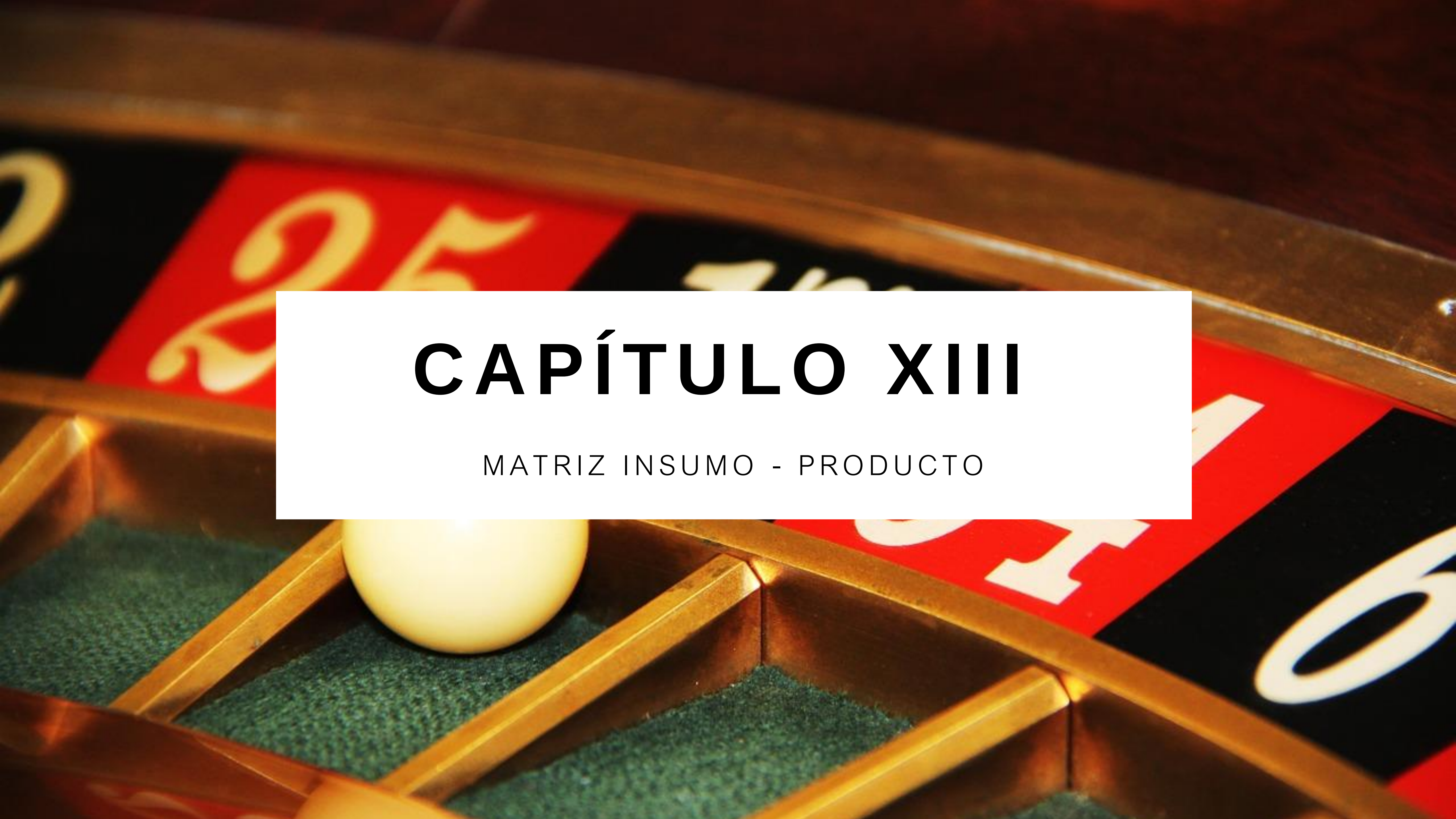
EDUARDO LORA & SERGIO I. PRADA

5ta edición

Técnicas de medición económica

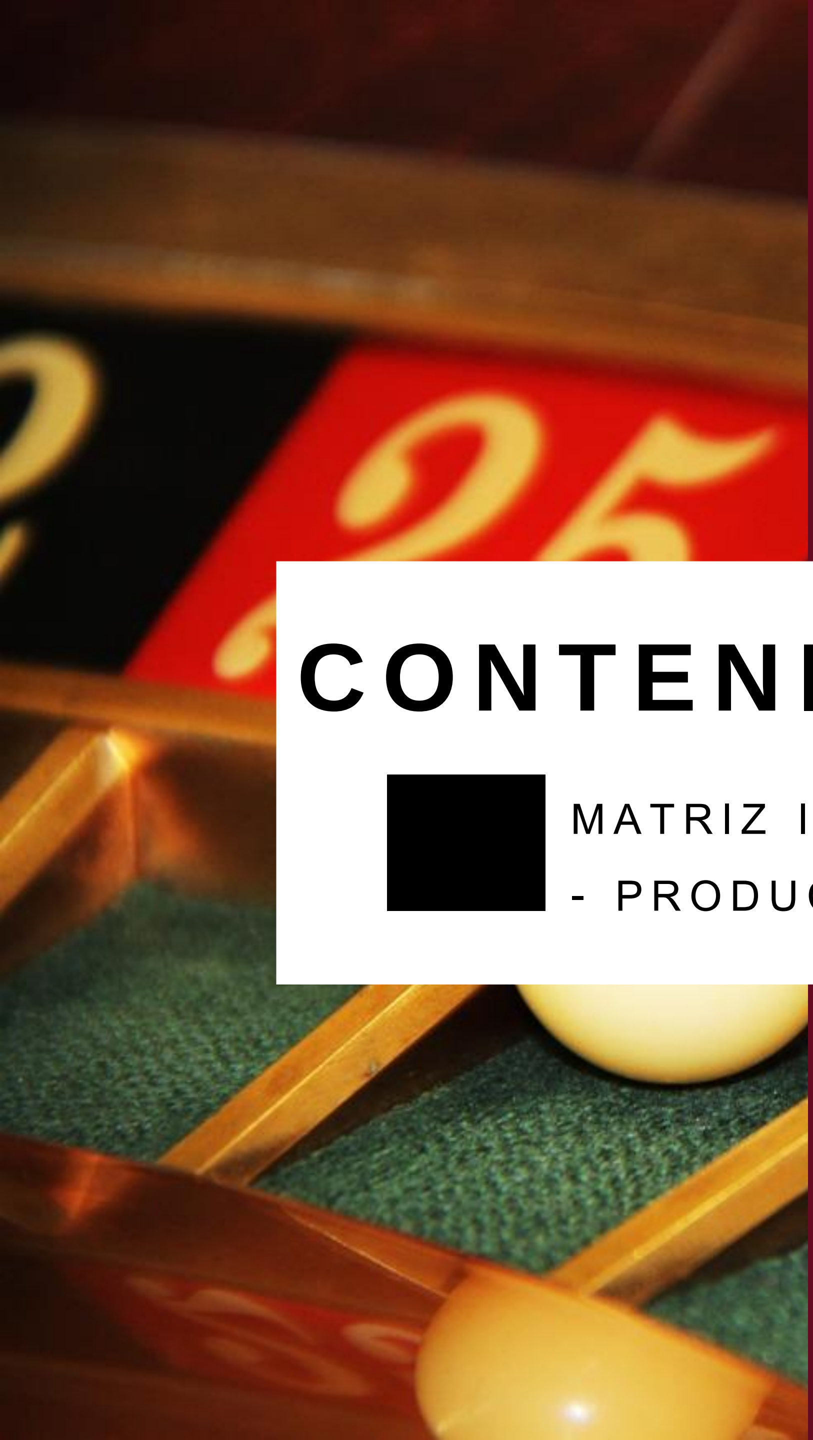
Metodología y aplicaciones en Colombia

UNIVERSIDAD ICESI



CAPÍTULO XIII

MATRIZ INSUMO - PRODUCTO



CONTENIDO

MATRIZ INSUMO - PRODUCTO

INTRODUCCIÓN

La matriz insumo-producto puede servir como

Herramienta para la descripción de las transacciones intersectoriales relacionadas con la producción.

Herramienta de programación y análisis económico a fin de determinar los niveles de producción que deben alcanzar los diferentes sectores para satisfacer las demandas de consumo o inversión de los diferentes productos

Herramienta para estudiar la composición del valor agregado de los productos

Efectuar análisis de precios, calcular requerimiento de importaciones, etc.

[redacted] Construcción de una matriz insumo - producto simplificada

CONSTRUCCIÓN DE UNA MATRIZ INSUMO - PRODUCTO SIMPLIFICADA

Supuestos

1. Intervienen sólo tres ramas y tres productos
2. Los únicos componentes del valor agregado son los salarios y las ganancias.
3. Economía sin transacciones con el exterior
4. Existe perfecta correspondencia entre las ramas de producción y los productos
5. Ninguna rama obtiene productos diferentes a los que le son característicos, es decir, no obtiene producciones secundarias.

Estructura de una matriz insumo-producto

Compras ↓ / Ventas →		Ramas de producción			Ventas Intermedias VI	Consumo C	Invensión I	Producto final PIB	Valor bruto de producción VBP
		Primaria (1)	Secundaria (2)	Terciaria (3)					
Productos	Primarios (1)	-	200	-	200	200	100	300	500
	Secundarios (2)	300	-	100	400	200	-	200	600
	Terciarios (3)	-	100	-	100	100	-	100	200
Compras intermedias CI		300	300	100	700	500	100	600	1,300
Salarios S		100	150	100	350				
Ganancias G		100	150	-	250				
Valor agregado (ingreso) VA		200	300	100	600				
Valor bruto de producción VBP		500	600	200	1,300				

CONSTRUCCIÓN DE UNA MATRIZ INSUMO - PRODUCTO SIMPLIFICADA

CONSTRUCCIÓN DE UNA MATRIZ INSUMO - PRODUCTO SIMPLIFICADA

En sentido vertical, las cuentas de cada rama j expresan una igualdad entre el valor bruto de la producción VBP y los costos incurridos para generarlo, es decir: las compras intermedias (de insumos) a las otras industrias i, $\sum_i CI_{ij}$, los pagos de salarios S_j y las ganancias G_j, que según nuestros supuestos componen la totalidad del valor agregado.

Así, cada columna puede ser representada mediante la ecuación:

$$VBP_j = \sum_i CI_{ij} + S_j + G_j$$

o, de forma más breve

$$VBP_j = CI_i + VA_j$$

En sentido vertical están las compras que hacen los sectores. Así, el sector primario (rama 1) adquirió insumos industriales por $300, pagó salarios por $100 y obtuvo ganancias por $100, para un valor bruto de la producción de $500.

En sentido horizontal están las ventas. Por ejemplo, el sector terciario, o de servicios (3) vendió $100 al sector secundario (para un total de ventas intermedias de $100), y $100 a los consumidores (para un total de ventas de producto final de $100). Nótese que los totales de la columna y la fila de un sector son iguales ($500 en el caso del sector primario), puesto que son dos formas alternativas de calcular el valor bruto de producción del sector.

CONSTRUCCIÓN DE UNA MATRIZ INSUMO - PRODUCTO SIMPLIFICADA

CONSTRUCCIÓN DE UNA MATRIZ INSUMO - PRODUCTO SIMPLIFICADA

En sentido horizontal se discriminan los usos dados a cada producción i, los cuales comprenden las ventas intermedias a los otros sectores $\sum_i CI_{ij}$, y los usos finales, que en nuestro caso son sólo consumo final C_i e inversión I_i

$$O_i = \sum_j CI_{ij} + C_i + I_i$$

Como no estamos considerando transacciones exteriores ni producciones secundarias, la oferta del producto i equivale a la producción bruta de la rama correspondiente:

$$VBP_j = O_i \text{ para } i = j$$

CONSTRUCCIÓN DE UNA MATRIZ INSUMO - PRODUCTO SIMPLIFICADA

Si se expresa el total de ventas intermedias del sector i a otros sectores como VI (lo que es lo mismo que $\sum_j CI_{ij}$), cada fila de la matriz puede expresarse con la igualdad:

$$VBP_i = VI_i + C_i + I_i$$

Así, en el Ejemplo, el producto del sector primario se destina (como se observa en la fila 1) a consumo intermedio en el sector secundario ($200), consumo final ($200) e inversión ($100). Los usos totales del producto primario que se registran en la última casilla de la fila ($500) son iguales al producto del sector primario como total de la columna 1 correspondiente.

CONSTRUCCIÓN DE UNA MATRIZ INSUMO - PRODUCTO SIMPLIFICADA

De esta manera, para cada columna y fila correspondiente se cumple que

$$CI_j + VA_j = VI_i + C_i + I_i \text{ para } i = j$$

Agregando todas las ecuaciones de todos los productos se tiene que

$$\textstyle\sum_j CI_j + \sum_j VA_j = \sum_i VI_i + \sum_i C_i + \sum_i I_i$$

CONSTRUCCIÓN DE UNA MATRIZ INSUMO - PRODUCTO SIMPLIFICADA

Ambos lados de esta ecuación corresponden en el esquema a los totales de todos los valores brutos de producción. Así, la totalidad de compras intermedias entre todos los sectores, $\sum_j CI_j$ es \$700, y la suma de valores agregados $\sum_j VA_j$ es \$600 para un total de valores brutos de producción de \$1,300, lo que a su vez es igual a la totalidad de las ventas intermedias $\sum_i VI_i$ (que son los mismos \$700 de las compras intermedias), más la totalidad de los consumos finales $\sum_i C_i$ por \$500, más la inversión $\sum_i I_i$ por valor de \$100.

CONSTRUCCIÓN DE UNA MATRIZ INSUMO - PRODUCTO SIMPLIFICADA

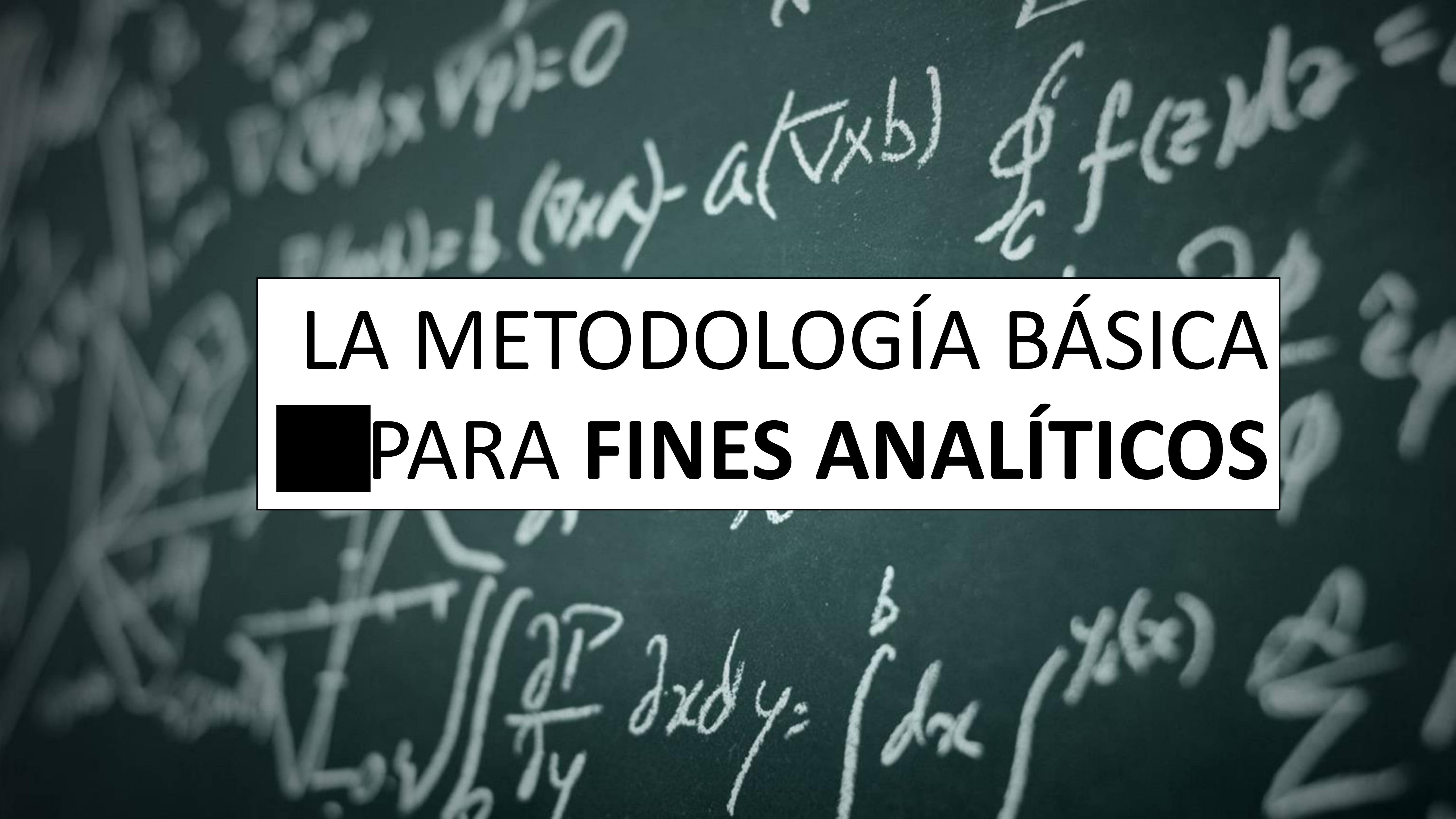
Como el conjunto de las ventas intermedias para toda la economía es idéntico a la totalidad de las compras intermedias, la ecuación anterior puede simplificarse a

$$\sum_j VA_j = \sum_i C_i + \sum_i I_i$$

Ecuación que expresa sencillamente la igualdad entre el agregado del producto o el ingreso y sus usos finales, esto es, la expresión macroeconómica básica para una economía cerrada:

$$Y = C + I$$

En el ejemplo este valor es de $600, o sea, la suma de los valores agregados, que a su vez corresponden al consumo y la inversión.



LA METODOLOGÍA BÁSICA [redacted] PARA **FINES ANALÍTICOS**

LA METODOLOGÍA BÁSICA PARA FINES ANALÍTICOS

Supuestos tecnológicos

Hipótesis de homogeneidad: exige que los establecimientos clasificados dentro de cada rama de la producción produzcan un solo producto con la misma estructura de insumos.

Para su estricto cumplimiento esta hipótesis requiere que todos los establecimientos dentro de una rama utilicen insumos idénticos y en las mismas proporciones y obtengan también productos idénticos.

Como las matrices insumo-producto se elaboran en valores monetarios y no en unidades físicas, el requisito de homogeneidad debe extenderse también a los precios: insumos iguales o productos iguales deben tener precios iguales de valoración para todos los productores.

Supuestos tecnológicos

LA METODOLOGÍA BÁSICA PARA FINES ANALÍTICOS

Proporcionalidad entre la cantidad de producto de cada sector y las cantidades de insumos y de factores de producción utilizados.

El requisito de proporcionalidad implica funciones lineales de producción tales que las necesidades de todos y cada uno de los insumos y factores de producción requeridos en la producción de cada rama varíen proporcionalmente con el volumen de producción

LA METODOLOGÍA BÁSICA PARA FINES ANALÍTICOS

Supuestos tecnológicos

Como estas hipótesis dejan en claro, los datos de la matriz son útiles para fines analíticos si reflejan las necesidades tecnológicas de los sectores.

Por esta razón, es importante distinguir entre la compra y la utilización de inventarios de materias primas.

Para propósitos analíticos interesa registrar en la matriz sólo los usos de insumos, en los cuales se basan los supuestos tecnológicos. Por consiguiente, la acumulación o desacumulación de inventarios en materias primas debe aparecer como un uso final y no como un uso intermedio del producto.

LA METODOLOGÍA BÁSICA PARA FINES ANALÍTICOS

Cálculo de los valores brutos de producción a partir de las demandas finales

Uno de los problemas que puede resolverse a partir de la información que proporciona la matriz insumo-producto es calcular el valor bruto de la producción de cada rama que se requiere para satisfacer un conjunto de necesidades de demanda final de bienes y servicios.

Considere el ejemplo de la sección anterior. Se necesita una producción bruta total de $1,300 ($500 de la agricultura, $600 de la industria, $200 de servicios) para conseguir un producto final de $600, compuesto así: $300 de bienes primarios, $200 de manufacturas y $100 de servicios. La diferencia entre ambos totales corresponde a las compras intermedias, que son $700 para toda la economía.

LA METODOLOGÍA BÁSICA PARA FINES ANALÍTICOS

Por tanto, podría plantearse la siguiente pregunta:

¿Cómo debe modificarse el valor bruto de la producción de cada sector si se desea elevar el consumo de bienes industriales en $100?

En principio puede decirse que el VBP industrial deberá también elevarse en $100 para satisfacer la mayor demanda final. Ello significa un aumento del 16.7% sobre el actual VBP industrial, que es de $600.

En consecuencia, todas y cada una de las necesidades de insumos del sector industrial tendrían que incrementarse en un 16.7%, como también el valor agregado industrial, debido al supuesto de proporcionalidad enunciado.

LA METODOLOGÍA BÁSICA PARA FINES ANALÍTICOS

Ahora bien, como el sector industrial ha aumentado sus compras a los demás sectores, éstos tendrán que elevar también su producto. Así, el sector primario tendrá que elevar su VBP de $500 a $533.3, siendo estos $33.3 lo que ahora el sector secundario va a comprarle de más.

Este aumento del VBP agrícola equivale a un 6.6%, porcentaje en el cual deben aumentar sus compras a los otros sectores. Las compras intermedias del sector primario al sector industrial pasarán de $300 a $320 y el valor agregado agrícola de $200 a $213.3.

LA METODOLOGÍA BÁSICA PARA FINES ANALÍTICOS

En este punto, sin embargo, el problema se complica, pues al demandar el sector agrícola $20 más del sector industrial, tendríamos nuevamente que modificar el VBP industrial (que habíamos calculado en $700); y con esta modificación aparecerá una nueva demanda de bienes agrícolas por parte del sector industrial y así sucesivamente. Igual cosa sucedería entre el sector industrial y el de servicios y entre éste y el agrícola.

Es posible desarrollar este método de aproximaciones sucesivas, haciendo ajustes en todos los sectores en forma iterativa

LA METODOLOGÍA BÁSICA PARA FINES ANALÍTICOS

Método iterativo de cálculo del VBP

Compras → / Ventas ↓	Primaria (1)	Secundaria (2)	Terciaria (3)	Ventas Intermedias VI	Consumo C	Inversión I	Producto final PIB
Primarios (1)	-	233.3 / 242.8	0 / 0	233.3 / 242.8	200	100	300
Secundarios (2)	320.0 / 325.7	-	108.3 / 110.7	428.3 / 436.4	300	-	300
Terciarios (3)	0 / 0	116.7 / 121.4	-	116.7 / 121.4	100	-	100
Compras intermedias CI	320.0 / 325.7	350.0 / 364.2	108.3 / 110.7	778.3 / 800.6	600	100	700
Salarios S	106.6 / 108.5	175.0 / 182.1	108.3 / 110.7	390.0 / 401.3			
Ganancias G	106.6 / 108.5	175.0 / 182.1	0 / 0	281.6 / 290.6			
Valor agregado (ingreso) VA	213.3 / 217.1	350.0 / 364.2	108.3 / 110.7	671.6 / 692.0			
Valor bruto de producción VBP	533.3 / 542.8	700.0 / 728.3	216.7 / 221.4	1450.0 / 1492.5			

LA METODOLOGÍA BÁSICA PARA FINES ANALÍTICOS

En cada iteración serían menores las correcciones que habría que introducir a cada una de las cifras, de modo que a la quinta o sexta iteración ya estaríamos bastante próximos al resultado final.

Entonces el VBP de cada rama tendría que satisfacer tanto las necesidades de demanda final de las que partimos, como las necesidades de insumos requeridos por los otros dos sectores.

$$VBP_j = \sum_j CI_{ij} + C_i + I_i$$

LA METODOLOGÍA BÁSICA PARA FINES ANALÍTICOS

Como desde un principio hemos supuesto que las necesidades de cada tipo de insumos para cada rama son una proporción constante de su producción, las compras intermedias del insumo i por parte de la industria j pueden expresarse como

$$CI_{ij} = a_{ij}VBP_j$$

donde a_{ij} es el coeficiente técnico que indica cuáles son las necesidades del insumo por peso de producción bruta del sector j

LA METODOLOGÍA BÁSICA PARA FINES ANALÍTICOS

Si el sector agrícola requiere $300 de insumo industriales para producir un VBP de $500, dicho coeficiente es 0.6.

Todos los coeficientes técnicos se calculan dividiendo el valor de las compras intermedias de cada rama por el respectivo VBP de esa rama.

Los resultados pueden presentarse en una matriz, que se denomina "matriz de coeficientes técnicos"

Matriz de coeficientes técnicos

	Primario (1)	*Secundario (2)*	*Terciario (3)*
Primario (1)	*0.00*	*0.33*	*0.00*
Secundario (2)	*0.60*	*0.00*	*0.50*
Terciario (3)	*0.00*	*0.17*	*0.00*

De acuerdo con lo anterior, las ventas intermedias de cada artículo pueden calcularse a partir de estos coeficientes técnicos multiplicados por el VBP de cada sector.

De manera general, las ventas intermedias totales de cualquier sector i son:

$$VI_i = \sum_j CI_{ij} = \sum_j a_{ij} VBP_j$$

Como el VBP de cada sector es

$$VBP_i = VI_i + C_i + I_i$$

se tiene entonces que

$$VBP_i = \sum_j a_{ij} VBP_j + C_i + I_i$$

Con esta expresión, los VBP de los tres sectores serán, respectivamente:

$$VBP_1 = C_1 + I_1 + \qquad\qquad a_{12}VBP_2 + a_{13}VBP_3$$

$$VBP_2 = C_2 + I_2 + a_{21}VBP_1 + \qquad\qquad a_{23}VBP_3$$

$$VBP_3 = C_3 + I_3 + a_{31}VBP_1 + a_{32}VBP_2$$

donde los espacios en blanco corresponden a los coeficientes técnicos de cada rama sobre sus propios productos, los cuales son cero

Cálculo de los valores brutos de producción conociendo las demandas finales

Queremos calcular los valores brutos de producción utilizando las igualdades entre producción y usos de la producción de cada sector que acabamos de presentar. Para nuestro ejemplo, sustituyendo VBP3 en la ecuación de VBP2

$$VBP_2 = 300 + 0.6VBP_1 + 0.5(100 + 0.17VBP_2)$$

de donde se deduce que:

$$VBP_2 = \frac{350 + 0.6VBP_1}{0.915}$$

Cálculo de los valores brutos de producción conociendo las demandas finales

y reemplazando esto en la ecuación de VBP1

$$VBP_1 = 200 + 100 + 0.33\left(\frac{350 + 0.6VBP_1}{0.915}\right)$$

Por consiguiente:

$$VBP_1 = 543.9$$

$$VBP_2 = 739.2$$

$$VBP_3 = 225.7$$

También es posible utilizar expresiones matriciales para representar el sistema anterior de ecuaciones:

$$[VBP]_{3X1} = [D]_{3X1} + [A]_{3X3}[VBP]_{3X1}$$

donde [VBP] es el vector columna de los VBPi , [D] el vector columna de las demandas finales C_i e I_i tomadas conjuntamente y [A] la matriz cuadrada de los coeficientes técnicos a_{ij}

Mediante algunas transformaciones (en las cuales [I] es la matriz identidad), se puede despejar el vector [VBP], que es la incógnita del problema:

$$[I]_{3x3}[VBP]_{3X1} - [A]_{3X3}[VBP]_{3X1} = [D]_{3X1}$$

$$[I - A]_{3x3}[VBP]_{3X1} = [D]_{3X1}$$

$$[VBP]_{3X1} = [I - A]_{3x3}^{-1}[D]_{3X1}$$

LA METODOLOGÍA BÁSICA PARA FINES ANALÍTICOS

La matriz [I – A], cuya inversa aparece premultiplicando el vector columna de demanda final [D], se conoce también con el nombre de *MATRIZ DE LEONTIEF.*

Por ejemplo

$$[VBP]_{3X1} = \begin{bmatrix} 1 & -0.33 & 0 \\ -0.6 & 1 & -0.5 \\ 0 & -0.17 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 300 \\ 300 \\ 100 \end{bmatrix}$$

Calculando la inversa mediante

$$[I - A]^{-1} = \frac{1}{Det[I - A]} Adj[I - A]$$

LA METODOLOGÍA BÁSICA PARA FINES ANALÍTICOS

Por ejemplo

donde Det es determinante y Adj adjunta, o sea, transpuesta de cofactores, se tiene que

$$[I-A]^{-1}=\frac{1}{0.0717}\begin{bmatrix}0.915 & 0.330 & 0.165\\ 0.600 & 1.000 & 0.500\\ 0.102 & 0.170 & 0.802\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1.276 & 0.460 & 0.230\\ 0.837 & 1.395 & 0.697\\ 0.142 & 0.237 & 1.119\end{bmatrix}$$

Por ejemplo

de donde los valores de producto buscados son:

$$\begin{bmatrix} 543.8 \\ 739.3 \\ 225.7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.276 & 0.460 & 0.230 \\ 0.837 & 1.395 & 0.697 \\ 0.142 & 0.237 & 1.119 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 \\ 300 \\ 100 \end{bmatrix}$$

La última ecuación representa numéricamente que el valor del producto de cada sector es igual a la sumatoria de los coeficientes de la fila correspondiente, multiplicados por los valores de demanda final, esto es

$$VBP_i = \sum_i r_{ij} D_{i=j}$$

En consecuencia, cada uno de los elementos rij de la inversa de la matriz de Leontief es un coeficiente que indica la cantidad de producto VBPi del sector i que se requiere para producir $1 de producto final (Dj) del sector j

LA METODOLOGÍA BÁSICA PARA FINES ANALÍTICOS

Es importante señalar que estos coeficientes rij comprenden no sólo los insumos directamente requeridos en la producción de cada bien, sino aquéllos que resultan de las demandas indirectas provenientes de otros sectores, que a su vez aportan insumos para la producción de dicho bien. Como puede verse, cada uno de los coeficientes de la inversa de la matriz de Leontief es mayor que el correspondiente coeficiente técnico de la matriz original, [A].

También se puede observar que cada peso de producto final (en cualquier sector) exige en total más de un peso de producción por parte de todos los sectores.

LA METODOLOGÍA BÁSICA PARA FINES ANALÍTICOS

Nótese que el modelo supone que los niveles de producción de los sectores están completamente determinados por la demanda; ello implica, en otras palabras, que existen excesos de capacidad de producción (o de capacidad instalada) en todos los sectores productivos y oferta laboral disponible para ser utilizada a los salarios existentes, de forma que la producción siempre puede aumentar o disminuir para igualar la demanda sin cambios en los precios.

LA METODOLOGÍA BÁSICA PARA FINES ANALÍTICOS

Descomposición de los productos finales en sus valores agregados

La matriz insumo-producto permite demostrar que esta igualdad entre el valor agregado rige también para cada producto tomado por separado y no sólo para el total

Para mostrarlo es preciso calcular:

Coeficientes de valor agregado de cada rama de la producción

Indican qué porcentaje del valor bruto de la producción de cada sector corresponde al valor agregado directamente por el mismo sector

En general,

$$s_j = \frac{S_j}{VBP_j}$$

$$g_j = \frac{G_j}{VBP_j}$$

$$f_j = \frac{VA_j}{VBP_j} = s_j + g_j$$

LA METODOLOGÍA BÁSICA PARA FINES ANALÍTICOS

Cálculos de la matriz de coeficientes técnicos

Queremos calcular la matriz de coeficientes técnicos y de valor agregado, partiendo de los datos del ejemplo trabajado durante todo el capítulo. Ya habíamos calculado los coeficientes técnicos. Por su parte, los coeficientes de valor agregado total, incluidos salarios y ganancias, son 0.4, 0.5 y 0.5 para las tres ramas, respectivamente. De acuerdo con estos coeficientes, por cada peso de producto bruto del sector agrícola, por ejemplo, se generan $0.40 de valor agregado directo en dicho sector

Matriz de coeficientes técnicos y de valor agregado

Ventas → / Compras ↓	Primario (1)	Secundario (2)	Terciario (3)
Primario (1)	0.00	0.33	0.00
Secundario (2)	0.50	0.00	0.50
Terciario (3)	0.00	0.17	0.00
$\sum_j a_{ij}$	0.60	0.50	0.50
s	0.20	0.25	0.50
g	0.20	0.25	0.00
f	0.40	0.50	0.50
Total	1.00	1.00	1.00

CÁLCULOS DE LA MATRIZ DE COEFICIENTES TÉCNICOS

Por lo tanto, si los requerimientos de producto bruto necesarios para satisfacer una demanda de producción final se multiplican por estos coeficientes, se tienen como resultado los componentes de valor agregado, libres de duplicaciones, de cada sector en esa producción final.

Si cada uno de estos valores se multiplica por su respectivo coeficiente de valor agregado f j y se suman entre sí estos valores, se tiene que

$$VA = \sum_j f_j VBP_j$$

La producción bruta que cada sector j debe generar para satisfacer la demanda final de un sector cualquier i se calcula como

$$VBP_j = r_{ij} D_i$$

donde r_{ij} es el término correspondiente en la *matriz inversa* de Leontief. De modo que si se remplaza en la ecuación anterior, se deduce que

$$VA = \sum_j f_j \times r_{ij} \times D_i$$

Pero, según hemos expuesto, el valor agregado es igual a la demanda final; por lo tanto,

$$1 = \sum_j f_j \times r_{ij}$$

Esta expresión rige para todos los sectores y puede escribirse matricialmente como

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} \end{bmatrix}$$

La matriz cuadrada que aparece con esta expresión es la transpuesta de $(I-A)^{-1}$, así que en forma abreviada:

$$[1]_{3x1} = [(I-A)^{-1}]^{T}_{3X3}[F]_{3x1}$$

El vector columna de unos es igual a la transpuesta de la matriz invertida de Leontief multiplicada por el vector columna de los coeficientes de valor agregado [F].

Se aprecia, entonces, que el valor del producto final de cualquier sector puede descomponerse en su totalidad en los valores agregados por los diversos sectores que contribuyen a su producción en forma directa o indirecta.