgeschwindigkeit auf die Freßtragfähigkeit in Abhängigkeit von der Zahnform (A...R)



Einfluss der Kopfrücknahme auf die Freßtragfähigkeit der Zahnformen A und C





## 3.9 Wahl und Aufteilung der Profilverschiebung

- Durch die Profilverschiebung kann die Verzahnungsgeometrie gezielt beeinflusst werden zur Optimierung der:

Zahnflankentragfähigkeit

- Krümmungen → Hertzsche Pressung

Zahnfußtragfähigkeit

- gegensätzlich wirkende Einflussgrößen

→ Zahnfußdicke, Zahnfußkrümmungsradius,  
Hebelarm

Fresstragfähigkeit

- Tangentialgeschwindigkeiten

- Ausgehend von diesen grundlegenden Zusammenhängen ist eine Profilverschiebung besonders bei

kleinen Zähnzahlen

sinnvoll, da hier der größere Einfluss der Summe der Profilverschiebung auf die Tragfähigkeit vorliegt. Daher erfolgt die Aufteilung der Profilverschiebungssumme hinsichtlich der optimalen

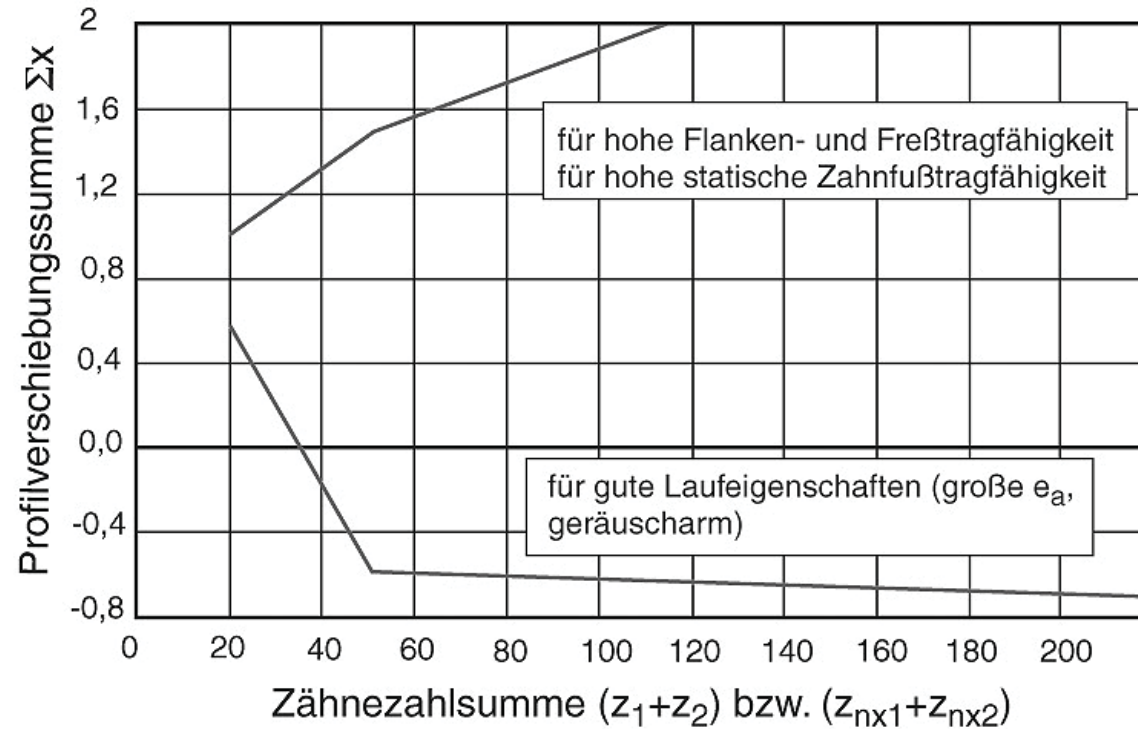
Zahnfußdauerfestigkeit und Zahnfußtragfähigkeit

- Formfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf:

$$Y_{Fa}$$

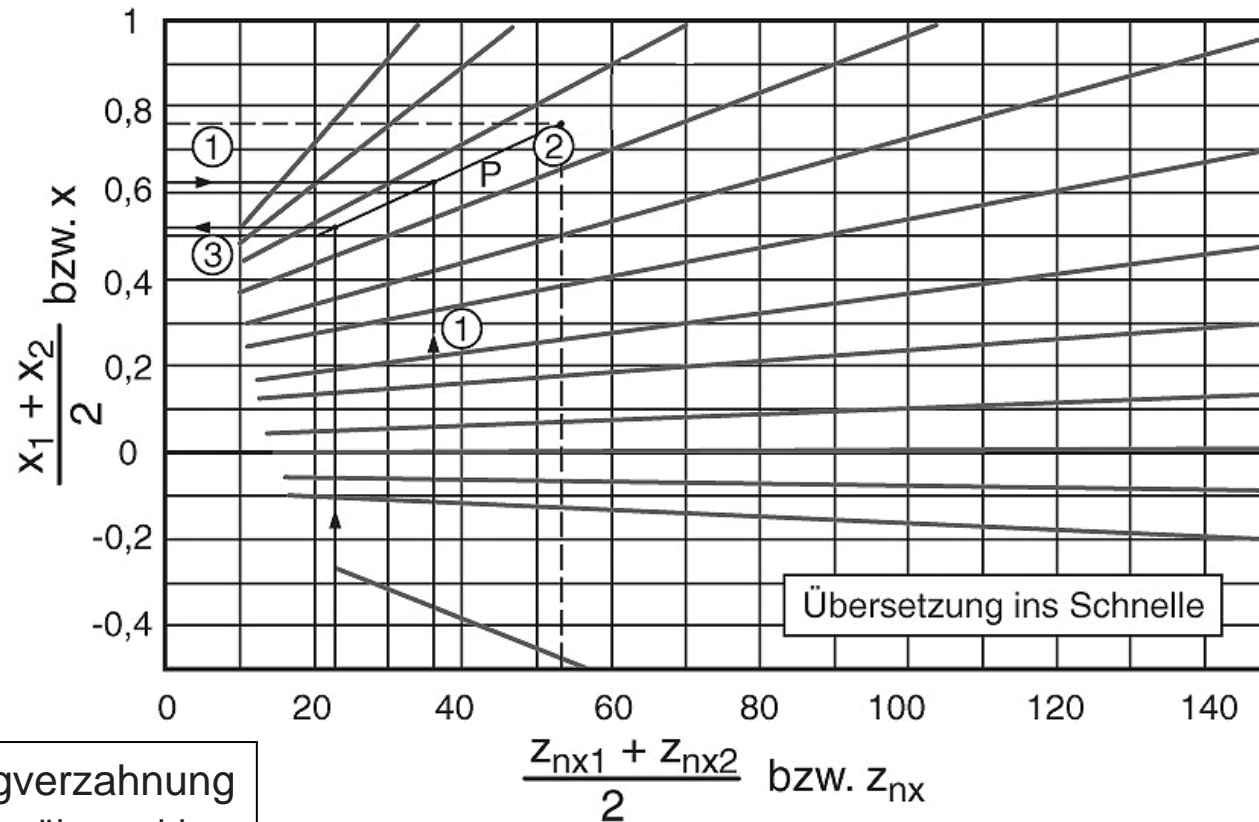
- Kopffaktor für Kraftangriff am Zahnkopf:

$$Y_{FS} = Y_{Fa} * Y_{Sa}$$



Üblicher Bereich zur Wahl der Summe der Profilverschiebungsfaktoren für Außenverzahnungen nach DIN 3992

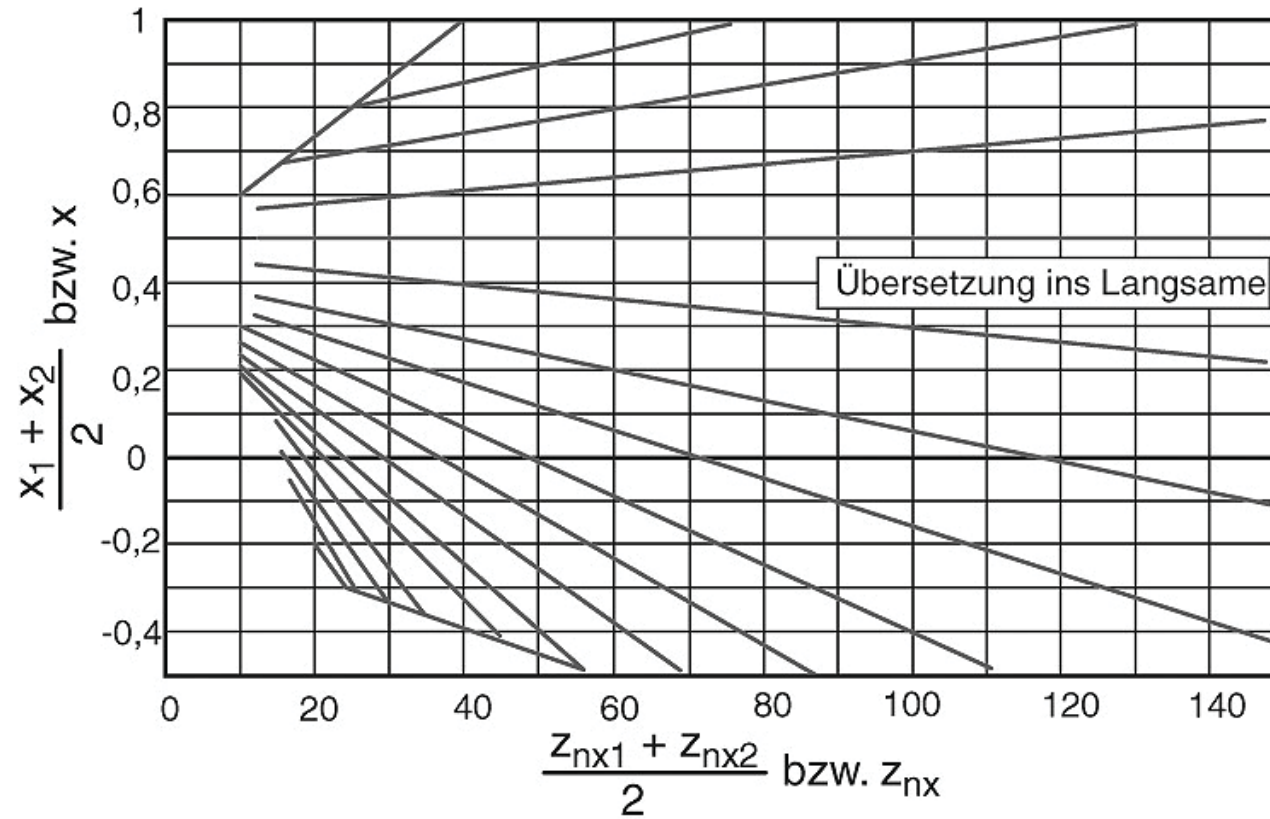
## Vorgehensweise zur Bestimmung der Profilverschiebung



bei Schrägverzahnung  
→ Ersatzzähnezahl

Aufteilung der Summe der Profilverschiebungsfaktoren auf Ritzel und rad bei Übersetzung ins Schnelle

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen



Aufteilung der Summe der Profilverschiebungsfaktoren auf Ritzel und rad bei Übersetzung ins Langsame

### 3.10 Werkstoffe und Maßnahmen zur Erhöhung der Tragfähigkeit

- Forderungen an Werkstoffe:

- große Dauerfestigkeit bei geringer Kerbempfindlichkeit
- hohe Oberflächenhärte (HB)
- gute Verschleißeigenschaften, kein Fressen
- gute Zerspanbarkeit (Massenfertigung)
- geringer Härteverzug
- Dämpfungsverhalten
- Notschmierungsverhalten
- Kosten

- Damit steht je nach Aufgabe die gesamte Werkstoffpalette zur Auswahl. Die Grenzwerte werden in genormten Zahnradprüfständen ermittelt, sie stellen im Sinne der Festigkeitsberechnung Gestaltfestigkeiten dar.

→ Prüfungen erfolgen an ausgeführten Zahnrädern

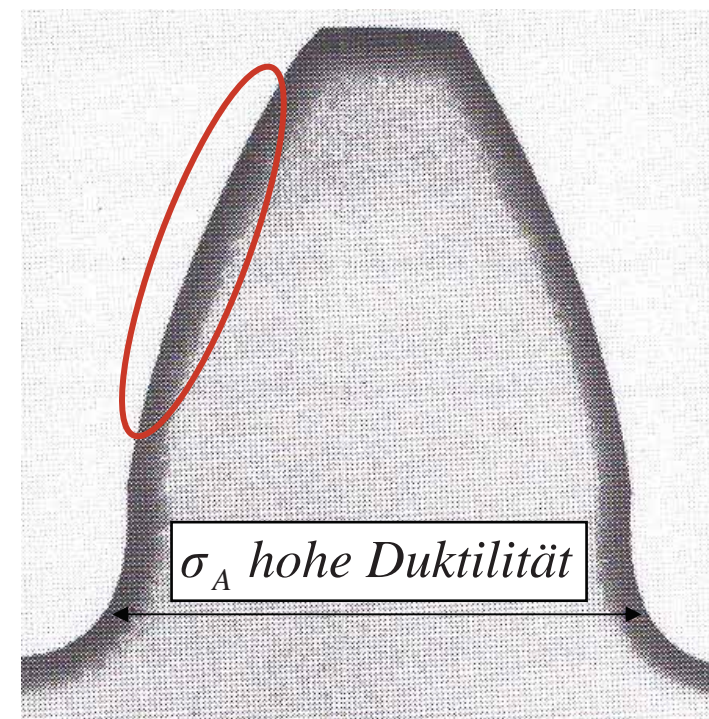
## Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

- Im Bereich der Massenfertigung haben sich aufgrund der Vorteile

- hohe Oberflächenhärte
- gutes Streckgrenzenverhältnis

vor allem Einsatzstähle durchgesetzt.

z.B. 16MnCr5 oder 15CrNi6



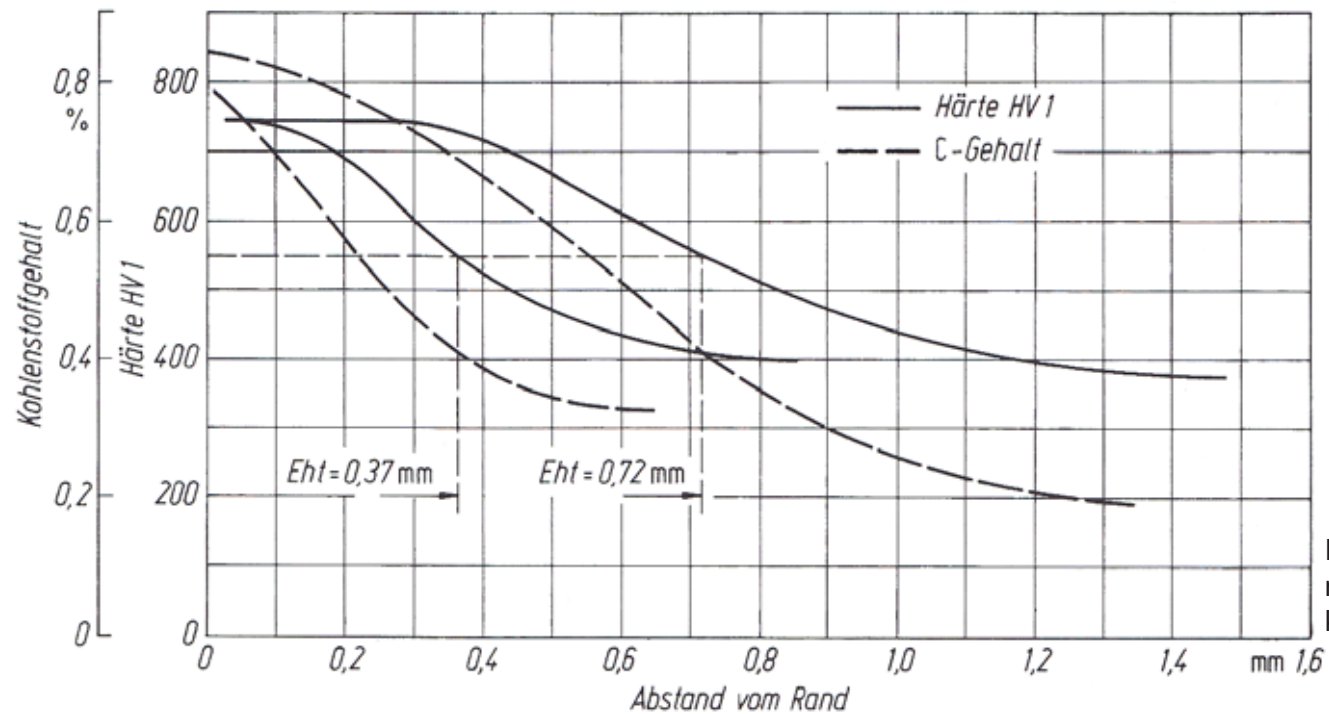
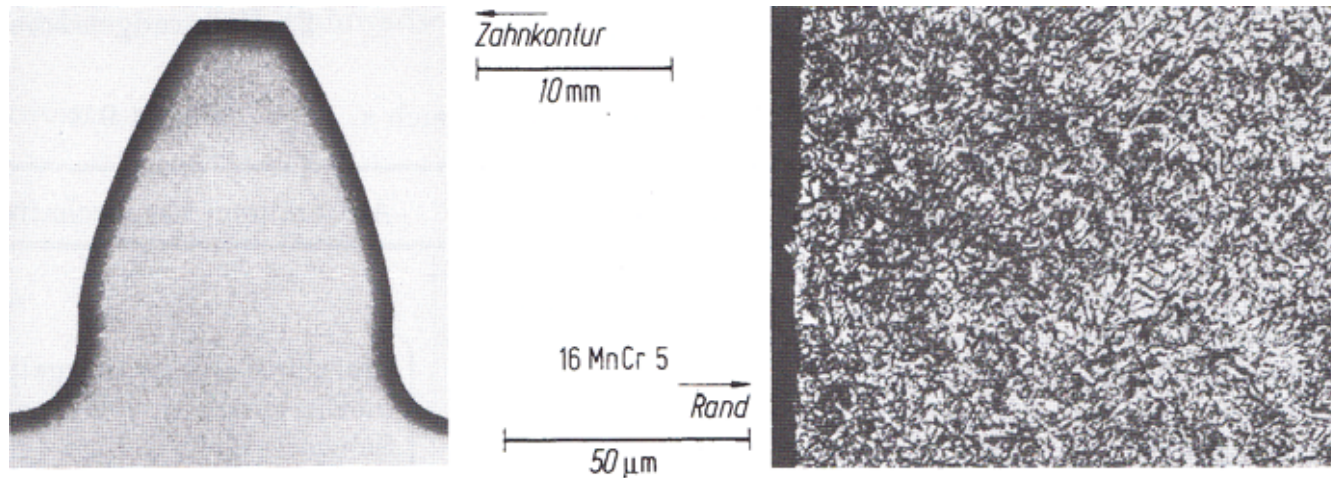
Einsatzgehärtete Zahnflanken

- Der Härteverzug erfordert ein Nachschleifen der Flanken. Bei großen Zahnrädern werden Nitrierstähle bevorzugt, die einen geringeren Härteverzug bei dünneren Oberflächenschichten aufweisen.

Nitrierstähle: beinhalten Cr, Mo (→ gute Nitridbildner), durch Nitrieren hohe Oberflächenhärte mit guter Verschleißfestigkeit

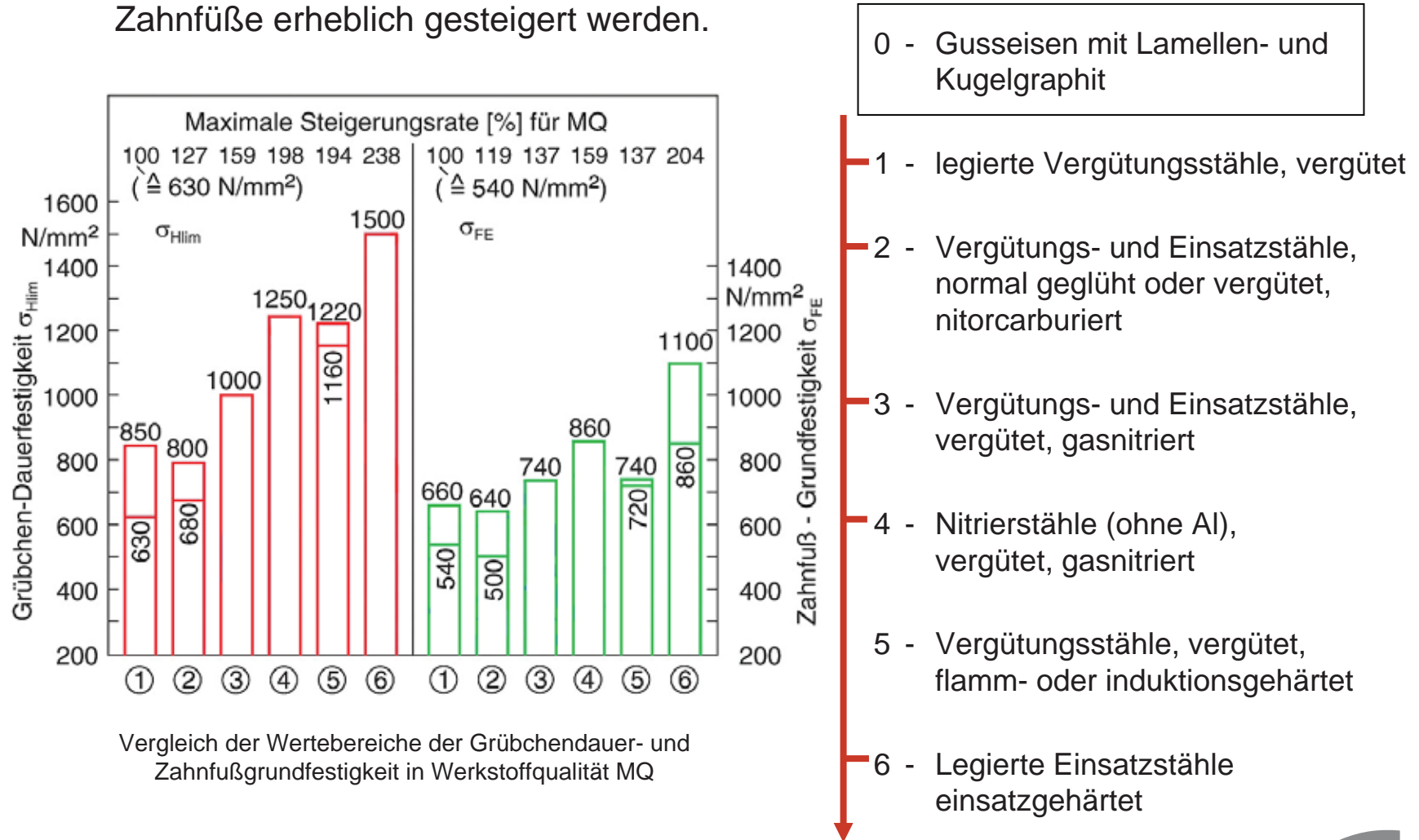


# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen



Einsatzhärtung von 16MnCr5  
mit unterschiedlicher Auf-  
kohlungszeit

- Durch entsprechende Nachbehandlungen können die Festigkeiten für Flanken und Zahnfüße erheblich gesteigert werden.



## Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

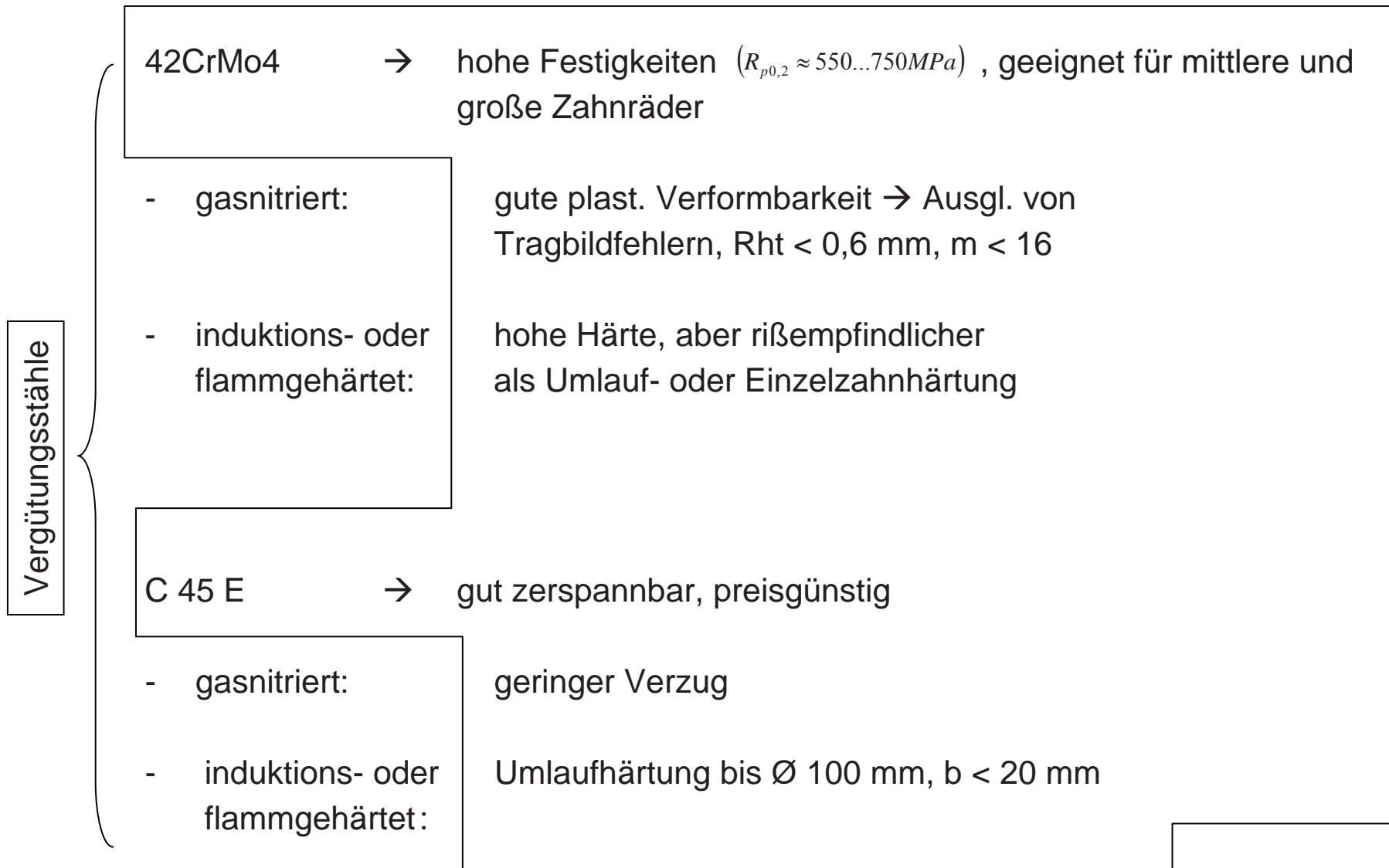
---

- Die Dauerfestigkeiten werden mit 1% Ausfallwahrscheinlichkeit angegeben. Bei besonders sorgfältig durchgeführten Fertigungs- und Wärmebehandlungsverfahren können die Grenzwerte gegenüber den Angaben um ca. 10% erhöht werden.
- Der Nachweis der Zahnfußtragfähigkeit (gegen Gewaltbruch) ist stets für beide Zahnräder zu führen, für die Flankenfestigkeit (Dauerfestigkeit) genügt die Nachweisführung für den weicheren Werkstoff.
- Zahnradradwerkstoffe bestehen aus Vergütungs- oder Einsatzstahl. Gängige Werkstoffe sind z.B.

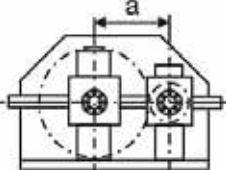
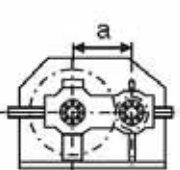
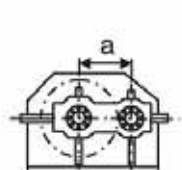
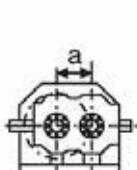
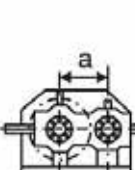

Einsatzstahl

16MnCr5 → hohe Festigkeiten ( $R_{p0,2} \approx 700MPa$ ), geeignet für Zahnräder  $< \varnothing 250$  mm

- gasnitriert: niedrige Kernfestigkeit → kaum Stützwirkung  
Nitrierschicht haftet schlecht



# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

Werkstoff	Ritzel und Rad: C45	Ritzel und Rad: 42CrMo4	Ritzel: 20MnCr5 Rad: 42CrMo4	Ritzel und Rad: 31CrMoV9	Ritzel und Rad: 34crMo4	Ritzel und Rad: 20MnCr5
Wärmebehandlung	normalisiert	vergütet	Ri.: einsatzgehärtet Rad: vergütet	gasnitriert	infektiv flankengehärtet	einsatzgehärtet
Bearbeitung	wälzgefräst	wälzgefräst	Ritzel: geschliffen Rad: wälzgefräst	feingefräst	gefräst, geläppt	geschliffen
Achsabstand a Modul m	$\frac{830 \text{ mm}}{10}$	$\frac{650 \text{ mm}}{10}$	$\frac{585 \text{ mm}}{10}$	$\frac{490 \text{ mm}}{10}$	$\frac{470 \text{ mm}}{14}$	$\frac{390 \text{ mm}}{10}$
Baugröße (Gehäuse geschweißt)						
Wälzlegergewicht	95 kg	95 kg	95 kg	105 kg	105 kg	120 kg
Gesamtgewicht	8.505 kg	4.860 kg	3.465 kg	2.602 kg	2.390 kg	1.581 kg
proz. Gesamtgewicht	174 %	100 %	71 %	54 %	49 %	33 %
proz. Preis	132 %	100 %	85 %	78 %	66 %	63 %
Sicherheit $S_H$ Sicherheit $S_F$	1,3 6,1	1,3 5,7	1,3 3,9	1,3 2,3	1,4 2,3	1,6 2,3

Vergleich von Getriebebaugrößen mit Zahnrädern aus unterschiedlichen Werkstoffen

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

Art, Behandlung	Vergütungsstähle, DIN 17200						DIN-Bezeichnung	Anwendung, Eigenschaften
	(auch als Stahlguß)							
	$\sigma_B$ in N/mm <sup>2</sup> für Vergütungsquerschnitte							
	20 Ø	50 Ø	100 Ø	250 Ø	500 Ø	1000 Ø		
	720	670	640	—	—	—	C 45 N	preisgünstig; nur normalisiert verwendet, hierbei noch gut zerspanbar. Möglichst Schwarz-Weiß-Gefüge (glattet sich im Betrieb; vergütetes, perlitisches Gefüge rauht auf)
							(C 60)	unsicher im Gefüge, bildet beim Normalisieren kaum (den gewünschten) Ferrit, Muß beim Zerspannen weichgeglüht werden (körniger Perlit)
	960	860	800	720	—	—	34 CrMo 4 V	gut zerspanbar, gut schweißbar
							(37 MnSi 5 V)	unsicher in der Wärmebehandlung, neigt zu zeitigem Gefüge, Schmiert beim Zerspannen
	1060	960	860	770	—	—	42 CrMo 4 V	Standardstahl für mittlere und große Räder
							42 CrMoS 4 V	erhöhter Schwefelgehalt, besser zerspanbar
	1170	1060	960	820	—	—	34 CrNiMo 6 V	
	1290	1190	1070	920	1000 <sup>b</sup>	—	30 CrNiMo 8 V	Standardstahl für Vergüten auf hohe Festigkeit bei größeren Querschnitten
							28 CrNiMo V 8,5 V <sup>d</sup>	Sonderstahl für große Querschnitte, besser zerspanbar als 33 NiCrMo 14,5
							34 NiCrMo 12,8 V <sup>d</sup>	für hohe Festigkeit bei großen Moduln, schwer zerspanbar (evtl. Hartmetallfräser erforderlich)
							33 NiCrMo 14,5 V <sup>d</sup>	
Einsatzstähle DIN 17210 (einsatzgehärtet)	je nach Hersteller	—	—	1300 <sup>b</sup>	1200	1100 <sup>b</sup>	16 MnCr 5 <sup>e</sup>	Standardstahl für $\sigma < 250^e$ 1,5 < $m < 20$ ; bei $m < 2$ ohne besondere Reinheitsvorschriften bei starkem Ausschneiden problematisch (stark zeitlig); bei 2 < $m < 5$ mit 15 CrNi 6 gleichwertig
		—	—	—	1300 <sup>b</sup>	1200 <sup>b</sup>	20 MnCr 5 <sup>e</sup>	Abmessungen zwischen 16 MnCr 5 und 15 CrNi 6, Kernfestigkeit ca. 1000 N/mm <sup>2</sup>
							15 CrNi 6	normal für 16 < $m < 30$ ; bei stoßartem Betrieb für $m > 5$ ; bei $m < 2$ evtl. statt 16 MnCr 5; 15 CrNi 6 für $\sigma > 250 \dots 800$ im oberen Modulbereich überragend
							17 CrNiMo 6	17 CrNiMo 6 (höhere Kernfestigkeit, größere Zähigkeit, höhere Zeitfestigkeit; jedoch empfindlicher gegen Überkohlung — Karbidbildung; nicht für $m < 3$ )
							10 NiCrMo 14	für Großräder geringer Kernfestigkeit ( $\sigma_B < 1000$ N/mm <sup>2</sup> ), günstiges Verzugsverhalten
							20 MoCr 4, 25 MoCr 4	„klassische“ Direktärtestähle für Kfz-Getriebe

## Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

Werkstoff	Mindeststreckgrenze $R_{p0,2}$ in N/mm <sup>2</sup>	Mindestzugfestigkeit $R_m$ in N/mm <sup>2</sup>	Mindesthärte am Zahn $H_{min}$ in HV	Grübchen-dauerfestigkeit $\sigma_{Hlim}$ in N/mm <sup>2</sup>	Zahnfußgrundfestigkeit $\sigma_{FE}$ in N/mm <sup>2</sup>
16 mm ≤ s < 40 mm					
38 Cr 2	450	700	225	665	565
34 Cr 4	590	800	250	700	585
34 CrMo 4	650	900	280	740	605
42 CrMo 4	750	1.000	310	785	625
40 mm ≤ s < 100 mm					
34 Cr 4	460	700	225	665	565
34 CrMo 4	550	800	250	700	585
42 CrMo 4	650	900	280	740	605
34 CrNiMo 6	800	1.000	310	785	625

Richtwerte für die Grübchendauerfestigkeit und die Zahnfußgrundfestigkeit – **vergütete, legierte Stähle**, Werkstoffqualität MQ (1. Teil)

Auswahl der Werkstoffe richtet sich nach Zugfestigkeit, die jeweils um 100 N/mm<sup>2</sup> anwächst

## Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

Werkstoff	Mindeststreckgrenze $R_{p0,2}$ in N/mm <sup>2</sup>	Mindestzugfestigkeit $R_m$ in N/mm <sup>2</sup>	Mindesthärte am Zahn $H_{min}$ in HV	Grübchen-dauerfestigkeit $\sigma_{Hlim}$ in N/mm <sup>2</sup>	Zahnfußgrundfestigkeit $\sigma_{FE}$ in N/mm <sup>2</sup>
100 mm ≤ s < 160 mm					
34 CrMo 4	460	700	225	665	565
42 CrMo 4	550	800	250	700	585
34 CrNiMo 6	700	900	280	740	605
30 CrNiMo 8	800	1.000	310	785	625
160 mm ≤ s < 250 mm					
34 CrMo 4	450	700	225	665	565
34 CrNiMo 6	600	800	250	700	585
30 CrNiMo 8	700	900	280	740	605
36 NiCrMo 16	800	1.000	310	785	625

Die Werte für  $\sigma_{Hlim}$  und  $\sigma_{FE}$  wurden nach DIN 3990 T5 ermittelt

$\sigma_{Hlim}$  für  $N_{Hlim} = 5 \cdot 10^7$  und  $q_H = 10$  bis 13,2 mit  $q_H = 13,2$  nach DIN 3990 T2 und  $q_H = 10$

$\sigma_{FE}$  für  $N_{Flim} = 3 \cdot 10^6$  und  $q_F = 6,2$  nach DIN 3990 T3

Richtwerte für die Grübchendauerfestigkeit und die Zahnfußgrundfestigkeit – **vergütete, legierte Stähle**, Werkstoffqualität MQ (2. Teil)



## Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

Werkstoff	Mindeststreckgrenze $R_{p0,2}$ in N/mm <sup>2</sup>	Mindestzugfestigkeit $R_m$ in N/mm <sup>2</sup>	Mindesthärte am Zahn nach Vergüten $H_{min}$ in HV	Mindesthärte am Zahn nach Randschicht härten $H_O$ in HRC	Grübchen-dauerfestigkeit $\sigma_{Hlim}$ in N/mm <sup>2</sup>	Zahnfußgrundfestigkeit $\sigma_{FE}$ in N/mm <sup>2</sup>
16 mm ≤ s < 40 mm						
38 Cr 2	450	700	225	51	1.170	725
46 Cr 2	550	800	250	54	1.200	740
41 Cr 4	650	900	280	53	1.185	740
40 mm ≤ s < 100 mm						
46 Cr 2	400	650	205	54	1.200	740
41 Cr 4	560	800	250	53	1.185	740
42 CrMo 4	650	900	280	53	1.185	740

Richtwerte für die Grübchendauerfestigkeit und die Zahnfußgrundfestigkeit – **vergütete, legierte Stähle (randschichtgehärtet)**, Werkstoffqualität MQ (1. Teil)

## Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

Werkstoff	Mindeststreckgrenze $R_{p0,2}$ in $\text{N/mm}^2$	Mindestzugfestigkeit $R_m$ in $\text{N/mm}^2$	Mindesthärte am Zahn nach Vergüten $H_{min}$ in HV	Mindesthärte am Zahn nach Randschichthärtungen $H_O$ in HRC	Grübchen-dauerfestigkeit $\sigma_{Hlim}$ in $\text{N/mm}^2$	Zahnfußgrundfestigkeit $\sigma_{FE}$ in $\text{N/mm}^2$
160 mm $\leq$ s < 250 mm						
42 CrMo 4	500	750	235	53	1.185	740
34 CrNiMo 6	600	800	250	50	1.155	720

Die Werte für  $\sigma_{Hlim}$  und  $\sigma_{FE}$  wurden nach DIN 3990 T5 ermittelt

$\sigma_{Hlim}$  für  $N_{Hlim} = 5 \cdot 10^7$  und  $q_H = 10$  bis 13,2 mit  $q_H = 13,2$  nach DIN 3990 T2 und  $q_H = 10$

$\sigma_{FE}$  für  $N_{Flim} = 3 \cdot 10^6$  und  $q_F = 8,7$  nach DIN 3990 T3

Die Werte für  $\sigma_{FE}$  gelten für mitgehärteten Zahngrund. Bei flamm- und induktionsgehärteten Zahnrädern ohne Zahngrundhärtung muss mit einer stark geminderten Biegefestigkeit bis auf 69% von mit der Kernhärte vergleichbaren Stählen gerechnet werden.

Richtwerte für die Grübchendauerfestigkeit und die Zahnfußgrundfestigkeit – **vergütete, legierte Stähle (randschichtgehärtet)**, Werkstoffqualität MQ (2. Teil)

## Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

Werkstoff	Kennzeichnende Abmessung $s$ in mm	Kernhärte $H_K$ in HRC	Oberflächenhärte $H_O$ in HRC	Mindeststreckgrenze $R_{p0,2}$ in N/mm <sup>2</sup>	Grübchen-dauerfestigkeit $\sigma_{Hlim}$ in N/mm <sup>2</sup>	Zahnfußgrundfestigkeit $\sigma_{FE}$ in N/mm <sup>2</sup>
20 MoCr 4 HH	$\leq 30$	$\geq 34$	58 bis 63	700	1.500	860
16 MnCr 5 HH	$\leq 30$	$\geq 34$	58 bis 63	700	1.500	860
20 MnCr 5 HH	$\leq 60$	$\geq 34$	58 bis 63	700	1.500	860
15 CrNi 6 HH	$\leq 70$	$\geq 34$	58 bis 63	750	1.500	920
17 CrNiMo 6 HH	$> 400$	$\geq 34$	58 bis 63	800	1.500	920

Die Werte für  $\sigma_{Hlim}$  und  $\sigma_{FE}$  wurden nach DIN 3990 T5 ermittelt

$\sigma_{Hlim}$  für  $N_{Hlim} = 5 \cdot 10^7$  und  $q_H = 13,2$  nach DIN 3990 T2

$\sigma_{FE}$  für  $N_{Flim} = 3 \cdot 10^6$  und  $q_F = 8,7$  nach DIN 3990 T3

Die Kennzeichnung HH bei der Stahlmarke bedeutet nach DIN EN 10084 ein auf 2/3 eingeschränktes Härteband, ausgehend von der oberen Grenzkurve

Bei den Angaben zur Mindeststreckgrenze  $R_{p0,2}$  handelt es sich um nicht genormte Werte.

Richtwerte für die Grübchendauerfestigkeit und die Zahnfußgrundfestigkeit – **legierte Stähle (einsatzgehärtet)**, Werkstoffqualität MQ

## Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

Werkstoff	Kennzeichnende Abmessung $s$ in mm	Mindeststreckgrenze $R_{p0,2}$ in N/mm <sup>2</sup>	Mindestkernhärte $H_K$ in HV	Mindestoberflächenhärte $H_O$ in HV2	$\sigma_{Hlim}$ in N/mm <sup>2</sup>		$\sigma_{FE}$ in N/mm <sup>2</sup>	
					nitrocarburisiert	nitriert	nitrocarburisiert	nitriert
16 MnCr5 N	≤ 150	300 <sup>1)</sup>	155	500	800	800 <sup>1),2)</sup>	640	640 <sup>1),3)</sup>
20 MnCr5 N		350 <sup>1)</sup>	170	500	800	800 <sup>1),2)</sup>	640	640 <sup>1),3)</sup>
20 MoCr4 N		300 <sup>1)</sup>	155	500	800	800 <sup>1),2)</sup>	640	640 <sup>1),3)</sup>
20 MnCr 5 V	16 bis 40	550 <sup>1)</sup>	250	500	800	1.000	640	740
	40 bis 100	450 <sup>1)</sup>	225	500	800	1.000	640	740
34 Cr4 V	16 bis 40	590	250	500	800	1.000	640	740
	40 bis 100	460	225	500	800	1.000	640	740
34CrMo4 V	40 bis 100	550	250	500	800	1.000	640	740
	100 bis 160	460	225	500	800	1.000	640	740
42 CrMo 4 V	40 bis 100	650	280	500	800	1.000	640	740
	100 bis 160	550	250	500	800	1.000	640	740
	160 bis 250	500	225	500	800	1.000	640	740
34 CrNiMo 6 V	40 bis 100	800	310	500	800	1.000	640	740
	100 bis 160	700	280	500	800	1.000	640	740

Richtwerte für die Grübchendauerfestigkeit und die Zahnfußgrundfestigkeit – **legierte Stähle (nitriert und nitrocarburisiert)**, Werkstoffqualität MQ (1. Teil)

## Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

Werkstoff	Kennzeichnende Abmessung $s$ in mm	Mindeststreckgrenze $R_{p0,2}$ in N/mm <sup>2</sup>	Mindestkernhärte $H_K$ in HV	Mindestoberflächenhärte $H_O$ in HV2	$\sigma_{Hlim}$ in N/mm <sup>2</sup>		$\sigma_{FE}$ in N/mm <sup>2</sup>	
					nitrocarburisiert	nitriert	nitrocarburisiert	nitriert
30 CrNiMo 8 V	160 bis 250	700	280	500	800	1.000	640	740
31 CrMo12 V	bis 100	800	310	800	–	1.250 <sup>4)</sup>	–	850 <sup>4)</sup>
	100 bis 250	700	280	800	–	1.250 <sup>4)</sup>	–	850 <sup>4)</sup>
31 CrMo V9 V	bis 100	800	310	800	–	1.250 <sup>4)</sup>	–	850 <sup>4)</sup>
	100 bis 250	700	280	800	–	1.250 <sup>4)</sup>	–	850 <sup>4)</sup>
15 CrMo V5.9 V	< 100	700	280	800	–	1.250 <sup>4)</sup>	–	850 <sup>4)</sup>

Die Werte für  $\sigma_{Hlim}$  und  $\sigma_{FE}$  wurden nach DIN 3990 T5 ermittelt, bei

<sup>1)</sup> handelt es sich um nicht genormte Werte

$\sigma_{Hlim}$  für  $N_{Hlim} = 2 \cdot 10^6$  mit  $q_H = 31,4$  (nitrocarburisiert) und  $q_H = 11,4$  (nitriert) sowie bei

<sup>2)</sup>  $q_H = 31,4$  (nitriert) nach DIN 3990 T2

$\sigma_{FE}$  für  $N_{Flim} = 3 \cdot 10^6$  mit  $q_F = 84$  (nitrocarburisiert) und  $q_F = 17$  (nitriert) sowie bei

<sup>3)</sup>  $q_F = 84$  (nitriert) nach DIN 3990 T3

<sup>4)</sup> Voraussetzung hierfür ist  $H_K \geq 280$  HV.

Richtwerte für die Grübchendauerfestigkeit und die Zahnfußgrundfestigkeit – **legierte Stähle (nitriert und nitrocarburisiert)**, Werkstoffqualität MQ (2. Teil)

## Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

Werkstoff	Kurzzeichen	Flankenhärte in HB	Grübchen- dauerfestigkeit $\sigma_{Hlim}$ in N/mm <sup>2</sup>	Zahnfuß- grundfestigkeit $\sigma_{FE}$ in N/mm <sup>2</sup>
Gusseisen mit Lamellengrafit nach DIN EN 1561	EN-GJL-200 (GG-20)	180	300	80
	EN-GJL-250 (GG-25)	220	360	110
Temperguss nach DIN EN 1562	EN-GJMB-350 (GTS-35)	150	320	330
	EN-GJMB-650 (GTS-65)	220	460	410
Gusseisen mit Kugelgrafit nach DIN EN 1563	EN-GJS-400 (GGG-40)	180	370	370
	EN-GJS-600 (GGG-60)	250	490	450
	EN-GJS-800 (GGG-80)	320	600	500
Bainitisches Gusseisen nach DIN EN 1564	EN-GJS-1000 (GGG-100)	350	700	520
Stahlguss nach DIN EN 10293	GS-52	160	320	280
	GS-60	180	380	320
Baustahl nach DIN EN 10025	E295 (St 50)	160	370	320
	E335 (St 60)	190	430	350
	E360 (St 70)	210	460	410

Richtwerte für die Grübchendauerfestigkeit und die Zahnfußgrundfestigkeit – **Gusseisen, Stahlguss, Baustahl**

## Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

Werkstoff, Wärmebehandlungs- zustand, kennzeichnende Abmessung $s$ , Eigenschaften	Mindesthärten am Zahn		$R_{p0,2}$ N/mm <sup>2</sup>	$\sigma_{Hlim}$ N/mm <sup>2</sup>	$N_{Hlim}$ $q_H$	$\sigma_{FE}$ N/ mm <sup>2</sup>	$N_{Flim}$ $q_F$
	$H_K$	$H_O$					
40 mm $\leq s < 100$ mm, vergütet: hoch überlastbar, aber verschleißempfindlich							
34 Cr 4	225 HV		460	665		565	
34 CrMo 4	250 HV		550	700	$5 \cdot 10^7$	585	$3 \cdot 10^6$
42 CrMo 4	280 HV		650	740	13,2	605	6,2
34 CrNiMo 6	310 HV		800	785		625	
40 mm $\leq s < 100$ mm, vergütet, nitrocarburiert: sehr verschleißbeständig, aber sehr überlastungsempfindlich							
20 MnCr 5	225 HV	500 HV2	450	800		640	
34 Cr 4	225 HV	500 HV2	460	800	$2 \cdot 10^6$	640	$3 \cdot 10^6$
34 CrMo 4	250 HV	500 HV2	550	800	31,4	640	84
42 CrMo 4	280 HV	500 HV2	650	800		640	
40 mm $\leq s < 100$ mm, vergütet, randschichtgehärtet: Zahngrundhärten problematisch							
46 Cr 2	205 HV	54 HRC	400	1.200		740 <sup>1)</sup>	
41 Cr 4	250 HV	53 HRC	560	1.185	$5 \cdot 10^7$	740 <sup>1)</sup>	$3 \cdot 10^6$
34CrMo4	250 HV	50 HRC	550	1.155	13,2	720 <sup>1)</sup>	8,7
42CrMo4	280 HV	53 HRC	650	1.185		740 <sup>1)</sup>	

Richtwerte für die Grübchendauerfestigkeit und die Zahnfußgrundfestigkeit – **ausgewählte Zahnradstähle** zur Überschlagsberechnung (1. Teil)

## Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

Werkstoff, Wärmebehandlungszustand, kennzeichnende Abmessung $s$ , Eigenschaften	Mindesthärten am Zahn		$R_{p0,2}$ N/mm <sup>2</sup>	$\sigma_{Hlim}$ N/mm <sup>2</sup>	$N_{Hlim}$ $q_H$	$\sigma_{FE}$ N/mm <sup>2</sup>	$N_{Flim}$ $q_F$
	$H_K$	$H_O$					
40 mm $\leq s < 100$ mm, vergütet, nitriert: verschleißbeständig, aber überlastungsempfindlich							
34 CrMo 4	250 HV	500 HV2	550	1.000		740	
34 CrNiMo 6	310 HV	500 HV2	800	1.000	$2 \cdot 10^6$	740	$3 \cdot 10^6$
31 CrMo V9	310 HV	800 HV2	800	1.250	11,4	850	17
15 CrMo V5.9	280 HV	800 HV2	700	1.250		850	
Einsatzgehärtet oder carbonitriert <sup>2)</sup> : Verzugsgefahr problematisch							
16 MnCr 5 HH ( $s \leq 30$ mm)	34 HRC	58 HRC	700	1.500		860	
20 MnCr 5 HH ( $s \leq 60$ mm)	34 HRC	58 HRC	700	1.500	$5 \cdot 10^7$	860	$3 \cdot 10^6$
15 CrNi 6 HH ( $s \leq 70$ mm)	34 HRC	58 HRC	750	1.500	13,2	920	8,7
17 CrNiMo 6 HH ( $s > 400$ mm)	34 HRC	58 HRC	800	1.500		920	

1) Ohne Mithärten des Zahngrundes kann  $\sigma_{FE}$  unter die Werte nur vergüteter Verzahnungen abfallen.

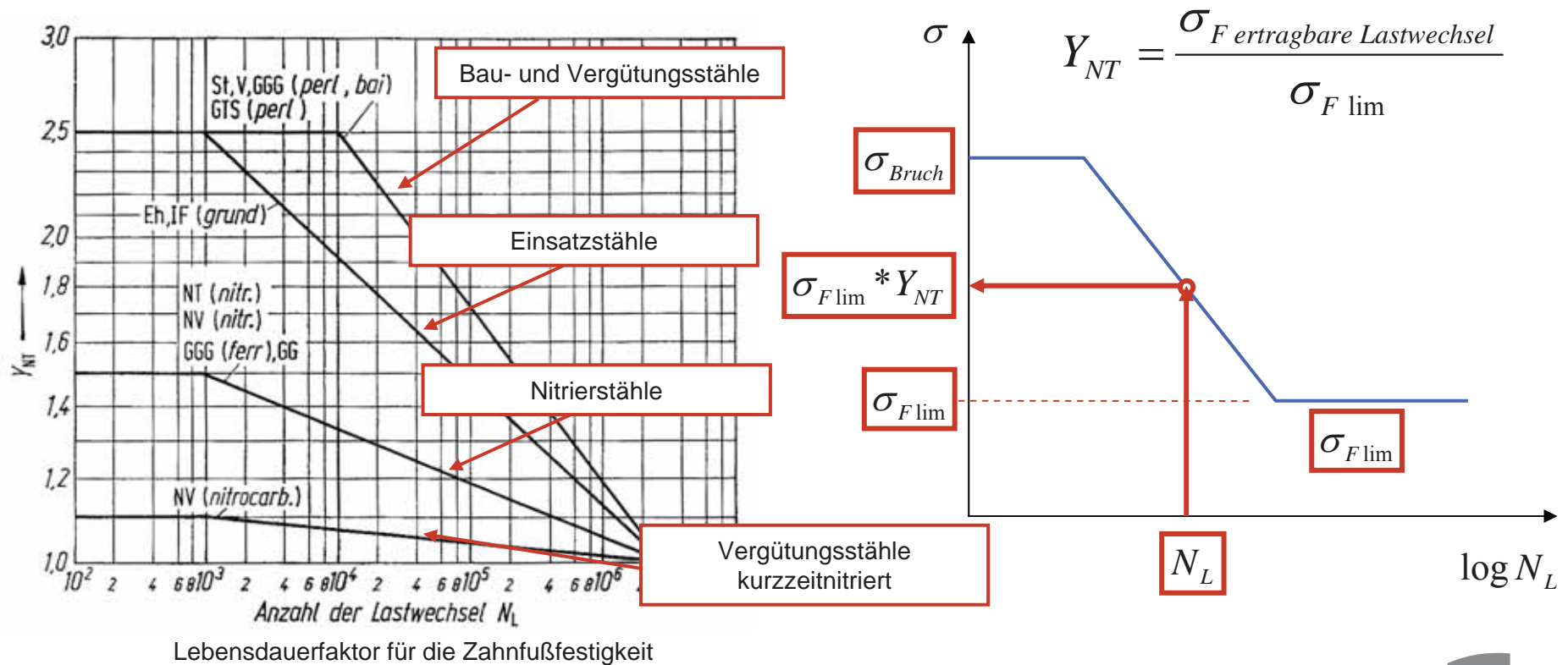
2) Von carbonitrierten Verzahnungen kleiner kennzeichnender Abmessungen ( $s \leq 70$  mm) werden  $\sigma_{Hlim}$  und  $\sigma_{FE}$  einsatzgehärteter Verzahnungen erreicht.

Richtwerte für die Grübchendauerfestigkeit und die Zahnfußgrundfestigkeit – **ausgewählte Zahnradstähle** zur Überschlagsberechnung (2. Teil)



## 3.11 Zahnfuß- und Zahnflankenfestigkeiten im Zeitfestigkeitsbereich

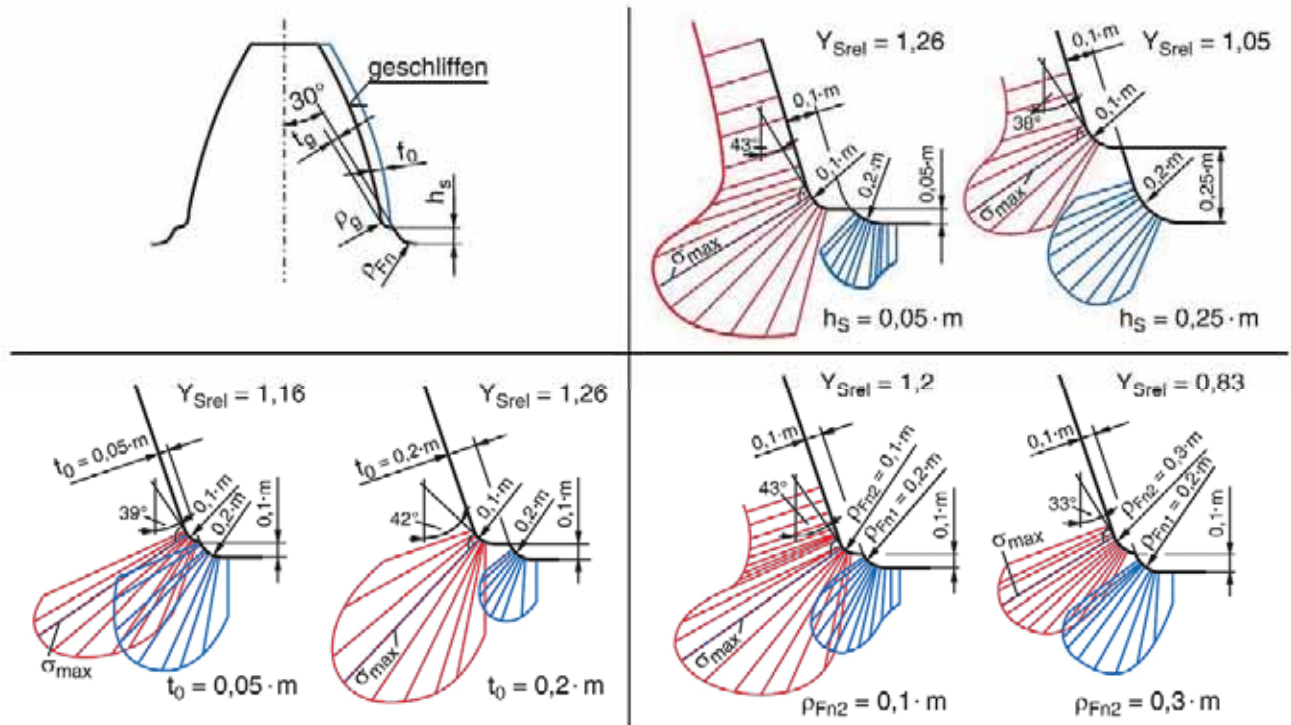
- Die Grenzwerte der **Zahnfußfestigkeit** werden durch Pulserversuche ermittelt. Für Auslegungen im Zeitfestigkeitsbereich wird aus der Wöhlerlinie der Lebensdauerfaktor  $Y_{NT}$  gebildet.



# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

- Neben dem Lebensdauerfaktor müssen der Größeneinfluss ( $m > 10$ ) und Kerbeinflüsse berücksichtigt werden. So können Schleifkerben die Dauerfestigkeit erheblich reduzieren.

$Y_{Srel} \dots$  Erhöhung der Spannung durch Schleifabsätze



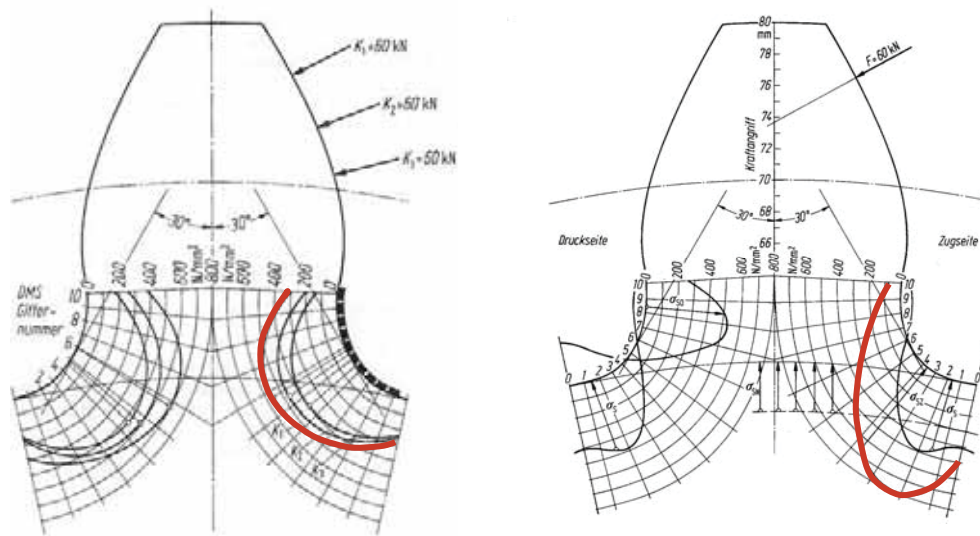
Gegenmaßnahme:  
Protuberanz

Spannungskonzentration bei Doppelkerben (Schleifabsatz)

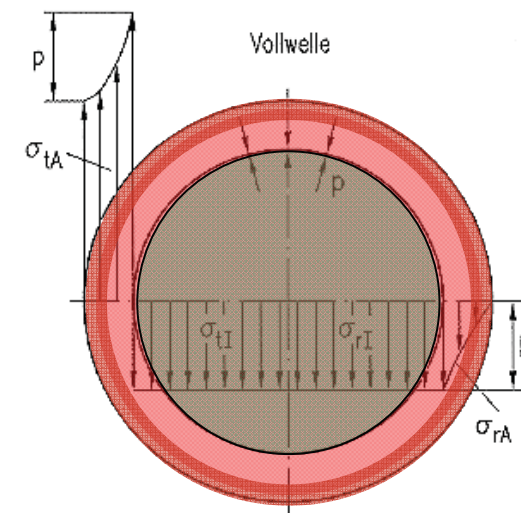
# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

- Bei aufgeschrumpften Bandagen überlagern sich statische Zugvorspannung aus dem Schrumpfung einerseits und Schwellspannung am Zahnfuß andererseits. Bei oberflächengehärteten Verzahnungen (Kugelstrahlen) treten zusätzlich Druckvorspannungen auf → Erhöhung der Zahnfußfestigkeit.

- Mit zunehmender Bandagendicke sinkt die Schrumpfungsspannung am Fußkreis  $\sigma_s$  und die Zahnfußdauerfestigkeit  $\sigma_{F\lim}$  steigt.



Vergleich der Zahnfußspannungen einem Zahnrad aus Vollmaterial (links) und mit Bandage (rechts)



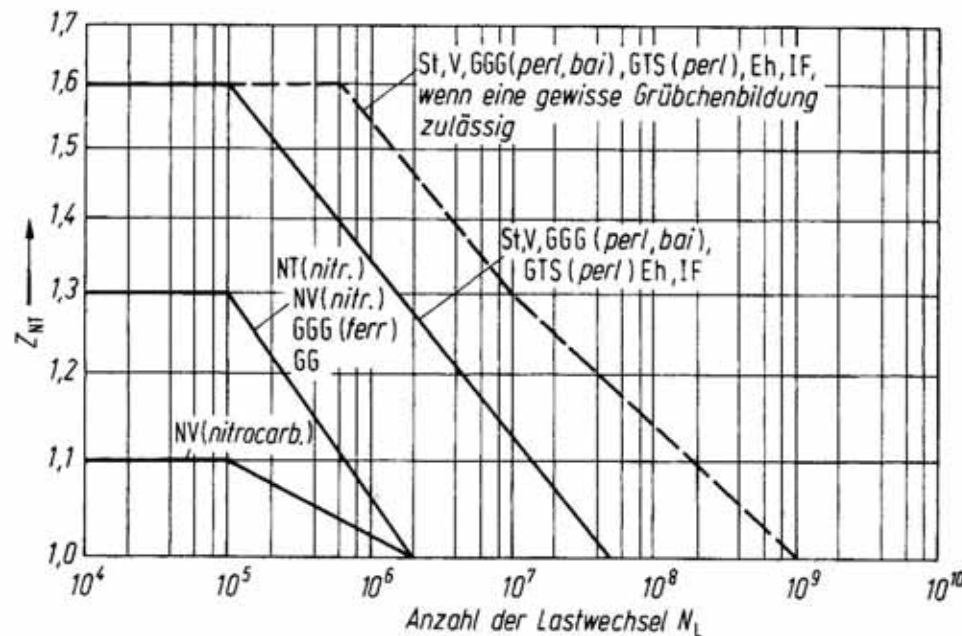
- Unter Berücksichtigung dieser Einflüsse berechnet sich die

zulässige Zahnfußspannung:

$$\sigma_{F\ zul} = \frac{\sigma_{F\ lim} * Y_{NT}}{S_F}$$

## Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

- Die Grenzwerte der **Zahnflankenfestigkeit** werden mit Überrollversuchen ermittelt (Verspannungsprüfstände). Üblicherweise dürfen nicht mehr als 0,4% des im Eingriff befindlichen Flankenbereichs von Grübchenbildung betroffen sein.
- Analog zur Zahnfußfestigkeit wird für das Zeitfestigkeitsgebiet eine Korrektur durch den Lebensdauerfaktor  $Z_{NT}$  vorgenommen.



Lebensdauerfaktor für die Grübchenfestigkeit  $Z_{NT}$

## Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen

---

- Die Bestimmung der zulässigen Flankenpressungen beziehen sich auf normierte Prüfbedingungen. Nach DIN 3990 müssen deshalb die von der Norm abweichenden Betriebsbedingungen in der Berechnung durch Faktoren berücksichtigt werden.

Schmierstofffaktor  $Z_L$  : - andere Viskosität des Öls bei Betriebstemperatur

Geschwindigkeitsfaktor  $Z_V$  : - Einfluss der Summengeschwindigkeit auf die Schmierdruckbildung

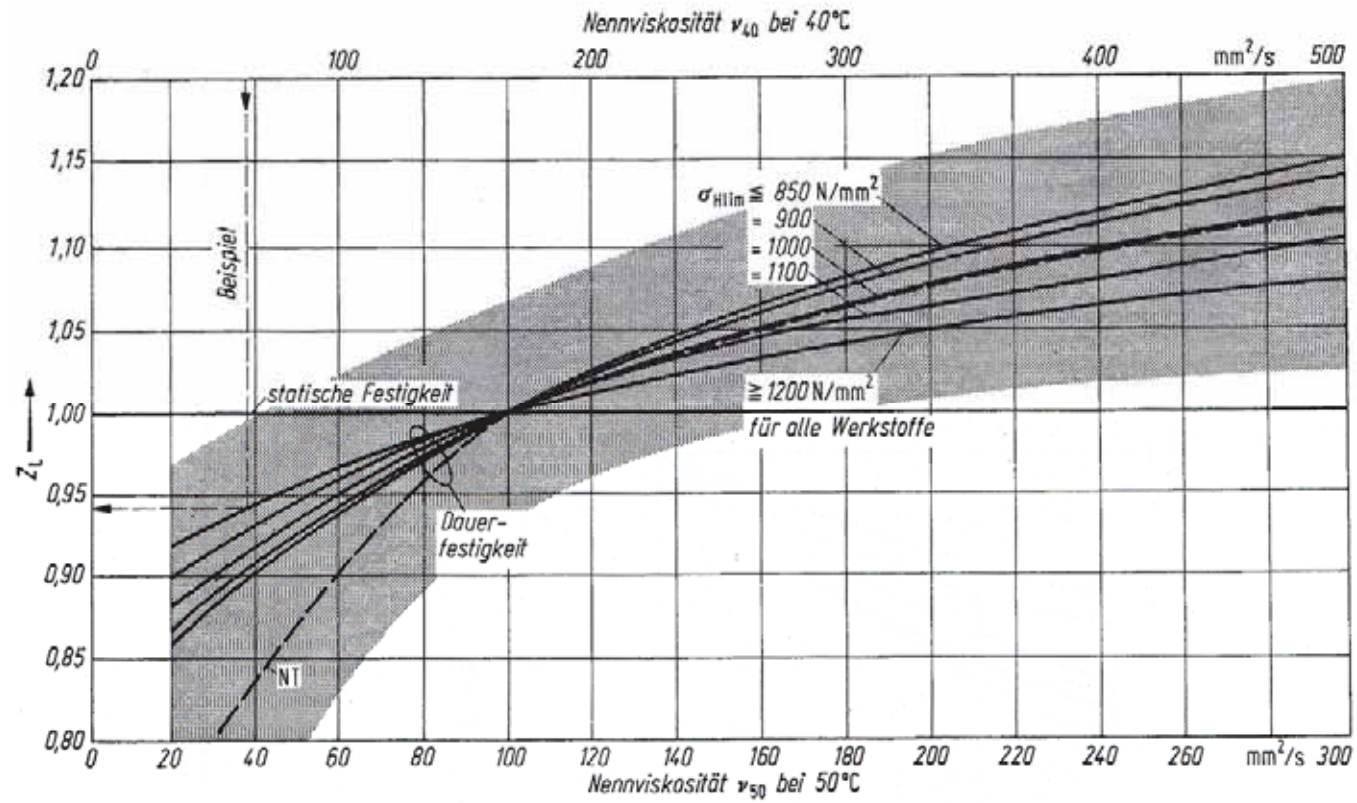
Rauheitsfaktor  $Z_R$  : - Verhältnis der Härten der Räder 1 und 2  
- Teillastbetrieb → Verfestigen der Flanken → Volllast;

bei Ersatzzahnradern direkt Volllast → Schädigung

zulässige Zahnflankenpressung:

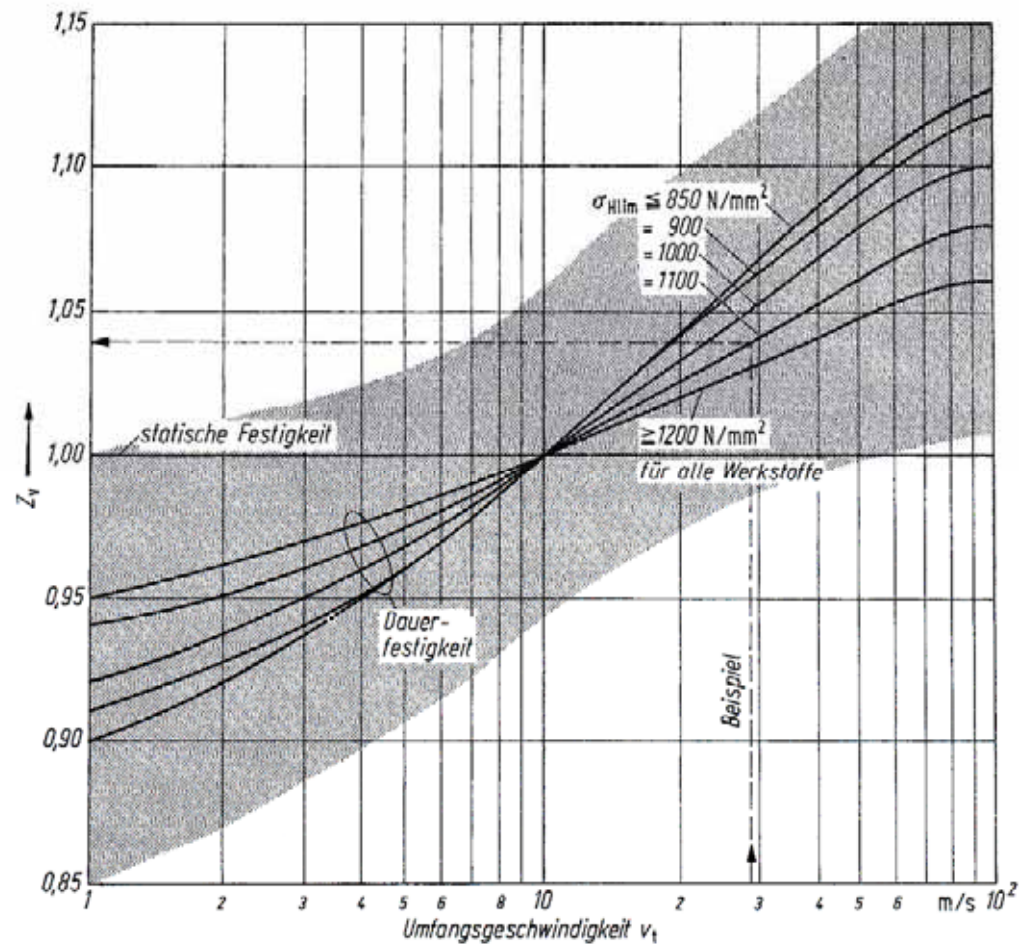
$$\sigma_{H\,zul} = \frac{\sigma_{H\,lim} * Z_{NT}}{S_H} * Z_L * Z_V * Z_R$$

# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen



Schmierstofffaktor  $Z_L$

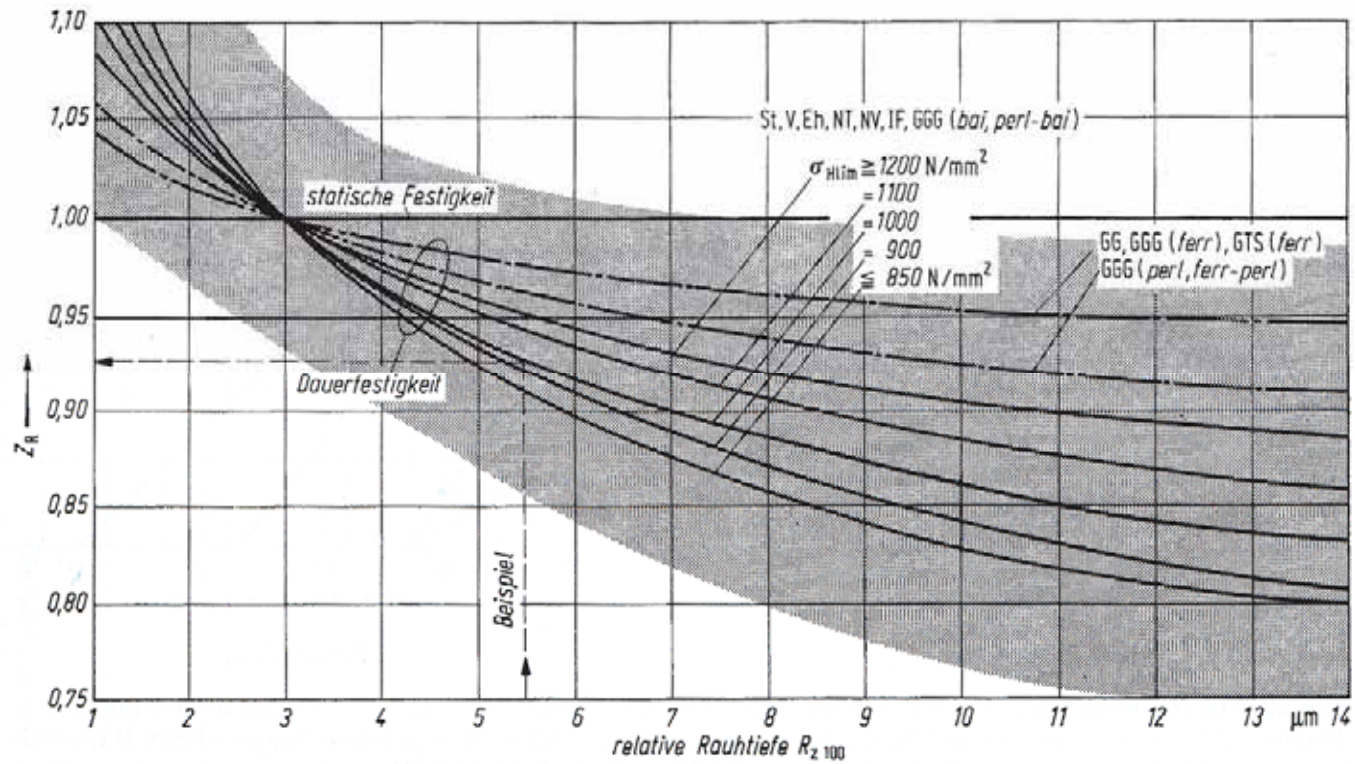
# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen



Geschwindigkeitsfaktor  $Z_v$



# Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Verzahnungen



Rauhigkeitsfaktor  $Z_R$