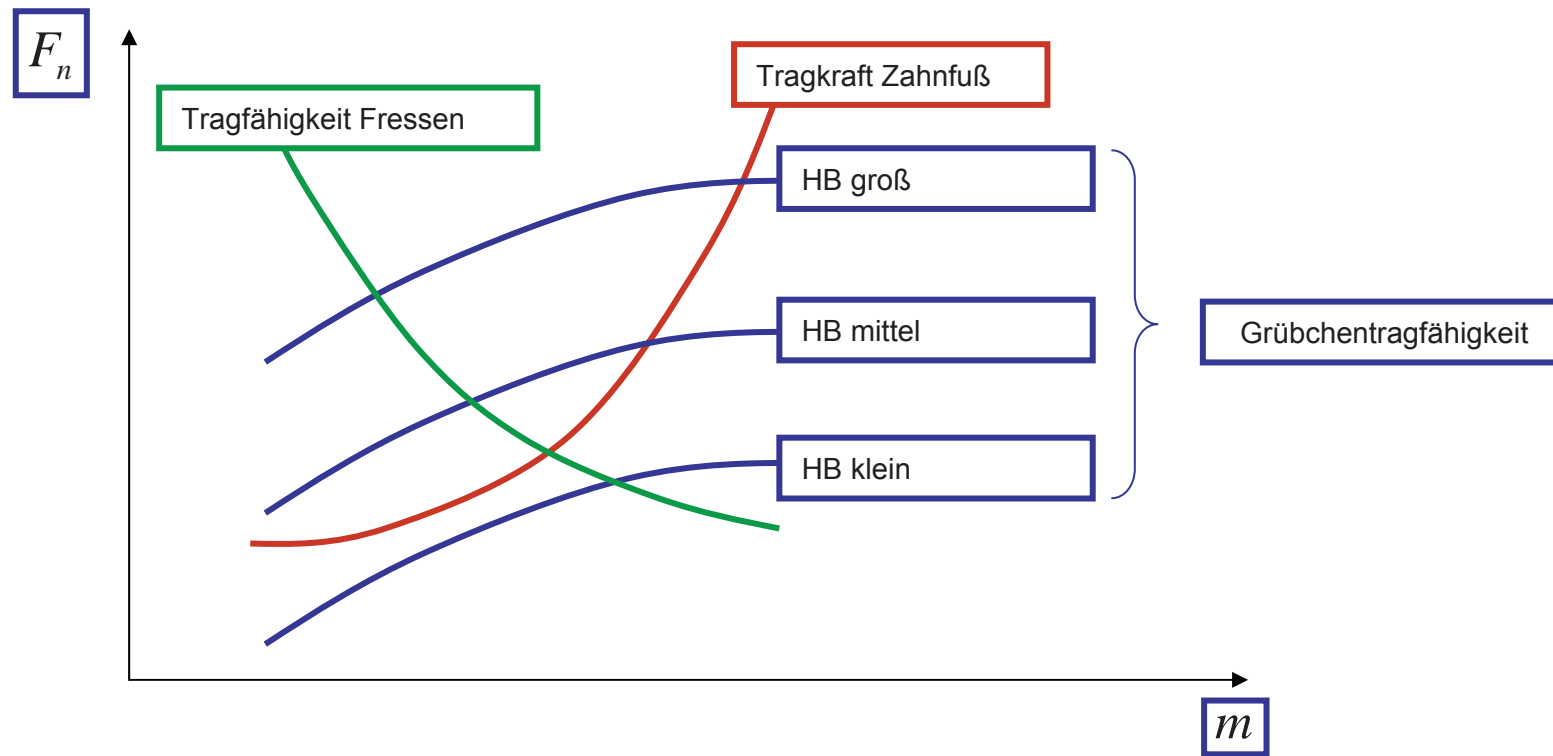
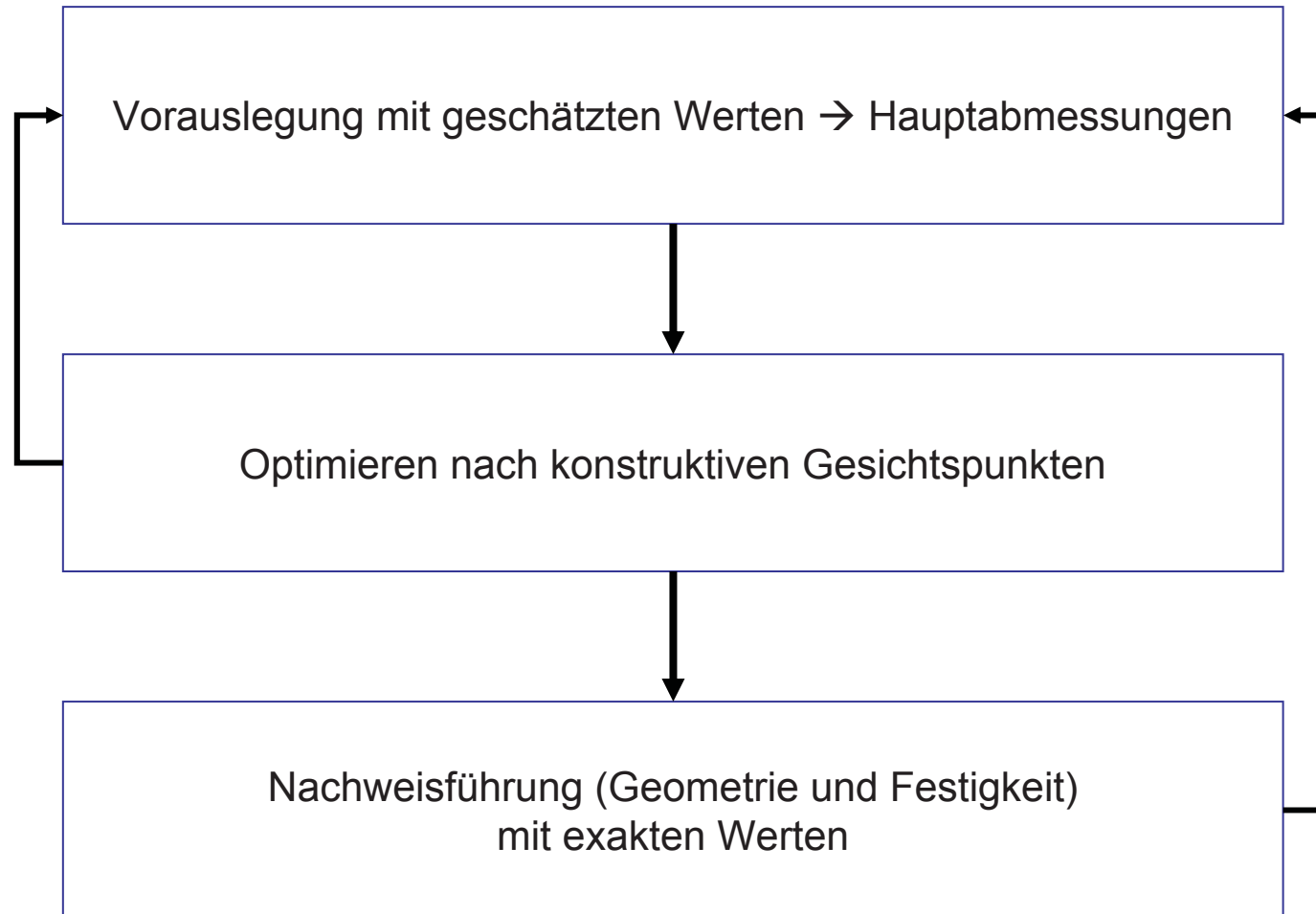


4. Vorgehensweise bei der Auslegung von Verzahnungen

- Das sehr komplexe Gebilde mit vielen Einflussgrößen erfordert ein iteratives Hintasten, basierend auf Ungefährwerten.





• gegeben: $P, M_t, n_{an}, n_{ab}, i, (a)$

gesucht: d_1, d_2, m, b, a

Parameter: $Werkstoffe (\sigma_{F\lim}, \sigma_{H\lim}), Z\ddot{a}hnezahlen, x, \beta,$
 $Y-, Z-, K - Faktoren$

- z_1 zwischen 10 und 20 wählen, damit das Getriebe möglichst klein wird. Dabei sollte bei $z_1 < 14$ aufgrund der geringen Tragfähigkeit bei Null-Verzahnung eine Profilver_schiebung oder eine Schrägverzahnung gewählt werden.
- Um Schwingungen und Geräusche gering zu halten, sollten z_1 und z_2 möglichst keinen gemeinsamen Teiler aufweisen.
- Bei gehärteten Räder können kleinere Abmessungen gewählt werden. Daher sollten ungehärtete Räder nur dann gewählt werden, wenn z.B. große Achsabstände sowie keine Gewichtsbeschrankungen vorliegen.

Vorgehensweise bei der Auslegung von Verzahnungen

- Bei Leistungsgetrieben und üblichen Werkstoffen ist meist die Flankenfestigkeit für die Dimensionierung maßgebend. Die Umformulierung der bekannten bei Gleichungen liefert:

$$d_1 = \frac{Z_E^2 * Z_H^2 * K_V * K_{H\beta} * (i+1) * F_{T1,eq}}{\sigma_{Hzul}^2 * i * b} \quad \text{mit} \quad F_{T1,eq} = \frac{2 * M_{T1,eq}}{d_1}$$

$$\boxed{z_1^2 * m^2} = d_1^2 = \frac{Z_E^2 * Z_H^2 * K_V * K_{H\beta} * (i+1) * 2 * M_{T1,eq}}{\sigma_{Hzul}^2 * i * \boxed{b/m}} \quad \text{mit} \quad d_1 = z_1 * m$$

Die Auslegungsgleich zur Bestimmung des Moduls für Verzahnungen lautet:

$$m_{\min} = \sqrt[3]{\frac{2 * M_{T1,eq} * Z_E^2 * Z_H^2 * K_V * K_{H\beta} * (i+1)}{\frac{b}{m} * z_1^2 * \sigma_{Hzul}^2 * i}}$$

Vorgehensweise bei der Auslegung von Verzahnungen

- Aus Aufgabenstellung: $M_{t1,eq}, i$
- Vorauswahl
 - Werkstoff $Z_E, \sigma_{H\lim}, (\sigma_{F\lim})$
 - Sicherheiten $S_H = 1,25, (S_F = 1,7)$
 - Zähnezahlen $z_1 = 10...20 \rightarrow z_2 = z_1 * i$
 - Breitenverhältnis $\frac{b}{m}, \frac{b}{d_1} \rightarrow \text{Erfahrungswerte}$
 - Profilverschiebung Σx

Vorgehensweise bei der Auslegung von Verzahnungen

- Die Faktoren werden zunächst geschätzt:

$$K_{AB} = 1,2$$

$$K_V = 1,2$$

$$K_{H\beta} = 1,5$$

$$Z_L = Z_V = Z_R = 1$$

$$\sigma_{Hzul} = \sigma_{Hlim} / S_H$$

- Der so rechnerisch ermittelte kleinstmögliche Modul wird dem genormten Modul DIN 780 angeglichen und damit einige Kenngrößen durch Aufstellen einer Tabelle ausgerechnet.

m	b/h	b	d ₁	b/d ₁	a

Reihe 1	0,1	0,12	0,16	0,20	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
	0,9	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5	6	8
	10	12	16	20	25	32	40	50	60		
Reihe 2	0,11	0,14	0,18	0,22	0,28	0,35	0,45	0,55	0,65	0,75	0,85
	0,95	1,125	1,375	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7	9
	11	14	18	22	28	36	45	55	70		

Modulreihen 1 und 2 für Stirn- und Kegelräder (DIN 780)

Vorgehensweise bei der Auslegung von Verzahnungen

- Die Tabelle wird mit Bauformen üblicher Zahnräder verglichen. Durch Variation wird der endgültige Modul festgelegt.

Verhältnis b/d_1		Verhältnis b/m	
ungehärtet und vergütet	$\leq 1,4 \dots 1,6$	Qualität IT 10 ,labiles Gehäuse	$< 10 \dots 15$
einsatz- und oberflächengehärtet	$\leq 1,1$	Qualität IT 8 ,fliegende Lagerung	$< 15 \dots 25$
nitriert	$\leq 0,8$	Qualität IT 6-7 ,gute Lagerung	$< 20 \dots 30$
		Qualität IT 6-7 ,parallele starre Lagerung	$< 25 \dots 35$
Die obigen Werte gelten bei beidseitiger symmetrischer Lagerung,		Mindestverhältnis	
bei unsymmetrischer Lagern hiervon	80 %	wegen axialer Steifigkeit der Zähne	> 6
bei fliegender Lagerung hiervon	50 %	wegen axialer Steifigkeit des Rades	$> d_{a2}/12$
bei steigendem b/d_1 und b/m erhöhen sich die Anforderungen an die Genauigkeit der Herstellung und an die Starrheit von Wellen und Lagerungen. Beachte auch die Torsionsverformungen der Ritzelwelle.			

Breiten-Durchmesserverhältnis und Breiten-Modulverhältnis üblicher Getriebe

Berechnungsbeispiel zur Auslegung einer Verzahnung

Aufgabe: Es ist ein Zusatzgetriebe eines Maschinenhauskranes zu dimensionieren.

$$P = 40 \text{ kW} = 40.000 \text{ W} \quad n_{an} = 71 \text{ min}^{-1} = 1,183 \text{ s}^{-1} \quad n_{ab} = 15 \text{ min}^{-1} = 0,25 \text{ s}^{-1}$$

$i = 4,73$

Das Nenndrehmoment an der Antriebswelle beträgt:

$$M_{T1,nenn} = \frac{P_{nenn}}{\omega_{nenn}} = \frac{60 * P}{2 * \pi * n} = 5381 \text{ Nm}$$

Zähnezahlen: $z_1 = 15$ $z_2 = 71$

nach Tabelle: $b / m < 20$ $b / d_1 < 1,4$ (Qualität IT7, gute Lagerung)

Vorgehensweise bei der Auslegung von Verzahnungen

Faktoren: $K_A = 1,2$ $K_V = 1,1$ $Z_L = Z_V = Z_R = 1$

$Z_E = 181,4$ $Z_H = 2,5$

Vorgehensweise bei der Auslegung von Verzahnungen

Erster Versuch: Ausgewählt werden folgende Werkstoffe für:

- Ritzel: 42CrMo4 vergütet

$$\rightarrow \sigma_{F \text{ lim, Ritzel}} = 290 \text{ N/mm}^2$$

$$\rightarrow \sigma_{H \text{ lim, Ritzel}} = 670 \text{ N/mm}^2$$

- Rad: GGG-60

$$\rightarrow \sigma_{F \text{ lim, Rad}} = 220 \text{ N/mm}^2$$

$$\rightarrow \sigma_{H \text{ lim, Rad}} = 490 \text{ N/mm}^2$$

$$m_{\min} = \sqrt[3]{\frac{2 * M_{T1,eq} * Z_E^2 * Z_H^2 * K_V * K_{H\beta} * \frac{i+1}{i}}{\frac{b}{m} * z_1^2 * \sigma_{Hzul}^2}}$$

$$M_{T,eq} = K_A * M_{T1,nenn}$$

Nächster
Normmodul

$$m_{\min} = \sqrt[3]{\frac{2 * 5381 \text{ Nm} * 1000 \text{ mm} / m * 1,2 * 181,4^2 * 2,5^2 * 1,1 * 1,5 * \frac{4,73+1}{4,73}}{20 * 15^2 * \left(\frac{490}{1,25}\right)^2}} = 19,0 \text{ mm} \rightarrow m = 20 \text{ mm}$$

Erster Versuch: Abschätzung der Getriebegröße

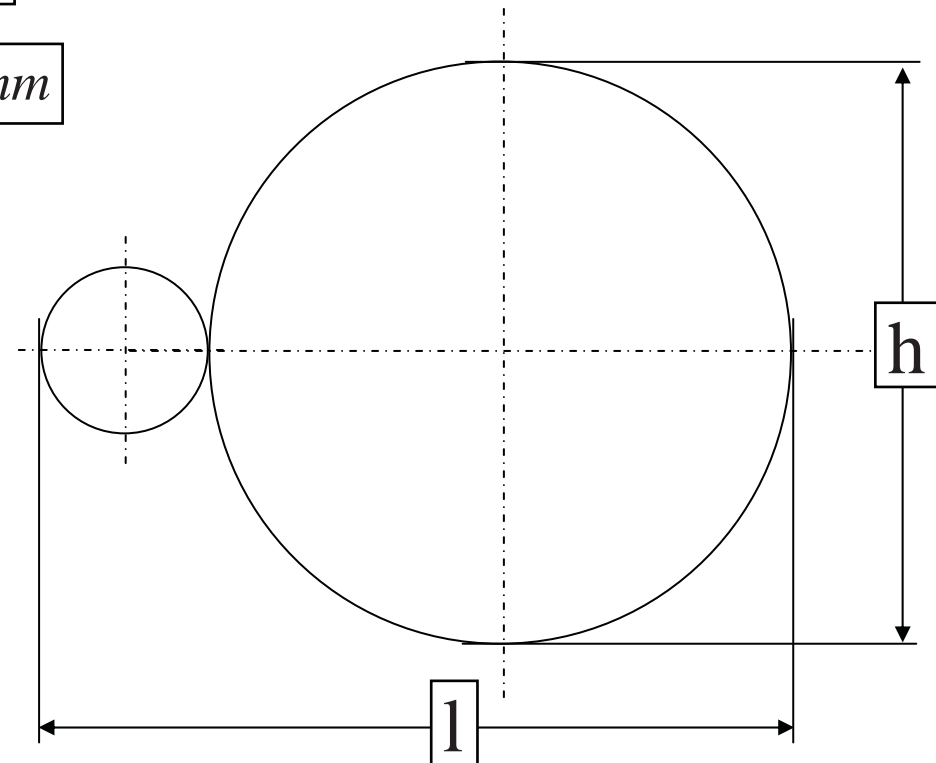
$$d_1 = m * z_1 = 20mm * 15 = 300mm$$

$$d_2 = m * z_2 = 20mm * 71 = 1.420mm$$

$$l = d_1 + d_2 = 1.720mm$$

$$h = d_2 = 1.420mm$$

→ Abmaße zu groß



Zweiter Versuch: Ausgewählt werden folgende Werkstoffe für:

- Ritzel: 42CrMo4 gehärtet

$$\rightarrow \sigma_{H \text{ lim, Ritzel}} = 1.380 \text{ N/mm}^2$$

- Rad: 42CrMo4 gehärtet

$$\rightarrow \sigma_{H \text{ lim, Rad}} = 1.380 \text{ N/mm}^2$$

Abschätzung der Lebensdauer \rightarrow insgesamt 15 Betriebsstunden im 1. Gang

\rightarrow Ritzel: $N_{L1} = 63.900 \text{ Lastwechsel}$

\rightarrow Rad: ~~$N_{L2} = 13.500 \text{ Lastwechsel}$~~

Mit $S_H=1$ ergibt sich hieraus ein Lebensdauerfaktor für:

[Siehe Folie 252](#)

- Ritzel: $Z_{NT1} = 1,6$

- Rad: ~~$Z_{NT2} = 1,6$~~

Zweiter Versuch:

Damit ergibt sich eine zulässige Flächenpressung für das Ritzel:

$$\sigma_{Hzul,Ritzel} = \frac{\sigma_{H\ lim} * Z_{NT}}{S_H} * Z_L * Z_V * Z_R$$

→ Siehe Folie 253

$$\sigma_{Hzul,Ritzel} = \frac{1.380\text{ N/mm}^2 * 1,6}{1} * 1 = 2.208\text{ N/mm}^2$$

Damit errechnet sich folgender minimaler Modul

$$m_{\min} = \sqrt[3]{\frac{2 * 5381\text{ Nm} * 1000\text{ mm/m} * 1,2 * 189,8^2\text{ N/mm} * 2,5^2 * 1,1 * 1,5}{20 * 15^2 * (2.208)^2} * \frac{4,73 + 1}{4,73}}$$

$$m_{\min} = 6,4\text{ mm} \rightarrow m = 6\text{ mm}$$

Zweiter Versuch:

Bei gleich bleibender Ritzelbreite wird infolge der Wellendurchbiegung ein Verhältnis

$\frac{b}{d_1} < 1,2$ angestrebt. Somit ergeben sich:

m [mm]	b/m	d ₁ [mm]	b/d ₁	d ₂ [mm]	a [mm]
6	20	90	1,33	426	516
7	17,14	105	1,14	497	602

5. Evolventenverzahnung als Schrägverzahnung

- Ein Hauptnachteil der bisher behandelten Geradverzahnungen besteht im

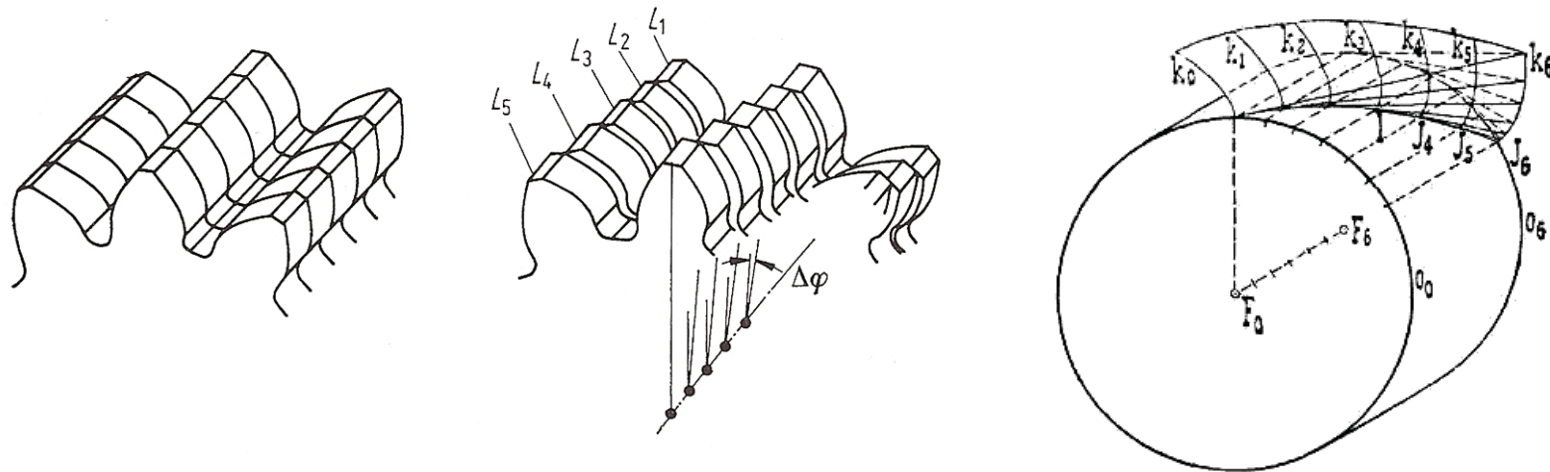
plötzlichen Eingriff bezogen auf die volle Zahnradbreite

→ Stöße → schlechtere Laufruhe und Geräusentwicklung

→ nicht geeignet im Automobilbau

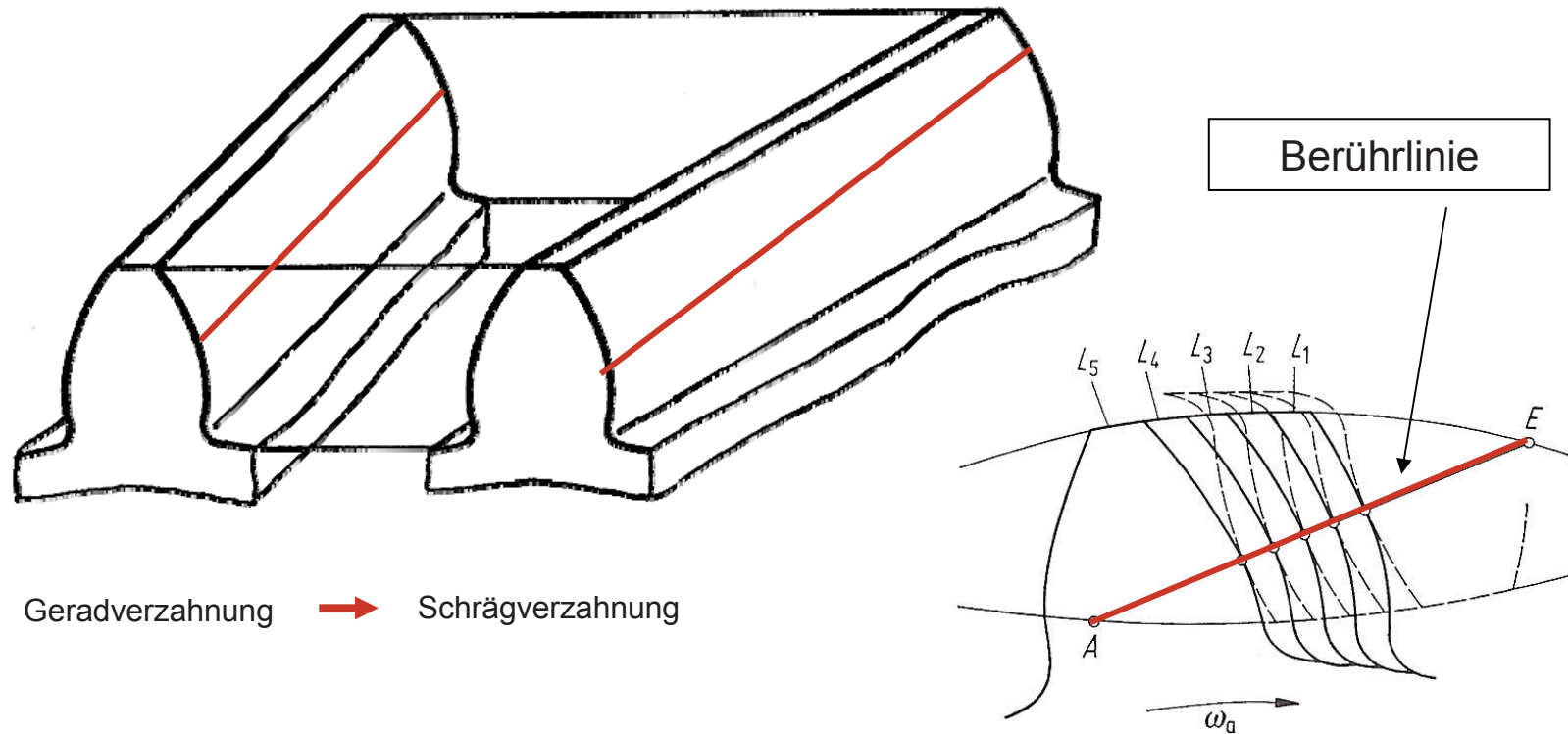
Evolvertenverzahnung als Schrägverzahnung

- Um dies zu vermeiden, wird das Zahnrad in infinitesimal dünne „Scheiben“ eingeteilt, die schraubenförmig gegeneinander versetzt werden.



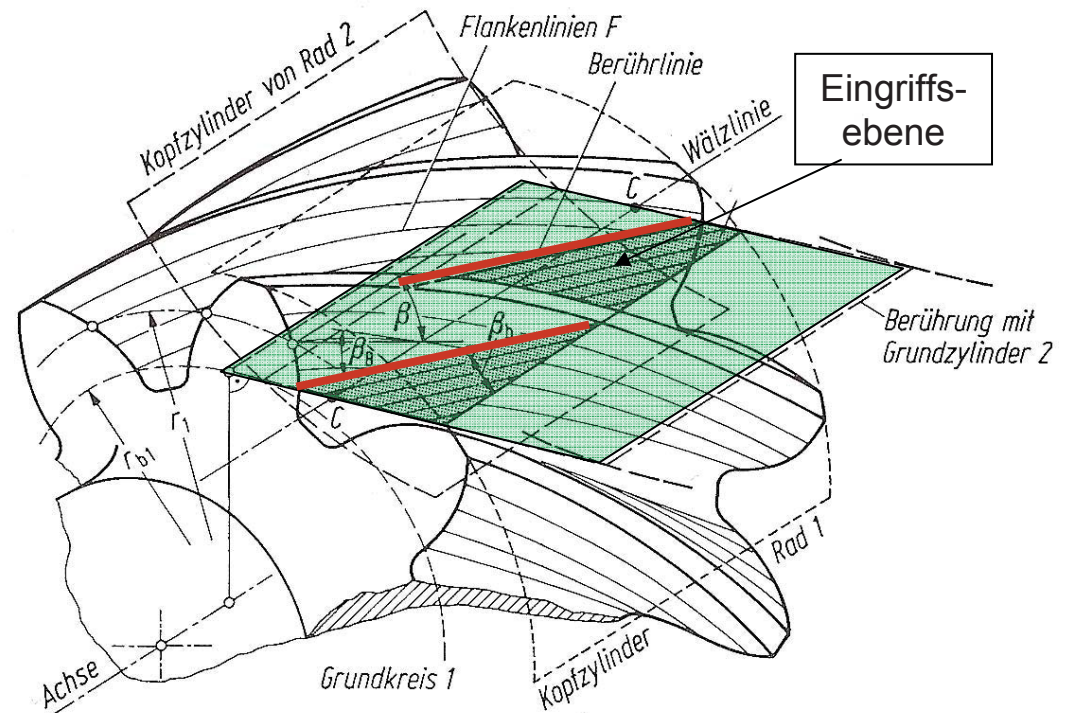
Evolventenverzahnung als Schrägverzahnung

- Die Berührlinie verläuft schräg über die Zahnflanke. Sie ist dann eine Gerade, wenn der Schrägungswinkel über die Zahnbreite konstant ist.



Evolventenverzahnung als Schrägverzahnung

- Die Herstellung des Rades geschieht durch Schrägstellung, des Werkzeugs, dadurch entsteht ein schraubenförmiger Zahn.
- Außer bei sehr schmalen Rädern sind stets mehrere Zähne im Eingriff.



Schrägstirnrad mit Eingriffsebene und Berührlinie

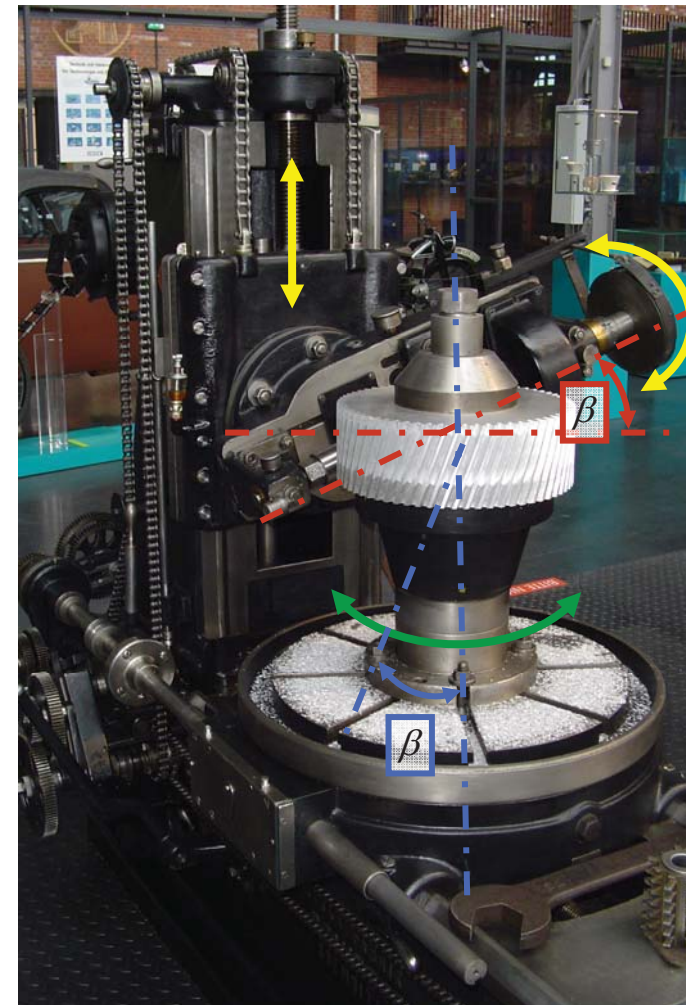
Evolvertenverzahnung als Schrägverzahnung

- Analog zur Geradverzahnung erfolgt der Abwälzvorgang bei der Schrägverzahnung in einer Ebene senkrecht zur Drehachse.

→ Alle Evolverten- und Abrollgesetze gelten für den „Stirnschnitt“

- Zur Ableitung der Verzahnungsgrößen im Stirnschnitt, wird ein Normalschnitt gelegt, d.h. der Schnitt, in dem das Herstellwerkzeug das genormte Profil besitzt.

β ... Schrägungswinkel = Winkel zwischen Flankenlinien und Radachse

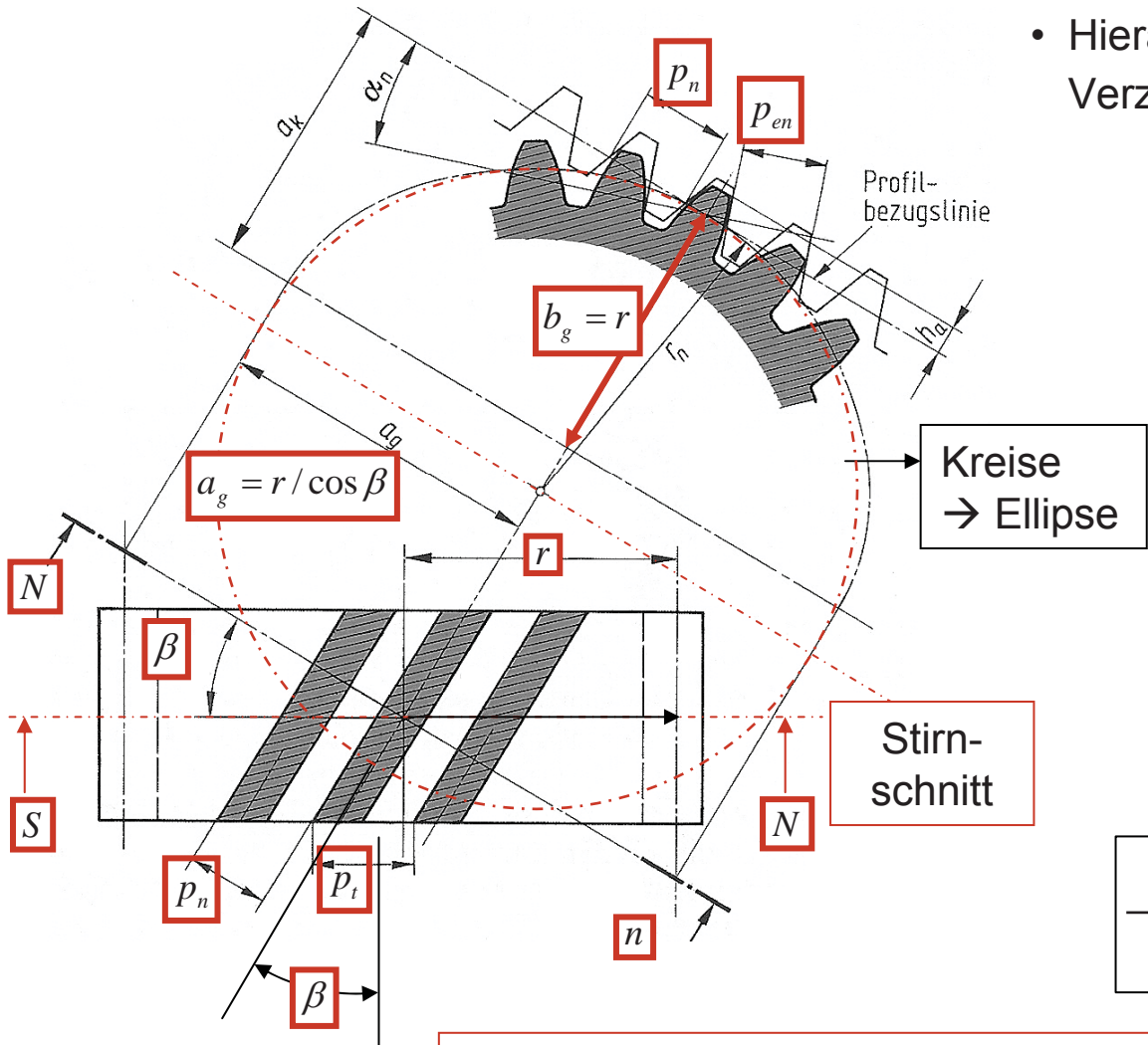




Herstellung einer Schrägverzahnung durch Abwälzfräsen

Evolvertenverzahnung als Schrägverzahnung

N-N ... Normalschnitt → Schnitt senkrecht zur Flankenlinie (Index n)



- Hieraus ergeben sich folgende Verzahnungsgrößen:

Teilung im Stirnschnitt

$$p_t = p_n / \cos \beta$$

Normalmodul

$$m = m_n = \frac{p_n}{\pi} \quad \text{s. Folie 52}$$

Modul im Stirnschnitt m_t

$$\rightarrow m_t = \frac{p_t}{\pi} = \frac{p_n}{\pi \cdot \cos \beta} = \frac{m_n}{\cos \beta}$$

Stirnschnitt → Schnitt senkrecht zur Radachse (Index t)

Krümmungsradien:

$a_g \dots$	große Halbachse
$b_g \dots$	kleine Halbachse

- Indem der große Krümmungsradius der Teilkreisellipse durch einen Ersatzkreis $d_n = 2 * r_n$ ersetzt wird, erhält man ein virtuelles Geradstirnrad, das den Verhältnissen einer Schrägverzahnung im Normalschnitt entspricht.

Ersatzradius für
Normalschnitt:

$r_n = \frac{a_g^2}{b_g} = \frac{r^2 / \cos^2 \beta}{r} = \frac{r}{\cos^2 \beta}$

oder
$$d_n = \frac{d}{\cos^2 \beta} = m_n * z_n$$

- Die Zähnezahzahl des Ersatzstirnrades ergibt sich somit zu:

$$z_n = \frac{d_n}{m_n} = \frac{d}{m_n \cdot \cos^2 \beta}$$

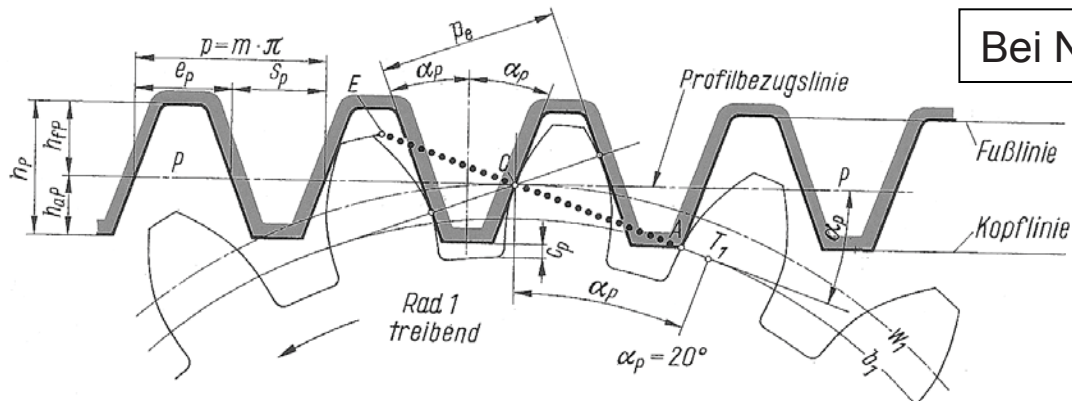
$$d = z \cdot m$$

$$m_t = m_n / \cos \beta$$

$$z_n = \frac{z \cdot m}{m_n \cdot \cos^2 \beta} = \frac{z \cdot m_n}{m_n \cdot \cos^2 \beta \cdot \cos \beta} = \frac{z}{\cos^3 \beta}$$

- Die Ersatzzähnezahzahl z_n ist nicht mehr ganzzahlig und immer größer als die Zähnezahzahl im Stirnschnitt.
- Üblicherweise werden Schrägungswinkel von $\beta = 8^\circ \dots 30^\circ$ verwendet, da bei $\beta < 8^\circ$ die Vorteile der Schrägverzahnung zu gering und bei $\beta > 30^\circ$ die auftretenden Axialkräfte zu groß werden.

Evolvertenverzahnung als Schrägverzahnung



Evolverten-Planverzahnung (Zahnstangenprofil als Bezugsprofil)

Bei Nullverzahnung bzw. V-Nullverzahnung

$$\alpha_p = \alpha_n = 20^\circ \rightarrow \text{Norm}$$

α_p ... Profilwinkel

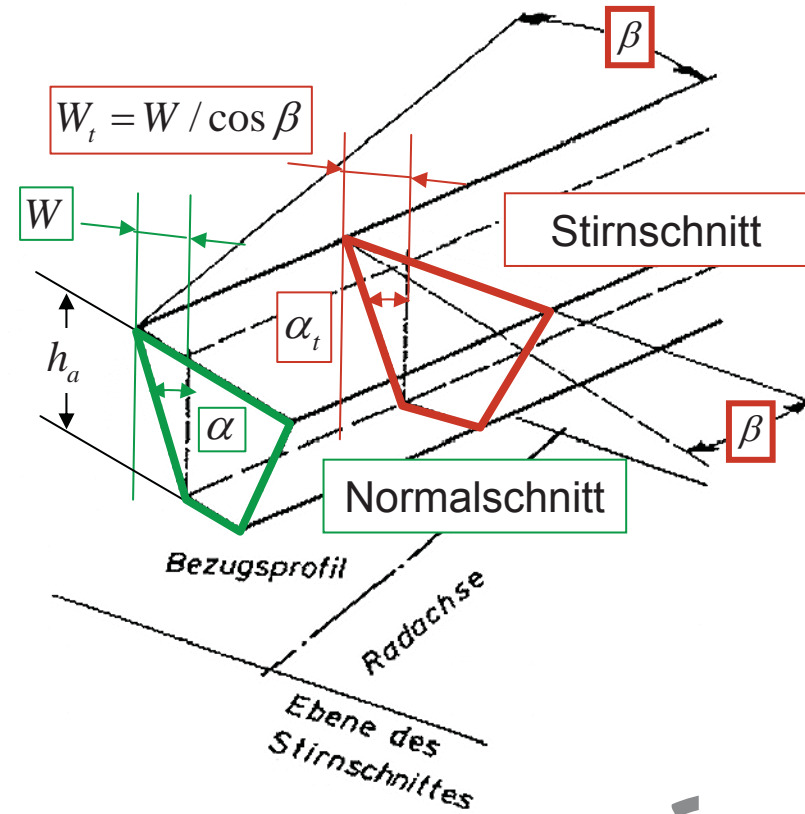
$$\alpha = \alpha_n \dots \text{Normaleingriffswinkel}$$

- Aus der Schräganstellung des Werkzeugs ergibt sich der Eingriffswinkel im Stirnschnitt

$$\tan \alpha_t = \frac{W_t}{h_a} = \frac{W}{h_a \cdot \cos \beta}$$

$$\tan \alpha = \frac{W}{h_a}$$

$$\rightarrow \tan \alpha_t = \frac{\cos \alpha_n}{\cos \beta}$$



- Das Herstellwerkzeug entspricht dem Profil des Normalschnitts. Indem das Werkzeug dem entsprechend geschwenkt wird, kann dasselbe Zahnstangenwerkzeug für alle Schrägungswinkel benutzt werden.

→ also für Gerad- und Schrägverzahnungen gleichermaßen

Evolvertenverzahnung als Schrägverzahnung

- Infolge des Abwälzvorgangs ist der praktisch Zahn schraubenförmig um einen Zylinder gewickelt. Dabei ist die Steigung konstant. Aus dieser Bedingung leitet sich ein über die Zahnhöhe variierender Schrägungswinkel ab. So beträgt beispielsweise der Schrägungswinkel am Grundkreis

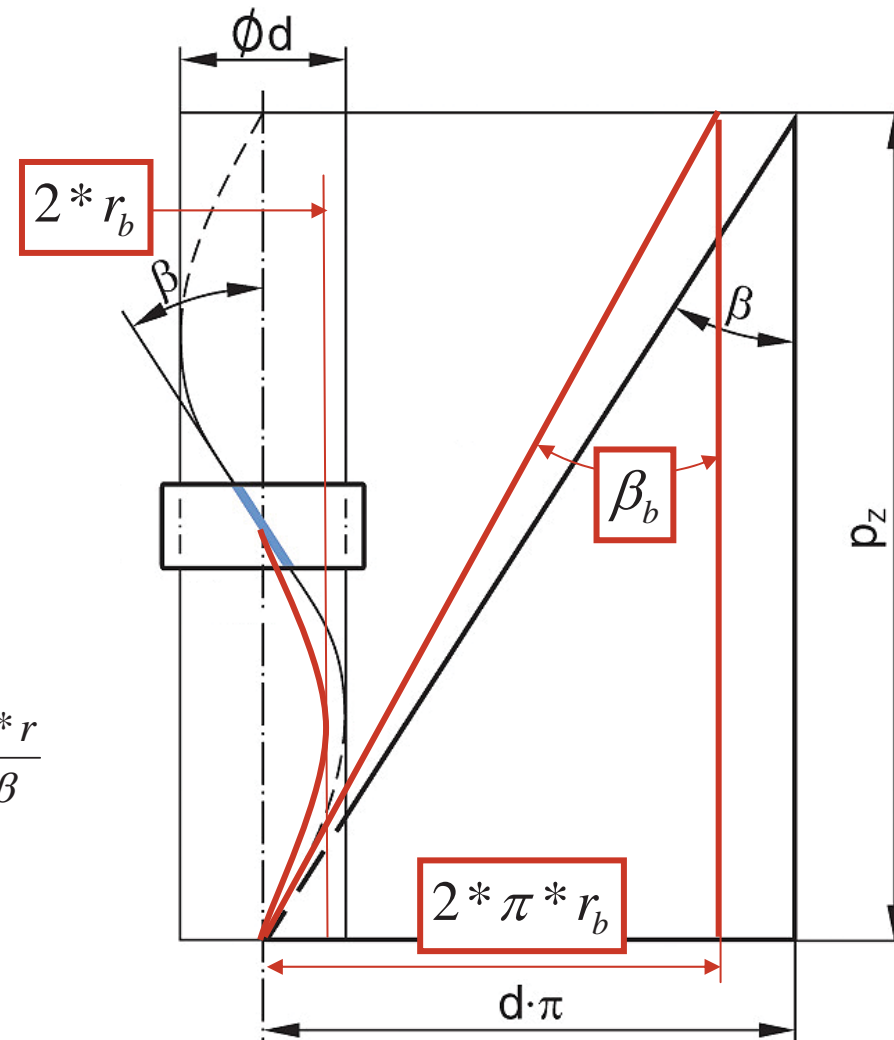
$$\tan \beta_b = \frac{2 * \pi * r_b}{p_z}$$

wobei

$$p_z = \frac{2 * \pi * r}{\tan \beta}$$

$$\rightarrow \tan \beta_b = \frac{r_b}{r} * \tan \beta$$

allgemein: $\tan \beta_y = \frac{r_y}{r} * \tan \beta$



Flankenlinie als Teil der Schraubenlinie

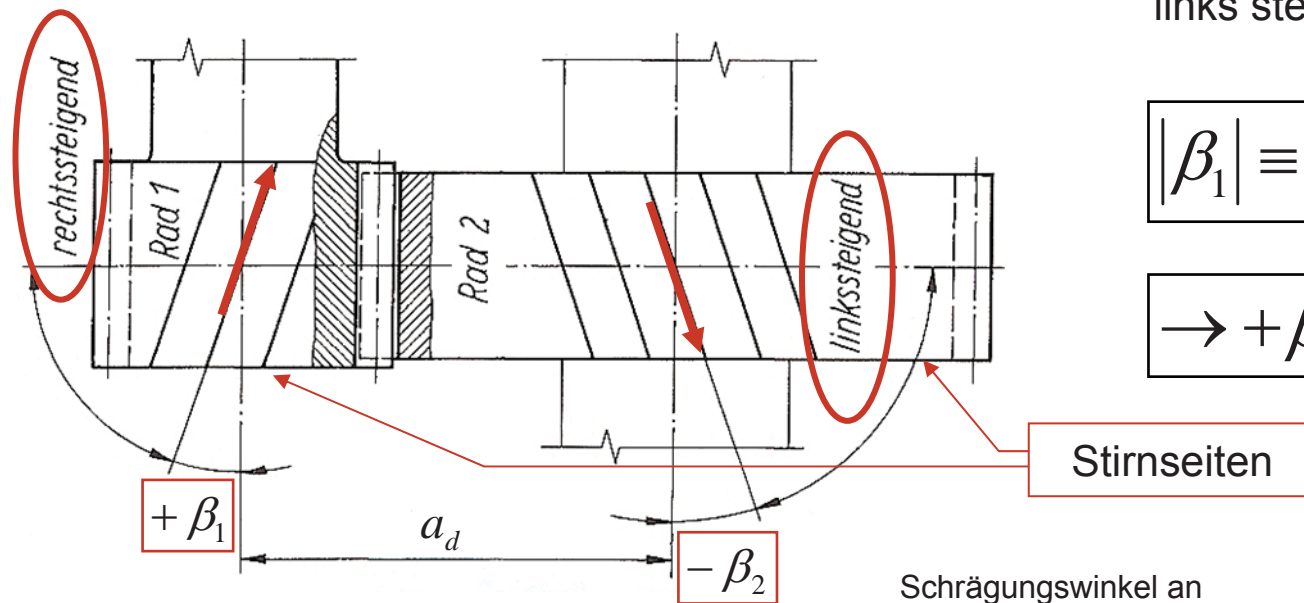
Evolvertenverzahnung als Schrägverzahnung

- Als Bezugsmaß dient immer der Schrägungswinkel β am Teilzylinder (= Teilkreis).
- Man unterscheidet – wie bei den Schrauben – zwischen rechts und links steigende Räder. Bei der Paarung außenverzahnter Stirnräder ist immer ein Rad rechts und das andere links steigend. Dabei gilt:

rechts steigend \rightarrow +
 links steigend \rightarrow -

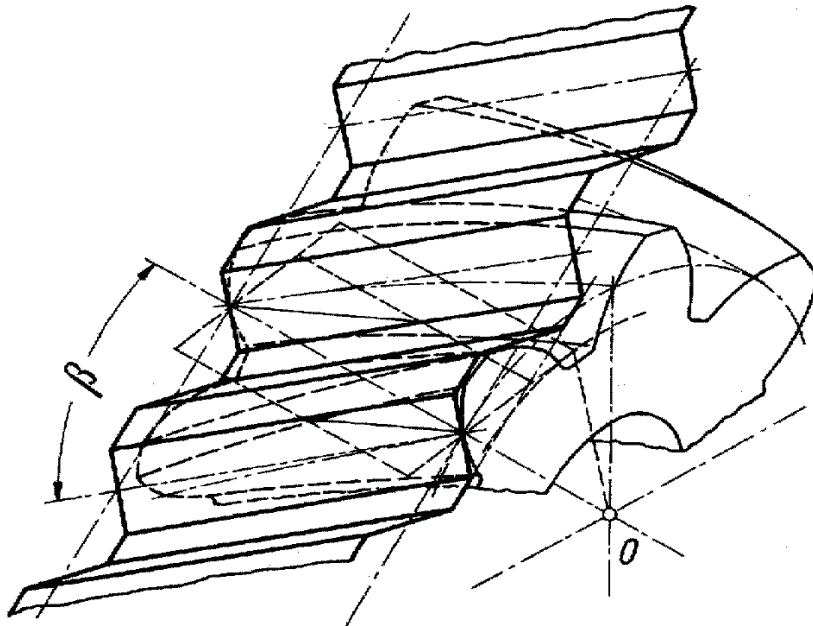
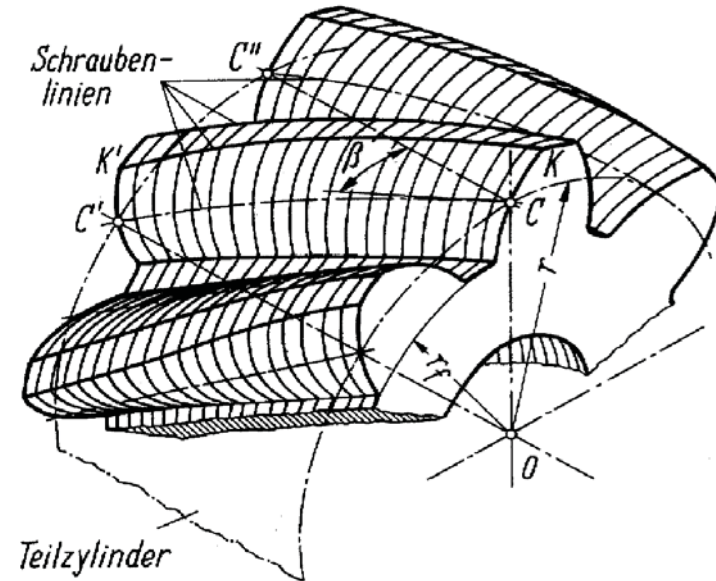
$$|\beta_1| \equiv |\beta_2|$$

$$\rightarrow +\beta_1 + (-\beta_2) = 0$$



Schrägungswinkel an gepaarten Stirnrädern

- Aus dem Abwälzvorgang resultieren gekrümmte Wälzflächen und damit ebenso gekrümmte Flankenflächen.



- Wird die Zähnezahl des unendlich groß, so ergibt sich eine Schräg-zahnstange mit ebenen Flanken und den um β geneigten Flankenlinien.

Überdeckungsgrad bei der Schrägverzahnung

- Wie bei der Geradverzahnung gilt für den **Profilüberdeckungsgrad** ε_α bei der Schrägverzahnung grundsätzlich:

Geradverzahnung: $\varepsilon_\alpha = \frac{\overline{AE}}{p_{en}} = \frac{\overline{AE}}{p_n^* \cos \alpha_n} \geq 1,1$

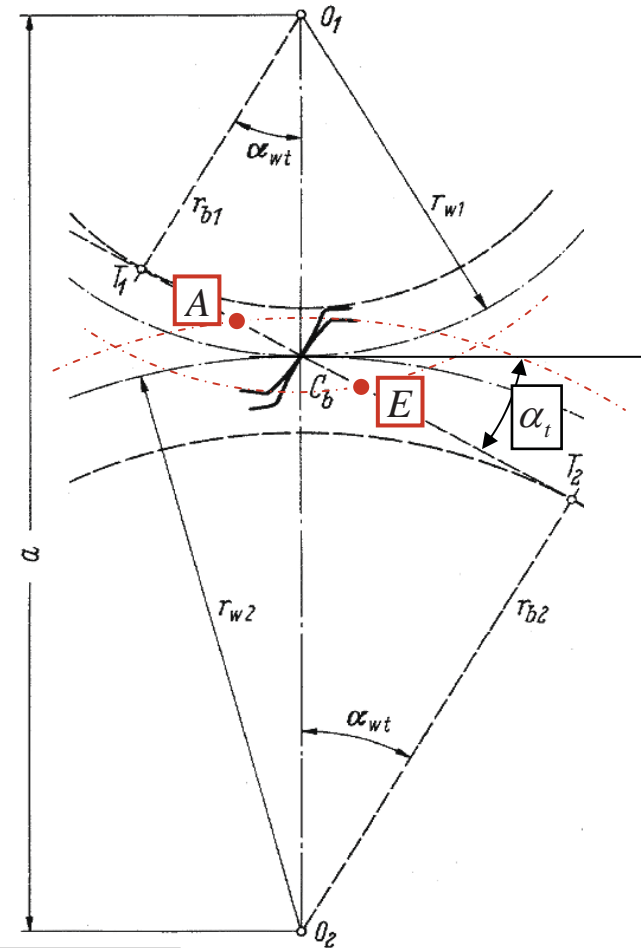
s. Folie 79

Schrägverzahnung: $\varepsilon_\alpha = \frac{\overline{AE}}{p_{et}} = \frac{\overline{AE}}{p_t^* \cos \alpha_t}$

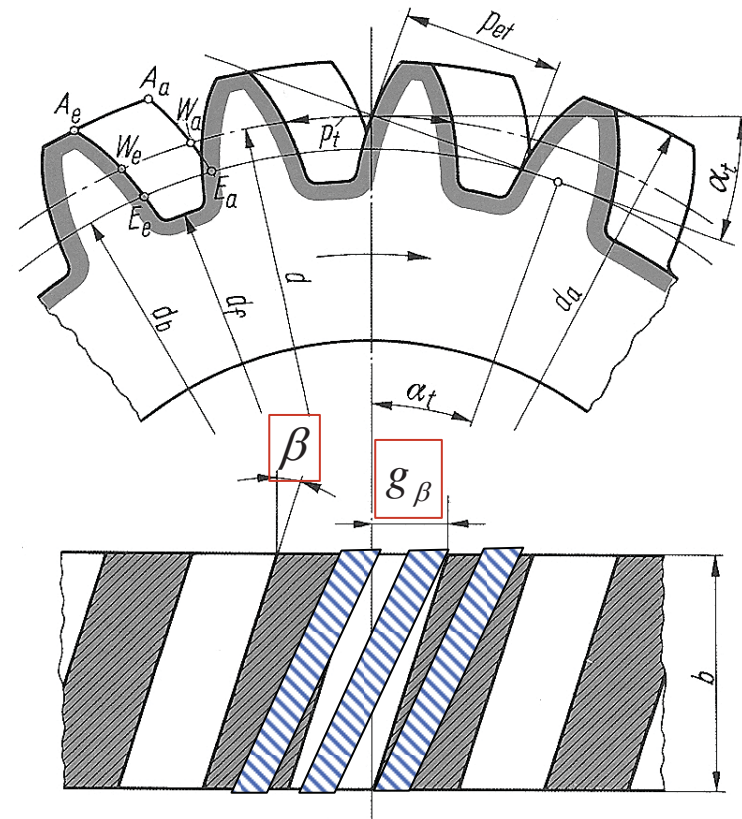
- Profilüberdeckung bei Schrägverzahnung kleiner, da:

$$\alpha_t > \alpha_n \rightarrow \tan \alpha_t = \frac{\cos \alpha_n}{\cos \beta}$$

→ Weniger Zähne im Eingriff



- Doch der Gesamtüberdeckungsgrad ε_γ schrägverzahneter Stirnradgetriebe setzt sich neben der Profilüberdeckung auch aus der **Sprungüberdeckung** ε_β zusammen.
- Durch den schraubenförmigen Verlauf der Flankenlinien sind die Stirnflächen eines Zahns um einen so genannten „Sprung“ zueinander versetzt. Dadurch kommen die Zahnpaare nicht schlagartig in Eingriff, sondern allmählich über den Sprung verteilt.
- Dadurch entsteht eine zusätzliche Sprungüberdeckung, die die im Mittel im Eingriff befindlichen Zahnpaare über die Breite angibt.



$$\varepsilon_\beta = \frac{g_b}{p_t} = \frac{b \cdot \tan \beta \cdot \cos \beta}{p_n} = \frac{b \cdot \sin \beta}{\pi \cdot m_n}$$

- Um die Stoßwirkung zu Beginn des Zahneingriffs zu minimieren, wird ein ganzzahliges Vielfaches von ε_β angestrebt.

$$\varepsilon_\beta = 1 \dots 2 \dots 3$$

Allerdings wird oftmals nur eine Sprungüberdeckung von $\varepsilon_\beta < 1$ erreicht. Die Ursachen liegen in den erforderlichen Begrenzungen ...

- der Zahnbreite $b \rightarrow$ Durchbiegung \rightarrow Eingriffsverhältnisse stimmen nicht mehr
- des Schrägungswinkels $\beta \rightarrow$ Begrenzung der axialen Lagerkräfte

- Als schwingungstechnisch günstig gilt eine Gesamtüberdeckung von $\varepsilon_\gamma > 2,5$.

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta$$

Achsabstand bei Schrägverzahnung

- Analog zur Geradverzahnung errechnet sich der Achsabstand bei der Schrägverzahnung folgendermaßen:

$$a = \frac{r_{b1} + r_{b2}}{\cos \alpha_{tw}}$$

$$r_b = r * \cos \alpha_t = \frac{m_t * z}{2} * \cos \alpha_t = \frac{m * z}{2} * \frac{\cos \alpha_t}{\cos \beta}$$

s. Seite 104

α_{tw} ...Betriebseingriffswinkel
infolge Profilverschiebung

$$a = \frac{1}{2} * \frac{m_n}{\cos \beta} * (z_1 + z_2) * \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{tw}}$$

- Damit ist man in der Lage, mit Hilfe der Schrägverzahnung und der Profilverschiebung den Achsabstand anzupassen. Üblicherweise liegt der Schrägungswinkel im Bereich von 8° bis 25°, bei Doppelschrägverzahnungen geht man bis 45°.

Zahnkräfte bei der Schrägverzahnung

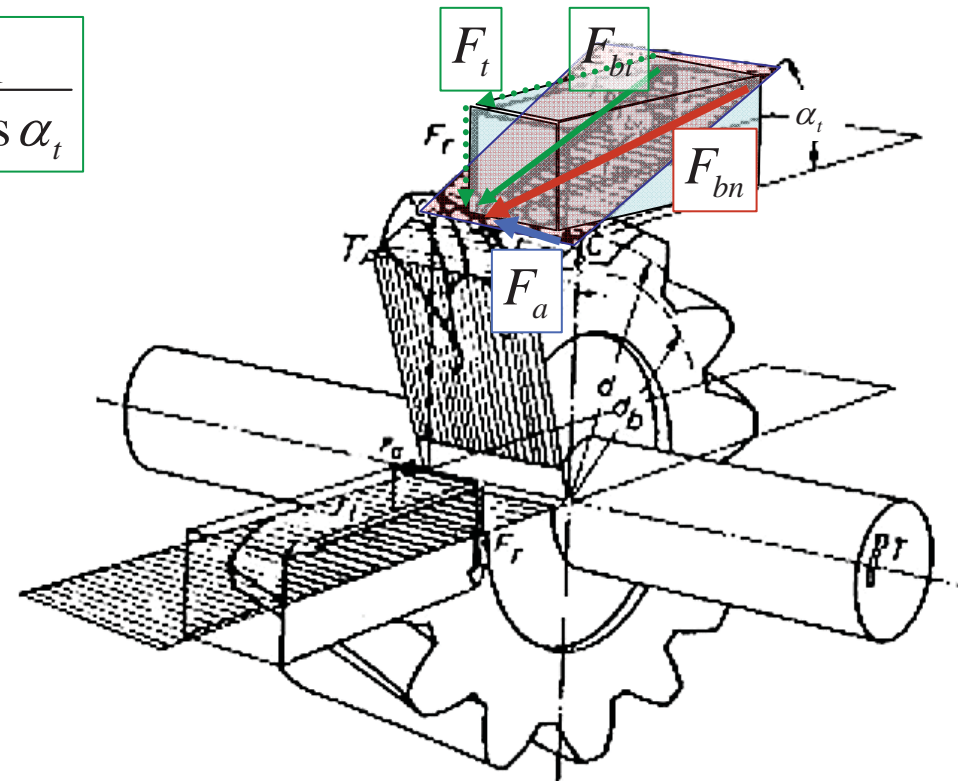
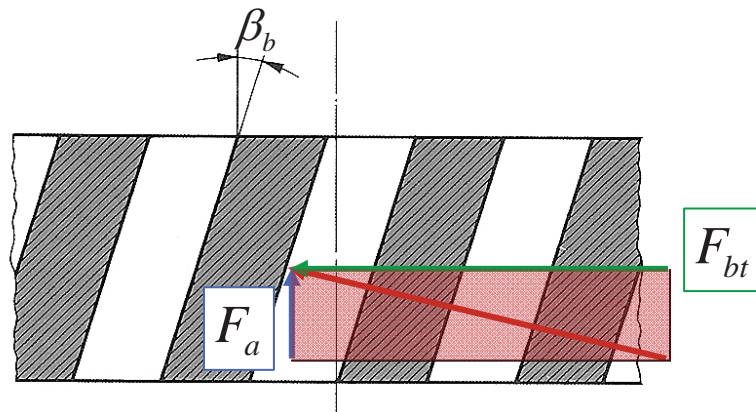
- In der Eingriffsebene wirkt die Normalkraft, dabei ist F_{bn} unter β und α_t geneigt

Die Komponentenaufteilung ergibt die Normalkraft in der Wälzebene (Stirnschnitt)

$$F_{bt} = F_{bn} * \cos \beta_b = \frac{M_{t1}}{r_{b1}} = \frac{M_{t1}}{r_1 * \cos \alpha_t}$$

$$F_r = F_{bt} * \sin \alpha_t$$

$$F_t = F_{bt} * \cos \alpha_t$$



- Die Axialkomponente der Zahnnormalkraft

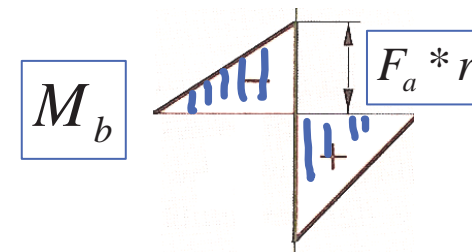
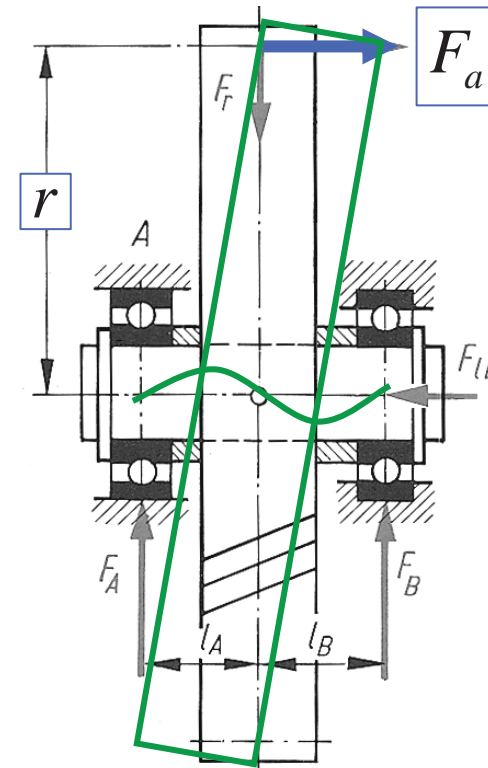
$$F_a = F_t * \sin \beta$$

verursacht

- axiale Lagerkraft
- Biegemoment

- Die Biegeverformung der Welle unter Last wirkt als Flankenrichtungsfehler und erzeugt Kantentragen. Daher sollten folgende Maßnahmen getroffen werden:

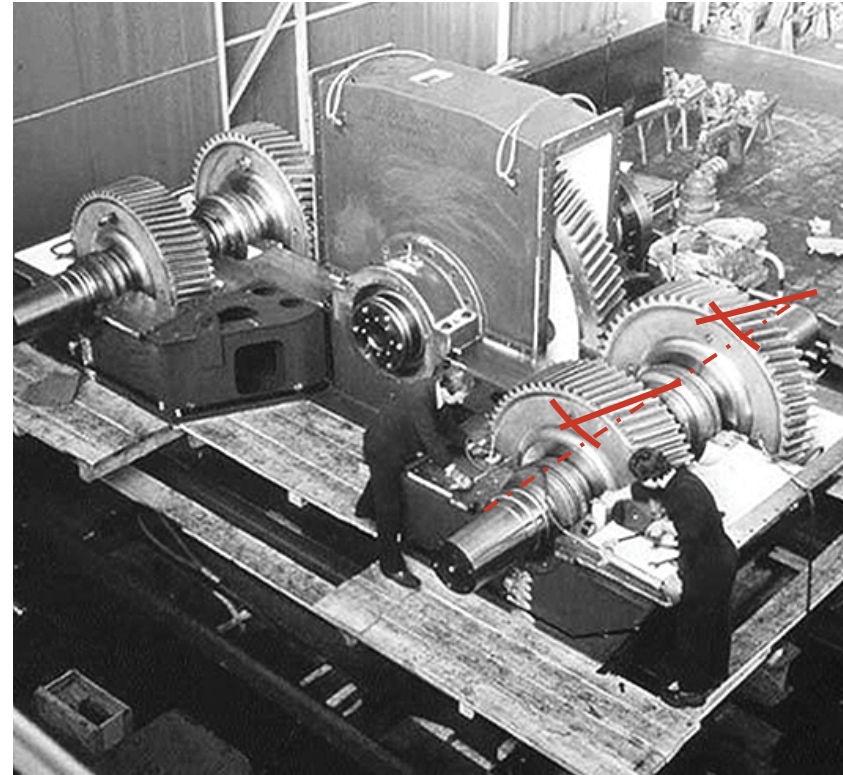
- β begrenzen \rightarrow max. 20°
- steife Welle und kleiner Lagerabstand



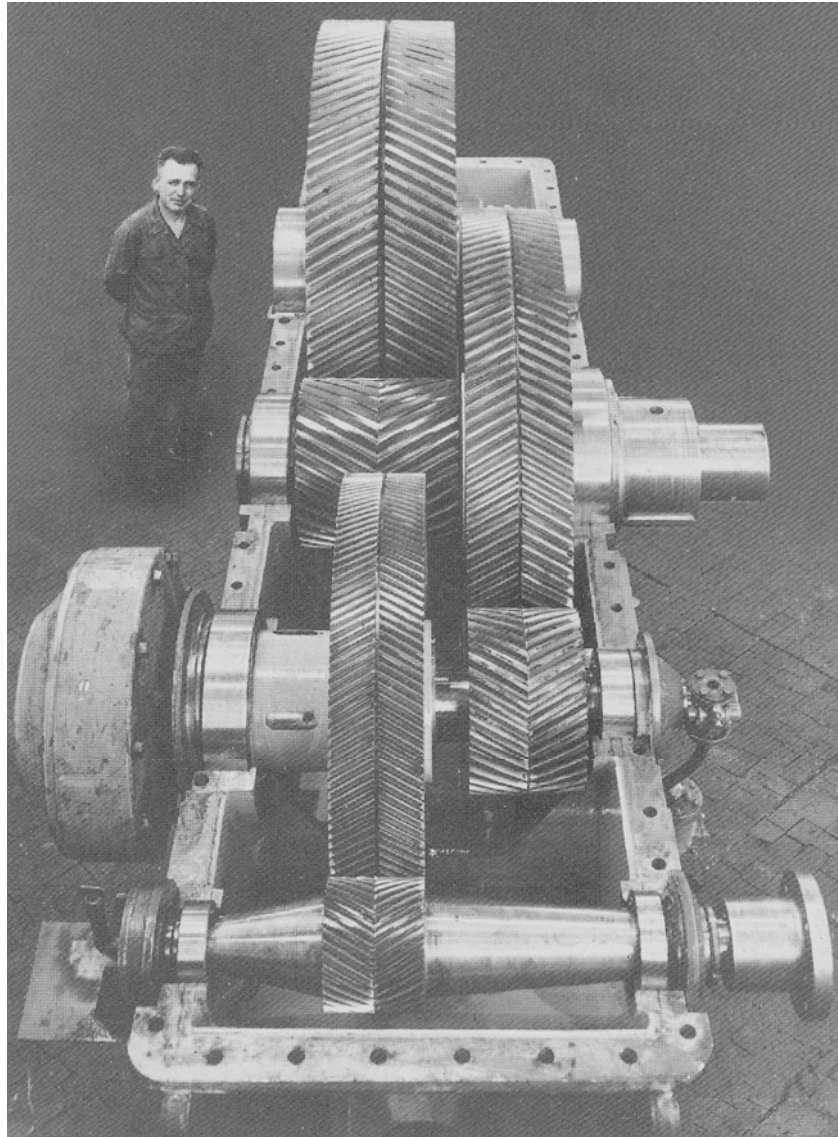
Evolventenverzahnung als Schrägverzahnung

- Ausgleich der Axialkräfte durch Anpassung der Schrägungswinkel an die Zahnbreite bei zwei- oder mehrstufigen Stirnradgetrieben.

Radpaarung benötigt bei Doppelschrägverzahnung nur ein Führungslager.



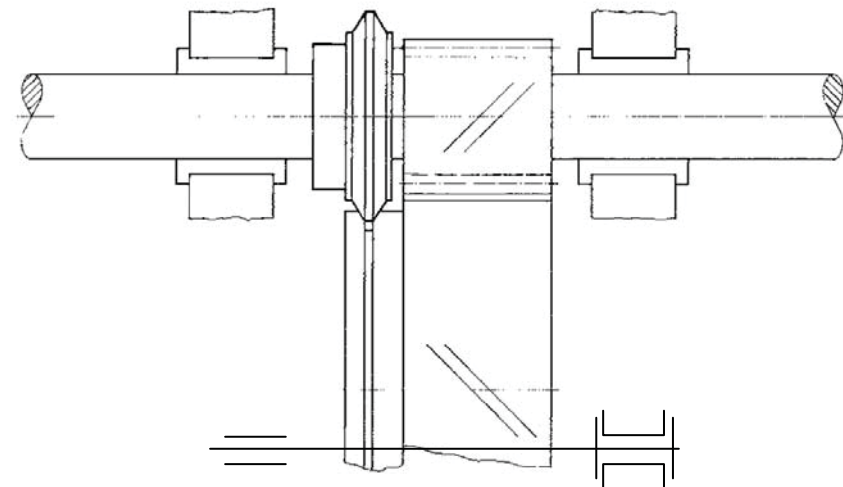
Evolventenverzahnung als Schrägverzahnung



- Bei mehreren Stufen erzeugt man bei der Pfeilverzahnung eine Aufhebung der Kräfte durch entgegengesetzte Schrägungswinkel β .

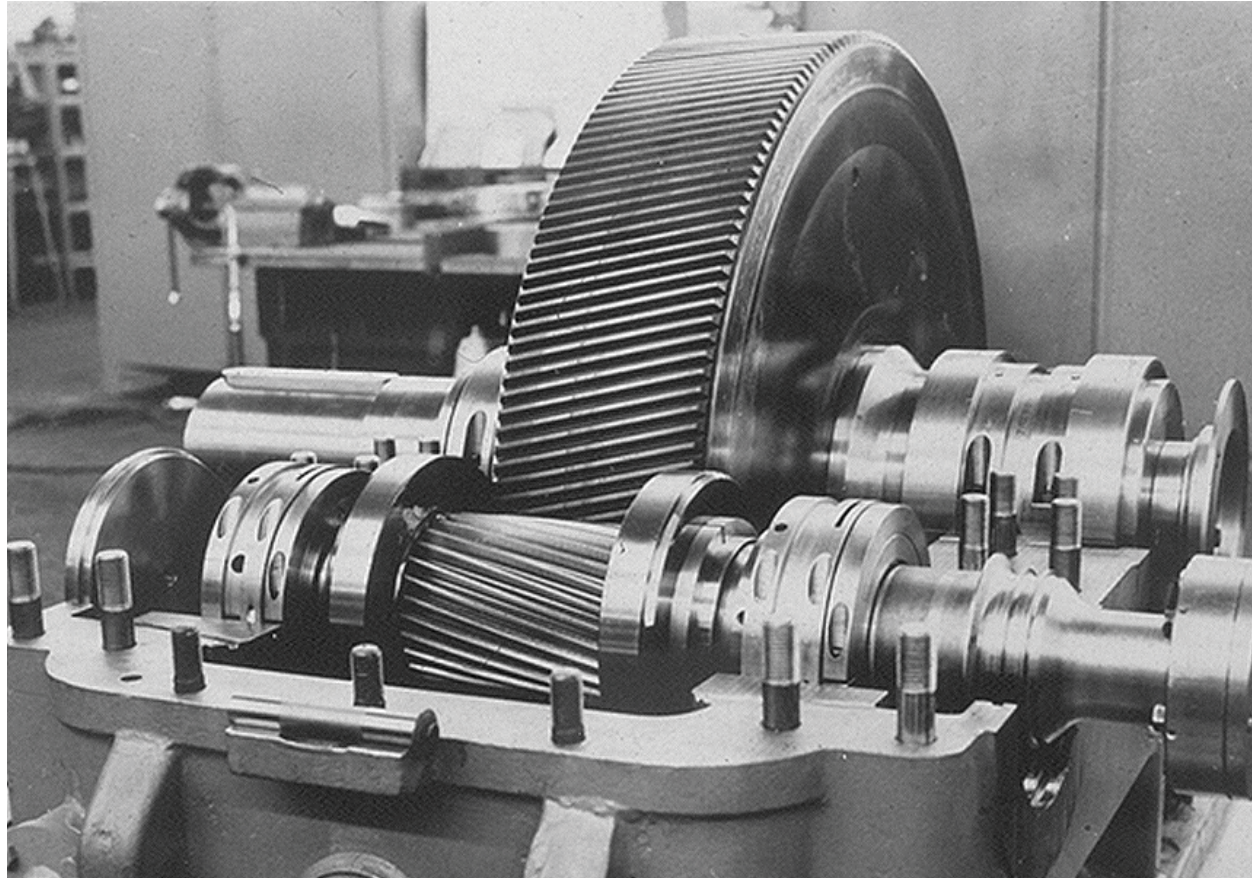
- Der Druckkamm stellt ein Maschinenelement dar, bei dem analog zur Doppel- und Pfeilverzahnung teure und bauraumintensive Axiallager wegfallen. Dabei werden die äußeren Axialkräfte auf ein Führungslager der langsam laufenden Welle übertragen. Es ist die Möglichkeit gegeben, Schrägungswinkel über 15° zu realisieren, sofern die zulässige Pressung am Druckkamm eingehalten wird.

- Entfall der teuren und fertigungs-kritischen Pfeilverzahnung
- im Vergleich zur Pfeilverzahnung werden Wärmedehnungen toleriert
- kein Kippmoment durch innere Axialkräfte
- $\varepsilon_\alpha > 2, \quad \varepsilon_\beta > 4$
- geringere Getriebeverluste →
Daher bes. für schnell laufende Wellen geeignet.



Aufnahme des Axialschubes von Schrägverzahnungen durch einen Druckkamm

Evolvertenverzahnung als Schrägverzahnung



Getriebe mit Druckkamm in einem Industrieturbinensatz

Unterschnitt bei Schrägverzahnung

- Analog zur Ermittlung der Grenzzähnezahl, bei der mit Unterschnitt des Zahnfußbereiches zu rechnen ist ergeben sich für Schrägverzahnungen

- ohne Profilverschiebung: $z > z_{gr} = \frac{2 * \cos \beta}{\sin^2 \alpha_m}$

- mit Profilverschiebung: $z > z_{gr} = \frac{2(1-x) * \cos \beta}{\sin^2 \alpha_{tw}}$

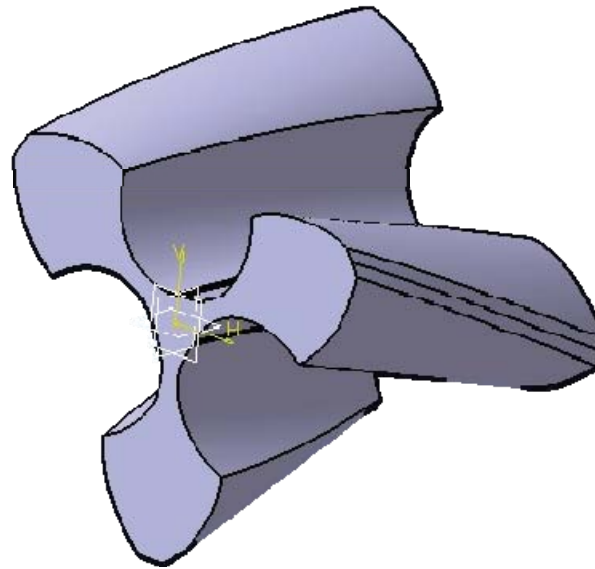
$z \in \mathbb{N}$

s. Folien 115/116

Vermeidung des Unterschnitts durch: $x, \alpha_t \rightarrow \cos \alpha_t = \frac{r_b}{r}, \beta$

- Bei vorgegebener Zähnezahl kann die erforderliche Profilverschiebung zur Vermeidung eines Unterschnitts wie folgt berechnet werden:

$$x_{erf} = 1 - \frac{z}{2 * \cos \beta} * \sin^2 \alpha_{tw}$$



Schrägverzahnntes Ritzel
mit 3 Zähnen

Bei Geradverzahnung min. 7
Zähne ohne Unterschnitt
s. Folie 121

Zahnfußfestigkeit bei Schrägverzahnung

- Der Bruchquerschnitt liegt im Normalschnitt. Man führt daher näherungsweise eine Berechnung der Zahnform mit dem Ersatzkreisdurchmesser durch, dass dem Krümmungsdurchmesser im Normalschnitt entspricht. Dieses Ersatzrad mit der Ersatzzähnezahl besitzt quasi die gleiche Zahnform des Normalschnitts.

$$r_n = \frac{r}{\cos^2 \beta} \equiv \frac{m_n}{2} * z_n$$

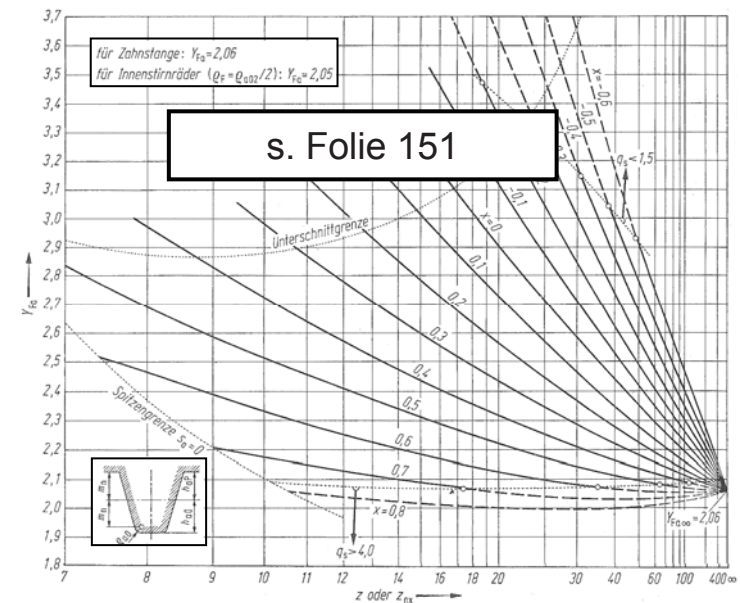
$$z_n = \frac{z}{\cos^3 \beta}$$

s. Folien 235 / 236

Über die Ersatzzähnezahl wird der Zahnformfaktor Y_F ermittelt.

$$\frac{\sigma_{F\lim}}{v_F} = \sigma_{F1} = \frac{M_{T,eq} * K_V}{r * b * m} * K_{F\alpha} * K_{F\beta} * Y_F * Y_S * Y_\epsilon * Y_\beta$$

- Ermittlung aller Kräfte erfolgt jedoch mit wirklichen Radien!



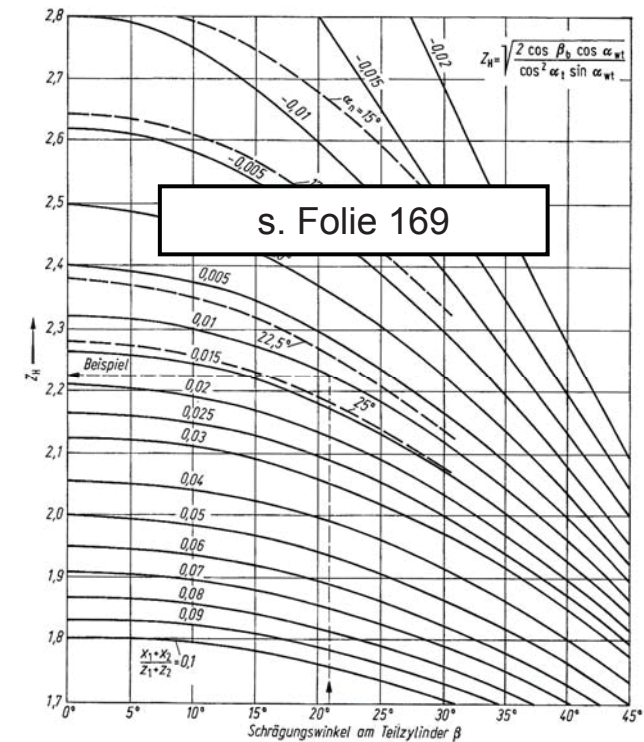
Zahnformfaktor Y_F nach DIN 3990 für Kraftangriff am Zahnkopf

Zahnflankenfestigkeit bei Schrägverzahnung

- Infolge des Schrägungswinkels nehmen die Krümmungsradien um $1/\cos \beta_b$ zu, wodurch die Hertzsche Pressung um $\sqrt{\cos \beta_b}$ verringert wird. Dieser Umstand wird durch den Zonenfaktor Z_H berücksichtigt.

$$Z_H = \frac{1}{\cos \alpha_t} \sqrt{\frac{2 * \cos \beta_b}{\tan \alpha_{wt}}}$$

- Weiterhin fließt nach DIN 3990 der Schrägungswinkel β durch die Schrägenfaktoren Y_β (Zahnfußfestigkeit) und Z_β (Zahnflankenfestigkeit) in die Festigkeitsberechnung ein.



Zonenfaktor Z_H für $\alpha_n = 20^\circ$

Hinweise für die Auslegung bei Schrägverzahnung

- Bei der Wahl des Schrägungswinkels wird zunächst $\beta = 8...20^\circ$ gewählt. Hieraus lässt sich mit Hilfe der Auslegungsgleichung das Modul im Stirnschnitt m_t berechnen. Zur Abschätzung der Eingriffsverhältnisse muss die Tabelle um die Sprungüberdeckung ε_β erweitert werden.
- Durch Variation der Größen β (Schrägungswinkel) und Σ_x (Profilverschiebung) kann unter Berücksichtigung

- genormter Achsabstände
- koaxialer Getriebe

der gewünschte Achsabstand eingestellt werden.

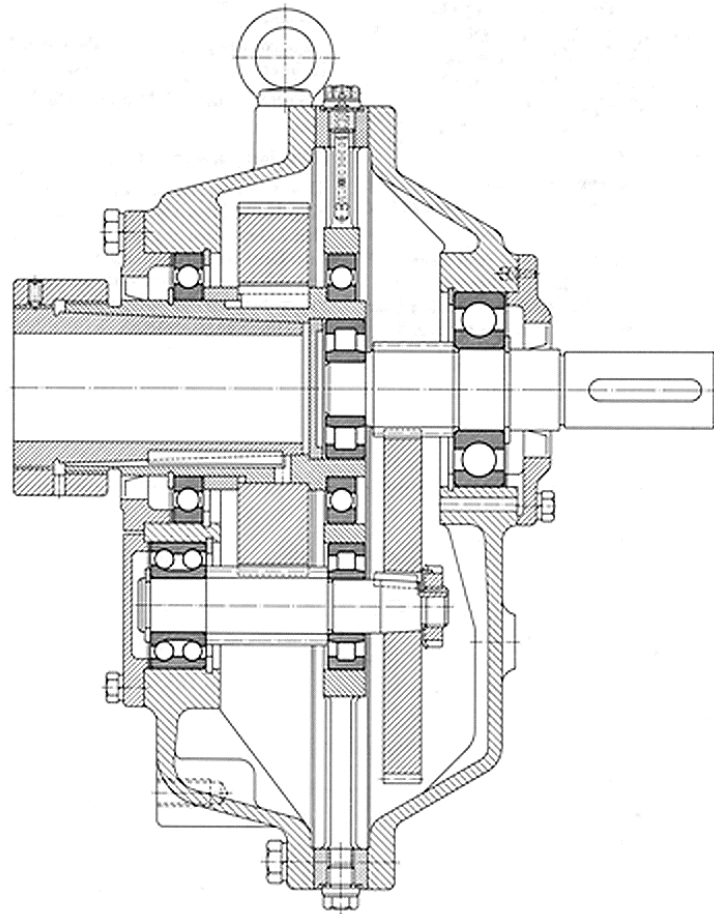
- **Vorteile der Schrägverzahnung:**

- immer mehrere Zähne gleichzeitig im Eingriff
- Zahnbelastung erfolgt nicht über Zahnbreite, sondern allmählich und zwar schräg über die Flankenfläche (Sprungüberdeckung)
 - höhere Belastbarkeit und größere Laufruhe
- hohe Drehzahlen und große Belastungen
- geringere Grenzzähnezahl als bei geradverzahnten Stirnrädern

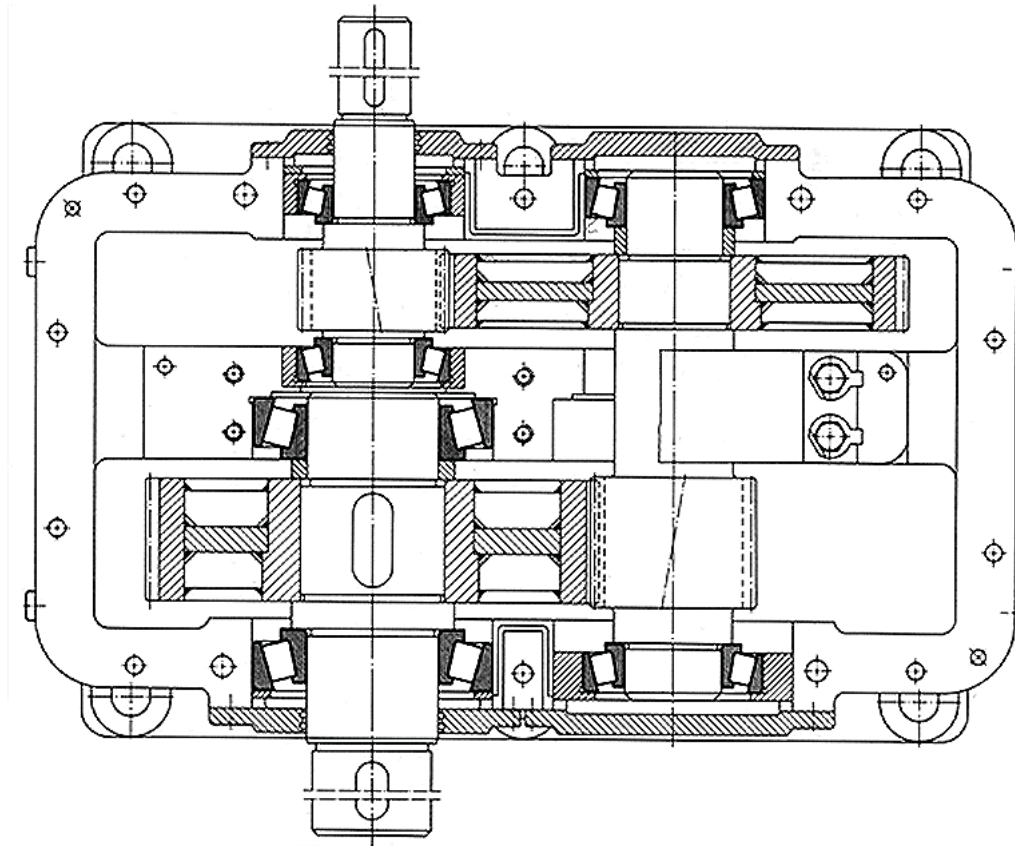
- **Nachteile:**

- Auftreten von Axialkräften und somit Biegung
 - Aufnahme der Kräfte durch Lager oder Eliminierung durch Pfeilverzahnung oder Druckkämme

Evolventenverzahnung als Schrägverzahnung

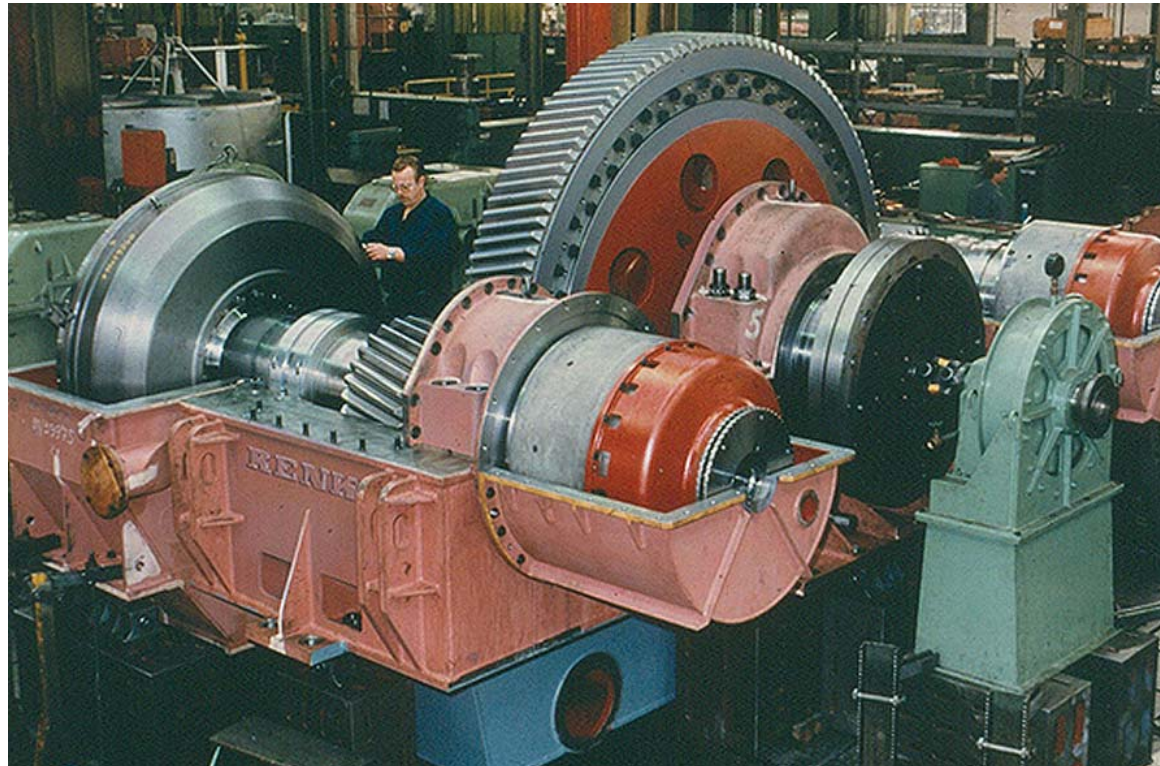


Zweistufiges Koaxial-Stirnradgetriebe; $i = 12,5:1$



Zweistufiges Koaxial-Stirradgetriebe; $i = 8:1$

Evolventenverzahnung als Schrägverzahnung



Schiffsgetriebe mit Axiallagern