

Université Paris XI

*Mémoire présenté le
28 Mai 2009
pour obtenir le*

Diplôme d'Habilitation à Diriger des Recherches

par

Frédéric Baudin

**Excitation des oscillations
solaires et stellaires**

Rapporteur : Claude Catala

Rapporteur : John Leibacher

Rapporteur : Arlette Noels-Grotsch

Examineur : Annie Baglin

Examineur : Yvonne Elsworth

Examineur : Yves Langevin

Table des matières

1	Introduction : Le potentiel de la sismologie stellaire	5
2	Les mécanismes d'excitation des oscillations stellaires	7
2.1	Excitation stochastique	7
2.1.1	Le mécanisme de Lighthill	8
2.1.2	Couplage oscillation/convection	11
2.1.3	Discussion	14
2.2	Excitation liée à l'opacité	17
2.3	Autres mécanismes d'excitation	21
3	Excitation des modes solaires	23
3.1	Observation et prédictions théoriques : période pré-SoHO	23
3.2	Influence des phénomènes magnétiques?	37
3.3	Observation et prédictions théoriques : période SoHO	49
3.4	Modes g solaires	65
4	Excitation des modes dans d'autres étoiles	88
4.1	Les pulsateurs de type solaire	88
4.2	Les géantes rouges	112
4.3	Pulsateurs pas si classiques	120
4.3.1	HD180642 : Une chimère stellaire	120
4.3.2	Etoiles Be : le cas HD49330	124
5	Bilan & perspectives	127
A	Un mot personnel	130

Chapitre 1

Introduction : Le potentiel de la sismologie stellaire

Cette nouvelle voie de la physique stellaire ouverte il y a moins de 50 ans reste très prometteuse pour la physique des étoiles, après avoir amené une somme considérable de résultats en matière de physique purement solaire. Je ne ferai pas ici un historique de la sismologie solaire : un tel historique existe déjà sous une forme attrayante, et je doute pouvoir faire mieux que le travail mené par W.J. (alias Bill) Chaplin pour son livre “Music of the Sun, the story of helioseismology”. Je ne me lancerai pas non plus dans un rappel sur les aspects théoriques de la sismologie stellaire car de même, de très bons ouvrages existent déjà. Je n’en citerai que deux, qui m’ont souvent servis :

- les notes de cours sur les oscillations stellaires de J. Christensen-Dalsgaard, qui sont disponibles et mises à jour sur son site :
<http://www.phys.au.dk/~jcd/oscilnotes/> ;
- l’ouvrage de J.P. Cox intitulé *Theory of stellar pulsation*.

Bien sûr, de nombreux autres ouvrages existent, je m’en tiens ici seulement à mes deux favoris car les aspects théoriques de la sismologie ne sont pas l’objet principal de mes travaux.

Le point que je souhaite mettre en avant ici est le fait que le potentiel de la sismologie en matière de compréhension des étoiles, de leur intérieur, de leur évolution, ne se résume pas uniquement à l’exploitation des mesures de fréquences des modes de résonance d’une étoile. Certes, l’exploitation de ces mesures est extrêmement puissante puisque c’est elle qui grâce à la technique d’*inversion* permet de remonter de la valeur des fréquences des modes à la description de la structure interne de l’étoile (en terme par exemple de variation de densité ou de température en fonction du rayon de l’étoile) et même de sa dynamique (en permettant de mesurer la rotation interne de l’étoile et ses variations en fonction du rayon et de la latitude). Dans le cas du Soleil, cette technique d’inversion fait merveille. Elle a permis :

- soit de valider les prédictions en matière de structure interne de l’étoile, basées uni-

quement sur les lois de la physique et des variables macroscopiques externes (masse, luminosité, température de surface, âge) ;

- soit de montrer quelques faiblesses de ces prédictions et d'affiner l'usage des lois de la physique et des mécanismes pris en compte pour décrire l'intérieur de l'étoile.

L'application de cette technique aux autres étoiles n'en est qu'à ses tout débuts, et elle semble porter beaucoup de promesses elle aussi.

Mais une autre voie, complémentaire, est possible pour exploiter le potentiel de la sismologie : ne pas s'intéresser seulement aux *fréquences* des modes de résonance, mais aussi à leur *amplitude*. En effet, celle-ci est le résultat final des mécanismes d'excitation et d'amortissement des modes de résonance, et ces mécanismes renseignent eux aussi sur la physique de l'intérieur de l'étoile. Par exemple sur la zone convective de l'étoile, un des mécanisme d'excitation des modes étant lié à la convection des couches externes de l'étoile (c'est le mécanisme à l'œuvre pour les modes acoustiques du Soleil ainsi que d'autres étoiles¹). Or la convection est l'un des phénomènes physiques le moins bien décrit d'un point de vue théorique. En effet, on utilise encore couramment à l'heure actuelle la description dite de la "longueur de mélange" d'E. Bohm-Vitense, élaborée dans les années 1950. Cette description simplifie la convection en la décrivant par des cellules de convection d'une taille unique pour des conditions physiques données, en décalage avec la nature turbulente de la convection telle qu'observée dans le cas du Soleil, et dans bien des simulations numériques. Pourtant, la convection a une influence importante dans la description physique d'une étoile, en particulier en matière de structure interne et d'évolution. En effet, structure et évolution sont directement gouvernées par le flux de chaleur transporté du coeur de l'étoile vers la surface, et c'est la convection qui assure ce transport dans une partie plus ou moins étendue de l'intérieur stellaire. Mieux connaître la convection a donc des conséquences importantes et n'est certainement pas seulement un résultat secondaire de l'exploitation des données sismiques.

D'autre part, pouvoir prévoir l'amplitude des modes est aussi d'importance pour estimer les possibilités à venir d'un projet d'observation ou même d'une mission spatiale. Le cas des modes de gravité solaire en est un bon exemple. La détection de ces modes est l'objet de multiples travaux et même d'annonces de détection, jusqu'ici non confirmées. Or jusqu'ici, il semble très difficile de prédire l'amplitude de ces modes. La connaître permettrait de savoir si leur détection est possible avec les instruments existants ou de savoir ce que devraient être les spécifications d'un instrument capable d'atteindre ce but.

Pour toutes ces raisons, je vais donc aborder le problème de l'excitation et de l'amplitude des oscillations stellaires sous leurs aspects les plus importants. D'abord le cadre théorique de la compréhension actuelle des mécanismes d'excitation, mais aussi les influences instrumentales sur les mesures qui servent à l'estimation des taux d'excitation, la difficulté de ces mesures et leur analyse dans des cas variés.

1. Je caractériserai donc ces oscillations par le terme d'oscillations de "type solaire"

Chapitre 2

Les mécanismes d'excitation des oscillations stellaires

2.1 Excitation stochastique par la convection

La convection que l'on rencontre dans les intérieurs stellaires quand le transfert radiatif ne peut assurer le transport d'énergie joue donc un autre rôle : celui de fournisseur d'énergie aux modes de résonance de l'étoile. Cette convection entraîne une somme de mouvements dus à des cellules convectives de taille variable et au comportement erratique. C'est cet aspect *aléatoire* que l'on veut caractériser avec le terme *stochastique*, terme certes plus savant mais qui n'en est qu'un synonyme.

Une image souvent évoquée pour décrire les oscillations des étoiles est celle des instruments de musique. L'étoile forme en effet une cavité résonnante dans laquelle des ondes acoustiques interfèrent et forment des ondes stationnaires, comme le corps d'un violon ou un fût de batterie. Cette analogie nous permet d'associer des fréquences d'oscillation d'autant plus basses que l'étoile est de grande taille (à masse donnée – le Soleil oscille préférentiellement vers 3 mHz, alors que les géantes rouges plutôt à quelques dizaines de μHz). Il est possible de pousser l'analogie plus loin pour décrire l'excitation de ces oscillations : elles sont plutôt excitées comme un archet excite les cordes d'un violon et pas comme une baguette frappant un fût de batterie. L'excitation peut être vue comme "continue", comme une suite de petites excitations rapprochées, comparable au frottement de l'archet sur les cordes du violon. Une analogie encore plus adaptée (plus bruyante et moins musicale) serait celle des tuyaux d'orgue (représentant la cavité stellaire) excités par le bruit d'un réacteur d'avion (représentant le bruit acoustique généré par la convection à l'oeuvre dans les couches internes de l'étoile).

Mais il faut dépasser ces analogies et décrire plus précisément ce mécanisme d'excitation par la convection. Une première approche est celle de Lighthill.

2.1.1 Le mécanisme de Lighthill

Il s'agit de quantifier l'intensité acoustique émise par une cellule de convection. Lighthill (1952) aborde ce problème, que résume R. Samadi dans sa thèse. Il se place dans un milieu homogène et part des équations de conservation de la masse et du mouvement :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.2)$$

où les indices i et j correspondent à une sommation implicite sur les directions de l'espace (x, y, z) , \vec{u} est le champ de vitesse, et τ_{ij} représente le tenseur des contraintes visqueuses¹ qui sera ensuite négligé, car on se placera dans le cas d'un nombre de Reynolds Re élevé. On peut écrire ce nombre comme :

$$Re = \frac{(\rho u^2 / L)}{(\eta_{vis} u / L^2)} \quad (2.3)$$

où L est la longueur caractéristique d'intérêt et η_{vis} la viscosité. On voit bien alors que ce nombre décrit le rapport des forces d'inertie sur les forces visqueuses. Pour de faibles valeurs de Re , la viscosité domine et dès que l'on stoppe l'apport de forces extérieures, le fluide s'arrête instantanément. Pour des valeurs intermédiaires, le fluide continuera sur sa lancée. Pour des fortes valeurs de Re (supérieures à quelques 10^3), les forces d'inertie dominant et entraînent un régime turbulent. A partir des équations 2.1 et 2.2, et en décomposant classiquement une grandeur f en sa moyenne temporelle et une perturbation ($f = f_0 + f_1$) on arrive à :

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (2.4)$$

où c_0 est la vitesse du son, et $T_{ij} = \rho u_i u_j + (P_1 - c_0^2 \rho_1) \delta_{ij}$ est le tenseur de Lighthill. Si le terme de droite était nul, nous serions dans le cas de la propagation d'ondes acoustiques dans un milieu statique. Dans le cas considéré ici, nous avons une force extérieure décrite par le terme de droite. Au prix de quelques hypothèses supplémentaires (nombre de Mach turbulent $M_t = u/c_0$ faible, $P_1 = c_0^2 \rho_1$ -onde adiabatique-, et le tenseur de Reynolds $\rho u_i u_j = \rho_0 u_i u_j$), on obtient finalement :

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2 \rho_0 u_i u_j}{\partial x_i \partial x_j} \quad (2.5)$$

La résolution de cette équation n'est pas simple. Au prix de quelques approximations supplémentaires pour pouvoir traiter le problème (on oubliera par exemple les termes non

1. ρ et P ont leur sens habituel : masse volumique, et pression

2.1. EXCITATION STOCHASTIQUE

diagonaux de τ_{ij}), on obtient une perturbation de la densité due à une cellule convection située à une distance r et de taille L :

$$\rho_1(r) \approx \rho_0 \frac{L}{r} M_t^4 \quad (2.6)$$

Sachant, selon Lighthill (1952), que l'intensité acoustique rayonnée est

$$I_{ac} = \rho_0 c_0^3 \frac{\rho_1^2}{\rho_0^2} \quad (2.7)$$

on obtient en sommant sur une sphère de rayon r centrée sur une source acoustique la puissance rayonnée

$$P_{ac} \approx 4\pi \rho_0 u^3 L^2 M_t^5 \quad (2.8)$$

Cette puissance correspond donc à celle d'une cellule de convection de taille caractéristique L . Pour obtenir la puissance totale rayonnée dans la zone convective, il faudrait tenir compte du nombre N_{cell} de ces cellules (on a approximativement $N_{cell} = 4\pi r^2 / \pi L^2$). On voit que cette puissance est dominée par le nombre de Mach turbulent. Mais on remarque aussi qu'elle est proportionnelle à la densité, densité qui varie très rapidement de plusieurs ordres de grandeurs dans les couches externes du Soleil. Pour localiser (dans le cadre des approximations effectuées ici) l'excitation acoustique, on peut s'intéresser aux différentes variables concernées en fonction de la profondeur sous la photosphère dans le cas solaire par exemple. La Figure 2.1 représente les variations de P_{ac} en fonction de la position sous la photosphère. A cause des termes en M_t^5 et u^3 , la puissance acoustique rayonnée est dominée par la vitesse des mouvements convectifs u . Elle suit donc les variations de u et montre un maximum prononcé à une faible profondeur, juste sous la surface. Cependant ce résultat n'est qu'indicatif, étant donné les approximations faites et l'usage d'un modèle stellaire basé sur la MLT, pas assez précis si près de la surface. Il n'en reste pas moins assez proche de la réalité. Sachant, toujours dans le cadre des mêmes approximations, que le temps de retournement d'une cellule convective est dans ces couches de l'ordre de la centaine de secondes (voir Fig. 2.2), on a une indication expliquant pourquoi le Soleil est animé d'oscillations dont les périodes sont de l'ordre de 5mn. Une dernière remarque : à la surface, une seule cellule de convection fournit donc environ 10^{16} W. Sachant que le taux d'excitation d'un mode de bas degré est de l'ordre de 10^{14-15} W (Baudin et al. 2005), et sachant qu'il y a de l'ordre de 10^6 cellules de convection à la surface, mais qu'il faut exciter de l'ordre de 10^6 modes, on voit que la convection est suffisante, en ordre de grandeur, pour l'excitation des modes p solaires.

Cependant, jusqu'ici, seules la présence d'énergie acoustique et sa localisation ont été abordées. Un point fondamental reste à décrire : le couplage entre convection et oscillation.

2.1. EXCITATION STOCHASTIQUE

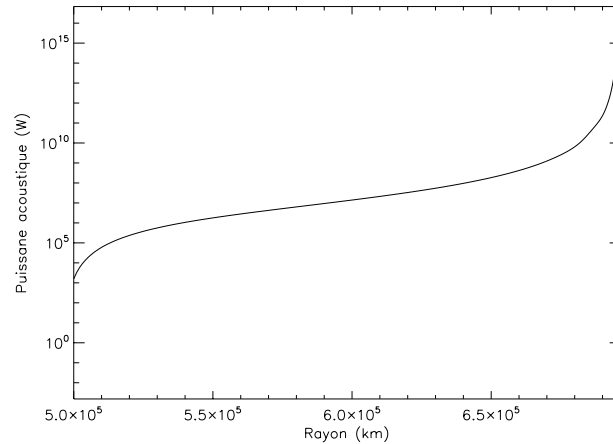


FIGURE 2.1 – Puissance acoustique rayonnée en fonction de la profondeur, de la base de la zone de convection (vers 500 000km) à la surface (vers 700 000km). On voit que la puissance augmente de deux ordres de grandeurs dans les dernières centaines de km sous la surface.

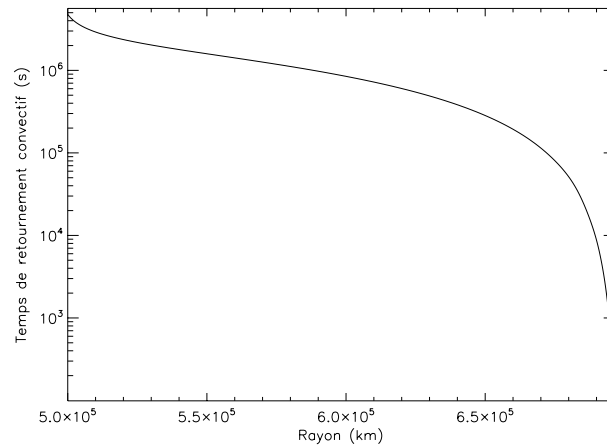


FIGURE 2.2 – Temps de retournement convectif en fonction de la profondeur, toujours de la base de la zone convective à la surface. Les temps de retournements sont de l'ordre de quelques centaines de secondes sous la surface (soit la période observée des modes p), là où la puissance rayonnée est maximale.

2.1.2 Couplage oscillation/convection

Dans les ouvrages traitant des oscillations stellaires, celles-ci sont souvent décrites par une équation synthétique dérivée à partir d'équations générales comme celle exprimant la conservation de la masse, l'équation du mouvement ou l'équation d'état. Au prix d'approximations et de linéarisations basées sur la faible amplitude des oscillations qui peuvent être traitées comme des perturbations (dans le cas du Soleil par exemple), on peut exprimer l'équation du mouvement comme

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \vec{\nabla} : (\rho \vec{v} \vec{v}) + \vec{\nabla} P_1 = 0 \quad (2.9)$$

où \vec{v} est la vitesse du plasma et ρ et P la densité et la pression, et où l'indice 1 désigne la perturbation au premier ordre d'une quantité. Quant à l'équation d'état, celle-ci peut se développer au deuxième ordre comme (le premier terme seul correspondrait à l'hypothèse adiabatique linéaire) :

$$P_1 = c_s^2 \rho_1 + s_1 \left(\frac{\partial P}{\partial s} \right)_\rho + \rho_1^2 \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \right)_s + s_1^2 \left(\frac{\partial^2 P}{\partial s^2} \right)_\rho + s_1 \rho_1 \left(\frac{\partial^2 P}{\partial s \partial \rho} \right) \quad (2.10)$$

Cela permet de synthétiser la description des oscillations en l'absence de turbulence ($\vec{v} = \vec{v}_{osc}$) et par :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{L} \right) \vec{v} = 0 \quad (2.11)$$

où \vec{L} est l'opérateur suivant :

$$\vec{L}(\vec{v}) = \frac{1}{\rho_0} [\vec{\nabla} (c_s^2 \vec{\nabla} \cdot (\rho_0 \vec{v})) + \alpha_s \vec{v} \cdot \vec{\nabla} s_0] - \vec{g}_0 \cdot \vec{\nabla} (\rho_0 \vec{v}) \quad (2.12)$$

avec \vec{g} et s la gravité et l'entropie, l'indice 0 indiquant une quantité non perturbée, c_s la vitesse du son et où on a posé $\alpha_s = (\partial P / \partial s)_\rho$. Le terme de droite de l'équation 2.11 égal à zéro traduit l'absence de terme source dans la description des oscillations. Si l'on reprend le problème en tenant compte d'une turbulence qui se manifeste par un champ de vitesse \vec{u} ($\vec{v} = \vec{v}_{osc} + \vec{u}$), le résultat permettra donc de traiter l'excitation par la convection turbulente. On considérera une cascade turbulente où une certaine quantité d'énergie est injectée à des cellules de convection de grande taille Λ qui la céderont à d'autres cellules de tailles λ de plus en plus petites, jusqu'à l'échelle dissipative λ_D où des phénomènes d'origine visqueuse transmettent l'énergie au milieu ambiant. Une cellule de taille λ aura une vitesse u_λ , une durée de vie $\tau_\lambda \simeq \lambda / u_\lambda$, et une fréquence caractéristique $\omega_\lambda \simeq 2\pi / \tau_\lambda$. Si l'on considère une loi d'échelle de type Kolmogorov, on aura alors $u_\lambda = u_\Lambda (\lambda / \Lambda)^{1/3}$ pour $\Lambda \geq \lambda \geq \lambda_D$.

Si on reprend l'Equation 2.11 dans ce cas, on aboutit (voir les détails dans Samadi 2000, chapitre 4) à :

$$\rho_0 \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{L} \right) \left[\left(1 + \frac{\rho_1}{\rho_0} \right) \vec{v}_{osc} \right] + \vec{\mathcal{D}}(\vec{v}_{osc}) = \frac{\partial}{\partial t} (\vec{f}_t + \vec{\nabla} h_t) \quad (2.13)$$

2.1. EXCITATION STOCHASTIQUE

Dans cette équation, l'opérateur $\vec{\mathcal{D}}$ dépend des vitesses oscillante et turbulente, de la densité ainsi que de l'entropie et ses dérivées. Les deux termes sources sont respectivement liés au tenseur de Reynolds et aux fluctuations turbulentes d'entropie :

$$\vec{f}_t = -\vec{\nabla} : (\rho_0 \vec{u} \vec{u}) \text{ et } \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} h_t = -\vec{\nabla} (\alpha_s \frac{d\delta s_t}{dt} - \vec{\nabla} \cdot (\alpha_s s_1 \vec{u}) + s_1 \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \alpha_s) \quad (2.14)$$

Avec encore quelques manipulations, comprenant les considérations suivantes :

- la définition du terme source global $\vec{\mathcal{S}} = -(\vec{f}_t + \vec{\nabla} h_t)$
- le déplacement dû à l'oscillation s'écrit $\delta \vec{r}_{osc} = A(t) \vec{\xi}(\vec{r}) e^{-i\omega_0 t}$ où $\vec{\xi}$ est une solution de l'équation 2.11
- la vitesse des oscillations peut s'écrire $\vec{v}_{osc} = \frac{d}{dt}(\delta \vec{r}_{osc}) = -i\omega_0 A(t) \vec{\xi}(\vec{r}) e^{-i\omega_0 t}$ car $\frac{d}{dt}(\log A) \ll \omega_0$
- la multiplication par ξ^* et l'intégration sur le volume de l'étoile pour faire apparaître l'inertie I d'un mode²

on arrive à (une fois de plus, pour les détails voir le chapitre 4 de Samadi 2000) :

$$\frac{dA}{dt} + \eta A = \frac{1}{2\omega_0 I} \int d^3 \vec{r} e^{i\omega_0 t} \vec{\xi}^* \cdot \frac{\partial \vec{\mathcal{S}}}{\partial t} \quad (2.15)$$

où l'amortissement des modes, η , a été introduit. On peut alors décrire le comportement temporel de l'amplitude des modes et le relier aux termes sources, et même en avoir une expression analytique :

$$A(t) = \frac{e^{-\eta t}}{2\omega_0 I} \int_{-\infty}^t dt' \int d^3 \vec{r} e^{(\eta+i\omega_0)t'} \vec{\xi}^* \cdot \frac{\partial \vec{\mathcal{S}}}{\partial t'} = \frac{i e^{-\eta t}}{2\omega_0 I} \int_{-\infty}^t dt' \int d^3 \vec{r} e^{(\eta+i\omega_0)t'} \vec{\xi}^* \cdot \vec{\mathcal{S}} \quad (2.16)$$

où il faut rappeler que $\vec{\xi}(\vec{r})$ est le mode propre et $\vec{\mathcal{S}}(\vec{r}, t)$ la fonction source.

Mais ce comportement étant intrinsèquement aléatoire du fait de l'excitation, la grandeur intéressante est la moyenne quadratique de l'amplitude. Après plusieurs manipulations (toujours d'après la même référence), on arrive à exprimer cette amplitude comme :

$$\langle A^2 \rangle = \frac{1}{8\eta(\omega_0 I)^2} \int d^3 r_0 \int d^3 \Delta \vec{r} \int d\tau e^{-i\omega_0 \tau} \langle \vec{\xi} \cdot \vec{\mathcal{S}} \rangle_1 \langle \vec{\xi} \cdot \vec{\mathcal{S}} \rangle_2 \quad (2.17)$$

où les indices $i=1$ et 2 correspondent à une localisation à $(\vec{r}_0 - \Delta \vec{r}, -\tau/2)$ et $(\vec{r}_0 + \Delta \vec{r}, \tau/2)$. L'amplitude dépend donc du produit moyen du terme source avec le mode propre. Au prix d'un dernier effort, on peut développer ce terme source selon ses deux contributions (voir Eq. 2.14), ce qui permet de ré-écrire :

$$\langle A^2 \rangle = \frac{1}{8\eta(\omega_0 I)^2} (C_R^2 + C_S^2) \quad (2.18)$$

2. L'inertie I est définie comme $I = \int d^3 r \rho(r) \xi^*(r) \cdot \xi(r)$

avec

$$C_R^2 = \int d^3 r_0 \int d\tau e^{-i\omega_0 \tau} \int d^3 \Delta \vec{r} < (\rho \vec{u} \vec{u} \nabla_j \xi_i)_1 (\rho \vec{u} \vec{u} \nabla_j \xi_i)_2 > \quad (2.19)$$

$$C_S^2 = \int d^3 r_0 \int d\tau e^{-i\omega_0 \tau} \int d^3 \Delta \vec{r} < (h_t \vec{\nabla} \cdot \vec{\xi})_1 (h_t \vec{\nabla} \cdot \vec{\xi})_2 > \quad (2.20)$$

Il faut signaler la présence d'un terme croisé C_{RS}^2 qui s'avère négligeable (référence habituelle). Cette formulation présente l'intérêt de montrer que l'excitation des oscillations repose sur deux termes. L'un, C_R lié au travail des fluctuations de pression (et lié au tenseur de Reynolds) donc assimilable à une source mécanique d'excitation. L'autre, C_S , lié aux fluctuations d'entropie et donc assimilable à une source thermique. Cependant, cette formulation reste difficile à relier directement aux propriétés de la convection turbulente à l'origine de l'excitation. De nouvelles manipulations (voir la référence habituelle ou Samadi & Goupil 2001) permettent d'exprimer C_R et C_S comme :

$$C_R^2 = \frac{64}{15} \pi^3 \int_0^M dm \rho_0 \left(\frac{d\xi_r}{dr} \right)^2 \int_0^\infty dk \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \frac{E(k)^2}{k^2} \chi_k(\omega_0 + \omega, r) \chi_k(\omega, r) \quad (2.21)$$

$$C_S^2 = \frac{16}{3} \frac{\pi^3}{\omega_0^2} \int d^3 r_0 \alpha_s^2 g_r^3 \int dk \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \frac{E(k) E_S(k)}{k^2} \chi_k(\omega_0 + \omega, r) \chi_k(\omega, r) \quad (2.22)$$

Rappelons que ρ_0 est la densité, que $\alpha_s = (\partial P / \partial s)_\rho$, que g_r est une fonction de ξ_r et α_s , et que ω_0 est la pulsation du mode. Mais retenons surtout la présence des termes $E(k)$, $E_s(k)$ et $\chi_k(\omega, r)$. $E(k)$ est le spectre de l'énergie cinétique turbulente. $E_S(k)$ est le spectre des fluctuations d'entropie associées, et se déduit de $E(k)$ (Eq. 3.100 de Samadi 2000). Ce spectre dépend initialement de k et ω et on peut le définir par :

$$E(k, \omega) = 2\pi k^2 \hat{\phi}(k, \omega) \quad (2.23)$$

où $\hat{\phi}(k, \omega)$ est la transformée de Fourier du tenseur $\phi(r, \tau)$:

$$\phi_{ij}(\vec{r}, \tau) = < u_i(\vec{x}, t) u_j(\vec{x} + \vec{r}, t + \tau) > \quad (2.24)$$

$E(k, \omega)$ est factorisé sous la forme $E(k) \chi_k(\omega, r)$, $\chi_k(\omega, r)$ est la transformée de Fourier de la fonction de corrélation temporelle de la vitesse turbulente. Nous verrons que cette corrélation a son importance car elle gouverne les termes C_R et C_S .

Avant de discuter ces résultats (dans la Section suivante), voyons comment ces grandeurs sont reliées aux observations. D'une part, d'après Goldreich et al. (1994), le taux d'excitation P d'un mode de pulsation ω_0 est $P(\omega_0) = 2\pi \Gamma(\omega_0) E_{mode}(\omega_0)$. La largeur $\Gamma = \pi \eta$ est mesurée pour chaque mode dans le spectre de Fourier. L'énergie moyenne d'un mode de pulsation ω_0 observé à l'altitude r_{obs} s'exprime comme :

$$E_{mode}(\omega_0) = \mathcal{M}(r_{obs}) v_{obs}^2 \quad (2.25)$$

2.1. EXCITATION STOCHASTIQUE

où v_{obs}^2 est la vitesse observée du mode de fréquence ω_0 et \mathcal{M} sa “masse”, définie comme :

$$\mathcal{M}(r_{obs}) = \frac{I}{|\xi(r_{obs})|^2} \quad (2.26)$$

où I est l’inertie du mode. v_{obs} est quant à elle reliée à l’amplitude du mode à partir du déplacement $\vec{\delta r}_{obs}$:

$$\vec{v}_{obs} = \frac{d\vec{\delta r}_{obs}}{dt} \quad \text{et} \quad \vec{\delta r}_{obs} = \frac{1}{2}(A(t)\vec{\xi}(r)e^{-i\omega_0 t} + cc) \Rightarrow \vec{v}_{obs} = \frac{-i\omega_0}{2}(A(t)\vec{\xi}(r)e^{-i\omega_0 t} + cc) \quad (2.27)$$

car le terme en dA/dt est négligeable (car $\eta \ll \omega_0$). Nous nous intéressons aux valeurs quadratiques moyennes, ce qui nous mène à :

$$\langle v_{obs}^2 \rangle = \frac{1}{2}\omega_0^2 \langle |A|^2 \rangle |\xi(r_{obs})|^2 \quad (2.28)$$

Cette vitesse étant estimée à partir des observations par :

$$v_{obs}^2 = \pi H \Gamma C_{obs} \quad (2.29)$$

où C_{obs} permet de tenir compte de l’influence de la géométrie du mode sur l’observation ($C_{obs}=1$ pour un mode radial) et le reste du terme de droite représente la surface du pic du mode dans le spectre de Fourier (pic considéré comme lorentzien de hauteur H et de largeur à mi-hauteur Γ). Le taux d’excitation des modes en fonction des observables est donc

$$P(\omega_0) = 2\mathcal{M}(r_{obs})C_{obs}H\Gamma^2 \quad (2.30)$$

2.1.3 Discussion

Nous avons vu que l’excitation pouvait se décomposer en deux termes, C_R et C_S , que l’on relie à une source mécanique (le terme de Reynolds) et une source thermique (le terme d’entropie). La question qui se pose est de connaître l’importance relative de chacun de ces termes. La question fût abordée par plusieurs auteurs, dont P. Goldreich qui est un des pionniers sur le sujet de l’excitation par la convection (voir Goldreich & Keeley 1977; Goldreich et al. 1994, et bien d’autres...). Cette comparaison théorique a aussi été menée par Réza Samadi et ses collaborateurs. Pour résumer, dans le cadre actuel de la description de la convection (en particulier basée sur des simulations numériques 3D), dans le cas du Soleil, c’est le terme de Reynolds qui domine, le terme thermique n’intervenant que pour une fraction de 10-15%. Cependant, pour des étoiles plus chaudes que le Soleil, la contribution du terme thermique augmente, et peut même devenir dominante Samadi et al. (2007).

Dans les expressions des termes C_R et C_S qui gouvernent le taux d’injection d’énergie dans les oscillations, on voit que parmi les termes qui les composent, certains relèvent

2.1. EXCITATION STOCHASTIQUE

des fonctions propres des modes (termes liés à $\xi(r)$) et d'autres termes comme α_s qui dépendent plus ou moins directement de la structure interne de l'étoile. Les autres termes entrant en ligne de compte sont les spectres de l'énergie cinétique de la turbulence, des fluctuations d'entropie ($E(k)$ et $E_S(k)$) et la fonction de corrélation $\chi_k(\omega, r)$. Ce sont ces derniers termes qui sont le plus difficile à estimer. On peut se baser pour cela sur une description analytique de la convection (par exemple la fameuse "Mixing Length Theory", voir Houdek & Gough 2002) et considérer que cette corrélation est de forme gaussienne en fonction de ω (pour une échelle spatiale k à une position r) :

$$\chi_k(\omega, r) = \frac{1}{\sqrt{\pi\omega_k}} e^{-(\omega/\omega_k)^2} \quad (2.31)$$

On peut aussi se baser sur des simulations numériques 3D de la convection, qui montrent que cette corrélation n'est pas gaussienne, en particulier pour les grandes valeurs de ω , où elle suit plutôt une variation lorentzienne (sauf à basse fréquence, Samadi et al. 2007) :

$$\chi_k(\omega, r) = \frac{2}{\pi\omega_k} \frac{1}{1 + (2\omega/\omega_k)^2} \quad (2.32)$$

En utilisant une telle variation, Réza et son groupe reproduisent les valeurs observées dans le cas des modes p solaires, alors que d'autres groupes se basant sur la gaussienne ont recours à un facteur de normalisation pour se mettre au niveau des observations. On peut donc préférer le résultat des simulations numériques favorisant une forme lorentzienne de cette corrélation. La forme du spectre (celui de l'énergie cinétique de la turbulence $E(k)$ par exemple) a aussi un rôle. Une fois de plus, les simulations sont une base, mais elles souffrent d'une limitation en résolution, ne pouvant couvrir un trop grand domaine d'échelle spatiale, en particulier pour les grandes valeurs de k . La forme retenue est un spectre constant à basse fréquence jusqu'à la longueur spatiale correspondant à celle des cellules de convection les plus grandes (échelle de l'injection de l'énergie) et un spectre de Kolmogorov au delà (variation en $k^{5/3}$). Les comparaisons entre modèle et observation selon la fréquence des modes pourraient permettre de trancher en faveur d'un spectre donné, mais ces comparaisons sont difficiles : d'une part elles dépendent du choix de la valeur d'injection de l'énergie, et d'autre part les différences résultant de l'usage de différents spectres pour $E(k)$ sont comparables aux barres d'erreur.

On note dans l'expression des termes sources (Eq. 2.21,2.22) qu'intervient bien la fréquence de pulsation ω_0 du mode considéré. Par contre, l'échelle spatiale du mode, son nombre d'onde par exemple, n'apparaît pas. En effet, lors des calculs, il a été implicitement supposé que les échelles spatiales des modes et celle de la convection étaient très différentes. On peut se le permettre, car l'échelle de la granulation (échelle d'injection d'énergie dans la cascade turbulente) est largement inférieure à celle des modes, sauf peut être pour des degrés ℓ très grands (de l'ordre de plusieurs centaines) qui ne sont pas considérés ici.

Un point important illustré dans l'Equation 2.25 : la manière de mesurer joue un rôle important dans l'estimation de la puissance des modes. En effet, ce n'est pas l'inertie du

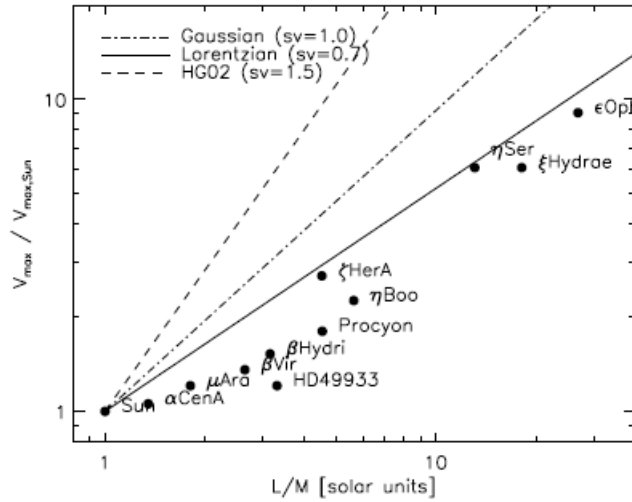


FIGURE 2.3 – Comparaison, pour différentes étoiles, de la vitesse (maximale) des oscillations observée avec les différents modèles d’excitation (basés sur différentes fonctions de corrélation temporelle de la convection), tirée de Samadi et al. (2007)

mode qu’il faut utiliser mais cette dernière normalisée par l’amplitude du mode où il est observé. Si la mesure se fait par effet Doppler comme pour GOLF, il faut tenir compte de l’altitude de formation de cette raie (et même de la partie du profil de la raie qui est utilisée) car les ondes devenant évanescentes au dessus de la photosphère, leur amplitude est différente de celle au sommet de la cavité résonnante. Mais ce point sera développé dans la Section 3.3.

Si on peut calculer le taux d’excitation des modes et leur amortissement (d’après Houdek & Gough 2002, par exemple), on peut prédire la valeur maximum de v_{obs} observée, et cela pour des étoiles autres que le Soleil. Empiriquement, Kjeldsen & Bedding (1995) ont établi une relation empirique entre le maximum de cette vitesse et la luminosité L et la masse M de l’étoile : $v_{max} = (L/M)^s$. Pour une approche intuitive de cette variation, on peut se rappeler que $L = 4\pi R^2 \sigma T_{eff}^4$ et que la gravité g varie comme M/R^2 . On voit alors que $L/M \propto T_{eff}^4/g$. L’amplitude des modes croît donc avec la température effective. Cela peut s’intuiter si on se rappelle que le flux convectif d’énergie est lui aussi proportionnel à T_{eff} . Quant à la gravité, plus elle est faible, plus la taille des cellules convectives est grande, et donc il en va de même pour leur énergie (voir Eq. 2.8).

Les prédictions théoriques suivent bien une variation en $(L/M)^s$, mais avec des valeurs de s différentes selon les cas. Houdek & Gough (2002) prédit une pente $s=1.5$ alors que Samadi et al. (2007) compare les prédictions utilisant une fonction de corrélation χ gaussienne et lorentzienne. La gaussienne amène une pente $s=1$ et la lorentzienne $s=0.7$. Comme l’indique la Fig.7 de Samadi et al. (2007) (reproduite ci-dessous en Fig. 2.3) la pente indiquée par les observations semble la plus proche de la pente prédite par la

lorentzienne, et elle semble même inférieure. C'est donc cette solution qui s'approche le plus des observations, même si elle ne le fait qu'imparfaitement. On voit ici l'intérêt de mesurer les amplitudes des modes des géantes rouges, du fait de leur grande valeur de L/M . Sur cette figure, on voit seulement quelques étoiles de ce type (ϵ Oph, η Ser et ξ Hydrae) mais CoRoT a permis d'identifier des centaines d'étoiles de ce type présentant des oscillations acoustiques et ouvre donc de très intéressantes perspectives en la matière (voir Section 4.2).

Mais du côté théorique, quelles sont les perspectives ? Les calculs de taux d'excitation dépendent donc de plusieurs choses :

- la description du mécanisme d'excitation lui même, qui nous amène aux expressions de C_R et C_S ;
- la valeur de l'amortissement η qui n'est pas traitée par les travaux de R. Samadi, K. Belkacem & M.-J. Goupil, mais extraite des observations ;
- la description de la convection : MLT ou plus raffinée, ou à travers le spectre de l'énergie cinétique turbulente ou celui des fluctuations d'entropie ou bien la fonction de corrélation χ .

Ce sont les deux derniers points qui méritent sûrement le plus d'attention à l'heure actuelle. L'estimation de l'amortissement nécessitera la prise en compte des effets non-adiabatiques, alors que la description de la convection pourra être affinée avec des simulations numériques 3D de résolution toujours améliorée. Et tout cela devra bien sûr être validé par la comparaison avec les observations, dans le plus grand nombre de cas d'étoiles possibles.

2.2 Excitation liée à l'opacité

Un autre mécanisme est responsable de l'excitation des oscillations des étoiles, et il est même historiquement le premier compris et le plus efficace. On l'appelle le plus souvent "mécanisme κ " car il est lié à des variations d'opacité à l'intérieur de l'étoile. C'est ce mécanisme qui est à l'origine des oscillations de grande amplitude (des milliers –ou plus– de ppm en intensité) observées depuis longtemps dans ce qu'on appelle désormais les pulsateurs classiques. Il s'agit par exemple des pulsateurs de type β Céphéïde, δ Céphéïde, δ Scuti, sdB ("sub dwarf B star"), spB ("slowly pulsating B stars"), etc... Cependant, ce qui est commun à toutes ces étoiles, c'est ce mécanisme d'excitation, mais pas leurs modes d'oscillation. En effet, pour certaines, ce mécanisme excitera des modes acoustiques de bas ordre n (δ Cep), pour d'autres des modes g de haut ordre n (spB). Nous allons voir comment expliquer cela. L'autre point commun, conséquence de ce mécanisme d'excitation commun, est la grande amplitude des oscillations car ce mécanisme induit un auto-entretien et une croissance continue de l'amplitude de l'oscillation, qui ne cesse que quand entre en action un mécanisme de saturation, qui reste d'ailleurs la plupart du temps méconnu. Il est certainement lié aux effets non linéaires quand l'amplitude atteint

de très grandes valeurs, mais d'autres effets peuvent amortir les modes.

Pour comprendre l'origine du mécanisme d'excitation, il faut d'abord s'intéresser au *temps thermique de relaxation*, τ_{th} . Celui-ci est défini comme le temps nécessaire à une bulle de plasma thermiquement perturbée pour se thermaliser avec le milieu environnant. On peut le définir comme :

$$\tau_{th} = \frac{mc_v T}{L} \quad (2.33)$$

où m et T sont les masse et température d'une bulle de plasma, c_v sa chaleur spécifique et L la luminosité à la profondeur où se trouve cette bulle. Ce temps sera très long dans les couches profondes de l'étoile et ira en décroissant vers l'extérieur. Pour schématiser, on peut dire que dans les couches profondes, l'opacité est grande, et le flux radiatif rencontre beaucoup d'obstacles et ne peut donc transporter facilement l'énergie, alors que dans les couches superficielles, le milieu beaucoup moins dense et plus transparent permet à l'énergie d'être rayonnée très rapidement. En conséquence, une compression au coeur de l'étoile sera adiabatique, alors qu'à l'autre extrême, près de la surface, elle sera isotherme, l'énergie d'une bulle de plasma étant diffusée immédiatement vers les couches environnantes. Si on traçait un cycle compression/expansion dans un diagramme P-V (diagramme de Clapeyron), un tel cycle suivrait une isotherme pour une localisation dans les couches externes, et un adiabat dans les couches profondes (voir schéma en Fig. 2.4). Le cycle, en revenant sur ses pas pour retourner au point de départ ne fournit ni n'absorbe d'énergie. Mais cela peut être différent si certaines conditions sont vérifiées. Tout d'abord, il faut que le temps thermique soit comparable à la période d'une oscillation ; ainsi, on peut décomposer la compression en une partie adiabatique et une autre isotherme (de même pour la décompression), ce qui nous donne un cycle qui peut éventuellement fournir du travail. Eventuellement, car cela n'est pas suffisant : le sens du cycle dans le diagramme de Clapeyron indiquera si du travail est fourni à la couche de plasma oscillante (auquel cas l'oscillation est auto-entretenu) ou si c'est l'inverse (oscillation amortie, ou mode "stable"). Pour que ce cycle soit moteur, il faudra qu'un phénomène physique empêche l'énergie de la couche de plasma considérée de fuir lors de la compression et qu'au contraire, cette couche puisse emmagasiner de l'énergie rayonnée vers elle et la restituer sous forme d'énergie mécanique, de travail, et donc d'entretenir l'oscillation. Ce phénomène physique, c'est l'ionisation d'un élément (hélium ou même fer dans certains cas - les β Céphéïdes) ou une variation d'opacité (en fonction de la température) adéquate. Par exemple, lors de la compression, plutôt que d'être rayonnée, l'énergie sert à ioniser les éléments et reste donc prisonnière tout en ayant été capable de recevoir du rayonnement d'autres couches (c'est pourquoi la couche "moteur" se trouve à la transition adiabatique/non-adiabatique). C'est donc quand cette transition correspond aussi à une région d'ionisation (effet plus spécifiquement appelé γ) ou à une région où la variation d'opacité est adéquate (effet κ) que le mécanisme devient moteur que les modes dont la période est proche de τ_{th} deviennent "instables".

Au delà de cette description qualitative, la stabilité ou l'instabilité d'un mode résulte

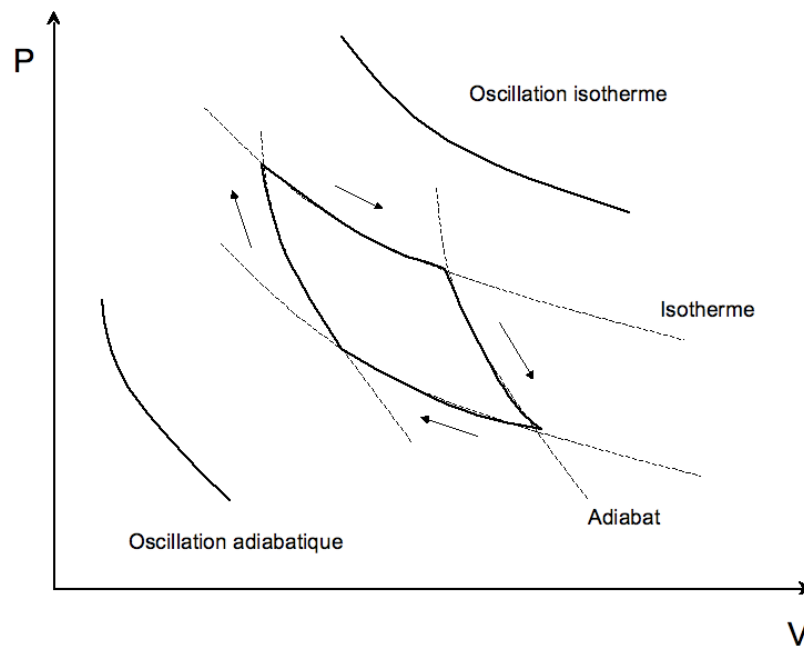


FIGURE 2.4 – Mécanisme κ vu dans un diagramme de Clapeyron (merci à M.-A. Dupret). Au centre de l'étoile, l'oscillation est adiabatique et ne produit aucun travail, tout comme une oscillation isotherme dans les couches superficielles. A la transition adiabatique/non-adiabatique, l'oscillation peut éventuellement produire un travail, proportionnel à la surface du cycle dans ce diagramme.

2.2. EXCITATION LIÉE À L'OPACITÉ

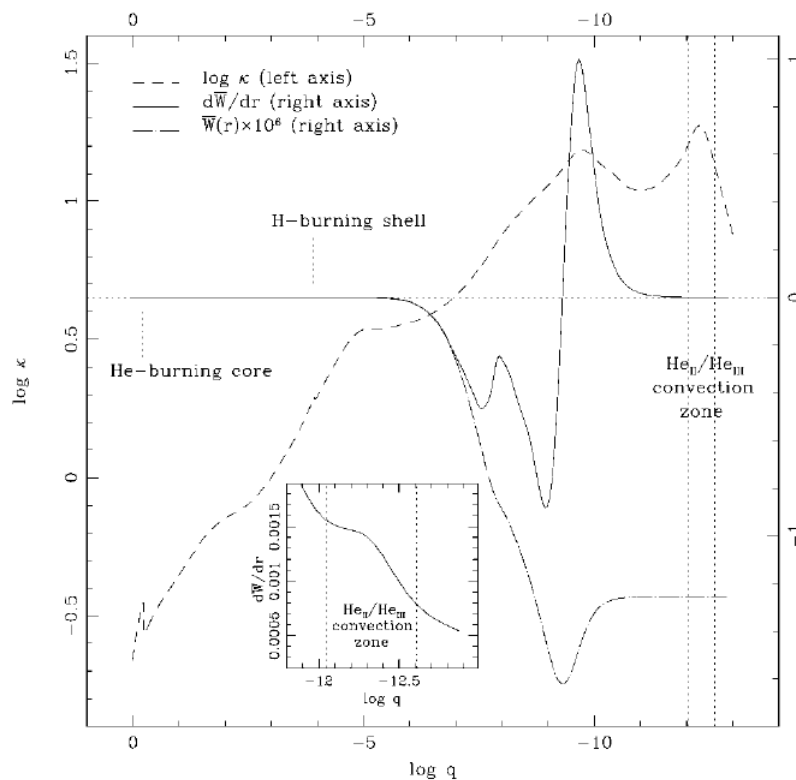


FIGURE 2.5 – Variation du travail dW/dr produite par chaque couche dr de l'étoile en fonction de la profondeur dans l'étoile [$\log q = \log(1 - m(r)/M$)]. Figure tirée de Charpinet et al. (2001)

2.3. AUTRES MÉCANISMES D'EXCITATION

du calcul du travail δW fourni par chaque couche de l'étoile. Pour un mode donné de pulsation ω_{nl} dont on décrira les variations (le déplacement par exemple) par :

$$\delta X(r, t) = \delta X(r) e^{i\omega t + \phi} e^{\eta_\kappa t} \quad (2.34)$$

le signe de η_κ dépend de celui de $\int_0^R \delta W dr$. On peut écrire η_κ dans une hypothèse quasi-adiabatique³ sous la forme (voir par exemple la revue de Noels 1998) :

$$\eta_\kappa = -\frac{1}{2\omega^2} \frac{\oint \frac{\delta T}{T} \frac{d\delta L}{dm} dm}{\oint \delta r^2 dm} \quad (2.35)$$

où δr , δT et δL sont les variations de position, température et luminosité dues à l'oscillation. Le signe de η_κ dépend donc de la fonction propre de chaque mode : cela explique pourquoi même des modes proches en fréquence peuvent être stable ou instable. Mais η_κ va surtout dépendre du signe de $d\delta L/dm$. Celui-ci à son tour dépendra des variations de κ , que l'on peut exprimer comme $\kappa = \kappa_0 \rho^a T^b$. On arrive alors à (Noels 1998) :

$$\frac{d\delta L}{dr} = L \frac{\delta T}{T} \frac{d}{dr} \left(4 - b - \frac{a + 4/3}{\Gamma_3 - 1} \right) \quad (2.36)$$

Le résultat va donc dépendre des valeurs de a et b . Pour une loi de Kramers ($a=1$ et $b=-3.5$), le résultat sera un amortissement. Dans certains cas, b peut prendre des valeurs positives et on a alors un effet amplificateur. Cela sera le cas pour les régions où H^- pèse beaucoup dans l'opacité, ou dans des régions d'ionisation (de H, He ou d'autres éléments, comme le fer) ou on parlera plus spécifiquement de mécanisme γ (Noels 1998).

La figure 2.5 tirée de Charpinet et al. (2001) représente le travail dW dans le cas d'un mode acoustique d'une étoile dite "sdB", c'est à dire une sous naine de type spectral B. On voit que certaines couches ($dW/dr < 0$) stabilisent le mode alors que d'autres ($dW/dr > 0$) l'entretiennent.

Si le mode est instable, la croissance du terme $e^{\eta_\kappa t}$ sera bien sûr amenée à une limite au bout d'un certain temps. L'origine de cette saturation n'est pas clairement comprise : effets non linéaires, couplage de modes entre eux, etc...

2.3 Autres mécanismes d'excitation

Pour tenter d'être exhaustif en matière de mécanisme d'excitation, il faut citer le mécanisme ε et celui dû à l'effet de marée.

Le mécanisme ε est lié aux réactions nucléaires du cœur de l'étoile. Le taux de ces réactions peut varier selon les conditions de température et de densité. Si celles-ci sont

3. Les caculs sont faits dans un cas non adiabatique en utilisant des fonctions propres de modes adiabatiques

2.3. AUTRES MÉCANISMES D'EXCITATION

perturbées, il peut s'ensuivre une oscillation de ce taux, avec pour conséquence la mise en place d'oscillations de l'étoile. On se trouve en fait dans un cas similaire au cas précédent : une bulle de plasma acquiert de l'énergie lors de sa compression. Tout comme dans le cas précédent, cela peut mener à l'auto-entretien d'une oscillation car dans l'Eq. 2.35 seuls sont pris en compte les effets liés à l'opacité. Il faut en fait tenir compte d'un autre terme, η_ε :

$$\eta_\varepsilon = \frac{1}{2\omega^2} \frac{\oint \frac{\delta T}{T} \delta \varepsilon dm}{\oint \delta r^2 dm} \quad (2.37)$$

où ε est le taux de production d'énergie nucléaire. On peut aussi l'exprimer sous la forme $\varepsilon = \varepsilon_0 \rho^{a'} T^{b'}$ et on arrivera à une expression de η_ε qui fait qu'il prendra toujours des valeurs positives (Noels 1998). Mais cependant, rarement assez grandes pour contrebalancer η_κ et être à l'origine d'oscillations. Des oscillations entretenues par ce mécanisme pourraient exister dans des étoiles très massives (de 60 à 100 M_\odot selon les auteurs) mais n'ont pas encore été observées.

Un dernier mot sur le mécanisme d'effet de marée, qui est bien sûr attendu dans un système binaire rapproché. Si un mode propre d'oscillation de l'étoile a une fréquence proche d'un multiple de la période du système binaire, alors il peut y avoir résonance. Ce sont les modes $\ell = 2$, $|m| = 2$ qui seraient les plus susceptibles d'être excités (pour plus de détails, voir Zahn 1970; Kumar et al. 1995).

Chapitre 3

Excitation des modes solaires

3.1 Observation et prédictions théoriques : période pré-SoHO

Au niveau des observations en matière de sismologie solaire, il est bon de se rappeler que la situation avant le lancement de SoHO (Solar and Heliospheric Observatory) en décembre 1995 était complètement différente de celle induite par les observations permises par SoHO (qui seront détaillées en section 3.3). Les observations héliosismiques de cette époque pré-SoHO consistaient principalement en des mesures en vélocimétrie obtenues par des réseaux d'observation au sol constitués de plusieurs stations réparties en longitude pour assurer une continuité des données indispensable à une analyse de Fourier efficace. Ces réseaux, qu'ils soient anglais (BiSON pour Birmingham Solar Oscillation Network), américain (GONG pour Global Oscillation Network Group) ou français (IRIS pour International Research on the Interior of the Sun) obtenaient des séries temporelles encore assez courtes (du fait de leur récente mise en place à l'époque, comme GONG) et des taux de couverture de 70 ou 80% au mieux, le nombre de stations (6 au maximum) ne permettant pas de s'affranchir totalement des aléas techniques ou météorologiques. Cependant, l'héliosismologie avait déjà profité des possibilités de l'observation depuis l'espace, d'abord avec une expérience à bord de la mission Solar Maximum Mission de la NASA (expérience ACRIM, Woodard & Hudson 1983) et avec l'expérience IPHIR (Fröhlich et al. 1988) à bord de la sonde soviétique Phobos qui avait pour but l'exploration des satellites de la planète Mars. Cette expérience qui observa le Soleil en continu pendant le vol de croisière de la sonde vers Mars fut un pas en avant par la qualité de ses données dans le contexte de l'époque. Ces données souffraient certes de leur nature photométrique qui amenait un rapport signal sur bruit moins bon que les mesures vélocimétriques. Mais la durée (180 jours) et la continuité quasi parfaite de ces données en faisaient un objet d'application idéale pour des méthodes d'analyse classiques comme l'analyse de Fourier (dont les résultats ne souffraient pas dans ce cas des conséquences d'interruptions dans la série

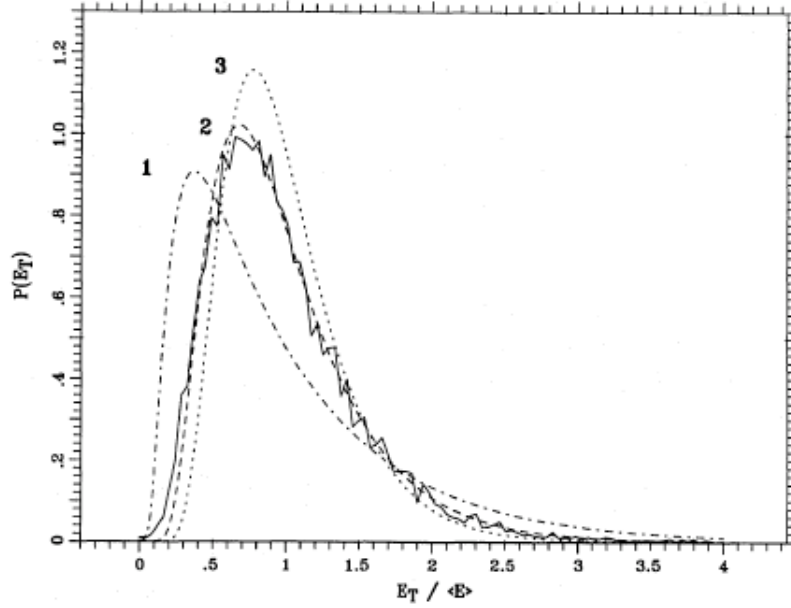


FIGURE 3.1 – Comparaison (tirée de Toutain & Fröhlich 1992) de la distribution observée des modes (ligne continue) et de prévisions théoriques de Kumar et al. (1988) pour différents temps d’amortissements (lignes discontinues, la courbe 2 correspondant à 5 jours)

temporelle) ou pour des méthodes novatrices (qui firent l’objet de ma thèse). En particulier, l’absence d’interruption dans les données était la condition idéale pour une analyse des variations temporelles de l’amplitude observée des modes, et donc de la confrontation entre prédictions théoriques et observation en matière d’excitation des modes acoustiques solaires. Un résultat important fut obtenu par Toutain & Fröhlich (1992) qui comparaient la distribution de l’énergie observée¹ des modes au cours du temps avec les prédictions théoriques de Kumar et al. (1988). La Figure 10 de Toutain & Fröhlich (1992, reproduite ci dessous, Fig. 3.1) montre un très bon accord entre observation et prédictions basées sur une excitation stochastique, allant donc dans le sens de cette hypothèse.

Pour ma part, j’ai exploité le jeu de données IPHIR pour suivre les variations temporelles de l’amplitude des modes grâce à une analyse temps-fréquence² (Baudin et al. 1994). Cela mit en évidence les variations temporelles de grande ampleur de l’énergie

1. Cette énergie étant définie comme le produit de la hauteur du pic dans le spectre de Fourier par sa largeur à mi-hauteur

2. Cette analyse est dérivée d’une analyse en ondelette, mais son application à un domaine de fréquence très étroit autour d’un mode lui fait perdre son caractère multi-échelle, propre à l’analyse en ondelettes : c’est pourquoi je préfère parler d’analyse temps-fréquence plutôt que d’analyse en ondelettes, même si techniquement c’est un algorithme en ondelettes

des modes p solaires, ce qui allait intuitivement à l'encontre d'une excitation par une succession aléatoire de petites impulsions de faible amplitude, mais aussi à l'encontre de résultats du groupe d'Eric Fossat utilisant les données du réseau IRIS (Egamberdiev et al. 1992). En effet ce travail penchait en faveur de variations de faible ampleur autour de la valeur moyenne de l'énergie d'un mode (voir la Figure 6 de cet article). Cependant, le caractère hautement variable en amplitude dans le spectre des modes d'un jour sur l'autre était souligné mais mis sur le compte d'interférences entre les modes. De même, les grandes variations observées par l'analyse temps-fréquence pouvaient être mises sur le compte d'interférences entre les modes et le bruit dans le signal, car le rapport signal sur bruit des données IPHIR restait en deçà de celui des données vélocimétriques. Pour trancher cette question, une solution idéale était de disposer de jeux de données indépendants mais contemporains et de comparer les résultats de l'analyse temps-fréquence de ces jeux. C'est ce que j'ai pu réaliser en analysant en parallèle les données vélocimétriques obtenues par la station de l'Observatoire d'Izaña à Tenerife, partie intégrante du réseau BiSON. La comparaison répondait sans laisser l'ombre d'un doute : les variations d'amplitude des modes étaient bien intrinsèques aux modes et non dues à des interférences avec le bruit car ces variations étaient les mêmes que les observations soient photométriques avec IPHIR ou vélocimétriques avec les données d'Izaña (voir les Figures 2 et 3 de Baudin et al. 1996, reproduit à la fin de cette Section).

Ces variations d'amplitude étant réelles, il fallait les confronter au mécanisme d'excitation stochastique. C'est ce qu'ont fait Chang & Gough (1998) en s'appuyant sur des simulations. Leurs résultats montrent qu'une excitation stochastique d'une onde sinusoïdale est bien compatible avec les variations d'amplitude observées. Une façon très simple de considérer l'excitation stochastique est de se la représenter comme une marche au hasard à deux dimensions. Le résultat en est un vecteur dont le module serait l'amplitude d'un mode et son orientation dans le plan complexe serait la phase. L'excitation se traduit par des petits "coups" modifiant ce vecteur au cours du temps. Le module de ces coups est bien sûr aléatoire mais petit, et sa phase elle aussi aléatoire. On voit sur une simple simulation que le module de ce vecteur peut atteindre par moment une très grande amplitude, moments s'intercalant entre des périodes où le module du vecteur est petit, ce qui est similaire aux variations temporelles d'amplitude observées des modes p solaires (voir Figure 3.2).

Le comportement observé des modes p semble donc compatible avec le mécanisme d'excitation stochastique par la convection. Ce comportement est illustré en Figure 3.1 où l'on voit la succession d'impulsions entrecoupées de périodes de calme. Cependant, comme remarqué dans le travail de Baudin et al. (1996) mais aussi par Chang & Gough (1998), certaines éventuelles corrélations temporelles dans les variations d'amplitude de modes différents pourraient contredire ce que pourrait laisser prévoir ce mécanisme d'excitation. Se pose ainsi la question de l'éventuelle participation d'un autre mécanisme à l'excitation des modes p . Ce point sera l'objet de la Section suivante.

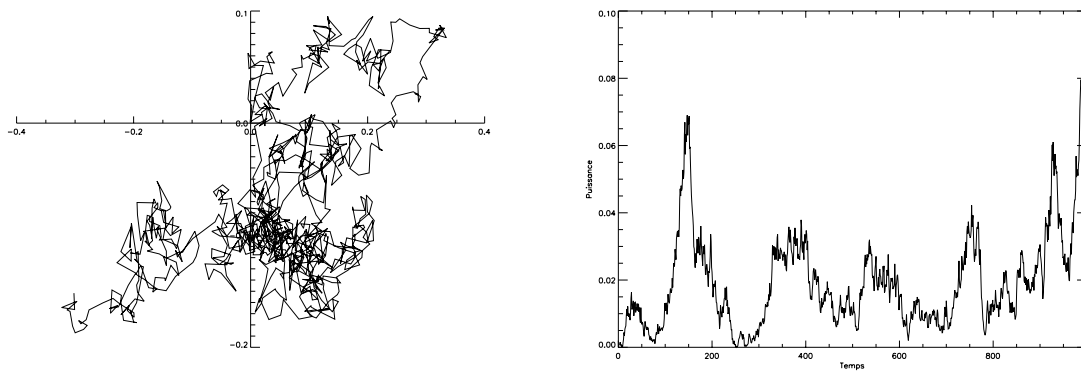


FIGURE 3.2 – A gauche : simulation d’une marche au hasard dans un plan, représentative de l’amplitude et de la phase d’une onde ré-excitée à chaque pas de temps par une petite quantité (10^{-2}) ; A droite : module au carré du vecteur représenté à gauche.

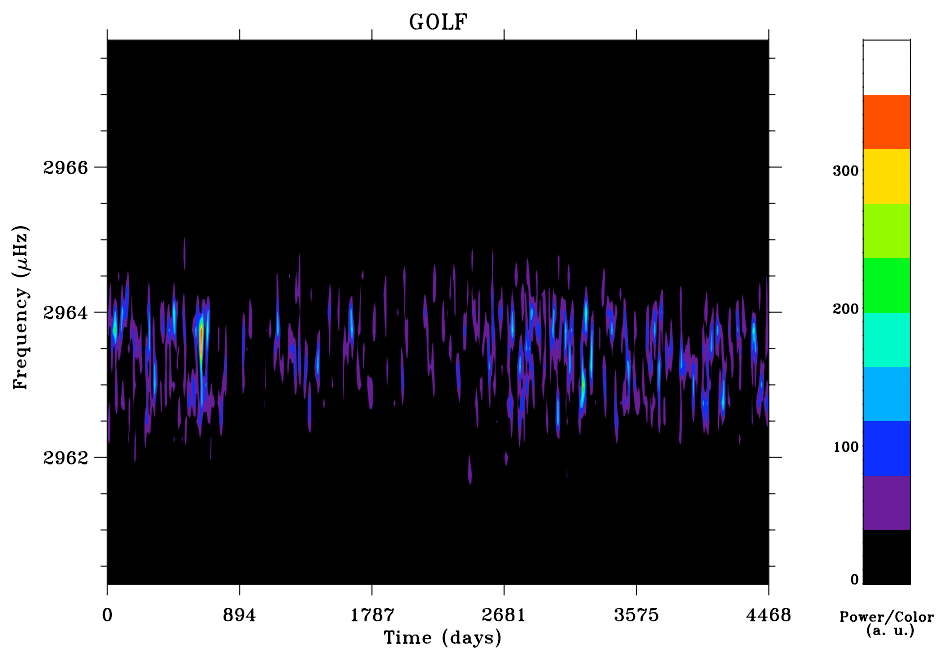


FIGURE 3.3 – Analyse temps/fréquence d’un mode $\ell = 1$ vu par GOLF. On note : le comportement très variable de la puissance, un “trou” vers $T=800$ jours qui correspond à la perte temporaire du satellite SoHO, une longue période de plus faible puissance ($\sim 1700 < T < \sim 2500$) qui correspond aux observations dans l’aile rouge de la raie du sodium, les autres périodes correspondant à l’aile bleue (voir Section 3.3)

Temporal characteristics of solar p -modes

F. Baudin¹, A. Gabriel², D. Gibert³, P.L. Pallé¹, and C. Régulo¹

¹ Instituto de Astrofísica de Canarias, La Laguna, Spain

² Institut d'Astrophysique spatiale, Université Paris XI, France

³ Géosciences Rennes, Université Rennes I, France

Received 12 May 1995 / Accepted 1 August 1995

Abstract. A method for “time/frequency” analysis is shortly described, with a discussion of its limitations in time and frequency resolution, and in sensitivity to noise in the signal. This is then applied to observational data. The data used are the luminosity measurements of the IPHIR experiment, and the velocity measurements performed at the Observatorio del Teide. The application to these two contemporary data sets confirms the reliability of the method and provides additional proof that the observed variation with time is not an effect of noise. The long and continuous data set allows to extract information on the temporal behaviour of low degree solar p -modes. The power of the modes is shown to vary strongly over a time-scale of a few days. These estimates are direct measurements from power variations, unlike those deduced from width measured in Fourier spectra. The temporal behaviour of several modes are compared, mainly showing independent behaviour, but also giving some indications of weak correlations between neighbouring modes.

Key words: methods: data analysis – Sun: oscillations

1. Introduction

Since their detection, our understanding of solar acoustic oscillations has made dramatic progress. The phenomenon itself is understood and much information on the solar interior has been derived from helioseismology. However, some problems still remain unsolved. One of the debated issues is the excitation mechanism of the solar p -modes. Turbulent convection is assumed to be the origin of this excitation, providing the energy to the modes (Goldreich & Keeley 1977). However the process itself is poorly understood and many questions remain unanswered. We do not know how a mode extracts its energy from convection, how physically different modes are sensitive to excitation, and where the process is located.

Information on the temporal behaviour of the modes helps to answer these questions. Such information can be retrieved

from the power spectrum of the modes. The frequency profile of the modes is determined by their excitation, but a number of effects may contribute to the profile of a line: amplitude variations due to excitation or damping, abrupt changes in phase, changes in frequency with time... There is no unique way in which an observed line profile can be interpreted in terms of the contribution from each of these effects. Earlier attempts (Régulo 1987, Jefferies et al. 1988) have approached the problem using an iterative sine wave fitting procedure, which is valid for stationary signals only. New and more adequate approaches are required to extract the information.

A time/frequency analysis, as for instance wavelet transform, is able to give the variations of power or frequency of a mode with time. This information is obtained in a direct way, allowing an easier interpretation. Changes in amplitude or frequency are separated. Both can be observed (Baudin 1995), but this work will focus only on power variations. The gain of new temporal information will be accompanied by a loss of information in frequency, but this method allows an optimized trade-off with respect to time and frequency information.

2. The analysis method

2.1. The wavelet transform

Formally, the Fourier transform does not provide information in the time domain. In order to complete the information provided by Fourier analysis, it is advisable to use a “time/frequency” analysis, whose aim is to provide information in the two domains with the best possible quality. Such analysis can be performed via several methods, one of which is the wavelet analysis. It can be simply expressed as:

$$T(d, t_0) = \int S(t) O\left(\frac{t-t_0}{d}\right) dt \quad (1)$$

where S is the signal and O the “wavelet” (for a complete description see Baudin et al. 1994). Many kinds of wavelets can be used, but when studying sinusoidal signals, it is advisable to use a wavelet based on a sinusoid:

$$O\left(\frac{t}{d}\right) = W\left(\frac{t}{d}\right) e^{i2\pi \frac{t}{d}} \quad (2)$$

Send offprint requests to: F. Baudin

W is a windowing function, and d is the dilation coefficient. Its value $d = 1/\nu$ allows the choice of the frequency to be analysed, and the width of the window to vary according to the frequency under analysis. If the frequencies used vary over a very small range only, the width of the window will change only slightly and the wavelet transform will become almost equivalent to the Gabor transform (Baudin et al. 1994).

The shape of the window is an important parameter. It will allow optimization in time and in frequency of the information extracted. Different windows can be chosen, but whatever their shape, the consequence of the use of a temporal window is that as more information is obtained in the time domain, more will be lost in the frequency domain. This is mathematically expressed by the famous Heisenberg relation and it may be explored by the choice of an adequate window. This will be discussed later (see Sect. 2.2.1).

Another consequence of the use of a temporal window is the increased influence of noise, since because of the window, the number of measurement points taken into account is reduced. As will be discussed in Sect. 2.2.2, this decreases the statistical precision of the result. Nevertheless, this method can yield significant and very interesting results once its limitations are quantitatively understood.

This transform will be applied to a discrete signal. Its discrete expression is used:

$$T(d, t_0) = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k S(t_k) W\left(\frac{t_k - t_0}{d}\right) \times \{\cos(2\pi\nu(t_k - t_0)) + i \sin(2\pi\nu(t_k - t_0))\} \quad (3)$$

with $t_k = k\Delta t$ where Δt is the sampling of the time series, and \mathcal{N} a normalisation factor to be determined. The transform is computed for discrete value of time t_0 over the length of the time series analysed, with a sampling δt , and for discrete value of frequency $\nu = 1/d$ over a thin frequency range centered on the frequency of interest, with a sampling $\delta\nu$.

As for a Fourier transform, the modulus of this transform is proportional to the amplitude of the signal (or its square modulus to the power) in the case of a noise free signal. The results of the transform are normalized in order to make its modulus equal to the amplitude of the analysed signal if this signal were made up of a real wavelet: $S_0(t) = \mathcal{R}e(O(t/d))$. To achieve that, the suitable normalisation factor is:

$$\mathcal{N} = \frac{1}{2} \sum_k \left| O\left(\frac{t_k}{d}\right) \right|^2 \quad (4)$$

An additional normalisation may be useful when displaying the results. It is possible to estimate the mean amplitude (or mean power) of the noise at some neighbouring frequencies of the analysed mode (at $\pm 30\mu\text{Hz}$ for instance). Normalising with this quantity shows the degree of significance of the results.

2.2. The limitations of the method

2.2.1. Time resolution and frequency resolution

The use of a short temporal window, and thus a good time resolution, will lead to poor frequency resolution (a wide frequency window). A trade-off has to be found between time and frequency resolutions, but firstly, these quantities have to be defined with precision. Several definitions could be used. A rigorous one, which takes into account the entire shape of the window, is (Bracewell 1965):

$$\widetilde{\Delta T}^2 = \frac{\int t^2 |W(t)|^2 dt}{\int |W(t)|^2 dt} \quad \text{and} \quad \widetilde{\Delta \nu}^2 = \frac{\int \nu^2 |\widehat{W}(\nu)|^2 d\nu}{\int |\widehat{W}(\nu)|^2 d\nu} \quad (5)$$

where $\widehat{W}(\nu)$ is the Fourier transform of $W(t)$. Searching for the “best trade-off” (the smallest product $\widetilde{\Delta T} \cdot \widetilde{\Delta \nu}$) using this definition leads to the gaussian window, because this function is its own Fourier transform. It is for this reason that the gaussian window is often used, as in Gabor transform for instance, and also in wavelet analysis. The wavelet using this shape is called the Morlet wavelet (Grossmann & Morlet 1984):

$$O\left(\frac{t}{d}\right) = e^{-a\left(\frac{t}{d}\right)^2} e^{i2\pi\frac{t}{d}} \quad (6)$$

It is also possible to use a simpler definition: the full width at half height of the window, hereafter called ΔT and $\Delta \nu$. This definition does not take into account the wings of the window. However, it is much more simple to use and to interpret. For the gaussian window, resolutions are:

$$\begin{cases} \Delta T = 2d\sqrt{\frac{\log 2}{a}} \\ \Delta \nu = \frac{2}{\pi d}\sqrt{a \log 2} \end{cases} \quad (7)$$

They will be adjusted to the required value using the parameter a .

However, the gaussian window is no longer the best trade-off following this simple definition. In this case, an exponential window and its Fourier transform, a lorentzian, provide better resolutions:

$$O\left(\frac{t}{d}\right) = e^{-a\frac{|t|}{d}} e^{i2\pi\frac{t}{d}} \Rightarrow \begin{cases} \Delta T = \frac{2d \log 2}{a} \\ \Delta \nu = \frac{a}{\pi d} \end{cases} \quad (8)$$

For instance, the same frequency resolution will yield a temporal resolution twice as good in the case of the exponential window (later called lorentzian wavelet because of its Fourier transform). These two types of wavelets will be compared in

regard to their application to real data (Sect. 3.1). The choice of these parameters will also be discussed in detail later (Sect. 3.1). These resolutions ΔT and $\Delta\nu$ are independent of the sampling of the transform δt and $\delta\nu$, except that the sampling must be no greater than the resolution of course.

2.2.2. The statistical resolution

If noise is present in the data, naturally it will influence the result of the transform, as in the case of a Fourier transform. However, since fewer measurement points are taken into account than in the Fourier case, the influence of noise will be greater. This has to be quantified in order to check the reliability of the method.

The randomly distributed noise added to the signal renders the results of the wavelet transform randomly distributed. In order to quantify this influence, it is possible to calculate the distribution of the results of the transform (for its modulus for instance) for a given distribution of the noise. The confidence intervals are derived from this distribution. The signal is considered as the sum of a signal S_0 plus noise ε , normally distributed, of zero mean and σ_0^2 variance. It is convenient to express the transform T by the sum of its real and imaginary parts: $T = X + iY$. The two components X and Y are a combination of randomly distributed variables. For instance:

$$X = \sum_k X_k = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k (S_0(t_k) + \varepsilon(t_k)) W_d(t_k) \cos 2\pi\nu t_k \quad (9)$$

Then, X is a normally distributed variable with mean X_0 and variance σ_X^2 :

$$X_0 = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_k S_0(t_k) W_d(t_k) \cos 2\pi\nu t_k$$

$$\sigma_X^2 = \frac{1}{\mathcal{N}^2} \left(\sum_k W_d^2(t_k) \cos^2 2\pi\nu t_k \right) \sigma_0^2 = \frac{\sigma_0^2}{\mathcal{N}} \quad (10)$$

Y has the corresponding values and if the temporal width of the wavelet is large compared to the period of the sine wave (as will always be the case in the present instance) then $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$. Finally the distribution function of X and Y is:

$$f_{X,Y}(X,Y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(X-X_0)^2 + (Y-Y_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (11)$$

and the distribution function for the modulus $Z = \sqrt{X^2 + Y^2}$ of the transform is (Papoulis 1984):

$$f_Z(Z) Z dZ d\theta = f_{X,Y}(X,Y) dX dY$$

$$\Rightarrow f_Z(Z) = \int_0^{2\pi} \frac{Z}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{Z^2 + Z_0^2 - 2Z(X_0 \cos \theta + Y_0 \sin \theta)}{2\sigma^2}} d\theta \quad (12)$$

which can be analytically expressed as (Gradshteyn & Ryzhik 1965):

$$f_Z(Z) = \frac{Z}{\sigma^2} e^{-\frac{Z^2 + Z_0^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{ZZ_0}{\sigma}\right) \quad (13)$$

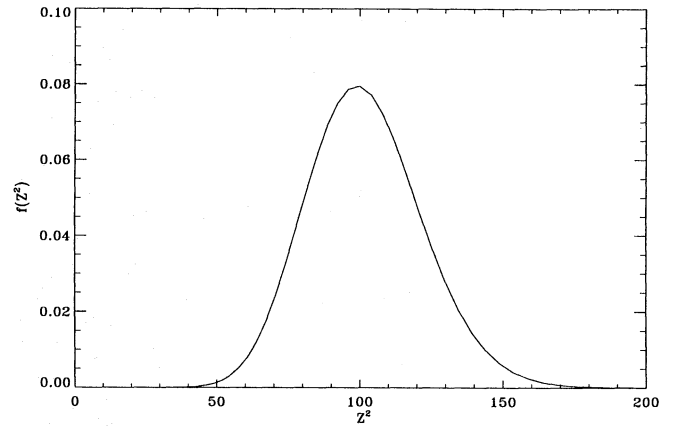


Fig. 1. Distribution function of Z^2 , the square modulus of the wavelet transform for a characteristic helioseismic signal. The power is normalized by the mean power of the noise

where I_0 is the modified Bessel function. Knowing f_Z , it is easy to compute a confidence interval for Z or Z^2 . f_{Z^2} is displayed in figure 1 for a signal whose power is 100 times the noise power. The wide shape of this function will lead to a considerably wide confidence interval. Indeed, its half width is more than 35% of Z^2 in that case. Nevertheless, this can be enough to ensure that large variations of $|Z|^2$ are valid (Fig. 4).

The important parameter is σ^2 . For a noise with a given σ_0^2 , σ^2 varies like σ_0^2/\mathcal{N} , where \mathcal{N} is the normalisation factor (Eq. 4). This factor is determined by the wavelet used, both by its shape and width. Its value for different shapes or widths of a wavelet allow comparison of the statistical precision yielded by these different wavelets. The expression of \mathcal{N} is:

$$\mathcal{N} = \frac{1}{2} \sum_k \left| O\left(\frac{t_k}{d}\right) \right|^2 \approx \frac{1}{2} \int \left| O\left(\frac{t}{d}\right) \right|^2 dt \quad (14)$$

For the Morlet and the lorentzian wavelet, the normalisation factor expressed versus ΔT are (Gradshteyn & Ryzhik, 1965):

$$\mathcal{N}_{Morlet} = \frac{1}{2} \int e^{-2a\left(\frac{t}{d}\right)^2} dt = \frac{d}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2a}} = \sqrt{\frac{\pi}{2 \log 2}} \frac{\Delta T}{4} \quad (15)$$

$$\mathcal{N}_{Lorentz} = \frac{1}{2} \int e^{-2a\frac{|t|}{d}} dt = \frac{d}{2a} = \frac{\Delta T}{4 \log 2}$$

A good time resolution (small value of ΔT) leads to poor frequency resolution and also poor statistical resolution. For an equivalent time resolution, the ratio is:

$$\frac{\mathcal{N}_{Morlet}}{\mathcal{N}_{Lorentz}} = \sqrt{\frac{\pi \log 2}{2}} \simeq 1 \Rightarrow \sigma_{Morlet} \simeq \sigma_{Lorentz} \quad (16)$$

Following this, the two wavelets have a comparable statistical precision for a given noise. Thus, for a given time resolution, a lorentzian wavelet yields a similar statistical resolution but a twice as good frequency resolution (Eq. 7 and 8). Hence, this wavelet will be used in the following of this work.

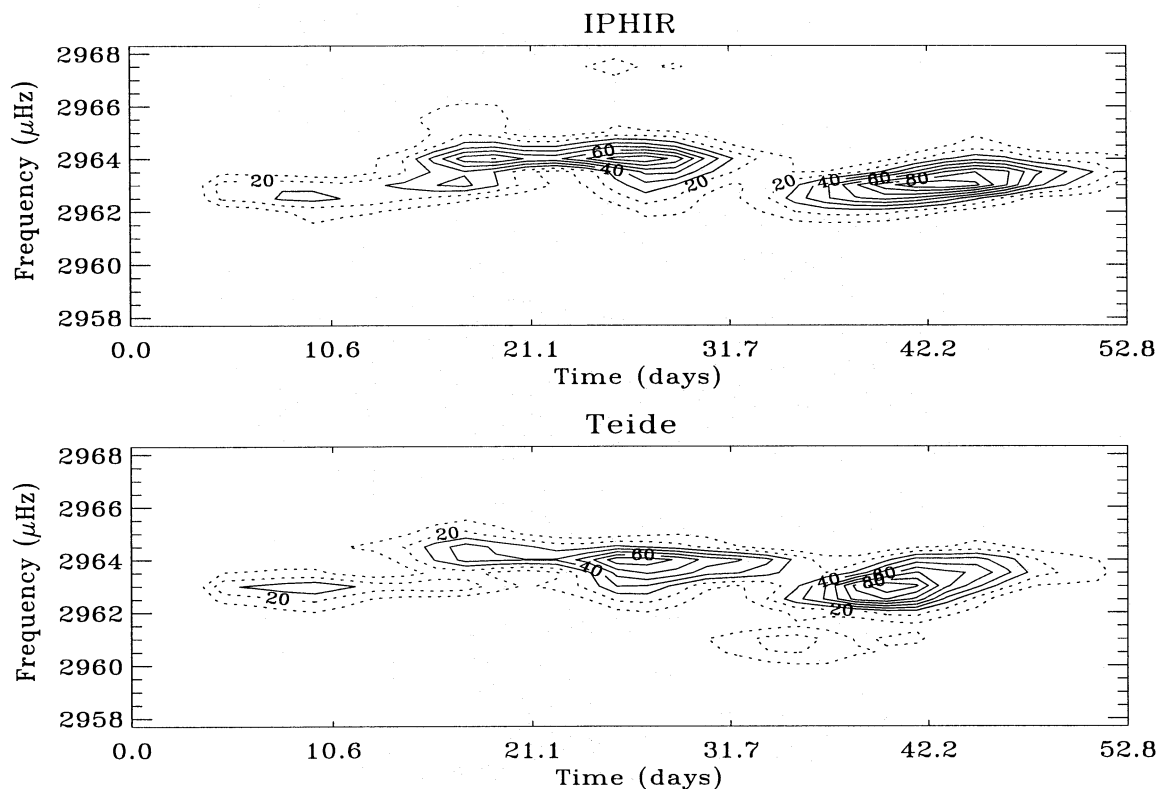


Fig. 2. Comparative analysis of Teide and IPHIR data sets, clearly showing the same behaviour of the mode ($n = 20$, $\ell = 1$). The dotted lines correspond to the weakest power values

3. Application to the data

This method was applied to two sets of data: data from the IPHIR instrument and observations taken at the Observatorio del Teide (Izaña, Tenerife). IPHIR (Fröhlich et al. 1988) was on board the PHOBOS spacecraft and continuously measured intensity variations of the integrated solar disk during the cruise phase of PHOBOS to Mars in 1988 (about 160 days, beginning in July). Observations from the Observatorio del Teide (Pallé et al. 1989 and references therein) are made up of continuous daily Doppler velocity measurements on the integrated solar disk, taken since 1984. Thus, these two experiments are both sensitive to global modes which they measured during the same epoch but in very different ways. In particular, the noise sources should be very different: one experiment is observing through the terrestrial atmosphere while the other observed from space. Moreover the intrinsic solar noise in the Doppler measurements should be much unlike the noise in intensity measurements. This gives an excellent opportunity to check the reliability of the method by comparing the results from these two data sets. However, the parameters of time/frequency analysis have to be optimised first.

3.1. Application to solar p -modes

When applying time/frequency analysis, the choice of the adequate resolution in time and frequency, and thus of the statisti-

cal resolution, is crucial. The first requirement when analysing a signal made up of several sine waves is to separate the discrete frequency components of the signal. The fine structure of the p -modes is the constraint. The components of an individual mode split by rotation are separated by about $1\mu\text{Hz}$. This requires a frequency resolution $\Delta\nu \leq 1\mu\text{Hz}$ in order to avoid the phenomenon of beating between the components of the mode. This leads to a time resolution $\Delta T \geq 5.2$ days. Theoretically, the case of radial modes ($\ell = 0$), which are not split by rotation, allows the use of a better time resolution. However the other limiting factor, the statistical precision, prevents this. Comparative analysis of two different data sets (see below) show that the use of a better time resolution does not always lead to statistically significant results. In any case, the statistical resolution is also determined by the amplitude of the modes and the signal to noise ratio. Comparison of the two data sets allows the choice of the modes which present a sufficient signal to noise ratio for subsequent study.

Thus, the resolutions $\Delta T = 5.2$ days in time and $\Delta\nu = 1.0\mu\text{Hz}$ in frequency will be used for the time/frequency analysis presented in this work. Since a high frequency resolution is chosen, the wavelet used is the lorentzian (see Section 2.2.2). Finally, the discrete time/frequency analysis is computed with a sampling $\delta t = 0.8$ day in time and $\delta\nu = 0.25\mu\text{Hz}$ in frequency.

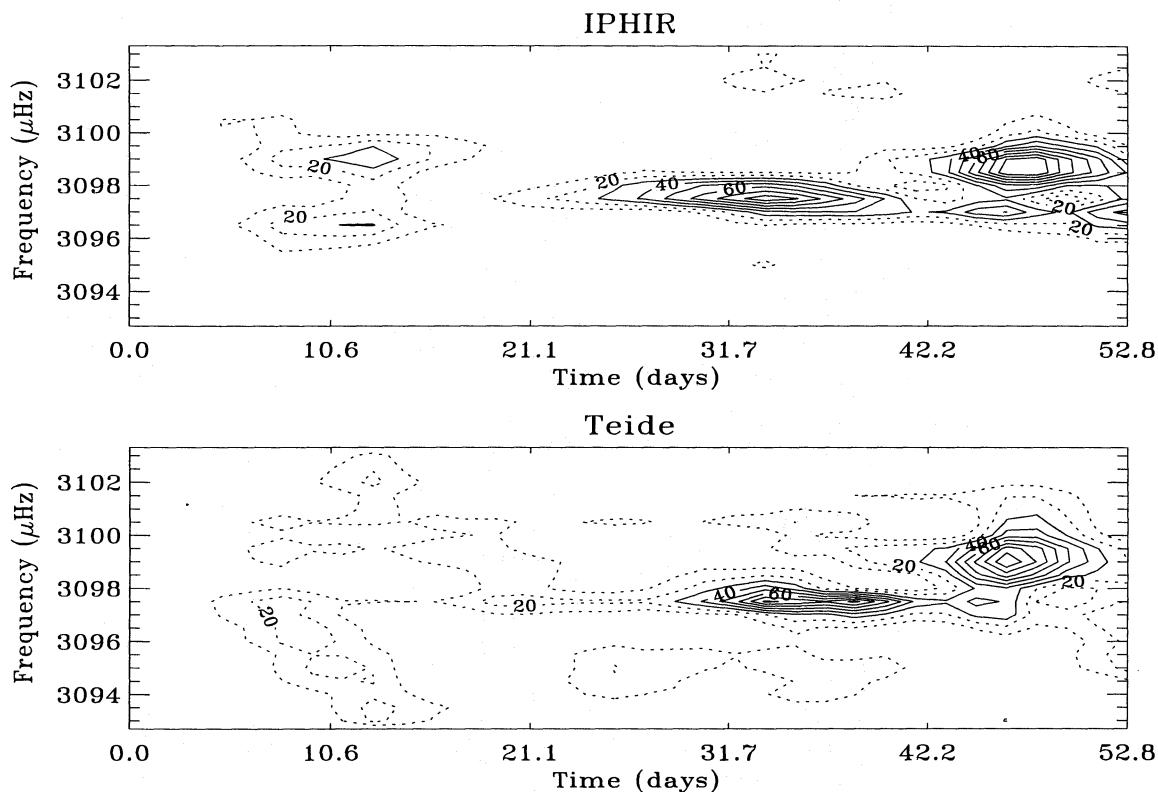


Fig. 3. Same comparison as in Fig. 2 for the mode ($n = 21$, $\ell = 1$)

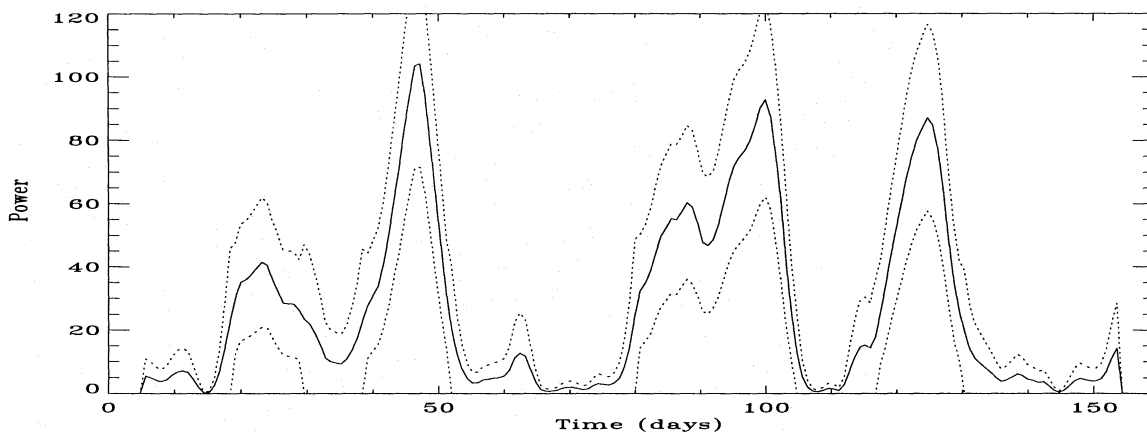


Fig. 4. Power variation at a fixed frequency ($\nu = 3034 \mu\text{Hz}$), showing large pulses. The dotted lines are 90% confidence intervals, as estimated in Sect. 2.2.2

3.2. Comparison of two data sets

The comparison of power variations deduced from the two independent data sets corresponding to the same epoch is a good way to ensure that these variations are not due to noise. However in the case of ground-based observations like those performed at the Observatorio del Teide, the “observing window” function can lead to artificial power variations. This window is due to the day/night alternance and to bad weather spells. Since the time resolution used for the analysis is greater than 24 hours, the

day/night cycle does not affect drastically the measured power variations. The influence of missing days due to bad weather is even more important. In order to avoid this, we compare the two data sets only during summertime. Moreover, in order to compensate the influence of gaps, the time/frequency analysis of the Teide data is normalized by the power variation of a sine wave of constant amplitude windowed by the observing window function. Good weather prevailing, the variation of the normalisation factor does not exceed 50%.

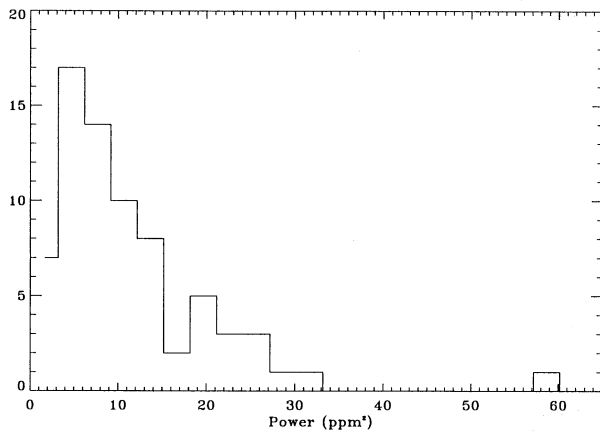


Fig. 5. Histogram of the power (in squared part per million) of the pulses

The similarity of the results obtained from the analysis of the two data sets shows clearly their validity. For instance, in the comparative analysis of the highest amplitude modes, the occurrence of high value of power in the analysis of the mode ($n = 20, \ell = 1$, Fig. 2) or the mode ($n = 21, \ell = 1$, Fig. 3) is completely correlated in time and in frequency in the two data sets. Some relative differences are to be expected in the power values, due to different visibility of the modes in luminosity measurements and velocities measurements, or due to the high level noise present in the data which can modulate the power variations. In particular, when comparing the analysis of modes of lower amplitude, some discrepancies appear in the power variations: some maxima of power appear in the analysis of one data set but not in the other. The comparative analysis of modes whose frequency is lower than $\nu_{min} \simeq 2764 \mu\text{Hz}$ and higher than $\nu_{max} \simeq 3234 \mu\text{Hz}$ shows too many discrepancies in the two data sets. Their poor signal to noise ratio renders their study unreliable. These modes will not be used for the present study. Because of their weak amplitude due to geometric factors in observation, the $\ell = 2$ modes will not be utilized either.

However, comparison of the stronger visible modes in these data sets confirms without doubt the reliability of time/frequency analysis when applied to helioseismology.

4. Results

Once the reliability of the method to measure power variations is verified, it is possible to exploit the IPHIR data set with a duty cycle greater than 95%, ideally suited for time/frequency analysis.

The first information yielded by time/frequency analysis is basically the qualitative behaviour of the power of the modes. The power of the modes studied shows strong variations over a relatively short time-scale; in a few days, the power of a mode which was around the noise level increases up to 80 or 100 times this level, and then drops as rapidly to its initial level. The temporal behaviour of all the modes examined is made up of these peaks which resemble “pulses”. The behaviour of

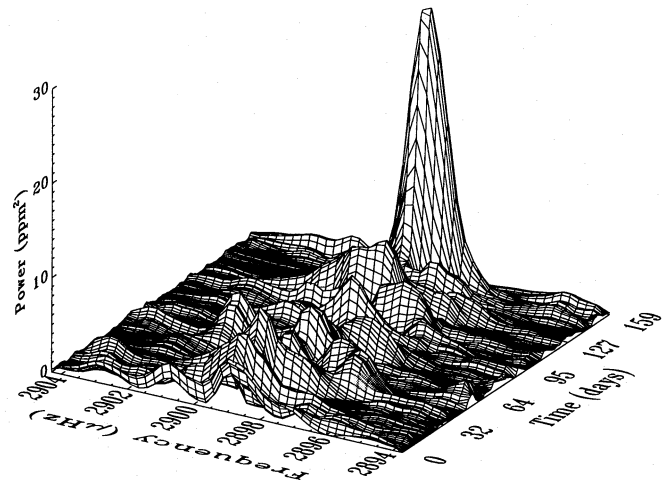


Fig. 6. Time/frequency analysis of the mode ($n = 20, \ell = 0$) with a strong pulse at the end of the observation run

the mode ($n = 21, \ell = 0$) is typical. It is made up of several of these pulses, reaching high values of power -for instance at time $T \simeq 45$ or 85 days- while presenting very low power over long periods -for instance between $T \simeq 55$ and 80 days (Fig. 4).

The pulses may be short lived. Measurements of their duration extend up to 25 days, and could even be shorter than 5 days, but one must remember that the measurements are limited by the time resolution employed (5 days). An investigation using improved time resolution whilst avoiding the influence of noise or the beating of the modes is impossible. Another temporal characteristic of the pulses is their frequency of occurrence, or the time between two pulses. Taking into account the pulses clearly above the noise level, this time extends from 10 to 40 days. The measurements are again limited by the time resolution, but they show that time-scales of several days exist in the power variations of the modes, even if shorter time-scales might exist.

A third characteristic of the pulses is their power. Fig. 5 displays the histogram of these values, showing a reduction in the number of pulses versus their power, with some strong events. This is illustrated by the power variations of the mode ($n = 20, \ell = 0$) which show weak pulses during most of the data set and a strong pulse at the end (Fig. 6).

The comparative analysis of the temporal behaviour of several modes also yields interesting information. However, one must note that these comparisons concern only a few modes (four $\ell = 0$ and four $\ell = 1$ modes) over a period of about 160 days, corresponding to a few times the typical time-scale of power variations.

The first power variations to be compared are those of the components of a mode of given n and ℓ corresponding to a different value of m . In general they show a different behaviour with time. For instance, one of the two components of the mode ($n = 20, \ell = 1$) has a high power while the other is very weak as during the first fifty days of the data set (Fig. 7). This independent behaviour is confirmed in the comparative analysis of

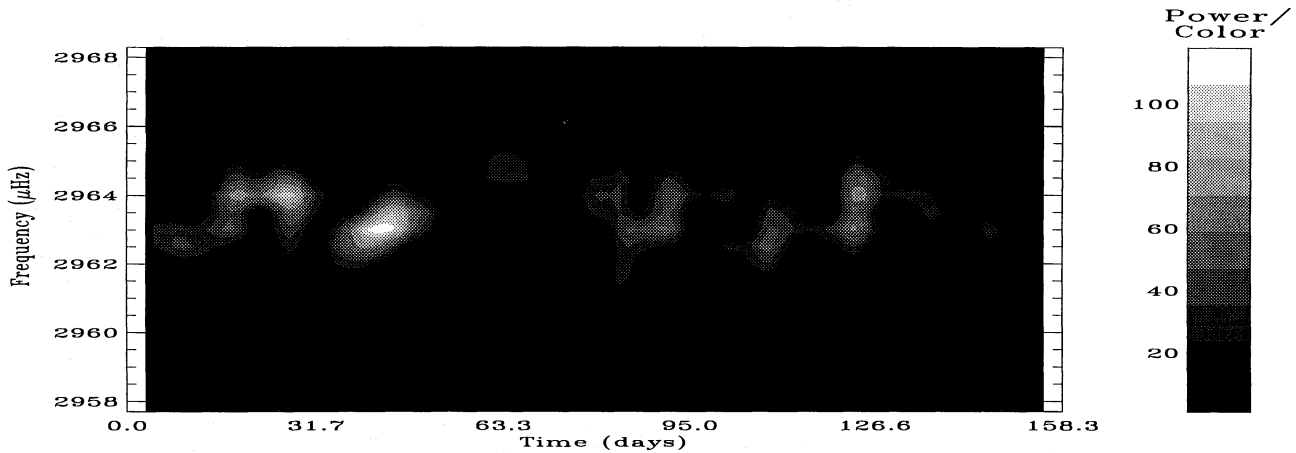


Fig. 7. Time/frequency analysis of the mode ($n = 20, \ell = 1$), showing independent behaviour of the two components during the first 50 days. Power is normalized by the mean value of the noise power

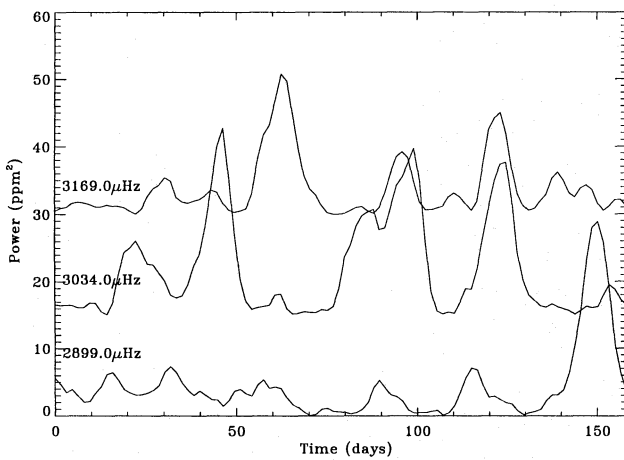


Fig. 8. Comparison of the power variations of the modes of the same degree $\ell = 0$

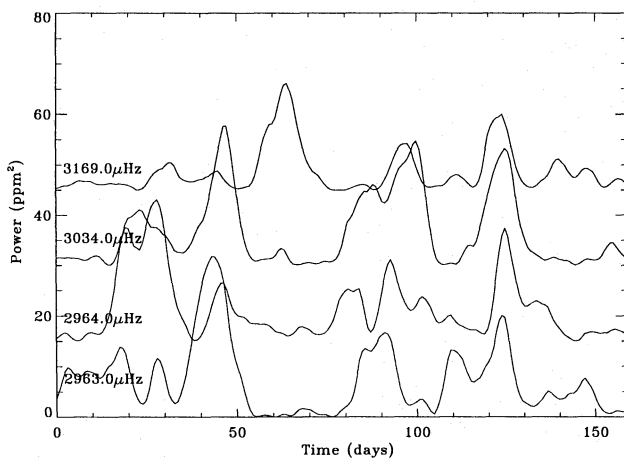


Fig. 9. Comparison of power variations of several modes showing a simultaneous pulse at $T \simeq 125$ days

the two data sets for this mode and for the mode ($n = 21, \ell = 1$) (Fig. 2 and 3). However these components also have a similar appearance, sometimes showing simultaneous pulses of comparable power as for instance at $T \simeq 90$ or $T \simeq 125$ days for the mode ($n = 20, \ell = 1$).

Another interesting comparison is that of modes with the same degree ℓ . The behaviour of these modes seems mainly independent. Some modes have strong pulses while others do not: for instance the mode ($n = 20, \ell = 0$) show a strong pulse at $T \simeq 150$ days while its neighbouring $\ell = 0$ modes are weaker (Fig. 8). On the other hand, the modes $n = 21$ and $n = 22$ show a simultaneous pulse around $T \simeq 125$ days. Of course, this may be a coincidence, but other comparisons sometimes suggest otherwise. The comparison of the power variations of neighbouring modes of various n and ℓ also show simultaneous pulses sometimes, as for instance at the same time $T \simeq 125$ days (Fig. 9). One may also note that several modes have pulses between the 40th and the 50th day. In order to quantify the comparison of the behaviour of the modes, we computed the correlation function of the power variation of a mode with other modes or with the power variations of noise:

$$C(\nu_1, \nu_2) = \frac{\int P_{\nu_1}(t) \cdot P_{\nu_2}(t) dt}{\sqrt{\int P_{\nu_1}^2(t) dt \int P_{\nu_2}^2(t) dt}} \quad (17)$$

where ν_1 and ν_2 are the frequencies of the modes or of the noise. In many cases, the correlation function of a mode with neighbouring modes reaches values such as 0.5, while the correlation with noise is lower (Fig. 10 and 11). This may show that the behaviour of neighbouring modes is not completely independent, but as mentioned before, the relatively few data implies that this conclusion should be treated with caution.

Another approach is to consider the sum of the power variations of all the modes studied. This sum is displayed in figure 12. It shows also variations resembling pulses, as in the case

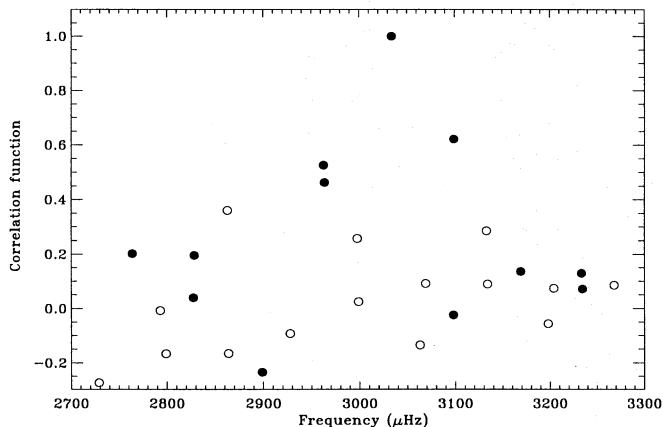


Fig. 10. Correlation functions of the mode ($n = 21, \ell = 0$) with other modes (filled circles) and with noise (empty circles)

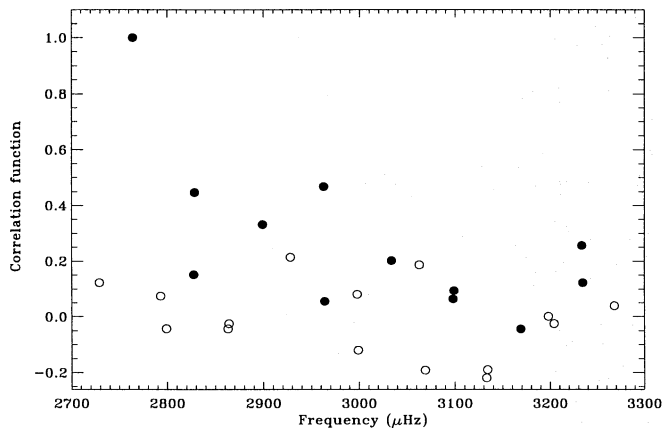


Fig. 11. Correlation functions of the mode ($n = 19, \ell = 0$) with other modes (filled circles) and with noise (empty circles)

of individual modes, but these pulses attain much higher values (130 ppm^2) than pulses of individual modes (30 ppm^2). Moreover the statistical behaviour of this sum is not as expected. If this sum were made up of N independent variables, its variance σ_{tot}^2 should be equal to the sum of the variances of its components: $\sigma_{tot} = \sqrt{\sum_N \sigma_i^2}$. In the present case, the values obtained are $\sigma_{tot} = 32.4 \text{ ppm}^2$ and $\sqrt{\sum_N \sigma_i^2} = 20.9 \text{ ppm}^2$, corresponding to a σ_{tot} too high by 55%. Because this statistical behaviour could be due to the sometimes correlated variations of the components of the $\ell = 1$ modes, the same test was computed taking into account only one component of each $\ell = 1$ mode. The result is then a σ_{tot} between 23% and 30% again too high for the case of independent variables. To verify this, the same test was computed with an equivalent number of power variations of pure noise, leading to a difference between σ_{tot} and $\sqrt{\sum_N \sigma_i^2}$ of only 2 or 3%.

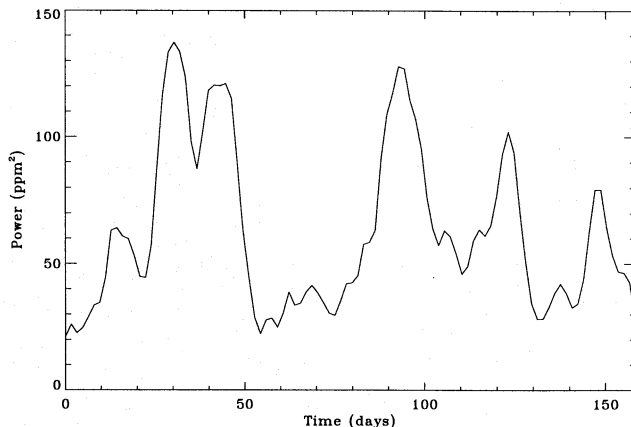


Fig. 12. Sum of the power of all the modes between ν_{min} and ν_{max} . The pulses visible here can not be due to the impulse of an individual mode

5. Conclusion

The first result of this work regards the demonstration of the validity of time/frequency analysis when examining helioseismic data. The comparison of different data sets corresponding to the same epoch shows that it is possible to extract information on the behaviour of solar p -modes on a time-scale of order a few days or longer.

One of the main results is that, regardless of the actual excitation mechanism of the modes, their power shows strong variations over a time scale of a few days. One must note that this behaviour is not incompatible with excitation by turbulent convection. Simulations of a stochastically excited oscillator may show comparable behaviour from a qualitative point of view (H.Y. Chang & D. Gough, private communication). From the point of view of energy content, the observed behaviour is also compatible with stochastic excitation by turbulence. From the strongest observed pulses, we know that a mode may reach an amplitude of 5 ppm from the noise level in about 10 days. In order to convert this into units of velocity, we use previous results reported by Schrijver et al. (1991) concerning comparison of IPHIR and Observatorio del Teide data, leading to an amplitude of 20 cm.s^{-1} . Knowing the mass of the mode $M_{mode} \approx 2.10^{22} \text{ kg}$ (A. Eff-Darwich, private communication), the energy of the mode is estimated following Libbrecht (1988):

$$E_{mode} = \frac{1}{2} M_{mode} V_{surf}^2 \approx 4.10^{20} \text{ J} \quad (18)$$

This estimate was done previously; the new information is how long it must be supplied. With $T \approx 10$ days, this leads to a rate $R \approx 5.10^{14} \text{ W}$. Millions of convective cells are exciting millions of modes, and the energy involved in a convective cell is (Libbrecht 1988):

$$E_{conv} \approx \rho H L^2 c^2 \quad (19)$$

where ρ is the density ($\rho \approx 10^{-4} \text{ kg.m}^{-3}$), H the scale height ($H \approx 100 \text{ km}$), L the horizontal size of the cell ($L \approx 1000 \text{ km}$),

and c the sound speed ($c \approx 10 \text{ km.s}^{-1}$). This yields an energy of $E_{conv} \approx 10^{21} \text{ J}$ and with a convective cell duration of $T_{cell} \approx 10 \text{ mn}$, this leads to a rate $R \approx 10^{18} \text{ W}$, more than 10^3 times that required for observed pulses, showing that this is compatible with excitation by convection.

Another result of this work concerns the collective behaviour of the modes. It appears clearly that modes of different order n or degree ℓ , in general, do not have correlated behaviour. It also appears that even the components of a mode of given n and ℓ may have a very different behaviour. The question of the complete, or not, independence of the modes remains unanswered. Some indications suggest that correlation exists in the behaviour of modes of neighbouring frequencies. However, the lack of sufficient data prevents a definitive conclusion from being drawn. Analysis with a larger amount of data is required. Whatever the excitation mechanism, it must be consistent with an independent or a weakly correlated behaviour of neighbouring modes. An extended study of the behaviour of many modes with different characteristics should help us make progress in our understanding of this mechanism.

Acknowledgements. We thank C. Fröhlich and T. Toutain for providing access to the IPHIR data cleaned of satellite pointing noise, and also the team performing observations at the Observatorio del Teide. We thank M. Auvergne, E. Fossat, M. Gabriel, D. Gough, H. Y. Chang and A. Eff-Darwich for helpful discussions. We also thank M. Murphy for her help. Much of this work was made with the support of the Spanish DGICYT (project n° 91-0530).

References

- Baudin F., Gabriel A., Gibert D., 1994, *A&A*, **285**, L29
 Baudin F., 1995, *Helio and Astero Seismology from the Earth and Space*, ASP Conference Series, **76**, 475
 Bracewell R., 1965, *The Fourier Transform and its application*, McGraw-Hill
 Fröhlich C., Bonnet R.M., Bruns A.V., Delaboudinière J.P., Domingo V., Kotov V.A., Rashkovsky D.N., Toutain T., Vial J.C., Werhli C., 1988, *Seismology of the sun and sun-like stars*, ESA SP-286, 359
 Goldreich P., Keeley A.D., 1977, *Ap.J.*, **212**, 243
 Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M., 1965, *Tables of integrals, series and product*, Academic Press
 Grossmann A., Morlet J., 1984, *SIAM J. Math. Anal.*, **15**, 723
 Jefferies S.M., Pallé P.L., van der Raay H.B., Régulo C., Roca-Cortés T., 1988, *Nature*, **333**, 646
 Libbrecht K.G., 1988, *Ap.J.*, **334**, 510
 Pallé P.L., Régulo C., Roca Cortés T., 1989, *A&A*, **224**, 253
 Papoulis A., 1984, *Probability, Random Variables and Stochastic Process*, McGraw-Hill
 Régulo C., 1987, Ph. D. Thesis, University of La Laguna, Spain
 Schrijver C.J., Jiménez A., Däppen W., 1991, *A&A*, **251**, 655

3.2 Influence d'un autre mécanisme : les phénomènes magnétiques ?

En effet, avant que la convection des couches superficielles ne soit proposée comme la source fournissant leur énergie aux modes p, d'autres phénomènes avaient été proposés, comme par exemple les éruptions solaires, et ce dès le début des années 1970 (Wolff 1972), alors que la physique des modes venait seulement d'être comprise par les travaux pionniers de Ulrich (1970) d'une part et Leibacher & Stein (1971) d'autre part. A l'inverse de la convection qui excite les modes de manière continue, comme l'archet excite la corde d'un violon, une éruption est un phénomène beaucoup plus rare et puissant, que l'on pourrait comparer à un coup de baguette sur un fût d'une batterie. Le comportement temporel des modes sera donc différent : on attend en particulier une certaine corrélation entre les variations d'amplitude des modes si ceux-ci sont excités par un événement puissant et rare, alors qu'à l'inverse, les multiples excitations dues à la convection mènent à des variations indépendantes d'un mode à l'autre. La recherche de corrélation dans les variations temporelles fut l'objet de maints travaux... ainsi que maints résultats parfois contradictoires³. On peut citer par exemple Gavryusev & Gavryuseva (1999) qui mettaient en évidence une corrélation dans le temps entre l'amplitude de différents modes, ainsi qu'entre l'amplitude des modes et les occurrences d'Ejection de Masse Coronale (CME). Ce phénomène avait aussi été envisagé par Foglizzo (1998). A l'inverse, Roth (2001) met en évidence une *anti*-corrélation entre les variations d'amplitude des modes. C'est cependant des mouvements convectifs de grande taille qui sont ensuite étudiés comme cause possible d'anti-corrélation (Roth & Stix 2003). Plus récemment, Karoff & Kjeldsen (2008) ont mis en évidence une corrélation entre le spectre de Fourier à haute fréquence des mesures en photométrie à bord de SoHO (instrument VIRGO) et le flux en rayons X observé par le satellite GOES. Cette corrélation semble claire (voir par exemple la Figure 5 de Karoff & Kjeldsen 2008, reproduite ci-dessous). Je reviendrai plus longuement sur ce résultat.

Il est aussi possible de chercher une signature de phénomènes magnétiques puissants à la surface du Soleil ailleurs que dans les variations de puissance des modes acoustiques. Un exemple typique est l'observation de Kosovichev & Zharkova (1998) qui montre la présence d'ondes concentriques observées par effet Doppler au moment et sur le lieu d'une éruption. Des travaux comparables ont été poursuivis par A. Donea et C. Lindsey par exemple (Martínez-Oliveros et al. 2008; Lindsey & Donea 2008) qui ont mis en évidence dans plusieurs cas des *sources acoustiques* dans des régions actives lors du déclenchement d'éruptions. Cependant, le lien de ces sources acoustiques avec les modes p n'est pas clairement établi.

Pour ma part, j'avais remarqué des indices possibles de corrélation entre les variations d'amplitudes des modes avec l'analyse temps-fréquence des données IPHIR (voir la Fi-

3. C'est pourquoi j'en ai fait l'objet d'un travail pour les étudiants dans le cadre de *projets méthodologiques* au niveau M2.

3.2. INFLUENCE DES PHÉNOMÈNES MAGNÉTIQUES ?

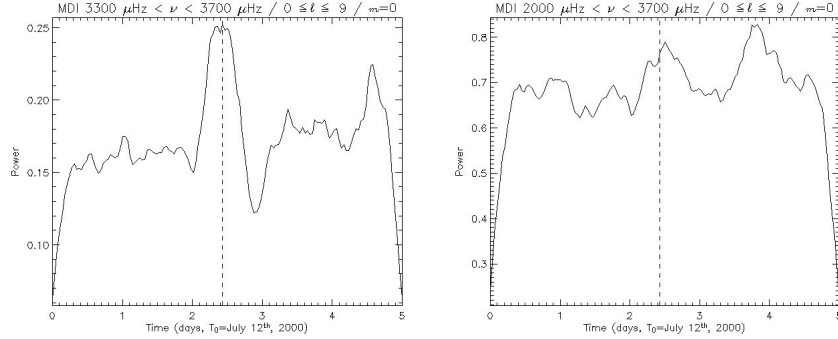


FIGURE 3.4 – Variations de puissance des modes $\ell = 9$ (pour $m = 0$) autour du moment de la “Bastille day flare” de Juillet 2000, marquée par les traits pointillés. On voit que pour les modes de fréquence élevée, la coïncidence est nette, alors qu’elle disparaît en tenant compte d’un large intervalle de fréquence.

gure 8 de Baudin et al. 1996) tout en utilisant les variations du bruit comme test (voir les Figures 10 et 11 du même travail). Cependant, ce résultat portait sur une durée assez courte (environ 150 jours) et nécessitait une confirmation sur des séries temporelles plus longues. Celles-ci devinrent réalité avec l’avènement de SoHO et de ses différents instruments héliosismiques (voir Section 3.3). Cependant, je n’ai pas pu mettre en évidence de manière irréfutable de telles corrélations. Ces travaux ont aussi fait l’objet de stages que j’ai encadrés (L. Sanchez-Garrido en 2001 ; J. Chainé en 2003) et de projets méthodologiques (J.-C. Hulot en 2008). Ce qui est par contre très clair est le grand nombre de pièges qui s’offrent à celui qui recherche une corrélation. Par exemple dans le cas des données de l’instrument GOLF, même si le taux de couverture est de 99%, de petites lacunes apparaissent épisodiquement dans la série temporelle. Ne pas en tenir compte fait bien sûr apparaître une corrélation de manière complètement artificielle. Un autre facteur qui peut causer une corrélation artificielle est la construction des variations temporelles d’une grandeur quelconque sans s’assurer que les différents points de ces variations sont indépendants les uns des autres. Ce piège est illustré dans Baudin & Finidori (2004) (voir la Figure 2 de ce travail, inséré à la fin de cette Section) et pourrait être à l’origine des corrélations observées par Gavryusev & Gavryuseva (1999).

J’ai aussi tenté de trouver la signature de phénomènes magnétiques, avec d’une part l’avènement de SoHO et le haut niveau de qualité et de quantité des données des instruments sismiques (GOLF, VIRGO et MDI). D’autre part, j’ai utilisé les détections d’éruptions ou d’autres phénomènes magnétiques grâce aux mesures de flux solaire dans le domaine des rayons X qui sont devenues disponibles à cette époque avec les satellites GOES ou en m’appuyant sur les dates d’éruptions observées par d’autres instruments de SoHO (EIT). Un exemple typique d’évènement est le “Sunquake” nommé ainsi par Kosovichev & Zharkova (1998). J’ai étudié le comportement temporel des modes p avec GOLF et MDI à ce moment précis pour déterminer si les ondes de surface mises en évidence par

3.2. INFLUENCE DES PHÉNOMÈNES MAGNÉTIQUES ?

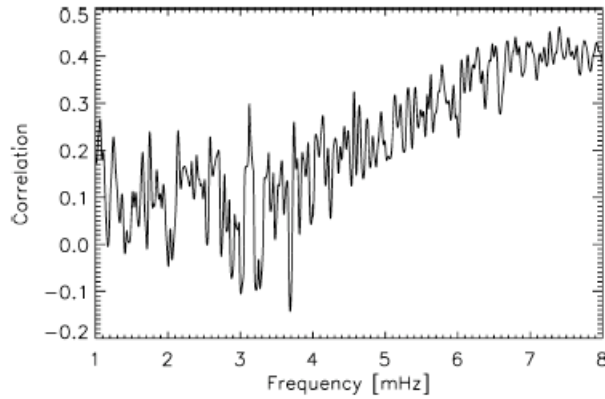


FIGURE 3.5 – Figure 5 de Karoff & Kjeldsen (2008), montrant que la corrélation temporelle entre le flux mesuré par GOES et la puissance du signal en intensité vu par VIRGO dépend de la fréquence.

Kosovichev & Zharkova (1998) avaient une contrepartie au niveau des modes de résonance acoustiques. En ce qui concerne cet évènement particulier, le résultat est clair (Baudin & Finidori 2004) : on note un excès de puissance centré sur l'éruption à l'origine des ondes de surface, que ce soit avec les données GOLF ou MDI. De plus, cet excès devient encore plus clair si l'on se restreint aux modes de fréquence élevée (entre 3300 et 3700 μHz) qui sont les modes dont le point de réflexion supérieur se situe plus haut dans l'atmosphère solaire que pour des modes de plus basse fréquence. Après ce résultat encourageant, j'ai voulu trouver la même signature pour d'autres évènements du même type. Le même type de comportement est observé pour l'un des évènements magnétiques les plus intenses du cycle solaire débutant vers 1996 et se terminant vers 2007 : l'éruption dite "Bastille day flare" du 14 Juillet 2000 (voir Figure 3.4). Cet exemple montre bien que c'est a priori pour les modes de haute fréquence que l'influence des évènements d'origine magnétique se produit. Cependant, l'étude du comportement temporel des modes p lors d'autres évènements magnétiques n'a pas mis en évidence une influence de ces évènements sur l'énergie des modes p. Par exemple, à la fin du mois d'Octobre 2003, les éruptions les plus violentes du cycle magnétique en cours ont eu lieu, mais sans que je puisse détecter une signature significative dans les variations des modes p. Sans comprendre ce cas et d'autres similaires, je n'ai pas voulu conclure définitivement sur cette possible influence.

Revenons maintenant aux résultats de Karoff & Kjeldsen (2008). L'aspect le plus marquant est leur Figure 5, reproduite en Fig. 3.5. En effet, comme indiqué plus haut Baudin & Finidori (2004), une valeur de corrélation peut se trouver artificiellement amplifiée si elle est construite à partir de données lissées, comme c'est le cas pour le travail en question (une fenêtre de 25 jours a été utilisée, tant pour les données sismiques que pour les données de flux X). Cependant ceci ne peut suffire à expliquer pourquoi cette corrélation augmente avec la fréquence (un lissage engendre une corrélation artificielle, mais a priori

3.2. INFLUENCE DES PHÉNOMÈNES MAGNÉTIQUES ?

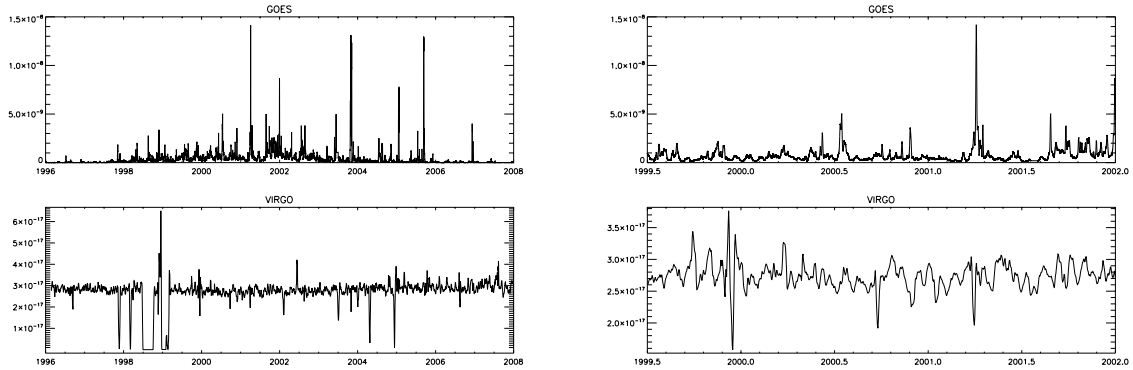


FIGURE 3.6 – A gauche : variations du flux X mesuré par GOES (lissé par une gaussienne d'un jour de largeur) et celle de la puissance du signal SPM intégrée de 1 à 8mHz (lissage identique) ; A droite : même figure pour la seule période 1999.5 à 2004. Dans les deux cas, on voit l'influence de trous dans les données, comme celui qu'on voit à la fin de l'année 2003 (sans parler de l'interruption du fonctionnement de SoHO en 1998 non visible ici – voir Fig 3.13)

pour toutes les fréquences). Il faut tout de même noter que la corrélation devient effective quand on atteint le domaine de fréquence où les modes sont de très faible amplitude et donc quand le spectre est dominé par le bruit (quelle que soit son origine, bruit de photon ou véritables variations d'intensité du Soleil). Rappelons que les observations utilisées sont des mesures photométriques, et donc que ce bruit est proportionnel au flux de photons. L'activité magnétique étant corrélée avec une augmentation du flux (due aux facules qui dominent par rapport aux taches dans le bilan photométrique), cela pourrait poser problème. Cette corrélation observée mérite donc un examen plus approfondi. J'ai donc effectué le même type de travail, d'abord avec VIRGO/SPM (canal vert, comme Karoff & Kjeldsen 2008) et ensuite avec les données de GOLF.

Une première remarque s'impose sur la continuité du signal sismique utilisé. La Figure 3.6 montre en parallèle les variations temporelles du flux X mesuré par le satellite GOES et celles de la puissance intégrée (entre 1 et 8 mHz) du signal de SPM. On voit que cette puissance est sujette à de brusques variations, comme un "trou d'air" par exemple vers la fin de l'année 2003 ou à la fin du premier trimestre 2001 (parmi beaucoup d'autres). Ces accidents correspondent à une période de forte activité magnétique solaire qui a tellement perturbé l'instrument que les données sismiques sont manifestement altérées. Dans la présente analyse ces points de données sont tout simplement exclus pour plus de prudence. Cela rend bien sûr l'analyse d'une corrélation entre activité magnétique et activité sismique difficile, que l'on exclue ces données ou qu'on les conserve, avec leur lot de points aberrants. Mais comme remarqué précédemment, l'effet qu'on peut attendre est

3.2. INFLUENCE DES PHÉNOMÈNES MAGNÉTIQUES ?

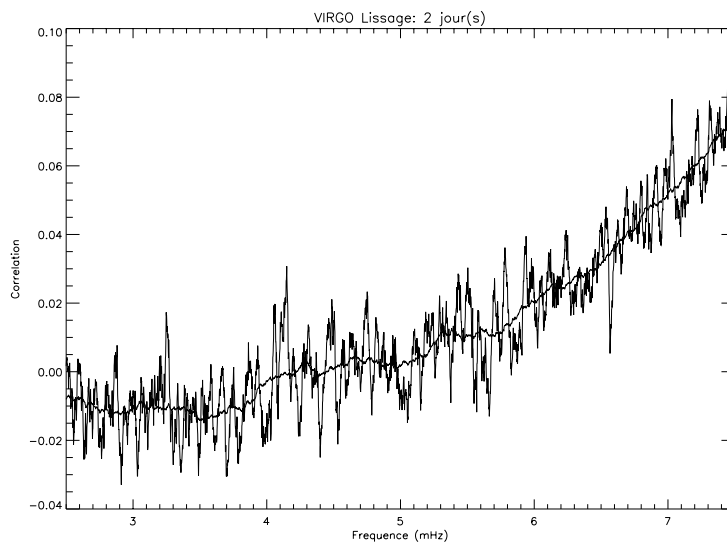


FIGURE 3.7 – Corrélation GOES/SPM pour la période 1999.5-2008, légèrement (et lourdement en gras) lissée, pour des données lissées sur 2 jours

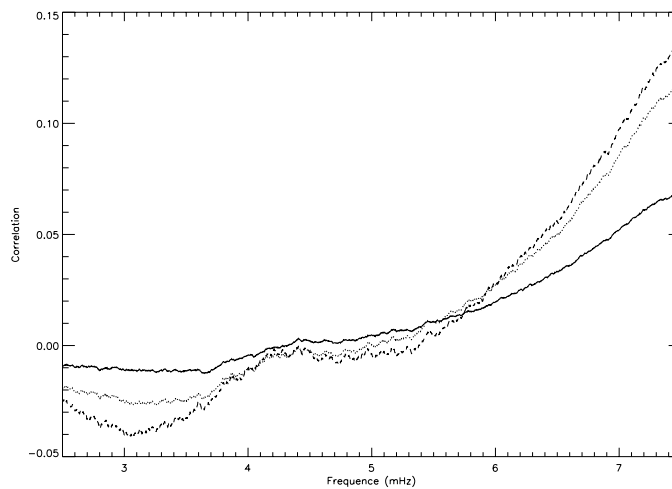


FIGURE 3.8 – Variation de la corrélation GOES/SPM en fonction de la fréquence et du lissage (2, 12 et 24 jours en respectivement trait plein, points et pointillés), cette corrélation étant croissante avec la valeur du lissage à haute fréquence.

3.2. INFLUENCE DES PHÉNOMÈNES MAGNÉTIQUES ?

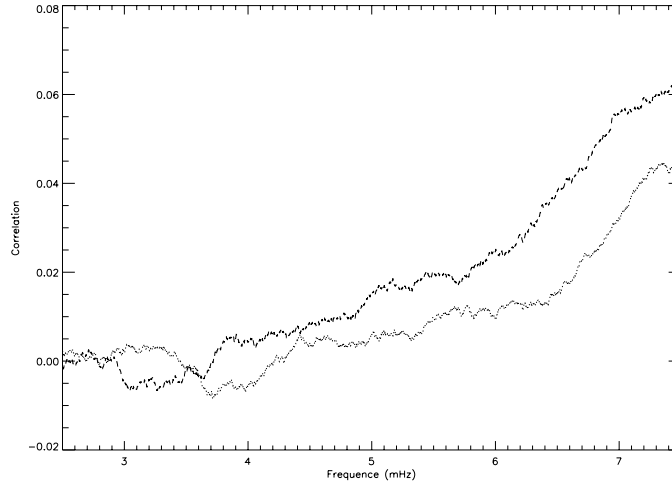


FIGURE 3.9 – Variation de la corrélation GOES/SPM en fonction de la fréquence pour deux époques d’observations : de 1999.5 à 2002.5 en pointillés, et de 2005 à 2008 en points. On voit donc que cette corrélation est effectivement plus élevée lors du maximum d’activité magnétique du Soleil.

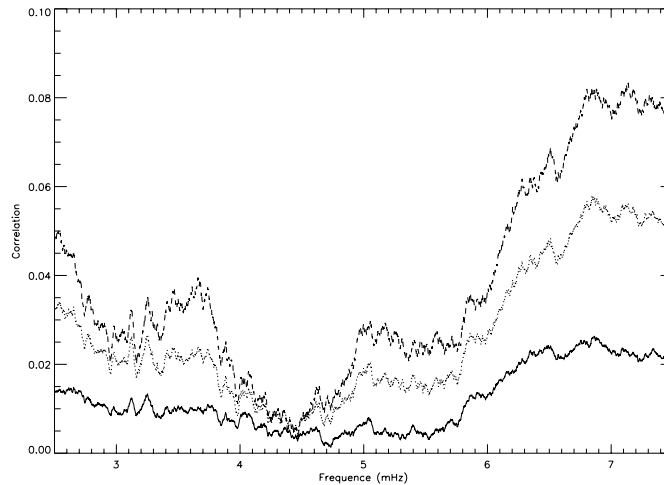


FIGURE 3.10 – Même figure que la Figure 3.8 mais pour les données GOLF. Le résultat à haute fréquence est conforme à celui de VIRGO mais moins convaincant, alors qu’à basse fréquence, on observe une remontée de la corrélation.

3.2. INFLUENCE DES PHÉNOMÈNES MAGNÉTIQUES ?

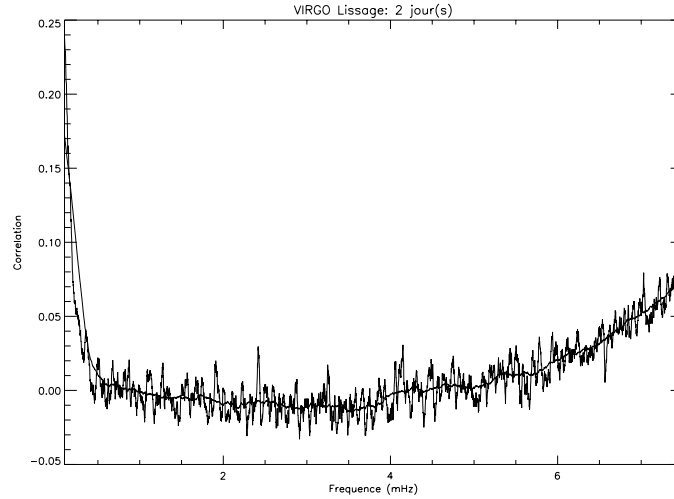


FIGURE 3.11 – Même figure que la Fig. 3.7 mais étendue vers les basses fréquences, où la corrélation est effectivement très nette

a priori le même à toutes les fréquences et n'invalide donc pas les résultats de corrélation variable avec la fréquence. En me basant uniquement sur l'intervalle [1999.5,2008], j'ai reproduit les résultats de Karoff & Kjeldsen (2008) : la corrélation obtenue est représentée à la Figure 3.7 pour des données lissées sur 2 jours. L'influence du lissage est montrée à la Figure 3.8 : le résultat est celui attendu : la corrélation augmente bien avec le lissage pour les hautes fréquences (au dessus de 6 mHz). Une autre comparaison peut s'avérer intéressante : c'est celle de la corrélation à deux époques différentes : le maximum et le minimum d'activité magnétique du Soleil (soit respectivement [1999.5,2002.5] et [2005,2008]). Comme le montre la Figure 3.9, la corrélation est bien supérieure lors du maximum d'activité magnétique, comme on devait s'y attendre dans l'hypothèse retenue.

Une autre pièce peut être versée au dossier avec les données GOLF. Les mêmes analyses furent appliquées, mais seulement sur l'intervalle [1999.5,2002.7] (car la nature du signal change selon les périodes aile bleue/aile rouge, voir Section 3.3) et sont représentées en Figure 3.10. Cette nouvelle pièce au dossier apporte un indice : si le résultat vers les hautes fréquences est confirmé, bien que de façon moins convaincante, on observe à basse fréquence une remontée de la corrélation. Pour approfondir ce point, on peut se reporter aux Figures 3.11 et 3.12 : pas de doute, la corrélation est très nette à très basse fréquence (en dessous de 0.5 mHz). On remarque aussi quelques pics isolés de corrélation pour GOLF (Fig. 3.12) entre 3.5 et 4 mHz.

Que conclure de tous ces résultats ? Il me semble que le résultat le plus significatif est le fait que la corrélation entre indice d'activité (GOES) et signal sismique dépende de

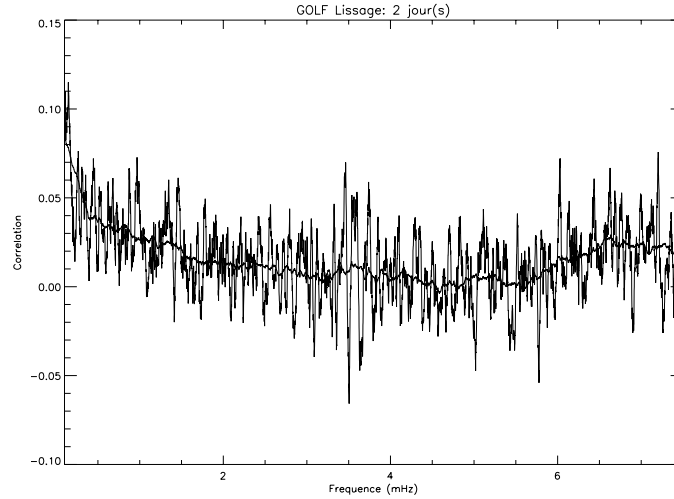


FIGURE 3.12 – Même figure que la Fig. 3.11 mais pour GOLF. La corrélation est à basse fréquence est toujours très nette, et on distingue aussi des pics isolés de corrélation entre 3.5 et 4 mHz

la fréquence, et que cette corrélation soit plus grande en période de maximum d'activité (Fig.3.9). Il faut aussi remarquer que GOLF confirme ces résultats, même si c'est de façon moins nette. L'impossibilité d'utiliser une très longue série de données GOLF à cause des changements de mode d'observation (aile bleue/aile rouge) est regrettable. De manière plus générale, j'ai bien parlé ici de corrélation de l'activité avec le signal sismique plutôt qu'avec les modes p solaires. En effet, cette corrélation est effective à des fréquences où la signature des modes p, ou même des pseudo-modes (au dessus de la fréquence de coupure supposée), est très faible. Et elle est même la plus grande aux basses fréquences où on n'attend nulle trace de modes p. Ce dernier point, suggéré par T. Appourchaux, pourrait indiquer que c'est directement le spectre de l'activité, prépondérant à basse fréquence mais qui peut contribuer aux plus hautes fréquences, qui serait la cause de la corrélation observée par Karoff & Kjeldsen (2008). En tous cas, le rôle des modes semble faible. Un seul indice va dans ce sens : les quelques pics de corrélation observés avec GOLF entre 3.5 et 4 mHz. C'est justement dans cet intervalle de fréquence que des corrélations ponctuelles, mentionnées plus haut et dans Baudin & Finidori (2004), ont été observées par d'autres méthodes. Je pense donc qu'il est toujours utile de rechercher des corrélations entre événements ponctuels comme les éruptions dites "Sunquake" ou "Bastille day flare" pour comprendre pourquoi une corrélation entre les modes p et ces événements est observée et pourquoi elle ne l'est pas lors d'autres événements du même type. Cependant, tout cela ne doit pas faire oublier que c'est la convection qui est LE mécanisme ultra dominant

3.2. INFLUENCE DES PHÉNOMÈNES MAGNÉTIQUES ?

d'excitation des modes p solaires. Si la compréhension des corrélations mentionnées précédemment peut s'avérer intéressante, cela sera pour comprendre par exemple où (à quelle altitude dans l'atmosphère solaire) se dépose l'énergie des éruptions solaires, puisque la cavité résonnante des modes s'étend vers le haut lorsque la fréquence croît et que ce sont a priori plutôt les modes de hautes fréquences qui montrent une corrélation (Baudin & Finidori 2004). Mais cela n'aura a priori pas d'implication directe ou indirecte en matière de sismologie.

LOOKING FOR CORRELATED EXCITATION OF SOLAR P MODES

Frédéric Baudin and Hubert Finidori

Institut d'Astrophysique Spatiale, CNRS/Université Paris XI, F-91405 Orsay Cedex, France

ABSTRACT

The excitation mechanism of p modes is now quite well understood: the modes take their energy in the turbulent convection of the outer layers of the Sun. However, some past works gave some clues for a possible other excitation mechanism in addition to convection. This other excitation process would excite the modes in a “collective” way and thus would imply a correlation between the modes (in their power variation). Here, on one hand, a correlation is sought in several datasets. On the other hand, as flares might be at the origin of this second excitation mechanism, their signature is sought in the power variations of the modes. The event so-called “sun quake” shows such a signature in both GOLF/SoHO and MDI/SoHO data. However, no correlation is found in the temporal behaviour of the modes.

Key words: p modes excitation, flare.

1. INTRODUCTION

The question of the excitation of the solar p-modes is now well understood. The modes are excited by turbulence in the outer layers of the star, as proposed by Goldreich & Keeley (1977). This excitation mechanism yields strong and independent temporal variations of the power of the modes (as shown by Chang & Gough (1998)), on a scale varying from hours to days. However, some clues of a possible correlation in the temporal variations of the modes have been mentioned in several works: Baudin et al. (1996b), Foglizzo et al. (1998) for example. Foglizzo (1998) proposed that CME (Coronal Mass Ejection) as a possible source of excitation for the p-modes, based on IPHIR experiment (aboard PHOBOS mission) data and a 2 sets of GOLF (aboard SoHO satellite) data. The work presented here aims, in a first part, at checking for the existence of correlations in the power variations of the modes using a longer dataset from GOLF. A second part deals with the possible signature of an “atmospheric” event (a flare described by (Kosovichev & Zharkova 1998)) in the power variations of the modes.

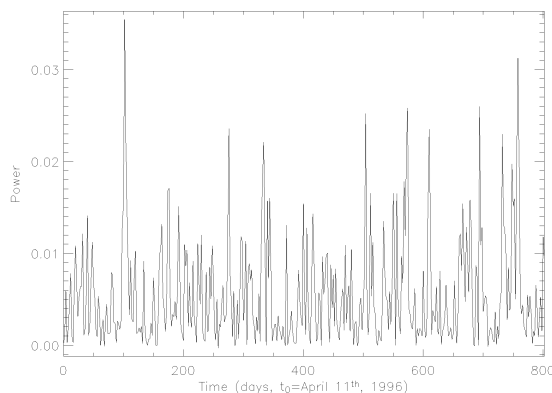


Figure 1. Power variation of a mode observed with GOLF, with a time resolution of 2 days.

2. LOOKING FOR CORRELATED VARIATIONS OF POWER

2.1. Construction of power time series

The datasets used here are the following:

- 160 days of IPHIR data (see for example Toutain & Froehlich (1992) during high solar activity)
- 805 days of GOLF data (see Gabriel et al. (1997) at low solar activity)
- 1360 days of GOLF data at intermediate and high activity

In order to construct a time series describing the power variations of individual modes, the original dataset is divided in 2-day long subsets, a power spectrum of each subset is computed and the power of a mode is determined by the integration of the spectrum around the central frequency of a given mode (after the subtraction of

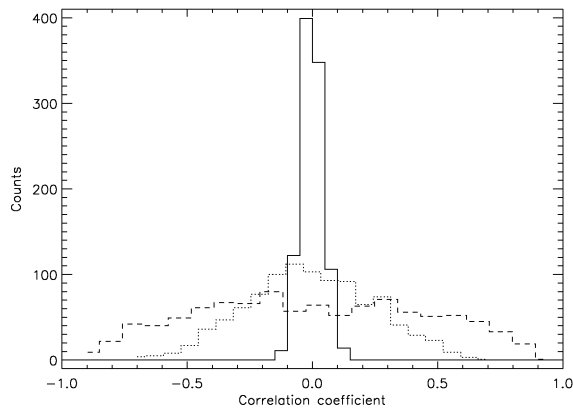


Figure 2. Histogram of the correlation coefficient between several hundreds of pairs of simulated time series (1000 points) of white noise (solid line). The dashed and dotted lines corresponds to the same coefficients computed from the same time series except for a smoothing (dashed: 50 points, dotted: 200 points) implying a non independence of the points of the time series.

the noise power in the spectrum). 2 days is (approximately) the best temporal resolution that can be achieved, as a shorter duration of the subsets would not allow for the separation of the mode pairs $\ell = 0/2$ and $\ell = 1/3$. An example of such power time series is shown in Fig. 1.

The 2-day subsets have been defined as having no overlap in order to have a strict independence of each point compared to the others in the power time series. The use of overlapping subsets would yield a non independence of the power measurements which in turn would artificially increase the temporal correlation between the variations of power of 2 modes. This has been illustrated with simulations. Several hundreds pairs of independent and randomly distributed time series were simulated. The correlation coefficient between the pairs are classically computed as:

$$C = \frac{\int_0^T S_1(t)S_2(t)dt}{\sqrt{(\int_0^T S_1(t)^2 dt \int_0^T S_2(t)^2 dt)}} \quad (1)$$

where S_1 and S_2 are the two series and T their duration. The histogram of the resulting coefficients is shown in Fig. 2. These coefficients were computed using different “smoothing” windows to illustrate the influence of non independent points. With a large smoothing, independent time series can easily reach high values of correlation.

As a consequence of using non overlapping subsets, the temporal resolution of this method is not sufficient to track events on a short (hour) time-scale.

2.2. Results

- IPHIR-high activity: the method was first applied to IPHIR data as Baudin et al. (1996b) and Foglizzo

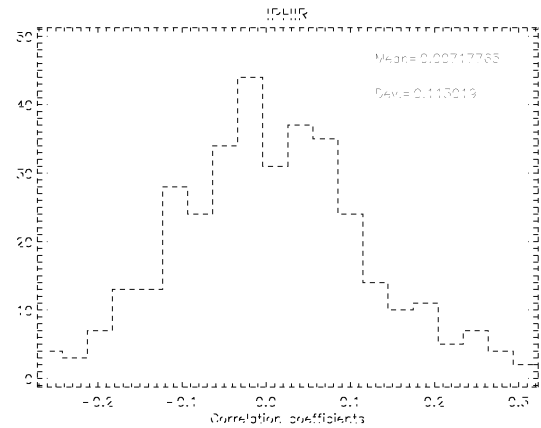


Figure 3. Histogram of the correlation coefficients of the power variation of mode pairs, for $0 \leq \ell \leq 2$ and $2.4 \text{ mHz} \leq \nu \leq 3.6 \text{ mHz}$.

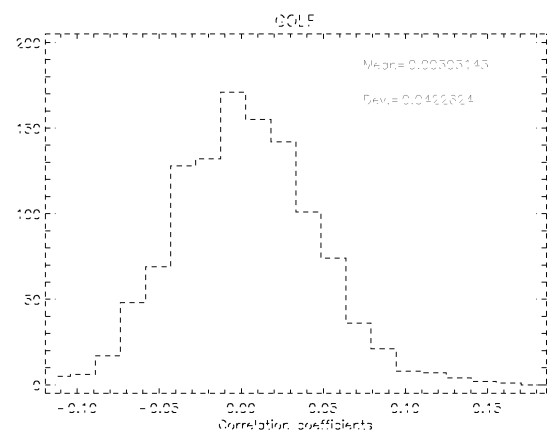


Figure 4. Same than Fig. 3 for 1360 days of GOLF data corresponding to a period of intermediate and high solar activity.

et al. (1998) found possible indications for correlation with this data. The histogram of the correlation coefficient between mode pairs shows a centered distribution (see Fig 3). Even if this result does not show the signature of a correlation, it is compatible with Foglizzo et al. (1998) (more sophisticated statistical analysis were used to find a significant correlation).

- GOLF-low activity: this data set is much longer and of better quality than the previous one. However, the result is the same: the histogram does not show any significant shift from zero. This confirms the results of Baudin et al. (1996a) and Foglizzo et al. (1998).
- GOLF-high activity: as mentioned by Baudin et al. (1996a) and Foglizzo (1998), solar activity may be the cause of a possible correlation. Thus, this dataset is of particular interest for looking for correlations. But once again, no significant shift of the histogram is visible (Fig 4).

3. LOOKING FOR THE SIGNATURE OF FLARES

Another way to look for a collective excitation of p modes is to search for a signature during a given event. This requires the best temporal resolution possible, in order to check the simultaneity of an event with the signature in the power variations of the modes. This can be achieved for example with the time/frequency analysis used by Baudin et al. (1996b). The limiting factor is the presence of neighbour modes, and the smallest interval between modes occurs in the $\ell = 0/2$ pairs: about $10\mu\text{Hz}$, which yields a temporal resolution of about half a day. It is possible, in order to improve the tracking of a given event, to oversample the analysis in time. The counterpart of this is non independent points in the power variations, which prevents an easy statistical analysis.

The event selected here is the so-called “sun quake” on July 9th, 1996, described by Kosovichev & Zharkova (1998). It was a moderate flare, observed in X-rays at 9h09 UT.

The Fig. 5, based on GOLF data, shows the power variation of the modes with $0 \leq \ell \leq 2$ and covering a wide range of frequency (from 2 mHz to 3.7 mHz). A quite weak maximum is visible in the power variation of these modes at the time of the flare. However, when looking at the same modes but with a frequency as $3.3\text{ mHz} \leq \nu \leq 3.7\text{ mHz}$ the maximum of power is clearly visible at the moment of the flare. Other maxima are typical of the temporal behaviour of the p modes and are believed as due to excitation by convection. The signature of the flare is also confirmed by a similar

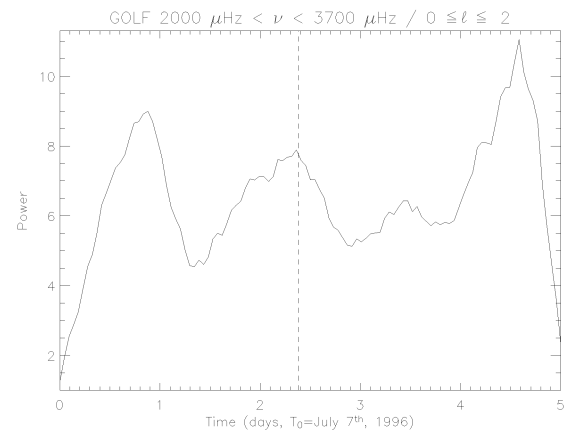


Figure 5. Summed power variation of modes observed by GOLF at the time of the “sun quake” (indicated by the dotted line), showing a weak maximum.

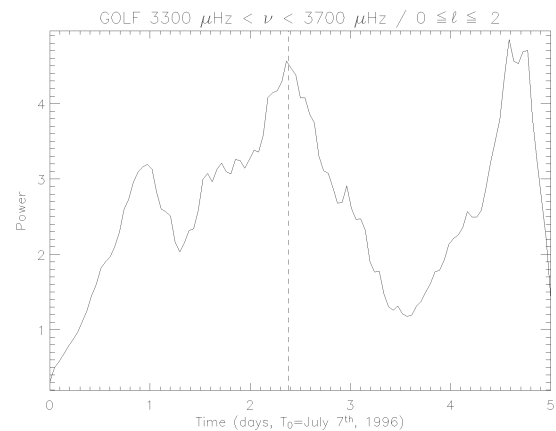


Figure 6. Same as Fig. 5 for the modes with high frequency, showing a clearer signature of the sun quake.

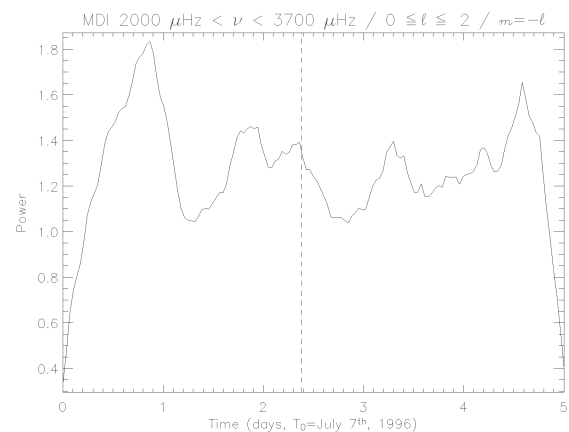


Figure 7. Same as Fig. 5 with MDI data, showing almost no signature of the quake.

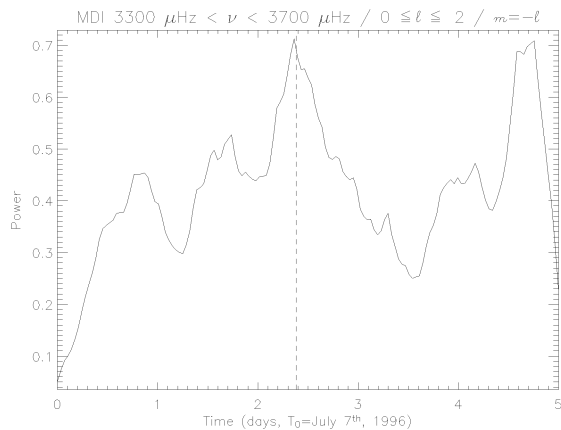


Figure 8. Same as Fig. 6 with MDI data, showing a clear signature at the time of the quake.

analysis performed with MDI data, as seen on Fig 7 and Fig 8. The use of MDI data allowed to look at modes of higher degree. It appears that above $\ell = 10$, no signature of the flare is visible in the power variations.

4. DISCUSSION

The conclusion drawn from the first part of this work is that there is apparently no correlation between the temporal power variations of the p modes, regardless of the observation period (low or high solar activity), as shown by the histograms of correlation coefficient which are centered to zero. In the histogram for high activity period observed with GOLF (Fig. 4), one can see a small tail in the histogram for “high” correlation value. However, the significance of this tail has to be evaluated with a rigorous statistical analysis, not performed here (future work). In any case, if the correlation in the temporal behaviour of the modes is not zero, it has to be close to this value.

The conclusion from the second part of this work is more positive: there is a signature of the event called “sun quake” by Kosovichev & Zharkova (1998), and this signature is observed in two independent data sets (GOLF and MDI). This is confirmed by the study of other strong solar events (flares and/or CMEs) as for example the “Bastille day flare” on July 14th, 2000 (see Baudin et al., in preparation).

Nevertheless, the importance of other maxima in power variations, and the absence of important correlation observed in the first part of this work recall that convection is the dominant excitation mechanism of p modes. Flares or other atmospheric events have a real but weak influence.

It appears that only modes with high frequencies (superior to 3 mHz) and low degree are sensitive to the sun-quake. The apparent absence of signature of the flare for modes with degree higher than 10 is surprising and has to be understood (future work).

It can be noted that this kind of event (mode excitation by a strong atmospherical event) might have been observed already in another star than the Sun: the white dwarf GD358 (Kepler et al. 2003).

ACKNOWLEDGMENTS

GOLF is the result of the cooperative endeavours of many individuals, to whom we are deeply indebted (special thanks to Patrick Boumier and Luca Bertello). Same thanks to the MDI team for making the MDI data available. SoHO is a mission of international cooperation between ESA and NASA.

REFERENCES

- Baudin F., Gabriel A., Garcia R., et al., 1996a, In: Symposium IAU 181, Poster Volume, 7–8
- Baudin F., Gabriel A., Gibert D., Palte P.L., Regulo C., Jul. 1996b, A&A, 311, 1024
- Chang H.Y., Gough D.O., Aug. 1998, Sol. Phys., 181, 251
- Foglizzo T., Nov. 1998, A&A, 339, 261
- Foglizzo T., Garcia R.A., Boumier P., et al., Feb. 1998, A&A, 330, 341
- Gabriel A.H., Charra J., Grec G., et al., Oct. 1997, Sol. Phys., 175, 207
- Goldreich P., Keeley D.A., Feb. 1977, ApJ, 212, 243
- Kepler S.O., Nather R.E., Winget D.E., et al., Apr. 2003, A&A, 401, 639
- Kosovichev A.G., Zharkova V.V., 1998, Nature, 393, 317
- Toutain T., Froehlich C., Apr. 1992, A&A, 257, 287

3.3 Observation et prédictions théoriques : période SoHO

Comme indiqué à la fin de la Section 3.2, la convection reste le principal pourvoyeur d'énergie des modes acoustiques du Soleil. Il en découle que l'énergie observée des modes acoustiques va pouvoir nous renseigner sur les caractéristiques de la convection. C'est par exemple le sens des travaux du groupe formé par Marie-Jo Goupil, Réza Samadi et Kévin Belkacem à l'Observatoire de Paris, avec qui je collabore régulièrement. En effet, une fois ce phénomène de convection modélisé, il s'agit bien sûr de confronter les prédictions du modèle avec les observations, mais dans le cas présent plusieurs pièges se présentent. C'était le but du premier travail mené en commun (Baudin et al. 2005) que d'estimer le plus précisément possible les amplitudes mesurées des modes p (ce travail a été mené avec d'autres données, par exemple celles de BiSON, Chaplin et al. 1998). Cette tâche n'est pas si aisée car la nature stochastique de l'excitation rend l'estimation de l'amplitude difficile du fait de la nature très irrégulière des pics dûs aux modes dans le spectre de Fourier. En effet, ce pic est le produit du profil lorentzien idéal (qui correspond au spectre de Fourier d'un sinus amorti - sous certaines approximations) et du spectre de Fourier de la fonction d'excitation qui est elle même une fonction aléatoire. A cela s'ajoute un rapport signal sur bruit pas toujours favorable (c'est le cas à haute fréquence, au delà de 3.5 mHz) ou une largeur de mode très grande (au dessus de 3.5 mHz) ou comparable à la résolution du spectre (en deça de 1.8 mHz) fait que l'ajustement du profil modèle aux observations est délicat. Pour s'assurer de la fiabilité de ces ajustements, un premier travail a été mené avec des simulations. Une série temporelle simulante de manière réaliste le contenu d'un signal héliosismique fût produite dans le cadre du groupe FLAG (Fitting at Low Angular degree Group, voir <http://bison.ph.bham.ac.uk/~wjc/Research/FLAG.html>) initié par Bill Chaplin, groupe auquel je collabore depuis son origine (Chaplin et al. 2006; Jiménez-Reyes et al. 2008). L'analyse de cette série simulée et la comparaison des résultats avec les paramètres utilisés pour la produire montrent que, au moins pour l'intervalle de fréquence considéré, l'ajustement est fiable (voir la Figure 5 de ce travail, inséré à la fin de cette Section). Cette fiabilité fut obtenue en particulier pour les modes $\ell=1$ car dans ce cas, la présence du mode $\ell=3$ voisin ne perturbe pas trop l'ajustement du fait de la faible visibilité de ce mode, alors que dans le cas d'un mode $\ell=0$, l'ajustement est fortement perturbé par le mode $\ell=2$ voisin dès que les largeurs des modes atteignent quelques μHz (voir Figure 4 du même travail). Cela nécessite donc de pouvoir obtenir des prédictions d'amplitude pour des modes non radiaux, ce qui est possible avec le formalisme développé par Samadi & Goupil (2001). Un autre biais dans l'analyse du spectre est la nature du profil modèle utilisé pour l'ajustement. Un profil lorentzien mènera à une sous-estimation systématique du taux d'excitation des modes. La Figure 2 de Baudin et al. (2005) montre que l'usage d'un profil asymétrique est nécessaire. Un autre aspect de ce travail est l'importance de la technique d'observation. Dans le cas présent, 3 instruments différents furent utilisés : GOLF à bord de SoHO, et les réseaux au sol BiSON et GONG. Chacun utilise une raie spectrale formée dans la photosphère solaire pour des mesures Doppler des mouvements de

la photosphère. Cependant ces raies spectrales ne sont pas formées à la même altitude dans la photosphère : BiSON utilise une raie du potassium à 769.9 nm, GONG une raie du fer à 676.8 nm et GOLF deux raies superposées du sodium à 589.6 et 589.0 nm. Les raies du fer et du potassium dont il est question ici sont plutôt formées assez bas dans la photosphère, alors que la formation des raies du sodium de GOLF s'étale sur une grande partie de la photosphère jusqu'à la basse chromosphère. Cependant, il n'est pas suffisant de s'en tenir à une simple hauteur de formation moyenne, mais il faut tenir compte précisément de la manière dont les mesures Doppler sont faites car la hauteur de formation varie tout au long du profil de la raie. Selon la distance du centre de la raie à laquelle sont mesurées les flux, on se positionnera plus ou moins haut dans la photosphère. Et cela a de grandes conséquences sur le résultat car l'amplitude des oscillations varie beaucoup selon l'altitude : les modes sont évanescents dans la partie de la photosphère qui nous intéresse ici, donc leur énergie décroît exponentiellement. Mais comme la densité décroît encore plus rapidement, c'est une croissance de l'amplitude en vitesse des oscillations qui est observée. Pour remonter à l'amplitude intrinsèque des modes, il faut tenir compte de ce que l'on appelle l'inertie et la "masse" des modes (définies à l'équation 3 de Baudin et al. 2005). La Figure 1 de ce même travail montre les variations des masses des modes en fonction de la fréquence. Ainsi l'estimation des amplitudes (et donc des taux d'excitation) des modes à haute fréquence pourra différer d'un instrument à un autre. On note ainsi sur la Figure 6 des différences à haute fréquence, l'excitation mesurée par GONG semblant systématiquement inférieure à celle de GOLF. Cependant, bien d'autres sources d'erreur pourraient être à l'origine de cette différence. Par exemple celle qui occasionne une différence à basse fréquence, où les résultats GONG sont cette fois-ci systématiquement supérieurs. Parmi les sources d'erreur, il faut citer :

- la calibration du signal mesuré ;
- la méthode d'analyse du spectre de Fourier de ce signal ;
- l'interprétation qui en est faite en terme de formation dans l'atmosphère solaire du signal utilisé.

Pour ce qui est du premier point, il s'agit *simplement* d'effectuer la conversion d'une mesure d'intensité en décalage Doppler. Si *simplement* est en italique, c'est qu'il est bien sûr ironique. Que ce soit pour GOLF, BiSON et GONG, même si la technique du dernier diffère des deux premiers, dans tous les cas, l'effet Doppler est mesuré sans recourir directement au profil complet de la raie. Si les raies étaient simplement translatées par l'effet Doppler, le problème serait plus simple. mais ça n'est pas le cas : les oscillations induisent des variations de température, donc d'intensité qui à leur tour perturbent le profil de la raie.

Pour illustrer la deuxième source d'erreur de la liste précédente, on peut rappeler le biais dû à l'utilisation d'un profil de mode inadapté. Mais l'ajustement de profils modèles aux spectres observés est une technique très sensible dès que l'on sort des cas favorables, quand le rapport signal sur bruit se dégrade par exemple. Pour cerner les biais possibles de ce genre d'ajustements, nous avons lancé un exercice spécifiquement consacré à ce pro-

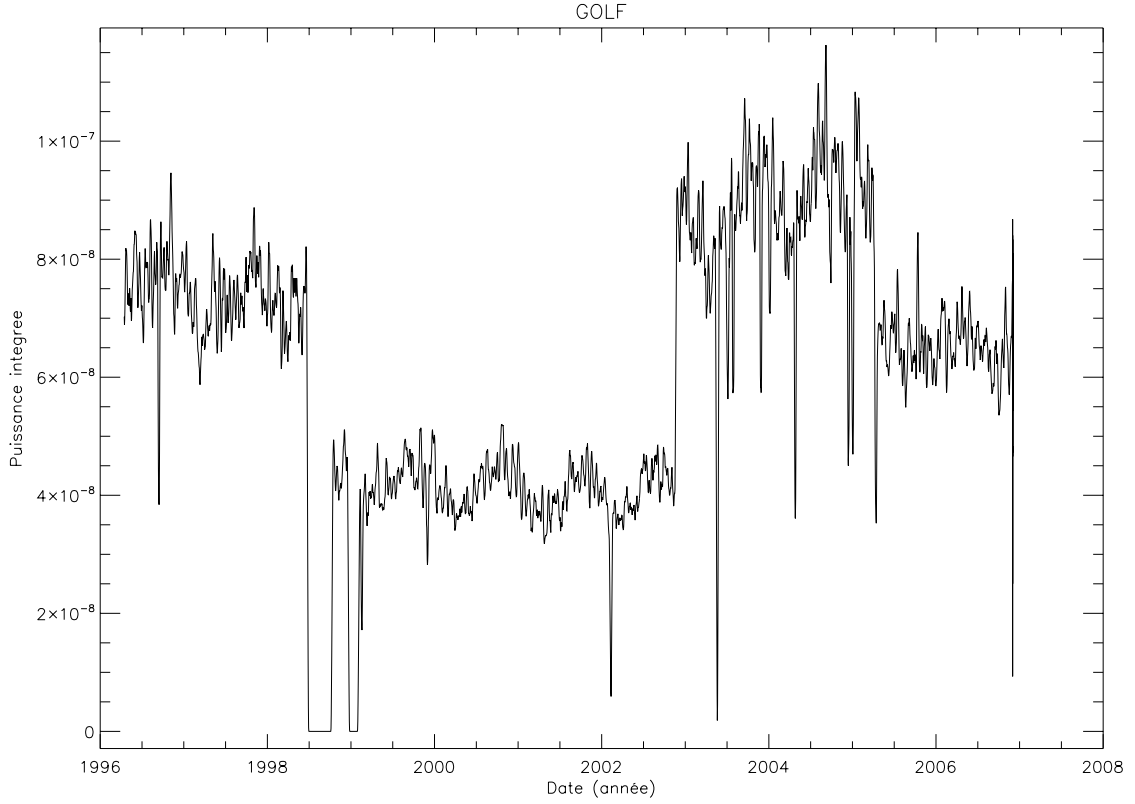


FIGURE 3.13 – Variation de la puissance intégrée (entre 2.5 et 8 mHz) du signal de GOLF au cours de presque 12 ans d’observation. On voit d’abord les interruptions du signal, en particulier les fameuses “vacances” de SoHO à l’été 1998, mais aussi des interruptions plus courtes. On voit la modulation annuelle de la puissance, du fait de la vitesse orbitale de SoHO qui modifie la mesure spectroscopique dans l’aile de la raie des raies du Sodium. mais c’est surtout la période mi 1998-fin 2003 pendant laquelle GOLF a mesuré la vitesse de la photosphère à partir de mesures dans l’aile rouge qui saute aux yeux. Pendant cette période, l’amplitude du signal mesurée est manifestement moindre que pendant les autres périodes (où c’est dans l’aile bleue que se faisaient les mesures). La mesure en aile rouge se faisant plus haut dans l’atmosphère solaire (et les modes voyant leur amplitude croître avec l’altitude) on attendait l’effet contraire...

3.3. OBSERVATION ET PRÉDICTIONS THÉORIQUES : PÉRIODE SOHO

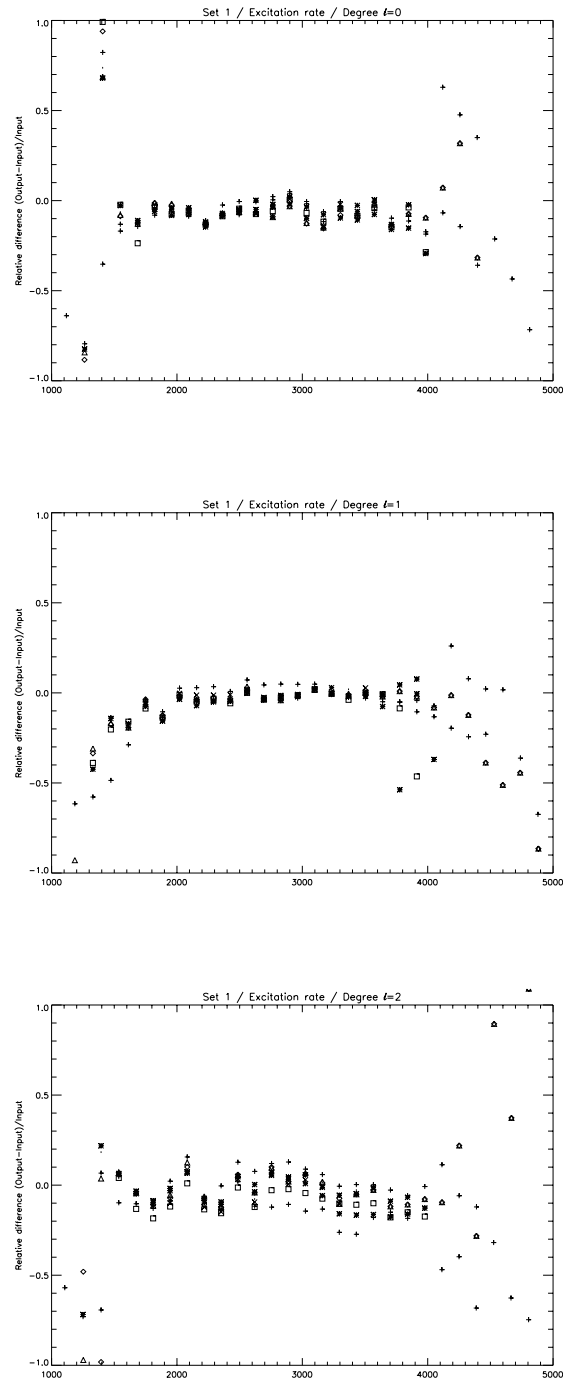


FIGURE 3.14 – Différence entre les valeurs du taux d’excitation dérivées (en aveugle par une petite dizaine de collègues) de l’analyse d’une série temporelle simulée et la valeur ayant servi à la simulation

blème dans le cadre du groupe FLAG. Le travail correspondant (Baudin et al. 2009) est en cours. Un ensemble d'une petite dizaine de collègues a extrait les paramètres de modes p solaires par l'ajustement de modèles au spectre de Fourier d'une unique série temporelle simulée⁴. Parmi ces paramètres, celui qui nous intéresse beaucoup est le taux d'excitation des modes (considéré ici comme $\pi H\Gamma^2$). La Figure 3.14 montre la différence entre les valeurs résultant de l'analyse de chaque collègue et la valeur réelle (qui a servi pour la simulation). On voit que les valeurs "observées" ont une distribution autour de la valeur réelle qui est raisonnable (environ 10%) pour une grande partie du spectre, mais que pour les extrêmes à basse et haute fréquence, les valeurs observées perdent leur sens. Ainsi, pour les conditions de simulation du cas présent, les taux d'excitation des modes sont estimés de manière fiable entre 1.8 et 3.8 mHz. Par conditions de simulation, il faut entendre niveau de bruit, mais aussi durée de la série temporelle. Ainsi, pour les basses fréquences, lorsque la largeur devient nettement inférieure à la résolution fréquentielle, l'estimation du taux d'excitation va devenir très délicate. A haute fréquence, c'est un paramètre intrinsèque des modes qui va influencer : leur largeur croissante les amène à se superposer (surtout les modes $\ell=0$ et $\ell=2$). Or pour les comparaisons avec les prédictions, c'est parfois ces intervalles extrêmes qui sont le plus intéressants pour le potentiel de contrainte qu'ils apportent.

Le dernier problème de la liste ci-dessus est sûrement le plus épineux, car il s'agit de traiter la formation de raies spectrales dans l'atmosphère solaire où le transfert radiatif n'est pas simple à modéliser. Un exemple frappant est celui de GOLF. Rappelons que l'instrument a subi quelques déboires au début de la mission : des mesures d'intensité devaient être effectuées alternativement dans les ailes rouge et bleue des raies du sodium, mais le mécanisme assurant cette alternance s'est montré défectueux après quelques semaines de fonctionnement. Pour corser la situation, lors de la remise en marche des instruments de SoHO après la perte momentanée de la plate-forme (en 1998), le mécanisme qui avait été bloqué sur l'aile bleue s'est retrouvé sur l'aile rouge. Plus tard, le taux de comptage étant plus faible dans l'aile rouge⁵ il a été décidé de revenir à l'aile bleue. Ainsi, tout au long de ses 12 ans d'observations (qui continuent lorsque ces lignes sont écrites), GOLF a mesuré alternativement des intensités dans l'aile bleue ou rouge des raies du sodium sélectionnées. Sachant que les points de mesures sont asymétriques dans la raie, et que le point de mesure dans l'aile rouge est situé plus près du centre de la raie, on s'attend à mesurer des oscillations de plus grande amplitude car cette partie de la raie est formée plus haut dans l'atmosphère. Comme le montre la Figure 3.13, c'est l'inverse que l'on observe...

Mais comme il est crucial de savoir exactement ce que l'on observe, nous avons réuni dans un petit groupe de collaboration les compétences nécessaires. Le but est de traiter le problème du début à la fin du processus qui débouche sur les mesures. De plus, le premier

4. exercice dit des "chats et de la souris" ou "hare and hounds"

5. car les points de mesure sont asymétriques, comme expliqué dans la Section 3.1 de Baudin et al. (2005).

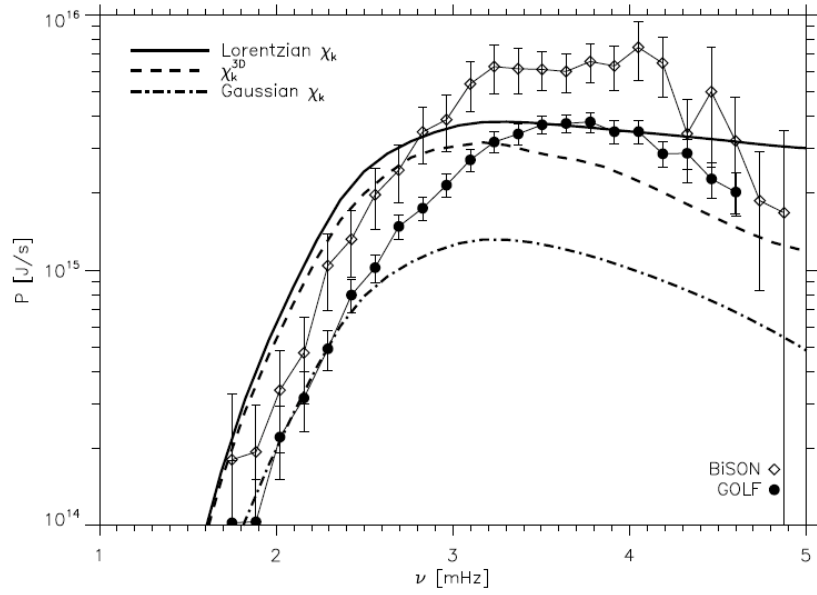


FIGURE 3.15 – Comparaison des taux d’excitation mesurés par GOLF et BiSON (cercles et carrés) avec les estimations théoriques reposant sur trois fonctions de corrélation χ différentes : gaussienne, lorentzienne et tirée des simulations 3D (lignes continues et pointillées), tirée de Samadi et al. (2005)

problème de cette liste peut aussi être abordé par cette approche. Pour ce qui concerne les fonctions décrivant les modes acoustiques solaires selon la position dans l'atmosphère et même dans toute leur cavité résonnante (qui s'enfonce profondément dans le Soleil), j'ai fait appel à Marc-Antoine Dupret et Réza Samadi du LESIA à l'Observatoire de Paris. Pour ce qui est du transfert radiatif, Pierre Gouttebroze est la personne idéale (et la plus proche car c'est mon voisin de bureau à l'IAS!). Il faut ensuite construire la chaîne qui, pour une amplitude donnée des modes solaires, donne finalement une mesure de cette amplitude après analyse du spectre de Fourier en tenant compte des spécificités de la technique de mesure (pour pouvoir appliquer nos résultats à GOLF, BiSON et GONG – mais pour l'instant seul le cas de GOLF est concrétisé). Ce travail est en cours et a pour ambition de donner à terme un outil capable de comparer de manière réaliste les différentes mesures existantes dans le domaine de la sismologie solaire (de bas degré).

Sans attendre les ultimes développements de ces travaux en cours, revenons sur les premières interprétations basées sur les résultats existants Baudin et al. (2005). Une comparaison importante est celle de différentes fonctions de corrélation χ . La Figure 3.15 illustre les difficultés d'une telle comparaison : les mesures basées sur GOLF et BiSON diffèrent d'une quantité non négligeable devant les différences dues aux différents choix de χ . On voit cependant sans ambiguïté que l'hypothèse d'une corrélation gaussienne doit être écartée. Mais comme mentionné précédemment, une bonne compréhension des mesures et de leurs différences sera fort utile!

Une autre confrontation avec les estimations théoriques est menée par Belkacem et al. (2006). Ici, ce sont deux descriptions de la convection turbulente qui sont comparées : l'une isotrope, l'autre anisotrope, avec deux flots, dont l'un décrit les plumes convectives descendantes. La Figure 3.16 compare les mesures GOLF avec le taux d'excitation dans ces deux cas. La description anisotrope est plus proche de la réalité mais c'est surtout la dépendance en fréquence qui n'est pas correctement reproduite. Ce cas illustre lui aussi la nécessité de mesures fines du taux d'excitation, en particulier selon la fréquence pour comprendre par exemple si les mesures à haute fréquence sont biaisées (faible rapport signal sur bruit, grande largeur des modes...) ou si la description théorique ne tient plus dans ce domaine.

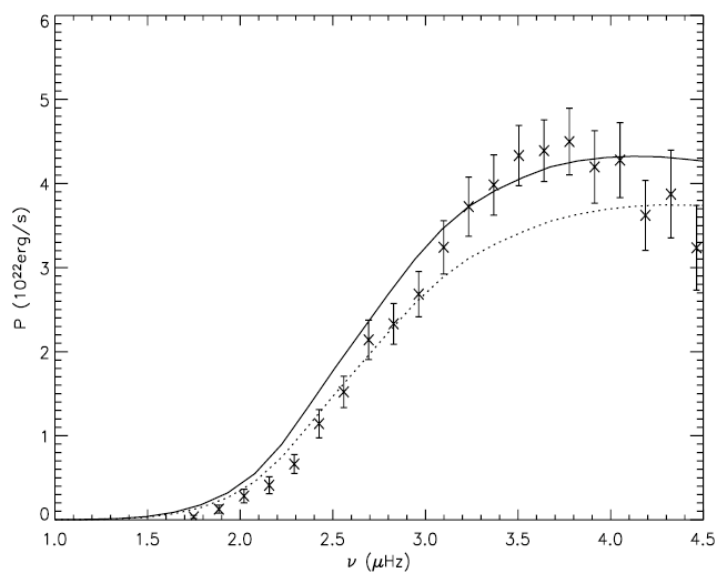


FIGURE 3.16 – Comparaison des taux d’excitation mesurés par GOLF avec les prévisions théoriques basées sur une description isotrope de la convection (ligne pointillée) et une description anisotrope, incluant des plumes convectives descendantes (ligne continue), tirée de Belkacem et al. (2006).

Inferred acoustic rates of solar p modes from several helioseismic instruments

F. Baudin¹, R. Samadi^{2,3}, M.-J. Goupil², T. Appourchaux^{4,1}, C. Barban^{5,*},
P. Boumier¹, W. J. Chaplin⁶, and P. Gouttebroze¹

¹ Institut d'Astrophysique Spatiale, CNRS/Université Paris XI UMR 8617, 91405 Orsay Cedex, France
e-mail: frederic.baudin@ias.u-psud.fr

² Observatoire de Paris, LESIA, CNRS UMR 8109, 92195 Meudon, France

³ Observatório Astronómico UC, FCTUC, Coimbra, Portugal

⁴ European Space Agency, Research and Science Support Department, Science Payload and Advanced Concept Office,
PO Box 299, 2200Ag Noordwijk, The Netherlands

⁵ National Solar Observatory, 950 N. Cherry Avenue, Tucson AZ 85719, USA

⁶ School of Physics and Astronomy, University of Birmingham, Edgbaston, Birmingham B15 2TT, UK

Received 4 May 2004 / Accepted 13 November 2004

Abstract. Acoustic rates of excitation of solar p modes can be estimated from observations in order to place constraints on the modelling of the excitation process and the layers where it occurs in the star. For several reasons (including a poor signal to noise ratio and mode overlap), this estimation is difficult. In this work, we use three completely independent datasets to obtain robust estimates in the solar case for $\ell = 1$ modes. We also show that the height in the solar atmosphere where the modes are observed must be taken into account. Our three sets of results are shown to be consistent, particularly in the lower part of the p -mode spectrum (from 1.8 mHz to 2.8 mHz). At higher frequencies, the agreement is not as good, because of a larger dispersion of the measurements and also because of some systematic differences which might be due to observation height estimation or to a systematic influence of the noise.

Key words. Sun: oscillation – Sun: helioseismology

1. Introduction

Solar seismology has been used for many years to “sound out” the interior of the Sun through information provided by the acoustic resonances (the so-called p modes). More precisely, the frequencies of these resonances – which are usually extracted by the analysis of power frequency spectra – are governed by the physical conditions inside the Sun, and these can be “inverted” to infer these conditions (e.g., sound speed, density, rotation). In the last ten years, new ways of analysing the solar oscillations or extracting information from them have been developed, mainly in the field of local seismology (analysing local propagation of acoustic waves). However, globally coherent, or “classical” seismology, is also developing and giving rise to new results: for example Houdek et al. (2001) have used the width of the resonances to infer convection properties. Nevertheless, the outer layers of the Sun remain poorly described, as well as the convection in these layers.

Seismology can place constraints on the modelling of these layers, and on the convection which excites the acoustic resonances. Among others, Samadi & Goupil (2001) have

proposed such a model and compared the acoustic rates thereby predicted (see Sect. 2) with observations (Samadi et al. 2003). They found a good overall agreement when the input data of the theoretical model of stochastic excitation were constrained with a 3-D simulation of the Sun. However, even if the agreement is good for the lower part of the p -mode spectrum, some clear discrepancies remain at higher frequencies, which is unfortunately where the properties are most difficult to measure.

The excitation rate of low-frequency p modes is mainly dominated by inertia. In contrast, the excitation of high-frequency p modes is more sensitive to the nature of the source of excitation (either dynamical via Reynolds stresses or thermal via turbulent entropy fluctuations, see Goldreich et al. 1994; Samadi et al. 2001). The excitation rate at high frequencies also depends on the temporal properties of the turbulence in the outer layers of the star (Samadi et al. 2003). Observational constraints are needed for the modelling of such properties.

The estimation of the power and width of the acoustic resonances is subject to several sources of error. First, there is a large uncertainty in the measurement as the power spectrum of a resonance (or mode) has a large variance because of the stochastic nature of the excitation (see Sect. 6). Moreover, the absolute calibration in amplitude of a Doppler time

* *Present address:* Instituut voor Sterrenkunde, Katholieke Universiteit Leuven, Celestijnenlaan 200 B, 3001 Leuven, Belgium.

series is a complex problem (see Sect. 4). Another problem is to know exactly at which height in the solar atmosphere the modes are observed. Oscillations of the photosphere are measured in two ways: photometry in a given wavelength range, or Doppler measurements on a line formed in the photosphere (like the data used in this work). As the density drops rapidly with height in the solar atmosphere, the observed amplitude increases rapidly. Thus, a measurement of power is meaningful only if the altitude to which it corresponds is known. With a proper calibration, comparisons of the absolute power levels of models of mode excitation by convection are possible (whose results are strongly dependent on height; see Sect. 5).

Our aim in this paper is to obtain reliable measurements of the excitation rate of globally coherent, low-angular degree (or low- ℓ) modes. To have confidence in the results we have used three independent datasets (see Sect. 3) covering the same observation period, and then analysed these with the same method and software. We have been particularly careful in our extraction of the parameters at high frequencies (see Sect. 6). Furthermore, we have also taken into account in our analysis the observation heights in the solar atmosphere at which the three datasets were “taken”. As such, we have attempted to make available to modellers an internally consistent set of results.

2. Assessing excitation rates from seismic measurements

2.1. Relations between the mode excitation rate, line-width and surface velocity

The rate at which a p mode of frequency ν_0 is excited is expressed as in Goldreich et al. (1994):

$$P = 2\pi \Gamma E \quad (1)$$

where $\Gamma = 2\eta/2\pi$ is the linewidth of the mode and η is the damping rate. The averaged mode energy, E , is given by Samadi et al. (2001)

$$E = \mathcal{M}(r_s) v^2(\nu_0), \quad (2)$$

where $v^2(\nu_0)$ is the mean-square surface velocity of a *radial* mode. The mode mass is obtained from

$$\mathcal{M}(r_s) = \frac{I}{\xi_r^2(r_s)} \quad \text{with} \quad I \equiv \int_0^{M_\odot} dm \xi_r^* \cdot \xi \quad (3)$$

where I is the mode inertia, ξ is the eigenfunction for the fluid displacement, ξ_r its radial component and r_s is the radius at which oscillations are measured.

According to Eqs. (1) and (2), the excitation rate P can then be related to the seismic data by:

$$P(\nu_0) = 2\pi \Gamma \mathcal{M} v^2(\nu_0), \quad (4)$$

where the quantities Γ and v^2 are indeed obtained from the observations.

A pulsation code is used to compute the eigenfunctions, ξ , and the mode mass \mathcal{M} for a calibrated solar model (see Sect. 2.3). It is important to stress that the radius r_s , at which \mathcal{M} must be evaluated depends on the spectral line of the corresponding seismic measurement (see Sect. 5) and therefore on the observation set and instrument.

2.2. Determination of the mode surface velocity and line-width from the seismic measurements

To a first approximation, the mode profile in the observed power velocity spectrum, \mathcal{P}_L , can reasonably be assumed to be Lorentzian with a maximum power spectral density, or height, \mathcal{H} , and a linewidth at half maximum given by Γ . The mode profile is then written as:

$$\mathcal{P}_L(x) = \mathcal{H} \frac{1}{1+x^2} \quad \text{where} \quad x \equiv 2(\nu - \nu_0)/\Gamma. \quad (5)$$

The square of the mode velocity, v_L^2 – which will be used in evaluating Eq. (4) – results from the integration of the mode profile over the frequency ν :

$$v_L^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu \mathcal{P}_L(\nu). \quad (6)$$

The integration is performed over $]-\infty, +\infty[$ to take into account both the negative and the positive side of the spectrum. In practice, the real velocity profile is modified by several effects such as the observational technique and geometrical effects. This is taken into account through a multiplicative factor C_{obs} , so that finally one has:

$$v_L^2 = \pi \mathcal{H} \Gamma C_{\text{obs}}. \quad (7)$$

In the actual observed velocity spectrum the solar p modes exhibit asymmetric profiles. This asymmetry is interpreted as due to the interaction between the resonant cavity mode and local emission from discrete sources (Duvall et al. 1993; Abrams & Kumar 1996). Nigam et al. (1998) developed a more sophisticated model by adding a correlation between the mode oscillation and the solar noise. After dropping an additional parameter, whose influence applies only far in the wings of the peak and which cannot be observed in the solar case because of the presence of noise and neighbour modes, and after some simplifying approximations, they modelled the power velocity spectrum as (hereafter Nigam’s profile):

$$\mathcal{P}_N(x) = \mathcal{H} \frac{(1+Bx)^2 + B^2}{1+x^2}, \quad (8)$$

where B is a parameter which controls the asymmetry and contains the effects of correlated noise and of the source. The corresponding mean square velocity of the Nigam profile is the integral of Eq. (8) over $x =]-\infty, +\infty[$. However, since the approximation performed by Nigam et al. (1998) in deriving Eq. (8) is valid only for $|Bx| \ll 1$, the formalism cannot be used when $|x| \gg 1$. In what follows, we obtain estimates of the \mathcal{H} and Γ by fitting the Nigam profile (Eq. (8)) to the data. However, we do so by restricting the fitting interval, which runs from $-x_0$ to x_0 , to $x_0 \leq 10$.

Once the quantities \mathcal{H} and Γ are determined, one needs to compute the velocity. The mean square velocity of the mode, v_N^2 , is then:

$$v_N^2 = \pi \mathcal{H} \Gamma C_{\text{obs}} (1 + \delta(B)) = v_L^2 (1 + \delta(B)), \quad (9)$$

with

$$\delta(B) = -1 + \frac{1}{\pi} \int_{-x_0}^{+x_0} dx \frac{(1 + Bx)^2 + B^2}{1 + x^2}. \quad (10)$$

The quantity δ depends on B , which in turn depends on v_0 , and is found to be negligible for all the modes investigated here. For instance, at $v_0 \approx 3.3$ mHz and with $x_0 \equiv 10$ (i.e., $|v - v_0| = 5\Gamma$) we have $B \sim -10^{-2}$ and $\delta \sim 0.05\%$. This last value must be compared with the relative errors associated with v^2 which are $\geq 20\%$. Therefore by estimating v^2 from Eq. (9) but neglecting the $\delta(B)$ we introduce a negligible error in the determination.

2.3. Mode mass calculation

The solar model we consider is calculated with the CESAM code (Morel 1997) and appropriate input physics, as described in detail in Lebreton et al. (1999). In particular, convection is modelled according to the classical mixing-length theory (Böhm-Vitense 1958, hereafter MLT) with a mixing-length $l = \alpha_c H_p$, where H_p is the pressure scale height and α_c is the mixing-length parameter. In contrast with Lebreton et al. (1999), the atmosphere is calculated assuming the Eddington classical gray atmosphere, and microscopic diffusion is included according to the simplified formalism of Michaud & Proffitt (1993). The calibration of the solar model in luminosity and radius for an age of 4.65 Gyr fixes the initial helium content $Y = 0.2751$, the metallicity $Z = 0.0196$ and the MLT parameter $\alpha_c = 1.76$.

The oscillation eigenfunctions, and hence the mode masses, \mathcal{M} , in Eq. (4) are next obtained with the adiabatic pulsation code of Tran Minh & Leon (1995) from the solar model.

In order to measure the influence of the treatment of convection and of the atmosphere, we have considered two additional solar models. One solar model assumes Canuto et al. (1996)'s local treatment of convection. The second has its atmosphere calculated assuming Kurucz's model, computed such as to provide a good agreement between synthetic and observed Balmer line profiles.

At fixed r_s , we find that the mode masses depend on the treatment of convection and on the treatment of the atmosphere but the associated changes in $\mathcal{M}(v)$ are found to be of the same order as the observational error bars associated with the excitation rates. As we are, here, mainly interested in the comparison between observations from different instruments, the effect of the adopted physics on \mathcal{M} does not influence the results.

3. The different data sets used

Three datasets were used in this work, each covering the 805-d period from 1996 April to 1998 June. This epoch coincides with a period of low activity on the Sun. The use of several sets allows a direct comparison, and an assessment of

the influence on the results of each observation method. The three time series come from the instrument GOLF (Global Oscillation at Low Frequencies, Gabriel et al. 1997) on-board the satellite SoHO, and from the ground-based networks BiSON (Birmingham Solar Oscillation Network, Chaplin et al. 1996) and GONG (Global Oscillation Network Group, Harvey et al. 1996). Each are velocity measurements integrated over the whole solar disc¹ sensitive to low-degree modes (mainly $\ell = 0, 1$ and 2). The analysis has been performed in the same way for the three sets (i.e., the same fitting algorithm).

An obvious difference between the datasets is the ‘‘duty cycle’’, or fraction of effective time for which observations are available. Interruptions can result from instrumental failures, and also from bad weather for the ground-based networks. Power levels in the Fourier (frequency) spectrum can be corrected to take account of these interruptions through a simple multiplication by the inverse of the duty cycle. However, as shown by Chaplin et al. (2003), this simple correction does not completely remove the bias in the fitted width and height parameters that is caused by the window. In this work, acoustic rates computed from BiSON and GONG spectra were therefore additionally corrected by a constant value of 9% for each 10% change in duty cycle, as indicated by Chaplin et al. (2003).

In addition to this, two aspects play an important role in the comparison of the three datasets. First, the absolute calibration of a Doppler time series is a delicate task. Among the seismic observables, frequencies are very accurately estimated (to some ppm), whereas amplitudes are not. One of the reasons for this is the difficulty in properly deriving the photospheric displacement from the spectro-photometric measurements performed by the instruments. The case of GOLF can be cited as a good example as, because of technical problems, Doppler shifts are estimated from only one wing of the selected atomic lines. However, the task is not much easier for the other two instruments (Hill, Leibacher, private communication). This is detailed in Sect. 4.

The second aspect of the problem of acoustic rate estimation is the height in the solar photosphere to which the observations correspond, as the amplitude of the modes varies with height. This is the old and complex problem of line formation in the solar atmosphere, illustrated by an abundant literature, and detailed in Sect. 5.

3.1. GOLF data

GOLF is based on a non-imaging spectrophotometer using the Na D₁ (at 589.6 nm) and D₂ lines (at 589.0 nm) to measure the velocity of the photosphere. Because of technical problems (Gabriel et al. 1997), the velocity is derived from intensity measurements in only one wing of the lines (the blue wing for the period used here). The average position of the measurement points in the wing is 108 mÅ from the centre for the D₁ line, and 81 and 135 mÅ for the D₂ lines. To this must be added the value of the gravitational redshift for the sodium lines: 12.5 mÅ.

¹ GONG also provides imaged observations, but here we have used the whole disc data.

As GOLF is space-borne, the interruptions in the observations are very few, and the duty cycle reaches almost 100% over the total duration of the period of observation chosen here.

3.2. BiSON data

The BiSON instruments are also non-imaging spectrophotometers, but they work in the K line at 769.9 nm. The intensity is measured in both wings, at typically ± 63 mÅ from the centre of the line (which presents a gravitational redshift of 16 mÅ).

Despite the use of six active sites spread widely in longitude, the network experiences some interruptions yielding a duty cycle of $\approx 74\%$ for the period used here.

3.3. GONG data

The GONG instrument is an imaging Fourier tachometer using Ni at 676.8 nm, which measures velocity from the whole line, as described by Jones (1989). The time series used here is the $\ell = 0$ dataset (integration over 95% of the solar disc). Again, there are some gaps in network coverage giving a duty cycle for the period covered of about $\approx 82\%$.

4. Data calibration

The sensitivity of each instrument is not exactly the same: first, the geometrical visibility of the modes must be taken into account to compare those of different degree ℓ . The limb-darkening influences this parameter for the GOLF and BiSON spectrophotometers (see Appendix in Appourchaux et al. 2000; Christensen-Dalsgaard & Gough 1982), making it different for each instrument despite the fact that the geometry is intrinsic to the modes. In addition, GOLF and BiSON have their sensitivity influenced by the relative velocity of the instrument (due to the SoHO orbit for GOLF and to Earth orbit and rotation for BiSON, and to the gravitational redshift for both) and also by the solar rotation, as described by Christensen-Dalsgaard (1989). The impact of these effects on visibility gives rise to the so-called ‘‘Doppler imaging’’. This yields a C_{obs} parameter (see Eq. (7)) for each spectrophotometer, and for each degree ℓ . Based on Appourchaux et al. (2000) and Christensen-Dalsgaard (1989) and on the limb-darkening description of Allen (1991), we have derived this parameter for GOLF and BiSON.

GONG is not a spectrophotometer but a Fourier tachometer. We have derived C_{obs} for the modes $\ell = 1$ and 2 from the value for $\ell = 0$ modes (given by F. Hill, private communication) and from their geometrical visibility.

All these values are listed in Table 1.

5. Observation heights

As mentioned in Sect. 2.1, the mass of the modes is one of the parameters needed to compute the excitation rate. As this mode mass is the mode inertia (an intrinsic characteristic) normalised by the displacement at the height where the wave is *observed*, this height must be properly estimated to derive correct values of the excitation rate. However, obtaining reliable formation

Table 1. Observational correction C_{obs} for the different instruments and modes (see Sect. 4).

	$\ell = 0$	$\ell = 1$	$\ell = 2$
GOLF	2.33	2.59	6.19
BiSON	2.99	3.38	8.41
GONG	3.27	3.88	10.91

heights of solar lines is a complex problem. In addition, each instrument analyses a well delimited part of the profile of the line, and as from the center of the line to the wings the height of formation varies by hundreds of km, the characteristics of each instrument must be taken into account. For the three relevant spectral lines used here, we have made use of Jones (1989) for GONG, and Bruls & Rutten (1992) for BiSON and GOLF. The work done by Jones is perfectly suited as it takes into account the manner in which GONG measurements are performed. On the other hand, the work of Bruls & Rutten is more general, but provides enough information to estimate the formation height of the K line of BiSON and the Na D₁ of GOLF. Unfortunately, this work does not include the neighbouring Na D₂ line.

We have taken these estimates as a first approach and are aware of their limitations. In addition to the missing D₂ line, some other aspects are neglected, e.g., integration over the entire solar disc and limb darkening effect. A complete and coherent treatment of the three lines, applied to the specific case of each instrument, is necessary but remains the next step for a future work.

It is not easy to define a formation height since physically it is not a single altitude in the solar atmosphere, but a range of contributing altitudes to the radiation of interest. The heights we extract from the literature must be considered only as estimates of the maximum of contribution. From Fig. 3 of Jones (1989), we have estimated the observation height of GONG at $h_{\text{GONG}} \approx 240$ km above the photosphere. Knowing the average position at which BiSON and GOLF measurements are made in the wings of K and Na lines, we have set $h_{\text{BiSON}} \approx 280$ km from Fig. 10 of Bruls & Rutten (1992), and $h_{\text{GOLF}} \approx 340$ km from their Fig. 11. Again, these estimates have to be taken as approximate, not only for the reasons already mentioned but also because they result from an average of different physical cases (the ‘‘hot’’ and ‘‘cool’’ models of Bruls & Rutten). More recently, Georgobiani et al. (2003) also showed that the definition of height is not trivial when comparing *geometrical* height and *optical* height.

The effect of height formation influences the determined acoustic rates, via the mode mass, mainly at high frequencies ($\nu \geq 3$ mHz); the effect is much weaker at lower frequencies (see Fig. 1). As such, this makes the interpretation of the results easier.

6. Measurements

The parameters necessary for the derivation of the acoustic rate are listed in Sect. 2. From the observations, two characteristics of the modes are needed: their width and their height in

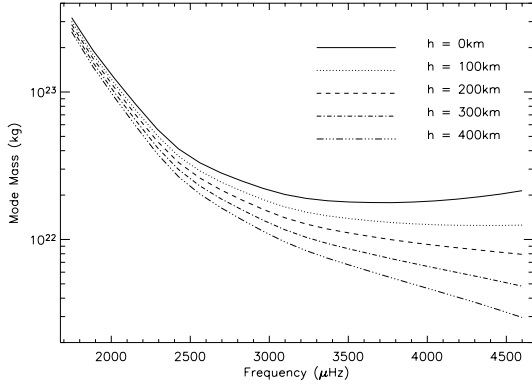


Fig. 1. Mode mass computed for different heights. Because the modes at higher frequencies are concentrated closer to the surface, the masses tend to decrease with increasing frequency. The increasing value of the eigenfunction ξ for larger heights gives the variation of mass versus height.

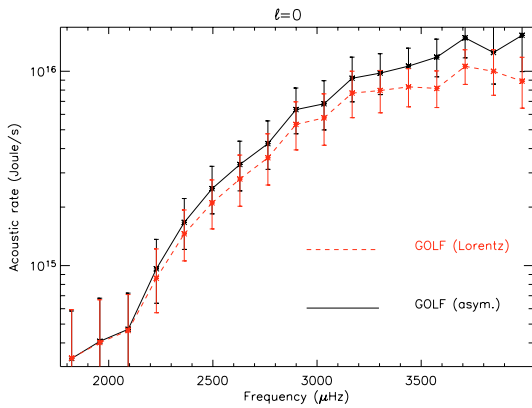


Fig. 2. Excitation rate computed from Lorentzian profiles and asymmetric profiles, showing a significant bias.

the power spectrum. They have been obtained by a classical fitting procedure applied in exactly the same manner to the three data sets. The modes are fitted using the asymmetric profile described by Nigam et al. (1998). This slight deformation of the peak is known to have a significant influence on frequency, but omitting it also leads to a bias in the determination of the acoustic rate, as shown in Fig. 2.

In the frequency interval from 2 to 3.5 mHz in the three datasets, the signal to noise ratio (SNR) is good and the fitting procedure extracts robust estimates of the mode parameters. However, as shown in Samadi et al. (2003), the high frequencies part (higher than 3.5mHz) of the spectrum is interesting as observations and models tend to differ here. It is also the most difficult part of the spectrum to analyse, first because of the decreasing SNR, and second because of the increasing width of the modes. This makes the pairs $\ell = 0/2$ and $\ell = 1/3$ overlap. This in turn makes the fitting more difficult as cross-talk will appear between the modes.

To minimize the effect of cross-talk between neighbouring modes, as well as between the fitted parameters of a single mode, we modified the fitting strategy at high frequencies. The aim of these changes was to minimize the number of

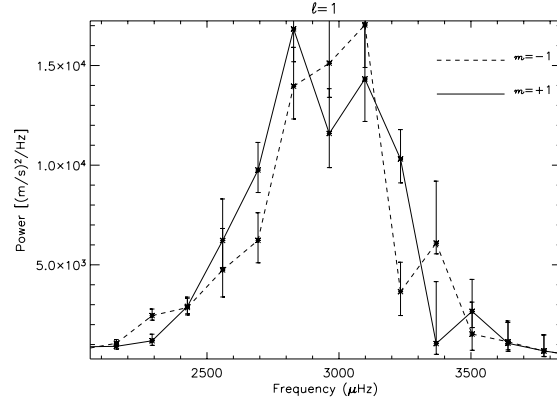


Fig. 3. Fitted heights for $m = \pm 1$ for $\ell = 1$ modes, which shows that the hypothesis of equal height for $|m| = \ell$ components is acceptable (error bars are 1σ).

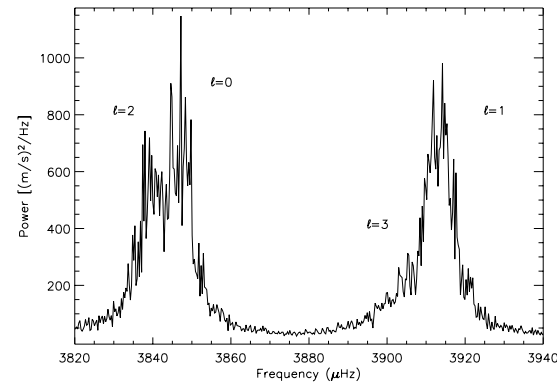


Fig. 4. Power spectrum at high frequencies from GOLF data, showing the overlapping pairs of modes.

fitted parameters; these were tested on the high SNR part of the spectrum and then applied at high frequencies. The changes applied can be something as simple as imposing the same amplitude for the $|m| = \ell$ components of a mode (see Fig. 3), or the same asymmetry for a pair $\ell = 0/2$ or $\ell = 1/3$ as shown by Thierry et al. (2000). However, at very high frequencies ($n \geq 29$), some more parameters have to be fixed in order to avoid poor convergence in the fits. First, we have chosen to restrict ourselves to the extracted $\ell = 1$ parameters, as full-disc observations are much less sensitive to $\ell = 3$ (see Fig. 4). The comparable heights of the $\ell = 0$ and $\ell = 2$ make this pair much more difficult to fit. Then, the strategy chosen here consisted of fixing the frequency difference in $\ell = 1/3$ pairs (leaving the $\ell = 1$ frequency to be fitted) in addition to fixing the relative height (from estimates done in the part of the spectrum with good SNR) of the $\ell = 3$ mode compared to that of the nearby $\ell = 1$ (which is fitted).

An additional way of improving the fitting is to use averaged power spectra. Instead of taking the power spectrum of the whole time series, one divides the series in N subsets, whose N spectra are averaged. It is the averaged spectrum that is then fitted. As the quantity of information is the same in both cases, no improvement should be expected in precision. Nevertheless, as the averaged spectrum has a reduced variance

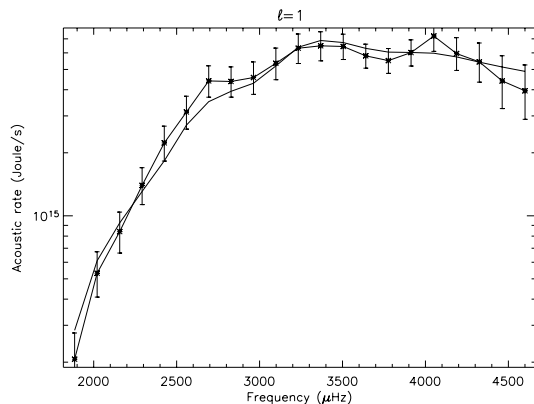


Fig. 5. Comparison of the excitation rate computed from the fitting procedure applied to a simulated spectrum (solid line) and the input excitation rate used for the simulation (crosses).

compared to the single (long) spectrum, and despite a poorer frequency resolution because of the shorter subsets, the fitting algorithm works better at high frequencies where the underlying shape of the peaks in the spectrum becomes then more evident. For this work, we averaged $N = 20$ spectra, each made from contiguous 40.25-d pieces. Uncertainties in the fitted parameters were computed according to Appourchaux (2003).

In order to check the reliability of the fitting, we performed a “blind” test using artificial data. The spectrum used is the main Hare-and-Hounds set of the Fitting at Low Angular-degree Group (FLAG)². One of us (WJC) generated the data for the fitter (FB) to analyse, with the basic underlying mode parameters unknown to the latter. As shown in Fig. 5, the output of the fitting procedure are in very good agreement with the input of the simulation, except at very high frequencies where a tendency to a slight underestimation is visible (but generally smaller than the error bars). Even if extensive simulations should be necessary to completely validate the fitting procedure, we consider that this first test is significant.

7. Results

7.1. Raw results

First, we compare the results for the acoustic rate of excitation of the modes, without any correction for the different observation heights in the solar atmosphere. The mode mass used was computed for an observation height of $h = 0$ km. This height is certainly not suited for any of the three instruments, but allows a comparison of the raw results in order to check for a possible bias due to the fitting procedure. Corrected results are shown and discussed in Sect. 7.2.

One can see from Fig. 6 that the independent measurements from the three helioseismic instruments coincide reasonably well. The error bars used in Fig. 6 are 1σ errors. The different measurements agree typically to within 1 or 2σ . The agreement between the different datasets is particularly convincing at low frequencies, except for an almost constant difference: in the range 2–3 mHz, the GOLF rate is systematically

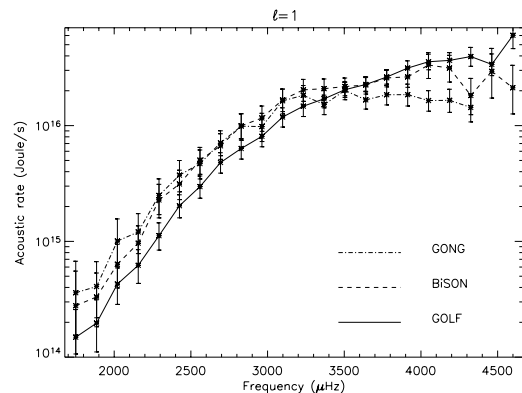


Fig. 6. Raw (no mass mode correction) acoustic rates for the three instruments.

lower than that of BiSON (by about 20% on average), whereas that of GONG is systematically higher ($\approx 15\%$). As mentioned in Sect. 5, mode mass does not make an important difference in this frequency range. The most likely origin of this discrepancy is an inaccurate absolute calibration of the three signals. However, we regard the level of agreement achieved as more than satisfactory given the complexities and uncertainties involved in the calibration.

At higher frequencies ($\nu \geq 3$ mHz), it is the difficulty in fitting the mode parameters (see Sect. 6) that is most problematic. Moreover, the mode mass correction is no longer negligible at these frequencies. However, despite a larger dispersion of the results, the GOLF rates are seen to be systematically higher than those of BiSON, most of which are in turn higher than those of GONG. This ordering is different from the one seen at low frequencies, and in fact reflects that of the observation heights of the three instruments. It is clearly necessary to correct for this effect.

7.2. Mode mass corrected results

The mode masses for the correction applied here were computed using the observation heights chosen in Sect. 5: $h_{\text{GONG}} \approx 240$ km, $h_{\text{BiSON}} \approx 280$ km and $h_{\text{GOLF}} \approx 340$ km. As expected, the correction does not make a large difference in the comparison of BiSON and GONG, as their observation heights are similar. Also foreseeable was the GOLF results were moved towards those of the other instruments, because of its higher observation height. However, the GOLF results remain higher than the others, particularly if one takes into account the apparent underestimation at low frequencies, which is certainly due to the absolute calibration as discussed in the next section.

8. Discussion

A first general conclusion that can be drawn from this work is that the excitation rate of solar p modes can be measured to relatively good accuracy. We have measured it from three completely independent datasets and found that the results were in agreement (without the need for speculative corrections). The discrepancies are of the order of 1σ (which corresponds to a

² <http://bison.ph.bham.ac.uk/~wjc/Research/FLAG.html>

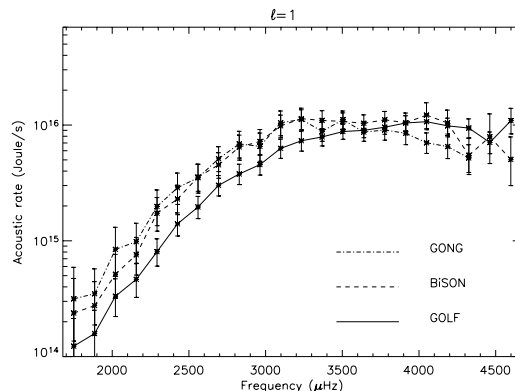
Table 2. Computed and measured (using GOLF data) parameters for $\ell = 1$ modes, including the mode mass correction for acoustic rates.

Mode identification	Frequency (μHz)	Mode mass (kg)	Height ($(\text{m/s})^2/\text{Hz}$)	Width (μHz)	Supply rate (Joule/s)
$n = 11 \ell = 1$	1749.33	2.64e+23	133.19	0.26	1.23e+14
$n = 12 \ell = 1$	1885.10	1.53e+23	256.89	0.28	1.58e+14
$n = 13 \ell = 1$	2020.83	9.58e+22	303.58	0.47	3.32e+14
$n = 14 \ell = 1$	2156.79	6.13e+22	516.56	0.54	4.65e+14
$n = 15 \ell = 1$	2292.03	4.02e+22	717.22	0.74	8.05e+14
$n = 16 \ell = 1$	2425.57	2.84e+22	1257.09	0.88	1.40e+15
$n = 17 \ell = 1$	2559.24	2.19e+22	1981.39	0.94	1.96e+15
$n = 18 \ell = 1$	2693.39	1.78e+22	3890.51	0.92	3.01e+15
$n = 19 \ell = 1$	2828.15	1.48e+22	5669.65	0.94	3.78e+15
$n = 20 \ell = 1$	2963.29	1.25e+22	11138.21	0.80	4.55e+15
$n = 21 \ell = 1$	3098.16	1.07e+22	9901.91	1.08	6.28e+15
$n = 22 \ell = 1$	3233.13	9.44e+21	12005.16	1.12	7.31e+15
$n = 23 \ell = 1$	3368.56	8.48e+21	5356.12	1.84	7.90e+15
$n = 24 \ell = 1$	3504.07	7.73e+21	2781.75	2.83	8.78e+15
$n = 25 \ell = 1$	3640.39	7.07e+21	1678.01	3.85	9.00e+15
$n = 26 \ell = 1$	3776.61	6.47e+21	831.83	5.90	9.57e+15
$n = 27 \ell = 1$	3913.49	5.95e+21	522.33	8.09	1.04e+16
$n = 28 \ell = 1$	4049.46	5.48e+21	331.52	10.73	1.07e+16
$n = 29 \ell = 1$	4186.98	5.05e+21	236.70	12.69	9.84e+15
$n = 30 \ell = 1$	4324.79	4.64e+21	147.81	16.39	9.42e+15
$n = 31 \ell = 1$	4462.08	4.25e+21	108.15	17.35	7.07e+15
$n = 32 \ell = 1$	4599.96	3.88e+21	78.85	26.42	1.09e+16

mean relative error of 22% for GOLF and 28% for BiSON and GONG) at low frequencies. These discrepancies can reach a level of 2 or 3σ at high frequencies, where the analysis is particularly difficult.

The level of agreement achieved has been possible by using a careful fitting of the data. The model fitted to the observations included an asymmetry in the peaks, since we found that the use of a Lorentzian profile yielded a small but systematic error. A strategy was adopted at high frequencies, where in the fitting of the $\ell = 1/\ell = 3$ pairs we used a fixed frequency difference and a fixed amplitude ratio. This gave robust fits despite the poor signal to noise ratio (SNR) and the large width of the peaks. A comparison with simulated data (the Hare-and-Hounds FLAG spectrum) validated this approach. However, extensive simulations would be necessary to estimate, for example, the influence of a poor SNR at high frequencies.

The agreement between the results from the three sets allows us to put constraints on the excitation rate. The excitation rate can be conveniently expressed as a power law: $P \propto \nu^\alpha$ (see for example Goldreich et al. 1994). At low frequencies, the exponent α mainly represents the inertia dependence of the excitation. At high frequencies, the excitation (and so the slope α) is strongly dependent on the adopted description of the turbulence. The three sets considered here yield similar values of α at low frequencies ($1.8 \text{ mHz} \leq \nu \leq 2.8 \text{ mHz}$): (7.7 ± 0.3) for GOLF; (7.5 ± 0.4) for BiSON; and (6.9 ± 0.4) for GONG. At higher frequencies ($3.3 \text{ mHz} \leq \nu \leq 4.8 \text{ mHz}$), the task is more difficult. First, the raw data (Fig. 6) – which have a positive, null and negative value for α – show the necessity of applying

**Fig. 7.** Mode mass corrected acoustic rates for the three instruments.

a mode mass correction to take account of the height of observation in the solar atmosphere. After the correction has been applied (Fig. 7), the three instruments yield α values of: (0.3 ± 0.5) for GOLF; (-2.1 ± 0.7) for BiSON; and (-2.3 ± 0.5) for GONG. This shows that the mode mass correction brings the GOLF results closer to those of BiSON and GONG.

However, there is still some residual high-frequency discrepancy. This suggests that more work is needed, in particular: (i) on the determination of the observation heights; and (ii) on the influence of the SNR on the measurements at high frequencies. If the Na line used by GOLF were higher than expected in the solar atmosphere, the mode mass correction would be

stronger and this might possibly make the GOLF results compatible with those of BiSON and GONG. Calculations based on the same hypothesis for radiative transfer in the solar atmosphere for the three atomic lines used are necessary to determine the three heights consistently. Moreover, these calculations must take into account the instrumental details in each case to allow an accurate determination. On the other hand, it must be noted that because of their lower-fill window functions, the SNR in the BiSON and GONG spectra is lower than for GOLF. The poor SNR in the Fourier spectra at high frequencies might bias the observed excitation rate. Extensive numerical simulations are needed to test the extent of this.

This work must be seen as a first step towards a better understanding of p -mode excitation and an improved description of convection in the outer layers of the Sun. The use of three different datasets shows that the estimation of the excitation rate is not trivial, as several instrument related effects must be taken into account. However, the results from the three instruments show that it is possible to provide reliable estimates. This is necessary to allow fruitful comparisons between models and observations and to obtain information on the excitation process (is it dominated by Reynolds stress or entropy fluctuation?) and on turbulent convection (for instance its dynamical properties such as the degree of correlation in the turbulent convection). This will be the aim of a following paper.

Acknowledgements. We would like to thank Frank Hill, John Leibacher, and Stuart Jefferies for helpful discussions, Yveline Lebreton for the computation of solar models, and Luca Bertello for providing the calibrated GOLF data. RS's work has been supported by Société de Secours des Amis des Sciences (Paris, France) and by Fundação para a Ciência e a Tecnologia (Portugal) under grant SFRH/BPD/11663/2002. GOLF is the result of the cooperative endeavours of many individuals, to whom we are deeply indebted. SoHO is a mission of international cooperation between ESA and NASA. We thank all those who have been, or are currently, involved in the BiSON project. BiSON is funded by the UK Particle Physics and Astronomy Research Council (PPARC). This work utilizes data obtained by the Global Oscillation Network Group (GONG) Program, managed by the National Solar Observatory, which is operated by AURA, Inc. under a cooperative agreement with the National Science Foundation. The data were acquired by instruments operated by the Big Bear Solar Observatory, High Altitude Observatory, Learmonth

Solar Observatory, Udaipur Solar Observatory, Instituto de Astrofísica de Canarias, and Cerro Tololo Interamerican Observatory.

References

- Abrams, D., & Kumar P. 1996, *ApJ*, 472, 882
 Allen, C. W. 1991, *Astrophysical Quantities*, 3rd ed.
 Appourchaux, T. 2003, *A&A*, 412, 903
 Appourchaux, T., Fröhlich, C., Andersen, B., et al. 2000, *ApJ*, 538, 401
 Böhm-Vitense, E. 1958, *Z. Astrophys.*, 46, 108
 Bruls, J. H. M. J., & Rutten, R. J. 1992, *A&A*, 265, 257
 Canuto, V. M., Goldman, I., & Mazzitelli, I. 1996, *ApJ*, 473, 550
 Chaplin, W. J., Elsworth, Y., Howe, R., et al. 1996, *Sol. Phys.*, 168, 1
 Chaplin, W. J., Elsworth, Y., Isaak, G. R., et al. 1998, *MNRAS*, 298, L7
 Chaplin, W. J., Elsworth, Y., Isaak, G. R., et al. 2003, *A&A*, 398, 305
 Christensen-Dalsgaard, J., & Gough, D. O. 1982, *MNRAS*, 198, 141
 Christensen-Dalsgaard, J. 1989, *MNRAS*, 239, 977
 Duvall, T. L., Jefferies, S. M., Harvey, J. W., Osaki, Y., & Pomerantz, M. A. 1993, *ApJ*, 410, 829
 Gabriel, A. H., Charra, J., Grec, G., et al. 1997, *Sol. Phys.*, 175, 207
 Georgobiani, D., Stein, R. F., Nordlund, Å. 2003, *ApJ*, 596, 698
 Goldreich, P., Murray, N., & Kumar, P. 1994, *ApJ*, 424, 466
 Harvey, J. W., Hill, F., Hubbard, R., et al. 1996, *Science*, 272, 1284
 Heiter, U., Kupka, F., van't Veer-Menneret, C., et al. 2002, *A&A*, 392, 619
 Houdek, G., Chaplin, W. J., Appourchaux, T., et al. 2001, *MNRAS*, 327, 483
 Jones, H. P. 1989, *Sol. Phys.*, 120, 211
 Kurucz, R. L. 1991, in *Stellar Atmospheres - Beyond Classical Models*, 441
 Lebreton, Y., Perrin, M., Cayrel, R., Baglin, A., & Fernandes, J. 1999, *A&A*, 350, 587
 Michaud, G., & Proffitt, C. R. 1993, in *Inside the Stars*, IAU Coll. 137, ASP Conf. Ser., 40, 246
 Morel, P. 1997, *A&AS*, 124, 597
 Nigam, R., Kosovichev, A. G., Scherrer, P. H., & Schou, J. 1998, *ApJ*, 495, L115
 Samadi, R., & Goupil, M.-J. 2001, *A&A*, 370, 136
 Samadi, R., Goupil, M.-J., & Lebreton, Y. 2001, *A&A*, 370, 147
 Samadi, R., Nordlund, Å., Stein, R. F., Goupil, M.-J., & Roxburgh, I. 2003, *A&A*, 404, 1129
 Thiery, S., Boumier, P., Gabriel, A. H., et al. 2000, *A&A*, 355, 743
 Tran Minh, F., & Leon, L. 1995, in *Physical Process in Astrophysics*, 219

3.4 Modes g solaires

Dans le cas des modes g du Soleil, l'amplitude est une question cruciale, mais non pas à cause des interprétations qui pourraient découler des valeurs observées, mais à cause des réelles possibilités de les observer ou pas. Rappelons que ces modes, dont la force de rappel est la gravité sous la forme de la poussée d'Archimède, existent dans un milieu non convectif. Ils sont donc observés sans mal dans des étoiles assez chaudes pour ne pas avoir de zone convective externe. Les oscillations observées dans les naines blanches sont ainsi attribuées à de tels modes, comme des oscillations de pulsateurs de type spB ("slowly pulsating B star") par exemple. Dans le cas du Soleil, l'évanescence de ces modes dans la zone convective externe s'étendant sur près d'un tiers du rayon pose problème mais n'arrête pas les physiciens solaires pour autant, étant donné l'intérêt que ces modes présentent pour le sondage des couches internes du Soleil, par ailleurs mal décrites par les modes p. De nombreux travaux se sont donc attelés à la recherche de ces modes g, et pour une vue complète, je renvoie à la lecture de l'article de revue (Appourchaux et al. 2009) consacré à ces modes et préparé par le groupe "Phoebus", dirigé par T. Appourchaux et dont je fais partie. On peut résumer tout de même l'historique des "découvertes" des modes g en quelques dates :

- la détection d'une oscillation de période 160 mn dans les mesures de l'Observatoire de Crimée (Severnyi et al. 1976), appuyée par des observations à l'Observatoire de Stanford (Scherrer et al. 1979) ;
- la détection des modes g dans le vent solaire (ni plus ni moins) par Thomson et al. (1995) ;
- finalement, la détection d'une signature du spectre asymptotique des modes g par García et al. (2007).

Parmi ces annonces, aucune détection n'a encore été fermement confirmée. Le cas des travaux de García et al. (2007) sera abordé ultérieurement, mais revenons d'abord sur des travaux certes moins ambitieux, puisqu'ils n'ont pour ambition que de fixer des limites supérieures pour l'amplitude de ces modes g. Tous ces travaux reposent d'une manière ou d'une autre sur un traitement probabiliste (et même "fréquentiste" par opposition à une approche "bayésienne", voir Appourchaux et al. 2009) de la possibilité qu'un pic observé soit ou non compatible avec le niveau de bruit global observé. A l'origine, Scargle (1982) a traité ce problème dans le cadre de l'astrophysique. Pour ce qui est de l'application aux modes g solaires, citons Appourchaux et al. (2000), Gabriel et al. (2002) et Turck-Chièze et al. (2004). Je vais brièvement revenir sur les travaux de Gabriel et al. (2002) puisque j'y ai contribué. Nous avons pour ce travail appliqué les lois de probabilité déjà mentionnées après avoir illustré la difficulté du problème en le représentant dans le plan imaginaire (voir Fig.4 de Gabriel et al. 2002, reproduit à la fin de cette section) : dans ce cas, on voit qu'un mode de faible amplitude a vraiment toutes les chances de ne pas s'élever notablement au dessus de la distribution du bruit. La conséquence de cette simple constatation est que si nous sommes en présence de modes, même nombreux, à la limite

du niveau de bruit, nous ne pourrions statistiquement en détecter qu'un petit nombre. Nous nous sommes ensuite attachés à rigoureusement déterminer si nos spectres étaient compatibles avec un signal fait uniquement de bruit (voir Fig.3 de ce travail), même dans le cas d'un spectre sur-échantillonné. Mais, même si un pic semblait pouvoir mériter le terme de "candidat mode g", ou plutôt mode mixte g-p vu sa fréquence relativement élevée ($284\mu\text{Hz}$), nous n'avons pu que fixer une limite supérieure à l'amplitude que pouvaient avoir ces modes tant recherchés (6 mm/s). Cette limite améliorerait ce qui était publié à l'époque, puis fut dépassée par des travaux ultérieurs, puisque cette limite décroît avec la durée croissante des observations.

Plus récemment, Belkacem et al. (2009a) a reconsidéré le problème de la source de l'excitation des modes g. En effet, suite aux travaux du groupe sur l'excitation des modes p (Samadi & Goupil 2001), l'application de l'excitation stochastique au cas des modes g montre que malgré leur caractère évanescent, ces modes sont excités par la convection *dans* la zone convective alors qu'il était plutôt admis que c'était la pénétration de cellules convectives à *la limite* zone radiative/zone convective qui pouvait injecter de l'énergie dans les modes g. L'amplitude résultante dépendant de l'amortissement, il faut aussi estimer celui-ci. C'est possible si il est uniquement dû à des pertes radiatives, ce qui s'applique pour les modes de fréquence inférieure à environ $100\mu\text{Hz}$. C'est justement dans cette partie du spectre que les modes suivent le régime asymptotique induisant une régularité en période. C'est cette régularité dont la signature serait détectée par la méthode de García et al. (2007). Les travaux de Belkacem et al. (2009a) permettent donc de prédire des amplitudes pour les modes g, ainsi que d'estimer leur temps de vie. Celui-ci est très long, de l'ordre de grandeur de centaines de milliers d'années. Cela a son importance car cela signifie que pour nos observations s'étendant sur une période de l'ordre de la dizaine d'années, les éventuels modes g détectés n'auront pas de largeur détectable. Sachant cela, j'ai procédé à des simulations de spectres pour déterminer si, avec les amplitudes prédites, les modes g pouvaient raisonnablement être détectés. Le résultat est résumé dans la Fig.12 de Belkacem et al. (2009a), reproduite ci-dessous. Il montre comment la probabilité de détection augmente avec la durée d'observation dans 3 cas en ce qui concerne les amplitudes prédites :

- un cas où ces amplitudes sont à la limite inférieure des prédictions ($\alpha_{boost}=1.0$), avec pour conséquence une non détection ;
- un cas où ces estimations sont majorées de 50% ($\alpha_{boost}=1.5$), avec une détection probable après 20 ans d'observations ;
- un cas optimiste, où les amplitudes du premier cas sont majorées de 100% ($\alpha_{boost}=2.0$), mais dans ce cas, les modes g seraient déjà détectés dans une approche individuelle.

Ici, par détection, il est entendu que le nombre de modes dépassant un seuil de confiance préalablement fixé (à 90%) est supérieur à 4 (car statistiquement, il est probable d'avoir 1 (32%), voire 2 (12%) pics de bruit au-dessus du seuil de confiance). En effet, même si tout le spectre (c'est à dire des dizaines de modes) est simulé, comme indiqué par la Figure 3

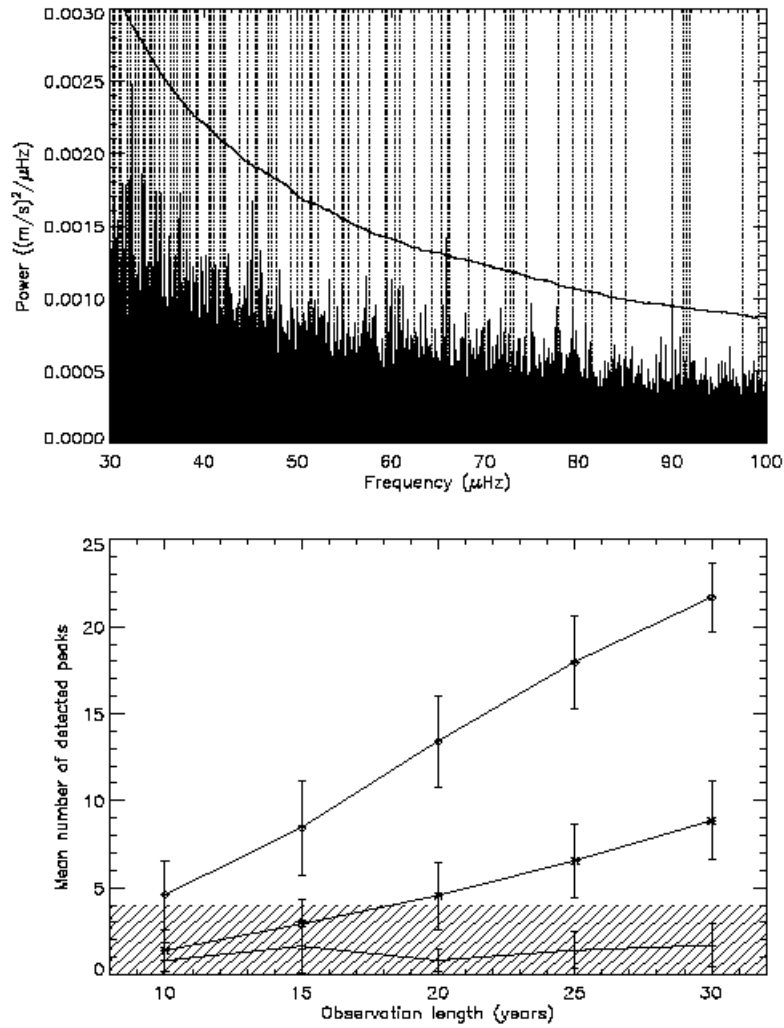


FIGURE 3.17 – Haut : exemple de spectre simulé avec le niveau de détection à 90% de confiance et les fréquences des modes g indiquées par les lignes verticales; Bas : évolution du nombre de pics dépassant le seuil de détection à 90% en fonction de la durée d’observation, tirée de Belkacem et al. (2009a)

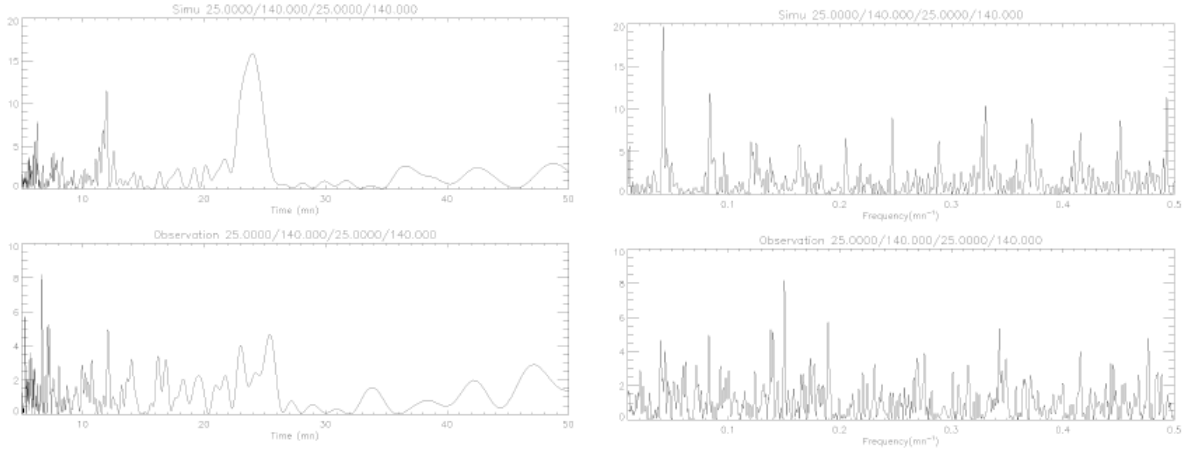


FIGURE 3.18 – Haut : “spectre du spectre” d’un signal simulé contenant des modes g de grande amplitude, à gauche le spectre du spectre est représenté selon un échantillonnage irrégulier, à droite avec un échantillonnage régulier ; Bas : graphes similaires aux graphes du haut, mais pour le signal réel (GOLF), tirée de Elsworth et al. (2006)

de Gabriel et al. (2002), un petit nombre d’entre eux se détachent réellement du bruit.

Abordons maintenant le cas de la détection annoncée par García et al. (2007). La méthode utilisée repose sur la régularité en période des modes g en régime asymptotique. A défaut de pouvoir les détecter individuellement, cette espacement régulier dans le spectre de Fourier peut avoir un effet cumulatif si l’on considère le spectre du spectre, exprimé en fonction de la période (et non de la fréquence où il n’y a pas régularité). On peut ainsi espérer obtenir un pic à la périodicité attendue, mais cela se fait au prix d’un ré-échantillonnage qui dilate l’axe des abscisses et peut fausser la vision globale du résultat. Cela est illustré par la Fig.3 du travail que nous avons entamé sur ce sujet (Elsworth et al. 2006), reproduite ici à la Fig. 3.18. La partie supérieure de cette figure montre le spectre du spectre pour un cas simulé, avec les deux représentations possibles : à gauche en fonction de la période avec une échelle dilatée, à droite en fonction de la fréquence, avec une échelle régulière. Le pic proéminent à gauche (vers 25mn) est le premier en fréquence (vers 0.04 mn^{-1}) à droite. La partie basse de la figure montre les mêmes spectres de spectre, mais dans le cas réel des données de GOLF. On voit que le pic proéminent dans la représentation de gauche ne l’est plus vraiment dans la représentation de droite.

J’ai poursuivi des travaux basés sur des simulations pour tenter de quantifier les réelles possibilités de la méthode dite du spectre du spectre. De manière assez surprenante, elle ne semble pas si performante qu’on pourrait le penser de prime abord. La Figure 3.19 montre le spectre et le spectre de ce spectre pour un signal simulé avec des amplitudes 3 fois supérieures au premier cas utilisé dans Belkacem et al. (2009a). Le but est juste de

3.4. MODES G SOLAIRES

α_{boost}	1.0	1.5	2.0
N_{Sp}	0.6	1.4	3.7
$(S/B)_{Sp^2}$	1.1	1.1	1.3
H_{modes}/H_{bruit}	1.0	1.2	1.6

TABLE 3.1 – Cas de modes simples, selon Belkacem et al. (2009a). α_{boost} est le facteur de surestimation des amplitudes des modes (voir texte); N_{Sp} est le nombre moyen de pics détectés dans le spectre de Fourier; S/B_{Sp^2} est le rapport signal sur bruit de la signature des pics dans le spectre du spectre; H_{modes}/H_{bruit} est le rapport de la hauteur de la signature des modes simulés sur le même point d’un spectre sans modes simulés

bien voir ce à quoi on peut s’attendre. Ici, bien des modes simulés dépassent le seuil de 90% de confiance dans le spectre, et leur signature collective est très claire dans le spectre du spectre. La figure suivante (Fig. 3.20) fait la même comparaison, mais cette fois-ci, l’amplitude des modes simulés est simplement 2 fois celle de Belkacem et al. (2009a). On voit que dans le spectre du spectre, le pic qui est la signature collective des modes g est à peine visible alors que plusieurs modes dépassent le seuil de confiance de 90% dans le spectre. Ce cas n’a qu’une vocation illustrative, un résultat sérieux doit s’appuyer sur de multiples simulations. C’est ce que j’ai fait dans les 3 cas de la Figure 3.4 pour une durée d’observation de 10 ans en simulant 100 réalisations pour chaque cas étudié (qui correspondent aux trois valeurs d’amplification α_{boost}). Pour quantifier ces résultats, je me suis appuyé sur trois observables :

- dans le spectre, le nombre N_{Sp} de pics détectés au dessus du seuil de confiance de 90% ;
- dans le spectre du spectre, le rapport signal sur bruit du pic signature des modes g dans le spectre du spectre, $(S/B)_{Sp^2}$; il est calculé comme le rapport du pic signature sur la moyenne du spectre du spectre dans l’intervalle [10mn,30mn] ;
- toujours dans le spectre du spectre, le rapport H_{modes}/H_{bruit} de ce pic sur la hauteur du spectre du spectre au même endroit mais dans le spectre du spectre calculé en l’absence de modes g simulés.

Dans le cas où les amplitudes prédites sont considérées telles quelles ($\alpha_{boost}=1.0$) ou surestimées par un facteur $\alpha_{boost}=1.5$, on voit que les modes simulés ne sont pas détectés dans le spectre de Fourier classique. Les Figures 3.21 et 3.22 montrent la distribution de $(S/B)_{Sp^2}$ et H_{modes}/H_{bruit} . On voit que dans le spectre du spectre, la hauteur du pic signature des modes est en moyenne très proche de la hauteur relevée en l’absence de modes, sauf pour $\alpha_{boost}=2$ mais rappelons une fois encore que dans ce cas, le nombre N_{Sp} de pics détectés dans le spectre simple est grand.

On peut comprendre cela en considérant que la signature collective est le premier pic d’un peigne : le spectre d’une fonction peigne -les modes g- est une autre fonction peigne. Mais si des dents manquent au peigne des modes g, alors la signature collective en souffrira, alors même que des dents isolées du peigne des modes g seront bien visibles.

3.4. MODES G SOLAIRES

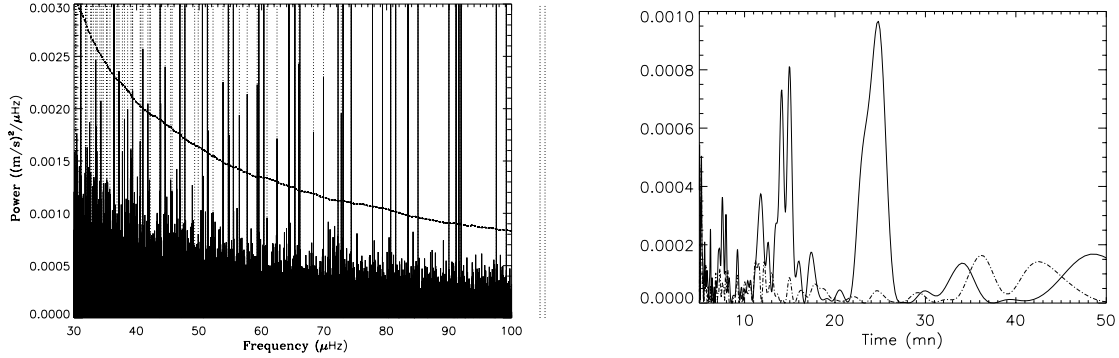


FIGURE 3.19 – Spectre (à gauche) et spectre du spectre (à droite) d'un signal simulé avec des modes g d'assez grande amplitude (facteur d'amplification $\alpha_{boost} = 3$). Le résultat pour le même signal sans modes g est en pointillés. Dans le spectre du spectre, la signature des modes g est claire... tout comme elle est très claire dans le spectre.

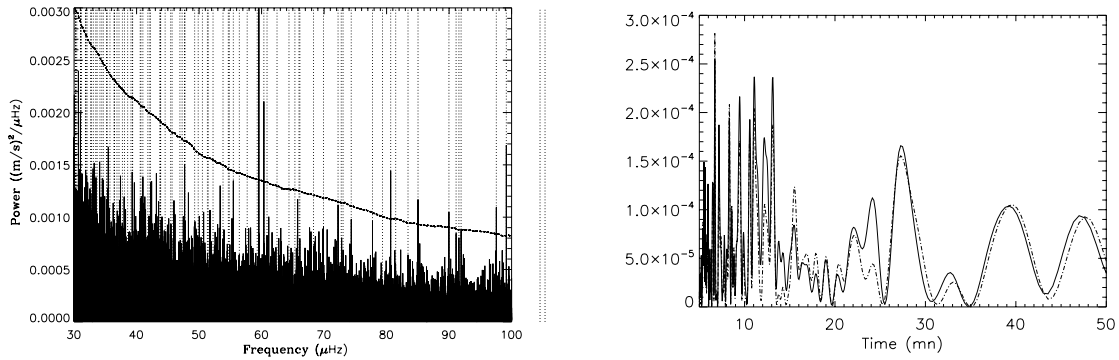


FIGURE 3.20 – Même figure que la Fig. 3.19 mais avec un facteur d'amplification $\alpha_{boost} = 2$. Dans le spectre du spectre, la signature des modes g est peu claire, alors que certains modes sont détectés sans ambiguïté dans le spectre.

α_{boost}	1.0	1.5	2.0
N_{Sp}	0.9	1.4	3.7
$(S/B)_{Sp^2}$	1.1	1.4	1.6
H_{modes}/H_{bruit}	1.2	1.7	3.4

TABLE 3.2 – Similaire à la Table 3.1 pour le cas de modes élargis

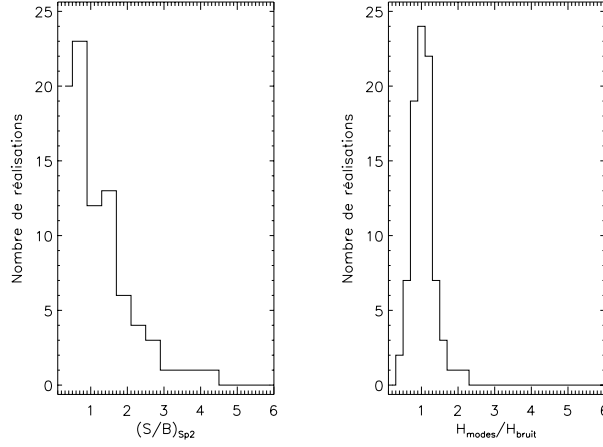


FIGURE 3.21 – A gauche : Distribution pour 100 réalisations ($\alpha_{boost} = 1$) du rapport signal sur bruit $(S/B)_{Sp^2}$ (calculé sur l’intervalle [10mn,30mn]) du pic signature des modes simulés. A droite : pour les mêmes réalisations, distribution du rapport H_{modes}/H_{bruit} de la hauteur relevée à l’endroit de la signature des modes simulés sur la hauteur au même endroit du spectre du spectre mais en l’absence de modes simulés. Ici, les amplitudes considérées sont celles de Belkacem et al. (2009a) non surestimées. On voit que les modes ne sont pas détectés

α_{boost}	1.0	1.5	2.0
N_{Sp}	1.0	2.7	12.4
$(S/B)_{Sp^2}$	1.3	1.6	2.6
H_{modes}/H_{bruit}	1.3	2.4	5.2

TABLE 3.3 – Similaire à la Table 3.1 pour le cas de modes à structure fine (3 composantes)

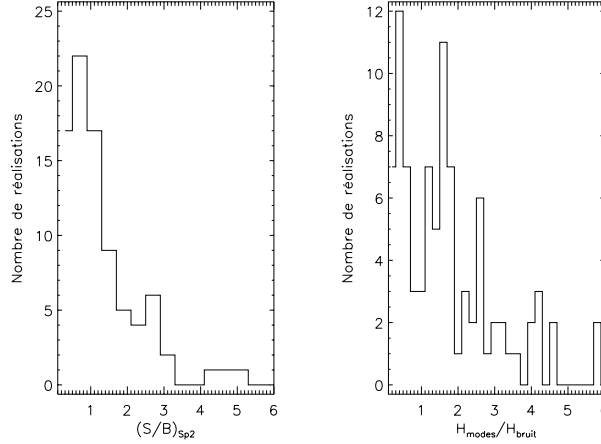


FIGURE 3.22 – Identique à la Figure 3.21 mais cette fois-ci les amplitudes prédites sont surestimées : $\alpha_{boost} = 2$. Dans ce cas, la détection des modes peut être assez claire dans certains cas, tout comme elle l’est dans le spectre de Fourier classique.

La première conclusion de ceci est que pour obtenir le pic observé avec les données réelles, les modes responsables devraient être clairement au dessus du seuil de confiance dans le spectre (ce qui n’est pas observé). Cela ne plaide donc pas en faveur d’une détection avérée, du moins si l’on se place dans le cadre de la présente simulation, qui est basée sur des modes avec un temps d’amortissement très long, et donc une largeur inférieure à celle de la résolution du spectre. Cependant ceci n’est pas une certitude absolue et il faut donc considérer d’autres cas, comme celui de modes g se répartissant sur plusieurs éléments de résolution du spectre de Fourier, ce qui pourrait avoir des conséquences sur le spectre du spectre. Cela peut s’observer dans plusieurs configurations. La première qui vient à l’esprit est une largeur des modes supérieure à la résolution du spectre. Cela suppose donc un temps de vie des modes assez court, ce qui est en contradiction avec une majorité de travaux sur le sujet, en particulier ceux de Belkacem et al. (2009a). Une autre possibilité est que des modes au long temps de vie soit décomposés en plusieurs pics à cause de la présence d’un champ magnétique intense dans leur cavité de propagation, la zone radiative du Soleil. Il n’existe pas d’observation d’un tel champ, mais on ne peut non plus écarter cette hypothèse avec une certitude absolue. J’ai donc considéré ces deux cas dans de nouvelles simulations. Dans le cas de modes au temps de vie court, la hauteur des pics dans le spectre de Fourier a été conservée, ce qui suppose que l’énergie injectée dans les modes est surestimée puisque elle est proportionnelle au produit de la hauteur du pic par sa largeur. Dans le cas d’une décomposition en plusieurs composantes, l’énergie totale injectée est aussi plus grande puisque le nombre d’oscillations est multiplié mais l’énergie

de chaque mode individuel reste compatible avec les prédictions de Belkacem et al. (2009a). Ces deux types de simulations ont été menés pour des périodes d'observations de 10 ans. Dans le premier cas, une largeur de 9.5 nHz (soit trois éléments de résolution du spectre de Fourier). Dans l'autre, les modes sont supposés distribués en trois composantes distantes entre elles de 6 nHz. Pour chaque cas, un coefficient d'amplification α_{boost} a été appliqué comme précédemment. Les résultats de ces simulations (ainsi que le cas de modes non résolus et non décomposés) dans le spectre du spectre sont comparés dans les Tables 3.1, 3.2, et 3.3. Ces résultats sont aussi résumés dans la Figures 3.23, qui résume le fait que la méthode du spectre du spectre devient statistiquement efficace quand l'amplitude des modes simulés devient telle que ces modes sont détectés en nombre statistiquement significatif ($N_{Sp} \geq 4$) dans le spectre de Fourier.

En conclusion, il semble donc que cette méthode du spectre du spectre, bien qu'intuitivement attrayante, ne soit pas si efficace. La recherche de modes g dans un simple spectre a l'avantage d'être plus simple et donc d'avoir un comportement statistique connu.⁶ Sachant que dans l'analyse de données réelles, aucun mode n'est détecté dans le spectre de Fourier, j'en conclus que le pic observé dans le spectre du spectre a peu de chances d'être la signature de modes g.

6. Loin de moi l'idée qu'il faille se satisfaire d'un outil bien connu sans chercher à trouver d'autres solutions. Simplement, ces autres solutions doivent apporter une réelle amélioration

3.4. MODES G SOLAIRES

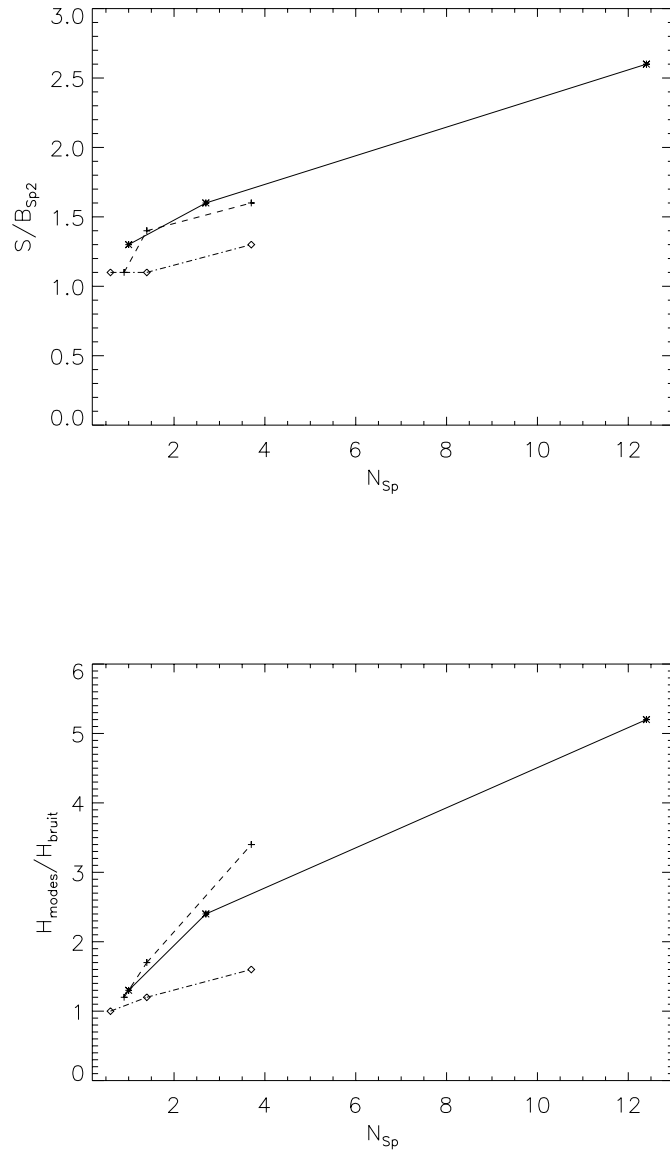


FIGURE 3.23 – Résumé des Tables 3.1, 3.2, et 3.3 en ce qui concerne le rapport $(S/B)_{Sp^2}$ à gauche et le rapport H_{modes}/H_{bruit} à droite (voir texte)

A search for solar g modes in the GOLF data

A. H. Gabriel¹, F. Baudin¹, P. Boumier¹, R. A. García², S. Turck-Chièze², T. Appourchaux³, L. Bertello⁴, G. Berthomieu⁵, J. Charra¹, D. O. Gough⁶, P. L. Pallé⁷, J. Provost⁵, C. Renaud⁵, J.-M. Robillot⁸, T. Roca Cortés^{7,9}, S. Thiery^{1,10}, and R. K. Ulrich⁴

¹ Institut d'Astrophysique Spatiale, Université Paris XI, 91405 Orsay, France

² DAPNIA/Service d'Astrophysique, CEA/Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France

³ Research and Science Support Department of ESA, Keplerlaan 1, 2200AG, Noordwijk, The Netherlands

⁴ Department of Astronomy, U.C.L.A., Los Angeles, USA

⁵ Observatoire de la Côte d'Azur, Laboratoire Cassini, 06304 Nice, France

⁶ Institute of Astronomy, University of Cambridge, Cambridge CB3 0HA, UK

⁷ Instituto de Astrofísica de Canarias, 38205 La Laguna, Tenerife, Spain

⁸ Observatoire de l'Université Bordeaux 1, BP 89, 33270 Floirac, France

⁹ Departamento de Astrofísica, Universidad de La Laguna, Tenerife, Spain

¹⁰ University of Birmingham, Edgbaston, Birmingham B15 2TT, UK

Received 12 March 2002 / Accepted 6 May 2002

Abstract. With over 5 years of GOLF data having some 90% continuity, a new attempt has been made to search for possible solar g modes. Statistical methods are used, based on the minimum of assumptions regarding the solar physics; namely that mode line-widths are small compared with the inverse of the observing time, and that modes are sought in the frequency interval 150 to 400 μHz . A number of simulations are carried out in order to understand the expected behaviour of a system consisting principally of a solar noise continuum overlaid with some weak sharp resonances. The method adopted is based on the FFT analysis of a time series with zero-padding by a factor of 5. One prominent resonance at 284.666 μHz coincides with a previous tentative assignment as one member of an $n = 1$, $l = 1$, p -mode multiplet. Components of two multiplets, previously tentatively identified as possible g -mode candidates from the GOLF data in 1998, continue to be found, although their statistical significance is shown to be insufficient, within the present assumption regarding the nature of the signal. An upper limit to the amplitude of any g mode present is calculated using two different statistical approaches, according to either the assumed absence (H0 hypothesis) or the assumed presence (H1 hypothesis) of a signal. The former yields a slightly lower limit of around 6 mm/s.

Key words. Sun, helioseismology

1. Introduction

1.1. The internal structure through helioseismology

Since global oscillations from the Sun were first identified, the challenge has been to exploit their measured frequencies in order to determine the internal structure. Much progress has now been accomplished. Using the observed p -mode spectrum, measurements of the outer layers can be determined in considerable detail, yielding the sound velocity and the rotation rate as functions of the radius and the latitude. These quantities are then compared with predictions coming from theoretical numerical modelling of the solar interior, in order to assess the validity of the different physical parameters implicit in the models.

Ground-based helioseismic networks, such as IRIS (Grec et al. 1991), BiSON (Chaplin et al. 1996) and GONG (Harvey et al. 1996), have accumulated 10 or more years of global

oscillations data, albeit with inevitable interruptions. Since the launch of SOHO, these have been augmented by over 5 years of space-based observations coming from the instruments MDI (Scherrer et al. 1995), VIRGO (Fröhlich et al. 1997) and GOLF (Gabriel et al. 1997), with a substantial improvement in continuity and the elimination of terrestrial atmospheric perturbations. Each of the instrument teams has now published inversions of their p -mode frequencies in terms of the radial variation of sound speed in the interior.

The determination of core structure from p -mode frequencies is a basically ill-conditioned inversion problem. Only the low-degree modes reach the core, of which only the $l = 0$ mode reaches the solar centre. However, all of the p modes, including the $l = 0$ modes, have their major contribution in the outer layers of the Sun. Inversion of p -mode frequencies to produce core structure requires the inclusion of mode degrees up to l of around 300, in order to compensate correctly for the large outer contribution to the $l = 0$ and 1 modes. It follows from this

Send offprint requests to: A. H. Gabriel, e-mail: gabriel@ias.fr

ill-conditioning that the precision required for the input data (frequencies) is very high. To determine core sound speed to 10^{-3} precision requires a frequency precision for 5-minute p modes of the order of 10 nHz or better. This high precision is equally important for the higher- l modes involved in the inversion, although they are not present in the core.

Instruments using data integrated over the solar disc, such as GOLF and SPM/VIRGO cannot measure reliably l values above 3 or 4 because of the reduced sensitivity of non-imaged observations to these modes and must depend therefore for the higher l on complementary data from spatially resolved observations, such as LOWL (Tomczyk et al. 1996), GONG or MDI. A further problem concerns the difficulty of measuring the precise resonant frequencies, due to their non-Lorentzian shape on a frequency scale. Several workers (e.g. Duvall et al. 1993; M. Gabriel 1993; Abrams & Kumar 1996) have shown that the resonances will have an asymmetric form. More recently, efforts have been made to fit the observed data, taking the asymmetry into account (Toutain et al. 1998). For GOLF, Thiery et al. (2000) and Bertello et al. (2000a) have redetermined p -mode frequencies with a higher accuracy by fitting asymmetric profiles to the resonances. Regrettably, asymmetric profile fitting is much more difficult for the higher- l spatially resolved data and is not yet generally available. We should therefore assume that this absence is limiting the accuracy of the current best available inversions, of which the most recent is based upon GOLF asymmetric low- l and MDI symmetric higher- l frequencies (Basu et al. 2000).

1.2. Importance of g modes

In spite of the considerably improved frequency precision obtainable today for p modes from GOLF and others, the above limitations are leading to only a modest advance towards improving the precision for the core. This may also be due to a number of other factors: inevitable variation of the p -mode frequencies with the solar cycle, uncertainties in the influence of solar surface effects on the frequencies and limitations implicit in the presently used techniques for inversion. Progress on some of these points will be made when we are able to exploit the frequencies of lower-order p modes with n less than 10. Some of these are now beginning to be observed and included in the analyses. (see Bertello 2000b; García et al. 2001a; Turck-Chièze et al. 2001). However, the situation would be greatly improved if we were able to use the g -mode frequencies.

In contrast to the p modes, the *gravity* or g modes are confined largely to the radiative zone, with their maximum of energy near the centre of the Sun. For this reason, the inversion of g -mode frequencies for the core structure would be a well conditioned procedure. Higher-precision results could in principle be obtained from lower-precision input data, and the demands placed on the rigour of the inversion procedure are much less. The difficult surface problem is also avoided. For similar reasons, the g modes would also give more direct and precise answers for the core rotation rate. In spite of several reported claims in the literature (e.g. Delache & Scherrer 1983; van der Raay 1988; Thomson et al. 1995), no observation of solar

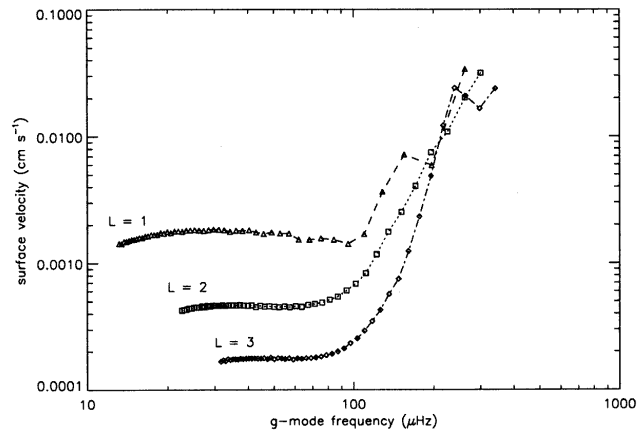


Fig. 1. Predicted surface velocity amplitudes for solar g modes, according to Kumar et al. (1996).

g -mode oscillations has been reliably confirmed. Gravity modes are predicted with frequencies up to about 400 μ Hz. A theoretical estimate by Kumar et al. (1996) shown in Fig. 1 predicts g -mode amplitudes of less than 0.4 mm/s. Earlier similar predictions were reported by Gough (1985), and assume that the pertinent g modes are excited principally via their interaction with the turbulent motion in the upper superadiabatic boundary layer of the convection zone. Such a low amplitude would be out of reach of present day helioseismic observations. It should be realised that there may be other excitation mechanisms that are not well understood (see, for example, Gavryuseva & Gavryuseva 1988) which would augment the amplitudes. In view of the large uncertainty implicit in all of these estimates, the search for g modes remains a serious activity at the present time. It is noteworthy that, as can be seen from Fig. 1, the highest power levels are predicted for the higher-frequency, low-order modes.

The GOLF team has reported earlier a search which identified two possible g -mode candidates (Gabriel et al. 1998), with velocity amplitudes around 7 mm/s, at frequencies close to some predictions from solar models. At the same time the *Phoebus* consortium (representing VIRGO, MDI, and BiSON) announced a null observation, with an upper limit of 1 mm/s (Fröhlich et al. 1998). The *Phoebus* consortium have now revised their analysis and modified their upper limit value to 10 mm/s (Appourchaux et al. 2000). This later result is not in conflict with the present analysis from GOLF.

1.3. The identification problem

As will be shown later, the expected frequency region for the g modes is dominated by a velocity background spectrum arising from a combination of the random fields of solar convection cells of all scales. This produces a continuum in the frequency spectrum with a characteristic shape and statistics.

Today, most observers would agree on the basic parameters of the problem. We are trying to identify possible g modes, having an amplitude which cannot be more than 7 to 10 mm/s, against an intrinsic background noise level which is, at these

frequencies, observed to be around 1 mm/s per frequency resolution element, and believed to be predominantly due to solar noise. In this situation, it is difficult to identify g modes unequivocally unless some expectation parameters based on solar theory are taken into account. In the present paper we aim to limit such assumptions to the strict minimum, in order to maintain the maximum of objectivity in searching for resonant frequencies that can be distinguished from the background noise and to avoid, as far as possible, identifications biased by unverified solar theory. Alternative approaches are also being examined. A complementary study is in hand (Turck-Chièze et al., submitted to ApJ), which aims to exploit the statistical advantages of searching for multiplet structures. This approach has been described by Turck-Chièze et al. (1998).

In the next section, we describe the GOLF data used in the present study. The subsequent section treats the nature of the signal and background. This is followed by a discussion of some of the methods available for identifying candidate g modes, supported by appropriate simulations. The application of the selected approach is then presented, followed by a discussion of the results obtained.

2. Selection of the GOLF data set

At this point, we have available a set of GOLF data covering the period 1996 April 11 to 2001 June 11, a total of 1888 days, with some gaps totalling 176 days, notably the one associated with the temporary loss of the SOHO spacecraft in the summer of 1998. Data are available from only one wing of the sodium line profile, following a decision in April 1996 to switch off the unreliable polarizing modulation mechanisms. The blue wing was selected at this time. However, at the second switch-on, following the recovery of SOHO in September 1998, it proved to be safer and faster to set GOLF on the red wing, where it has since remained.

In combining time series from the blue and red wings, a question arises concerning their relative phases. Several studies have been made of this issue, using the 6-week period of GOLF 2-wing data obtained during the commissioning period. For the 5-minute p modes, Pallé et al. (1999), Régulo et al. (1998) and Renaud et al. (1999) have examined the phase relation, and have shown that the phase difference is not the 180° that would be expected for a simple Doppler translation of the profile on a wavelength scale, but closer to 163° . This is also confirmed recently by Thiery et al. (2001) in comparisons of phase between GOLF and MDI. The remaining 17° is expected to have two sources. The first is a straightforward contamination of the velocity measurement by oscillations in intensity. When analysis is carried out on one wing only, the signal is sensitive to oscillations in the level of the continuum from which the absorption is measured. This effect is expected to add a contribution having a 0° phase between the two wings (instead of the 180° for the velocity component), but $\sim 90^\circ$ displaced from the velocity signal. However, using the intensity oscillations observed by, say, VIRGO, we can estimate the importance of this effect to be such that the resultant red-blue phase difference would be expected to fall only by around 2° . The second source of phase shift lies in the error of assuming that the profile is simply dis-

placed in wavelength due to the Doppler effect. In reality, it also changes in shape, as reported by Robillot, who observes the effect in his 5-point instrument MR5 (Robillot et al. 1993) and who termed the effect “palpitation”.

Our basic calibration process corrects automatically for the 180° arising from the opposite slopes on the two wings of the profile, so that we discuss here only the residual 17° . We can either correct for this 17° before combining the two sections of the data, or we can ignore it. Ignoring the 17° phase shift does not in reality change the amplitude of candidate modes significantly (see García et al. 2001b, where a 36° shift produces only a modest effect). This simple solution is the one we have chosen to adopt here.

It should also be remembered that the contribution from different points on the solar disc to our integrated solar velocities can be quite complex. Calculated contribution functions (García 1996; Henney et al. 1999) show significant E-W asymmetry when only one wing is used. The 17° shift observed for some of the 5-minute p modes may not be valid for lower frequencies, nor for other l -values, nor for g modes, which have a different relation between vertical and horizontal motions. Nevertheless, the E-W asymmetry is not large, and it seems unlikely that much larger red-blue phase differences will be found for other modes. Following these arguments, a simple combination of the blue and red time series with zero phase adjustment should be an acceptable solution.

The GOLF spectrometer has two photomultiplier detectors, designated PM1 and PM2. These should receive identical signals, and their outputs are often added together in order to increase the photon signal-to-noise ratio. However, there are some indications from another diagnostic channel that PM1 is suffering from some very small gain fluctuations of unknown origin. We choose in the present work to use only the data from PM2, thereby accepting a small increase in the photon noise level, with the aim of improving data reliability.

The conversion of GOLF data from Level 1 (intensities measured in the wing of the solar absorption line) to Level 2 (a time series of line-of-sight global velocities) is a non-trivial problem, made more difficult by the absence of simultaneous measurements on both wings of the line profile. We currently use Level 2 data derived using three separate sets of data reduction, developed within the GOLF consortium. These arise from the use of calibration techniques described by Ulrich et al. (2000) (set A), García et al. (article in preparation) (set B) and Grec (private communication) (set C). We find that, for the purposes of the present analysis, these data sets are closely similar. Detailed comparisons show that, in the frequency band presently considered, all of the stronger peaks appear in each of the spectra, with a precise frequency agreement. However, the precise power level of these peaks varies slightly between the sets. The variation is random for each bin in the spectrum, and increases with decreasing frequency. In the vicinity of $300 \mu\text{Hz}$ it has a standard deviation of 12% in spectral power units for the larger peaks. We draw the conclusion that this figure represents an uncertainty in the measured power, arising from the limitation in our calibration techniques. Although we have carried through the analysis using different data sets, the

work presented in the remainder of this paper is based on the analysis using the calibrated data of set A.

3. Signal and background

The basic problem is one of searching for g -mode global solar oscillations in the presence of a background or “noise”. In order to distinguish between the two contributions to the measured signal, we need to define certain expected properties on the nature of each. Starting with the g modes, since these have never previously been observed, we choose here to impose the minimum of constraints on their likely properties. This minimum assumption is that their life-times are long compared with the duration of a few years of our observations (see Hill et al. 1991 and references therein). The only other constraint is to limit the search to the frequency range $150 \mu\text{Hz}$ to $400 \mu\text{Hz}$, where we expect to find the strongest g modes, as suggested by Turk-Chièze et al. (1998). The long life-time assumption is here assumed to imply that, in an FFT spectrum, almost all of the energy from a single g mode will fall in either one bin or, at most, in two neighbouring bins, depending on the relation between their precise frequencies and those of the discrete bins (see also Sect. 5.3). It also follows from this assumption that we cannot obtain from the observations information on their actual life-times or damping rates, so that it is pointless to attempt to fit profiles to the suspected resonances.

The background noise will in general be composed of three components. In decreasing order of expected importance, these are:

1. Random solar noise, due to convection and other non-correlated local motions of the solar photosphere. This is the solar background, as predicted by Harvey (1985). The statistical characteristics of this component are discussed in Sect. 4.
2. The instrumental photon noise, due to the finite counting rate of the detector. This should be a flat spectrum and becomes important compared with the solar noise only at high frequencies. It should have strictly random statistics (χ^2 on a power scale). In the case of GOLF, it is estimated to be a factor ~ 20 below the solar noise in the g -mode region.
3. Instrumental noise of a specific origin. This might be in the form of a continuous spectrum, arising from the Fourier transform of a number of random changes of instrument sensitivity. Alternatively, and more dangerous, are specific instrumental frequencies due to periodic effects in the instrument or in its spacecraft environment. Such frequencies are frequently observed in space instruments and, unless identified as such, might be indistinguishable from solar global oscillations.

Since the major background component is the intrinsic solar noise, it is sometimes assumed that the possibility of detection of g modes will be largely independent of the particular instrument considered. We would argue that, because of the possible existence of specific instrumental noise, both continuous and discrete, which is difficult to detect, this may not be the case, in spite of the superficially similar appearance of the dominant solar noise spectrum shape in the data from different instruments.

Great care has been exercised at all stages in the development of GOLF to ensure the minimum of perturbation and the maximum of data continuity (Gabriel et al. 1995). Data calibration methods have aimed to ensure the correction of effects due to small changes in temperature or other instrument parameters. Uniquely for GOLF, no evidence of any spurious peaks has been found at any of the known SOHO spacecraft parasitic frequencies. For these reasons, we hope for significant advantages from the GOLF instrument.

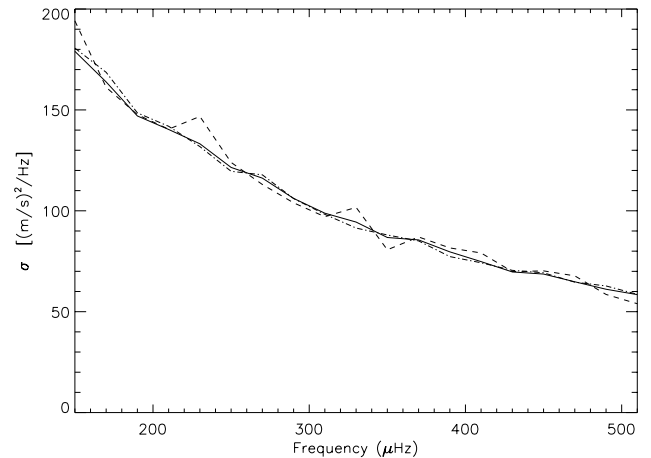


Fig. 2. Showing the agreement between three methods of determining the mean background level, as a function of the separate $20 \mu\text{Hz}$ intervals. This indicates also the absolute level of the background, believed to mainly of solar origin.

4. Characterising the noise background

As indicated in the previous section, the background is made up of the three itemised contributions, with the solar component being dominant. It is usual for workers in this domain to assume that this solar contribution is statistically random in nature, and can therefore be treated using Gaussian statistics, equivalent to χ^2 statistics for a power spectrum representation. This assumption is critical in estimating whether the quantitative probability that the occasional large spikes observed are within statistical limits or are significant exceptions. However, the physical nature of these motions, based on non-linear turbulent convection, does not lead inevitably to a Gaussian distribution. In the present work, we aim to carry out a limited verification of the validity of the Gaussian assumption.

The superposition of random statistical noise from the Sun with the inevitably statistical photon noise from the detector leaves the resultant also with a Gaussian statistical distribution. In reality, we have access to only one solar spectrum, covering the total period of observation, a fact which formally prohibits the study of its probability statistics. The usual approach is to study the distribution of different bins in this frequency spectrum, as indicators of the probability distribution for each individual bin. This is valid only if each bin has the same average level, which is clearly not the case for the Sun, where the mean level increases with decreasing frequency, as predicted

by Harvey (1985). We choose here not to adopt the often-used technique of “whitening” the background spectrum. We prefer to carry out our analysis over limited regions of the spectrum of some $20 \mu\text{Hz}$ each, in each of which we can reasonably approximate to a constant value for the mean level. This approach avoids the need to justify an assumed shape for the smoothed background spectrum.

We need first to show how one can derive the probability of detecting a pure sine wave buried in a noise having χ^2 statistics. The presentation depends on the method adopted for normalization of the Fourier spectrum, which can vary between users. This question is often ignored as it has no direct effect on the result, other than on the scaling of the power spectrum. With certain forms of normalization, the power of a sine wave will be constant independent of the length of the time series, whereas the power of the background (Gaussian) noise will decrease as the series increases in length. We choose here to use the Scargle (1982) definition, which yields a constant power for the noise and an increasing power for a sine wave when the length of the series is increased:

$$P(\omega) = \frac{\delta t}{N} [(\sum_{j=1}^N X_j \cos \omega t_j)^2 + (\sum_{j=1}^N X_j \sin \omega t_j)^2] \quad (1)$$

where N is the number of points of the time series X_j and δt the sampling time. Using this normalisation for a single time series made of a signal $S(t_j) = A_0 \sin 2\pi\nu_0 t_j$ and a Gaussian noise N of variance σ_0^2 , we obtain in the power spectrum for a series of N points:

$$P_S = N\delta t \left(\frac{A_0}{2}\right)^2 \quad \text{and} \quad P_N = \sigma_0^2 \delta t. \quad (2)$$

In the case of a power spectrum, the distribution of the power of pure noise follows a χ^2 distribution with two degrees of freedom, which is a simple exponential distribution:

$$\text{PDF}(z)dz = \frac{1}{\sigma_0^2 \delta t} \exp\left(-\frac{z}{\sigma_0^2 \delta t}\right) dz. \quad (3)$$

Thus, the distribution depends directly on σ_0^2 , the variance of the noise. This parameter will influence all calculations on the statistical behaviour of the noise, and has therefore to be confirmed reliably. It can be derived from:

1. the mean level of the continuum $\langle z \rangle = \sigma_0^2 \delta t = \sigma$,
2. the mean level of random fluctuations of the continuum $\langle z^2 \rangle - \langle z \rangle^2 = (\sigma_0^2 \delta t)^2$,
3. a fitting of the expected exponential curve to a histogram of the pulse height distribution.

The mean value we call here σ in common with previous workers. This nomenclature is not strictly correct, since σ is a mean value of the noise power and is directly related to a variance σ_0^2 of the noise amplitude.

The quality of the fitting in method 3, together with the agreement between the three methods, are then indications of the validity of the Gaussian assumption. This has been carried out for 18 intervals of $20 \mu\text{Hz}$ which cover the expected g -mode range. The results shown in Fig. 2 demonstrate that there is no significant systematic variation between these three estimates.

The quality of the exponential fit to a histogram can best be demonstrated by plotting it on a log/linear graph, where the fit is expected to be a straight line. This is shown in Fig. 3 for selected bands, together with the typical scatter range expected for 3 standard deviations for each point of the histogram. The appropriate statistics in this case for the expected deviations from a straight line are those of a Poisson distribution.

This log/linear plot offers a useful way of visualizing the conformity, together with what would be the effect of the presence of some individual g -mode spikes on the evaluation of the background σ values. If the Kumar theory for the g -mode power (see Fig. 1) is qualitatively valid, then we might expect to find a small number of the higher-frequency g modes appearing in some of the $20 \mu\text{Hz}$ histograms. These might be evident, either outside or inside the 3 standard deviation level. In either case, they will not affect the fitting of the straight line (exponential), since we have given this fitting a weighting equal to the number of points per histogram bin, so that it is largely dominated by the distribution of the large number of small pulses. In the case of an important number of large g -mode spikes (regrettably not our situation!), these log/linear histogram plots would show clearly that a straight line fitted through the smaller values fails to reproduce sufficient event numbers for the larger pulses.

It might also be argued that the large number (approaching infinity) of weaker g modes expected in the asymptotic low frequency limit could also contribute to a false background σ reading. As the present analysis goes down only to $150 \mu\text{Hz}$, we shall not be troubled by this asymptotic region.

Having determined a good local value for σ , Eq. (3) enables us to derive the probability that the power in one bin is greater than m times the mean value σ :

$$P(m) = e^{-m}. \quad (4)$$

For a frequency band containing N bins, the probability that at least one bin has a power greater than m becomes:

$$P_N(m) = 1 - (1 - e^{-m})^N, \quad (5)$$

which for $e^{-m} \ll 1$ approximates to

$$P_N(m) = Ne^{-m}. \quad (6)$$

It is important to note that the determination of a power level above which an observed peak has a 10% or a 1% probability to be due to noise is dependent on the value of N (i.e. the frequency band over which the probability is expressed). This derivation due to Scargle (1982) is fully consistent with that presented by Appourchaux (1998) and now used by many workers in helioseismology.

5. Considerations in searching for solar modes

The simplest formulation of the problem is to consider an FFT of a long uninterrupted time series and to search for evidence that some peaks are observed which are not consistent with the expectation from the background spectrum alone. This is the basic approach that we will follow.

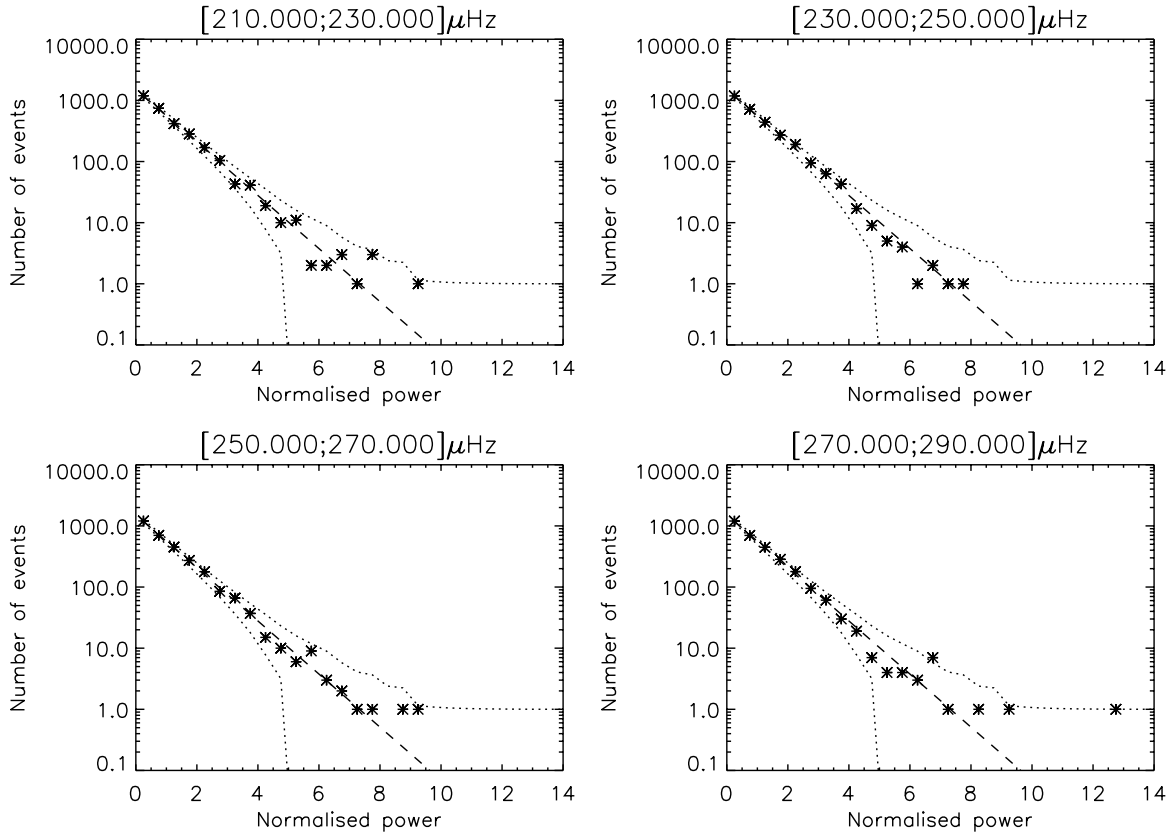


Fig. 3. Showing histograms of the noise distribution in some of the frequency intervals, on a log/linear plot.

We start by using a number of simulations, together with some theoretical concepts, to verify our understanding of the problem. An FFT of a flat spectrum of Gaussian noise background produces a series of discrete bins, each subject to the same probability distribution of power, and each fully independent of its neighbours. A single realization, which is our real situation, gives only one value in each bin. We can deduce the distribution function only by comparing a large number of different bins in a flat part of the spectrum, as has been done above. In the case of simulated data, we are free to produce a large number of independent realizations of the entire spectrum.

For the GOLF time series with 91% continuity, the gaps are filled with zeros. The bins in the FFT are then no longer fully independent, each Fourier component having a correlation with its immediate neighbours of the order of 9%. This can also produce a small difference between the estimates for σ derived from methods 1 and 2, above. We should remember these points, although this does not detract significantly from the basically χ^2 distribution for each bin.

5.1. Nature of the problem

With the Gaussian background statistics now verified, and the σ determined, we turn to the question of how to recognize possible g modes. This consists of determining the largest peaks in the FFT spectrum, and evaluating the probability they might

be due merely to statistical noise. To understand better the behaviour of this system, as defined by the foregoing assumptions, we start with some simulations. In Fig. 4 we simulate the effect of combining a random Gaussian solar noise spectrum of 1.7 mm/s (our measured value near 300 μ Hz) with a coherent sine-wave g -mode resonance of 3.5 mm/s. We choose this amplitude as typical of a signal which might be at the origin of our largest observed peaks, if they were not due to noise alone. Figure 4a shows the two components separately, plotted on a complex (real and imaginary) velocity amplitude plane. The resonance is shown with a specific but arbitrarily chosen phase. The noise is plotted as a probability distribution of dot density, centred around (0, 0), achieved by carrying out a large number of realizations. To make the figure more physical, a different normalisation has been used: the vector representing the signal has a length of A and the standard deviation of the noise is $2\sigma_0/\sqrt{N}$.

Figure 4b shows the effect of adding these two components, also as a probability dot density. The observed power density of the appropriate FFT bin is just the square of the magnitude of the vector joining a point in Fig. 4b to the origin. Our problem is how to recognize the presence of a resonance, whilst at frequencies either side of the resonance we have only the distribution of Fig. 4a. With only one observational data point at the candidate frequency, we have only one point on the probability plot Fig. 4b. For the background spectrum, however, we have access to the complete distribution of Fig. 4a (excluding

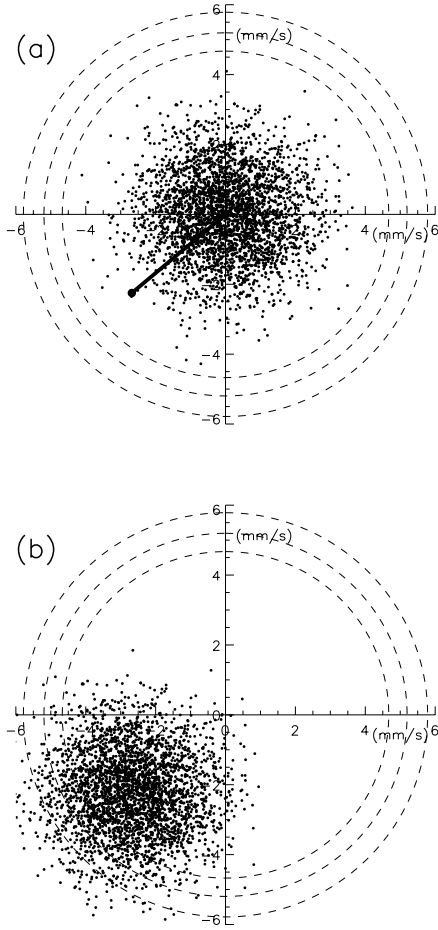


Fig. 4. Simulation representing in the Fourier amplitude plane the effect of a random noise with a standard deviation $2\sigma_0/\sqrt{N} \approx 1.7$ mm/s and a coherent signal of 3.5 mm/s. The three dashed circles correspond to the 3 confidence levels of 50%, 10% and 1%. This figure is also a simple illustration of the H0 hypothesis **a)** and the H1 hypothesis **b)**.

the resonance), by observing many different bins. With the parameters here assumed and with a value of N derived from our real data set of 1888 days and a $20 \mu\text{Hz}$ test band near $300 \mu\text{Hz}$ a point in this probability cloud would be regarded as having only a 10% chance of being due to noise, if it lies more than 5.2 mm/s from the origin. This limit is indicated by the second of the three dashed circles superposed in Fig. 4b.

Thus far, we have considered the probability that a peak, large enough to be prominent, can be due to noise. This is the so-called H0 hypothesis, where the mode amplitude A is taken as zero. The H0 test helps to decide whether to accept or reject its associated hypothesis. The 10%-probability limit used by the Phoebus group (Appourchaux et al. 2000) is based upon the H0 hypothesis. Here we use also an alternative H1 hypothesis: that the mode is present ($A \neq 0$). In this case, the probability is a function of the assumed value of A . It can be written as:

$$1 - P(z < z_0, \sqrt{N}A/\sigma_0), \quad (7)$$

where the function P is expressed in terms of the level z_0 in the power spectrum. This is developed in Appendix A. The two

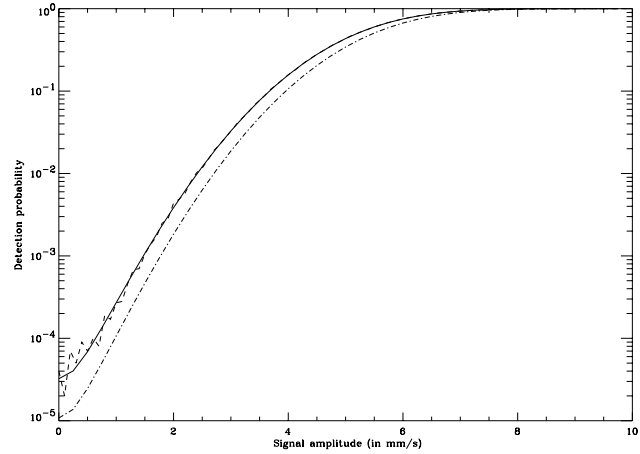


Fig. 5. Detection probability of a sine wave of a given amplitude buried in noise ($\sigma = 110 \text{ (m/s)}^2/\text{Hz}$, level of noise around $300 \mu\text{Hz}$), with z_{det} , the 90% confidence level in a x5 oversampled spectrum, given by 11.4σ . The solid line represents the analytic calculation. The dashed line represents the result of Monte-Carlo simulations. The dashed-dot line is the calculation for a 5-times oversampled time-series.

hypotheses are not in conflict. They are separate contributions to the *decision* process (Papoulis 1991). The probability that a sine wave of amplitude A is detected above the 10% limit in a frequency window $\Delta\nu$ over a time series of length T is given by Eq. (7), with $z_0 = z_{\text{det}}$, where z_{det} has to be chosen according to the detection strategy.

Figure 5 shows the detection probability for a $20 \mu\text{Hz}$ band and a 1888-day time series. This is the probability that a signal of a given amplitude A exceeds a given z_{det} . In this example, z_{det} has been chosen as the 90% confidence level in an oversampled spectrum. The assumed level of noise is $\sigma = 110 \text{ (m/s)}^2/\text{Hz}$ in the power spectrum. Figure 5 shows that a sine wave with an amplitude of 4 mm/s would have a 10% chance of detection, whilst a signal larger than 8 mm/s would invariably be detected.

The implication of this result is that we cannot dismiss the possibility of a potential candidate being real, merely because other g modes, expected to have a comparable intensity, are absent. More specifically, the appearance of only one member of a predicted multiplet is a normal situation and should not be taken to imply that it is a false identification.

5.2. Single or averaged spectra

Another approach in computing Fourier spectra is simply to cut the time series into independent sub-series, to compute their separate spectra and to average the results. The aim of this is to decrease the influence of the noise. However, we show here that averaging will *not* improve the signal to noise ratio, in the case of the present assumption regarding the nature of the signal. Using the normalization implied by Eq. (1), we define here the signal-to-noise ratio SNR as the expected height of the peak in σ units at the frequency ν_0 :

$$SNR = \frac{P_S + P_N}{P_N} = 1 + N \left(\frac{A_0}{2\sigma_0} \right)^2. \quad (8)$$

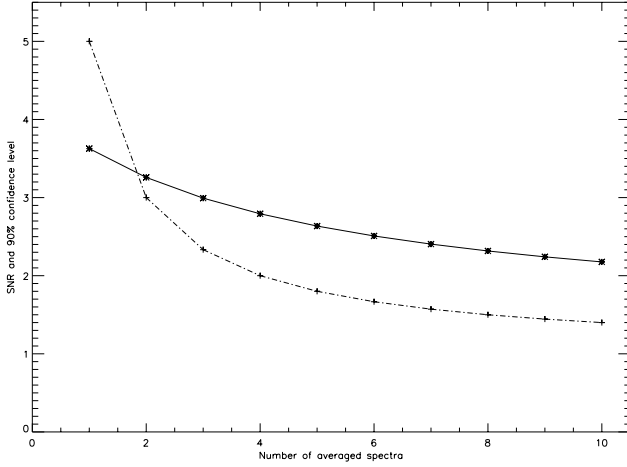


Fig. 6. Ratio of the 90% significance level to the expected level of noise versus the number of degrees of freedom (two times the number of spectra averaged) (solid curve) compared to the signal to noise ratio (dashed curve).

Now consider the case of the average of M spectra of subsets k of the data, each having N/M points and amplitudes A_0 :

$$P'_S = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} \frac{N\delta t}{M} \left(\frac{A_0}{2}\right)^2 \quad (9)$$

$$\text{and } P'_N = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} \sigma_0^2 \delta t, \quad (10)$$

$$\text{giving } SNR' = 1 + \frac{N}{M} \left(\frac{A_0}{2\sigma_0}\right)^2, \quad (11)$$

which shows that SNR decreases as the number of sub-series increases. The attraction of averaging is to decrease the variance of the noise power, which makes the signal more “visible”. However, this is offset by the variation with M of a given level of confidence (90% for example), here expressed in σ units to make a comparison with the SNR easier. Levels of confidence must be recomputed with a statistical law, χ^2_{2M} , adapted to the averaged spectra, which requires a numerical estimation of confidence levels. Figure 6 compares the variation of the SNR defined above with the 90% confidence level, each plotted against the number of averaged spectra. It shows that the SNR decreases faster than the 90% confidence level when increasing the number of averaged spectra. This, added to the loss of frequency resolution implied by the use of shorter time series, leads to our opinion that this strategy is not to be recommended for the purpose of isolating g modes, despite the decrease in the variance of the noise power. However, in defence of the method, we note that some workers find that the modified statistics renders more robust the procedure for fitting Lorentzian or asymmetric profiles (important for typical p modes).

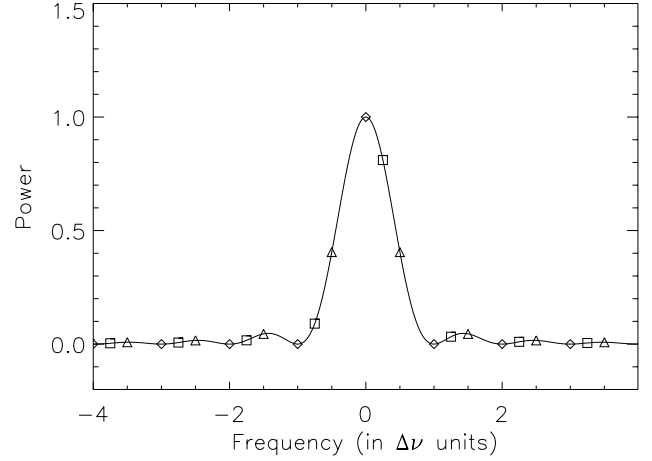


Fig. 7. The solid line represents the continuous spectrum of a sine wave observed during a finite duration, yielding the sinc profile. The squares/diamonds/triangles are different possible sampling of a discrete Fourier transform (the diamonds being the “optimum choice”, the triangles the worst one).

5.3. Frequency sampling

The discretization in frequency of the FFT has a non negligible effect on the power spectrum of a signal. If the signal we are seeking has no detectable intrinsic width in frequency (as in the case of a continuous sine wave, the expected behaviour of the g modes), its Fourier spectrum is a squared sinc function, caused by the windowing due to the finite duration of the observation, whose maximum occurs at the frequency ν_0 of the sine wave. However, ν_0 might not coincide with a frequency sample ν_i in the discrete sampling (see Fig. 7). If the real power (in a continuous spectrum) of the signal is P_0 , the power in the discrete spectrum varies between P_0 and $(2/\pi)^2 P_0 \approx 0.4P_0$, corresponding to the worst case where $\nu_i - \nu_0 = \Delta\nu/2$ (where $\Delta\nu$ is the interval between two samples of the spectrum)¹.

It is then tempting to estimate P_0 by over-sampling the spectrum (by, for example performing an FFT on an the time-series elongated by added zeros). However, in this case, the simple statistics described above can no longer be applied. An alternative technique is to make the resonance coincide exactly with a sampling bin, by progressively shortening the time-series. Here again it is necessary to re-examine the statistics used for the noise, since we are selecting between multiple realizations of the signal plus noise.

Initially, we planned to work on the normal FFT in order to have a clear understanding the statistics. However, although our knowledge of the noise background would be good, it is regrettable that any real sinusoidal signals present would be subjected to an uncertain reduction in power of from 0% to 60%. For this reason we have chosen instead to over-sample the time series and, by this method, to limit the uncertain reduction in power imposed on any real resonances. This is achieved by increasing the length of the series by a factor n (which we call the padding factor, by adding zeros onto the end of the time-series).

¹ Of course, if noise is present, this attenuation factor is modified.

Table 1. Showing how the limiting value of the unknown decrease in power of a sine-wave signal will depend on the degree of over-sampling (padding) of the initial time-series.

padding factor	possible power decrease (%)	factor p
1	60	1.0
3	9	2.4
5	3.3	2.8
6	2.3	2.9
7	1.7	2.9

Table 1 shows how the power uncertainty due to this sampling effect depends on the over-sampling factor n .

The choice of a padding factor of $\times 5$, giving a power uncertainty of 3%, is adopted in this work as a reasonable compromise between the reduced power uncertainty and the increased computing time.

Having chosen a factor of $\times 5$ data-padding, with the consequent factor of 5 redundancy in the resulting FFT, it is now necessary to re-evaluate the statistics to be applied to the noise power redistribution. An analytical solution to this question not being available, a series of Monte Carlo simulations was carried out using Gaussian noise. It was found that, to a high degree of reliability, the modified statistics to take account of a padding factor of n can be obtained by simply multiplying the number of original (unpadded) bins N in the frequency interval considered, by a constant factor p , which is a function of n . Equation (6) for the probability of at least one peak having a power greater than m then becomes

$$P_N(m) = 1 - (1 - e^{-m})^{pN}. \quad (12)$$

The factor p , also listed in Table 1, was found to increase with the padding factor n towards a limiting asymptotic value of 3.0.

The effect of padding on the statistics can be seen to be significant, but not large, owing to the exponential in Eq. (12). For the parameters used in the present analysis (a time-series length of over 5 years and a 20 μ Hz test bandwidth) the threshold for 10% probability is increased due to the $\times 5$ padding from 10.3σ to 11.4σ .

5.4. Length of the series

As with many helioseismic observations, GOLF is continuing to function, and the time series is continuing to grow in length. Questions can be posed concerning the evolution with time of the credibility of certain candidates. If the time series increases by a certain factor, do we expect the signal-to-noise ratio of the more prominent candidates to increase or decrease? How does this differ according to whether they are real resonances or only chance peaks in the noise background? A number of simulations have been carried out in order to provide statistical answers. The range of questions posed can be quite wide. Here we consider only two cases, which may be of use later in discussing how to interpret our observations.

As is to be expected for the simulated Gaussian background, a certain number of peaks are to be found above the

limit of 10% probability to find at least one peak within a band of 20 μ Hz. In addition, we have introduced some simulated pure sine-wave resonances, with a signal to noise power level ratio of 7, the peaks of many of which appear above this value. If we now double the duration of the series, what happens to these initially detected peaks of both types? The simulations have been carried out using spectra with $\times 5$ padding. The initial conditions correspond with the parameters of the GOLF situation for a half of the present duration of the data-set used. We identify all frequency peaks larger than a threshold, equivalent to a 10% probability of being due to noise only, within a test frequency band of 20 μ Hz. Some of these arise from the noise (false candidates) and some from the added sine-wave signals (true candidates). 700 independent series have been examined, involving observations of more than 600 peaks. We then examine the spectrum again after the time-series length has doubled to arrive at the present GOLF length. The parameter examined is the probability that the signal is *not* noise (i.e. 1 minus the probability that it *is* noise). Of the false candidates, 8% increase in probability, whilst 92% decrease (this includes 91% which fall below the detection threshold). Of the true candidates, 78% increase in probability, whilst 22% decrease (including 12% which fall below the threshold). Tests carried out using different values of initial threshold give broadly similar figures.

We can conclude from these simulations, that a candidate that increases in probability after doubling the length of the series is unlikely to be a false identification coming from the Gaussian background noise.

5.5. Combining instruments

It is sometimes claimed that the final verification of a suspected candidate mode will come from combining series from different instruments, especially those on SOHO. This would certainly improve the signal-to-noise ratio, if the dominant noise were due to photons or instrument noise. However, since the largest noise component comes from the Sun itself, and all instruments are regarding the same Sun during the same epoch, such a verification is not obvious. Nevertheless, some useful corroboration might be obtained, if it can be established that different instruments observe the Sun in a basically different manner.

6. Results

Following the arguments developed in the previous sections, our approach is to analyse the FFT obtained from the time-series of more than 5 years, with a $\times 5$ zero padding, and filling also the more important gaps with zeros. The spectra obtained are then analysed for their statistical significance in separate frequency bands of 20 μ Hz throughout the low-frequency region of interest.

The result is shown in the Fig. 8 for the 12 sections of the frequency spectrum. The ordinates are in units of the local σ for each frequency band. The horizontal broken lines represent the probability limits for one bin to exceed this level in that particular frequency band, using the statistics presented in Sects. 4 and 5.3. If all of the data were random Gaussian noise,

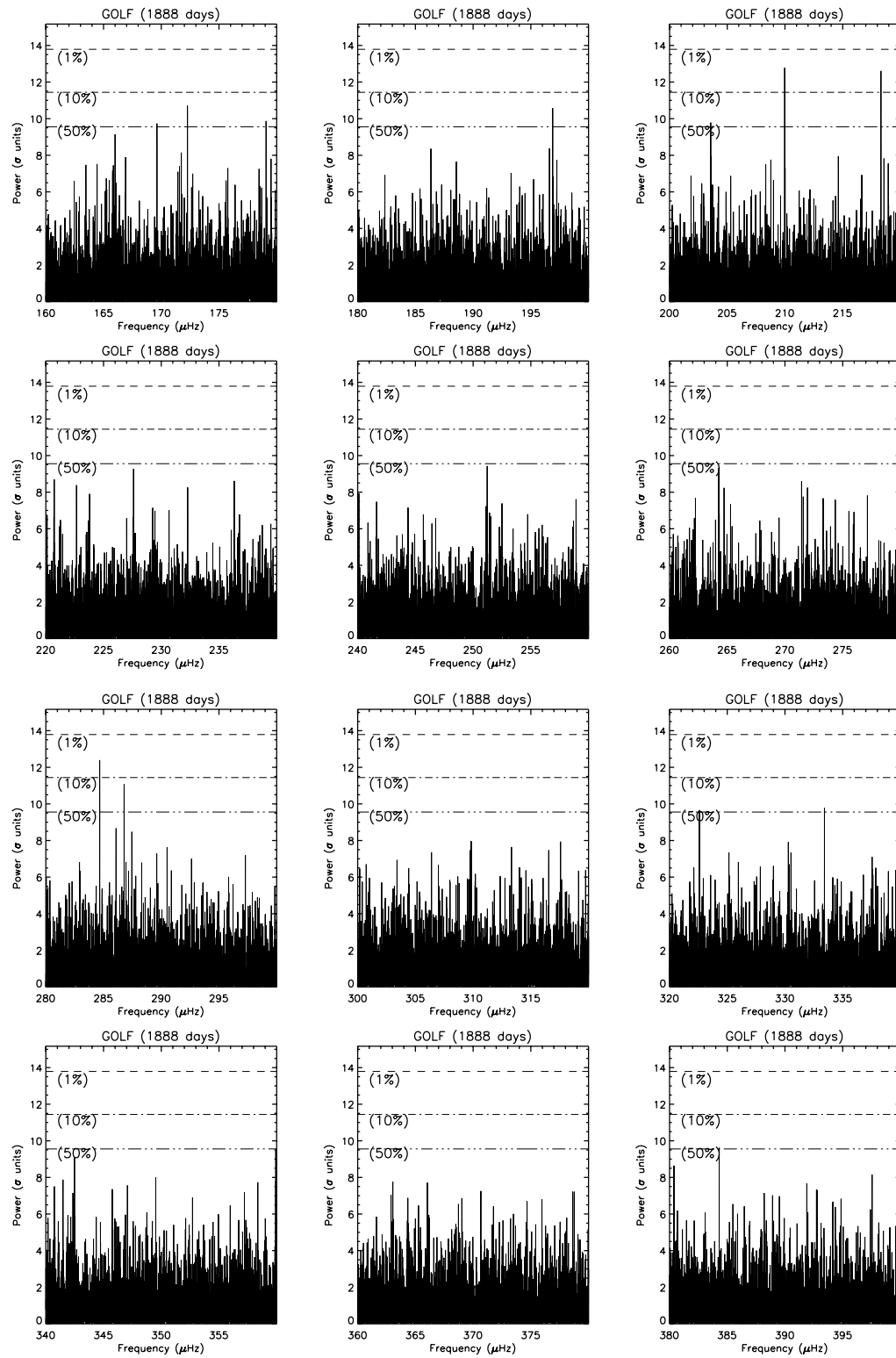


Fig. 8. Showing the spectrum with the limits of probability that the peaks arise from noise alone.

Table 2. Observed peaks showing a probability to be signal of $>70\%$ in a $20 \mu\text{Hz}$ test band.

frequency (μHz)	power (units of σ)	probability of signal (%)
196.891	10.6	78
209.974	12.8	97
218.314	12.6	97
284.666	12.4	96
286.781	11.0	86

we would expect between 4 and 8 of the twelve bands to show at least one peak above the 50% level. In fact this occurs in 5 of the bands. We would expect between 0 and 2 of the bands to show at least one peak above the 10% level. This occurs in 2 bands. Statistically, none of the bands should have a peak above the 1% level; this is the case. Thus far, we could conclude that our probability figures are verified as reasonable, on the hypothesis that all of what we observe is noise.

In Table 2 are listed all of the peaks coming above the 70% signal probability level. There are 5. Statistically, we would expect between 2 and 6.

At this point we recall that our calibration methods lead to an uncertainty of the order 12% in the power level of the higher peaks. This translates into an uncertainty in the percentage probability figures quoted in Table 2. The translation is very non-linear, as can be seen from the probability limits plotted in Fig. 8. It implies an uncertain precision for peaks that fall above the 90% probability limit (indicated as the 10% limit in Fig. 8).

7. Discussion

In the foregoing, we have presented a number of arguments for believing that the analysis of a $\times 5$ zero-padded FFT of the total time-series available is a reliable and well-understood approach. In this paper we have chosen to make the minimum of assumptions regarding the Sun or the nature of the g modes expected, and simply to analyse the observations for the probability of identifying statistically significant peaks, occupying one bin in the power spectrum. We are obliged to conclude that there is no strong evidence that any of the peaks reported in Table 2 are other than peaks due to the background noise spectrum. However, the statistical analysis presented in the foregoing sections shows that there is also a realistic possibility that some might indeed be due to solar resonances.

In an earlier analysis (Gabriel et al. 1998), two multiplets near 220 and $252 \mu\text{Hz}$, were reported as possible ‘‘candidates’’ for g modes. This identification did not adopt the same objective criteria used in the present paper. It was based on the search for multiplets in a time/frequency representation. To maintain a consistent basis, we have here re-analysed the first 689 days of data, based on the present approach and give in Table 3 the frequencies and probabilities obtained for the stronger peaks observed. These two earlier candidates had probabilities well below 50% at that time. Comparison of the two sets shows that

Table 3. Observed peaks using only the first 689 days of data. The precision is related to a bin separation of 17 nHz .

frequency (μHz)	power (units of σ)	probability of signal (%)
220.71	7.8	< 50
251.22	4.4	< 50
252.50	5.6	< 50
284.66	10.6	91.7
322.59	9.06	65.9

they have increased somewhat in significance, but are still below the 50% level.

Only one peak remains at high significance both in the 1998 analysis and at present, having increased from 92% to 96% over that time. This $284.66 \mu\text{Hz}$ resonance has already been identified provisionally as one component of the $n = 1$, $l = 1$ multiplet (García et al. 2001b). Even if this identification were to be accepted, the difficulty is the inability to say which it is of the two expected components of the multiplet. According to Provost et al. (2000), the rotational splitting for this particular p mode, which is a deeply penetrating mode with some g -mode characteristics, is expected near $0.4 \mu\text{Hz}$. Since the $m = 0$ component will not be seen in the GOLF global view, this leaves the $m = 1$ and $m = -1$ components with an expected separation of the order $0.8 \mu\text{Hz}$. No resonances of a significant level can be found within $\pm 1.0 \mu\text{Hz}$ of $284.66 \mu\text{Hz}$. This situation is not in disagreement with statistical expectations, however, whether or not the identification is correct.

Leaving aside the $284.66 \mu\text{Hz}$ resonance as a possible p mode, there is no significant identification of a g -mode resonance. It is useful now to try to set an upper limit on the amplitude of any g mode present. However, the value we obtain is bound to depend on which of the two hypotheses defined in Sect. 5.1 we adopt to pose the question. With the H0 hypothesis that the time-series is made entirely of noise, the probability that a noise peak reaches a given probability level (here 10% in the power spectrum, in a $20 \mu\text{Hz}$ interval around $300 \mu\text{Hz}$) is around 5.6 mm/s . This approach has been adopted by other workers in the field (e.g. Appourchaux et al. 2000). The alternative H1 test is to ask what is the probability that an imbedded coherent sine wave reaches this confidence level, as a function of its amplitude. It yields the result that a signal with an amplitude of 7 mm/s would have a 90% chance to reach the aforementioned ‘‘90% confidence’’ level set by the H0 test. This is illustrated in Fig. 5.

It is appropriate to question a basic assumption made in the present analysis. This is that the low-frequency g modes sought will have an intrinsic width of less than one resolution bin in the spectrum. In spite of a very long damping time, slow changes in the resonant cavity, due for example to solar cycle effects, could result in frequency shifts, leading to significant apparent line widths. Such effects, if present, would seriously complicate our analysis, and invalidate the present underlying statistical assumptions.

8. Conclusion

A critical statistical analysis of over five years of GOLF data has shown no significant evidence of the presence of g modes. An upper limit for their velocity amplitudes at the solar surface is found to be around 6 mm/s, subject to the basic assumptions on the nature of the modes, on which the present study is based. This is consistent with the conclusions of Appourchaux et al. (2000) who set an upper limit to g -modes amplitudes at 10 mm/s.

From Table 2, three possibly significant peaks are found in the frequency range studied: 209.974, 218.374, and 284.666 μHz , of which only the last was significant in the first 2 years of data. This is tentatively identified as one member of the $m = \pm 1$ multiplet due to the $n = 1, l = 1 p$ mode at $284.666 \pm 0.006 \mu\text{Hz}$, in accordance with our previous report (García et al. 2001b). This low-order p mode has a strong g -mode quality with an important contribution from the core (Provost et al. 2000) and would therefore be a critical indicator of the solar core conditions. Unfortunately, even if we accept the identification, our inability to confirm which component we see, and the actual splitting, is limiting its usefulness.

Some components from the two multiplets, tentatively identified as g -mode candidates by the GOLF team after 2 years of data, are again observed with the present 5 years of data. Although their statistical significance has increased slightly, they remain at a level which does not justify their identification as g modes.

The present analysis has deliberately avoided assumptions based on the physics of the solar interior. The search for g modes might be helped by the inclusion of some of this physics. A complementary study is in hand (Turck-Chièze et al., submitted to ApJ), which aims to exploit the statistical advantages of searching for multiplet structures.

Finally, there remains the possibility to improve the statistics by combining data from different instruments, including those on board of SOHO. This may not be simple to apply, since the major noise component (solar noise) may be common to many instruments. It is nevertheless an avenue of research which should be further explored.

Acknowledgements. The GOLF instrument has been built by a consortium of institutes, involving the participation of many engineers and scientists, as enumerated in our earlier instrument publication (Gabriel et al. 1995). The high quality of the GOLF data is due equally to the outstanding performance of the SOHO platform and overall system. The authors express their appreciation for the key role played by the Project Scientist Gerard Grec in all aspects of the GOLF programme, including the development of the instrumentation and the analysis of the data. We are grateful to Ludovic Sanchez for valuable work on the Monte Carlo evaluation of probabilities for the zero-padded series.

SOHO is a project of international collaboration between ESA and NASA.

Appendix A: The H1 hypothesis

This Appendix aims to calculate the probability that a sine wave, combined with a background noise spectrum, reaches a given value in the power spectrum. Specifically, it evaluates

the probability of detection, as a function of the amplitude of the sine wave A and the assumed detection level z_0 , for a background Gaussian noise level of variance σ_0^2 , with a sampling time δt .

In the presence of a sine wave buried in noise, each Fourier component still has a Gaussian distribution. If the definition of Eq. (1) is chosen for the power spectrum, the power distribution can be written as:

$$\mathcal{P}(x, y) = \frac{1}{\pi\sigma_0^2\delta t} \exp\left(-\left(x - \frac{\sqrt{N\delta t}A}{2} \cos \alpha\right)^2 - \left(y - \frac{\sqrt{N\delta t}A}{2} \sin \alpha\right)^2\right) / \sigma_0^2\delta tS \quad (\text{A.1})$$

where x and y are random variables representing respectively the real and the imaginary part of the Fourier spectra, σ_0^2 is the variance of the noise in the temporal domain (corresponding to the level of noise in power), N is the number of points of the time series, and A and α are respectively the amplitude of the sine wave and its phase. Then

$$P(z < z_0, A) = \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{1}{\pi\sigma_0^2\delta t} \iint_{\mathcal{D}} \exp\left(-\left(x^2 + y^2 + \frac{N\delta t A^2}{4} - \sqrt{N\delta t}Ax\right) / \sigma_0^2\delta t\right) dx dy.$$

In polar coordinates, and using the variable $\beta = \sqrt{N}A/\sigma_0$, we have:

$$P(z < z_0, \beta) = \frac{e^{-\frac{\beta^2}{4}}}{2\pi} \int_0^{\frac{z_0}{\sigma_0}} \int_0^{2\pi} \exp\left(-\left(u - \beta \sqrt{u} \cos \theta\right)^2 / \sigma_0^2\delta t\right) du d\theta. \quad (\text{A.3})$$

It follows that the probability that this sine wave results in a spectral power greater than a level z_{det} is $1 - P(z < z_{\text{det}}, \beta)$.

References

- Abrams, D., & Kumar, P. 1996, ApJ, 472, 882
 Appourchaux, T. 1998, in Proc. SOHO 6/GONG 98 Workshop, ESA SP-418, 37
 Appourchaux, T., Fröhlich, C., Andersen, B. N., et al. 2000, ApJ, 538, 401
 Basu, S., Turck-Chièze, S., Berthomieu, G., et al. 2000, ApJ, 35, 1078
 Bertello, L., Varadi, F., Ulrich, R. K., et al. 2000, ApJ, 537, 143
 Bertello, L., Henney, C. J., Ulrich, R. K., et al. 2000, ApJ, 535, 1066
 Chaplin, W. J., Elsworth, Y., Howe, R., et al. 1996, Sol. Phys., 168, 1
 Delache, P., & Scherrer, P. 1983, Nature, 306, 651
 Duvall, T. L. Jr., Jefferies, S. M., Harvey, J. W., et al. 1993, ApJ, 410, 829
 Fröhlich, C., Andersen, B. N., Appourchaux, T., et al. 1997, Sol. Phys., 170, 1
 Fröhlich, C., Finsterle, W., Andersen, B. N., et al. 1998, ESA SP-418, 67
 Gabriel, A. H., Grec, G., Charra, J., et al. 1995, Sol. Phys., 162, 61
 Gabriel, A. H., Charra, J., Grec, G., et al. 1997, Sol. Phys., 175, 207
 Gabriel, A. H., Turck-Chièze, S., García, R. A., et al. 1998, in Proc. SOHO 6/GONG 98 Workshop, ESA SP-418, 61
 Gabriel, M. 1993, A&A, 274, 935
 García, R. A., Ph.D. Thesis, University of La Laguna, Tenerife, Spain, 1996

- García, R. A., Bertello, L., Turck-Chièze, S., et al. 2001b, *Helio- and Asteroseismology at the dawn of the Millenium*, ESA SP-464, 473
- García, R. A., Régulo, C., Turck-Chièze, S., et al. 2001a, *Sol. Phys.*, 200, 361
- Gavryusev, V., & Gavryuseva, E. 1988, *Advances in Helio- and Asteroseismology*, Proc. IAU Symp., 123, 363
- Gough, D. O. 1985, in *Future missions in solar, heliospheric and space plasma physics*, ed. E. J. Rolfe, & B. Battrock, ESA SP-235, Noordwijk, 183
- Grec, G., Fossat, E., Gelly, B., et al. 1991, *Sol. Phys.*, 133, 13
- Harvey, J. 1985, in *Future missions in solar, heliospheric and space plasma physics*, ed. E. J. Rolfe, & B. Battrock, ESA SP-235, Noordwijk, 199
- Harvey, J. W., et al. 1996, *Science*, 272, 1284
- Henney, C. J., Ulrich, R. K., Bertello, L., et al. 1999, *A&A*, 348, 627
- Hill, H., Fröhlich, C., Gabriel, M., & Kotov, V. A. 1991, in *Solar Interior and Atmosphere*, ed. A. N. Cox, W. C. Livingston, & M. S. Mathews (Univ. Arizona Press), 562
- Kumar, P., Quataert, E. J., & Bahcall, J. N. 1996, *ApJ*, 458, L83
- Pallé, P. L., Régulo, C., Roca Cortés, T., et al. 1999, *A&A*, 341, 625
- Papoulis, A. 1991, *Probability, random variables and stochastic processes*, 3rd edition (McGraw-Hill)
- Provost, J., Berthomieu, G., & Morel, P. 2000, *A&A*, 353, 775
- van der Raay, H. B. 1988, in *Proc. Symp. Seismology of the Sun and Sun-like Stars*, ESA SP-286 339
- Régulo, C., Roca Cortés, T., Boumier, P., et al. 1998, in ed. J. Provost, *Proc. IAU Symp.* 181, poster volume, OCA Nice, 55
- Renaud, C., Grec, G., Boumier, P., et al. 1999, *A&A*, 345, 1019
- Robillot, J. M., Bocchia, R., & Denis, N. 1993, in *Proc. 5th IRIS Workshop and GOLF'93 Meeting*, ed. T. Roca Cortés, & N. García (I.A.C., April 1993)
- Scargle, J. D. 1982, *ApJ*, 263, 835
- Scherrer, et al. 1995, *Solar Phys.*, 162, 129
- Thiery, S., Boumier, P., Gabriel, A. H., et al. 2000, *A&A*, 355, 743
- Thiery, S., Boumier, P., Gabriel, A. H., Henney, C. J., et al. 2001, *Helio- and Asteroseismology at the dawn of the Millenium*, ESA SP-464, 681
- Thomson, D. J., MacLennan, C. G., & Lanzerotti, L. J. 1995, *Nature*, 376, 139
- Tomczyk, S., et al. 1996, *Solar Phys.*, 159, 1
- Toutain, T., Appourchaux, T., Fröhlich, C., et al. 1998, *ApJ*, 506, L150
- Turck-Chièze, S., Brun, A. S., Chièze, J. P., et al. 1998, in *Proc. SOHO 6/GONG 98 Workshop*, ESA SP-418, 549
- Turck-Chièze, S., Couvidat, S., Kosovichev, A. G., et al. 2001, *ApJ*, 555, L69
- Ulrich, R. K., García, R. A., Robillot, J.-M., et al. 2000, *A&A*, 364, 799

Chapitre 4

Excitation des modes dans d'autres étoiles

4.1 Les pulsateurs de type solaire

Par le terme “type solaire”, j’entends ici les étoiles animées d’oscillations acoustiques suivant la loi asymptotique (donc d’ordre n relativement élevé) et excitées de manière stochastique. Selon cette définition, ce terme pourrait aussi englober les géantes rouges, mais le cas de ces étoiles sera traité dans la section suivante (Sect. 4.2).

Ces pulsateurs de type solaire sont des cibles privilégiées de la mission CoRoT. Les premiers “runs” d’observations incluaient dans leur liste de cibles un ou plusieurs candidats de ce type. Cet objectif était aussi un de ceux de la mission canadienne MOST. Cette dernière, sur une orbite similaire mais reposant sur un instrument plus petit que CoRoT¹ n’a pu observer de manière claire des oscillations de type solaire. La non-détection de ces oscillations dans Procyon était un des premiers résultats de cette mission (résultat qui donna lieu à une controverse mais que nous avons pour notre part confirmé, Matthews et al. 2004; Baudin et al. 2008). La détection dans le cas de η Boo a elle aussi été l’objet de discussions (Guenther et al. 2005). Dans le cas de CoRoT, dès les premières observations de candidats pulsateurs solaires, les détections furent sans équivoque (Michel et al. 2008, reproduit à la fin de cette Section) pour 3 cibles : HD49933, HD181420 et HD181406 (3 étoiles sur les 4 candidates sélectionnées). Certes, des oscillations de type solaire avaient déjà été observées depuis le sol grâce à des mesures de vélocimétrie. Mais l’intérêt des données CoRoT est (comme cela est le cas des données sismiques de SoHO pour le Soleil) leur continuité. Cette continuité ayant pour conséquence l’absence de pics parasites dus à la fenêtre d’observation, il devient alors possible de mener une analyse détaillée du spectre (voir la Fig.1 de Michel et al. 2008) et de se lancer dans une interprétation sismique elle aussi détaillée reposant sur la mesure des paramètres des modes (fréquence,

1. le télescope de MOST a un diamètre de 10cm contre 27cm pour CoRoT

hauteur, largeur...). CoRoT permettra certainement une vue d'ensemble des pulsateurs de type solaire avec l'accumulation de un ou deux candidats par "run", mais il est déjà possible de tirer des enseignements de ces trois étoiles en matière d'amplitude observée des modes, même si ces amplitudes sont mesurées de manière globale et non mode par mode. Celles-ci s'échelonnent entre 3 et 4 parties par million (ppm), à comparer au cas solaire : environ 2.4 ppm. Ces amplitudes sont plus grandes que pour le Soleil, ce qui n'a rien de surprenant car les amplitudes sont supposées varier comme $(L/M)^\alpha$ (voir Section 2.1.3) et ces étoiles, de type spectral F5, F2 et F8 (pour HD49933, HD181420 et HD181406), sont donc plus chaudes. Ce qui est plus surprenant, c'est que ces trois cibles présentent toutes des amplitudes inférieures d'environ 25% aux prédictions théoriques (voir la Fig.3 de Michel et al. 2008). Il faut cependant noter que ces prévisions sont extrapolées dans l'hypothèse d'oscillations adiabatiques, hypothèse dont on sait le peu de validité dans les couches les plus externes d'une étoile. Ce désaccord entre observation et prédiction nous renseigne donc sur les effets non adiabatiques entrant en jeu dans les oscillations. Un dernier enseignement de ces premières observations de CoRoT en matière de pulsateurs solaires est le niveau de la granulation, qui est jusqu'à 3 fois (en amplitude) celui de la granulation solaire, et donc un plus faible rapport signal sur bruit, ce qui peut contribuer à expliquer la difficulté d'observer les oscillations lors des tentatives précédentes.

CoRoT Measures Solar-Like Oscillations and Granulation in Stars Hotter Than the Sun

Eric Michel,^{1*} Annie Baglin,¹ Michel Auvergne,¹ Claude Catala,¹ Reza Samadi,¹ Frédéric Baudin,² Thierry Appourchaux,² Caroline Barban,¹ Werner W. Weiss,³ Gabrielle Berthomieu,⁴ Patrick Boumier,² Marc-Antoine Dupret,¹ Rafael A. Garcia,⁵ Malcolm Fridlund,⁶ Rafael Garrido,⁷ Marie-Jo Goupil,¹ Hans Kjeldsen,⁸ Yveline Lebreton,⁹ Benoît Mosser,¹ Arlette Grotz-Noels,¹⁰ Eduardo Janot-Pacheco,¹¹ Janine Provost,⁴ Ian W. Roxburgh,^{12,1} Anne Thoul,¹⁰ Thierry Toutain,¹³ Didier Tiphène,¹ Sylvaine Turck-Chieze,⁵ Sylvie D. Vauclair,¹⁴ Gérard P. Vauclair,¹⁴ Conny Aerts,¹⁵ Georges Alecian,¹⁶ Jérôme Ballot,¹⁷ Stéphane Charpinet,¹⁴ Anne-Marie Hubert,⁹ François Lignières,¹⁴ Philippe Mathias,¹⁸ Mario J. P. F. G. Monteiro,¹⁹ Coralie Neiner,⁹ Ennio Poretti,²⁰ José Renan de Medeiros,²¹ Ignasi Ribas,²² Michel L. Rieutord,¹⁴ Teodoro Roca Cortés,²³ Konstanze Zwintz³

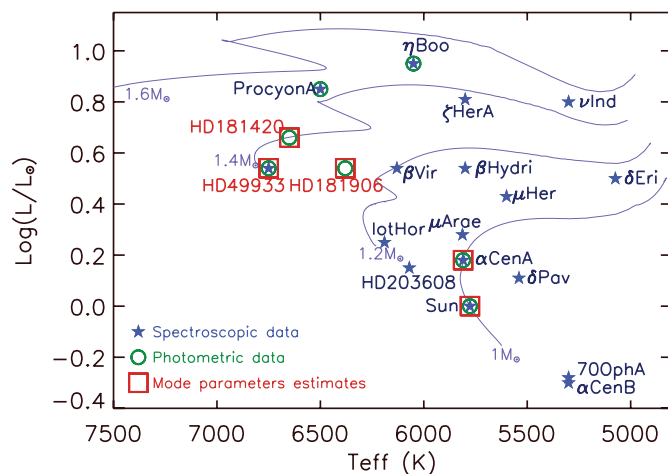
Oscillations of the Sun have been used to understand its interior structure. The extension of similar studies to more distant stars has raised many difficulties despite the strong efforts of the international community over the past decades. The CoRoT (Convection Rotation and Planetary Transits) satellite, launched in December 2006, has now measured oscillations and the stellar granulation signature in three main sequence stars that are noticeably hotter than the sun. The oscillation amplitudes are about 1.5 times as large as those in the Sun; the stellar granulation is up to three times as high. The stellar amplitudes are about 25% below the theoretic values, providing a measurement of the nonadiabaticity of the process ruling the oscillations in the outer layers of the stars.

The discovery of global oscillations in the Sun (1, 2) opened the way to solar seismology, that is, to sounding the Sun's interior, measuring, for instance, the depth of its convection zone and its rotation at different depths and latitudes (3). High-precision photometry from space has long been considered the best way to extend these techniques to other main sequence stars of moderate mass where such oscillations are expected. However, the first attempts were ambiguous (4, 5), casting some doubt on the theoretical estimates of intrinsic amplitudes and questioning to what extent the oscillations might be hidden by stellar granulation. We present here the detection of solar-like oscillations in three stars observed by the CoRoT (Convection Rotation and Planetary Transits) (6) space mission, and

we characterize their amplitudes and the granulation signature.

Detecting and measuring solar-like oscillations in main sequence stars other than the Sun is challenging. Tracking the variations in the light from a star to one part per million (ppm) requires high accuracy on individual measurements. It also requires long uninterrupted sequences of observations to enhance the statistics of the measurements without being polluted by the spurious frequency components induced by data gaps. Solar-like oscillations have been detected from the ground in radial velocity in several stars (Fig. 1). However, ground-based observations are hampered by diurnal interruptions, weather instabilities, and the annual motion of the Earth. As a result, all existing data sets suffer more or less severely from a

Fig. 1. HR diagram featuring stars for which mode structure has been observed in photometry (red squares), a power excess has been detected in photometry (green circles), and a detection has been performed in radial velocity (blue stars). Stellar evolutionary tracks are taken from (20), for solar chemical composition. Red giant pulsators (~6 objects) are out of the upper right corner of the figure.



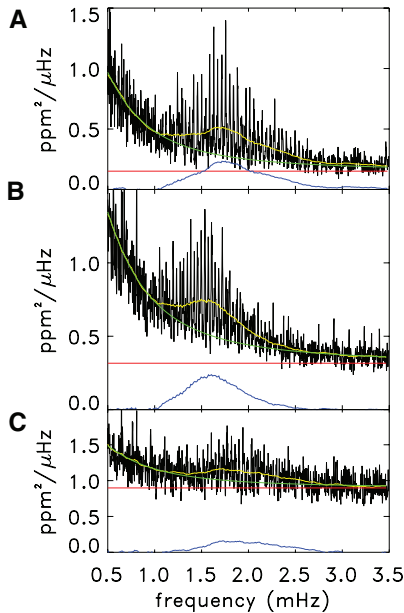
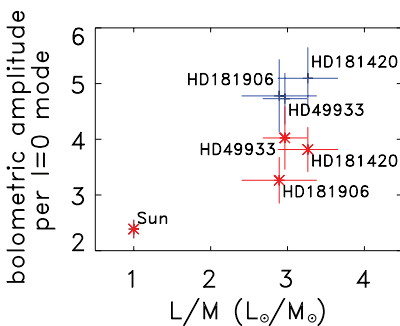
limited time base and large gaps in the data, which hamper the measurement of mode characteristics. In addition, radial velocity observations are strongly biased toward low-effective temperature stars (and slow rotators), for they require many narrow spectral lines, and toward subgiant and giant stars, which show oscillations of the same nature as the Sun and other main sequence stars but with larger intrinsic amplitudes. On the other hand, photometric detection of solar-like oscillations has not been possible from the ground because of the higher sensitivity to atmospheric scintillation, and the previous space projects detected only power excess so far [for Procyon and beta Hydri with WIRE (Wide-Field Infrared Explorer) (7, 8) and eta Boo with MOST (Microvariabilit  et Oscillations

¹Laboratoire d'Etudes Spatiales et d'Instrumentation Astrophysique (LESIA), Observatoire de Paris, CNRS (UMR 8109)-Université Paris 6 Pierre et Marie Curie-Université Paris 7 Denis Diderot, Place Jules Janssen, F-92195 Meudon, France. ²Institut d'Astrophysique Spatiale (IAS), Université Paris-Sud 11, CNRS (UMR 8617), Bâtiment 121, F-91405 Orsay, France. ³Institute for Astronomy, University of Vienna, Tierkenschanzstrasse 17, A-1180 Vienna, Austria. ⁴Laboratoire Cassiopée, Observatoire de la Côte d'Azur, CNRS (UMR 6202), BP 4229, F-06304 Nice Cedex 04, France. ⁵Laboratoire Astrophysique Interactions Multi- chelles (AIM), Commissariat   l'Energie Atomique/DSM (Direction des Sciences de la Matière)-CNRS-Université Paris 7 Denis Diderot, CEA, IRFU (Institut de Recherche sur les Lois Fondamentales de l'Univers), SAp (Service d'Astrophysique), F-91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France. ⁶Astrophysics Mission Division, Research and Scientific Support Department, European Space Agency (ESA), European Space Research and Technology Center, SCI-SA, Post Office Box 299, Keplerlaan 1 NL-2200AG, Noordwijk, Netherlands. ⁷Instituto de Astrofísica de Andalucía (CSIC) / Camino Bajo de Hu tor, 50 E-18008 Granada, Spain. ⁸Danish AstroSeismology Centre (DASC) Institut for Fysik og Astronomi Aarhus Universitet Bygning 1520, Ny Munkegade DK-8000 Aarhus C, Denmark. ⁹Laboratoire Galaxies, Etoiles, Physique et Instrumentation (GEPI), Observatoire de Paris, CNRS (UMR 8111), Place Jules Janssen, F-92195 Meudon, France. ¹⁰Institut d'Astrophysique et de G ophysique Université de Liège, All e du 6 Ao t 17, B-4000 Liège, Belgium. ¹¹Instituto de Astronomia, Geof sica e Ci ncias Atmosf ricas, Rua do Matao, 1226/05508-090 Sao Paulo, Brazil. ¹²Queen Mary University of London, Mile End Road, London E1 4NS, UK. ¹³School of Physics and Astronomy, University of Birmingham, Edgbaston B15 2TT, UK. ¹⁴Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Université de Toulouse, CNRS (UMR 5572), 14 Avenue Edouard Belin, F-31400 Toulouse, France. ¹⁵Instituut voor Sterrenkunde, Departement Natuurkunde en Sterrenkunde, Katholieke Universiteit Leuven, Celestijnenlaan 200 D, B-3001 Leuven, Belgium. ¹⁶Laboratoire Univers et Théories (LUTH), Observatoire de Paris, CNRS (UMR 8102), Université Paris 7 Denis Diderot, 5 Place Jules Janssen, F-92190 Meudon, France. ¹⁷Max Planck Institut für Astrophysik, Karl-Schwarzschild-Strasse 1, Postfach 1317, D-85741 Garching, Germany. ¹⁸Laboratoire Hippolyte Fizeau, Observatoire de la Côte d'Azur, CNRS (UMR 6525), Université Nice Sophia-Antipolis, Campus Valrose, F-06108 Nice Cedex 2, France. ¹⁹Centro de Astrofísica da Universidade do Porto, Rua das Estrelas, 4150-762 Porto, Portugal. ²⁰Istituto Nazionale di Astrofísica-Osservatorio Astronomico di Brera Via Emilio Bianchi 46, 23807 Merate (LC), Italy. ²¹Departamento de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 59072-970, Natal RN, Brasil. ²²Institut de Ci ncies de l'Espai (CSIC-IEEC) Campus UAB Facultat de Ci ncies, Torre C5-parell, 2a pl 08193 Bellaterra, Spain. ²³Instituto de Astrofísica de Canarias, and Departamento de Astrofísica, Universidad de La Laguna, 38207 La Laguna, Tenerife, Spain.

*To whom correspondence should be addressed. E-mail: Eric.Michel@obspm.fr

Table 1. Parameters obtained in the present analysis, with standard deviation estimates.

Star	$A_{\text{bol}}(l=0)$ (ppm)	B_{bol} (ppm ² /μHz)	C (s)	Δ (μHz)
HD 49933	4.02 ± 0.57	1.97 ± 0.53	1967 ± 431	86 ± 2
HD 181420	3.82 ± 0.40	2.41 ± 0.31	1936 ± 206	77 ± 2
HD 181906	3.26 ± 0.42	1.12 ± 0.20	1650 ± 0276	88 ± 2
Sun PMO6	2.39 ± 0.17	0.85 ± 0.06	1440 ± 86	135 ± 2

**Fig. 2.** Instrumental power spectral density. (A) For HD49933; a moving mean is applied with a 4-μHz boxcar (black); yellow curve: same spectrum highly smoothed (4 times Δ boxcar); green curve: mean level of the granulation + white noise components; red curve: mean white noise component level alone; blue curve: oscillation mean power density contribution alone. (B) Same for HD181420. (C) Same for HD181906.**Fig. 3.** Maximum bolometric amplitudes per radial mode measured (red) for HD49933, HD181420, HD181906, and for the Sun. Theoretical values are also given (blue). Error bars on amplitudes are standard deviation estimates associated with the accuracy of the measurements (red), and with the error estimate on T_{eff} (blue).

Stellaires (9)]. For alpha Cen A, WIRE (10) detected the characteristic comblike pattern of the oscillations, which could be analyzed with

the help of complementary velocity data (11). However, alpha Cen A is very close to the Sun in terms of its global characteristics. The results here are based on light curves obtained with CoRoT over 60 days for HD49933 and 156 days for HD181420 and HD181906, three main sequence F stars noticeably hotter than the Sun (Fig. 1 and table S1).

The CoRoT satellite was launched on December 2006 in an inertial polar orbit at an altitude of 897 km. The instrument is fed by a 27-cm diameter telescope. During each run, it simultaneously provides light curves (variations in stellar flux with time) from 10 bright stars ($5.5 < m_V < 9.5$) dedicated to seismic studies, while 12,000 fainter stars ($11.5 < m_V < 15.5$) are monitored to search for transits due to planets (6). The sampling rate is 1 s for an integration time of 0.794 s. Pointing stability reaches a precision of 0.15" root mean square. The duty cycle was higher than 93%; the missing data correspond essentially to the time spent in the South Atlantic magnetic anomaly where the perturbations due to energetic particles have not, as yet, been effectively corrected. These gaps, about eight per day, from 5 to 15 min each, have been linearly interpolated (with a 2000-s boxcar on each side of the gap to prevent the introduction of any spurious high frequencies) before we computed the Fourier power spectra, to minimize the aliases of the low-frequency components due to the window. We used synthetic spectra to check that this procedure has no noticeable influence on the measured mean values.

For each of the three stars, the Fourier power density spectra (Fig. 2) show three components that can be understood as (i) a flat white-noise component essentially due to photon counting noise, (ii) a stellar background component (essentially granulation in this frequency domain) following a Lorentzian profile $B/[1+(Cv)^2]$ as suggested in (12), and (iii) the stellar oscillation spectrum with its comblike pattern characterized by the large separation Δ (13).

Although dedicated analyses are under way to extract individual mode frequencies and profiles for each star, we measure here the contributions of these three components. We follow the method proposed in (14) and illustrated in Fig. 2, and we convert these instrumental values into intrinsic bolometric maximum amplitude per radial mode [$A_{\text{bol}}(l=0)$] and bolometric maximum power spectral density B_{bol} (15). We apply the same analysis to the solar SOHO/VIRGO/PMO6 (Solar and Heliospheric Observatory/

Variability of Solar Irradiance and Gravity Oscillations) data (16). The amplitudes of the three stars are larger than in the Sun by a factor of ~ 1.5 (Fig. 3).

Theoretical predictions suggest that velocity amplitudes follow a scaling law in $(L/M)^\alpha$ with $\alpha \sim 0.7$ (L and M standing for luminosity and mass), in broad agreement with the existing velocity measurements (17). In the adiabatic approximation (18), this would give photometric amplitudes scaling as $(L/M)^\alpha (T_{\text{eff}})^{1/2}$, where T_{eff} is effective temperature. As shown in Fig. 3 (see also Table 1), the measured values for the three stars are of the same order but significantly lower (by $24 \pm 8\%$ globally) than the theoretical values. The measurement of this systematic departure from the adiabatic case, which is not observed in velocity, tells us about the exchange of energy between convection and oscillations in the outer part of the convection zone. This process is responsible for the existence, and the specific amplitudes and lifetimes, of the oscillations. Both radial velocity and photometry measurements are sensitive to the oscillation momentum induced by this energy exchange; the photometric amplitudes are in addition more sensitive to the details of this process, via radiation-matter interaction. These measurements offer the possibility of testing theoretical models of the nonadiabatic effects of the processes governing the oscillations and illustrate the complementary interest of photometry and radial velocity measurements (when they are possible), which probe the oscillations differently.

The spectral signature of granulation is expected to reveal time scales and distance scales characteristic of the convection process in different stars (12, 19). Our data show (fig. S1 and Table 1) that (i) the maximum bolometric power density (B_{bol}), associated with the number of eddies seen at the stellar surface and the border/center contrast of the granules, is higher for the three stars than for the Sun by a factor up to 3; and (ii) the characteristic time scale for granulation (C) associated with the eddy turnover time increases slightly with T_{eff} (up to 30% higher than the Sun).

References and Notes

1. A. Claverie, G. R. Isaak, C. P. McLeod, H. B. van der Raay, T. Roca Cortes, *Nature* **282**, 591 (1979).
2. G. Grec, E. Fossat, M. Pomerantz, *Nature* **288**, 541 (1980).
3. D. Gough, J. W. Leibacher, P. Scherrer, J. Toomre, *Science* **272**, 1281 (1996).
4. J. M. Matthews et al., *Nature* **430**, 51 (2004).
5. D. G. Guenther et al., *Astrophys. J.* **635**, 547 (2005).
6. A. Baglin et al., in *The CoRoT Mission, Pre-Launch Status, Stellar Seismology and Planet Finding*, M. Fridlund, A. Baglin, J. Lochard, L. Conroy, Eds. (ESA SP-1306, ESA Publications Division, Noordwijk, Netherlands, 2006), pp. 33–37.
7. H. Bruntt et al., *Astrophys. J.* **633**, 440 (2005).
8. C. Karoff, H. Bruntt, H. Kjeldsen, T. Bedding, D. L. Buzasi, *Commun. Asteroseismol.* **150**, 147 (2007).
9. D. B. Guenther et al., *Commun. Asteroseismol.* **151**, 5 (2007).
10. J. Schou, D. L. Buzasi, in *Proceedings SOHO 10/GONG 2000 Workshop: Helio- and Asteroseismology at the Dawn of the Millennium*, P. L. Pallé, A. Wilson, Eds. (ESA SP-464, ESA Publications Division, Noordwijk, Netherlands, 2001), pp. 391–394.

Cependant, le travail de Michel et al. (2008) ne mesure pas les caractéristiques individuelles des modes (hauteur et largeur) mais opère plutôt une mesure globale. Dans le cas de HD49933, une première analyse individuelle des modes a été menée par Appourchaux et al. (2008) à partir de la première observation de cette étoile, d’une durée d’environ 60 jours. Ce travail repose sur un ajustement de profils lorentziens aux modes observés dans le spectre de Fourier par la méthode dite de “maximisation de la vraisemblance” (ou Maximum Likelihood Estimator, MLE). Cet ajustement maximise donc la probabilité qu’un modèle lorentzien représente le pic observé en ajustant au mieux la fréquence, la hauteur et la largeur du pic modèle. Cependant, les résultats de cet ajustement souffrent d’une dépendance au point de départ du processus de maximisation dans l’espace des paramètres à ajuster. Si le spectre analysé présente un rapport signal sur bruit faible (et c’est le cas de HD49933), la probabilité que l’on veut maximiser peut présenter des maxima locaux. Un point de départ mal choisi dans l’espace des paramètres peut facilement mener à l’un de ces maxima locaux plutôt qu’au véritable maximum. C’est pourquoi O. Benomar, dont j’encadre la thèse a développé, en collaboration avec T. Appourchaux, un algorithme recherchant le meilleur modèle pour les pics observés selon une approche Bayésienne. Au delà des philosophies différentes entre approche “fréquentiste” (celle qui nous a servi par exemple pour fixer des seuils de confiance pour la recherche de modes g en Section 3.4) et approche Bayésienne, on peut retenir le principe de prise en compte d’*a priori* sur les valeurs que peuvent prendre les paramètres ajustés (voir Eq. 7 de Benomar et al. 2009, reproduit ci-après). Ces *a priori* peuvent être de simples décisions logiques : une amplitude ne peut prendre de valeur négative (ce qui n’est pas évident pour un algorithme MLE...). Ils peuvent être basés sur des observations indépendantes. Par exemple, le décalage rotationnel des modes pourra être choisi autour de la valeur de la fréquence du pic de très basse fréquence du spectre de Fourier qui est la signature laissée par le passage de taches à la surface de l’étoile en rotation. Ou ces *a priori* s’inspireront d’hypothèses sur la modélisation de l’étoile : la différence entre modes $\ell = 0$ et 2 sera, *a priori*, dans un intervalle donné. Mais ce qui rend cette méthode robuste, c’est l’utilisation de Chaines de Markov couplées à des simulations Monte-Carlo (MCMC) pour explorer l’espace des paramètres à ajuster. Cet outil permet de s’affranchir de l’influence du point de départ choisi pour explorer cet espace. Essayons de résumer en deux mots cette technique assez complexe. La maximisation classique (MLE) cherche uniquement le maximum en suivant le plus fort gradient dans l’espace des paramètres. Cette technique peut mener à un résultat erroné en la présence de maxima locaux dans cet espace. Un processus MCMC ne suivra pas le chemin du plus fort gradient et n’hésitera pas à s’en écarter pour balayer l’espace des paramètres et ne pas se laisser abuser par un maximum local. Alors qu’à chaque itération la MLE avance selon le plus fort gradient, un processus MCMC va décider aléatoirement d’une direction à suivre et la prendra ou la rejettera selon une loi de probabilité tenant en compte le gradient. Cette manière d’échantillonner est donc plus robuste mais au prix de lourds calculs. Elle permet finalement de reconstruire la fonction de densité de probabilité d’un paramètre ajusté plutôt que de seulement en donner le maximum. Cela procure un

avantage supplémentaire en matière d'estimation des barres d'erreur qui sont mesurées à partir de cette densité de probabilité alors que la MLE les calcule en supposant une densité de probabilité de forme gaussienne. Les densités reconstruites dans le cas de HD49933 montrent combien cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée : La Figure 2 de Benomar et al. (2009) montre quelques cas relativement moyens, mais certains montrent plusieurs maxima très marqués, véritables pièges à MLE.

Les résultats de cette méthode en matière de mesure de largeur et de hauteur des modes semblent effectivement plus fiables : ils ont été utilisés par Samadi et al. (2009) pour contraindre un modèle de l'excitation stochastique des modes acoustiques de HD49933. Ces contraintes montrent que la modélisation surestime systématiquement les valeurs des amplitudes $\delta L/L$ par rapport aux observations, mais en restant à une distance de 1 à 2 σ (voir la Figure 4.1, reproduction de la Figure 3 de Samadi et al. 2009). Pour expliquer cette surestimation, il est possible d'invoquer des mesures pas encore assez fiables ou bien une modélisation omettant certains aspects, comme un possible couplage entre les deux termes d'excitation : celui lié aux variations d'entropie et celui lié au tenseur de Reynolds (qui a été négligé dans la Section 2.1.3). Mais il faut mettre au crédit de cette modélisation de prendre en compte la sous métallicité de HD49933. Cela permet de réduire notablement la différence entre valeurs prédictives et observations.

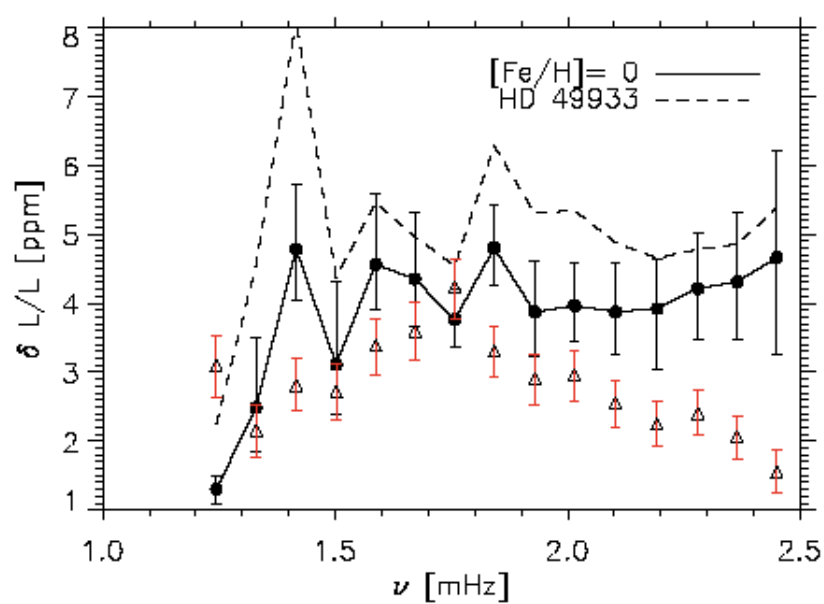


FIGURE 4.1 – comparaison des amplitudes observées des modes pour HD49933 et des estimations théoriques, tirée de Samadi et al. (2009). Les triangles représentent les observations (Benomar et al. 2009), les ronds pleins reliés par le trait continu les estimations théoriques prenant en compte la sous-métallicité de HD49933, les estimations en trait pointillé n'en tenant pas compte.

The solar-like oscillations of HD 49933: a Bayesian approach^{★,★★}

O. Benomar, T. Appourchaux, and F. Baudin

Institut d'Astrophysique Spatiale, CNRS/Université Paris XI, Bâtiment 121, 91405 Orsay Cedex, France
e-mail: othman.benomar@ias.u-psud.fr

Received 13 January 2009 / Accepted 27 August 2009

ABSTRACT

Context. Asteroseismology has entered a new era with the availability of continuous observations from space-borne missions such as MOST, CoRoT and Kepler. However, the low amplitude and the complexity of the observed spectrum make the exploitation of these data sets difficult.

Aims. The use of robust methods to estimate the parameters of stellar oscillation eigenmodes is necessary to fully exploit these new data sets. These parameters include in particular the frequency, the width and the energy of the eigenmodes, all being required for a seismic interpretation of the stellar internal structure or excitation of the eigenmodes.

Methods. A Bayesian approach, coupled with a Markov Chain Monte Carlo (MCMC) algorithm, is presented. Such a method allows the use of a priori knowledge to improve the parameter estimation. It also provides complete information on the probability distribution of the fitted parameters. The method is tested on simulated time series and then applied to CoRoT observations of HD 49933.

Results. The simulated time series allow the validation of the method for conditions similar to those of the observations in terms of spectral complexity and signal-to-noise ratio. However, a very important problem in the analysis of the HD 49933 mode spectrum is the l degree identification of the modes. The degree identification has little impact on the large frequency separation, rotational splitting, energy and width estimation, whereas individual frequencies and the star inclination angle evaluation are strongly affected. From a statistical point of view, we provide a quantitative ranking of the four models considered. The most probable model includes only modes of degree 0 and 1. Two other models include modes with degree up to 2 and have a non negligible level of significance. The last model includes modes of degree 0 and 1 but has an alternate degree identification and can be definitively rejected. In conclusion, the significance of the resulting probabilities is not sufficient to draw a definite conclusion.

Key words. methods: statistical – methods: observational – stars: oscillations

1. Introduction

The advent of space-borne instruments promises a great harvest of seismic data from stars, with the launch of MOST (2003), CoRoT (2006) and Kepler (2009). Our knowledge of internal stellar structure will certainly be revised and extended in the coming years.

Asteroseismology is based essentially on the analysis of the oscillatory variation of an observable (intensity or surface velocity) of the star. Resonant modes appear as peaks in the Fourier spectrum of this observable, characterized by their frequency, height and width, on which further seismic interpretation is based. For stochastically excited oscillations (also called solar-like oscillations), the mode parameters are determined by maximizing the likelihood of a model spectrum with respect to the observed power spectrum (Anderson et al. 1990; Toutain & Fröhlich 1992; Appourchaux et al. 1998). This is a complex and sensitive process, subject to spurious estimates if, for example, the signal-to-noise ratio is low, which could introduce local maxima of the likelihood leading to wrong estimates. If one aims at an automatic analysis of a large quantity of data, expected

for present and future space missions, more robust methods are necessary.

A promising way to accomplish this is to use a Bayesian analysis. The Bayesian approach is well suited to extract as much information as possible from a given data set by including a priori knowledge from other data sets or theoretical assumptions. This approach determines the so-called a posteriori probability distribution of a given parameter from a combination of the likelihood of a model with respect to the observation with an a priori probability distribution for this parameter, which reflects some supposed knowledge of this parameter. Moreover, based on these posterior probabilities, the Bayesian analysis allows the comparison of different models to be fitted to the data and provides a quantitative means to decide which model is the most probable. Recently, more and more astronomers have begun to use this approach in different domains (e.g. Gregory 2005a; Parkinson et al. 2006; Brewer et al. 2007; Carrier et al. 2007).

The efficiency of this approach is enhanced if it utilizes all of the information contained in the posterior probability distribution function (pdf), and not only on the determination of its maximum. In some cases, the probability distribution of a parameter will not be as simple as a Gaussian or any other modal function but may consist of multi-modal functions. When dealing with a small number of parameters (of the order of a dozen), analytical or numerical approximations are well suited and allow the construction of the probability distribution of the parameters. This becomes problematic when the number of pa-

* The CoRoT space mission, launched on 2006 December 27, was developed and is operated by the CNES, with participation of the Science Programs of ESA, ESA's RSSD, Austria, Belgium, Brazil, Germany and Spain.

** Tables 10–15 and Figs. 11, 12 are only available in electronic form at <http://www.aanda.org>

rameters is large (several tens). In this case, it is preferable to use stochastic simulations and especially Markov Chains based on Monte Carlo simulations (hereafter MCMC) which provide a solution to the difficult problem of the sampling of a space with a large number of dimensions. An MCMC can be considered as a chain of random walks in the parameter space in which each step depends only on the immediate previous position: this is a weak memory process. An MCMC is able to sample, for example, a probability density function (pdf) whatever the complexity of its analytical expression. Moreover, compared to most analytical or numerical strategies (such as gradient methods used to find the maximum of a function), they are insensitive to the initial starting point in the parameter space. An MCMC is able to explore and sample all of the regions of the parameter space where the pdf is significant. Consequently, if multiple maxima exist, an MCMC based algorithm will sample *all* of them and not only one or a few of them. More technical details about MCMC are given in the Appendix.

In Sect. 2, we consider the issues related to solar-like stars and the analysis of their power spectra. In Sect. 3, we present technical aspects regarding the Bayesian mathematics. Section 4 presents our results with simulated data illustrating the efficiency of the Bayesian approach coupled to the MCMC sampling technique. Section 5 presents our results on a star observed by CoRoT (HD 49933). This is a difficult case, and we discuss our results and earlier ones. Section 6 summarizes the results and perspectives.

2. Solar-like physical considerations

A star acts as a resonant cavity and different modes can be excited. These resonances appear as peaks in the Fourier spectrum of, for example, stellar photometric variations. We deal here with solar-like pulsators, or stars showing many acoustic modes (p modes) that are stochastically excited. In the solar case, the source of excitation is the convection of the upper layers of the star. To a first approximation, each mode can be characterized by a lifetime, a frequency and an energy, and described as a Lorentzian profile in the power spectrum. Hence, the stellar oscillation spectrum can be expressed as:

$$S(\nu, \theta_S) = \sum_{n=n_0}^{N_{\max}} \sum_{l=0}^{L_{\max}} \sum_{m=-l}^{+l} \frac{H(n, l, m)}{1 + 4 \left(\frac{\nu - \nu(n, l) + m\nu_s}{\Gamma(n, l, m)} \right)^2} \quad (1)$$

where $H(n, l, m)$, $\nu(n, l)$, ν_s and $\Gamma(n, l, m)$ are the height, the central frequency, the rotational splitting and the width at half height, respectively, for each mode, defined by the integers (n, l, m) for the radial order, the degree and the azimuthal order. For simplicity, the set of the p modes is simply written as the vector θ_S . In the solar-like pulsator case, and in the asymptotic approximation, the central frequency of a set of modes (n, l) follows a pattern:

$$\nu(n, l) \approx (n + l/2 + \epsilon)\Delta\nu - l(l + 1)D_0 \quad (2)$$

with $\Delta\nu = \nu(n + 1, l) - \nu(n, l)$ and D_0 is related to the sound speed at different depths. The large separation $\Delta\nu$ is related to the mean stellar density and D_0 to more local properties. ϵ is a parameter related to surface effects, whose value is between 1 and 2 for solar-like stars.

The stellar signal also includes a background component. In the solar case, this background can be described by a sum of Lorentzian-like profiles, first introduced by Harvey (1985),

$$N(\nu, \theta_N) = \sum_i \frac{A_i}{1 + (B_i \nu)^{p_i}} + C \quad (3)$$

where ν is the frequency, A_i , B_i , p_i are respectively the height, the characteristic time scale and the slope of the power law of the i th component. C represents a white noise added to describe, for example, the photon shot noise. The description provided by Eq. (3) also applies to any instrumental noise. All background parameters are summarized in the vector θ_N . A typical time scale of 200–500 s is attributed to the solar granulation noise, the main source of background in the p mode frequency range (Aigrain et al. 2004). Solar activity has a longer typical time scale and plays a negligible role in the frequency range where most of the p modes are observed.

Finally, writing the entire parameter set $\theta = \{\theta_S, \theta_N\}$, a representative model of the solar-like stellar spectrum is:

$$M(\nu, \theta) = S(\nu, \theta_S) + N(\nu, \theta_N). \quad (4)$$

3. Bayesian approach

3.1. Bayesian formalism

In the case of photometric measurements, the noise affecting the stellar intensity variations obeys Gaussian statistics (Appourchaux et al. 1998). Hence, the imaginary and real part of the Fourier spectrum are also Gaussian. Thus, the noise power spectrum follows a χ^2 distribution with 2 degrees of freedom. Knowing the statistics of data points y_i is sufficient to derive the *likelihood* function given the model $M_j(\nu, \theta)$ (Duvall & Harvey 1986),

$$\pi(y|\theta, M_j, I) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{M_j(\nu_i, \theta)} e^{-\frac{y_i}{M_j(\nu_i, \theta)}} \quad (5)$$

where N is the number of frequency samples ν_i . I is related to all other contextual information (assumptions on the signal and the physics of the problem, explicit or not). Equation (5) is applicable only if the sampled frequencies are independent. In the Maximum Likelihood Estimator (MLE) approach, the best set of parameters is derived by maximizing this function (Anderson et al. 1990).

From Bayes theorem, we can define the posterior pdf:

$$\pi(\theta|y, M_j, I) = \frac{\pi(\theta|M_j, I)\pi(y|\theta, M_j, I)}{\pi(y|M_j, I)} \quad (6)$$

where $\pi(\theta|M_j, I)$ is our explicit a priori knowledge (hereafter called “prior”) of the parameter set θ of the model M_j , and $\pi(y|M_j, I)$ is a normalization constant. To apply a priori information about a particular parameter (or to a subset of parameters), we use the product rule in the case of independent variables: the global prior is simply the product of the individual priors. For example, we can separate the prior associated with the noise from the prior of the p modes,

$$\pi(\theta_S, \theta_N|M_j, I) = \pi(\theta_S|M_j, I)\pi(\theta_N|M_j, I). \quad (7)$$

3.2. Model comparison

In the Bayesian formalism, it is also possible to compare different models by using Bayes’ rule to define the posterior probability $P(M_j|y, I)$ of a model M_j being consistent with the data y ,

$$P(M_j|y, I) = \frac{P(y|M_j, I)P(M_j|I)}{P(y|I)}. \quad (8)$$

$P(y|M_j, I)$ represents the *global likelihood*, $P(M_j|I)$ the prior of the model and $P(y|I)$ a normalization constant for the whole

1 model space. In the present comparisons, we attribute the same
2 prior probability to each model. Thus, comparing models M_j and
3 M_k in a Bayesian approach relies on the ratio of the *global like-*
4 *lihoods* only. O_{M_j, M_k} is called the odds ratio,

$$5 \quad O_{M_j, M_k} = \frac{P(M_j|y, I)}{P(M_k|y, I)} = \frac{P(y|M_j, I)}{P(y|M_k, I)}. \quad (9)$$

6 This is different from the MLE approach where we compare
7 maximum likelihoods. The model M_j is more favored by the
8 data than M_k if $O_{M_j, M_k} > 1$. In practice, when $1 < O_{M_j, M_k} < 3$,
9 M_j is barely supported but this support becomes substantial for
10 $O_{M_j, M_k} > 3$. $O_{M_j, M_k} = 3$ corresponds to 75% probability. We
11 can also calculate the relative probability of a model M_j over the
12 discrete explored model space of size N_{MOD} ,

$$13 \quad P_R(M_j|y, I) = \frac{P(y|M_j, I)P(M_j|I)}{\sum_{i=1}^{i=N_{\text{MOD}}} P(y|M_i, I)P(M_i|I)}. \quad (10)$$

14 The calculation of the *global likelihood* requires a process
15 known as *marginalization*. It consists of removing the param-
16 eter dependence by integration over all of the variable parameters
17 of the *conditional likelihood* weighted by the prior pdf of the
18 considered model,

$$19 \quad P(y|M_j, I) = \int \pi(y|\theta, M_j, I)\pi(\theta|M_j, I)d\theta. \quad (11)$$

20 *Marginalization* is difficult to achieve analytically in most cases
21 because of the complexity of the function to be integrated. With
22 the expression of the *likelihood* of Eq. (5), it is not possible and
23 only a numerical evaluation is feasible. If the size of the param-
24 eter space is small, we can evaluate the integral by a simple
25 Monte-Carlo approach, but this becomes very difficult for a large
26 (several tens) number of parameters. An alternative approach
27 consists of sampling the parameter space by using a MCMC algo-
28 rithm. MCMC simulations have the advantage of providing
29 an integral evaluation and thus *marginalization* capabilities from
30 the sampling of the function to be integrated. This makes the
31 *global likelihood* computation easy, even for complex expres-
32 sions such as $\pi(y|\theta, M_j, I)$ and $\pi(\theta|M_j, I)$. In practice, computing
33 the mean of the *conditional likelihood* weighted by the priors
34 consists of an evaluation of Eq. (11). We provide more technical
35 information on the evaluation of Eq. (11), using MCMC results
36 in Sect. A.3.

37 3.3. Bayesian priors for solar-like pulsators

38 We can now apply the Bayesian approach using our knowledge
39 of solar-like stars. We will restrict ourselves to spatially un-
40 resolved photometric stellar observations: in the best case, the
41 mode visibility is too low to distinguish modes with a degree l
42 higher than 3 in the power spectrum. Referring to Eq. (2) we see
43 that the frequency of the $l = 2$ and $l = 3$ modes can be written
44 relative to the $l = 0$ and $l = 1$ modes, respectively:

$$\delta v_{02}(n) = v_{n+1,2} - v_{n,0} \approx 6D_0 \quad (12a)$$

$$\delta v_{13}(n) = v_{n+1,3} - v_{n,1} \approx 10D_0. \quad (12b)$$

45 These differences are called the small separations. Each $l =$
46 0 mode has an $l = 2$ companion. Similarly, each $l = 1$ mode
47 has an $l = 3$ neighbor. In the present case, as was already noted
48 by Appourchaux et al. (2008), Benomar (2008) and Gruberbauer
49 et al. (2009), it is clear that the signal-to-noise ratio is low, even
50 for the $l = 0$ and $l = 1$ modes. These modes are supposed to have

the highest signal-to-noise ratio and the $l = 3$ mode is known to
have a very low relative height ($H_{l=3}/H_{l=0} \approx 0.03$ in the solar
case). Moreover the computation time is tremendously increased
by adding this mode. Therefore, we assume that the $l = 3$ modes
are not visible, but still keeping in mind that they may contribute
to the noise background.

In an observed power spectrum, we can have two different
 l degree identifications (hereafter, models M_A and M_B) for a
given peak in the spectrum: one can choose to consider that this
peak is made of a pair of $l = 0, 2$ modes or just made of an
 $l = 1$ mode, as these two structures alternate in the spectrum. If
the $l = 2$ modes appear clearly in the spectrum, there is no doubt
about the identification as it makes the peak wider. But if this is
not the case (e.g. low signal-to-noise condition, say $H/N < 10$
for the $l = 0$ modes, or $l = 0$ and $l = 2$ mode overlap), the iden-
tification becomes difficult. In the Bayesian context, the mode
identification can be achieved using the odds ratio (Eq. (10)). In
this case, the equation can be rewritten as

$$P_R(M_A|y, I) = \frac{1}{1 + O_{M_A, M_B}^{-1}}. \quad (13)$$

By convention, we will denote by M_A the model with the highest
probability.

To evaluate the two hypotheses, we propose to use a prior
for the frequencies of the $l = 0$ and $l = 1$ modes of order n
between n_{min} and n_{max} :

$$\pi(v_{n,0}, v_{n,1}|M_j, I) = \frac{1}{2(n_{\text{max}} - n_{\text{min}})\sigma\sqrt{2\pi}} \times \sum_{n=n_{\text{min}}}^{n_{\text{max}}} \left[e^{-\frac{(v-v(n,0))^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(v-v(n,1))^2}{2\sigma^2}} \right] \quad (14)$$

where σ is the standard deviation of the a priori Gaussian distri-
bution of both $l = 0$ and $l = 1$ mode frequencies. We choose a
 σ large enough to not strongly influence of the frequency poster-
ior estimation $v(n, l = 0)$ and $v(n, l = 1)$ but not so large as to
avoid, during the parameter space exploration process, the mode
identification inversion ($l = 0$ for $l = 1$, and vice versa). The
priors of the $l = 0$ and $l = 1$ mode frequencies are generated us-
ing the asymptotic formula (Eq. (2)). We also impose a Gaussian
prior on the mean value of the large separation Δv , based on an
a priori estimation of Δv obtained by computing the autocorrela-
tion of the power spectrum. ϵ is fixed from the observed spec-
trum. D_0 is chosen according to an a priori stellar model (cf.
Eq. (12a)).

The priors for $l = 2$ mode frequencies are described by a
Gaussian prior to the small separation,

$$\pi(\delta v_{02}(n)|M_j, I) = \frac{1}{\sigma_{02}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\delta v_{02}(n) - \langle \delta v_{02} \rangle_{\text{th}})^2}{2\sigma_{02}^2}} \quad (15)$$

where $\langle \delta v_{02} \rangle_{\text{th}}$ is the mean value of the expected small separation
between the $l = 0$ modes and the $l = 2$ modes, according to a
stellar model. The standard deviation σ_{02} drives the prior $l = 2$
frequency dispersion.

Here, we define and use as a parameter the mode height of
a mode relative to the height of the radial mode $l = 0$: $V_{l=1} =$
 $H_{l=1}/H_{l=0}$ and $V_{l=2} = H_{l=2}/H_{l=0}$. In the case of long duration
observations, the mode height ratios are essentially constrained
by a geometrical visibility factor (Toutain & Gouttebroze 1993)
and are thus independent of ν . For the inputs to our simulations
(Sect. 4), we used the solar relative height ratio for unresolved
photometric observations: $V_{l=1} = 1.5$ and $V_{l=2} = 0.5$. However,

1 for the analysis, the relative heights are not fixed, unlike previous
2 approaches (Appourchaux et al. 2008; Benomar 2008).

3 The Jeffrey prior ($P_J(x) \propto 1/x$) can be appropriate in the case
4 of scale parameters (e.g. parameter such as $f(x) = ax$, where a
5 is a “scale” factor), which is the case of the height and the width
6 of the modes. Such a prior is non-informative and uniform in the
7 logarithmic domain. Jeffrey (1961) justified the choice of this
8 kind of prior as they are invariant under parameter transforma-
9 tion. However, this prior is improper (integration over x yielding
10 an undefined result) and it is common to use a truncated version
11 of this prior: $P_J(x) = C/(x + x_{\min})$ where $C = \ln(1 + x_{\max}/x_{\min})$
12 is the normalization constant. x_{\min} and x_{\max} are upper and lower
13 bounds such that if $x > x_{\max}$ or $x < x_{\min}$ then $P_J(x) = 0$.
14 Thus, the probability density is proper (integral over x is finite).
15 Unfortunately the truncation, although it renders the probability
16 density proper, may not follow the prescription of Jeffrey (1961)
17 of invariance. This should be borne in mind.

18 Another non-informative prior is the uniform prior ($P_J(x) =$
19 $1/(x_{\max} - x_{\min})$ if $x_{\min} < x < x_{\max}$, else $P_J(x) = 0$). It is rec-
20 ommended by Jeffrey when dealing with “location” parameters
21 (parameters such as $f(x) = x + a$), which is the case of the mode
22 frequencies. We compared the effect of these two priors applied
23 to the height and width on the model probability in the case
24 of scenario 4 and 5 (see the next section for more information
25 about the explored scenarios). In these scenarios, we compare
26 two models M_A^2 and M_B^2 . We note that using a Jeffrey prior for
27 the scale parameters leads to an increase in the contrast of the
28 relative model probability (about 0.2–0.4 dex or 10%–20% in
29 probability). However, this variation can also be attributed to the
30 probability estimation method itself (i.e. numerical calculation
31 in Sect. A.3). The estimate of the uncertainty of the probability
32 calculated by MCMC is still an open issue: for the conditions de-
33 scribed throughout this article, two successive and independent
34 algorithm executions on the same data set provide probability
35 results with a log probability difference of the order of 0.2 dex.

36 The relative heights $H(n, l, m)$ of the split components of
37 nonradial modes depend on the angle between the line of sight of
38 the observer and the rotation axis of the star (see for ex. Gizon &
39 Solanki 2003). Knowing that, we can define the heights of these
40 components as a function of the angle. Depending on the avail-
41 able information, an angle prior can be set or not; here, in the
42 case of the analysis of the simulated spectra (Sect. 4) or the real
43 data (Sect. 5), a uniform prior over the range 0° – 90° is set.

44 Regarding the background, we adopted a two-step strategy:

- 45 1. we fit the power spectrum over a large frequency range (in
46 the case of HD 49933, 0–5000 μHz after removing the space-
47 craft orbital peaks) with 3 Lorentzian shaped components
48 and a white noise (Eq. (3)) plus a Gaussian profile (char-
49 acterized by its height A_0 , its central frequency ν_c , and its
50 width σ_G) to globally describe the modes. The slope of the
51 Lorentzian profiles are assumed to be equal ($p_1 = p_2 = p_3 =$
52 p). At this point we have 11 free parameters;
- 53 2. we verify that the Lorentzian describing the granulation
54 background is effectively the dominant one in the p mode
55 frequency range. Then, we neglect the two other components
56 and we use the posterior results to constrain the background
57 in the mode range (1210–4000 μHz) with Gaussian priors.

58 This method ensures a robust estimation of the background at
59 low frequency: this is an important point as we are dealing with
60 low amplitude modes.

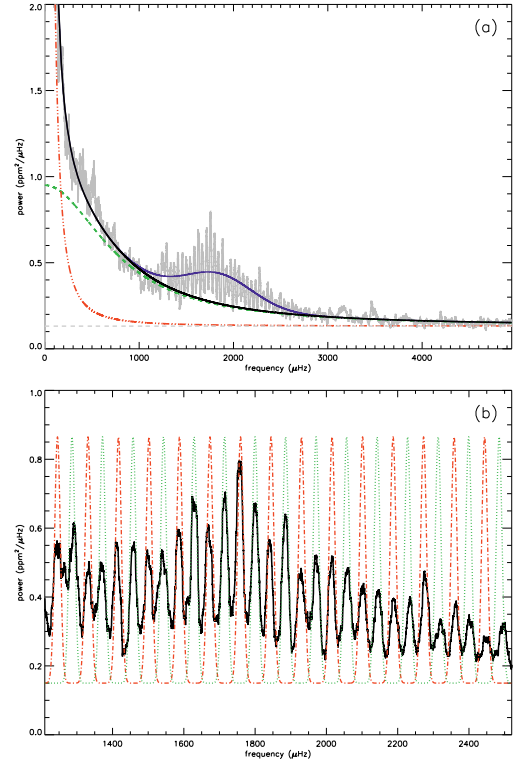


Fig. 1. a) Smoothed power spectrum of HD 49933, showing activity (dot-dashed line) and granulation (solid line) backgrounds and stellar modes. The modes are first modeled by a Gaussian (solid blue curve). b) Mode frequency range with frequency priors ($l = 0$: red dash line; $l = 1$: green dot line) for the mode identification A.

4. Illustrative simulations

4.1. Simulation conditions

61 In order to check the reliability (in particular for the mode iden-
62 tification) of the method presented here, simulated spectra were
63 simulated with different inputs in terms of noise level and stellar
64 parameters, yielding an ensemble of six test scenarios. All
65 of them correspond to the mode identification A used for the
66 analysis of HD 49933 (see Sect. 5). Most of the synthetic spec-
67 tra (scenarios 1 to 5) contain the 3 first degrees ($l = 0$ to
68 $l = 2$) for 8 radial orders. The relative heights $V_{l=1}$ and $V_{l=2}$
69 are fixed at the solar values. The background is composed of
70 a Lorentzian profile plus white noise. The frequency resolution
71 is set to $0.2 \mu\text{Hz}$ which corresponds to an observation duration
72 of about 58 days. Different scenarios were tested by changing
73 the height, the width, the rotational splitting and the small sep-
74 aration $\delta\nu_{02}$. The frequencies follow an asymptotic law, with
75 $\Delta\nu = 90 \mu\text{Hz}$. The inclination angle is set to 40° . Scenario 6 con-
76 sideres the case of a power spectrum with only 2 degrees ($l = 0$
77 and $l = 1$). For a summary of the input spectrum parameters, see
78 Table 1.

79 We explored four kinds of scenarios:

- 80 1. relatively high H/N ratio (>30), distant neighboring $l = 2$
81 and $l = 0$ modes and small rotational splitting ($\nu_s \ll \delta\nu_{02}$).
82 These conditions reduce the mode multiplet superposition
83 (scenario 1);
- 84 2. identical to the previous scenario but for a relatively low H/N
85 ratio, around 4 (scenario 2);

Table 1. Input parameters used for the simulated spectra.

	$\delta\nu_{02}$ (μHz)	ν_s (μHz)	Γ (μHz)	H/N ($l=0$)	H Profile
1	8	2	[1,5]	>30	C
2	8	2	[1,5]	≈ 4	C
3	5	3.5	[2,10]	≈ 6	C
4	5	3.5	[3,10]	3–10	G
5	5	3.5	[4,13]	3–8	G
6	/	3.5	[3,10]	3–8	G

The frequency separation $\delta\nu_{02}$ (see Eq. (12)), the rotational splitting ν_s , the mode width Γ and the height-to-noise ratio H/N . Two kinds of mode height variation with frequency were tested: a constant height for all modes (C) or a more realistic Gaussian profile (G).

Table 2. Priors used for the analysis of the simulated spectra for the inclination angle i , the rotational splitting ν_s , the large separation $\Delta\nu$ (Eq. (2)) and the small separation $\langle\delta\nu_{02}\rangle_{\text{th}}$ (Eq. (15)).

	i	ν_s	$\Delta\nu$	$\langle\delta\nu_{02}\rangle_{\text{th}}$
1	[0–90]	2 ± 0.2	90.2 ± 0.5	8 ± 4
2	[0–90]	2 ± 0.2	89.9 ± 0.6	8 ± 4
3	[0–90]	3.5 ± 0.35	90.2 ± 0.6	8 ± 4
4	[0–90]	3.5 ± 0.35	90.0 ± 0.3	5 ± 2.5
5	[0–90]	3.5 ± 0.35	90.0 ± 0.4	6 ± 3
6	[0–90]	3.5 ± 0.35	90.1 ± 0.5	6 ± 3

The prior on i is uniform and Gaussian for the other parameters (with the indicated σ width). Priors on mode frequencies are also Gaussian with a $6 \mu\text{Hz}$ width.

- 1 3. intermediate H/N ratio (around 3 to 12) with a $\delta\nu_{02} \sim \nu_s$,
- 2 leading to a superposition of the split components of the $l = 2$
- 3 and the $l = 0$ modes. The widths are chosen particularly
- 4 large to increase the difficulty of separating the neighboring
- 5 modes (scenario 3 to 5);
- 6 4. scenario 6 is designed to test the algorithm in the case of
- 7 an overinterpretation of the spectrum: only $l = 0$ and $l =$
- 8 1 modes are included in the simulated spectrum but mode
- 9 identifications including $l = 2$ modes are tested (thus, four
- 10 models are tested: the two possible mode identifications A
- 11 and B, with and without $l = 2$).

12 The different priors are those described in Sect. 3.3 and the typ-
 13 ical values are summarized in Table 2. For scenarios 1 and 2,
 14 we suppose that the mean value of the rotational splitting and
 15 the small separation is known and we set the standard deviation
 16 for these parameters at respectively 10% and 50% of their prior
 17 mean value. In scenarios 3 and 5, we use a small separation prior
 18 that is not centered on the real value, in order to evaluate the in-
 19 fluence of a biased prior choice.

20 4.2. Simulation results

21 For each scenario, we acquire 1 000 000 samples after a *burn-in*
 22 phase, during which the MCMC algorithm progresses towards
 23 the values of interest (i.e. with significant probabilities) while
 24 the acceptance rate is adjusted.

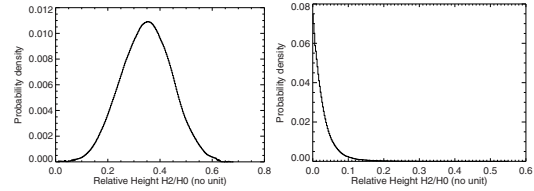
25 For scenarios 1 to 3, the mode identification is correct with
 26 a confidence of more than 99.99%. The odds ratio is systemati-
 27 cally in favor of the correct identification even for low signal-to-
 28 noise conditions. We remark that the $l = 0$ – 2 modes overlap and
 29 the large width Γ strongly decrease the odds ratio (see Table 3).
 30 For very large width, the odds ratio becomes ambiguous (scen-
 31 ario 5) and we are not able to decide which model is the most
 32 realistic. In scenario 6, the priors on the small separation $\delta\nu_{02}$ act

Table 3. *Top:* model odds ratio O_{M_A, M_B} for scenario 1 to 5 (which include $l = 2$ modes). *Bottom:* odds ratio for scenario 6, comparing 4 models (identifications A and B, with or without $l = 2$).

Scenario	O_{M_A, M_B}
1	2×10^{48}
2	7×10^{26}
3	1.5×10^4
4	7.209
5	1.578

Scenario 6					
$M_k^i \backslash M_{k'}^j$	M_A^1	M_B^1	M_A^2	M_B^2	$P_R(M_k^i y, I)$
M_A^1	1	4.6104	92.6707	2.9385	64%
M_B^1	0.2169	1	20.1003	0.6374	13%
M_A^2	0.0317	0.0495	1	0.0108	1%
M_B^2	0.3403	1.5690	31.5373	1	22%

The identification is indicated as the subscript of the model, the highest l modes as the exponent. Scenario 6 *does not include* $l = 2$ modes and thus the correct model is M_A^1 . The values of the matrix represent the odds ratio. Note the correct model only reaches a probability of 64%.

**Fig. 2.** $l = 2$ mode relative height from simulation (scenario 3) for the correct identification **a**) and for the wrong identification **b**). In the correct identification, due to the $l = 0$ and $l = 2$ mode superposition, the relative height H_2/H_0 is underestimated by 30%. In the wrong identification, the distribution of the height follows the χ^2 distribution, as noise would.

as expected by penalizing the more complex models. The most
 probable model is the correct one but with a confidence of only
 about 64%.

The observation of the frequency posterior distributions
 shows that an error on the model choice easily leads to multi-
 modal pdf. The relative height $V_{l=2}$ is also strongly affected as it
 follows a χ^2 distribution with a 2 d.o.f. statistics in the wrong
 identification case, similarly to the noise distribution. In scen-
 ario 3, the retrieved mean median value of the small separation
 $\delta\nu_{02}$ is $6.1 \pm 0.7 \mu\text{Hz}$, to be compared to the input value of
 $5.0 \mu\text{Hz}$. The prior and/or the $l = 0$, $l = 2$ mode overlap seems
 to shift the estimation by about $1 \mu\text{Hz}$. However, this offset remains
 smaller than the 2σ interval.

The non-Gaussian shape of the pdf obtained in some cases
 (especially for heights and widths), and the multi-modal shape
 of the pdf, raise the problem of the estimator choice and of the
 error bar definition. In statistical terms and in terms of param-
 eter estimation, it is interesting to refer to the median which is
 considered to be a good alternative to the Maximum a posteriori
 (MAP) inference (Gregory 2005b). The maximum of a pdf is a
 poor estimator as it does not provide global information about
 the pdf. It is also very difficult to evaluate the maximum of a pdf
 as the sampling may not be sufficient. To illustrate the inade-
 quacy of the pdf maximum as a good estimator, we can consider
 the example of the χ^2 noise pdf. It is a decreasing exponential
 and the maximum will give a zero value whatever the noise level.

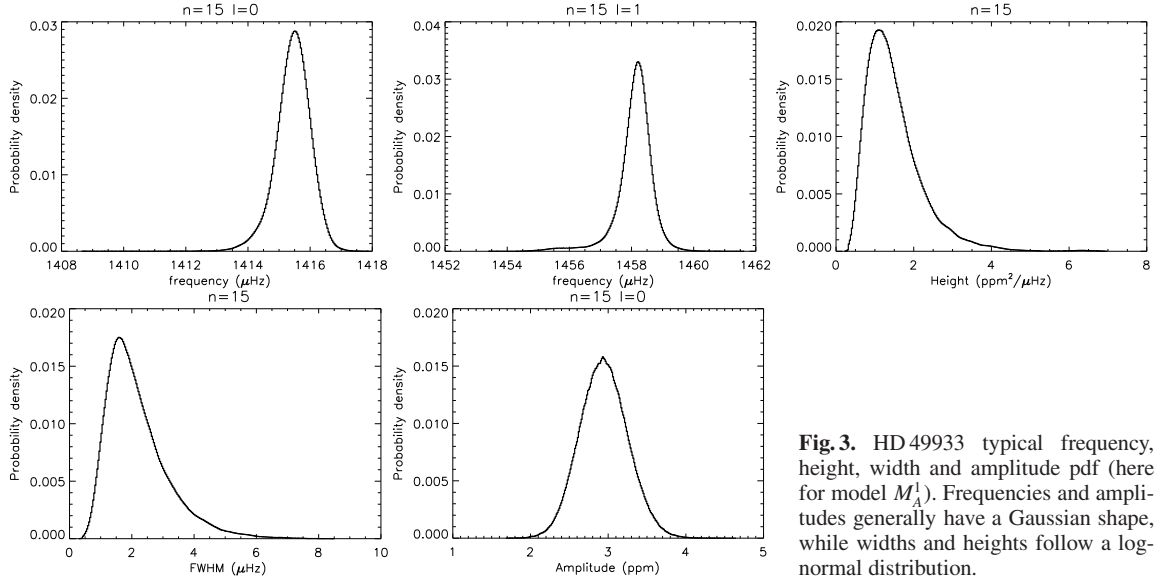


Fig. 3. HD49933 typical frequency, height, width and amplitude pdf (here for model M_A^1). Frequencies and amplitudes generally have a Gaussian shape, while widths and heights follow a log-normal distribution.

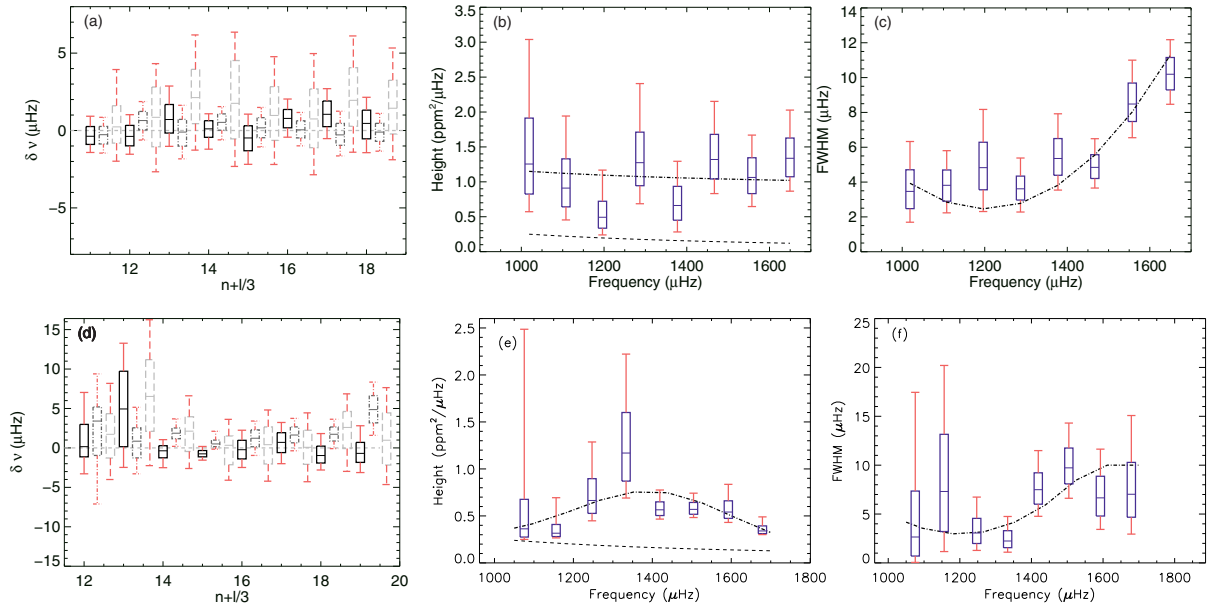


Fig. 4. Comparison of the output and input values for simulated spectra, for scenario 3 (a, b, c) and for scenario 4 (d, e, f). The box represent the 68.3% confidence interval (1σ equivalent) centred on the median. The lines indicate a 95.5% confidence range (2σ equivalent). The frequency difference and its error (a, d) for the $l = 0$ and $l = 2$ modes (black solid and grey dotted line, respectively) is represented as a function of the quantity $n + l/3$. Note the bias for the $l = 2$ frequencies due to the prior choice in the scenario 3. For heights (b, e) and widths (c, f), we compare the input model value (dot-dashed line) to the inferred values. The noise background is also represented (dashed line). The inferred values are generally within the 95.5% confidence range. Note also the anti-correlation between height and width.

1 Moreover, the width and mode height are known to not be dis- 11
 2 tributed as a Gaussian. 12
 3 Generally, the mode parameter pdfs are supposed has be- 13
 4 ing Gaussian and as a consequence, the error bars are symmet- 14
 5 rical and given at $\pm 1\sigma$ which corresponds to a 68.3% confi- 15
 6 dence interval. As we often deal with more complex pdfs, we 16
 7 must provide either the pdf or multiple confidence indicators 17
 8 to summarize the function and describe how spread it is. To 18
 9 fully describe the variety of the pdfs, we decided to provide the 19
 10 confidence intervals at 68.3% and 95.5%, (corresponding to 1

and 2σ , respectively, for a Gaussian distribution) centred on the 11
 median. The confidence interval determination involves a cumu- 12
 lative probability function calculation. Thus, the tables of results 13
 contain 5 values per parameter: the median and asymmetrical 1σ 14
 and 2σ equivalent confidence ranges. 15

Following these definitions, most of the inputs used to build 16
 the different synthetic spectra are within a 95.5% confidence in- 17
 terval of the estimated values resulting from the analysis of these 18
 spectra. All of them exceed 99.7% (3σ equivalent) confidence. 19
 The estimates of height and width are poor even in good signal- 20

Table 4. Priors used for HD 49933 data analysis. ν_s is the rotational splitting, i the star inclination angle, $\delta\nu_{02}$ the small frequency separation, $\Delta\nu$ the large separation. The value of ϵ and D_0 depend on the model and set the position of the first prior frequency (see Eq. (2)).

Parameter	Prior nature	Values
ν_s	Gaussian	$3.4 \pm 0.34 \mu\text{Hz}$
i	Uniform	$[0^\circ - 90^\circ]$
$\delta\nu_{02}$	Gaussian	$6 \pm 3 \mu\text{Hz}$
$\Delta\nu$	Gaussian	$85.6 \pm 0.8 \mu\text{Hz}$
ϵ	Fixed	$1.55 (M_A) / 1.05 (M_B)$
D_0	Fixed	$1 \mu\text{Hz}$

Parameter	Prior nature	x_{\min}	x_{\max}
h (ppm ² /μHz)	Jeffrey	1	10
$V_{l=1}$	Jeffrey	1.5	5
$V_{l=2}$	Jeffrey	0.5	5
Γ (μHz)	Jeffrey	5	25

ν_s is the rotational splitting, i the star inclination angle, $\delta\nu_{02}$ the small frequency separation, $\Delta\nu$ the large separation. The value of ϵ and D_0 depend on the model and set the position of the first prior frequency (see Eq. (2)).

Table 5. Model odds ratio and estimated probability for HD 49933 spectrum analysis. The value of the matrix represents the odds ratio.

$M_k^l / M_{k'}^{l'}$	M_A^1	M_B^1	M_A^2	M_B^2	$P_R(M_k^l y, I)$
M_A^1	1	492.72	4.4817	2.7183	62.8%
M_B^1	0.0020	1	0.0091	0.0055	0.2%
M_A^2	0.2231	109.94	1	0.6065	14%
M_B^2	0.3679	181.26	1.6487	1	23%

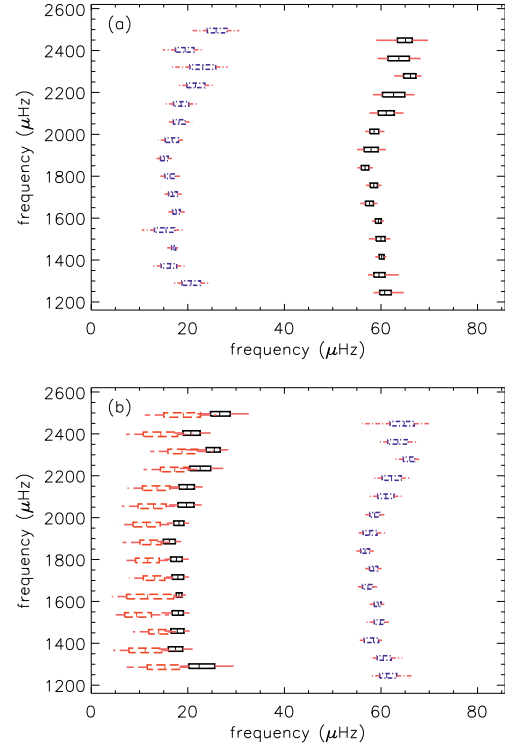


Fig. 5. HD 49933 echelle diagram for the model M_A^1 corresponding to the most probable identification **a**) and for model M_B^2 **b**). The black dots represents the $l = 0$ modes, the grey dot-dashed ones the $l = 1$ and the grey dashed ones the $l = 2$.

1 to-noise cases (see Fig. 4), whereas frequencies are very well de-
 2 termined, with a typical error tending to the spectrum resolution
 3 in the most favorable cases (scenario 1). A systematic underest-
 4 imation ($\sim 30\%$) of the relative height H_2/H_0 occurs in the case
 5 of $l = 0$ and $l = 2$ mode superposition.

6 5. The Bayesian analysis of HD 49933

7 The analysis of HD 49933 (a main sequence F5V star) was
 8 carried out using a 60-day time series of CoRoT observations
 9 (IRa01). This star has been observed previously from the ground
 10 (Mosser et al. 2005) and from space by CoRoT. A first analy-
 11 sis of the latter data has been carried out by Appourchaux
 12 et al. (2008) using a simple likelihood maximization (MLE) ap-
 13 proach. These data were also studied by Benomar (2008) and
 14 Gruberbauer et al. (2009), using a Bayesian approach.

15 The main characteristics of this star can be summarized as
 16 follows: an estimated mass of $\sim 1.2 M_\odot$ (Mosser et al. 2005),
 17 radius R/R_\odot of 1.34 ± 0.06 (Thévenin et al. 2006); $\nu \sin i$ estimates
 18 by different sources lead to values from $9.5 \pm 0.3 \text{ km s}^{-1}$ (Mosser
 19 et al. 2005) to 10.9 km s^{-1} (Solano et al. 2005). As reported by
 20 Appourchaux et al. (2008), the low frequency power spectrum
 21 shows a strong peak at $3.4 \mu\text{Hz}$ understood as the signature of
 22 the rotation period, caused by the transit of active regions across
 23 the surface of HD 49933. Then, from radius and $\nu \sin i$ estimates,
 24 the angle i between the line of sight and the stellar rotation axis
 25 appears to be between 22 and 30° while the asteroseismic study
 26 of Appourchaux et al. (2008) leads to an angle value between 50
 27 and 62° (for these authors, a possible reason for this discrepancy
 28 is the probable superposition of the $l = 2$ and $l = 0$ modes).

29 This information can be used to set some priors. The splitting
 30 prior is set by supposing that the rotation signature at $3.4 \mu\text{Hz}$ is

representative of the internal stellar rotation. As in the simulation, the standard deviation is fixed at 10% of the expected value. Because of the inconsistency previously described for the angle i , we prefer not to impose a prior on i : we use a uniform prior between 0° and 90° . As in Benomar (2008), the large separation prior is set to $85.6 \pm 0.8 \mu\text{Hz}$ and the small separation $(\delta\nu_{02})_{\text{th}}$ at $6 \pm 3 \mu\text{Hz}$ using stellar model information. Priors on mode frequencies are Gaussian with a width of $8 \mu\text{Hz}$. All of the priors are described in Sect. 3.3 and summarized in Table 4.

The power spectrum of the time series is computed once a second order polynomial has been removed from the original time series. This spectrum is normalized such that the total power integrated from zero to twice the Nyquist frequency equals the lightcurve variance. 15 mode profiles were fitted to this spectrum in a frequency interval from 1210 to 4000 μHz . The pdf estimations are based on 2 000 000 samples (for each Markov Chain).

The complex content of the power spectrum of HD 49933 and the difficult mode identification require a discussion and a comparison of our results with those of Appourchaux et al. (2008), Benomar (2008) and Gruberbauer et al. (2009).

The present work differs from that of Gruberbauer et al. (2009) as they did not take into account the rotational splitting and the inclination angle and assumed a constant mode width whereas we have considered this hypothesis too strong and have included rotation and variable mode widths in our description. As already mentioned, Appourchaux et al. (2008) used a MLE approach. Benomar (2008) used a Bayesian approach but in a less sophisticated manner: for example, the question of the pres-

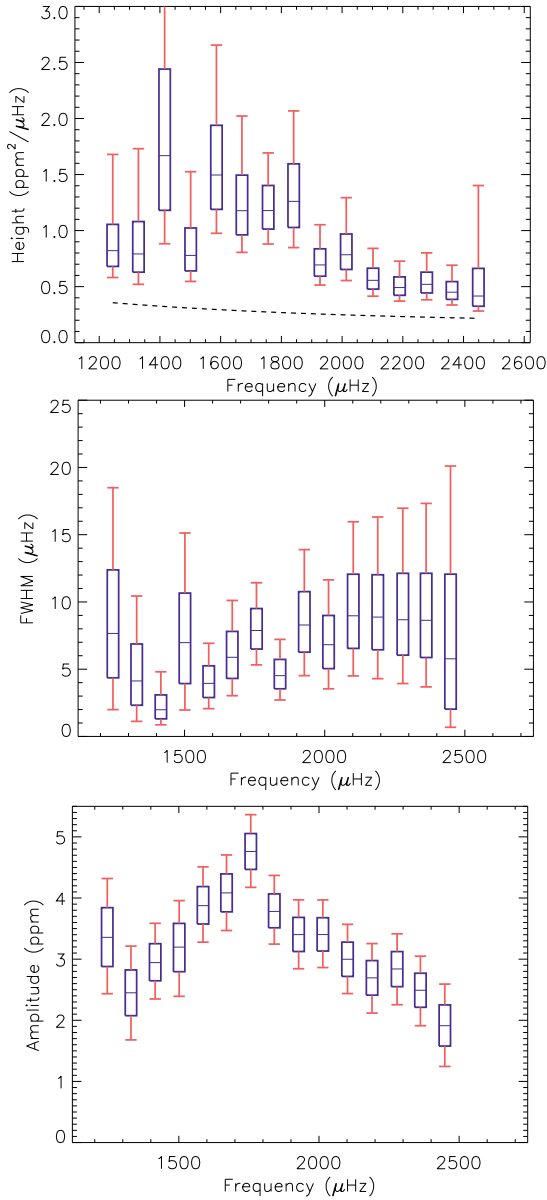


Fig. 6. Estimated heights, width and amplitude for model M_A^1 . The boxes represent the 68.3% confidence interval centred on the median. The lines indicate a 95.5% confidence interval.

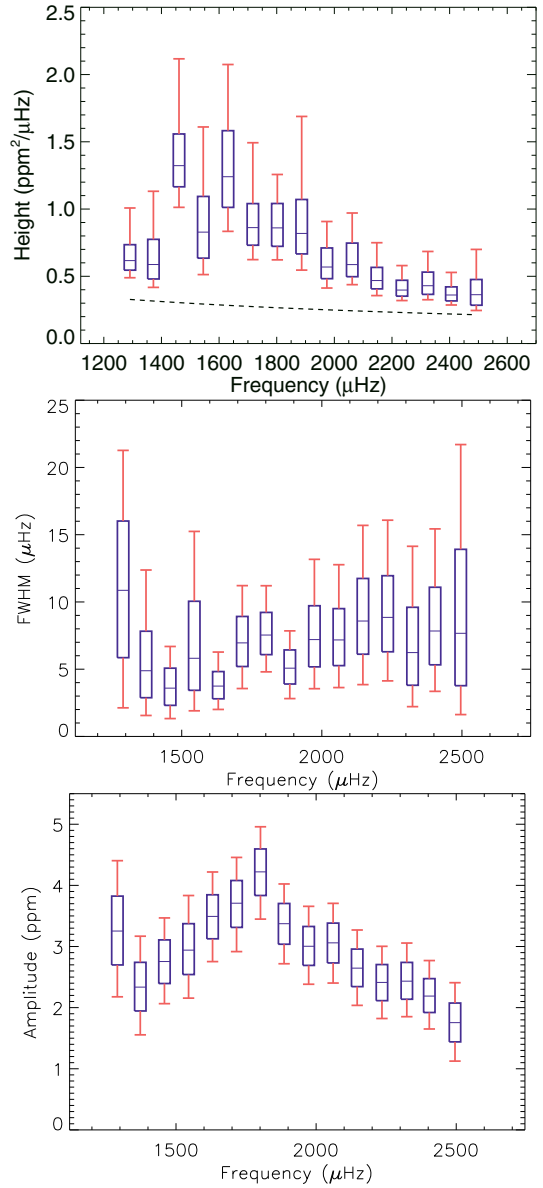


Fig. 7. Estimated heights, width and amplitude for model M_B^2 . The boxes represent the 68.3% confidence interval centred on the median. The lines indicate a 95.5% confidence interval.

1 ence of $l = 2$ modes was not tested in the process of mode
2 identification.

3 Here, we compared 4 models using Eqs. (9) and (10): the
4 two possible mode identifications and the presence or absence
5 of the $l = 2$ modes. The probabilities obtained are summa-
6 rized in Table 5. The most probable model ($P_R(M_A^1|y, I) =$
7 62.8%) corresponds to the same mode identification as offered
8 by Appourchaux et al. (2008) but it does not include the $l =$
9 2 modes. While the criteria used by Appourchaux et al. (2008)
10 are based on the comparison of the maximum likelihoods, here
11 we estimate the global probability which we consider more
12 reliable and more conservative. Moreover Appourchaux et al.
13 (2008) did not explore the possibility of the absence of the
14 $l = 2$ modes. Here, the most probable model (M_A^1) contains only
15 the $l = 0$ and $l = 1$ modes. Occam's principle, naturally imple-

16 mented in the Bayesian approach, penalizes the more complex
17 model and thus favors models without $l = 2$ modes. However,
18 adding the $l = 2$ modes to the identification B (comparison
19 between $P(M_B^1|y)$ and $P(M_B^2|y)$) strongly reinforces its credibility,
20 but not sufficiently so to definitely overrule the A identification.

21 A complementary explanation of the difficulty of retrieving
22 the $l = 2$ could be that the background model may not be repre-
23 sentative of the real nature of the granulation background. At the
24 current signal-to-noise ratio, a good prior knowledge is critical
25 for mode parameter estimation. The estimated model probabili-
26 ty might also be strongly affected by the chosen background
27 model, as this latter can bias the observed heights of the modes.
28 Nevertheless, it is clear that a low value of the small separation
29 combined with large linewidth and splitting introduces crosstalk
30 between the $l = 0$ and $l = 2$ modes, especially for the frequency

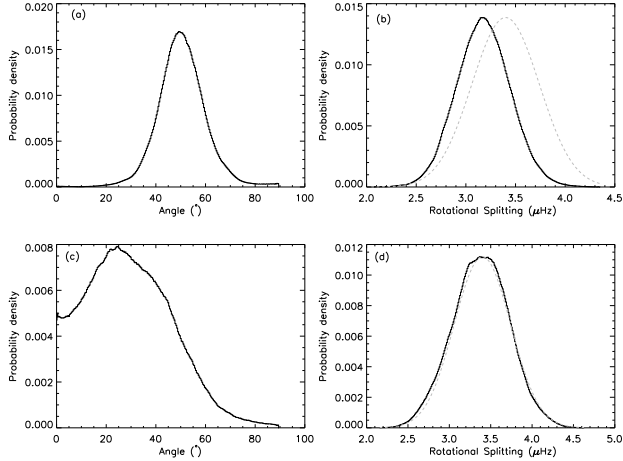


Fig. 8. Posterior probability density function for the rotational splitting and the inclination angle of HD 49933 for each possible mode identification including $l = 2$ for model M_A^1 (a) and (b)) and model M_B^2 (c) and (d)). The rotational splitting prior is also represented with a grey-dashed line. The splitting prior influence seems stronger for model M_B^2 , as expected for a low inclination angle, the split component of modes having a very small height.

1 and height estimation, and renders the $l = 2$ extraction difficult,
2 if not impossible.

3 Nevertheless, notice that the odds ratio between the two most
4 probable models is lower than 3 (cf. Table 5). Despite having the
5 highest level of confidence, the M_A^1 model is not strongly sup-
6 ported by the data. We also notice that the inclination angle for
7 the identification B is much closer to the expected value from
8 non seismic observations. It is likely that if we had imposed
9 a prior on this parameter using $v \sin i$ and the estimate radius,
10 we would have obtained a stronger probability for the identifica-
11 tion B. The only model that can be reasonably excluded is M_B^1 .

12 The model choice does not significantly affect the estima-
13 tion of the mean large separation. Its value is compatible at the
14 1σ level with Appourchaux et al. (2008) ($\Delta\nu = 85.9 \pm 0.15$)
15 whichever the model chosen here (see Table 9).

16 The estimated rotational splitting for the model M_A^1 is
17 slightly lower than for the model M_B^2 but both are compatible
18 with the results of MLE (Appourchaux et al. 2008). The poste-
19 rior pdf of the rotational splitting for this latter model is proba-
20 bly dominated by its prior rather than its likelihood (see Fig. 8).
21 This is not surprising, as a low stellar inclination leads to a very
22 low height of the split component of all degrees l except for the
23 $m = 0$ component, making the splitting weakly constraining.

24 We have also expressed the mode energy pdf by the product
25 $\sqrt{\pi h} \Gamma$ which we summarize in Table 8. Energies are relatively
26 well constrained in comparison with heights and widths. Models
27 without $l = 2$ have slightly higher $l = 0$ mode energy than the
28 models with $l = 2$ as the total observed energy remains con-
29 stant. Figures 6 and 7 show the variations versus frequency of
30 the heights, widths and energies for the models M_A^1 and M_B^2 . We
31 notice through the error bars that the pdf dispersion is higher
32 than in our simulations for a comparable height-to-noise ratio,
33 especially for the widths. Multiple factors can be the source
34 of these differences. First, our simulations are certainly simpler
35 than reality. Moreover the p mode model and the stellar noise
36 model may be inappropriate. It is possible for example that the

Table 6. HD 49933 frequencies and height-to-noise posterior estimates for $l = 0$ and $l = 1$ modes for the M_A^1 model. n order is given supposing $\epsilon \in [1, 2]$. H/N represents the height-to-noise ratio in the power spectrum.

		Model M_A^1			H/N
l	n	ν (μHz)			
		median	$1\sigma_+$ $1\sigma_-$	$2\sigma_+$ $2\sigma_-$	
0	13	1244.56	1.37 / 1.04	3.96 / 2.31	1.3
0	14	1329.15	1.26 / 1.08	4.10 / 2.30	1.3
0	15	1415.50	0.50 / 0.54	1.00 / 1.34	4.2
0	16	1501.20	0.85 / 1.03	1.95 / 2.52	1.5
0	17	1586.20	0.59 / 0.63	1.19 / 1.36	4.1
0	18	1670.14	0.79 / 0.84	1.64 / 1.93	3.1
0	19	1756.57	0.78 / 0.77	1.61 / 1.61	3.3
0	20	1840.47	0.79 / 0.79	1.60 / 1.60	3.8
0	21	1927.26	1.49 / 1.46	3.06 / 2.92	1.7
0	22	2013.71	0.97 / 0.89	2.15 / 1.86	2.2
0	23	2101.84	1.69 / 1.64	3.63 / 3.46	1.3
0	24	2189.24	2.34 / 2.30	4.34 / 4.27	1.1
0	25	2278.71	1.13 / 1.45	2.27 / 3.37	1.3
0	26	2361.91	2.19 / 2.27	4.54 / 4.41	1.0
0	27	2448.88	1.41 / 1.68	4.70 / 6.05	0.9
1	13	1290.06	1.94 / 1.89	3.87 / 3.87	1.3
1	14	1371.87	1.34 / 1.88	3.40 / 3.99	1.4
1	15	1458.18	0.40 / 0.46	0.89 / 1.75	4.3
1	16	1543.20	1.82 / 2.38	3.49 / 5.00	1.6
1	17	1629.99	0.83 / 0.74	1.90 / 1.62	4.1
1	18	1714.72	0.96 / 0.84	2.02 / 1.69	3.2
1	19	1800.15	1.11 / 1.08	2.24 / 2.26	3.4
1	20	1884.80	0.80 / 0.79	1.58 / 1.61	3.8
1	21	1972.12	1.30 / 1.45	2.59 / 2.98	1.7
1	22	2059.06	1.27 / 1.18	2.72 / 2.60	2.2
1	23	2145.12	1.60 / 1.56	3.28 / 3.32	1.3
1	24	2233.68	1.95 / 1.80	4.04 / 3.82	1.1
1	25	2321.00	2.67 / 2.67	5.14 / 6.37	1.3
1	26	2403.19	1.81 / 2.02	3.67 / 4.65	1.0
1	27	2495.09	2.25 / 1.83	4.79 / 5.21	0.9

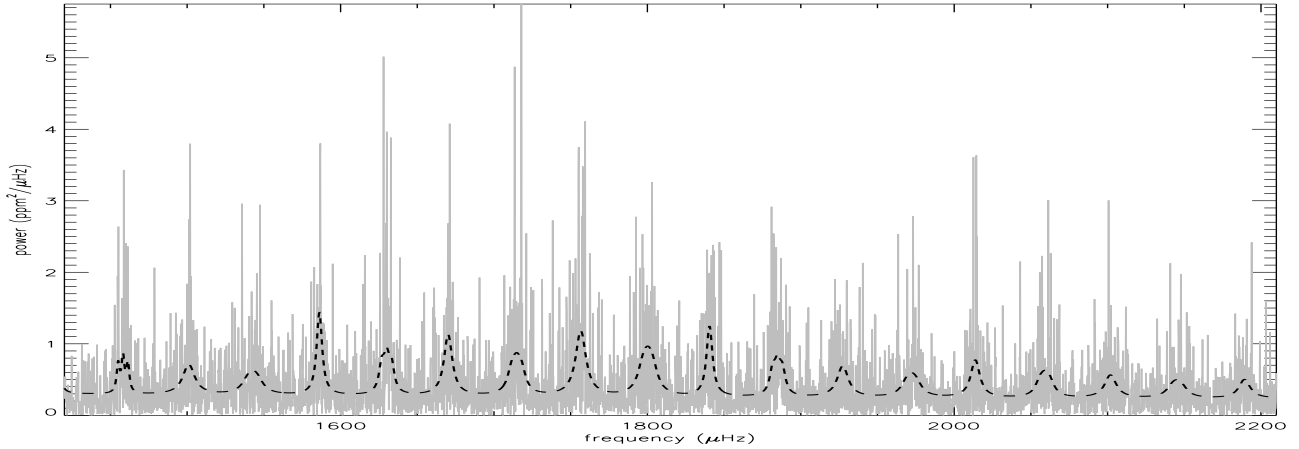
n order is given supposing $\epsilon \in [1, 2]$. H/N represents the height-to-noise ratio in the power spectrum.

mode widths are poorly determined because of a strong asym- 37
metry of the split components and of their profiles. Compared 38
to Appourchaux et al. (2008), some differences can be noticed 39
at high frequency for the width. In particular, we find again the 40
plateau beyond 1700 μHz for the width but with larger error bars. 41

To summarize, in most cases when the comparison is possi- 42
ble, the parameter estimates are within 1σ error bars of those 43
of Appourchaux et al. (2008) and Gruberbauer et al. (2009). 44
However, here, the mode identification is highly ambiguous 45
and prevents a precise interpretation of individual mode frequen- 46
cies. Nevertheless, some parameters do not show large differ- 47
ences from one identification to another, for example the mode 48
width or the mode energy. 49

Table 7. Height and width posterior estimates for HD 49933 for the most probable model. n is given for the $l = 0$ modes.

n	Model M_A^1					
	Height (ppm ² /μHz)			Linewidth (μHz)		
	median	$1\sigma_+/1\sigma_-$	$2\sigma_+/2\sigma_-$	median	$1\sigma_+/1\sigma_-$	$2\sigma_+/2\sigma_-$
13	0.46	0.23 / 0.14	0.86 / 0.24	7.66	4.73 / 3.30	10.8 / 5.67
14	0.45	0.29 / 0.16	0.94 / 0.27	4.12	2.75 / 1.81	6.32 / 3.01
15	1.35	0.77 / 0.49	2.10 / 0.79	1.98	1.11 / 0.68	2.82 / 1.12
16	0.47	0.24 / 0.14	0.75 / 0.23	6.98	3.68 / 3.04	8.15 / 5.01
17	1.20	0.44 / 0.31	1.16 / 0.52	3.95	1.31 / 1.05	2.98 / 1.88
18	0.89	0.32 / 0.22	0.85 / 0.37	5.88	1.92 / 1.57	4.23 / 2.86
19	0.90	0.22 / 0.16	0.51 / 0.30	7.88	1.64 / 1.38	3.55 / 2.55
20	1.00	0.33 / 0.23	0.81 / 0.41	4.52	1.21 / 0.98	2.70 / 1.81
21	0.44	0.14 / 0.10	0.36 / 0.18	8.29	2.48 / 2.02	5.60 / 3.77
22	0.54	0.18 / 0.13	0.51 / 0.23	6.82	2.17 / 1.78	4.82 / 3.28
23	0.32	0.11 / 0.08	0.29 / 0.14	8.97	3.09 / 2.43	6.99 / 4.47
24	0.26	0.10 / 0.07	0.24 / 0.12	8.87	3.15 / 2.43	7.44 / 4.58
25	0.29	0.11 / 0.08	0.28 / 0.14	8.68	3.45 / 2.64	8.29 / 4.75
26	0.23	0.09 / 0.06	0.24 / 0.11	8.64	3.50 / 2.77	8.69 / 4.95
27	0.20	0.25 / 0.09	0.99 / 0.13	5.77	6.29 / 3.75	14.3 / 5.09

**Fig. 9.** HD 49933 power spectrum with M_A^1 model (identification A without $l = 2$ modes) superimposed. The superimposed dashed line is the best fit according to the median value of the parameters.

6. Conclusions and perspectives

We have presented a Bayesian analysis using an MCMC technique to infer mode parameters of solar-like oscillators, and applied it to the case of HD 49933. A global fitting strategy was adopted, taking into account the mode visibility dependence upon stellar inclination and the rotational mode splitting. The approach used here allows a global perspective of the fitted parameters thanks to the sampling of the probability density functions of these parameters and to the full implementation of our a priori physical knowledge of the object as a solar-type star.

The simulations show that this approach provides reliable parameter estimations with a high robustness at low signal-to-noise ratio. Indeed, the systematic exploration of parameter space allows the method to avoid the local maxima encountered in MLE or MAP and permits us to obtain global information about the pdf of the parameters for the spectrum model tested. One of the greatest difficulties encountered is the identification of the observed peaks in the Fourier spectrum with modes of

given degree l . The pdf sampling using parallel tempering gives the most probable model thanks to the global likelihood calculation. As explained in Sect. 5, the estimated probability for each possible mode identification is more ambiguous than was shown by Appourchaux et al. (2008). In a statistical view, the best model is the mode identification A with only the $l = 0$ and $l = 1$ modes (M_A^1 , cf. Table 5). Gruberbauer et al. (2009) also favor a model with these modes, but using a more heuristic approach, without taking into account the effects of rotation on the spectrum (and thus the effect of a star's inclination angle on the mode components relative heights). However, the two models with modes of degree up to 2 (M_B^2 and M_A^2) have comparable probabilities. The identification B, with only $l = 0$ and $l = 1$ modes (M_B^1), is highly improbable. The low probability differences between the 3 most probable models prevents any definitive conclusion on the mode identification. The model M_A^1 is respectively only 2.7 and 4.5 times more probable than M_B^2 and M_A^2 . We consider these factors not large enough to reject these

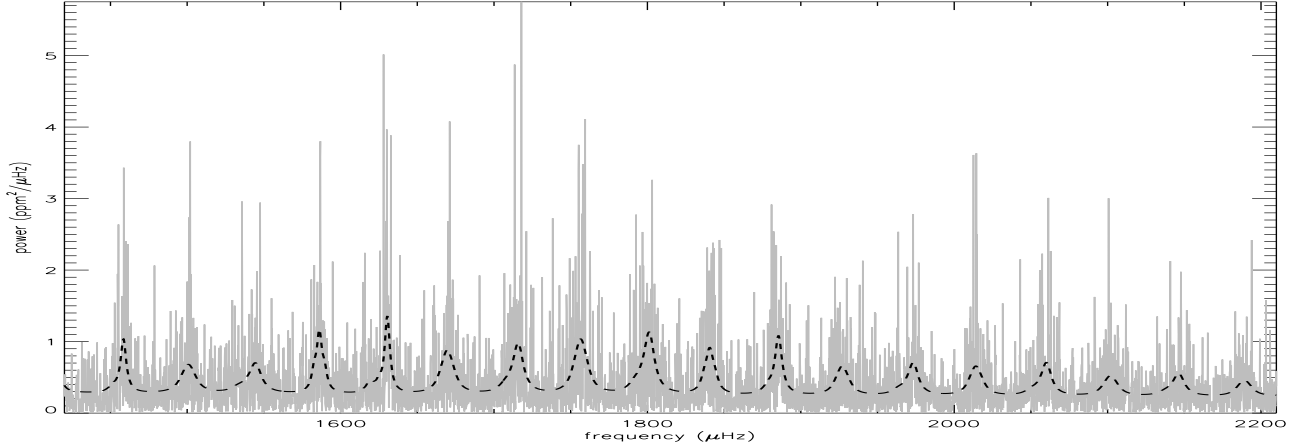


Fig. 10. HD 49933 power spectrum and echelle diagram for M_B^2 model (identification B with $l = 2$ modes). The superimposed dashed line is the best fit according to the median value of the parameters.

Table 8. Energy posterior estimates for HD 49933. n is given for the $l = 0$ modes.

n	Model M_A^1 (ppm)		
	median	$1\sigma_+/1\sigma_-$	$2\sigma_+/2\sigma_-$
13	3.36	0.49 / 0.48	0.96 / 0.92
14	2.45	0.37 / 0.37	0.76 / 0.77
15	2.94	0.31 / 0.30	0.64 / 0.59
16	3.20	0.39 / 0.40	0.76 / 0.81
17	3.88	0.31 / 0.30	0.63 / 0.60
18	4.08	0.31 / 0.31	0.62 / 0.62
19	4.76	0.29 / 0.29	0.60 / 0.59
20	3.78	0.29 / 0.27	0.59 / 0.53
21	3.40	0.28 / 0.28	0.57 / 0.56
22	3.40	0.28 / 0.27	0.57 / 0.54
23	3.00	0.28 / 0.28	0.57 / 0.56
24	2.69	0.28 / 0.28	0.56 / 0.58
25	2.84	0.28 / 0.29	0.57 / 0.59
26	2.49	0.28 / 0.28	0.56 / 0.58
27	1.91	0.34 / 0.33	0.68 / 0.67

Table 9. Global parameter posterior estimates for HD 49933. i represents the inclination angle of the star. ν_s is the rotational splitting, $V_{l=1}$ and $V_{l=2}$ the relative height of $l = 1$ and $l = 2$ modes, respectively. $\Delta\nu$ represent the large separation.

Model	M_A^1	M_B^1	
	Probability	62.8%	0.2%
i ($^\circ$)	median	52	23
	$1\sigma_+/1\sigma_-$	8 / 8	17 / 15
	$2\sigma_+/2\sigma_-$	20 / 18	36 / 22
ν_s (μHz)	median	3.20	3.34
	$1\sigma_+/1\sigma_-$	0.28 / 0.26	0.34 / 0.35
	$2\sigma_+/2\sigma_-$	0.59 / 0.54	0.69 / 0.69
$V_{l=1}$	median	1.00	0.93
	$1\sigma_+/1\sigma_-$	0.09 / 0.09	0.08 / 0.09
	$2\sigma_+/2\sigma$	0.20 / 0.17	0.19 / 0.15
$\Delta\nu$ (μHz)	median	86.04	86.04
	$1\sigma_+/1\sigma_-$	0.13 / 0.14	0.14 / 0.16
	$2\sigma_+/2\sigma_-$	0.28 / 0.33	0.28 / 0.33
Model	M_A^2	M_B^2	
	Probability	14%	23%
i ($^\circ$)	median	50	28
	$1\sigma_+/1\sigma_-$	8 / 7	19 / 17
	$2\sigma_+/2\sigma_-$	15 / 21	39 / 27
ν_s (μHz)	median	3.17	3.37
	$1\sigma_+/1\sigma_-$	0.27 / 0.25	0.32 / 0.35
	$2\sigma_+/2\sigma_-$	0.57 / 0.52	0.68 / 0.70
$V_{l=1}$	median	1.11	1.22
	$1\sigma_+/1\sigma_-$	0.16 / 0.11	0.22 / 0.16
	$2\sigma_+/2\sigma$	0.36 / 0.21	0.52 / 0.28
$V_{l=2}$	median	0.13	0.35
	$1\sigma_+/1\sigma_-$	0.14 / 0.09	0.21 / 0.15
	$2\sigma_+/2\sigma_-$	0.34 / 0.13	0.50 / 0.27
$\Delta\nu$ (μHz)	median	86.05	86.00
	$1\sigma_+/1\sigma_-$	0.13 / 0.15	0.16 / 0.19
	$2\sigma_+/2\sigma_-$	0.30 / 0.42	0.32 / 0.42

i represents the inclination angle of the star. ν_s is the rotational splitting, $V_{l=1}$ and $V_{l=2}$ the relative height of $l = 1$ and $l = 2$ modes, respectively. $\Delta\nu$ represent the large separation.

1 models including $l = 2$ modes. The model M_B^1 being 110 times
2 less probable than M_A^1 , it can be definitely rejected. We have to
3 emphasize that even if statistically speaking the most probable
4 model does not include $l = 2$ modes, it is unlikely in a physical
5 view to not have $l = 2$ modes excited (while $l = 1$ are) for a solar
6 like star in the main sequence. It would have been possible to
7 take this hypothesis into account in the priors, but here, we have
8 preferred to consider all the models as equally probable.

9 For example, these probabilities result from no informative a
10 priori on the star inclination angle and on the relative heights of
11 the modes. However, one should note that identification B leads
12 to a star inclination angle coherent with independent determina-
13 tions of this angle (see Sect. 5) and also to relative heights more
14 compatible with the expected values from solar observations. We
15 have to stress that if we had applied an informative prior on the
16 angle and/or on the relative heights, then it is possible that the
17 model M_B^2 would have overruled the model M_A^1 . Moreover we
18 remind the reader that the estimated error on the determination
19 of the probability is of 10%–20%.

The present analysis could certainly be extended, for exam- 20
by quantitatively evaluating the impact of the background 21

1 model choice on the identification. The probabilistic Bayesian
2 approach used here could be used to evaluate the relevance of
3 the background description.

4 However, we think that, at the present stage, MCMC sam-
5 pling is mainly useful in low signal-to-noise conditions to bring
6 more information than classical approaches like MLE or MAP
7 techniques do.

8 *Acknowledgements.* O.B. thanks Marie-Jo Goupil and Marc-Antoine Dupret for
9 discussions about stellar theoretical modeling, and Reza Samadi for helpful dis-
10 cussions. Many thanks from all of us to John Leibacher for very instructive com-
11 ments and Lucinda Croft for her help.

12 Appendix A: Technical aspects

13 A.1. Basic algorithm description

14 The Metropolis-Hasting (MH) algorithm (Metropolis et al.
15 1953; Hastings 1970) is the most commonly used MCMC al-
16 gorithm because of its ease of implementation. We have already
17 described the main advantages of the MCMC algorithm for the
18 sampling of the space of the fitted parameters. Here we ad-
19 dress its inherent difficulties and the solutions to manage these
20 difficulties.

21 Considering $\pi(\theta)$, the distribution we want to sample (also
22 called “distribution of interest”), we define a probability transi-
23 tion function $\alpha(\theta_{i+1}, \theta_i)$ from an initial parameter set θ_i to a new
24 proposed set θ_{i+1} , in order to sample the space of parameters

$$25 \alpha(\theta_{i+1}, \theta_i) = \min \left\{ 1, \frac{\pi(\theta_{i+1})q(\theta_{i+1}|\theta_i)}{\pi(\theta_i)q(\theta_i|\theta_{i+1})} \right\} \quad (\text{A.1})$$

26 where $q(\theta_i|\theta_{i+1})$ is the proposal transition pdf. Hence, it is re-
27 lated to the step size of the transition. A symmetrical proposal
28 pdf implies that $\frac{q(\theta_{i+1}|\theta_i)}{q(\theta_i|\theta_{i+1})}$ reduces to 1. Usually q is chosen to be
29 a Gaussian. The quantity α is compared to a uniform random
30 variable $u \in [0, 1]$. If the ratio $\frac{\pi(\theta_{i+1})q(\theta_{i+1}|\theta_i)}{\pi(\theta_i)q(\theta_i|\theta_{i+1})}$
31 is greater than 1, the transition from θ_i to θ_{i+1} is always accepted. Otherwise, the
32 transition is accepted or not depending on the value of the ratio
33 which is compared to a threshold value.

34 A.2. Gaussian proposal covariance matrix adjustment

35 In the present analysis, we used a Gaussian proposal distribu-
36 tion $q(\theta)$: the trial set of parameter θ is created by the scheme
37 $\theta_{i+1} \sim \theta_i + \mathcal{N}(0, \Sigma)$. Then, an important task for a correct sam-
38 pling consists of adjusting the covariance matrix Σ^{-1} of this mul-
39 tidimensional Gaussian function (if all parameters were independ-
40 ent, only the diagonal terms would be non-zero). Indeed, the
41 acceptance rate depends directly on Σ^{-1} . If $\alpha(\theta_{i+1}, \theta_i)$ is too low
42 then few samples are accepted and the typical computing time
43 to sample the distribution of interest will be large. Conversely,
44 a high $\alpha(\theta_{i+1}, \theta_i)$ introduces a high correlation between two suc-
45 cessive samples and the sampling process can be easily trapped
46 in local maxima of the distribution of interest. Roberts et al.
47 (1997) empirically show for high dimensional models that the
48 best sampling is obtained for an acceptance rate of around 25%.
49 Many authors recommend a rate between 20% and 50%.

50 The manual adjustment of such a matrix is easy if we deal
51 with a few parameters but becomes difficult to manage in high
52 dimensional cases. A way to automate the matrix determination
53 process is to use Adaptive MCMC. Adaptive MCMC runs a sec-
54 ond process, in parallel to the sampling process, that adapts the
55 covariance matrix continuously. Many Adaptive MCMCs have
56 been proposed. The one used in this paper was inspired by the

work of Atchadé (2006). It uses a Robbins-Monro type algo- 57
rithm, widely used to calculate numerical solutions of differen- 58
tial equations (Robbins & Monro 1951). 59

Initially, Σ^{-1} is defined as diagonal with coefficient $a_{i,j} =$ 60
 $\delta_{i,j}/\sigma_{i,j}^2$ where $\delta_{i,j}$ the Kronecker symbol and $\sigma_{i,j}^2$ the initial vari- 61
ance for the i th element of the θ parameter vector. The initial 62
parameter values are set at the center of the prior range and σ at 63
10% of their values. During the acceptance-rate adapting phase 64
(or learning phase), even the non-diagonal terms are adjusted, 65
taking into account a hypothetical correlation between param- 66
eters to enhance the sampling. Despite its name, an Adaptive 67
MCMC is not a Markovian process as the $i + 1$ state depends 68
not only on the previous one i , but also on all previous states 69
 $i - 1, i - 2, \dots$. There is no guarantee that the sampling will be 70
done according to the distribution of interest. To avoid this prob- 71
lem, we simply stop the learning process when the acceptance 72
rate is reasonable, i.e. is within 20% of the optimal acceptance 73
rate. 74

A.3. Parallel tempering 75

The MH algorithm can encounter difficulties for multimodal dis- 76
tributions, in particular if the maxima are far from one other. In 77
order to efficiently sample the entire parameter space, a solu- 78
tion was proposed by Jennison (1993). It consists of the launch- 79
ing of multiple parallel MCMC processes. Each process has a 80
different distribution according to a power law $\pi_k(\theta|y, M_j, I) \propto$ 81
 $\pi(y|\theta, M_j, I)^{1/T_k}$ where T_k is called the temperature of the chain 82
 k . The higher the temperature, the flatter is the distribution. In a 83
flat distribution, the potential barrier between distant maxima is 84
lowered and the transitions in the parameter space are easier. 85

At each iteration i , a random mix is made among neighboring 86
chains: two chains k and $k + 1$ are mixed with the probability 87

$$88 \alpha(\theta_{(i)}^k, \theta_{(i)}^{k+1}) = \min \left\{ 1, \frac{\pi_k(\theta_{(i)}^{k+1}|y, M_j, I)\pi_{k+1}(\theta_{(i)}^k|y, M_j, I)}{\pi_k(\theta_{(i)}^k|y, M_j, I)\pi_{k+1}(\theta_{(i)}^{k+1}|y, M_j, I)} \right\}. \quad (\text{A.2})$$

The temperatures follow a geometric law: $T_k = \lambda^{k-1}$, where λ is 89
a scale factor. k is an integer such as $1 \leq k \leq C$, C being the 90
number of parallel chains. During our MCMC simulations, we 91
decided to use 12 parallel chains and a transition rate adjusted 92
around 50%. 93

Thanks to this numerical method, MCMC simulations can be 94
used to evaluate the odds ratio (Eq. (9)) through the calculation 95
of Eq. (11). As shown by Gregory (2005b), 96

$$97 \ln[P(y|M_j, I)] = \int_0^1 \langle \ln[\pi(y|M_j, \theta, I)] \rangle_\beta d\beta \quad (\text{A.3})$$

where $\beta = \frac{1}{T}$. With a discrete set of temperatures β_k , we 98
have $\langle \ln[\pi(y|M_j, \theta, I)] \rangle_\beta = \frac{1}{N} \sum \ln[\pi(D|M_j, \theta_\beta, I)]$, the mean con- 99
ditional likelihood. 100

When $T_k \rightarrow \infty$, the likelihood distribution is flat and 101
the target distribution $\pi_k(\theta|y, M_j, I)$ is dominated by the priors. 102
Conversely, $T_k = 1$ corresponds to the distribution of interest. 103

To summarize, we proceed as follows: for each chain at 104
temperature $T_k = \frac{1}{\beta_k}$, we calculate the mean value of the 105
conditional likelihood and then we evaluate the log probabil- 106
ity $\ln[P(y|M_j, I)]$ by generating and integrating an interpolated 107
function of $\langle \ln[P(y|M_j, \theta, I)] \rangle_\beta$. 108

1 A.4. Possible improvements

2 From a technical point of view, improvements can be made. The
 3 probability calculation is a crucial aspect which has only been
 4 sketched. Indeed we use a random walk algorithm and the prob-
 5 ability is subject to fluctuations as a function of the number of
 6 samples, the number of parallel chains and of their distribution
 7 (depending on the chosen temperature set). It is necessary to in-
 8 vestigate these three points to make sure of the robustness of the
 9 probability calculation.

10 Concerning the execution speed, the Bayesian analysis cou-
 11 pled with a MCMC sampling for large data sets and a large
 12 number of parameters is costly in terms of computation time.
 13 In the present analysis of HD 49933, the computation time is of
 14 the order of a week per model (on a personal computer). This
 15 heavy computation limits the degree of complexity possible of
 16 the models investigated to describe the observed spectrum.

17 References

18 Aigrain, S., Favata, F., & Gilmore, G. 2004, *A&A*, 414, 1139
 19 Anderson, E. R., Duvall, T. L., & Jefferies, S. M. 1990, *ApJ*, 364, 699
 20 Appourchaux, T., Gizon, L., & Rabello-Soares, M.-C. 1998, *A&AS*, 132, 107
 21 Appourchaux, T., Michel, E., Auvergne, M., et al. 2008, *A&A*, 488, 705
 22 Atchadé, Y. F. 2006, *Meth. Comp. In Applied Probab.*, 8, 235

Benomar, O. 2008, *CoAst*, Issue 157 23
 Brewer, B. J., Bedding, T. R., Kjeldsen, H., & Stello, D. 2007, *ApJ*, 654, 551 24
 Carrier, F., Kjeldsen, H., Bedding, T. R., et al. 2007, *A&A*, 470, 1059 25
 Duvall, T., & Harvey, J. 1986, *NATO ASI Series C: Mathematical and Phys. Sci.*, 26
 169, 105 27
 Gizon, L., & Solanki, S. K. 2003, *ApJ*, 589, 1009 28
 Gregory, P. C. 2005a, *ApJ*, 631, 1198 29
 Gregory, P. C. 2005b, *Bayesian Logical Data Analysis for the Physical Sciences: A Comparative Approach with Mathematica Support* (Cambridge University Press) 30
 Gruberbauer, M., Kallinger, T., & Weiss, W. W. 2009 [[arXiv:0811.3345v2](https://arxiv.org/abs/0811.3345v2)] 33
 Harvey, J. 1985, *ESA SP*, 235, 199 34
 Hastings, W. 1970, *Biometrika*, 57, 97 35
 Jeffrey, A. 1961, Cambridge University Press 36
 Jennison, C. 1993, *J. Roy. Statist. Soc. Series B*, 55, 54 37
 Metropolis, N., Rosenbluth, A., & Rosenbluth, M. 1953, *J. Chem. Phys.*, 21, 188 38
 Mosser, B., Bouchy, F., Catala, C., et al. 2005, *A&A*, 431, L13 39
 Parkinson, D., Mukherjee, P., & Liddle, A. R. 2006, *Phys. Rev. D*, 73, 123523 40
 Robbins, H., & Monro, S. 1951, *Ann. Math. Stat.*, 22, 400 41
 Roberts, G. O., Gelman, A., & Gilks, W. R. 1997, *Ann. Appl. Probab.*, 7, 110 42
 Solano, E., Catala, C., Garrido, R., et al. 2005, *AJ*, 129, 547 43
 Thévenin, F., Bigot, L., Kervella, P., et al. 2006, *Mem. Soc. Astron. Ital.*, 77, 411 44
 Toutain, T., & Fröhlich, C. 1992, *A&A*, 257, 287 45
 Toutain, T., & Gouttebroze, P. 1993, *A&A*, 268, 309 46

Table 10. HD 49933 frequencies and height-to-noise posterior estimates for $l = 0$ and $l = 1$ modes for the M_A^2 model. n is given supposing $\epsilon \in [1, 2]$. H/N represents the height-to-noise ratio in the power spectrum.

		Model M_A^2			H/N
l	n	ν (μHz)	$1\sigma_+1\sigma_-$	$2\sigma_+2\sigma_-$	
0	13	1244.72	1.67 / 1.10	6.11 / 2.48	1.2
0	14	1329.44	1.69 / 1.17	4.72 / 2.45	1.2
0	15	1415.60	0.48 / 0.52	0.99 / 1.18	4.5
0	16	1501.35	0.81 / 0.93	2.08 / 2.25	1.5
0	17	1586.45	0.58 / 0.64	1.19 / 1.34	3.9
0	18	1670.44	0.74 / 0.80	1.56 / 1.89	3.1
0	19	1756.86	0.83 / 0.81	1.70 / 1.67	3.1
0	20	1840.81	0.85 / 0.84	1.78 / 1.70	3.5
0	21	1927.79	1.62 / 1.55	3.56 / 3.11	1.6
0	22	2013.98	1.10 / 0.98	2.51 / 1.96	1.9
0	23	2102.24	1.82 / 1.70	3.84 / 3.42	1.2
0	24	2190.11	2.41 / 2.52	4.27 / 4.74	1.1
0	25	2279.07	1.12 / 1.28	2.21 / 3.26	1.3
0	26	2362.58	2.32 / 2.50	4.90 / 4.77	1.0
0	27	2449.03	1.53 / 1.53	5.92 / 6.26	0.9
1	13	1289.98	1.95 / 1.83	3.93 / 3.62	1.2
1	14	1371.81	1.41 / 1.93	3.55 / 4.13	1.2
1	15	1458.21	0.35 / 0.41	0.79 / 1.28	4.6
1	16	1543.60	1.61 / 2.31	3.30 / 4.80	1.5
1	17	1629.99	0.81 / 0.68	1.93 / 1.46	4.0
1	18	1714.68	0.92 / 0.78	1.98 / 1.55	1.3
1	19	1800.23	1.07 / 1.11	2.13 / 2.20	3.2
1	20	1884.83	0.76 / 0.79	1.54 / 1.60	3.5
1	21	1972.25	1.24 / 1.40	2.51 / 2.97	1.6
1	22	2059.00	1.27 / 1.14	2.71 / 2.47	2.0
1	23	2145.23	1.58 / 1.58	3.37 / 3.28	1.2
1	24	2233.67	1.93 / 1.75	3.96 / 3.50	1.1
1	25	2321.18	2.69 / 2.59	4.85 / 6.07	1.3
1	26	2403.37	1.65 / 1.94	3.34 / 4.53	1.0
1	27	2495.11	2.29 / 1.56	4.75 / 5.29	0.9
2	12	1239.76	2.97 / 3.30	7.24 / 6.79	1.2
2	13	1324.27	3.78 / 3.19	7.15 / 6.97	1.2
2	14	1410.08	1.85 / 3.05	4.00 / 6.80	4.5
2	15	1495.54	2.79 / 2.90	5.49 / 6.30	1.5
2	16	1580.57	3.10 / 2.37	6.02 / 5.29	3.9
2	17	1664.64	2.26 / 2.60	4.82 / 6.09	3.1
2	18	1750.98	2.81 / 2.86	5.72 / 5.93	3.1
2	19	1835.69	3.27 / 3.09	5.82 / 6.18	3.5
2	20	1922.27	2.96 / 3.18	5.92 / 6.31	1.6
2	21	2009.07	3.21 / 3.26	6.05 / 6.42	1.9
2	22	2096.06	3.28 / 3.28	6.40 / 6.79	1.2
2	23	2184.48	3.35 / 3.79	6.44 / 7.64	1.1
2	24	2272.75	3.02 / 2.97	5.89 / 6.16	1.3
2	25	2356.77	3.55 / 3.70	6.67 / 7.14	1.0
2	26	2442.83	3.41 / 3.65	7.84 / 7.99	0.9

Table 11. Height and width posterior estimates for HD 49933 for the model M_A^2 . n is given for the $l = 0$ modes.

n	Model M_A^2					
	Height (ppm ² /μHz)			Linewidth (μHz)		
	<i>median</i>	$1\sigma_+/1\sigma_-$	$2\sigma_+/2\sigma_-$	<i>median</i>	$1\sigma_+/1\sigma_-$	$2\sigma_+/2\sigma_-$
13	0.43	0.25 / 0.14	0.91 / 0.23	7.45	5.28 / 3.60	12.4 / 5.82
14	0.40	0.25 / 0.16	0.76 / 0.25	4.28	2.87 / 1.96	7.32 / 3.20
15	1.44	0.77 / 0.51	1.84 / 0.86	1.73	0.88 / 0.55	2.51 / 0.92
16	0.46	0.27 / 0.15	0.75 / 0.24	6.23	3.67 / 2.94	7.63 / 4.59
17	1.15	0.46 / 0.30	1.27 / 0.51	3.58	1.27 / 1.03	2.81 / 1.82
18	0.88	0.34 / 0.23	0.99 / 0.39	5.24	1.87 / 1.50	4.18 / 2.89
19	0.85	0.22 / 0.18	0.54 / 0.32	7.48	1.62 / 1.39	3.59 / 2.59
20	0.92	0.31 / 0.22	0.74 / 0.40	4.34	1.19 / 1.00	2.68 / 1.78
21	0.41	0.14 / 0.10	0.37 / 0.18	7.86	2.63 / 2.18	5.88 / 4.07
22	0.48	0.18 / 0.12	0.47 / 0.21	6.70	2.17 / 1.84	4.53 / 3.38
23	0.30	0.11 / 0.08	0.28 / 0.14	8.38	3.08 / 2.33	7.36 / 4.15
24	0.25	0.10 / 0.07	0.30 / 0.13	8.26	3.26 / 2.63	8.27 / 4.96
25	0.29	0.12 / 0.08	0.31 / 0.14	7.69	3.37 / 2.51	7.68 / 4.36
26	0.22	0.10 / 0.07	0.26 / 0.11	7.87	3.64 / 2.67	8.98 / 4.71
27	0.20	0.30 / 0.10	1.03 / 0.14	5.08	6.99 / 3.49	15.4 / 4.49

Table 12. Energy posterior estimates for HD 49933, model M_A^2 . n is given for the $l = 0$ modes.

n	Model M_A^2 (ppm)		
	<i>median</i>	$1\sigma_+/1\sigma_-$	$2\sigma_+/2\sigma_-$
13	3.16	0.51 / 0.48	1.01 / 0.94
14	2.29	0.39 / 0.36	0.79 / 0.73
15	2.83	0.30 / 0.30	0.63 / 0.59
16	2.98	0.40 / 0.41	0.79 / 0.80
17	3.63	0.34 / 0.34	0.68 / 0.69
18	3.83	0.33 / 0.33	0.67 / 0.66
19	4.48	0.34 / 0.34	0.68 / 0.68
20	3.55	0.31 / 0.30	0.63 / 0.62
21	3.18	0.31 / 0.31	0.62 / 0.63
22	3.18	0.30 / 0.30	0.62 / 0.58
23	2.81	0.29 / 0.29	0.59 / 0.59
24	2.53	0.30 / 0.30	0.61 / 0.60
25	2.65	0.30 / 0.29	0.60 / 0.59
26	2.32	0.28 / 0.28	0.57 / 0.56
27	1.79	0.34 / 0.32	0.69 / 0.62

Table 13. HD 49933 frequencies and height-to-noise posterior estimates for the $l = 0$ and $l = 1$ modes for the M_B^2 model. n is given supposing $\epsilon \in [1, 2]$. H/N represents the height-to-noise ratio in the power spectrum.

		Model M_B^2			H/N
l	n	ν (μHz)	$1\sigma_+ 1\sigma_-$	$2\sigma_+ 2\sigma_-$	
0	14	1290.80	3.24 / 2.16	7.15 / 3.91	1.0
0	15	1372.58	1.51 / 1.47	3.57 / 3.45	1.1
0	16	1458.79	1.38 / 1.36	2.55 / 2.75	2.2
0	17	1544.88	1.05 / 1.30	2.31 / 3.47	1.6
0	18	1630.50	0.65 / 0.56	1.45 / 1.15	3.6
0	19	1716.18	1.20 / 1.24	2.29 / 2.45	2.3
0	20	1801.47	1.21 / 1.21	2.57 / 2.44	2.8
0	21	1885.77	1.22 / 1.27	2.45 / 2.54	2.8
0	22	1973.48	1.02 / 1.10	2.12 / 2.49	1.6
0	23	2060.70	1.56 / 1.80	3.14 / 3.60	1.7
0	24	2146.62	1.50 / 1.69	3.25 / 3.78	1.1
0	25	2235.01	2.19 / 2.15	4.80 / 4.23	0.9
0	26	2323.73	1.24 / 1.67	2.91 / 5.99	1.3
0	27	2404.01	1.93 / 1.66	4.09 / 3.49	0.9
0	28	2495.64	2.18 / 1.90	6.03 / 4.64	0.6
1	13	1244.80	2.07 / 1.45	5.13 / 3.15	1.0
1	14	1329.85	1.67 / 1.26	3.93 / 2.70	1.1
1	15	1414.50	1.08 / 1.91	1.77 / 3.21	2.2
1	16	1501.10	0.85 / 1.27	1.94 / 3.01	1.5
1	17	1586.21	0.64 / 0.82	1.27 / 1.99	3.6
1	18	1669.78	0.99 / 1.13	2.02 / 2.49	2.3
1	19	1756.56	0.83 / 0.86	1.65 / 1.75	2.8
1	20	1840.55	0.90 / 0.90	1.86 / 1.80	2.7
1	21	1927.03	1.50 / 1.38	3.22 / 2.81	1.6
1	22	2013.93	1.08 / 1.02	2.37 / 2.15	1.7
1	23	2101.90	1.70 / 1.67	3.49 / 3.62	1.1
1	24	2188.94	2.02 / 1.94	4.16 / 3.95	0.9
1	25	2278.68	1.03 / 1.32	2.05 / 3.01	1.3
1	26	2361.64	2.14 / 2.10	4.27 / 4.16	0.9
1	27	2448.68	2.10 / 2.92	5.46 / 8.68	0.6
2	13	1285.90	3.02 / 3.67	5.74 / 7.93	1.0
2	14	1366.09	3.39 / 3.39	6.52 / 6.67	1.1
2	15	1455.00	1.85 / 2.07	3.96 / 5.34	2.2
2	16	1535.80	3.10 / 2.42	6.74 / 4.70	1.6
2	17	1623.08	5.40 / 4.36	7.48 / 7.43	3.6
2	18	1711.13	2.07 / 2.37	4.39 / 5.32	2.3
2	19	1795.72	2.39 / 2.53	4.92 / 5.20	2.8
2	20	1881.69	2.16 / 2.26	4.18 / 5.89	2.8
2	21	1966.80	2.83 / 2.83	5.70 / 5.65	1.6
2	22	2054.33	2.60 / 3.23	5.15 / 6.55	1.7
2	23	2140.78	2.71 / 3.00	5.61 / 6.10	1.1
2	24	2229.80	2.82 / 2.94	5.77 / 6.47	0.9
2	25	2316.08	3.20 / 2.92	6.47 / 6.58	1.3
2	26	2397.87	3.48 / 3.61	6.77 / 7.23	0.9
2	27	2490.08	3.54 / 4.06	6.88 / 7.99	0.6

Table 14. Height and width posterior estimates for HD 49933 for the model M_B^2 . n is given for the $l = 0$ modes.

n	Model M_B^2					
	Height ($\text{ppm}^2/\mu\text{Hz}$)			Linewidth (μHz)		
	<i>median</i>	$1\sigma_+/1\sigma_-$	$2\sigma_+/2\sigma_-$	<i>median</i>	$1\sigma_+/1\sigma_-$	$2\sigma_+/2\sigma_-$
14	0.32	0.14 / 0.09	0.71 / 0.15	10.9	5.15 / 5.01	10.4 / 8.74
15	0.36	0.20 / 0.13	0.58 / 0.22	4.89	2.94 / 2.01	7.49 / 3.33
16	0.67	0.32 / 0.20	0.93 / 0.33	3.59	1.48 / 1.28	3.10 / 2.26
17	0.46	0.24 / 0.15	0.73 / 0.25	5.81	4.24 / 2.38	9.43 / 3.91
18	1.02	0.41 / 0.27	1.11 / 0.48	3.74	1.08 / 0.95	2.53 / 1.74
19	0.63	0.19 / 0.14	0.48 / 0.25	6.96	1.96 / 1.76	4.26 / 3.39
20	0.74	0.22 / 0.16	0.50 / 0.30	7.54	1.68 / 1.46	3.67 / 2.74
21	0.71	0.22 / 0.16	0.59 / 0.29	5.08	1.36 / 1.18	2.77 / 2.26
22	0.40	0.15 / 0.11	0.38 / 0.19	7.20	2.52 / 2.03	5.97 / 3.65
23	0.41	0.15 / 0.10	0.39 / 0.18	7.18	2.33 / 1.91	5.59 / 3.54
24	0.26	0.10 / 0.07	0.26 / 0.12	8.58	3.17 / 2.47	7.11 / 4.73
25	0.21	0.08 / 0.06	0.21 / 0.10	8.85	3.10 / 2.56	7.23 / 4.72
26	0.30	0.16 / 0.10	0.47 / 0.16	6.24	3.37 / 2.43	7.90 / 4.02
27	0.20	0.09 / 0.06	0.24 / 0.10	7.84	3.25 / 2.51	7.59 / 4.49
28	0.13	0.10 / 0.05	0.29 / 0.08	7.67	6.24 / 3.90	14.0 / 6.04

Table 15. Energy posterior estimates for HD 49933, model M_B^2 . n is given for the $l = 0$ modes.

n	Model M_B^2 (ppm)		
	<i>median</i>	$1\sigma_+/1\sigma_-$	$2\sigma_+/2\sigma_-$
14	3.25	0.57 / 0.55	1.15 / 1.08
15	2.34	0.41 / 0.39	0.83 / 0.78
16	2.75	0.35 / 0.36	0.71 / 0.69
17	2.94	0.43 / 0.40	0.89 / 0.79
18	3.49	0.35 / 0.37	0.73 / 0.74
19	3.71	0.37 / 0.40	0.75 / 0.79
20	4.22	0.37 / 0.39	0.74 / 0.77
21	3.37	0.33 / 0.34	0.65 / 0.66
22	3.00	0.32 / 0.31	0.65 / 0.62
23	3.06	0.32 / 0.33	0.65 / 0.66
24	2.65	0.31 / 0.30	0.62 / 0.61
25	2.41	0.29 / 0.30	0.59 / 0.59
26	2.43	0.31 / 0.30	0.62 / 0.58
27	2.19	0.29 / 0.27	0.58 / 0.54
28	1.75	0.32 / 0.31	0.65 / 0.63

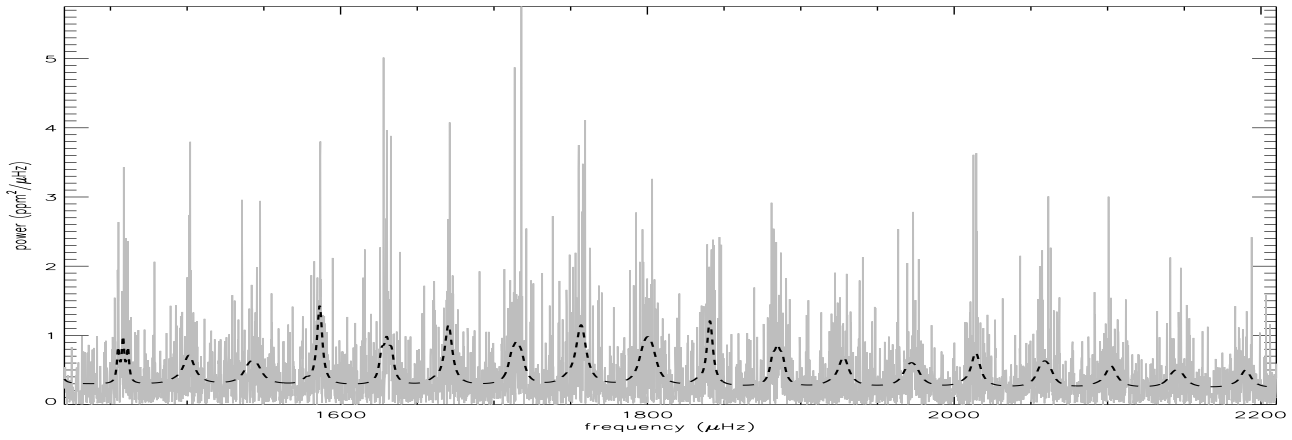


Fig. 11. HD 49933 power spectrum and echelle diagram for M_A^2 model (identification A with $l = 2$ modes). The superimposed dashed line is the best fit according to the median value of the parameters.

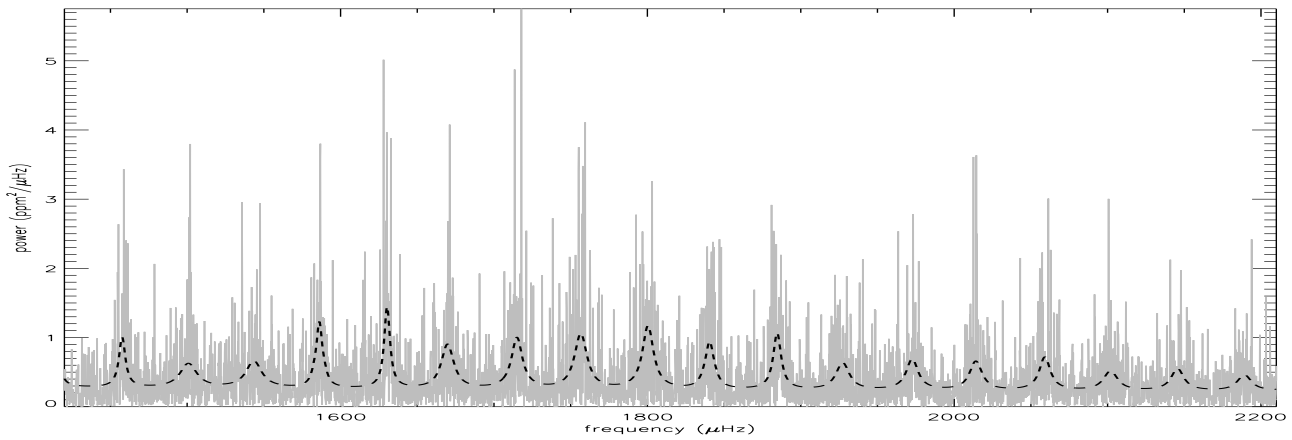


Fig. 12. HD 49933 power spectrum and echelle diagram for M_B^1 model (identification B without $l = 2$ modes). The superimposed dashed line is the best fit according to the median value of the parameters.

4.2 Les géantes rouges

Le cas des géantes rouges est des plus intéressant si l'on se réfère aux prévisions théoriques quant aux amplitudes des oscillations excitées stochastiquement. En effet (voir Sect. 2.1.3), ces amplitudes prévues varient en $(L/M)^\alpha$ (où α est un paramètre variant de 0.7 à 1.5 selon les auteurs et les approches). Ces étoiles atteignent la fin de la combustion centrale d'hydrogène pour allumer cet hydrogène dans des couches moins centrales entourant le noyau d'hélium, ou pour certaines assez massives, pour entamer ensuite la combustion de l'hélium central. Elles voient leurs couches externes se gonfler démesurément sous l'effet de ces nouvelles combustions. Atteignant des rayons de plusieurs centaines de rayons solaires, ces géantes rouges deviennent extrêmement lumineuses (plusieurs dizaines, voire centaines, de fois la luminosité du Soleil) alors que leur masse reste constante. Si l'on peut donc s'attendre à de grandes amplitudes, il faut aussi s'attendre à des modes de très basse fréquence en comparaison des modes des étoiles de la séquence principale car ces modes sont des multiples de la fréquence fondamentale qui varie en $\sqrt{GM/R^3}$. C'est leur petite fréquence qui rend ces modes difficilement détectables, en particulier du sol. Même si la première détection de modes p dans une géante rouge fut le fruit d'observations au sol (de Ridder et al. 2006), ce sont des observations spatiales (celles de la mission canadienne MOST) qui ont permis les premières mesures fiables de grande séparation du fait de la qualité du spectre (voir la Fig. 2 de Barban et al. 2007, reproduite dans ces pages, Fig. 4.2). En effet, pour cette étoile (ϵ Ophiuchi), il a été possible d'ajuster aux modes observés dans le spectre de Fourier des profils lorentziens individuels. Une demi douzaine de modes furent ajustés, dans une gamme de fréquence allant d'environ 30 à 60 μHz . Mais, plus important, en supposant que les modes non radiaux ne sont pas visibles (Dziembowski et al. 2001), il a été possible de mesurer la grande séparation dont la valeur ($5.1 \pm 0.1 \mu\text{Hz}$) permet de préciser que l'étoile est en phase de combustion de l'hydrogène en couches et que sa masse est d'environ $2M_\odot$. Un autre résultat intéressant concerne le temps d'amortissement de ces modes, de l'ordre de 2 jours. Or l'amortissement est une caractéristique très débattue pour des modes p des géantes rouges. Certains auteurs (Kallinger et al. 2008) interprétant la structure du profil des modes comme étant la somme de plusieurs modes de faible largeur alors que nous l'interprétons comme la structure d'un mode large ré-excité stochastiquement. Ce qui nous a fait pencher pour l'hypothèse de modes larges est le fait que les spectres obtenus en divisant en deux la série temporelle montrent des pics à des fréquences différentes d'un spectre à l'autre, dans la mesure autorisée par la largeur d'un mode au temps d'amortissement court bien sûr (voir Fig. 5 de Barban et al. 2007, reproduite ici en Fig. 4.3).

Jusqu'au lancement de CoRoT, le nombre de géantes rouges où des oscillations étaient observées se comptait sur les doigts d'une à deux mains, pas plus. Or, dès la première analyse d'un "run" long de la mission CoRoT, ce n'est pas moins de 400 candidats qui ont été sélectionnés comme possible géantes rouges (Hekker et al. 2009; de Ridder et al. 2009, reproduit à la fin de cette Section). L'échantillon sur lequel se basait la sismologie

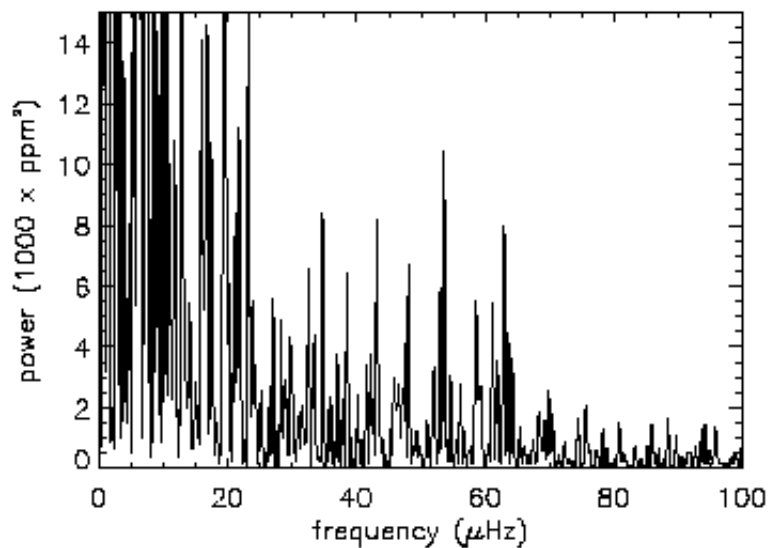


FIGURE 4.2 – Spectre des modes de ϵ Ophiuchi, figure tirée de Barban et al. (2007)

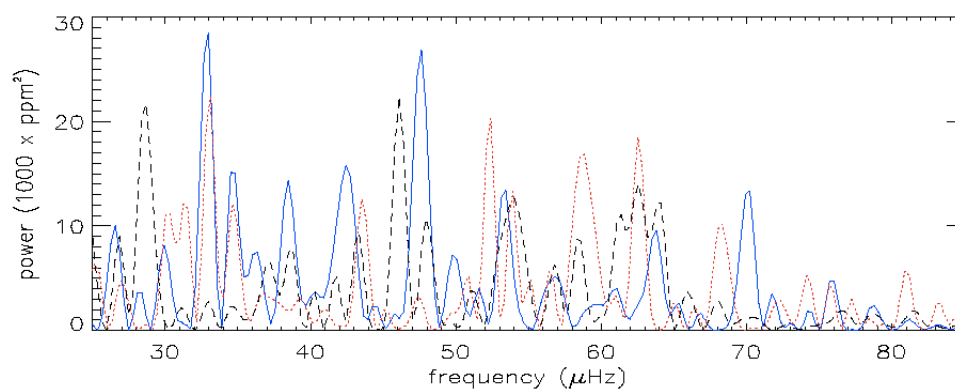


FIGURE 4.3 – Spectre des mêmes modes qu'en Fig. 4.2, figure tirée de Barban et al. (2007). Ici, les spectres sont calculés à partir de sous-séries indépendantes tirées de la série initiale. Le fait que les pics ne réapparaissent pas exactement à la même fréquence nous fait pencher pour une grande largeur de ces modes, excités stochastiquement.

des géantes rouges se trouve donc presque **multiplié par 100** avec l'avènement de CoRoT ! La plupart de ces spectres (plus de 90%) se révèle exploitable et montre un rapport signal sur bruit jamais atteint à ce jour pour des géantes rouges, profitant pleinement des performances exceptionnelles de l'instrument CoRoT, et en particulier de sa stabilité qui permet un niveau de bruit excellent à basse fréquence. Parmi les spectres observés, certains (environ 10%) sont clairement compatibles avec la loi asymptotique qui décrit par exemple les modes p du Soleil (voir la Figure 2 de de Ridder et al. 2009). Cela est déjà un résultat important en soi, car cela montre que des modes non-radiaux (ici $\ell=1$ et 2) sont excités dans les géantes rouges, sujet largement débattu et dont la conclusion, avant CoRoT était que seuls les modes radiaux ($\ell=0$) pouvaient être observés.

Cette richesse de l'échantillon amène à concevoir d'autres moyens d'analyse pour faire face à la quantité. Il est toujours possible de s'attacher à l'analyse de quelques spectres bien choisis, par exemple ceux suivant clairement le régime asymptotique. Mais cela laisse de côté la grande majorité des spectres. Il est donc souhaitable de mettre au point une analyse "massive", par opposition aux analyses détaillées menées sur quelques cas particuliers. Cette analyse massive manque certes de détails, mais elle apporte une information statistique utile, par exemple sur l'amplitude des modes. Mais on peut d'abord s'intéresser aux fréquences des modes p des géantes : comme le montre la distribution de ces fréquences tirée de résultats préliminaires (Fig. 4.4), elles sont très basses : autour de $30\mu\text{Hz}$. C'est l'illustration des capacités de CoRoT mentionnées plus haut. La Fig. 4.5 montre quant à elle les amplitudes des modes en fonction de la fréquence des modes les plus amples du spectre (ν_{max}) : les plus grandes amplitudes sont observées pour les pulsateurs aux plus basses fréquences. Mais il est plus intéressant de représenter ces amplitudes en fonctions du rapport L/M de l'étoile. Pour le faire grossièrement², il faut recourir à une approximation comme la suivante, proposée par Réza Samadi. On rappelle d'abord que la fréquence de coupure ν_c varie comme $g/\sqrt{T_{eff}}$ (voir Section 7.5 de Christensen-Dalsgaard 2003) et on suppose que ν_{max} suit cette même variation. On se sert ensuite de la relation $L/M \propto T_{eff}^4/g$ mentionnée en Section 2.1.3 pour obtenir :

$$\frac{L}{M} \propto \frac{T_{eff}^{7/2}}{\nu_{max}} \quad (4.1)$$

La Figure 4.6 montre comment les amplitudes mesurées se distribuent en fonction de cette grandeur. On aura ici simplement considéré une même température effective pour toutes les étoiles (4500K). Cela laisse d'importantes marges de progression... Cependant, on constate que statistiquement, les amplitudes se distribuent bien le long d'une droite comme attendu selon l'analogie photométrique de la relation $\nu_{max} = (L/M)^s$. Ce résultat préliminaire reste à affiner avec des analyses plus poussées à venir.

2. car les caractéristiques des étoiles ne sont pas connues précisément, cela requiert des observations spectroscopiques en cours

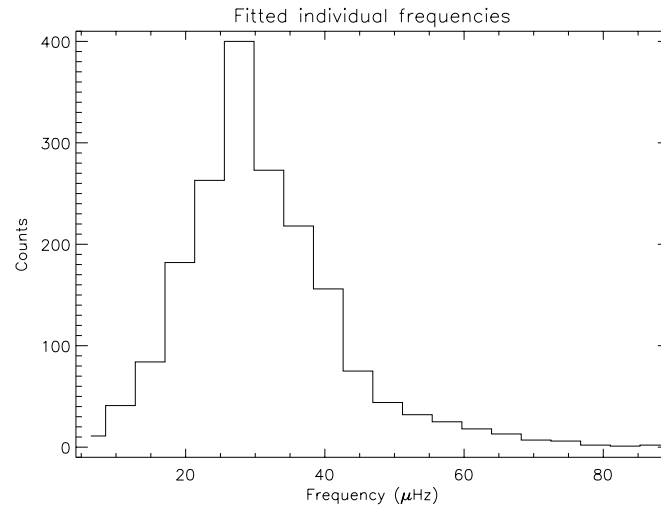


FIGURE 4.4 – Distribution des fréquences des modes p des géantes rouges observées par CoRoT. Il faut remarquer qu’observer à de telles fréquences requiert une stabilité instrumentale et une continuité de données apanage des missions spatiales.

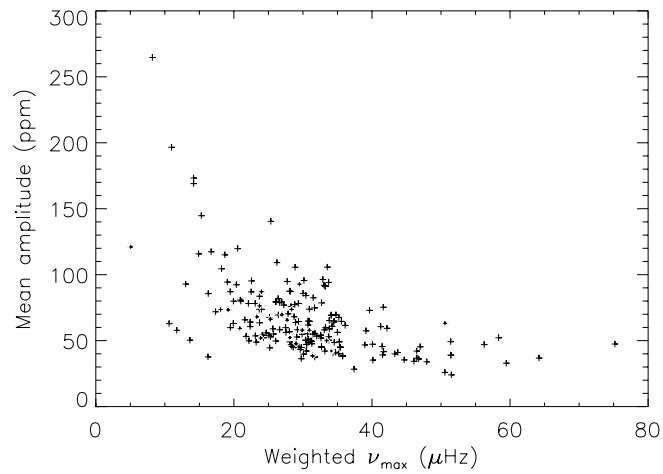


FIGURE 4.5 – Amplitude des modes en fonction de la fréquence du mode le plus ample.

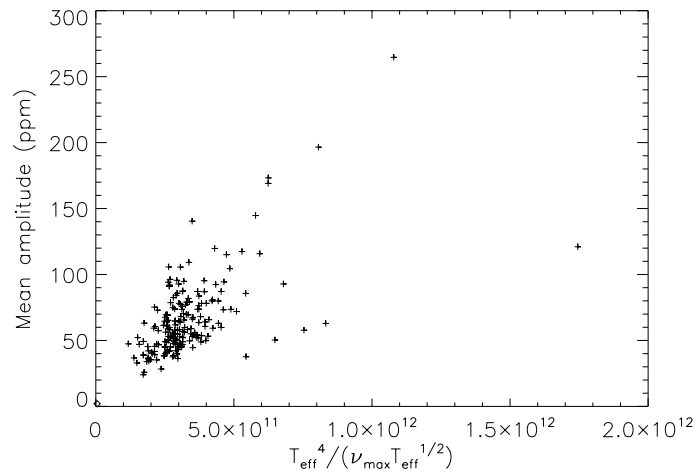


FIGURE 4.6 – Amplitude des modes en fonction d’une grandeur proportionnelle au rapport L/M . On voit que les mesures statistiques assez grossières se distribuent bien le long d’une droite.

1 Non-radial oscillation modes with long lifetimes in giant stars

Joris De Ridder¹, Caroline Barban², Frédéric Baudin³, Fabien Carrier¹, Artie P. Hatzes⁴, Saskia Hekker^{5,1}, Thomas Kallinger⁶, Werner W. Weiss⁶, Annie Baglin², Michel Auvergne², Réza Samadi², Pierre Barge⁷ & Magali Deleuil⁷

Towards the end of their lives, stars like the Sun greatly expand to become red giant stars. Such evolved stars could provide stringent tests of stellar theory, as many uncertainties of the internal stellar structure accumulate with age. Important examples are convective overshooting and rotational mixing during the central hydrogen-burning phase, which determine the mass of the helium core, but which are not well understood¹. In principle, analysis of radial and non-radial stellar oscillations can be used to constrain the mass of the helium core. Although all giants are expected to oscillate², it has hitherto been unclear whether non-radial modes are observable at all in red giants, or whether the oscillation modes have a short or a long mode lifetime^{3–7}, which determines the observational precision of the frequencies. Here we report the presence of radial and non-radial oscillations in more than 300 giant stars. For at least some of the giants, the mode lifetimes are of the order of a month. We observe giant stars with equally spaced frequency peaks in the Fourier spectrum of the time series, as well as giants for which the spectrum seems to be more complex. No satisfactory theoretical explanation currently exists for our observations.

Stochastic oscillations with small amplitudes have been firmly detected in a few bright red giants of spectral types G and K, with both spectroscopic and photometric data^{3–16}. However, the exact information contained in the power spectra of red giants is still much debated. This is well illustrated by the star ϵ Oph, the only red giant up to now for which ground-based radial velocity data³ as well as 28 days of contiguous space-based photometric data⁴ have been gathered.

Two completely different ways of interpreting the power spectrum of this star have been presented. One interpretation^{3,4} advocates the presence of a single comb of broad equidistant peaks of radial modes only. A direct fit with Lorentz profiles of these peaks leads to a mode lifetime of approximately 2.7 days. The second interpretation⁵, however, advocates the presence of at least 21 independent narrow-lined modes, both radial and non-radial, with a lifetime between 10 and 20 days. Many of the peaks that in the former interpretation are considered to be part of the wings of a stochastic realization of a broad Lorentz profile, are thus considered independent oscillation modes in the second interpretation. Up to now, no consensus has been reached in the literature whether the mode lifetimes in ϵ Oph, or any other G or K giant, are short or long. We refer to the Supplementary Discussion for an outline of arguments in favour of either interpretation. From this overview it is clear that there is neither consensus nor a proper understanding of stochastic oscillations in red giants. Moreover, all present studies deal with a small number of (often the same) giants. This is because gathering time series of red giants of sufficiently high

quality is challenging. A larger sample of high-quality time series of red giants is the only way to gain a better understanding.

Here we present such a sample of high-precision photometric time series measured by the satellite CoRoT¹⁷. The Supplementary Methods supplies details on this mission, and an outline of the data reduction steps that we performed. To identify the red giants among the observed targets, we devised a semi-automated classification algorithm that relies on the power spectrum of the targets. We first selected the targets brighter than Johnson V magnitude $m_V = 15$, because simulations showed that for fainter giants the signal-to-noise ratio would not allow us easily to detect a power excess. For a target to be an acceptable red giant candidate, we required first that its power spectrum should show a background noise with increasing amplitude at low frequencies, which is what we expect because of granulation, similar to that of the Sun¹⁸. In addition, we required that a single power excess due to oscillations must be present, with a position between 10 and 120 μHz (ref. 19) and a width of at least 5 μHz . An increasing noise level at low frequencies due to granulation is a necessary but not a sufficient condition, because instrumental noise may show the same signature. Finally, we always verified by eye that possible frequency peaks linked to the satellite's orbit (owing to stray-light, for example, or the satellite's passage through the South Atlantic Anomaly) did not affect the classification. Following the procedure outlined above, we retained more than 300 candidate red giant pulsators. The colour-magnitude diagram shown in Supplementary Fig. 1 confirms that these pulsators are indeed located on the red giant branch.

The selected red giants show a large variety of power spectra. This is demonstrated in Fig. 1 where a stack of Fourier power spectra of nine pulsating red giants is presented. The power spectra show the unprecedented low noise level at the higher frequencies where red giant oscillations can be easily detected and analysed. A particularly interesting power density spectrum is the one of the red giant CoRoT-101034881, presented in Fig. 2, which shows a regular pattern of oscillation peaks. Folding the power spectrum leads to the echelle diagram shown in Fig. 3 in which the 12 modes form three 'ridges' corresponding to the radial, dipole and quadrupole modes. The power spectrum of this giant therefore provides clear evidence for the existence of non-radial modes. Three more examples of such giants are presented in Supplementary Figs 2–4.

It should be noted, however, that the theoretical spectrum of non-radial modes in red giants is much denser than what we observe here^{2,20}. Presumably only the non-radial modes that are standing waves in the outer oscillation cavity of the giant are visible, while

¹Instituut voor Sterrenkunde, K. U. Leuven, Celestijnenlaan 200D, B-3001 Leuven, Belgium. ²LESIA, UMR8109, Université Pierre et Marie Curie, Université Denis Diderot, Observatoire de Paris, 92195 Meudon, France. ³Institut d'Astrophysique Spatiale, Campus d'Orsay, F-91405 Orsay, France. ⁴Thüringer Landessternwarte, D-07778 Tautenburg, Germany. ⁵Royal Observatory of Belgium, Ringlaan 3, 1180 Brussels, Belgium. ⁶Institute for Astronomy, University of Vienna, Türkenschanzstrasse 17, A-1180 Vienna, Austria. ⁷Laboratoire d'Astrophysique de Marseille, OAMP, Université Aix-Marseille & CNRS, 38 rue Frédéric Joliot Curie, 13388 Marseille 13, France.

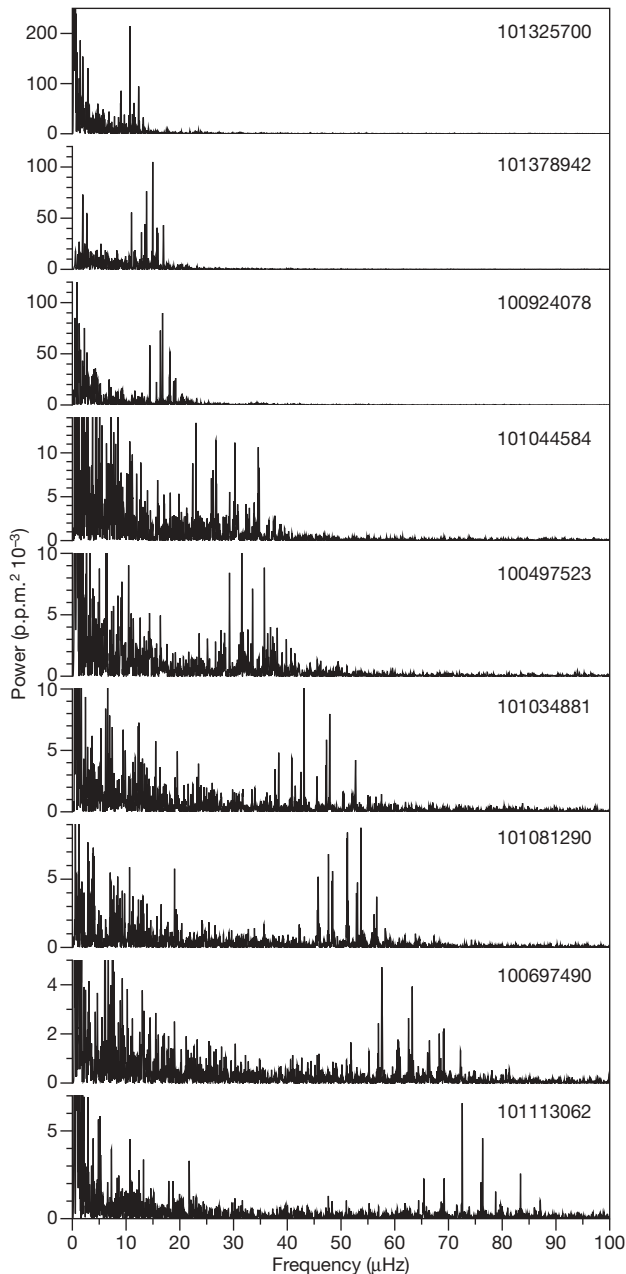


Figure 1 | A stack of power spectra of nine red giant pulsators. The power is expressed in parts per million (p.p.m.) squared divided by 1,000. The oscillation frequency peaks are clearly visible, around 75 μHz for the bottom panel, down to 10 μHz for the top panel. The values for the corresponding frequency ν_{max} of maximum oscillation power are consistent with what is expected from scaling laws¹⁹. At low frequencies ($<10 \mu\text{Hz}$) our detection is limited by the granulation noise, and at high frequencies ($>80 \mu\text{Hz}$) the amplitudes of the oscillations drop eventually under the threshold of the detection algorithm. The nine-digit numbers given are the CoRoT identifiers. We refer to Supplementary Table 1 for their USNO-A2 identifiers.

the non-radial modes oscillating in the inner cavity, which would make up a ‘forest’ of frequency peaks, are not visible. Another peculiarity of the power density spectrum shown in Fig. 2 is the narrowness of the frequency peak profiles. In fact, fitting the modes with Lorentz profiles yields widths that are close to the widths expected for a finite time series of about 150 days, indicating a mode lifetime of at least 50 days. This result contrasts sharply with some of the interpretations of observational results found for the giant ξ Hya (ref. 6) and, to some extent, for ϵ Oph (refs 3, 4).

Not all red giants observed by CoRoT show a power density spectrum as clear as that of CoRoT-101034881. As a contrasting example

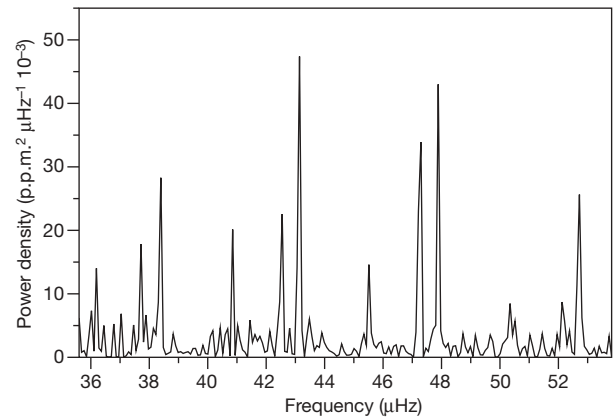


Figure 2 | Power density spectrum of the red giant candidate CoRoT-101034881 showing a frequency pattern with a regular spacing. This spacing is predicted by the theoretical asymptotic relation for high-order and low-degree oscillations²¹. Using the auto-correlation function of the power spectrum, we derive the large separation to be 4.8 μHz . This value is consistent with what is expected for red giants from scaling laws²⁰.

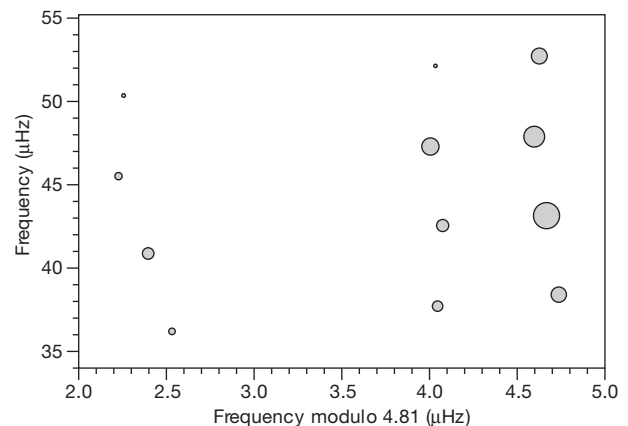


Figure 3 | Echelle diagram of the modes shown in Fig. 2, showing ‘ridges’ related to radial and non-radial modes. The folding frequency is 4.81 μHz . The size of the symbols is proportional to the height of the peak in the spectrum shown in Fig. 2. From the theoretical asymptotic relation for high-order and low-degree oscillations²¹, we conclude that the three vertical ridges correspond to dipole modes (left), quadrupole modes (middle) and radial modes (right).

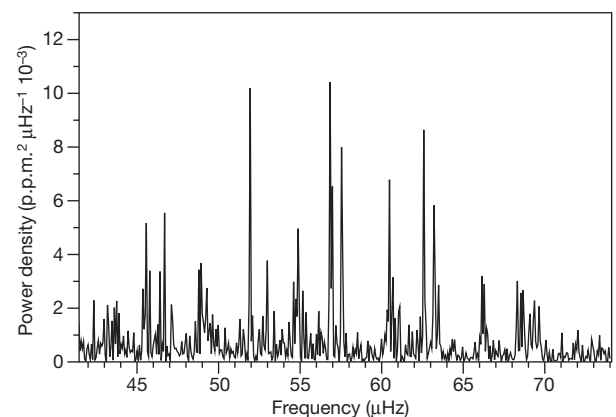


Figure 4 | Power density spectrum of the red giant CoRoT-101600807 showing broad profiles. This spectrum contrasts with that of CoRoT-101034881, highlighting the variety of red giant power spectra observed with CoRoT.

we show the power spectrum of the candidate red giant CoRoT-101600807 in Fig. 4, which also contains broad features. If these features correspond to single modes, this would imply mode lifetimes that are considerably shorter than those of CoRoT-101034881. However, if they correspond to many modes with narrow profiles, then this may imply that at least some of the non-radial modes trapped in the core of the giant are excited to detectable surface amplitudes.

Received 25 November 2008; accepted 26 March 2009.

1. Aerts, C., Christensen-Dalsgaard, J., Cunha, M. & Kurtz, D. W. The current status of asteroseismology. *Sol. Phys.* **251**, 3–20 (2008).
2. Dziembowski, W., Gough, D. O., Houdek, G. & Sienkiewicz, R. Oscillations of α UMa and other red giants. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **382**, 601–610 (2001).
3. De Ridder, J. *et al.* Discovery of solar-like oscillations in the red giant ϵ Ophiuchi. *Astron. Astrophys.* **448**, 689–695 (2006).
4. Barban, C. *et al.* Detection of solar-like oscillations in the red giant star ϵ Ophiuchi by MOST spacebased photometry. *Astron. Astrophys.* **468**, 1033–1038 (2007).
5. Kallinger, T. *et al.* Nonradial p-modes in the G9.5 giant ϵ Ophiuchi? Pulsation model fits to MOST photometry. *Astron. Astrophys.* **478**, 497–505 (2008).
6. Hekker, S., Aerts, C., De Ridder, J. & Carrier, F. Pulsations detected in the line profile variations of red giants. Modelling of line moments, line bisector and line shape. *Astron. Astrophys.* **458**, 931–940 (2006).
7. Stello, D., Kjeldsen, H., Bedding, T. R. & Buzasi, D. Oscillation mode lifetimes in ζ Hydrae: will strong mode damping limit asteroseismology of red giant stars? *Astron. Astrophys.* **448**, 709–715 (2006).
8. Edmonds, P. D. & Gilliland, R. L. K giants in 47 Tucanae: Detection of a new class of variable stars. *Astrophys. J.* **464**, L157–L160 (1996).
9. Buzasi, D. *et al.* The detection of multimodal oscillations on α Ursae Majoris. *Astrophys. J.* **532**, L133–L136 (2000).
10. Frandsen, S. *et al.* Detection of solar-like oscillations in the G7 giant star ξ Hya. *Astron. Astrophys.* **394**, L5–L8 (2002).
11. Retter, A. *et al.* Oscillations in Arcturus from WIRE photometry. *Astrophys. J.* **591**, L151–L154 (2003).
12. Tarrant, N. J. *et al.* Asteroseismology of red giants: photometric observations of Arcturus by SMEI. *Mon. Not. R. Astron. Soc. Lett.* **382**, L48–L52 (2007).
13. Stello, D. *et al.* Multisite campaign on the open cluster M67—II. Evidence for solar-like oscillations in red giant stars. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **377**, 584–594 (2007).
14. Hatzes, A. P. & Zechmeister, M. The discovery of stellar oscillations in the planet-hosting giant star β Geminorum. *Astrophys. J.* **670**, L37–L40 (2007).
15. Stello, D., Bruntt, H., Preston, H. & Buzasi, D. Oscillating K giants with the WIRE satellite: determination of their asteroseismic masses. *Astrophys. J.* **674**, L53–L56 (2008).
16. Gilliland, R. L. Photometric oscillations of low-luminosity red giant stars. *Astron. J.* **136**, 566–579 (2008).
17. Baglin, A. *et al.* The CoRoT mission and its scientific objectives. *AIP Conf. Proc.* **895**, 201–209 (2007).
18. Pallé, P. L. *et al.* A measurement of the background solar velocity spectrum. *Astrophys. J.* **441**, 952–959 (1995).
19. Kjeldsen, H. & Bedding, T. R. Amplitudes of stellar oscillations: the implications for asteroseismology. *Astron. Astrophys.* **293**, 87–106 (1995).
20. Guenther, D. *et al.* Evolutionary model and oscillation frequencies for α Ursae Majoris: a comparison with observations. *Astrophys. J.* **530**, L45–L48 (2000).
21. Tassoul, M. Asymptotic approximations for stellar nonradial pulsations. *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **43**, 469–490 (1980).

Supplementary Information is linked to the online version of the paper at www.nature.com/nature.

Acknowledgements J.D.R., F.C. and S.H. acknowledge support from the Fund for Scientific Research, Flanders, from the research council of K. U. Leuven, and from the Belgian Federal Science Policy. A.P.H. acknowledges the support of the Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt. T.K. and W.W.W. acknowledge support by the Austrian Research Promotion Agency (FFG-ARL). J.D.R. thanks A. Miglio, M.-A. Dupret and C. Aerts for discussions.

Author Information Reprints and permissions information is available at www.nature.com/reprints. Correspondence and requests for materials should be addressed to J.D.R. (joris@ster.kuleuven.ac.be).

4.3 Pulsateurs pas si classiques

J'aborde ici deux cas parmi les autres types d'étoiles siège d'oscillations. Les oscillations principales de ces étoiles sont excitées par le mécanisme κ , et on les dénomme souvent comme pulsateurs classiques. Mais dans le cas de HD180642 (un pulsateur de type β Céphéïde), d'autres oscillations sont détectées aux côtés d'oscillations de grande amplitude typiques de ce genre de pulsateur. Et ces oscillations sont manifestement excitées stochastiquement. D'autre part, le cas des étoiles Be est particulièrement intéressant, surtout celui de HD49330, dont l'analyse temps-fréquence de ses modes de vibrations donnent des résultats surprenants.

4.3.1 HD180642 : Une chimère stellaire

Le terme *chimère* ne doit pas être interprété ici dans son sens usuel de “*illusion vaine*” mais dans son sens mythologique : *monstre fabuleux à tête de lion, corps de chèvre et queue de dragon*. En effet, cette étoile présente une tête de β Céphéïde (avec des modes p de basse fréquence et de grande amplitude), un corps de pulsateur de type solaire (comme nous allons le voir) et peut être une queue de spB (*slowly pulsating B star*, animée de modes g de très basse fréquence). Qu'une étoile β Céphéïde présente des oscillations spB n'est pas éminemment surprenant, sachant que ces types d'étoiles se ressemblent (étoiles de quelques masses solaires et donc assez chaudes, toutes deux sur la séquence principale). La présence d'oscillations stochastiquement excitées est, elle, plus surprenante.

En collaboration avec K. Belkacem et ses collaborateurs de l'Observatoire de Paris, j'ai analysé le comportement temporel de plusieurs modes de vibration à des fréquences entre 100 et 200 μHz (voir la Figure 1 de Belkacem et al. 2009b). Ces modes présentent en effet un profil ressemblant à celui des modes p solaires mais sont totalement inattendus pour une β Céphéïde. Il a d'abord été établi que ces pics du spectre de Fourier ne sont pas dus à l'interaction des pics de très grande amplitude à basse fréquence (autour de 60 μHz pour le plus ample) et de la fenêtre d'observation. Pour cela, un filtrage systématique des oscillations de grande amplitude a été appliqué (“pre-whitening”). Les modes nous intéressant subsistant dans le signal filtré, nous pouvons passer à l'étape suivante. Il s'agit, avec l'analyse temps-fréquence, de confirmer que le comportement temporel de ces modes est bien celui de modes excités stochastiquement. La Figure 2 de Belkacem et al. (2009b) compare l'analyse d'un mode qui est le second harmonique du pic qui domine le spectre (excité par le mécanisme κ , avec donc une amplitude grande et constante) et un des modes qui pourrait être excité stochastiquement. Celui-ci présente bien une puissance intermittente en temps et distribuée sur une largeur de quelques μHz , comportement typique d'un mode solaire, ce qui confirme l'hypothèse stochastique. Si l'existence de tels mode pour une β Céphéïde n'était pas attendue car ces étoiles sont massives (4 à 5 masses solaires) et donc chaudes : leurs couches externes ne sont pas animées par la convection qui excite les oscillations d'un pulsateur de type solaire. Toutefois, l'intérieur

4.3. PULSATEURS PAS SI CLASSIQUES

de ces étoiles n'est pas pour autant totalement radiatif : soit au centre, soit dans des couches intermédiaires, l'opacité du plasma est telle que la convection est plus efficace que le transport radiatif et le supplante donc. Les modes que nous voyons sont donc la signature de l'existence d'une zone convective interne, prévue par les modèles d'évolution d'étoiles de 4 à 5 masses solaires. La détection de l'excitation stochastique des oscillations amène donc une information en matière de structure interne et prouve s'il en était besoin l'intérêt de comprendre les mécanismes d'excitation des oscillations stellaires. Et de même, il prouve encore l'intérêt d'une mission comme CoRoT dont la qualité et la précision des données permet ce genre de découvertes, basées sur des signaux de faible amplitude au comportement temporel typique. D'où l'intérêt de la continuité des données pour se livrer à l'étude de ce comportement temporel dans de bonnes conditions.

4. P. V. Nguyen, T. Abel, E. R. Kandel, *Science* **265**, 1104 (1994).

5. K. C. Martin *et al.*, *Cell* **91**, 927 (1997).

6. U. Frey, R. G. Morris, *Nature* **385**, 533 (1997).

7. A. Casadio *et al.*, *Cell* **99**, 221 (1999).

8. K. C. Martin, *Curr. Opin. Neurobiol.* **14**, 305 (2004).

9. M. A. Sutton, E. M. Schuman, *Cell* **127**, 49 (2006).

10. A. Govindarajan, R. J. Kelleher, S. Tonegawa, *Nat. Rev. Neurosci.* **7**, 575 (2006).

11. O. Steward, W. B. Levy, *J. Neurosci.* **2**, 284 (1982).

12. L. E. Ostroff, J. C. Fiala, B. Allwardt, K. M. Harris, *Neuron* **35**, 535 (2002).

13. S. J. Tang *et al.*, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **99**, 467 (2002).

14. J. Eberwine, B. Belt, J. E. Kacharina, K. Miyashiro, *Neurochem. Res.* **27**, 1065 (2002).

15. R. Moccia *et al.*, *J. Neurosci.* **23**, 9409 (2003).

16. J. Zhong, T. Zhang, L. M. Bloch, *BMC Neurosci.* **7**, 17 (2006).

17. M. M. Poon, S. H. Choi, C. A. Jamieson, D. H. Geschwind, K. C. Martin, *J. Neurosci.* **26**, 13390 (2006).

18. T. Suzuki, Q. B. Tian, J. Kuromitsu, T. Kawai, S. Endo, *Neurosci. Res.* **57**, 61 (2007).

19. H. Kang, E. M. Schuman, *Science* **273**, 1402 (1996).

20. K. M. Huber, J. C. Roder, M. F. Bear, *J. Neurophysiol.* **86**, 321 (2001).

21. G. Aakalu, W. B. Smith, N. Nguyen, C. Jiang, E. M. Schuman, *Neuron* **30**, 489 (2001).

22. C. Job, J. Eberwine, *Nat. Rev. Neurosci.* **2**, 889 (2001).

23. W. Ju *et al.*, *Nat. Neurosci.* **7**, 244 (2004).

24. K. F. Raab-Graham, P. C. Haddick, Y. N. Jan, L. Y. Jan, *Science* **314**, 144 (2006).

25. V. F. Castellucci, S. Schacher, *Prog. Brain Res.* **86**, 105 (1990).

26. S. L. Mackey *et al.*, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **84**, 8730 (1987).

27. V. Lyles, Y. Zhao, K. C. Martin, *Neuron* **49**, 349 (2006).

28. D. L. Glanzman, E. R. Kandel, S. Schacher, *Neuron* **3**, 441 (1989).

29. J. F. Brunet, E. Shapiro, S. A. Foster, E. R. Kandel, Y. Iino, *Science* **252**, 856 (1991).

30. J. Y. Hu, Y. Chen, S. Schacher, *J. Neurosci.* **27**, 11712 (2007).

31. J. Y. Hu, F. Wu, S. Schacher, *J. Neurosci.* **26**, 1026 (2006).

32. N. G. Gurskaya *et al.*, *Nat. Biotechnol.* **24**, 461 (2006).

33. Materials and methods are available as supporting material on *Science* Online.

34. K. Liu, J. Y. Hu, D. Wang, S. Schacher, *J. Neurobiol.* **56**, 275 (2003).

35. Z. Guan *et al.*, *Cell* **111**, 483 (2002).

36. L. Santarelli, P. Montarolo, S. Schacher, *J. Neurobiol.* **31**, 297 (1996).

37. D. Cai, S. Chen, D. L. Glanzman, *Curr. Biol.* **18**, 920 (2008).

38. We thank S. Braslow and K. Cadenas for assistance with image analysis; R. Rambo for assistance with figures; D. Black, C. Heusner, E. Meer, and L. Zipursky for critical reading of the manuscript; and G. Weinmaster and Martin laboratory members for helpful discussions. This work was supported by NIH grant NS045324, a W. M. Keck Foundation Young Scholar Award and Eleanor Leslie Term Chair from the UCLA Brain Research Institute (to K.C.M.), Canadian Institute of Health Research grant MT-15121 (to W.S.S.), and a fellowship from the Nakajima Foundation (to S.K.M.).

Supporting Online Material

www.sciencemag.org/cgi/content/full/1173205/DC1

Materials and Methods

Figs. S1 to S17

References

9 March 2009; accepted 5 May 2009

Published online 14 May 2009;

10.1126/science.1173205

Include this information when citing this paper.

REPORTS

Solar-Like Oscillations in a Massive Star

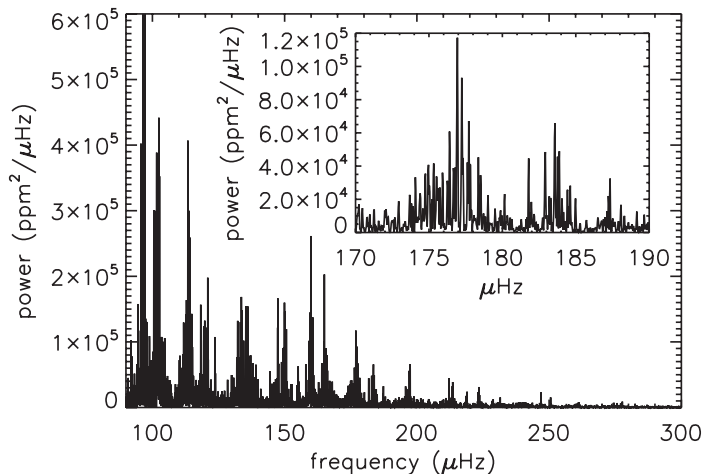
Kévin Belkacem,^{1,2*} Réza Samadi,¹ Marie-Jo Goupil,¹ Laure Lefèvre,¹ Frédéric Baudin,³ Sébastien Deheuvels,¹ Marc-Antoine Dupret,^{1,2} Thierry Appourchaux,³ Richard Scuflaire,² Michel Auvergne,¹ Claude Catala,¹ Eric Michel,¹ Andrea Miglio,² Josefina Montalbán,² Anne Thoul,² Suzanne Talon,⁴ Annie Baglin,¹ Arlette Noels²

Seismology of stars provides insight into the physical mechanisms taking place in their interior, with modes of oscillation probing different layers. Low-amplitude acoustic oscillations excited by turbulent convection were detected four decades ago in the Sun and more recently in low-mass main-sequence stars. Using data gathered by the Convection Rotation and Planetary Transits mission, we report here on the detection of solar-like oscillations in a massive star, V1449 Aql, which is a known large-amplitude (β Cephei) pulsator.

Stars burn hydrogen into helium through nuclear fusion during most of their life. Once the central hydrogen gets exhausted, the helium core starts contracting, and hydrogen-shell burning takes over as the main energy source. The subsequent evolution depends mostly on a star's mass at birth but also on the physical mechanisms occurring during the hydrogen-burning phase. For instance, transport of chemical elements determines the helium core size, which is crucial for the evolution of stars. Transport pro-

cesses such as turbulence and those induced by rotation are not fully understood and are still poorly modeled, but stellar seismology can pro-

Fig. 1. Fourier spectrum of prewhitened light curve obtained from the quasi-uninterrupted 150 days of observations, with a duty cycle of 90%, of the star V1449 Aql by CoRoT, showing structures that are reproduced over the 100- to 250- μ Hz interval. (Inset) Enlarged part of the spectrum showing a typical solar-like structure. Below 100 μ Hz, we enter the bulk regime of unstable modes (fig. S1), and the possible existence of many such modes in this frequency domain then makes the deciphering of unstable versus stable modes quite delicate. Hence, to remain conservative we restrict the discussion to frequencies above 100 μ Hz.



¹Laboratoire d'Études Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique, CNRS (UMR 8109), Observatoire de Paris, Place J. Janssen, F-92195 Meudon, France; associated with Université Pierre et Marie Curie and Université Denis Diderot. ²Institut d'Astrophysique et de Géophysique de l'Université de Liège, Allée du 6 Août 17-B 4000 Liège, Belgium. ³Institut d'Astrophysique Spatiale, Université Paris-Sud 11 and CNRS (UMR 8617), Batiment 121, F-91405 Orsay, France. ⁴Réseau Québécois de Calcul de Haute Performance, Université de Montréal, Casier Postal 6128, Succursale Centre-ville, Montréal, Québec H3C 3J8, Canada.

*To whom correspondence should be addressed. E-mail: kevin.belkacem@ulg.ac.be

iron-opacity bump in such a massive star induces the existence of a convective zone in the upper layers (4), which could be responsible for the excitation of the detected modes.

Our results are based on the quasi-uninterrupted (meaning, a duty cycle of 90%) light curve obtained over 150 days with the Convection Rotation and Planetary Transits (CoRoT) (5–7) Centre National d'Etudes Spatiales (CNES) space mission (Fig. 1). The dominant opacity-driven mode is located at 63.5 μHz with an amplitude of 3.9×10^4 parts per million (ppm). We looked for stochastically excited modes with frequencies above 100 μHz ; below this limit, the existence of several opacity-driven modes makes the analysis more difficult. No signal is found

above 250 μHz . In the frequency range 100 to 250 μHz , there are broad structures with a width of several μHz , with low amplitudes of hundreds of parts per million and well above the noise level, which is around 1 ppm.

These structures are not the result of instrumental effects [supporting online material (SOM) text]. To verify that they are not related to the existence of the opacity-driven modes, we carried out prewhitening (SOM text), which suppresses the influence of the dominant peaks and their harmonics in the relevant frequency domain as well as related aliases because of the observational interruptions. We validated our prewhitening method through numerical simulations (SOM text).

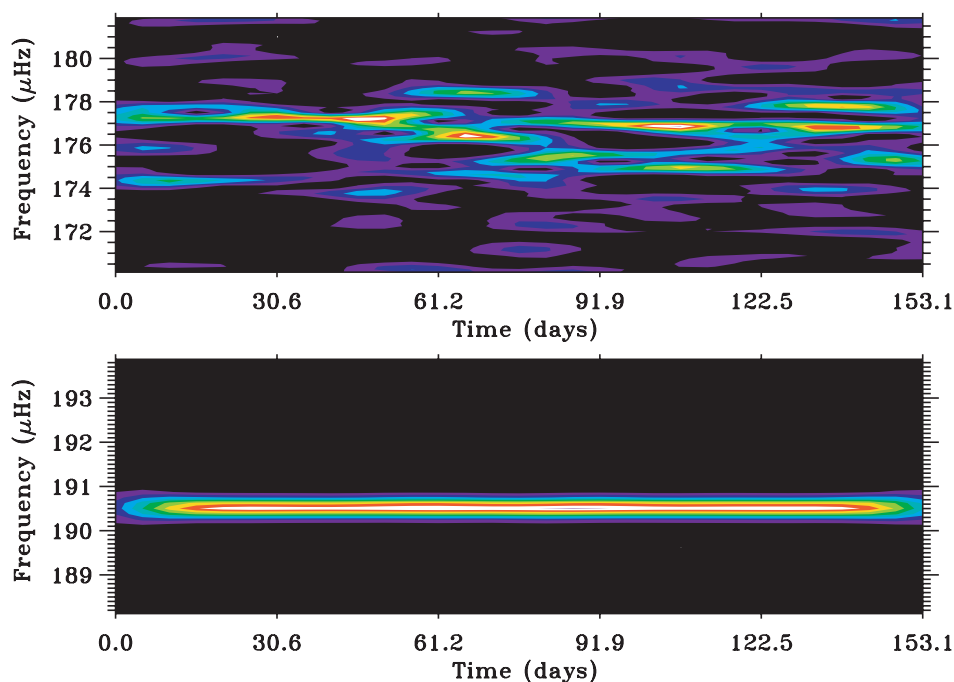
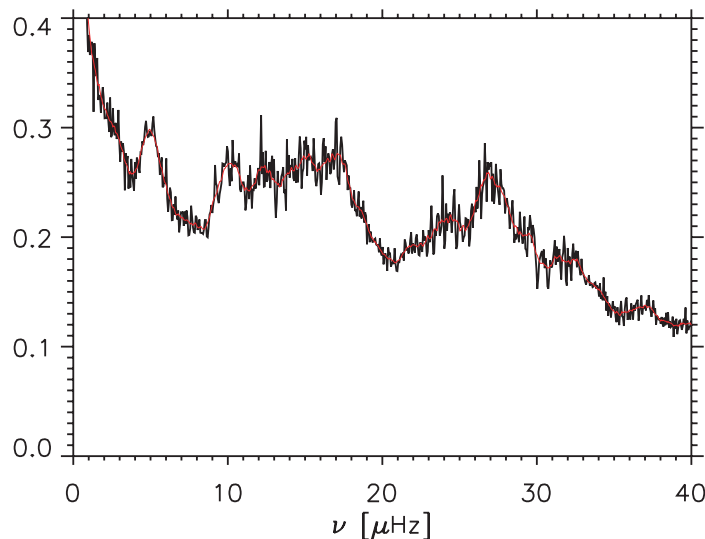


Fig. 2. Time-frequency diagram, using a Morlet wavelet with a 20-day width (β). **(Top)** Solar-like mode in the prewhitened light curve shown in the inset of Fig. 1, which exhibits a time-dependent behavior and a spreading over several μHz . **(Bottom)** For comparison, the second harmonic of the dominant peak, associated with the opacity-driven mode in the unwhitened light curve.

Fig. 3. Autocorrelation of the power-density spectrum associated with V1449 Aql. The red curve corresponds to the autocorrelation smoothed with a boxcar average width of 0.60 μHz . The autocorrelation has been computed between 130 and 300 μHz . The domain below 130 μHz is not considered to avoid the low-order modes, which in general depart from the regular spacing expected with the high-order p modes.



The modes associated with the broad structures have a finite lifetime, in contrast with opacity-driven modes, which are coherent oscillations and therefore appear as sinus cardinal functions in the Fourier spectrum. The amplitudes of these oscillations vary stochastically in time, again in contrast with the stationary property of the dominant opacity-driven mode and its harmonics. Their power is intermittent in time and dispersed in terms of frequency (Fig. 2). Such behavior, typical of solar-like modes (8), confirms the stochastic nature of the structures. In contrast, the temporal behavior of the second harmonic of the fundamental opacity-driven mode, which lies in the same frequency interval, is centered on a single frequency (Fig. 2, bottom). The widths of the detected high-frequency modes show that they are damped, which is a signature of modes excited by turbulent convection.

We looked for regularly spaced patterns in the Fourier spectrum, which are a characteristic signature of those modes. An autocorrelation of the Fourier spectrum shows periodicities centered around 5, 14, and 27 μHz (Fig. 3), indicating the existence of periodicities in the power spectrum.

Theoretical calculations show that these properties, interpreted as damped acoustic modes excited by turbulent convection, are compatible with solar-like oscillations of a massive main sequence star. We carried out numerical simulations using a 10-solar mass stellar model that is appropriate for V1449 Aql in that it corresponds to the observational constraints obtained from ground-based observations (9). A comparison between the theoretical and observational autocorrelations shows that the observed frequency spectrum is compatible with the presence of modes of angular degrees $l = 0, 1$, and 2, characterized by a large frequency separation around 27 μHz , with 1- μHz widths and a rotational splitting of 2.5 μHz related to a rotation with an axis inclined by 90° with respect to the line of sight (SOM text).

Mode amplitudes obtained from theoretical computations of the line width (10) and the energy supplied in the mode by turbulent convection (11) reach several tens of parts per million, which is well above the CoRoT detection threshold and in agreement with observations. Our calculations show that excitation by the turbulent convective motions associated with the iron-opacity bump in the upper layers of the star is efficient. This driving is operative when the convective time scale of energy-bearing eddies is close to the modal period, which explains why modes in the frequency range of 100 to 250 μHz are observed.

In summary, we showed that the broad structures at high frequencies detected in the CoRoT Fourier spectrum of the star V1449 Aql are not the result of instrumental effects, are independent of the opacity-driven modes, and present regularly spaced patterns that are characteristic of high-frequency acoustic modes. These structures have the theoretically expected properties of solar-like oscillations: modes excited by turbulent convection.

4.3.2 Étoiles Be : le cas HD49330

Le cas de cette étoile est particulièrement spectaculaire. Les étoiles Be présentent à des intervalles temporels plus ou moins réguliers des “*burst*”, augmentation soudaine de la luminosité de l'étoile. Dans le cas de HD49330, que CoRoT observa pendant environ 150 jours, la chance fut de la partie car un tel *burst* fut observé un peu après la moitié de la durée d'observation. Mais une fois de plus, la continuité des données CoRoT permet d'exploiter pleinement cette chance, en en faisant un cas d'école pour l'analyse temps/fréquence. J'ai donc travaillé avec l'équipe dirigée par C. Neiner du GEPI (de l'Observatoire de Paris). HD49330 est animée de nombre d'oscillations, que l'on peut classer grossièrement en deux groupes, l'un à relativement plus haute fréquence (58 et 138 μHz étant les pics dominants) que l'autre (avec des sous groupes de pics autour de 17 et 34 μHz). Le comportement du mode à 138 μHz montre deux choses : une modulation assez rapide de la puissance avec une périodicité d'environ 20 jours (qui pourrait être due à des interférences entre deux modes proches en fréquence), superposée à une décroissance régulière du début de l'observation jusqu'à environ 80 jours d'observation. A ce moment, le mode devient quasiment indétectable (voir Fig. 4.7) puis voit son amplitude croître de nouveau. Le comportement de ce mode est en fait celui de tous les modes au dessus de 50 μHz . Même si ils ont de plus petites amplitudes moyennes, tous décroissent jusqu'à $T \sim 80$ jours, pour croître de nouveau ensuite. Mais le plus intéressant est de comparer l'évolution de l'amplitude de modes à plus basse fréquence (précisément à 17 et 34 μHz) avec celle de la courbe de lumière (Fig. 4.8). Cette étoile montre un “*burst*” qui débute autour du centième jour d'observation. Ce *burst* est précédé d'une période de plus faible luminosité. Cela n'est pas complètement nouveau, mais ce qui l'est est le fait que les modes à basse fréquence voient leur amplitude augmenter en anti-corrélation avec la baisse de luminosité précédant le *burst*, et s'atténuer lors de ce *burst*. Il est donc tentant de lier ces deux phénomènes, la forte augmentation d'amplitude contribuant à provoquer le *burst* (peut être par l'intermédiaire d'une éjection de matière). Mais d'une part le mécanisme précis reste à élucider, et d'autre part, il faut expliquer pourquoi ces modes se mettent relativement soudainement à croître en amplitude alors que d'autres modes évoluent à l'inverse... Une fois de plus, le comportement temporel des oscillations se révèle riche d'enseignements.

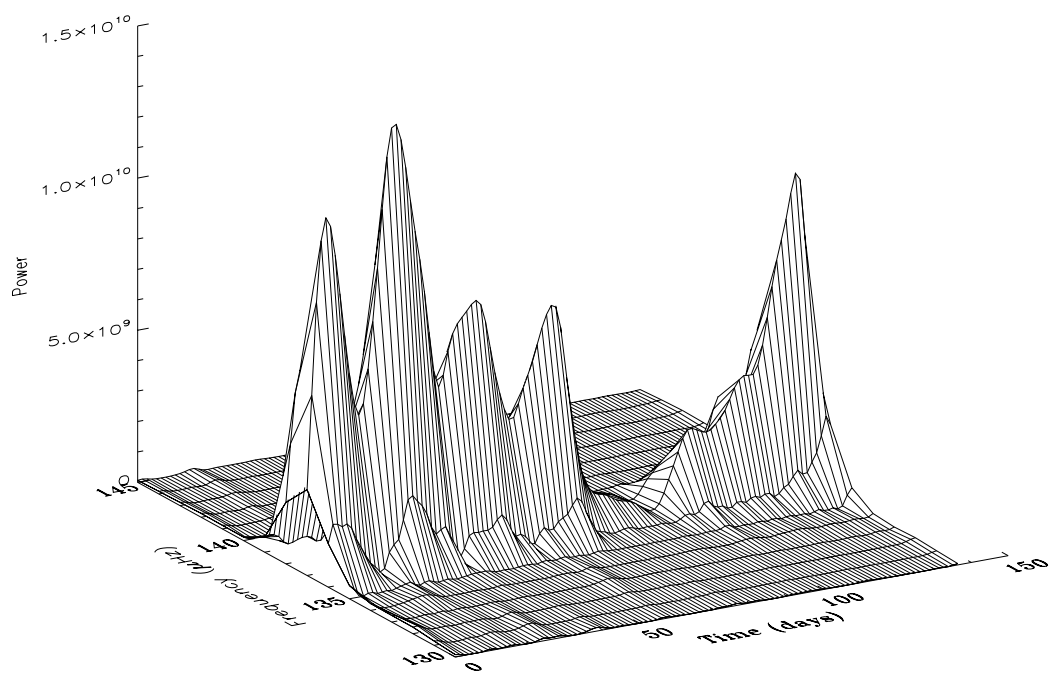


FIGURE 4.7 – Comportement temporel d’un mode de vibration de HD49330 (à $138\mu\text{Hz}$). Les oscillations régulières de la puissance observée restent à élucider (interférence entre deux modes proches?) tout comme l’atténuation quasi totale du mode vers $T\sim 80$ jours, précédant le “burst”.

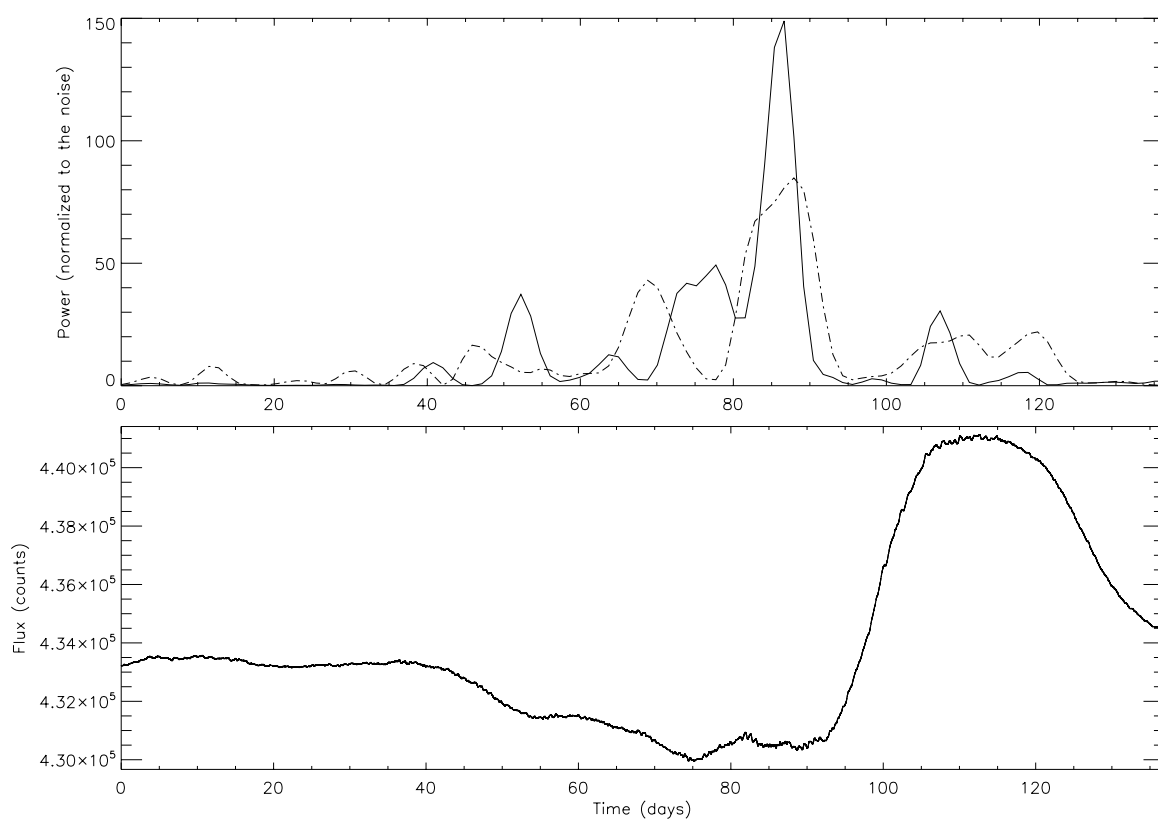


FIGURE 4.8 – Variation de l’amplitude de modes de basse fréquence et de la courbe de lumière de l’étoile (massivement lissée), tirée de Huat et al. (2009). On voit l’anti-corrélation entre ces modes et la courbe de lumière, tout comme l’anti-corrélation de ces modes basse fréquence avec ceux de plus haute fréquence (voir la Fig.4.7).

Chapitre 5

Bilan & perspectives

Avant de se tourner vers l'avenir, un regard sur le passé. La sismologie des étoiles a radicalement changé en l'espace d'une quinzaine d'années. D'abord en ce qui concerne la sismologie solaire. Ce domaine a connu un développement très rapide entre les premières observations des oscillations de 5mn au début des années 1960 et leur interprétation en terme de modes propres de vibrations de l'étoile au début des années 1970. Les développements observationnels se sont poursuivis avec des observations au Pôle Sud ou en réseau (avec deux sites, Ténérife et Hawaï) dans les années 1980. Après tout cela, les avancées n'ont pas faibli, la décennie 1990 ayant vu un énorme pas en avant en ce qui concerne les observations avec l'avènement de réseaux complets au sol (BiSON, GONG) et le lancement de SoHO et de ses trois expériences (GOLF, VIRGO et MDI) dédiées à l'héliosismologie, véritable révolution. Cette discipline, à 40 ans, en est certainement à son âge adulte et fait même souche avec le développement de la "sismologie locale" du Soleil, et ceux potentiels de la "sismologie coronale". Autre descendance de la sismologie solaire, son élargissement au cas stellaire lors de la décennie 2000 : observations spectroscopiques au sol et lancement de missions spatiales. Après MOST en éclaireur, CoRoT sera certainement une révolution équivalente à, voire de plus grande ampleur que celle de SoHO dans le domaine solaire. A la qualité et à la quantité des données, apanage de SoHO et CoRoT, CoRoT ajoute une grande diversité dans son champ d'investigations en explorant la zoologie stellaire. Voilà donc 5 décennies bien remplies pour la sismologie solaire et stellaire, et les 5 à venir ne seront certainement pas en deçà.

De quoi seront faits ces 50 ans à venir ? Impossible de répondre car des surprises sont souvent de la partie en matière de recherche, n'en déplaise aux technocrates qui voudraient l'organiser et la planifier. On peut tout de même avoir quelques idées sur le court terme avec la mission spatiale Kepler, lancée tout récemment. Celle-ci sera peut être suivie de PLATO dans quelques années. Ces deux missions sont caractérisées par un volume de données incomparable aux missions actuelles. L'analyse des données CoRoT n'est déjà pas simple avec au total des dizaines de milliers de cibles. C'est un facteur 10 supplémentaire qu'il faudra gérer avec Kepler et PLATO, avec des conséquences incontournables dans

le travail d'analyse qui devra devenir encore plus systématique et semi-automatique. La tâche ne sera pas simple.

Ces données seront photométriques, et la comparaison des données VIRGO et GOLF a montré combien la spectroscopie/vélocimétrie est performante... mais complexe. Les spectromètres à résonance sont une solution à la spatialisation de la vélocimétrie solaire mais la solution pour la vélocimétrie stellaire reste à trouver. Il faudra trouver le concept instrumental qui répondra à ce défi avec la contrainte de qualité (précision, continuité...) et de quantité (de cibles observées). L'expérience SIAMOIS destinée à des observations du Pôle Sud est un début de réponse par sa simplicité et son faible poids et encombrement (par rapport aux spectromètres stellaires classiques). La rendre massivement multi-objet sans la rendre elle-même massive et complexe serait idéal, voire le Graal de la sismologie stellaire spatiale.

Une dernière généralité sur les techniques d'analyse. Avec les constants et importants progrès au niveau des observations, les techniques d'analyses peuvent et doivent se développer en parallèle. Ce sont les progrès en matière de précision qui ont permis d'affiner les méthodes d'extraction des paramètres des modes d'oscillations (et par exemple de mesurer l'asymétrie des modes p solaires). C'est la continuité des données qui a permis le développement de l'analyse temps-fréquence utilisée ici. C'est aussi le besoin de paramètres robustes qui pousse à explorer d'autres voies d'analyse comme l'approche Bayésienne et l'utilisation des chaînes dites MCMC que nous avons commencées à utiliser ici pour les données CoRoT dans le cadre de la thèse d'Othman Benomar.

Comment ? La généralisation de la sismologie aux étoiles entamée par CoRoT est bien sûr la voie principale. Mais oublier le Soleil serait sûrement une erreur : il reste la valeur étalon pour tester une nouvelle technique d'analyse ou valider de nouveaux résultats théoriques. La précision des données dans le cas solaire semble hors d'atteinte, au moins à court terme, pour les autres étoiles.¹ Nous devons profiter de la richesse des données SoHO et de celles des réseaux BiSON et GONG. La précision de leurs données combinée à leur technique d'observation différente doit être exploitée. Certes, confronter des résultats relativement connus et qui devraient être similaires ne paraît pas forcément exaltant, mais quand ces résultats se révèlent finalement différents, en comprendre la raison sera source d'une meilleure compréhension de la physique en jeu. Comme je l'ai mentionné ici, la bonne compréhension des mesures de différents instruments est nécessaire pour obtenir la meilleure précision possible dans la mesure des amplitudes des modes, précision nécessaire à la confrontation la plus fructueuse entre modèles et observations. Par exemple, si cette précision s'étend vers les basses et hautes fréquences du spectre des oscillations solaires, les effets des contributions thermiques et mécaniques (C_S et C_R) pourront être mieux contraints.

L'exploration des autres cas stellaires pourra s'appuyer et se développer en parallèle aux résultats solaires. Mais la diversité des cas stellaires est une richesse incomparable.

1. Il faut toutefois rester prudent quand on pense qu'il y a 20 ans, les résultats actuels de CoRoT relevaient de la pure science-fiction...

Certes, les données résultant d’observations photométriques (avec bien moins de photons que dans le cas solaire) seront moins précises, mais les premiers résultats montrent que même pour des pulsateurs de type solaire les surprises ne sont pas à exclure. Les amplitudes de modes mesurées ne sont pas celles attendues et dans le cas de HD49933, la sous métallicité de l’étoile semble en être la cause : en influant sur l’opacité, elle influe sur la convection et donc l’excitation. L’application de l’analyse Bayésienne couplée aux chaînes MCMC devra encore améliorer la robustesse des mesures de hauteur et de largeur des modes pour affiner ces résultats. La généralisation aux géantes rouges semble prometteuse par le nombre de cibles observées par CoRoT qui permettront un bon échantillonnage de cette population d’étoiles en fin de vie. A l’opposé de la vie d’une étoile, observer les oscillations d’une étoile en tout début de vie, une étoile “PMS” (pour Pre Main Sequence) sera aussi ardu (encore plus que pour les naines blanches) mais extrêmement intéressant pour sonder un état de l’étoile rarement exploré. Car au delà de la confrontation des modèles d’excitation avec l’observation, il s’agit aussi tout simplement de dresser un panorama sismique de tous les états évolutifs des étoiles. CoRoT n’y suffira pas, mais il aura ouvert une large voie.

On peut même penser à des études non uniquement sismiques. L’exemple du comportement des modes de vibrations en relation avec les *bursts* d’une étoile Be montre que les oscillations peuvent aussi influencer l’étoile, en plus de permettre de sonder son intérieur. Ou encore l’exemple mentionné ici des effets des événements magnétiques solaires sur les oscillations, qui pourraient permettre d’en savoir plus sur le bilan énergétique de ces événements (estimation de l’énergie dégagée, localisation en altitude du dégagement).

Un dernier point en liaison avec le magnétisme, qui est une des grandes questions ouvertes en physique stellaire. Une description satisfaisante de l’effet dynamo à l’œuvre dans le Soleil ou d’autres étoiles n’existe toujours pas, après des décennies d’observations, depuis Hale au début du vingtième siècle. On suppose que cet effet dynamo est localisé à l’intérieur de l’étoile, et qu’il est lié à la rotation et à la convection dans l’étoile. Il existe des indicateurs de prédiction de cet effet dynamo, comme le nombre de Rossby (qui est le rapport de la période de rotation de l’étoile et du temps de retournement convectif à la base de la zone convective). Utiliser précisément cet indicateur va maintenant être possible grâce aux informations qu’apporte la sismologie sur la convection dans l’étoile. Les potentialités de la sismologie stellaire sont donc prometteuses et larges. Il y a du pain sur la planche !

Annexe A

Un mot personnel

Pour exercer un métier somme toute difficile, même si il présente bien des aspects positifs, il faut être stimulé, avoir envie. Et cette envie peut manquer lorsque se présentent des problèmes dont la solution sera longue et difficile à trouver. La promesse d'une satisfaction intellectuelle intense quand cette solution sera à portée de neurone n'est pas toujours suffisante pour maintenir l'envie. Alors comment stimuler au long terme ? Il existe un moyen simple, simpliste même car trop facile : la compétition. Trop facile car la compétition en appelle aux ressorts profonds de l'humanité, et pas les plus nobles. Faire ou avoir mieux que le voisin gouverne les hommes depuis qu'ils existent, tous autant qu'ils sont. Peut être faudrait-il à l'heure actuelle songer à quelque chose de plus moderne, ou du moins en appelant à des aspects moins sombres de la personnalité humaine.

Cependant, depuis quelques années, la compétition s'impose partout, en particulier comme moyen de stimulation chez les scientifiques. Je ne peux être sûr que la compétition ne soit pas un bon moyen de gérer une communauté pour un problème quelconque dans la société humaine, mais j'en doute. Je n'irai pas non plus jusqu'à prôner son éradication, la personnalité humaine étant telle qu'il faut parfois une pression pas toujours amicale pour réaliser des choses difficiles. Cependant, dans le domaine des sciences, la prépondérance donnée à la compétition comme méthode d'attribution des moyens et des reconnaissances me paraît particulièrement malsaine car complètement contre-nature. Quelles en sont les conséquences pour une communauté scientifique ? Et surtout sa composante de base, le chercheur.¹ Celui-ci, comme tout être humain s'adaptera au milieu qui l'entoure. Mais cette adaptation n'en fera pas forcément un "meilleur" chercheur comme une analogie de télé-philosophe pseudo-darwinien pourrait le faire croire. Que fera ce chercheur face à un nouveau résultat qui pourrait lui valoir reconnaissance et donc ensuite moyens pour continuer ses travaux (donc se perpétuer d'une certaine manière, autre invariant de l'humain et même du vivant en général). Tout d'abord, il sera trop content de ce résultat qui

1. J'espère qu'on me fera grâce de l'usage de cette règle grammaticale française qui fait que dans les mots, le masculin domine. Par chercheur, j'entends bien sûr hommes et femmes, sur un pied d'égalité. L'important est que le masculin domine dans la grammaire et seulement dans la grammaire.

pourrait lui assurer un avenir : il en oubliera d'être sceptique vis-à-vis de ce résultat. Or le scepticisme doit faire partie du bagage intellectuel d'un scientifique. D'abord pour ne pas se contenter d'hypothèses acceptées un peu trop facilement par d'autres et donc perfectibles.² Mais le scepticisme doit aussi servir de filtre aux idées certes parfois attrayantes car exotiques ou simplificatrices, mais complètement irréalistes. Après le manque de scepticisme (ou en même temps), la compétition induira le chercheur à **vite** faire état de ses résultats. Voire précipitamment, pour ne pas se faire souffler la bonne affaire par un collègue. Et cette précipitation est aussi à l'opposé de la sérénité nécessaire à un bon travail scientifique. Le scepticisme et la confrontation indispensables d'une interprétation avec d'autres prend du temps, c'est incontournable. D'autre part, cette confrontation nécessite la discussion. Mais qui dit discussion dit diffusion. Et là, de nouveau, le risque de hold-up intellectuel par un collègue indélicat. La compétition nuit à la collaboration, sophisme tellement vrai qu'il doit être rappelé en sciences où la collaboration est, comme ailleurs, très performante.

Manque de scepticisme, précipitation, manque de collaboration : voilà le profil du nouveau chercheur, produit du darwinisme technocratique-moderne appliqué aux scientifiques. Et si l'évolution menait parfois dans des impasses ?

2. On voit dans d'autres domaines des hypothèses peu étayées perdurer des millénaires. Heureusement, les sciences ont montré de moindres résistances – mais des résistances tout de même – aux nouvelles idées

Bibliographie

- Appourchaux, T., Belkacem, K., Broomhall, A.-M., et al. 2009, *A&A Rev.*, en préparation
- Appourchaux, T., Fröhlich, C., Andersen, B., et al. 2000, *ApJ*, 538, 401
- Appourchaux, T., Michel, E., Auvergne, M., et al. 2008, *A&A*, 488, 705
- Barban, C., Matthews, J. M., de Ridder, J., et al. 2007, *A&A*, 468, 1033
- Baudin, F., Appourchaux, T., Boumier, P., et al. 2008, *A&A*, 478, 461
- Baudin, F., Chaplin, W. J., Appourchaux, T., et al. 2009, *MNRAS*, en préparation
- Baudin, F. & Finidori, H. 2004, in *ESA Special Publication, Vol. 559, SOHO 14 Helio- and Asteroseismology : Towards a Golden Future*, ed. D. Danesy, 51
- Baudin, F., Gabriel, A., & Gibert, D. 1994, *A&A*, 285, L29
- Baudin, F., Gabriel, A., Gibert, D., Pallé, P. L., & Regulo, C. 1996, *A&A*, 311, 1024
- Baudin, F., Samadi, R., Goupil, M.-J., et al. 2005, *A&A*, 433, 349
- Belkacem, K., Samadi, R., Goupil, M. J., et al. 2009a, *A&A*, accepté
- Belkacem, K., Samadi, R., Goupil, M. J., Kupka, F., & Baudin, F. 2006, *A&A*, 460, 183
- Belkacem, K., Samadi, R., Goupil, M. J., et al. 2009b, *Science*, soumis
- Benomar, O., Appourchaux, T., & Baudin, F. 2009, *A&A*, soumis
- Chang, H.-Y. & Gough, D. O. 1998, *Sol. Phys.*, 181, 251
- Chaplin, W. J., Appourchaux, T., Baudin, F., et al. 2006, *MNRAS*, 369, 985
- Chaplin, W. J., Elsworth, Y., Isaak, G. R., et al. 1998, *MNRAS*, 298, L7
- Charpinet, S., Fontaine, G., & Brassard, P. 2001, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 113, 775

- Christensen-Dalsgaard, J. 2003, Lecture Notes on Stellar Oscillations, 5th Edition, <http://www.phys.au.dk/~jcd/oscilnotes/>
- de Ridder, J., Barban, C., Baudin, F., et al. 2009, Nature, accepté
- de Ridder, J., Barban, C., Carrier, F., et al. 2006, A&A, 448, 689
- Dziembowski, W. A., Gough, D. O., Houdek, G., & Sienkiewicz, R. 2001, MNRAS, 328, 601
- Egamberdiev, S., Khalikov, S., Lazrek, M., & Fossat, E. 1992, A&A, 253, 252
- Elsworth, Y. P., Baudin, F., Chaplin, W., et al. 2006, in ESA Special Publication, Vol. 624, Proceedings of SOHO 18/GONG 2006/HELAS I, Beyond the spherical Sun
- Foglizzo, T. 1998, A&A, 339, 261
- Fröhlich, C., Bonnet, R. M., Bruns, A. V., et al. 1988, in ESA Special Publication, Vol. 286, Seismology of the Sun and Sun-Like Stars, ed. E. J. Rolfe, 359–362
- Gabriel, A. H., Baudin, F., Boumier, P., et al. 2002, A&A, 390, 1119
- García, R. A., Turck-Chièze, S., Jiménez-Reyes, S. J., et al. 2007, Science, 316, 1591
- Gavryusev, V. G. & Gavryuseva, E. A. 1999, MNRAS, 303, L63
- Goldreich, P. & Keeley, D. A. 1977, ApJ, 212, 243
- Goldreich, P., Murray, N., & Kumar, P. 1994, ApJ, 424, 466
- Guenther, D. B., Kallinger, T., Reegen, P., et al. 2005, ApJ, 635, 547
- Hekker, S., Kallinger, T., Baudin, F., et al. 2009, A&A, soumis
- Houdek, G. & Gough, D. O. 2002, MNRAS, 336, L65
- Huat, A., Hubert, A., Floquet, M., et al. 2009, A&A, soumis
- Jiménez-Reyes, S. J., Chaplin, W. J., García, R. A., et al. 2008, MNRAS, 389, 1780
- Kallinger, T., Guenther, D. B., Matthews, J. M., et al. 2008, A&A, 478, 497
- Karoff, C. & Kjeldsen, H. 2008, ApJL, 678, L73
- Kjeldsen, H. & Bedding, T. R. 1995, A&A, 293, 87
- Kosovichev, A. G. & Zharkova, V. V. 1998, Nature, 393, 317

- Kumar, P., Ao, C. O., & Quataert, E. J. 1995, *ApJ*, 449, 294
- Kumar, P., Franklin, J., & Goldreich, P. 1988, *ApJ*, 328, 879
- Leibacher, J. W. & Stein, R. F. 1971, *Ap.L*, 7, 191
- Lighthill, M. J. 1952, *Royal Society of London Proceedings Series A*, 211, 564
- Lindsey, C. & Donea, A.-C. 2008, *Sol. Phys.*, 251, 627
- Martínez-Oliveros, J. C., Donea, A.-C., Cally, P. S., & Moradi, H. 2008, *MNRAS*, 389, 1905
- Matthews, J. M., Kusching, R., Guenther, D. B., et al. 2004, *Nature*, 430, 51
- Michel, E., Baglin, A., Auvergne, M., et al. 2008, *Science*, 322, 558
- Noels, A. 1998, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 135, *A Half Century of Stellar Pulsation Interpretation*, ed. P. A. Bradley & J. A. Guzik, 400–+
- Roth, M. 2001, *ApJ*, 559, 1165
- Roth, M. & Stix, M. 2003, *A&A*, 405, 779
- Samadi, R. 2000, Thèse de Doctorat, “Excitation stochastique des oscillation stellaires”
- Samadi, R., Georgobiani, D., Trampedach, R., et al. 2007, *A&A*, 463, 297
- Samadi, R. & Goupil, M.-J. 2001, *A&A*, 370, 136
- Samadi, R., Goupil, M.-J., Alecian, E., et al. 2005, *J. Astron. and Astroph.*, 26, 171
- Samadi, R., Ludwig, H.-G., Belkacem, K., et al. 2009, *A&A*, soumis
- Scargle, J. D. 1982, *ApJ*, 263, 835
- Scherrer, P. H., Wilcox, J. M., Kotov, V. A., Severny, A. B., & Tsap, T. T. 1979, *Nature*, 277, 635
- Severnyi, A. B., Kotov, V. A., & Tsap, T. T. 1976, *Nature*, 259, 87
- Thomson, D. J., MacLennan, C. G., & Lanzerotti, L. J. 1995, *Nature*, 376, 139
- Toutain, T. & Fröhlich, C. 1992, *A&A*, 257, 287
- Turck-Chièze, S., García, R. A., Couvidat, S., et al. 2004, *ApJ*, 604, 455
- Ulrich, R. K. 1970, *ApJ*, 162, 993

Wolff, C. L. 1972, ApJ, 176, 833

Woodard, M. & Hudson, H. S. 1983, Nature, 305, 589

Zahn, J. P. 1970, A&A, 4, 452