

ISSN 1243-4272  
ISBN 2-910015-20-3

---

*NOTES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES  
DU BUREAU DES LONGITUDES*

---

S060

**Serveur d'éphémérides du Bureau des longitudes**

**- Volume 1 -**

**Définitions relatives aux éphémérides  
de position des corps célestes**

**J. Berthier**



---

*Service des calculs et de mécanique céleste du Bureau des longitudes  
URA 707  
77, avenue Denfert-Rochereau  
F-75014 Paris*

Juin 1998

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Avertissement</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Repère et système de coordonnées célestes</b>	<b>3</b>
3.1	Repère céleste de référence . . . . .	3
3.2	Systèmes de coordonnées célestes . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Repère et système de coordonnées terrestres</b>	<b>6</b>
4.1	Coordonnées géocentriques . . . . .	6
4.2	Coordonnées géodésiques . . . . .	8
4.3	Coordonnées géographiques . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Les arguments de temps des éphémérides</b>	<b>9</b>
5.1	Le Temps dynamique barycentrique TDB . . . . .	10
5.2	Le Temps terrestre TT . . . . .	10
5.3	Le Temps universel coordonné UTC . . . . .	11
5.4	Le temps sidéral . . . . .	12
<b>6</b>	<b>Calculs d'éphémérides</b>	<b>13</b>
6.1	Positions géométriques . . . . .	14
6.1.1	Théories planétaires . . . . .	14
6.1.2	Cas des astéroïdes . . . . .	15
6.1.3	Cas des étoiles . . . . .	21
6.2	Positions astrométriques . . . . .	23
6.3	Positions apparentes . . . . .	23
6.3.1	Déflexion des rayons lumineux . . . . .	24
6.3.2	Aberration de la lumière . . . . .	25
6.3.3	Cas topocentrique . . . . .	25
6.4	Positions observées . . . . .	27
6.4.1	La réfraction atmosphérique . . . . .	27
6.4.2	Systèmes de coordonnées de l'observation . . . . .	30
<b>A</b>	<b>Algorithme de Borkowski</b>	<b>39</b>
<b>B</b>	<b>Les échelles de temps</b>	<b>40</b>

## 1 Avertissement

Le propos de ce document n'est pas de décrire l'ensemble des notions et des définitions nécessaires à la construction des éphémérides de position des corps célestes. Pour cela on se reportera à l'ouvrage *Introduction aux éphémérides astronomiques* publié par le Bureau des longitudes [Bdl97] ainsi qu'aux diverses références citées dans ce document. L'objectif est ici de présenter les constantes et les définitions mises en œuvre dans les calculs d'éphémérides proposés sur le serveur Web du Bureau des longitudes (<http://www.bdl.fr/ephemeride.html>). On notera également que ce document est très largement inspiré du chapitre 2 de [Ber97].

## 2 Introduction

Avant d'être en mesure de calculer des éphémérides de corps célestes, il est nécessaire de définir le cadre du problème en présentant les systèmes de références d'espace et de temps dans lesquels sont exprimées les positions et les mouvements des astéroïdes, des planètes et des étoiles. Nous nous contenterons ici d'en rappeler les grands principes avant de présenter les algorithmes de calculs d'éphémérides. Nous nous attacherons dans le même temps à estimer la précision avec laquelle sont calculées les positions des corps célestes. Une étude détaillée des systèmes de référence et des calculs d'éphémérides des corps célestes pourra être obtenue en consultant, entre autre, [Bdl97] et [Sei92].

## 3 Repère et système de coordonnées célestes

### 3.1 Repère céleste de référence

Un repère de référence est à distinguer d'un système de référence qui est le concept théorique de la définition et de la construction des systèmes de coordonnées spatiales et temporelles. Le repère de référence est la matérialisation à l'aide d'objets astronomiques du système de référence. Pour le construire il est nécessaire de choisir des corps de référence (planètes, étoiles, sources extra-galactiques, ...), un système de constantes et des théories (précession, nutation, mouvements orbitaux héliocentriques, ...). D'un point de vue pratique, nous utiliserons le repère FK5, adopté par l'Union Astronomique Internationale en 1976, et utilisé à partir de 1984. Il est représenté par les coordonnées équatoriales moyennes et les mouvements propres des 1535 étoiles du catalogue FK5 (*Fundamental Katalog 5*), pour la date de référence J2000.0 (date julienne 2451545) [FSL88]. Son plan de référence est voisin du plan équatorial moyen J2000 avec une précision de l'ordre de  $\pm 20$  millièmes de seconde de degré (mas) [ACFL95]; son équinoxe représente l'équinoxe dynamique moyen rotationnel à J2000 avec une précision de l'ordre de  $0^s.003$  [Fri82]. Les expressions compatibles avec ce repère sont, pour la précession, celles de Lieske et *al.* [LLFM77] et pour le temps sidéral, celles de Aoki et *al.* [AGK<sup>+</sup>82] (c.f §5.4). Ces expressions reposent sur la théorie du Soleil de Newcomb mais introduisent des valeurs des masses différentes. La valeur de la précession générale en longitude à J2000 est :

$$p_L = 50290''.966 \text{ par millier d'années}$$

avec une indétermination estimée à 3" par millier d'années [CTFM94]. La valeur de l'obliquité à J2000 associée au repère FK5 est :

$$\epsilon_0^{FK5} = 23^\circ 26' 21''.448$$

Des déterminations récentes de l'obliquité de l'écliptique dynamique moyen J2000 montrent une différence entre l'écliptique moyen J2000 associé au FK5 et l'écliptique dynamique moyen rotationnel J2000 utilisé par exemple dans les éphémérides du Jet Propulsion Laboratory, DE200/LE200. Cette différence se traduit par une rotation du plan de l'écliptique dynamique moyen J2000 autour de la direction du point  $\gamma$  d'une valeur de [Sta82] :

$$\Delta\epsilon_R^{FK5} = \epsilon_0^{FK5} - \epsilon_0^R = 0''.036 1$$

Cet écart sur les obliquités est accompagné d'une rotation entre les équinoxes du FK5 et de DE200/LE200, provenant d'une rotation non corrigée entre l'équinoxe du FK4 et celui de DE118 [CTFM94] :

$$\Delta E_R^{FK5} = E^{(FK5)} - E^{(R)} = 0''.005 87$$

De même, il existe une différence entre les équinoxes et obliquités calculées dans un repère tournant (DE200/LE200) et celles calculées dans un repère inertiel (théories planétaires du Bureau des longitudes, VSOP82 [Bre82], VSOP87 [BF88], ELP2000 [CTC83]). Standish [Sta82] a estimé la différence entre les obliquités en J2000 à :

$$\Delta\epsilon_I^R = \epsilon_0^R - \epsilon_0^I = 0''.003 34$$

et à :

$$\Delta E_I^R = E^{(R)} - E^{(I)} = 0''.093 66,$$

pour la rotation entre les équinoxes dans l'équateur moyen J2000.

Dans un premier temps, nous pouvons négliger ces corrections dans la mesure où elles sont bien inférieures à la précision habituelle des positions fournies par les catalogues d'étoiles et la précision des éphémérides des astéroïdes (c.f §6.1). Ces approximations sont d'autant plus justifiées que Lindegren et *al.* [LRS<sup>+</sup>95] ont estimé les erreurs systématiques sur les positions du FK5 de l'ordre de 100 mas. Cependant, avec l'arrivée de catalogues tels que Hipparcos (précisions estimées à 1 mas en position et 1 mas/an en mouvements propres) ou Tycho (précisions estimées à 10 mas et 10 mas/an), ainsi que tous les autres catalogues en usage qui ne manqueront pas d'être mis à jour, il est préférable de faire attention à l'écart possible entre les repères des catalogues d'étoiles (définis à partir de l'observation des étoiles) et les repères des théories planétaires (définis à partir des mouvements des planètes). Lors de l'utilisation des catalogues Hipparcos et Tycho, l'homogénéité des repères dans lesquels sont calculées les positions des étoiles et des planètes pourra être assurée par l'utilisation du repère ICRF (*International Celestial Reference Frame*) de l'IERS (*International Earth Rotation Service*) commun aux deux catalogues et aux éphémérides DE403/LE403 du JPL (Jet Propulsion Laboratory) (c.f §6.1.1).

La théorie *UAI 1980* de la nutation étant compatible avec les expressions de la précession de Lieske [LLFM77], nous l'associerons au repère FK5 comme théorie de

la nutation. Elle est basée sur le modèle de Terre non rigide de Gilbert et Dziewonski [GD75], et assure une précision numérique meilleure que quelques mas. Dans cette théorie [Sei82], le plan équatorial vrai de la date est le plan perpendiculaire à la direction du CEP (*Celestial Ephemeris Pole*), choisie de telle sorte qu'elle ne présente pas de mouvement forcé quasi-diurne dû aux couples extérieurs à la Terre et à son atmosphère (à la fois dans le repère céleste et dans le repère terrestre). Le système de constantes associé au repère FK5 est le système *UAI 1976*. Il est en outre compatible avec la théorie *UAI 1980* de la nutation.

Les diverses sources d'erreurs du FK5 sont estimées à  $\pm 50$  mas pour l'orientation de son pôle relativement au pôle moyen à J2000.0 [ACFL95], à  $\pm 80$  mas pour l'origine des ascensions droites [ACFL95], et à 100 mas pour les erreurs systématiques sur les positions comme il l'a été dit plus haut. L'ICRF est quant à lui donné avec pour écart entre son pôle et le pôle moyen à J2000.0,  $-18.0 \pm 0.1$  mas dans la direction  $12^h$  et  $-5.3 \pm 0.1$  mas dans la direction  $18^h$ , et comme écart entre son origine et l'équinoxe moyen de l'époque J2000,  $78 \pm 10$  mas [ACFL95]. Le lien entre le repère de DE403 et celui de l'ICRF est estimé par Folkner et *al.* [Fol93] à  $\pm 3$  mas [SNWF95].

### 3.2 Systèmes de coordonnées célestes

Dans le repère FK5, définissons maintenant les différents systèmes de coordonnées attachés à ce repère et couramment utilisés par la suite. Les plans et les origines auxquels sont rapportées ces coordonnées se déduisent du plan de référence (équateur) et de l'origine (équinoxe) du repère uniquement par des transformations de précession et de nutation. Ces transformations sont éventuellement complétées par des translations pour passer d'un centre du repère (par exemple le centre du Soleil) à un autre centre (le centre de la Terre par exemple). Les coordonnées d'un point dans le repère de référence sont matérialisées dans un système barycentrique (BRS) ou inertiel par des coordonnées rapportées à un plan et un équinoxe fixes (équateur et équinoxe moyens d'une date de référence). Nous les appellerons ici les coordonnées géométriques. Elles représentent la position effective qu'a un corps à l'instant  $t$  dans le repère de référence. Elles sont généralement issues des théories planétaires pour les coordonnées des corps du système solaire, ou des catalogues pour les étoiles. Rattachées aux FK5, nous parlerons de coordonnées équatoriales rapportées à l'équateur et l'équinoxe moyen J2000. A partir de telles coordonnées on passe alors à des coordonnées moyennes de la date par une transformation faisant intervenir la précession. On passe enfin à des coordonnées vraies de la date par une transformation faisant intervenir la nutation. Ces transformations sont décrites dans [IER96], [CTFM94], [Sei92], [KHSS89].

Il est d'usage de représenter les coordonnées d'un corps céleste dans un système d'axes orthogonal direct, défini par la donnée d'un centre, de la direction d'un pôle (dirigé vers le CEP), et d'une direction de référence dans le plan de référence (direction du point vernal  $\gamma$ ). Le vecteur  $\vec{r}$  reliant l'origine du repère à l'objet est représenté par ses coordonnées rectangulaires  $(x, y, z)$ , dont la norme est la distance au centre de l'objet. Une exception est cependant à envisager pour les objets stellaires. Dans ce cas, le vecteur  $\vec{r}$  exprime la direction de l'objet depuis le centre du repère (vecteur normé), et lorsque la distance de l'objet est connue, elle est représentée par la

parallaxe<sup>1</sup> trigonométrique de l'objet.

Une autre représentation en usage est celle des coordonnées sphériques, qui dans les repères définis précédemment s'expriment par l'ascension droite  $\alpha$  (équivalent d'une longitude dans le plan de référence) et la déclinaison  $\delta$  (équivalent d'une latitude par rapport au plan de référence). Mais l'emploi d'une telle représentation n'a d'intérêt que parce qu'elle est la représentation de la sphère céleste la plus naturelle pour l'homme (concept, observation) et parce qu'elle peut conduire à certaines simplifications dans les calculs d'éphémérides. Nous préférons à la trigonométrie sphérique l'algèbre vectorielle dont la mise en œuvre est souvent plus compacte et évidente. Les coordonnées sphériques des corps célestes ne seront calculées qu'en dernière opération des calculs d'éphémérides pour leur lien avec l'observation terrestre.

## 4 Repère et système de coordonnées terrestres

De même qu'un repère de référence céleste matérialise un système de référence céleste, un repère terrestre est associé à un système de référence terrestre. Mais notre propos étant d'étudier les mouvements des corps célestes relativement à la Terre et ses observateurs, nous ne nous attacherons ici qu'à définir les systèmes de coordonnées terrestres nécessaires à notre étude, et à leurs liens avec le repère céleste FK5. On pourra trouver les définitions des systèmes et repères de référence terrestres en consultant [IER96], [KM89], ou [vK86].

### 4.1 Coordonnées géocentriques

Les coordonnées géocentriques d'un observateur sont ses coordonnées rapportées à un repère dont le centre est le centre des masses de la Terre, son plan de référence est le plan de l'équateur terrestre, et son origine est dans la direction d'un méridien de référence arbitraire (Greenwich). Dans ce repère, l'observateur est localisé par ses coordonnées rectangulaires  $(x_o, y_o, z_o)$ , ou par ses coordonnées sphériques :  $\lambda'$  la longitude,  $\phi'$  la latitude, et  $\rho$  la distance. La longitude est mesurée positivement vers l'ouest, et nous l'exprimerons de  $0^h$  à  $24^h$  pour des raisons de similitude avec les ascensions droites. La latitude est définie positive vers le nord et est mesurée depuis l'équateur de  $0^\circ$  à  $90^\circ$ , et de  $0^\circ$  à  $-90^\circ$  vers le sud.

Ainsi définies, ces coordonnées expriment la position d'un observateur par rapport à une Terre supposée rigide, en parfaite rotation autour de son centre des masses. Mais la Terre n'est pas un corps rigide, et est soumise à des modifications périodiques et séculaires de sa forme et donc de sa distribution des masses. En pratique, la Terre est modélisée par une surface ne présentant globalement que des déformations (les résultantes des mouvements de rotation et de translation de chaque élément de surface rapportées à la surface totale sont nulles). Cela revient à considérer la croûte de la Terre comme composée d'un nombre fini de plaques rigides mobiles (plaques tectoniques), et cela permet de réaliser des repères terrestres en adoptant des positions et des mouvements de référence pour un ensemble de points

---

1. le *General Catalogue of Trigonometric Stellar Parallaxes* de l'Observatoire Universitaire de Yale contient dans sa 4<sup>ème</sup> édition 8 112 étoiles ; le catalogue *Hipparcos* fournit maintenant 118 218 mesures de parallaxes trigonométriques.

de référence (stations à la surface de la Terre). Il s'ensuit que les coordonnées définies précédemment se rapportent à un repère standard pour une date de référence  $t_0$ , différent du repère vrai de la date  $t$  dans lequel se situe instantanément un observateur. La transformation entre les deux repères se fait en évaluant les déformations de la croûte terrestre dues aux marées terrestres, à l'action des marées océaniques et aux variations de pression de l'atmosphère [CTFM94]. D'après Boucher [Bou89], l'amplitude des premières est de l'ordre de 30 centimètres, et celles des deux autres de l'ordre de quelques centimètres. La vitesse due au déplacement de la plaque tectonique est quant à elle de l'ordre de 10 cm par an [Bou89]. Évaluées en tant que distance angulaire à la surface de la Terre, ces corrections sont de l'ordre de 10 mas pour les plus importantes, et de 3 mas par an pour la vitesse. Rapportées à la sphère céleste, cela correspond à des corrections inférieures à la microseconde de degré. Ces corrections sont négligeables pour les calculs d'éphémérides des corps célestes, ainsi nous ne les prendrons pas en compte et adopterons un système standard, compatible avec le repère FK5, celui de l'*IERS 92* pour les constantes se rapportant à la définition de la Terre [McC92] (rayon équatorial, coefficient d'aplatissement).

Nous avons défini les coordonnées géocentriques dans un repère dont l'axe  $Oz$  est dirigé suivant l'axe de rotation de la Terre. Or l'observation de la distance zénithale du pôle céleste à différentes époques et différents lieux de la Terre a montré que l'axe de rotation de la Terre n'était pas fixe, mais décrivait un mouvement autour de l'axe de moment d'inertie maximum de la Terre. Rapporté au repère céleste, cet axe décrit autour de l'axe de rotation une courbe complexe rendant impossible la prédiction des positions dans le temps du pôle céleste. L'étude des mouvements du pôle a mis en évidence deux composantes majeures dans ses déplacements sous la forme d'une composante annuelle du mouvement et d'une composante de 14 mois (Chandler). L'observation a par ailleurs montré que l'amplitude du mouvement quasi-circulaire du pôle variait de  $0''.05$  à  $0''.25$  selon un cycle de six ans.

Pour prendre en compte cette séparation entre les deux pôles, on repère les positions dans le temps du pôle céleste vrai par ses coordonnées rectangulaires  $(x_p, y_p)$  dans le plan tangent à la sphère céleste au pôle terrestre conventionnel.  $x_p$  est mesurée par rapport à la direction du méridien origine (méridien de Greenwich) orientée positivement vers Greenwich, et  $y_p$  est mesurée selon la direction perpendiculaire orientée positivement vers l'ouest. Pour transformer les coordonnées géocentriques  $(x_o, y_o, z_o)$  rapportées au pôle terrestre en des coordonnées rattachées au repère céleste dont le pôle est le pôle céleste vrai, on applique successivement les deux rotations  $R_2(x_p)$  et  $R_1(y_p)$ . Les coordonnées  $(x_o^c, y_o^c, z_o^c)$  dans le repère céleste s'expriment alors à partir des coordonnées géocentriques au moyen de la relation :

$$\begin{pmatrix} x_o^c \\ y_o^c \\ z_o^c \end{pmatrix} = R_1(y_p) R_2(x_p) \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{pmatrix} \quad (1)$$

Pour compléter le passage au repère céleste de référence, on doit exprimer les coordonnées obtenues précédemment par rapport à l'origine du repère, l'équinoxe, et transformer les coordonnées rectangulaires équatoriales vraies de la date en des coordonnées rectangulaires équatoriales moyennes de la date de référence du repère céleste. Pour cela, nous savons que la position du méridien de Greenwich par rapport à l'équinoxe vrai de la date est définie par le temps sidéral vrai de Green-

wich  $GST$  (§5.4). De plus les transformations entre les coordonnées se font comme nous l'avons vu précédemment (§3.2) à l'aide des corrections pour la précession et la nutation. Finalement, on peut exprimer les coordonnées géocentriques  $(x_o^{cr}, y_o^{cr}, z_o^{cr})$  d'un observateur dans un repère céleste de référence à l'aide de la relation :

$$\begin{pmatrix} x_o^{cr} \\ y_o^{cr} \\ z_o^{cr} \end{pmatrix} = R_1(y_p) R_2(x_p) R_3(-GST) N P \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{pmatrix} \quad (2)$$

où  $N$  est la matrice de nutation calculée pour la date courante et  $P$  la matrice de précession entre la date de référence et la date courante.

Les coordonnées du pôle  $(x_p, y_p)$  et le temps universel  $UT1$  exprimé à travers les différences  $UT1 - TAI$  et  $UT1 - UTC$ , permettent de fixer à chaque instant la position du repère terrestre par rapport à un repère céleste donné. Ils portent le nom de paramètres d'orientation de la Terre EOP (*Earth Orientation Parameters*). On trouvera dans les bulletins de l'IERS (*Weekly Bulletin A*, *Weekly Bulletin B*, rapport annuel) les paramètres d'orientation de la Terre permettant de passer du repère FK5 aux repères ITRF (*International Terrestrial Reference Frame*). Dans ce cas, il faudra aussi apporter les corrections nécessaires à la théorie UAI 1980 de la nutation pour prendre en compte les imperfections de la modélisation géophysique de la Terre. On trouvera ces corrections soit sous la forme de corrections empiriques à appliquer aux coefficients, soit sous la forme de corrections numériques globales valables sur un court intervalle de temps.

## 4.2 Coordonnées géodésiques

A un repère terrestre est associé un ellipsoïde de référence (ou géoïde) dont la surface représente une approximation de la surface terrestre. Cet ellipsoïde de révolution est centré au centre des masses de la Terre (celui défini par le repère terrestre), et ses axes coïncident avec les pôles du repère. La position d'un observateur à la surface de cet ellipsoïde est définie par les coordonnées géodésiques suivantes : la longitude  $\lambda$  depuis le méridien origine (égale à la longitude géocentrique), la latitude  $\phi$  de la direction de la normale à l'ellipsoïde de référence, et l'altitude  $h$  au dessus de l'ellipsoïde suivant la normale à l'ellipsoïde. Les mêmes conventions de signes que pour les coordonnées géocentriques sont adoptées pour ces quantités. Les coordonnées géodésiques sont les coordonnées habituellement employées pour définir les positions des lieux à la surface de la Terre. Nous les emploierons pour localiser les observateurs à la surface de la Terre. Nous choisirons comme algorithmes de conversion des coordonnées géocentriques en coordonnées géodésiques et *vice versa* l'algorithme de Borkowski, dont un aperçu est fourni en annexe A. Il est à noter que d'autres méthodes de conversion existent, telles que les méthodes par approximations successives ou la méthode de Bowring [McC92].

## 4.3 Coordonnées géographiques

La dénomination *coordonnées géographiques* est utilisée lorsqu'on se réfère à des coordonnées terrestres déterminées par l'observation astronomique. Elles sont rapportées à l'équateur vrai de la date d'un repère céleste et à l'intersection de ce plan



avec le méridien origine du repère terrestre. Elles sont calculées pour une altitude donnée au-dessus du niveau moyen de la mer. Ces coordonnées sont parfois appelées *coordonnées astronomiques ou coordonnées terrestres*.

Le méridien astronomique auquel se rapportent ces coordonnées est le plan défini par les directions de la verticale locale et de l'axe de rotation de la Terre. La verticale locale est donnée en un lieu par le champ gravimétrique, affecté localement d'anomalies dues aux influences combinées des champs gravitationnels du Soleil, de la Lune et des océans. Les coordonnées géodésiques rapportées à la normale à l'ellipsoïde diffèrent donc des coordonnées géographiques. La longitude géographique est égale à la différence observée entre le temps sidéral local et le temps sidéral de Greenwich. L'inclinaison entre la verticale locale et la normale à l'ellipsoïde est donnée sous la forme de déviations en longitude et latitude. Les différences correspondantes induites entre les coordonnées géographiques et géodésiques peuvent atteindre 1', soit environ 1 mille nautique ou 1852 m [Ast95]. On passe d'un système de coordonnées à l'autre au moyen des relations [CTFM94] :

$$\begin{aligned} L + \lambda &= -\eta - (x_p \sin \lambda + y_p \cos \lambda) \tan \phi \\ \varphi - \phi &= \xi + x_p \cos \lambda - y_p \sin \lambda \end{aligned} \quad (3)$$

où  $(\xi, \eta)$  sont respectivement les déviations de la verticale en latitude et en longitude,  $(x_p, y_p)$  sont les coordonnées du pôle définies au §4.1,  $(L, \varphi)$  sont les coordonnées géographiques et  $(\lambda, \phi)$  sont les coordonnées géodésiques. Les mouvements du pôle provoquent des différences entre les coordonnées pouvant atteindre 0".3. Notons que les marées journalières induisent des variations sur la verticale locale jusqu'à l'ordre de 10 mas.

L'altitude des lieux terrestres est généralement calculée comme la hauteur au dessus d'un niveau moyen représentant le géoïde terrestre (niveau moyen des mers). Cette surface est déterminée comme étant une surface équipotentielle particulière (voisine du niveau moyen des mers) dans le champ de gravité de la Terre. L'altitude géographique diffère donc de l'altitude géodésique des variations de la topographie locale par rapport à la surface du géoïde de référence. Ces différences, connues sous le nom d'*ondulations du géoïde*, sont fournies par la géodésie et sont comprises entre -108 m et 78 m. A ces différences peuvent s'ajouter celles provenant de la séparation entre le géoïde et le niveau moyen des mers. Leur ordre de grandeur est au plus de 1 m en valeur absolue. Pour être encore plus précis, on peut aussi prendre en compte les variations d'altitude dues aux marées terrestres. Elles induisent sur les coordonnées un déplacement radial variant d'environ 6 cm à 12 cm, et un déplacement horizontal (vers le nord) inférieur à 3 cm [MR89].

## 5 Les arguments de temps des éphémérides

Il existe plusieurs échelles de temps employées simultanément dans les calculs d'éphémérides selon que l'on calcule telle ou telle position d'un corps du système solaire (ou d'une étoile) relativement à un autre. Nous ne présenterons ici que les échelles de temps indispensables aux calculs d'éphémérides, une présentation plus large de la définition et de la matérialisation des différentes échelles de temps étant proposée en annexe B.

## 5.1 Le Temps dynamique barycentrique TDB

Pour calculer la position d'une planète ou d'une étoile par rapport au barycentre du système solaire, on emploie le *Temps dynamique barycentrique* (TDB). Cette échelle de temps est celle associée au Système de référence barycentrique (BRS), et est déterminée à partir du *Temps dynamique terrestre*<sup>2</sup> (TDT). La transformation entre les deux peut être obtenue avec une précision de 1 ns à l'aide des expressions de L. Fairhead et P. Bretagnon [FB90]. Pour notre propos nous utiliserons la forme plus simple et suffisante dans la plupart des cas [SF92] :

$$\begin{aligned}
 TDB - TDT = & +0^s .0016568 \sin (357^\circ .5 + 35999^\circ .37 T) \\
 & +0^s .0000224 \sin (246^\circ . + 32964^\circ .5 T) \\
 & +0^s .0000138 \sin (355^\circ . + 71998^\circ .7 T) \\
 & +0^s .0000048 \sin (25^\circ . + 3034^\circ .9 T) \\
 & +0^s .0000047 \sin (230^\circ . + 34777^\circ .3 T) \\
 & + \dots
 \end{aligned} \tag{4}$$

où T est l'intervalle de Temps terrestre écoulé depuis l'époque J2000.0 exprimé en siècles juliens. Il découle de la volonté de définir le TDB par rapport au TDT en ne conservant que les termes périodiques de leurs différences, que la seconde  $s_B$  associée à l'échelle TDB est différente de la seconde SI du TDT, tel que :  $s_B = \frac{1}{n_G} s_L$  avec  $n_G = 1 - 1.550506 \cdot 10^{-8}$  et  $s_L$  l'unité de seconde locale [SF92]. Il en résulte que la longueur du mètre  $m_B$  associée à l'échelle TDB est de même plus long que celle du mètre terrestre  $m_L$  (unité de mètre locale), et donc que le choix de la valeur des constantes astronomiques dépend du système de référence considéré, géocentrique ou barycentrique, et de son utilisation. Cet inconvénient est maintenant évité en utilisant les échelles TCB, TCG et TT en lieu et place de TDB et TDT. Actuellement, on estime [Moi96] la différence entre les échelles TDB et TCB à (en secondes) :

$$TCB - TDB = 1.5505197604 \times 10^{-8} (JD - 2443144.5) 86400$$

Cependant, pour ne pas rompre la continuité avec les travaux antérieurs, nous utiliserons l'échelle TDB comme argument de temps des calculs de positions barycentriques des corps du système solaire et des étoiles. C'est aussi l'échelle de temps de référence des positions du FK5 et celle des théories planétaires.

## 5.2 Le Temps terrestre TT

Par définition, le *Temps terrestre* (TT) est l'argument temporel de référence des éphémérides géocentriques apparentes. Il est défini tel que :

- les différences entre TT et TCG sont représentées par un facteur d'échelle constant de manière unique ;
- son unité de mesure est homogène à la seconde SI sur le géoïde terrestre ;
- à la date du 1 janvier 1977 à  $0^h 0^m 0^s$  TAI exactement, TT a pour valeur 1 janvier 1977,  $0^h 0^m 32^s .184$  exactement.

---

2. désignation du *Temps terrestre* TT entre 1977 et 1991.

La réalisation pratique de l'échelle TT est liée au TAI. De manière précise, TT peut être calculé à partir du TAI au moyen de la relation :

$$TT = TAI + 32^s.184 \quad (5)$$

Le *Temps terrestre* est alors interprété comme un temps atomique idéal dont l'unité est la seconde SI telle qu'on la réalise à la surface du géoïde terrestre. Entre 1977 et 1990 on a estimé que TT (=TDT) ne s'était pas écarté de TAI de plus de  $\pm 10\mu s$  environ [Sei92].

L'échelle TT est par ailleurs liée au temps-coordonnée TCG par le facteur d'échelle (en secondes) :

$$TCG - TT = L_G \times (JD - 2443144.5) 86400$$

où  $L_G$  peut être pris égal à  $6.96929023 \times 10^{-10}$  [IER96].

### 5.3 Le Temps universel coordonné UTC

Pour être en mesure de rapporter un événement de la sphère céleste à la position terrestre d'un observateur, nous nous devons d'effectuer un changement de repère impliquant la transformation de l'échelle TT en une échelle de temps homogène à la rotation de la Terre, le *Temps universel* (UT ou TU). Tout lieu d'observation y est intimement lié. Malheureusement, cette échelle de temps n'est pas uniforme. Elle dépend de termes périodiques saisonniers<sup>3</sup>, de fluctuations irrégulières de caractère aléatoire et d'un ralentissement séculaire de la rotation de la Terre<sup>4</sup>, rendant très difficile la détermination *a priori* du temps universel. Pour ces raisons, on a créé à la fin des années 1960 une échelle de temps dite du *Temps universel coordonné* (UTC). Elle possède les qualités d'uniformité du temps atomique grâce à l'introduction de sauts de secondes appropriés permettant de maintenir en phase la rotation de la Terre et les horloges des laboratoires. Ainsi, on a depuis le 1 janvier 1972 :

$$\begin{aligned} TAI - UTC &= n \text{ secondes} \\ UT1 - UTC &\leq \pm 0^s.9 \end{aligned} \quad (6)$$

où  $n$  est un nombre entier déterminé tel que UTC ne s'écarte pas de plus de  $0^s.9$  de UT1, UT1 étant le temps universel calculé *a posteriori* par l'IERS. Depuis le 1 juillet 1997 et certainement jusqu'au 31 décembre 1998, on a  $n = 31^s$ . En introduisant la définition du Temps terrestre (eq. 5) on a alors comme différence entre les échelles TT et UTC depuis le 1 janvier 1972 :

$$TT - UTC = n + 32^s.184, \quad (7)$$

soit  $TT - UTC = 63^s.184$  depuis le 1 juillet 1997, et ce jusqu'au prochain saut de seconde (qui devrait avoir lieu le 1 janvier 1999), dont la responsabilité incombe à l'IERS.

Il est à noter que les calculs d'éphémérides proposés ici emploient l'échelle du Temps universel coordonné comme argument de temps dans toute détermination de la position d'un observateur terrestre relativement au repère céleste (dont l'échelle

3. Leur amplitude varie de  $+0^s.042$  au début de juin à  $-0^s.023$  à la fin de septembre.

4. La durée du jour croît de  $0^s.002$  par siècle environ.

de temps est TT). Rigoureusement, on ne peut utiliser cette échelle de temps que pour des époques postérieures à sa création, le 1 janvier 1972, et antérieures à la connaissance du moment de la différence  $TT - UTC$ . Pour ce qui est des époques antérieures à 1972, on peut exprimer les différences entre TT et UTC à l'aide de fonctions dépendant de l'époque et dont les coefficients ajustent au mieux la dérive entre les deux échelles. Ainsi, nous pouvons faire cette estimation dans le passé jusqu'au 1 juillet 1670. Pour les époques antérieures à cette date les deux échelles seront considérées comme équivalentes et aucune correction ne sera appliquée. Il en est de même pour le futur car nous ne pouvons pas connaître plus d'une année à l'avance quand aura lieu le saut de seconde. Il est alors préférable de réaliser tous les calculs de positions des corps célestes dans l'échelle TT, c'est à dire dans un repère géocentrique. L'utilisation de UTC peut s'envisager raisonnablement sur une période futur de 1 à 3 ans selon que l'on se donne comme précision  $1^s$  ou  $2^s$  de temps sur la détermination de la position de l'observateur dans le repère céleste.

Si l'objectif poursuivi est de réaliser des éphémérides sur de longues périodes de temps (plusieurs siècles) et que le Temps universel est requis, il existe des fonctions permettant d'estimer la différence entre TT et UT. Une bonne représentation peut être obtenue en utilisant la formulation de Morrison et Stephenson [MS82], qui même si elle présente un écart de plus de  $30^s$  avec la valeur actuelle de  $TT - UTC$  n'en reste pas moins une bonne approximation de cette différence sur de longues périodes de temps :

$$TT - UT = -15^s + (32^s .5 \pm 2^s) * (t - 0.1)^2 \quad (8)$$

où  $t$  est exprimé en siècles à partir de 1800 (cf. annexe B).

#### 5.4 Le temps sidéral

Le *temps sidéral* (TS) en un lieu donné est l'angle horaire du point  $\gamma$  en ce lieu. Il dépend donc à la fois du mouvement orbital héliocentrique de la Terre fournissant la direction de l'équinoxe dans le repère céleste, et du mouvement de rotation diurne de la Terre mettant perpétuellement en mouvement tout lieu d'observation. Ainsi, comme le Temps universel, le temps sidéral ne peut être exprimé rigoureusement, et la détermination de sa correspondance avec les temps de la dynamique planétaire ne peut être obtenue qu'approximativement. C'est la raison pour laquelle le temps sidéral n'est plus utilisé depuis longtemps comme une échelle de temps, mais seulement comme un angle : l'angle horaire du point  $\gamma$ . La seule manière de pouvoir le connaître avec précision est de l'observer, mais comme le point  $\gamma$  n'a pas de matérialisation précise sur la voûte céleste, on ne peut que le déterminer indirectement à travers des quantités observables. C'est pourquoi, on relie le temps sidéral moyen au Temps universel par la relation algébrique calculant le temps sidéral moyen à Greenwich :

$$GMST = UT + R_S - 12^h$$

où  $R_S$  est un polynôme du Temps universel issu de la définition du Temps universel [Exp61]. En utilisant les expressions de Aoki et *al.* (1982) pour leur compatibilité avec le repère FK5, le temps sidéral se calcule à partir d'une date quelconque du Temps universel par la relation :

$$GMST = \mathcal{F}(d_u) + R_S(T_u) \quad (9)$$

dans laquelle  $\mathcal{F}(d_u)$  est la partie décimale de  $d_u$  exprimée en heures et tel que :

$$d_u = JD(UT) - 2\,451\,545,$$

où  $JD(UT)$  est la date julienne UT et  $R_S(T_u)$  l'ascension droite, augmentée de  $12^h$ , du Soleil fictif de la définition du Temps universel, égal à [AK83] :

$$R_S(T_u) = 18^h 41^m 50^s .548\,41 + 8\,640\,184^s .812\,866 T_u - 0^s .093\,104 T_u^2 - 6^s .2\,10^{-6} T_u^3$$

où  $T_u$  est le nombre de siècles juliens écoulés depuis J2000 UT jusqu'à la date considérée en UT :

$$T_u = \frac{d_u}{36\,525}$$

Le temps sidéral d'un lieu quelconque se déduit du temps sidéral à Greenwich en l'augmentant de la longitude géographique  $L$  du lieu par rapport à Greenwich, ce qui s'exprime en tenant compte des conventions de signes ( $L$  positif vers l'ouest) :

$$LMST = GMST - L \quad (10)$$

On distingue le temps sidéral vrai (GST) et le temps sidéral moyen (GMST) selon que l'on se réfère à l'équinoxe vrai de la date ou à l'équinoxe moyen de la date. La transformation de l'un à l'autre s'opère en ajoutant au temps sidéral moyen l'équation des équinoxes [AK83] :

$$GST = GMST + \Delta\psi \cos \epsilon + 0'' .002\,64 \sin \Omega_L + 0'' .000\,063 \sin 2\Omega_L \quad (11)$$

où les termes en  $\Omega_L$  (longitude moyenne du noeud de la Lune rapportée à l'équinoxe moyen de la date) sont du deuxième ordre des quantités de la nutation.  $\Delta\psi$  représente la *nutiation en longitude* et  $\epsilon$  l'obliquité de l'écliptique moyen de la date. Les termes prépondérants de la nutation en longitude étant  $-17'' .1996$  et  $-1'' .3187$ , on peut envisager de négliger les termes en  $\Omega_L$  de l'équation précédente. Aoki et al. [AGK<sup>+</sup>82] rappellent que cette équation (11) doit être l'équation des équinoxes intervenant dans la transformation entre le temps sidéral vrai de Greenwich et le temps sidéral moyen de Greenwich.

Le calcul du temps sidéral futur d'un lieu implique de connaître *a priori* le Temps universel à cette époque. Or nous l'avons vu, cette échelle de temps n'est pas uniforme. Cela conduit, si nous voulons la remplacer par une échelle de temps "prédictible", à la substituer par le Temps universel coordonné qui, lui, est uniforme. L'erreur commise représente alors une erreur temporelle de quelques secondes provenant de la non prise en compte des sauts de seconde successifs pouvant avoir lieu dans le futur. Rapportée à la surface terrestre, cela correspond à une approximation de la position de l'observateur pouvant atteindre 500 m. Exprimée en distance angulaire sur la sphère céleste (située à 1 UA), cela représente une déviation inférieure à 0.7 mas.

## 6 Calculs d'éphémérides

La première chose à respecter lors du calcul des positions d'un corps céleste relativement à un autre est l'homogénéité des repères tant spatiaux que temporels

dans lesquels sont exprimées ces positions. Ainsi, nous veillerons à prendre en compte dans toute transformation de repère toutes les corrections nécessaires pour atteindre une précision de quelques mas. Certaines approximations seront néanmoins réalisées après discussion. Bien qu'il existe des valeurs récentes de certaines constantes astronomiques, nous ne les emploierons qu'avec parcimonie. Les constantes primaires sont celles du système UAI 1976, excepté pour la vitesse angulaire moyenne de rotation de la Terre pour laquelle nous prenons la valeur de Aoki et *al.* [AGK<sup>+</sup>82]. Le rayon équatorial de la Terre ainsi que son coefficient d'aplatissement sont ceux du système IERS 1992. Les masses des planètes associées aux théories planétaires sont, selon le cas, celles du système UAI 1976 pour DE200 et Bd182 et celles du système IERS 1992 pour DE403 et VSOP87.

Les paragraphes qui suivent décrivent les différents types d'éphémérides généralement calculées. Les algorithmes de calculs sont ceux de Kaplan et *al.* [KHSS89]. Ils sont définis dans les repères décrits précédemment et prennent en compte tous les effets systématiques jusqu'à l'ordre du mas. Le système solaire y est modélisé par un système conventionnel quasi-inertiel ; il permet de décrire les observables (positions, directions) par de petites corrections apportées aux lois classiques. Ce sont les approximations post-newtoniennes. La difficulté actuelle pour exprimer les calculs d'éphémérides dans un contexte entièrement relativiste provient essentiellement du fait qu'il n'existe pas de référentiel privilégié dans le cadre de la relativité générale. Cela a pour conséquence de rendre complexe la résolution et l'interprétation des lois physiques ainsi que la notion de solide de référence. D'autres difficultés sont aussi liées à la géométrie non-euclidienne utilisée en relativité. C'est pourquoi, actuellement, tous les éléments ne sont pas réunis pour construire des théories planétaires des corps étendus entièrement relativistes. Toutefois, il est déjà envisageable de calculer la position d'une planète (ou d'un astéroïde) dans un cadre relativiste en étudiant les géodésiques décrites par les particules ponctuelles lors de leur mouvement dans le système solaire tout en négligeant les interactions entre la matière qui les composent et le milieu interplanétaire. On peut enfin envisager de prédire les positions des corps célestes en étudiant les géodésiques isotropes décrites par les photons lumineux, depuis la planète jusqu'à l'observateur.

## 6.1 Positions géométriques

### 6.1.1 Théories planétaires

Les positions géométriques des planètes sont calculées à partir des théories planétaires VSOP82 [Bre82], DE200/LE200 ([Sta82], [Sta90b]), DE403/LE403 [SNWF95] ou VSOP87 [BF88]. Toutes ces théories se rapportent à un repère moyen à l'époque J2000 proche du repère FK5. Principalement, les différences entre les repères proviennent du fait que DE200/LE200 est définie dans un repère tournant, que VSOP82 et VSOP87 sont définies dans un repère inertiel et que DE403/LE403 est définie dans un repère cinématiquement non-tournant (repère ICRF de l'IERS [IER96]), alors que l'écliptique moyen J2000 associé au FK5 diffère de l'écliptique dynamique moyen rotationnel. Nous avons vu au §3 quelles étaient ces différences. En première approximation, nous considérerons toutes ces théories comme homogènes au FK5, et nous définirons les corrections suivantes pour exprimer les positions géométriques par rapport au plan fondamental (équateur) et à l'équinoxe du FK5. Si  $\vec{p}_{xxx}$  désigne

la position d'une planète dans le repère de la théorie "xxx", alors sa position  $\vec{p}_{FK5}$  dans le repère FK5 est :

$$\begin{cases} \vec{p}_{FK5} &= R_z(\Delta E_R^{FK5}) R_x(\Delta \epsilon_R^{FK5}) \vec{p}_{DE200} \\ \Delta \epsilon_R^{FK5} &= 0''.036 1 \\ \Delta E_R^{FK5} &= 0''.005 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{p}_{FK5} &= R_z(\Delta E_I^{FK5}) R_x(\epsilon_0^I) \vec{p}_{VSOP-} \\ \epsilon_0^I &= 23^\circ 26' 21''.409 1 \\ \Delta E_I^{FK5} &= -0''.099 5 \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \vec{p}_{FK5} &\approx \vec{p}_{DE403} \end{cases}$$

Les positions  $\vec{p}_{xxx}$  ou sans distinction  $\vec{p}$  sont calculées selon le cas par rapport au barycentre du système solaire, ou par rapport au barycentre du Soleil. Les positions géométriques sont alors rapportées au barycentre de la Terre, ou géocentre, par addition euclidienne des vecteurs barycentriques ou héliocentriques de la planète considérée et de la Terre.

La précision des positions géométriques des planètes telluriques, obtenue à partir des théories VSOP82 et DE200, peut être estimée comprise entre quelques dizaines de mas à quelques mas sur les longitudes et les latitudes écliptiques et quelques  $10^{-8}$  à quelques  $10^{-10}$  unités astronomiques sur le rayon vecteur [Bre82]. La précision interne de la théorie VSOP87 pour ces mêmes planètes est de quelques mas pour Mercure, Vénus et la Terre, et 23 mas pour Mars [BF88]. La précision de DE403 est quant à elle de l'ordre de 20 mas pour ces planètes [Bre96].

En ce qui concerne les planètes géantes (de Jupiter à Neptune), les théories VSOP82 et DE200 montrent des différences importantes provenant de l'utilisation de masses planétaires différentes, conduisant à modifier les perturbations de Jupiter et surtout de Saturne et de Neptune. Standish présente une approximation des erreurs de DE200 pour ces planètes en les comparant avec la solution DE202 [Sta90a]. D'une manière générale, il estime ces erreurs (en valeurs absolues) entre  $0''.1$  et  $1''.0$  à notre époque pour les planètes Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune, et plus de  $3''.0$  à la fin du siècle pour Pluton. Les précisions internes de VSOP82 et DE202 sont estimées respectivement à quelques dizaines de mas et à  $0''.05$ . La précision interne de la théorie VSOP87 pour l'intervalle 1900-2100 est de  $0''.020$  pour Jupiter,  $0''.100$  pour Saturne,  $0''.016$  pour Uranus et  $0''.030$  pour Neptune [BF88]. La comparaison de DE403 avec DE245 pour ces planètes fournit des différences de l'ordre de  $0''.1$  [Bre96].

### 6.1.2 Cas des astéroïdes

Les positions géométriques des astéroïdes sont obtenues par intégration numérique du problème perturbé par les neuf planètes principales. L'algorithme de calcul est celui de Bulirsch et Stoer ([BS66], [SB80]). Les positions et les masses des planètes perturbatrices sont calculées à l'aide des théories décrites précédemment. Les conditions initiales des astéroïdes sont données par les éléments osculateurs tirés des "Ephemerides for Minor Planets" [BS95], ou d'autres bases de données astéroïdales

comme "The Asteroid Orbital Elements Database" de T. Bowell [Bow96], ou les bases "IRAS Minor Planet Survey" [ET92] ou "Asteroids II" [ET88].

Les éléments osculateurs des astéroïdes sont exprimés dans le repère écliptique FK5 J2000. On en déduit les positions et les vitesses initiales des astéroïdes dans ce repère [BC61], auxquelles on applique la correction d'obliquité de l'écliptique FK5 J2000 pour obtenir des coordonnées rectangulaires rapportées à l'équateur FK5 J2000. Les positions successives des astéroïdes sont alors obtenues par intégration numérique à partir de cette condition initiale, en prenant soin de corriger le repère de la théorie planétaire utilisée (si besoin est) pour obtenir des positions et vitesses des astéroïdes dans le repère FK5. La précision des positions géométriques ainsi calculées dépend donc de la précision avec laquelle l'orbite osculatrice est définie, de la précision interne de l'intégrateur, et du lien entre les théories planétaires et le repère de référence (c.f §3, §6.1.1).

La précision d'une orbite osculatrice peut se définir à partir de la précision individuelle de chacun des six éléments osculateurs  $a$ ,  $e$ ,  $i$ ,  $\omega$ ,  $\Omega$  et  $l_0$  qui la définissent. Les incertitudes sur ces éléments proviennent pour l'essentiel des erreurs commises lors de l'ajustement des orbites sur les observations astrométriques (erreurs observationnelles et théoriques) et sur le degré de corrélation entre les paramètres orbitaux qui en découle. Ainsi chaque élément osculateur est déterminé avec une précision donnée, et chaque orbite admet ses propres incertitudes. Pour estimer globalement la précision des orbites des astéroïdes, nous pouvons choisir arbitrairement les incertitudes des éléments osculateurs à partir du degré de troncature des bases de données. Cela correspond pour la base EMP-96 (exprimée en degré pour les angles et en UA pour  $\Delta a$ ) à :

$\Delta a$	$\Delta e$	$\Delta i$	$\Delta \omega$	$\Delta \Omega$	$\Delta l_0$
$10^{-9}$	$10^{-8}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$

TABLE. 1 – Précision des éléments osculateurs de la base EMP-96.

où  $a$  est le demi-grand axe,  $e$  l'excentricité,  $i$  l'inclinaison,  $\omega$  l'argument du périhélie,  $\Omega$  la longitude du nœud, et  $l_0$  l'anomalie moyenne. Ces valeurs représentent une précision idéale, représentative de ce que l'on peut obtenir de mieux à présent. Dans la pratique les incertitudes pourront être jusqu'à 10 fois plus grandes et parfois plus. En utilisant les corrections différentielles d'orbites, on peut alors estimer les écarts sur les positions initiales dûs à la troncature des éléments osculateurs à l'époque de référence. Ces écarts ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ ) sont calculés à l'aide des relations [BC61] :

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - \frac{3}{2}t \dot{x} \\ y - \frac{3}{2}t \dot{y} \\ z - \frac{3}{2}t \dot{z} \end{pmatrix} \Delta a/a + \begin{pmatrix} Hx + K \dot{x} \\ Hy + K \dot{y} \\ Hz + K \dot{z} \end{pmatrix} \Delta e + \begin{pmatrix} 0 & +z & -y \\ -z & 0 & +x \\ +y & -x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \psi_x \\ \Delta \psi_y \\ \Delta \psi_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{x}/n \\ \dot{y}/n \\ \dot{z}/n \end{pmatrix} \Delta l_0 \quad (13)$$

où les  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$  et  $\dot{z}$  représentent la vitesse orbitale du corps,  $n$  est le moyen mouvement,  $t$  est l'intervalle de temps depuis une époque arbitraire exprimé en unité de pas



d'intégration, et où  $H$  et  $K$  sont les fonctions :

$$H = \frac{r - a(1 + e^2)}{ae(1 - e^2)},$$

$$K = \frac{\mathbf{r} \dot{\mathbf{r}}}{a^2 n^2 e} \left( 1 + \frac{r}{a(1 - e^2)} \right),$$

$\mathbf{r}$  étant le rayon vecteur héliocentrique et  $\dot{\mathbf{r}}$  sa dérivée par rapport au temps. L'influence des erreurs provenant des angles  $\Delta i$ ,  $\Delta \omega$ , et  $\Delta \Omega$  est ici interprétée comme un écart de l'orientation de l'orbite dans l'espace euclidien et est modélisée par les trois rotations  $\Delta \psi_x$ ,  $\Delta \psi_y$ ,  $\Delta \psi_z$  selon les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ .

Pour estimer la précision avec laquelle sont définies les orbites des astéroïdes, études statistiquement (histogrammes de distributions) les valeurs des  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ , et  $\Delta z$  de l'équation (13) obtenues à l'époque de référence des éléments osculateurs (le 13 novembre 1996  $0^h$  TT, soit  $t = 0$ ), pour les valeurs des écarts sur les éléments osculateurs données au tableau 1, et pour les 6160 astéroïdes de la base EMP-96. Les tableaux 2 et 4 résument les résultats obtenus. La première partie du tableau 2 fournit

	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta z$
$\geq 5.10^{-6}$	0.3%	0.7%	1.3%
$\leq 3.10^{-6}$	91 %	91 %	66 %
$\leq 1.10^{-6}$	27 %	26 %	19 %
$\leq 1.10^{-7}$	15 %	13 %	10 %
95%	$3.4 \cdot 10^{-6}$	$3.5 \cdot 10^{-6}$	$4.4 \cdot 10^{-6}$
$b_s$	$6.10^{-6}$	$7.10^{-6}$	$7.10^{-6}$

TAB. 2 – *Écarts sur les coordonnées rectangulaires exprimés dans le repère écliptique héliocentrique FK5 à l'époque de référence des éléments osculateurs de la base EMP-96. L'unité est l'unité astronomique (UA).*

les fréquences cumulatives (approximatives) des événements:  $\Delta x, \Delta y, \Delta z \geq 5.10^{-6}$ ;  $\Delta x, \Delta y, \Delta z \leq 3.10^{-6}$ ;  $\Delta x, \Delta y, \Delta z \leq 10^{-6}$  et  $\Delta x, \Delta y, \Delta z \leq 10^{-7}$ . La deuxième partie du tableau fournit les taux d'erreurs des positions correspondants à 95% des cas cumulés dont l'erreur est inférieure ou égale à la valeur indiquée. La dernière ligne du tableau présente une borne supérieure approximative des taux d'erreurs que peuvent atteindre les positions initiales de certains astéroïdes.

Nous en déduisons une estimation globale de la précision des positions initiales des astéroïdes dans le repère héliocentrique (écliptique) de l'ordre de  $3.10^{-6}$  UA, soit environ 500 km sur chaque coordonnée. Pour un petit nombre d'astéroïdes, ces erreurs peuvent atteindre  $7.10^{-6}$  UA, soit environ 1000 km. On remarque aussi que les écarts sur l'axe  $z$  sont systématiquement plus grands que ceux obtenus dans le plan de l'écliptique (coordonnées  $x$  et  $y$ ). Ceci peut s'expliquer par le fait que la coordonnée perpendiculaire à l'écliptique dépend directement de  $i$  et  $\Omega$  qui sont moins bien connues. D'autre part, l'étude des erreurs relativement aux distances héliocentriques résumée dans le tableau 3 montre que la précision sur les positions initiales dépend fortement de la précision des éléments angulaires de l'orbite (tableau

	$\Delta x/r$	$\Delta y/r$	$\Delta z/r$
95%	$1 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-6}$	$1.4 \cdot 10^{-6}$
75%	$0.8 \cdot 10^{-6}$	$0.8 \cdot 10^{-6}$	$1.3 \cdot 10^{-6}$
50%	$0.6 \cdot 10^{-6}$	$0.6 \cdot 10^{-6}$	$0.9 \cdot 10^{-6}$
$b_s$	$1.5 \cdot 10^{-6}$	$2.5 \cdot 10^{-6}$	$2.5 \cdot 10^{-6}$

TAB. 3 – *Ecart sur les coordonnées relatives exprimés dans le repère écliptique héliocentrique FK5 à l'époque de référence des éléments osculateurs de la base EMP-96.  $r$  est la distance héliocentrique.*

1). Comme dans la réalité toutes les orbites ne sont pas connues avec une telle précision, il s'ensuit que dans de nombreux cas les erreurs sont plus importantes, et que cette estimation n'est qu'une estimation idéale, que l'on peut considérer comme représentative de ce que l'on fait de mieux de nos jours. Rapportés à la sphère céleste

	$\Delta\lambda$	$\Delta\beta$	$\Delta r$	
$\leq 0''.30$	99%	99%	99%	$\leq 4.10^{-8}$
$\leq 0''.20$	43%	50%	62%	$\leq 2.10^{-8}$
$\leq 0''.02$	0%	6%	28%	$\leq 1.10^{-8}$
99%	$0''.30$	$0''.30$	6 km	99%
$b_s$	$0''.35$	$0''.30$	10 km	$b_s$

TAB. 4 – *Ecart sur les coordonnées sphériques héliocentriques des positions initiales des astéroïdes de la base EMP-96.  $\Delta\lambda$  est la différence en longitude écliptique,  $\Delta\beta$  est la différence en latitude écliptique et  $\Delta r$  est la différence entre les normes des rayons vecteurs (en UA).*

héliocentrique, ces écarts se traduisent sur les coordonnées sphériques écliptiques des astéroïdes par des différences inférieures à  $0''.3$  dans 99% des cas (tableau 4). Les différences des longueurs des rayons vecteurs sont quant à elles de l'ordre de quelques kilomètres à une dizaine de kilomètres au plus. Rapportées à la sphère céleste géocentrique, ces erreurs peuvent être ou non amplifiées selon le degré d'erreur de la détermination de la position de la Terre par rapport au Soleil et selon la configuration géométrique entre le corps considéré, la Terre et le Soleil.

Une autre manière d'estimer la précision sur les positions initiales des astéroïdes consiste à étudier les résidus des ajustements ayant permis le calcul des orbites. Donnés sous la forme de RMS (Root Mean Square) ou de résidu maximum dans la base EMP-96, nous voyons figure 1 que pour la plupart des orbites (95% des cas) les incertitudes sont comprises entre  $0''.5$  et  $3''$ . Si l'on ne considère que les orbites pour lesquelles un RMS est donné, c'est à dire les orbites les mieux connues car ajustées sur un échantillon suffisamment grand d'observations, on voit qu'une bonne estimation des incertitudes se situe aux alentours de  $1''$ . Cela implique que la précision des éléments osculateurs est moins bonne que  $10^{-6}$  comme nous l'avons estimée précédemment, et que la précision sur les positions initiales est dans la majorité des cas de l'ordre de  $1''$ .

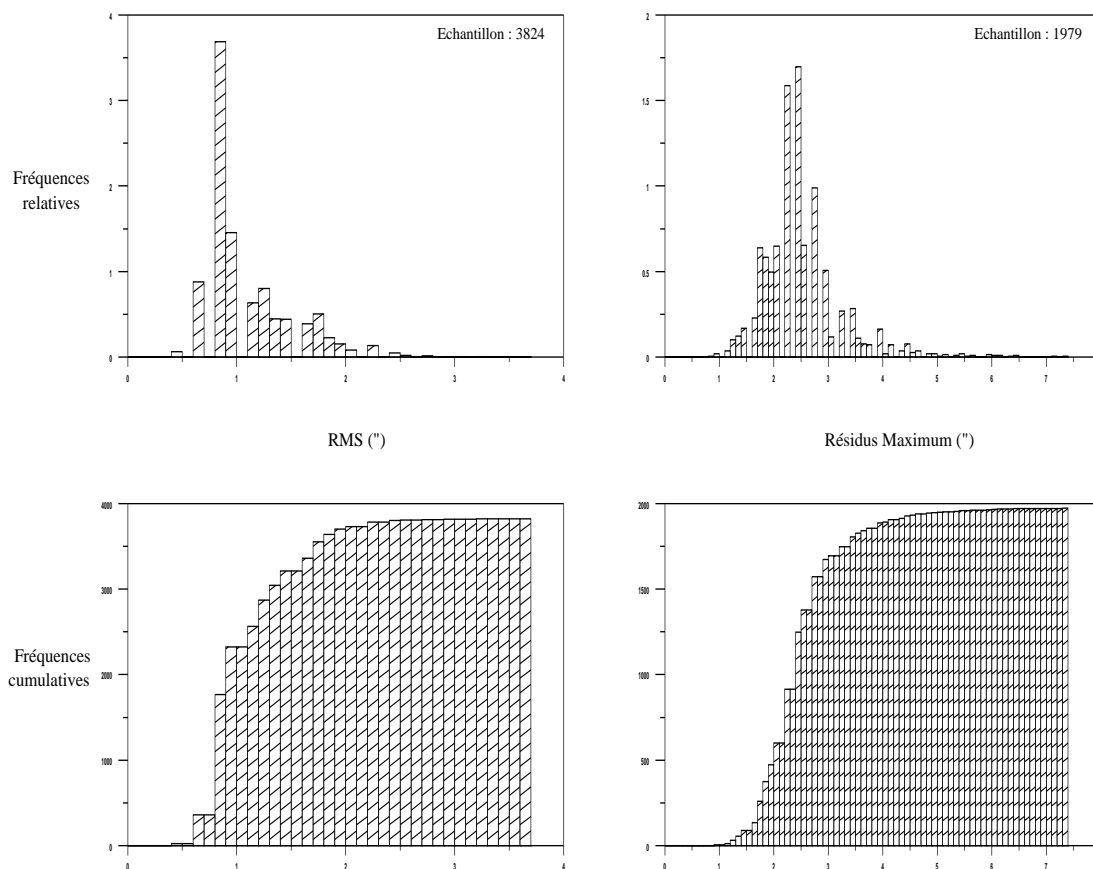


FIG. 1 – Distributions des RMS et des Résidus Maximum de la base EMP-96.

Il est assez difficile de calculer exactement l'erreur accumulée au cours d'une intégration numérique [BC61]. La théorie générale de propagation des erreurs fournit une solution en montrant qu'après  $n$  pas d'intégration, l'erreur probable d'une intégration numérique est :

$$\epsilon = 0.1124 n^{3/2} \quad (14)$$

exprimée en unités de la dernière décimale significative [BC61]. Cet estimateur implique que 50% des erreurs sont supérieures à  $\epsilon$  et que les autres 50% sont inférieures à  $\epsilon$ . On ne peut donc pas en déduire l'erreur réelle après intégration numérique. Cependant, on peut en déduire le nombre de décimales significatives des coordonnées des astéroïdes après  $n$  pas d'intégration. Par exemple, si on intègre sur 365 jours avec un pas de un jour, on obtient  $\epsilon \simeq 784$  unités de la décimale considérée. Donc si on désire une précision numérique de l'ordre de 1 mas sur la position des astéroïdes, soit  $5.10^{-9}$  radian, alors comparée à l'erreur probable de  $784.10^{-9}$  il est nécessaire de considérer que les composantes  $(x, y, z)$  décrivant les positions successives des

astéroïdes doivent être significatives jusqu'à l'ordre de  $10^{-12}$ . Avec un pas de 10 jours, cette précision significative est ramenée à l'ordre de  $10^{-10}$  ( $\epsilon \simeq 25$ ), et avec un pas de 40 jours, le nombre de décimales significatives doit être celui de la précision désirée ( $5 \cdot 10^{-9}$ ;  $\epsilon \simeq 3$ ). Cet estimateur nous montre donc que pour un intervalle de temps considéré il est possible de trouver un pas d'intégration minimisant les erreurs finales. Par conséquent on peut considérer que les erreurs après calcul sont du même ordre de grandeur que celles des données initiales, quel que soit l'intégrateur numérique utilisé à la condition qu'il soit adapté au problème planétaire et que le pas soit bien choisi.

L'intégration numérique du problème perturbé par les planètes impose le choix d'une fonction perturbatrice, et donc le choix d'un jeu de masses pour les planètes perturbatrices. Ainsi, il est intéressant de pouvoir estimer les écarts sur les positions dans l'espace dûs au choix de deux jeux de masses planétaires différents et des positions des planètes perturbatrices. Pour cela, étudions de nouveau statistiquement les écarts sur les positions des astéroïdes de la base EMP-96 obtenus en comparant les positions calculées à partir des théories planétaires DE200 et DE403, dont les jeux de masses planétaires sont respectivement UAI 1976 et IERS 1992. Les tableaux 5 et 6 résument les résultats obtenus. L'étude statistique est basée sur les histogrammes

	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	$\overline{\Delta z}$
$\leq 4 \cdot 10^{-8}$	99%	99%	-
$\leq 3 \cdot 10^{-8}$	96%	96%	100%
$\leq 1 \cdot 10^{-8}$	50%	45%	87%
99%	$4 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-8}$	$2.2 \cdot 10^{-8}$
$b_s$	$6.5 \cdot 10^{-8}$	$6.5 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-8}$

TAB. 5 – *Écarts sur les coordonnées rectangulaires exprimés dans le repère éclip-tique héliocentrique FK5, et calculés à partir de la moyenne des écarts obtenus sur 440 jours avec un pas de 40 jours ( $N = 11$ ). L'unité est l'unité astronomique (UA).*

de distributions des valeurs moyennes de ces écarts pour chaque astéroïde sur une période de 440 jours. Le repère des coordonnées est l'écliptique FK5 J2000, les coordonnées rectangulaires sont exprimées en UA, et les coordonnées sphériques sont en radian. Cette étude nous montre que le choix entre deux jeux de masses planétaires (DE200 et DE403) agit sur les positions des astéroïdes à l'ordre de quelques milli-secondes de degré sur une période moyenne de 220 jours. On remarque aussi que le choix de la théorie planétaire agit plus sensiblement sur les coordonnées dans le plan de référence que selon l'axe  $z$ . Ceci est naturel car choisir un jeu de masses planétaires plutôt qu'un autre revient à modifier quelque peu la direction et la norme de la force perturbatrice appliquée à l'astéroïde à chaque itération de l'intégration numérique. Et comme les astéroïdes ainsi que les planètes contribuant aux perturbations sont proches de l'écliptique, la modification de la direction de la force perturbatrice induite se produit principalement dans le plan de l'écliptique. Ces erreurs peuvent être complétées par celles dues à la non prise en compte des perturbations mutuelles entre les astéroïdes, modifiant de l'ordre de quelques mas les positions des astéroïdes

	$\overline{\Delta\lambda}$	$\overline{\Delta\beta}$	$\overline{\Delta r}$	
$\leq 1.5 \cdot 10^{-8}$	94%	100%	93%	$\leq 2.0 \cdot 10^{-8}$
$\leq 5.0 \cdot 10^{-9}$	55%	96%	60%	$\leq 1.5 \cdot 10^{-3}$
$\leq 2.5 \cdot 10^{-9}$	26%	82%	16%	$\leq 1.0 \cdot 10^{-8}$
99%	8 mas	2 mas	4 km	99%
$b_s$	10 mas	3 mas	6 km	$b_s$

TABLE 6 – *Ecart*s sur les coordonnées sphériques exprimés dans le repère écliptique héliocentrique FK5, et calculés à partir de la moyenne des écarts obtenus sur 440 jours avec un pas de 40 jours ( $N = 11$ ).  $\overline{\Delta\lambda}$  est la moyenne des différences en longitude écliptique,  $\overline{\Delta\beta}$  est la moyenne des différences en latitude écliptique et  $\overline{\Delta r}$  est la moyenne des différences entre les normes des rayons vecteurs (en UA).

perturbés.

A la vue de ces résultats, nous pouvons estimer globalement la précision des calculs d'éphémérides des astéroïdes à quelques 0".1 de manière très optimiste, et plus généralement aux alentours de 0".5 à 1".

### 6.1.3 Cas des étoiles

La précision d'un catalogue d'étoiles est fournie par l'étude des erreurs sur les positions et les mouvements propres des étoiles qui le composent. Ainsi on distingue :

- la précision interne, ou précision intrinsèque des positions et des mouvements propres des étoiles à l'époque de référence,
- la précision externe, ou précision des positions et mouvements propres à l'époque de l'observation.

Le cas idéal est celui où la précision externe du catalogue est égale à sa précision interne quelle que soit l'époque. Or ceci n'est généralement valable que pour des époques proches de l'époque de référence du catalogue, car les mouvements propres des étoiles sont affectés d'erreurs dégradant la précision des positions au cours du temps. La précision interne d'un catalogue est généralement fournie avec le catalogue. On peut alors estimer les erreurs à une époque  $t$  différente de l'époque de référence  $t_0$  (c'est à dire évaluer les erreurs externes), en utilisant la forme classique<sup>5</sup> de propagation des erreurs :

$$E_{\alpha,\delta}^2(t) = E_{\alpha,\delta}^2(t_0) + E_{\mu_\alpha,\mu_\delta}^2(t_0) \cdot (t - t_0)^2 \quad (15)$$

où  $E_{\alpha,\delta}^2(t_0)$  et  $E_{\mu_\alpha,\mu_\delta}^2(t_0)$  représentent les erreurs en position et mouvements propres de l'étoile à l'époque de référence. R. Wielen a développé une méthode plus complète et rigoureuse pour déterminer la précision d'un catalogue [Wie95]. Cette méthode est basée sur l'étude statistique des différences d'un nombre suffisant de positions et

5. basée sur l'hypothèse d'un mouvement linéaire dans le temps des centres des masses des étoiles et des systèmes d'étoiles par rapport au barycentre du système solaire.

de mouvements propres fournis par deux catalogues astrométriques indépendants. Il en ressort que l'idée de base généralement admise pour modéliser le mouvement des étoiles dans le repère barycentrique comme un mouvement linéaire dans le temps du centre de masse des étoiles (ou système d'étoiles) peut s'avérer peu précise et conduire à introduire des erreurs de quelques dizaines de mas, supérieures par exemple à la précision interne des catalogues FK5 et Hipparcos [Wie95]. En fait ce problème concerne uniquement les étoiles binaires (et systèmes multiples) dont les composantes présentent un mouvement non-linéaire par rapport au centre des masses, qui lui, peut être modélisé par un mouvement linéaire dans le temps par rapport au repère barycentrique avec un bon degré d'approximation. Il est à noter que les catalogues de référence FK5 ou Hipparcos ne prennent pas en compte ce type d'erreur par la nature même des observables ayant contribué à les créer. En effet, les mesures de systèmes multiples incluses dans le FK5 représentent les mouvements à longues périodes (le FK5 comprend plus d'un siècle d'observations) de la composante la plus brillante par rapport au centre de masse du système. Tandis que pour Hipparcos, les mesures traduisent les positions et les mouvements propres "instantanés" des systèmes d'étoiles multiples, n'incluant pas le mouvement orbital des composantes du système, mais seulement leurs positions "figées" à l'époque de référence [Wie95].

La direction barycentrique d'une étoile exprimée dans le repère FK5 à l'époque de référence du catalogue  $t_0$  se déduit des coordonnées équatoriales  $(\alpha, \delta)$  fournies par le catalogue à l'aide des relations :

$$\vec{e}_b(t_0) = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \delta \\ \sin \alpha \cos \delta \\ \sin \delta \end{pmatrix} \quad (16)$$

Le vecteur vitesse barycentrique de l'étoile peut se calculer en dérivant par rapport au temps le vecteur position de l'étoile  $r \cdot \vec{e}_b(t_0)$ ,  $r$  étant la distance barycentrique de l'étoile ( $r = 1/\sin p$  où  $p$  est la parallaxe de l'étoile). On obtient (en rad./siècle) :

$$\vec{e}_b'(t_0) = \begin{pmatrix} -\mu_\alpha \cos \delta \sin \alpha & -\mu_\delta \sin \delta \cos \alpha & +vp \cos \delta \cos \alpha \\ \mu_\alpha \cos \delta \cos \alpha & -\mu_\delta \sin \delta \sin \alpha & +vp \cos \delta \sin \alpha \\ & -\mu_\delta \cos \delta & +vp \sin \delta \end{pmatrix} \quad (17)$$

où  $v$  est la vitesse radiale de l'étoile (en UA/siècle),  $(\mu_\alpha, \mu_\delta)$  sont les mouvements propres en ascension droite et déclinaison (en rad./siècle) et  $p$  est la parallaxe trigonométrique de l'étoile (en rad.). La position géométrique de l'étoile rapportée au centre des masses de la Terre est alors calculée à une date julienne  $t$  (TDB) quelconque au moyen de l'expression :

$$\vec{e}_g(t) = \vec{e}_b(t_0) + (t - t_0) \vec{e}_b'(t_0) - p \vec{T}_b(t) \quad (18)$$

où  $t$  et  $t_0$  sont exprimées en siècles juliens, et où  $\vec{T}_b(t)$  est la position barycentrique de la Terre à la date  $t$  [Ast95].

## 6.2 Positions astrométriques

Les positions astrométriques d'un astre sont depuis 1984<sup>6</sup> les coordonnées, rapportées à un équateur et un équinoxe fixes dont on précise l'époque, de la direction Terre-astre obtenue en retranchant les coordonnées géométriques barycentriques de la Terre à la date  $t$  aux coordonnées géométriques barycentriques de l'astre à la date  $t - \tau$  :

$$\vec{p}_{g_{ast.}}(t) = \vec{p}_b(t - \tau) - \vec{T}_b(t) \quad (19)$$

$\tau$  est le temps de lumière Terre-astre. Il est calculé par approximations successives selon un processus itératif, dont la convergence est assurée rapidement (en général deux ou trois itérations suffisent) par le fait que les astres et en particulier les objets du système solaire ont des vitesses petites devant la célérité de la lumière  $c$ . Il s'exprime par :

$$\tau = \frac{\|\vec{p}_g(t)\|}{c} \quad (20)$$

où  $\vec{p}_g$  est successivement la position initiale de l'objet puis les positions corrigées à chaque itération. Le choix de la tolérance de convergence (différences  $\tau - \tau'$  entre deux itérations) dépend de la précision finale désirée. Pour obtenir une précision de l'ordre du mas, cette tolérance doit être de  $10^{-8}$  jours [KHSS89]. On peut améliorer la précision en ajoutant au temps de lumière le délai supplémentaire dû au champ gravitationnel du Soleil. Cet effet est de l'ordre de quelques dixièmes de mas dans le cas le plus défavorable (planète proche du limbe solaire et donc non observée), et apporte des corrections de l'ordre de quelques microsecondes de degrés sur les coordonnées angulaires [KHSS89].

Cette correction de temps de lumière résulte de la composition de la vitesse finie de la lumière et de la vitesse orbitale (barycentrique) des astres. Dans le cas des étoiles, cette aberration de la lumière provient de la vitesse spatiale des étoiles au sein de la galaxie, impliquant que le mouvement propre de l'étoile à une date quelconque n'est pas tout à fait égal à son mouvement propre donné par un catalogue. La partie correspondant au mouvement du Soleil est connue sous le nom d'aberration séculaire, et a été traitée par Schwarzschild en 1894 [Sch94]. De manière générale, les vitesses radiales des étoiles sont au plus de l'ordre de 100 km/s. Ainsi les différences dues au temps de lumière entre les mouvements propres réels et ceux fournis par les catalogues sont au plus de quelques mas par an (la correction de temps de lumière pour l'étoile de Barnard est de l'ordre de 3.7 mas/an). D'autre part, les mouvements propres des catalogues incluent la partie principale de cet effet [Stu85], impliquant que les erreurs de positions sont bien plus petites. C'est pourquoi nous n'en tiendrons pas compte, et définirons les positions astrométriques des étoiles par les vecteurs positions et vitesses  $\vec{e}_b(t_0)$  et  $\vec{e}_b'(t_0)$  précédents. La position et la vitesse corrigées de l'effet de temps de lumière d'une étoile pourront être obtenues en consultant [Stu85].

## 6.3 Positions apparentes

La position apparente d'un corps céleste est la position de ce corps sur la sphère céleste géocentrique définie par l'équateur vrai de la Terre et l'équinoxe vrai de la

---

6. Avant cette date, ces coordonnées étaient nommées coordonnées astrographiques, et les coordonnées astrométriques incluaient la correction d'aberration elliptique (due à l'excentricité de l'orbite de la Terre).

date d'observation. On la calcule à partir de la position astrométrique en prenant en compte la déflexion des rayons lumineux (symbolisée par  $\mathcal{D}(\dots)$ ), l'aberration de la lumière ( $\mathcal{A}(\dots)$ ) et les corrections de précession ( $P(t)$ ) et de nutation ( $N(t)$ ). Soit  $\vec{p}_{g_{app.}}(t)$  la position apparente d'un corps, on peut l'écrire sous la forme :

$$\vec{p}_{g_{app.}}(t) = N(t) P(t) \mathcal{A}[\mathcal{D}[\vec{p}_{g_{ast.}}(t)]] \quad (21)$$

où  $\vec{p}_{g_{ast.}}(t)$  peut être remplacé par  $\vec{e}_g(t)$  dans le cas des étoiles.

L'expression exacte de la transformation de coordonnées astrométriques en coordonnées apparentes est assez complexe, c'est pourquoi il est d'usage de procéder par étapes successives traitant chaque partie du problème. Cet algorithme est présenté par Kaplan et *al.* [KHSS89]. Nous ne décrivons ici que les corrections de déflexion des rayons lumineux et d'aberration de la lumière, les corrections de précession et de nutation étant décrites par exemple dans [CTFM94].

### 6.3.1 Déflexion des rayons lumineux

Lorsque les photons provenant d'un objet céleste traversent le système solaire avant d'être perçus sur Terre, ils subissent l'influence du champ gravitationnel du Soleil, et dans une moindre mesure ceux des planètes et de la Terre elle-même. L'effet induit correspond à une déviation de la direction de l'objet vu depuis le centre de la Terre (ou de tout autre point), indépendante de la distance de l'objet au Soleil sur une ligne s'étendant radialement depuis le Soleil, et proportionnelle à la séparation angulaire héliocentrique entre la Terre et l'astre,  $\psi$  [KHSS89] :

$$\phi = g_1 \tan\left(\frac{\psi}{2}\right)$$

avec  $g_1 = 0''.00407$ . Cet effet représente une déviation sur la direction de l'objet d'environ 50 mas à  $10^\circ$  d'élongation au Soleil, moins de 2 mas à la quadrature et moins de 1 mas à  $27^\circ$  de part et d'autre de l'opposition. Un algorithme de correction de cet effet est proposé par Yalopp [Ast84], adapté de Murray [Mur81], et corrige la position d'un corps de la déflexion des rayons lumineux due au champ gravitationnel du Soleil uniquement. Il est le suivant :

$$\mathcal{D}(\vec{p}_g) = \vec{p}_g + \frac{g_1}{g_2} \left[ (\vec{p}_g \cdot \vec{p}_h) \vec{T}_h - (\vec{T}_h \cdot \vec{p}_g) \vec{p}_h \right] |\vec{p}_g| \quad (22)$$

avec

$$g_1 = \frac{2k^2}{c'^2 |\vec{T}_h(t)|} \quad ; \quad g_2 = 1 + \vec{p}_h \cdot \vec{T}_h$$

où l'indice  $h$  indique la position héliocentrique et  $g$  la position géocentrique ;  $\vec{p}$  et  $\vec{T}$  étant respectivement les positions de l'objet et de la Terre ;  $\hat{\cdot}$  désignant le vecteur normé.  $k$  est la constante de Gauss et  $c'$  est la célérité de la lumière exprimée en UA/jour. Cette formulation de la déflexion des rayons lumineux est le résultat d'un développement au premier ordre dont les termes négligés valent au plus 0.5 mas pour un objet observé dans la direction du limbe solaire [KHSS89]. Les champs gravitationnels des planètes agissent de manière similaire, et produisent une déviation plus petite d'un facteur proportionnel au rapport de la masse de la planète à celle du Soleil (1/1047 pour Jupiter). Le champ gravitationnel terrestre induit pour sa part un effet de l'ordre de quelques dixièmes de mas pour un observateur au sol.



### 6.3.2 Aberration de la lumière

A cause de la vitesse finie de propagation de la lumière, la position apparente d'un corps céleste dépend des mouvements de l'objet et de la Terre durant l'intervalle de temps nécessaire aux photons pour parcourir la distance entre les deux corps. L'aberration provoquée par le mouvement orbital de la planète est l'aberration planétaire (§6.2) prise en compte lors du calcul des positions astrométriques à partir des positions géométriques. L'aberration provoquée par le mouvement dans l'espace de l'observateur (mouvement orbital de la Terre, environ 30 km/s, et mouvement de rotation diurne de l'observateur, environ 0.5 km/s à l'équateur) est l'aberration stellaire. Elle se décompose suivant ces deux mouvements pour former respectivement l'aberration annuelle et l'aberration diurne. Cette dernière étant un effet intervenant uniquement dans le calcul des positions topocentriques, nous le traiterons au paragraphe suivant.

Pour corriger les positions des objets de l'aberration annuelle dans un cadre relativiste, Murray [Mur81] propose un algorithme fournissant une précision de l'ordre de 1 mas. Si  $\vec{q}_g$  représente la direction euclidienne géocentrique d'un corps céleste, la direction corrigée de l'aberration annuelle peut se formuler par [Ast95] :

$$\mathcal{A}(\vec{q}_g) = |\vec{q}_g| \left[ \frac{\beta^{-1} \vec{q}_g + (1 + \beta^{-1})^{-1} (1 + \vec{q}_g \cdot \vec{V}) \vec{V}}{1 + \vec{q}_g \cdot \vec{V}} \right] \quad (23)$$

avec

$$\vec{V} = \frac{\vec{T}'_b}{c} \quad ; \quad \beta^{-1} = (1 - v^2)^{\frac{1}{2}}$$

où  $\vec{T}'_b$  représente la vitesse barycentrique de la Terre dans le repère barycentrique (BRS), et  $v = |\vec{V}|$ .

### 6.3.3 Cas topocentrique

La direction apparente d'un astre observé depuis la surface terrestre<sup>7</sup> diffère de sa direction apparente géocentrique du fait que l'observateur ne possède pas exactement les mêmes position et vitesse que le centre des masses de la Terre dans le système solaire. L'écart entre les directions topocentrique et géocentrique dû à la différence de position est la parallaxe géocentrique, dont l'effet est d'autant plus grand que l'objet est proche de la Terre (loi en  $1/r$  où  $r$  est la distance géocentrique). La figure 2 présente deux histogrammes des fréquences relatives et cumulatives des parallaxes horizontales équatoriales des 6160 astéroïdes de la base EMP-96 à la date du 13 novembre 1996 (époque des éléments osculateurs). La parallaxe horizontale équatoriale représente la parallaxe géocentrique d'un astre après avoir considéré que la Terre est sphérique et que les distances géocentrique et topocentrique sont proches à l'échelle du système solaire. On la calcule à partir de la parallaxe du Soleil  $\pi_{\odot}$  à l'aide de la relation  $\pi = \pi_{\odot}/\Delta$  où  $\Delta$  est la distance géocentrique du corps. La distance géocentrique des astéroïdes à cette époque est aussi présentée (fig. 3). Il en ressort que les parallaxes géocentriques sont de l'ordre de 2 à 3 secondes de degré pour la majorité de ces astéroïdes (représentatifs de la ceinture principale), et que

<sup>7</sup>. dans le cas hypothétique d'une Terre sans atmosphère.

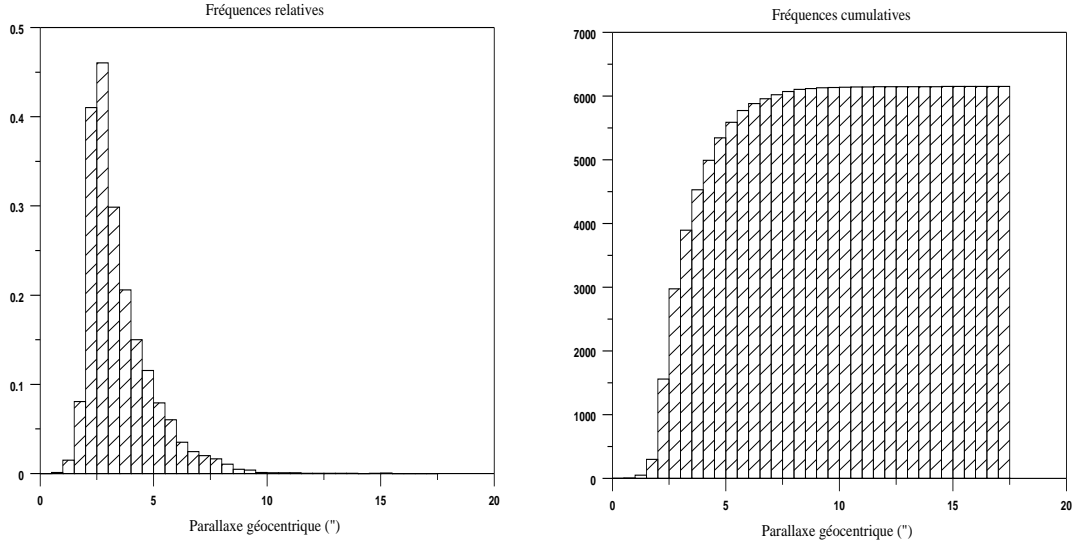


FIG. 2 – *Fréquences relatives et cumulatives de la parallaxe horizontale équatoriale des astéroïdes de la ceinture principale (6160 astéroïdes issus de la base EMP-96). L'époque des calculs est le 13 novembre 1996 0<sup>h</sup> TT.*

pour environ 86% d'entre eux la parallaxe est inférieure à 5'' alors que pour 10% d'entre eux elle est inférieure à 2''. Pour les planètes, la parallaxe géocentrique atteint 1° pour la Lune, et jusqu'à quelques secondes de degrés pour les planètes proches (Vénus, Mars).

La différence entre les directions topocentrique et géocentrique due à la vitesse de l'observateur (la vitesse de rotation sidérale d'un observateur à l'équateur vaut  $a\omega = 0.465$  km/s) est connue sous le nom d'aberration diurne. Cet effet est en tout point similaire à celui de l'aberration annuelle. Comme cette dernière, l'aberration diurne est indépendante de la distance de l'objet, mais pas de sa direction. Elle représente un effet pouvant atteindre 0''.32 lorsque la direction de l'objet est orthogonale au vecteur vitesse de l'observateur [Sei92].

La solution la plus simple pour calculer la position topocentrique apparente d'un corps céleste consiste à calculer sa position apparente (§6.3) tout en considérant la position de l'observateur dans le repère barycentrique (BRS) plutôt que celle du centre des masses de la Terre. Ceci s'obtient en ajoutant la position et la vitesse géocentrique de l'observateur rapportées au repère céleste (§4.1), au vecteur position/vitesse barycentrique de la Terre :

$$\begin{aligned}\vec{\sigma}_b &= \vec{T}_b(t) + \vec{\sigma}_c(t) \\ \vec{\sigma}'_b &= \vec{T}'_b(t) + \vec{\sigma}'_c(t),\end{aligned}\tag{24}$$

puis à remplacer dans les équations précédentes (Eq. 18, 19 et 21, 22, 23) les vecteurs  $\vec{T}_b$  et  $\vec{T}'_b$  par les vecteurs  $\vec{\sigma}_b$  et  $\vec{\sigma}'_b$ . D'un point de vue relativiste, cette transformation

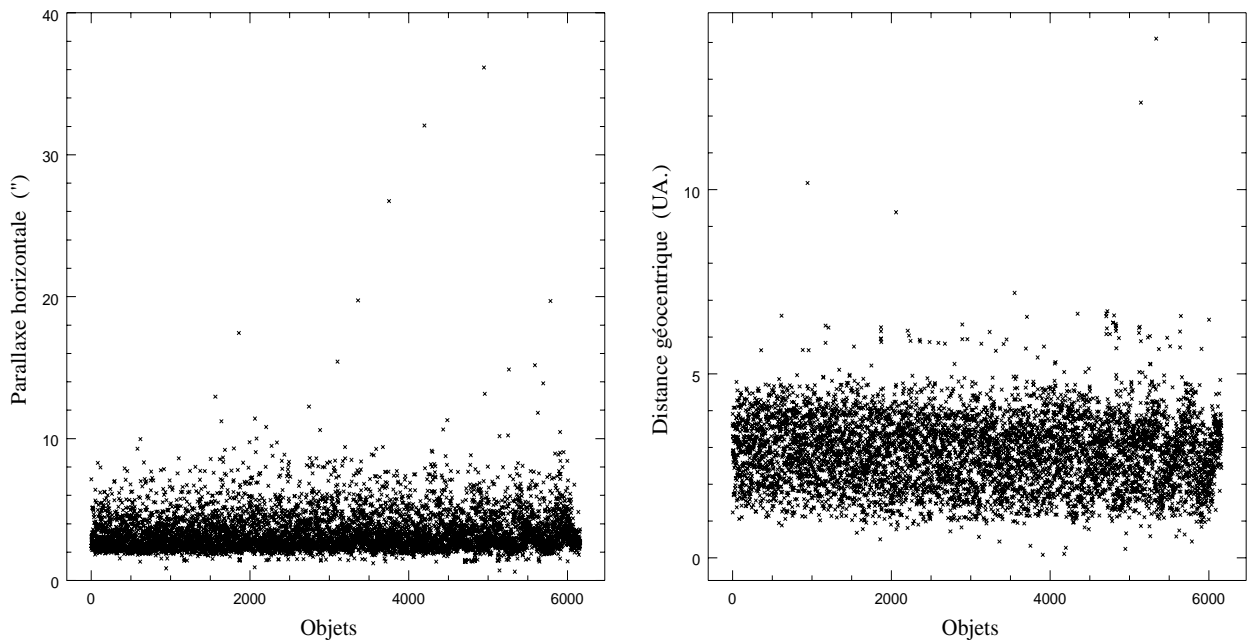


FIG. 3 – *Parallaxe horizontale équatoriale (en seconde de degré) et distance géocentrique (en UA) de chaque astéroïde à l'époque du 13 novembre 1996 0<sup>h</sup> TT. On remarque que ces astéroïdes sont représentatifs de la ceinture principale, leur distance étant comprise entre les distances de Mars (1.6 UA) et Jupiter (5.7 UA).*

n'est pas complète, puisqu'elle ne prend pas en compte le lien entre les repères géocentrique (GRS) et barycentrique (BRS) [Bru91]. Cela introduit une approximation en  $1/c^2$  sur la position barycentrique de la Terre, soit environ  $10^{-8}$  radian ou 2 mas d'indétermination sur la position barycentrique de l'observateur (sans compter les approximations éventuelles sur sa position géocentrique, telle que par exemple la transformation du TRS au GRS).

## 6.4 Positions observées

### 6.4.1 La réfraction atmosphérique

La principale différence entre la position apparente d'un corps céleste et sa position observée depuis la surface de la Terre provient de la présence de l'atmosphère terrestre. Cette dernière a pour conséquence de provoquer une déflexion des ondes électromagnétiques et un retard sur les signaux électromagnétiques (figure 4). Ainsi, avant d'être captés par un récepteur, les photons lumineux traversent des couches d'air progressivement plus denses correspondant à un indice de réfraction de plus en plus grand, et sont déviés graduellement vers la verticale. L'effet induit est l'observation d'une distance zénithale plus petite que la distance zénithale "vraie" de l'objet (i.e. s'il n'y avait pas d'atmosphère). La différence entre les distances zénithales, ou angle de réfraction, est donnée à partir du principe de Fermat par la relation :

$$\Delta z = \xi_0 - z_0 = \int_1^{n_0} \frac{\tan z}{n} dn \quad (25)$$

où  $\xi_0$  et  $z_0$  sont les distances zénithales "vraies" et observées des corps célestes et  $n$  est l'indice de réfraction atmosphérique,  $n_0$  étant cet indice au niveau de l'observateur [YP95]. Ainsi, si les variations de l'indice de réfraction en fonction de l'altitude

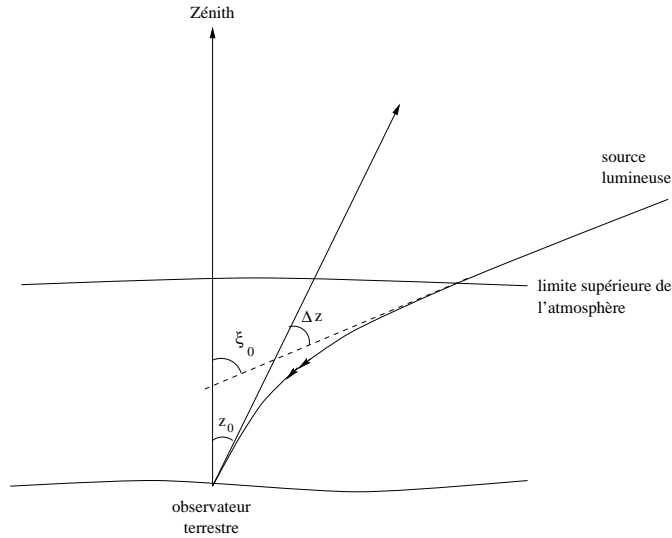


FIG. 4 – Déviation des rayons lumineux dans l'atmosphère terrestre.  $z_0$  est la distance zénithale observée,  $\Delta z$  l'angle de réfraction et  $\xi_0$  la distance zénithale "vraie".

sont connues dans la direction visée, alors cette équation est intégrable et permet de calculer l'angle de réfraction correspondant à la distance zénithale observée. Cependant la modélisation de l'atmosphère terrestre en un lieu et à une date donnée est fort complexe, dépendant des conditions météorologiques, des saisons, de la géographie du lieu, etc..., ce qui rend difficile l'expression des variations de l'indice de réfraction atmosphérique. Pour le calculer, on modélise généralement l'atmosphère par deux composantes à symétrie sphérique, la troposphère (de 0 à environ 11 km) et la stratosphère (jusqu'à environ 100 km<sup>8</sup>), séparées par la tropopause (d'épaisseur négligeable mais pour laquelle l'indice de réfraction présente une discontinuité). On considère de plus que l'atmosphère est en équilibre hydrostatique et qu'elle obéit aux lois des gaz parfaits [Sei92]. Dans de telles conditions, on peut modéliser la courbure des rayons lumineux dans l'atmosphère par un profil exponentiel, correspondant aux variations observées de la réfractivité de l'atmosphère en fonction de l'altitude. La loi de la réfraction s'exprime alors sous la forme classique de la loi de Laplace [Bdl97] :

$$\Delta z = A \tan z_0 + B \tan^3 z_0 \quad (26)$$

où  $z_0$  représente la distance zénithale observée, et où  $A$  et  $B$  sont soit des constantes, soit dépendent des conditions atmosphériques du lieu d'observation et de la longueur d'onde des signaux observés. Ces paramètres sont généralement exprimés sous la forme :

$$\begin{aligned} A &= \kappa\alpha(1 - \beta) \\ B &= \kappa\alpha\left(\beta - \frac{\alpha}{2}\right) \end{aligned}$$

<sup>8</sup>. au delà, la réfraction atmosphérique pour les longueurs d'ondes optiques est de l'ordre de quelques micro-secondes de degré [Gre85].

où  $\alpha$  et  $\beta$  représentent le modèle atmosphérique et  $\kappa$  un terme correctif permettant de prendre en compte l'aplatissement de la Terre et par conséquent des couches atmosphériques.  $\kappa$  se calcule comme le rapport entre la gravité mesurée au niveau de l'observateur et celle mesurée au niveau moyen des mers à l'équateur ;  $\kappa = 1.0$  pour une terre sphérique [Sto96]. Pour des conditions standard de température et de pression ( $0^\circ C$ , 1013.25 mb) et sans prendre en compte la longueur d'onde, ces paramètres sont pris égaux à 0.001254 pour  $\beta$  et  $60''.37$  pour  $\alpha$ , fournissant les constantes de la réfraction  $A = 60''.2943$  et  $B = -0''.06687$  [Kov90]. Pour des conditions dites "normales" ( $15^\circ C$ , 1013.25 mb,  $p_v = 0$  mb<sup>9</sup>,  $\lambda = 0.59\mu m$ ), les constantes de la réfraction sont  $A = 57''.085$  et  $B = -0''.0666$ , déduites des Tables de la réfraction éditées par l'observatoire de Pulkovo en 1985 [Aba85]. Pour tenir compte de conditions atmosphériques et de longueurs d'ondes particulières, ces paramètres peuvent être exprimés comme des fonctions de la température, de la pression, de la pression de vapeur sèche et de la longueur d'onde tel que :  $\alpha = n_0 - 1$  représente la réfractivité de l'atmosphère au niveau de l'observateur et  $\beta = H_0/r_0$  représente le rapport de la hauteur équivalente d'atmosphère homogène sur le rayon géocentrique de l'observateur [Sto96]. Cette formulation de la réfraction permet d'obtenir une précision meilleure que 40 mas pour toute distance zénithale inférieure à  $70^\circ$ , à la condition que la température ambiante soit connue à  $\pm 0.1^\circ C$ , la pression à  $\pm 0.3$  mm et que le degré d'humidité relative soit déterminé à  $\pm 12\%$  [Sto96]. Cette expression de la réfraction a cependant pour inconvénient de calculer l'angle de réfraction à partir uniquement de la distance zénithale observée ( $z_0$ ). Ainsi, dans le cas où l'on veut estimer l'angle de réfraction à partir des coordonnées apparentes (c'est le cas lorsqu'on réduit une observation astrométrique), on introduit une approximation supplémentaire en considérant la distance zénithale "vraie" ( $\xi_0$ ) plutôt que celle observée dans l'équation (26). Ce problème est résolu en utilisant la formulation de l'angle de réfraction proposée par Haojian Yan et basée sur l'utilisation de fonctions dites de "mapping" modélisant les variations de l'indice de réfraction en fonction de l'altitude ([YP95], [Yan96]). L'angle de réfraction s'exprime alors sous la forme :

$$\Delta z = 10^{-6} N_0 \sin \xi_0 m'(\xi_0) \quad (27)$$

où  $N_0 = 10^6 (n_0 - 1)$  est la réfractivité de l'atmosphère au niveau de l'observateur,  $\xi_0$  est la distance zénithale "vraie" et  $m'(\xi_0)$  est la fonction dite de "mapping" de la réfraction faisant intervenir, comme la réfractivité, les paramètres de température, de pression et de pression de vapeur sèche du lieu d'observation ainsi que la longueur d'onde du signal observé [Yan96]. Cette formulation assure une précision sur l'angle de réfraction de l'ordre de 100 mas jusqu'à des distances zénithales de  $80^\circ$ .

Ces expressions de la réfraction se basent sur l'hypothèse que l'atmosphère terrestre peut être modélisée par une symétrie sphérique dont les paramètres sont déterminés à partir d'un certain nombre de données météorologiques moyennes. Cela implique que la déviation des rayons lumineux ne dépend que de la distance zénithale et est indépendante de l'azimut de la direction visée. Cela implique aussi que cette déviation est indépendante des conditions atmosphériques réelles au moment de l'observation et tout le long du chemin parcouru par les photons dans l'atmosphère. Or dans la pratique, les conditions atmosphériques peuvent être très différentes des

---

9.  $p_v$  est la pression de vapeur sèche.

conditions moyennes ayant déterminé le profil atmosphérique de la loi de réfraction utilisée. En outre, la déviation des rayons lumineux ne se produit pas uniquement selon la verticale et on observe une déviation horizontale affectant la précision des positions mesurées à l'ordre du mas (en interférométrie optique par exemple). Pour calculer la réfraction avec cette précision, A. Y. Yatsenko a développé une solution analytique complète des équations de propagation de la lumière dans un espace euclidien. Cette théorie permet de calculer à partir d'un modèle aérologique arbitraire la réfraction verticale et horizontale pour toute distance zénithale et pour tout azimut [Yat95]. Il reste néanmoins difficile de déterminer avec précision la structure exacte de l'atmosphère en un lieu et une date donnés, et seule une bonne connaissance des conditions météorologiques mesurées en différents points de l'atmosphère entourant l'observateur (de 100 m à 82 km d'altitude) peut conduire à une précision sur la réfraction astronomique à l'ordre du mas.

#### 6.4.2 Systèmes de coordonnées de l'observation

L'observation astronomique, à but astrométrique, fournit une carte d'une portion de la sphère céleste à la surface d'un récepteur, CCD ou photographique par exemple. Cette surface est considérée comme plane et est l'image du plan focal du télescope (exception faite pour les télescopes de Schmidt qui corrigent la courbure du plan focal). En première approximation, le champ observé est le plan tangent à la sphère céleste dans la direction de l'axe optique du télescope (fig. 5). On définit dans ce plan les coordonnées tangentielles (ou coordonnées standards) dans un repère orthonormé dont le centre est le point tangent et dont les axes sont dirigés respectivement en direction des ascensions droites croissantes (positive vers l'est sur la sphère céleste) et en direction du pôle céleste nord. Elles sont définies à partir des coordonnées équatoriales par les relations [Gre85] :

$$\begin{aligned}\xi &= \frac{\cos \delta \sin(\alpha - \alpha_0)}{\sin \delta \sin \delta_0 + \cos \delta \cos \delta_0 \cos(\alpha - \alpha_0)} \\ \eta &= \frac{\sin \delta \cos \delta_0 - \cos \delta \sin \delta_0 \cos(\alpha - \alpha_0)}{\sin \delta \sin \delta_0 + \cos \delta \cos \delta_0 \cos(\alpha - \alpha_0)}\end{aligned}\tag{28}$$

où  $(\alpha, \delta)$  sont les coordonnées équatoriales mesurées et où  $(\alpha_0, \delta_0)$  sont les coordonnées équatoriales du point tangent, corrigées ou non de la réfraction astronomique (i.e. coordonnées observées ou coordonnées vraies ou apparentes). Ce repère se projette dans le plan focal selon des axes anti-parallèles et centrés au point d'intersection de l'axe optique et du récepteur, définissant les coordonnées observées  $(X, Y)$  souvent exprimées en pixels ou en millimètres. Dans le cas idéal d'un télescope dont la configuration optique est parfaite, on a :

$$\begin{aligned}\xi &= X \\ \eta &= Y\end{aligned}$$

où l'unité de  $X$  et  $Y$  est la longueur focale du télescope. La réduction astrométrique des observations consiste alors à déterminer la transformation entre les deux repères due aux erreurs observationnelles et théoriques, prenant en considération les défauts de la configuration optique du télescope, du récepteur, et les paramètres observationnels tels que les conditions atmosphériques et la longueur d'onde des astres observés (choix des paramètres de la réfraction).

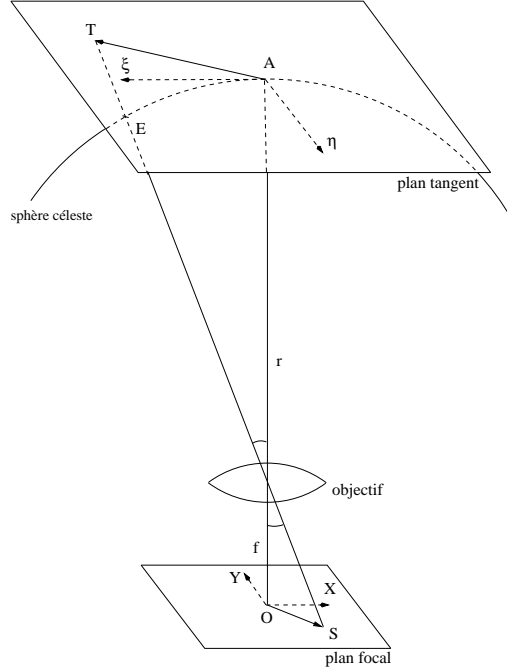


FIG. 5 – Image d'un corps céleste dans le plan focal du récepteur.  $f$  est la longueur focale du système optique,  $r$  est le rayon de la sphère céleste ( $r = 1$ ).  $\xi$  et  $\eta$  définissent le repère tangent;  $X$  et  $Y$  définissent le repère des coordonnées observées.  $A$  est le point tangent à la sphère céleste,  $E$  la position de l'objet,  $O$  le centre du champ dans le plan focal,  $S$  l'image de  $E$  dans le plan focal et  $T$  l'image de  $E$  dans le plan tangent. Géométriquement:  $\vec{AT} = -\frac{r}{f} \vec{OS}$

De manière plus générale, les coordonnées tangentielles sont utilisées pour définir les coordonnées d'un corps relativement à un autre. On les utilise sous leur forme cartésienne  $(\xi, \eta)$  pour le lien avec le repère de l'observation, et sous leur forme polaire  $(\tan d, p_1)$  pour décrire la position d'un corps en termes de distance angulaire  $(\tan d)$  depuis un corps de référence et d'angle de position  $(p_1)$  par rapport à la direction du pôle céleste nord (fig. 6). Ces coordonnées polaires sont définies à partir des coordonnées sphériques équatoriales par les relations [WC66]:

$$\tan d = \frac{[(\cos \delta \sin(\alpha - \alpha_0))^2 + (\cos \delta_0 \sin \delta - \sin \delta_0 \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0))^2]^{1/2}}{\sin \delta_0 \sin \delta + \cos \delta_0 \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0)}$$

$$\tan p_1 = \frac{\cos \delta \sin(\alpha - \alpha_0)}{\cos \delta_0 \sin \delta - \sin \delta_0 \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0)}$$
(29)

où  $(\alpha, \delta)$  sont les coordonnées équatoriales du corps considéré et où  $(\alpha_0, \delta_0)$  sont les coordonnées équatoriales du corps central. On a aussi :

$$\begin{aligned} \xi &= \tan d \sin p_1 \\ \eta &= \tan d \cos p_1 \end{aligned}$$
(30)

Si de plus les distances mutuelles sont petites et que l'on peut négliger l'ordre deux

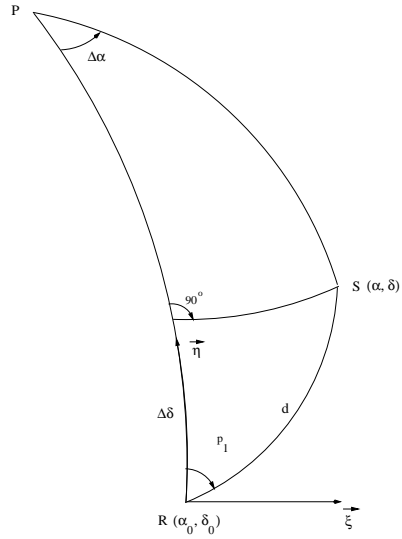


FIG. 6 – *Coordonnées tangentielles du point  $S (\alpha, \delta)$  par rapport au point  $R (\alpha_0, \delta_0)$ .  $P$  est le pôle céleste nord.*

en  $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_0$  et l'ordre trois en  $\Delta\delta = \delta - \delta_0$ , ces relations s'écrivent [WC66] :

$$\begin{aligned} \xi &\approx d \sin p_1 \approx \Delta\alpha \cos \delta \\ \eta &\approx d \cos p_1 \approx \Delta\delta \end{aligned} \quad (31)$$

définissant ainsi les coordonnées relatives du corps par rapport au corps central.



## Références

- [Aba85] V.K. Abalakin, editor. *Refraction tables of Pulkovo observatory (fifth edition)*. Leningrad NAUKA publishing house, 1985.
- [ACFL95] E.F. Arias, P. Charlot, M. Feissel, and J.F. Lestrade. The extragalactic reference system of the International Earth Rotation Service, ICRS. *Astron. Astrophys.*, **303**:604–608, 1995.
- [AGK<sup>+</sup>82] S. Aoki, B. Guinot, G.H. Kaplan, H. Kinoshita, D.D. McCarthy, and P.K. Seidelmann. The new definition of Universal Time. *Astron. Astrophys.*, **105**:359–361, 1982.
- [AK83] S. Aoki and H. Kinoshita. Note on the relation between the equinox and Guinot’s non-rotating origin. *Celes. Mech.*, **29**:335–360, 1983.
- [Ast84] *The Astronomical Almanac*. US Government Printing Office, Washington, 1984.
- [Ast95] *The Astronomical Almanac*. US Government Printing Office, Washington, 1995.
- [BC61] D. Brouwer and G.M. Clemence. *Methods of celestial mechanics*. Academic Press, 1961.
- [Bdl97] Bureau des longitudes, editor. *Introduction aux éphémérides astronomiques*. Les édition de physique, 1997.
- [Ber97] J. Berthier. Astrométrie des occultations d’étoiles par les astéroïdes. Master’s thesis, Observatoire de Paris, 1997.
- [BF88] P. Bretagnon and G. Francou. Planetary theories in rectangular and spherical variables. VSOP87 solutions. *Astron. Astrophys.*, **202**:309, 1988.
- [Bor89] K.M. Borkowski. Accurate algorithms to transform geocentric to geodetic coordinates. *Bull. Géodésique* **63**, 50, 1989.
- [Bou89] C. Boucher. Current intercomparisons between CTS’s. In J. Kovalevsky, I.I. Mueller, and B. Kolaczek, editors, *Reference Frames in Astronomy and Geophysics*, page 327. Kluwer, Dordrecht, 1989.
- [Bow96] E. Bowell. The asteroid orbital elements database. Technical report, Lowell Observatory, 1996.
- [Bre82] P. Bretagnon. Théorie du mouvement de l’ensemble des planètes. solution VSOP82. *Astron. Astrophys.*, **114**:278, 1982.
- [Bre96] P. Bretagnon. Précision et utilisation des théories planétaires actuelles. In Observatoire de Paris, editor, *Journées Systèmes de Références*. N. Capitaine, 1996.
- [Bru91] V. Brumberg. *Essential Relativistic Celestial Mechanics*. IOP Publishing Ltd, 1991.

- [BS66] R. Bulirsch and J. Stoer. *Numerische Mathematik* **8**, 1, 1966.
- [BS95] Y.V. Batrakov and V.A. Shor. Catalogue of orbital elements and photometric parameters of 6160 minor planets numbered by 18 november, 1994. Technical report, Institute of Theoretical Astronomy, 1995.
- [CTC83] M. Chapront-Touzé and J. Chapront. The lunar ephemeris ELP2000. *Astron. Astrophys.*, **124**:50, 1983.
- [CTFM94] M. Chapront-Touzé, G. Francou, and B. Morando. Les systèmes de référence utilisés en astronomie. *Notes Scientifiques et Techniques* **S046**, Bureau des longitudes, 1994.
- [ET88] editor E.F. Tedesco. The IRAS minor planet survey (IMPS) data base. Technical report, Jet Propulsion Laboratory, 1988.
- [ET92] editor E.F. Tedesco. The IRAS minor planet survey (IMPS) data base. Technical report PL-TR-92-2049, Philips Laboratory, Hanscom Air Force Base, 1992.
- [Exp61] *Explanatory Supplement to the Astronomical Ephemeris and the American Ephemeris and Nautical Almanac*. Her Majesty's Stationery Office, Londres, 1961.
- [FB90] L. Fairhead and P. Bretagnon. An analytical formula for the time transformation TB TT. *Astron. Astrophys.*, **229**:240–247, 1990.
- [Fol93] W.M. Folkner. Results from VLBI measurement of Venus on march 29, 1992. *JPL IOM*, **335**:1–93–22, 1993.
- [Fri82] W. Fricke. Determination of the equinox and equator of the FK5. *Astron. Astrophys.*, **54**:363, 1982.
- [FSL88] W. Fricke, H. Schwan, and T. Lederle. Fifth Fundamental Catalogue. Veröffentlichungen des Astronomischen **32**, Rechen-Institute Heidelberg, 1988.
- [GD75] F. Gilbert and A.M. Dziewonski. Phil. Roy. Soc. London **A278**, 187, 1975.
- [Gre85] R.M. Green. *Spherical astronomy*. Cambridge University Press, 1985.
- [Gui91] B. Guinot. La nature des échelles de temps, définitions, notations. In Observatoire de Paris, editor, *Journées Systèmes de Références*. N. Capitaine, 1991.
- [IER96] IERS conventions (1996). IERS technical note **21**, Observatoire de Paris, 1996.
- [KHSS89] G.H. Kaplan, J.A. Hughes, P.K. Seidelmann, and C.A. Smith. Mean and apparent place computations in the new IAU system. III. Apparent, topocentric, and astrometric places of planets and stars. *Astron. Journal.*, **97**(4), 1989.

- [KM89] J. Kovalevsky and I.I. Mueller. In J. Kovalevsky, I.I. Mueller, and B. Kolaczek, editors, *Reference Frames in Astronomy and Geophysics*. Kluwer, 1989. Dordrecht.
- [Kov90] J. Kovalevsky. *Astrométrie moderne*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1990.
- [LLFM77] J.H. Lieske, T. Lederle, W. Fricke, and B. Morando. Expressions for the precession quantities based upon the IAU (1976) system of astronomical constants. *Astron. Astrophys.*, **58**:1, 1977.
- [LRS<sup>+</sup>95] L. Lindegren, S. Roser, H. Schrijver, M.G. Lattanzi, F. van Leeuwen, M.A.C. Perryman, P.L. Bernacca, J.L. Falin, M. Froeschlé, J. Kovalevsky, H. Lenhardt, and F. Mignard. A comparison of ground-based stellar positions and proper motions with provisional Hipparcos results. *Astron. Astrophys.*, **304**:44L, 1995.
- [McC92] D.D McCarthy. IERS standards (1992). IERS *technical note 13*, Observatoire de Paris, 1992.
- [Moi96] X. Moisson. Links between time scales using barycentric relativistic ephemerides. In *Proceedings of the 4<sup>th</sup> Von Humboldt Colloquium for Celestial Mechanics*. J.Henrard Publisher, 1996.
- [MR89] I.I. Mueller and R.H. Rapp. Horizontal and vertical geodetic datums. In J. Kovalevsky, I.I. Mueller, and B. Kolaczek, editors, *Reference Frames in Astronomy and Geophysics*, page 145. Kluwer, 1989. Dordrecht.
- [MS82] L.V. Morrison and F.R. Stephenson. Secular and decade fluctuations in the Earth's rotation: 700 BC - AD 1978. In W. Fricke and G. Teleki, editors, *Sun and Planetary System*. D. Reidel, 1982.
- [Mur81] C.A. Murray. Relativistic astrometry. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **195**:639–648, 1981.
- [SB80] J. Stoer and R. Bulirsch. *Introduction to numerical analysis*. Springer-Verlag New York Inc., 1980.
- [Sch94] K. Schwarzschild. Rigorous treatment of the heliocentric motion of stars. *Astron. Nachr.*, **136**:81, 1894.
- [Sei82] P.K. Seidelmann. 1980 IAU theory of nutation. the final report of the IAU working group on nutation. *Celes. Mech.*, **27**:79, 1982.
- [Sei92] P.K. Seidelmann, editor. *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*. University Science Books, 1992.
- [SF92] P.K. Seidelmann and T. Fukushima. Why new time scales. *Astron. Astrophys.*, **265**:833–838, 1992.
- [SNWF95] E.M. Standish, X.X. Newhall, J.G. Williams, and W.F. Folkner. JPL planetary and lunar ephemerides, DE403/LE403. *JPL IOM*, **314**:10–127, 1995.

- [Sta82] E.M. Standish. Orientation of the JPL ephemerides DE200/LE200 to the dynamical equinox of J2000. *Astron. Astrophys.*, **114**:297–302, 1982.
- [Sta90a] E.M. Standish. An approximation to the outer planet ephemeris errors in JPL’s DE200. *Astron. Astrophys.*, **233**:272–274, 1990.
- [Sta90b] E.M. Standish. The observational basis for JPL’s DE200, the planetary ephemerides of the Astronomical Almanac. *Astron. Astrophys.*, **233**:252–271, 1990.
- [Sto96] R. C. Stone. Accurate method for computing atmospheric refraction. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, **108**:1051–1058, 1996.
- [Stu85] P. Stumpff. Rigorous treatment of the heliocentric motion of stars. *Astron. Astrophys.*, **144**:232–240, 1985.
- [vK86] P. Vaníček and E. Krakiwsky. *Geodesy: the Concepts*. Elsevier Science Publishers B.V., 1986.
- [WC66] E.W. Woolard and G.M. Clemence. *Spherical astronomy*. Academic Press Inc., 1966.
- [Wie95] R. Wielen. A method for determining the individual accuracy of astrometric catalogues. *Astron. Astrophys.*, **302**:613–622, 1995.
- [Yan96] H. Yan. A new expression for astronomical refraction. *Astron. Journal.*, **112**(3):1312–1316, 1996.
- [Yat95] A. Y. Yatsenko. Exact theory of astronomical refraction for the real atmosphere. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **111**:579–586, 1995.
- [YP95] H. Yan and J. Ping. The generator function method of the tropospheric refraction corrections. *Astron. Journal.*, **110**(2):934–939, 1995.

## Sigles et Acronymes

<b>ACRS</b>	Astrographic Catalogue Reference Stars.
<b>BRS</b>	Barycentric Reference System.
<b>DE<sub>xxx</sub></b>	Solutions du mouvement des planètes du JPL.
<b>EAON</b>	European Asteroidal Occultation Network.
<b>EMP-96</b>	Ephemeride of Minor Planets, 1996.
<b>FK5</b>	Fundamental Katalog 5.
<b>HIP</b>	Hipparcos star catalog.
<b>ICRS</b>	International Celestial Reference System.
<b>IERS</b>	International Earth Rotation Service.
<b>ILOC</b>	International Lunar Occultation Centre.
<b>IOTA</b>	International Occultation Timing Association.
<b>ITRF</b>	International Terrestrial Reference Frame.
<b>IRAS</b>	Infrared Astronomical Satellite.
<b>JPL</b>	Jet Propulsion Laboratory.
<b>LE<sub>xxx</sub></b>	Solutions du mouvement de la Lune du JPL.
<b>MPC</b>	Minor Planet Center.
<b>PPM</b>	Position and Proper Motion.
<b>RMS</b>	Root Mean Square.
<b>SAO</b>	Smithsonian Astrophysical Observatory star catalog.
<b>UAI</b>	Union Astronomique Internationale.
<b>VSOP<sub>xx</sub></b>	Solutions du mouvement des planètes du Bureau des longitudes.

# Annexes

## A Algorithme de Borkowski

Les coordonnées cartésiennes géocentriques d'un point quelconque de l'ellipsoïde de référence terrestre s'expriment en fonction des coordonnées géodésiques  $(\lambda, \phi, h)$  à l'aide des relations suivantes :

$$\begin{aligned} x_o &= (N_\phi + h) \cos \phi \cos \lambda \\ y_o &= (N_\phi + h) \cos \phi \sin \lambda \\ z_o &= (N_\phi(1 - e^2) + h) \sin \phi \end{aligned} \quad (32)$$

où  $e$  est l'excentricité de l'ellipsoïde

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = f(2 - f) \quad (33)$$

avec  $a$  le rayon équatorial de la Terre,  $b$  le rayon polaire,  $f$  le coefficient d'aplatissement et  $N_\phi$  est le rayon de courbure de l'ellipsoïde dans le méridien local, défini par :

$$N_\phi = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}} \quad (34)$$

Le passage inverse des coordonnées géocentriques aux coordonnées géodésiques se fait d'une manière précise en appliquant l'algorithme de Borkowski. Nous ne rappelons ici que les relations majeures de cet algorithme, sans rentrer dans les détails de la méthode. Un point de vue plus complet pourra être obtenu en consultant [Bor89]. Les coordonnées géodésiques d'un point quelconque de l'ellipsoïde s'expriment en fonction des coordonnées géocentriques  $(x_o, y_o, z_o)$  au moyen des relations :

$$\begin{aligned} \lambda &= \arctan \frac{y_o}{x_o} \\ \phi &= \arctan \frac{a(1 - t^2)}{2bt} \\ h &= (r - at) \cos \phi + (z - b) \sin \phi \end{aligned} \quad (35)$$

où les quantités  $r$  et  $t$  sont données par les relations :

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x_o^2 + y_o^2} \\ t &= \sqrt{G^2 + \frac{F - \nu G}{2G - E}} - G \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} E &= \frac{bZ - (a^2 - b^2)}{ar} \\ F &= \frac{bZ + (a^2 - b^2)}{ar} \\ P &= \frac{4}{3} (EF + 1) \\ Q &= 2(E^2 - F^2) \\ D &= P^3 + Q^2 \\ \nu &= (\sqrt{D} - Q)^{\frac{1}{3}} - (\sqrt{D} + Q)^{\frac{1}{3}} \\ G &= \frac{1}{2} (\sqrt{E^2 + \nu} + E) \end{aligned}$$

Pour des distances au centre de la Terre inférieures à 45 km ( $D < 0$ ), il est recommandé d'utiliser l'expression équivalente pour  $\nu$  :

$$\nu = 2 \sqrt{-P} \cos\left(\frac{1}{3} \arccos\left(\frac{Q}{P\sqrt{-P}}\right)\right)$$

Pour que cet algorithme puisse être étendu aux latitudes négatives ( $z_o < 0$ ) la valeur de  $b$  est remplacée par  $\text{sgn}(z_o) b$ .

## B Les échelles de temps

Le temps est, et a toujours été, une donnée essentielle de l'astronomie car il est un paramètre incontournable de toute observation et de toute étude des corps célestes. Or de nos jours, sa définition et sa réalisation posent encore des difficultés. Ce n'est que depuis une cinquantaine d'années que les physiciens et les astronomes mesurent le temps avec précision et qu'ils ont développé diverses échelles de temps utilisées simultanément. Jusque dans les années 1950, la rotation diurne de la Terre autour de son axe semblait suffisamment uniforme pour qu'on ne définisse pas d'autres systèmes métrologiques. L'unique échelle de temps était alors le *Temps universel*, abrégé UT ou TU. En 1952, les astronomes mirent en évidence diverses irrégularités dans la rotation de la Terre et introduisirent alors, pour le calcul des éphémérides des corps du système solaire, une nouvelle échelle basée sur la théorie du mouvement de la Terre autour du Soleil de Newcomb, le *Temps des éphémérides*, abrégé TE ou ET. C'est alors que les progrès technologiques permirent en juin 1955 à L. Essen et J.V.L. Parry du National Physical Laboratory (NPL, Grande Bretagne) de réaliser, sur une idée originale de Rabi<sup>10</sup>, le premier étalon de fréquence au césium digne de ce nom et d'une précision remarquable (quelques  $10^{-10}$ ). Ces progrès conduisirent, en 1967, les membres de la treizième conférence générale des poids et mesures à adopter une nouvelle définition de la seconde du Système International d'Unités :

*La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.*

On proposa alors en 1970 la construction d'une échelle de temps basée sur l'observation continue et simultanée d'un certain nombre d'étalons de fréquence. Finalement, en octobre 1971, la quatorzième conférence générale des poids et mesures définit la référence temporelle, le temps atomique international, en ces termes :

*Le Temps atomique international est la coordonnée de repérage temporel établie par le Bureau International de l'Heure sur la base des indications d'horloges atomiques fonctionnant dans divers établissements conformément à la définition de la seconde, unité de temps du Système International d'Unités.*

Pour construire un système temporel, on doit définir deux quantités : une unité (la seconde, le jour, ...) et une époque d'origine. D'une manière générale, on distingue quatre systèmes majeurs de matérialisation du temps accessibles aux observations astronomiques et à la conception théorique du mouvement des corps célestes :

- le temps atomique, dont l'unité de durée correspond à un nombre fini de transitions atomiques d'un isotope choisi ;

---

<sup>10</sup>. Rabi suggéra en janvier 1945 d'utiliser les résonances atomiques pour mesurer le temps au cours d'une lecture de l'American Physical Society.

- le temps universel, dont l'unité de durée est représentée par le jour solaire défini le plus uniformément possible ;
- le temps sidéral, dont l'unité de durée est basée sur la période de rotation de la Terre par rapport à un point fixe relativement aux étoiles ;
- le temps dynamique, dont l'unité de durée est donnée par le mouvement orbital de la Terre, de la Lune et des planètes.

Depuis son assemblée générale de Buenos Aires en 1991, l'UAI a redéfini les échelles de temps sur de nouvelles bases issues de la théorie de la relativité générale. Le temps newtonien se voit alors substitué par les notions de temps-coordonnée et temps propre, sous une forme que l'on peut ainsi exprimer :

*A tout système de masses dans l'univers peut être associé un système de coordonnées spatio-temporelles centré au barycentre des masses considérées et ne présentant pas de rotation globale par rapport aux galaxies lointaines. La coordonnée du genre temps de ce système est le temps-coordonnée correspondant (TC-), où le tiret figure à la place d'une lettre caractérisant le système considéré.*

Les principales de ces nouvelles échelles de temps sont le *temps-coordonnée barycentrique* (TCB) lié au barycentre du système solaire, le *temps-coordonnée géocentrique* (TCG) lié au barycentre de la Terre, et le *temps-coordonnée topocentrique* (TCT) lié aux systèmes de référence topocentriques (TRS). L'aspect théorique de ces échelles de temps pourra être étudié en consultant [SF92], [Gui91], [Bru91]. Les différences entre les principales échelles de temps sont présentées à la figure 7. Elles couvrent la période 1950 à 2050. Les termes périodiques des échelles TCB et TDB sont amplifiés 100 fois pour les rendre visibles. L'échelle de temps de référence est le TAI.

La figure 8 présente les différences entre les échelles TT et UT sur la période allant de 1670.5 à 1998.5. La courbe en pointillée représente la formulation de Morrison et Stephenson (cf. §5.3), tandis que l'autre courbe montre les fluctuations décennales des différences entre TT et UT. L'aspect parabolique de la courbe en pointillée traduit la décélération séculaire (terme à longue période) de la rotation de la Terre qui a pour conséquence d'augmenter la durée du jour de 1.78 ms/siècle [MS82].



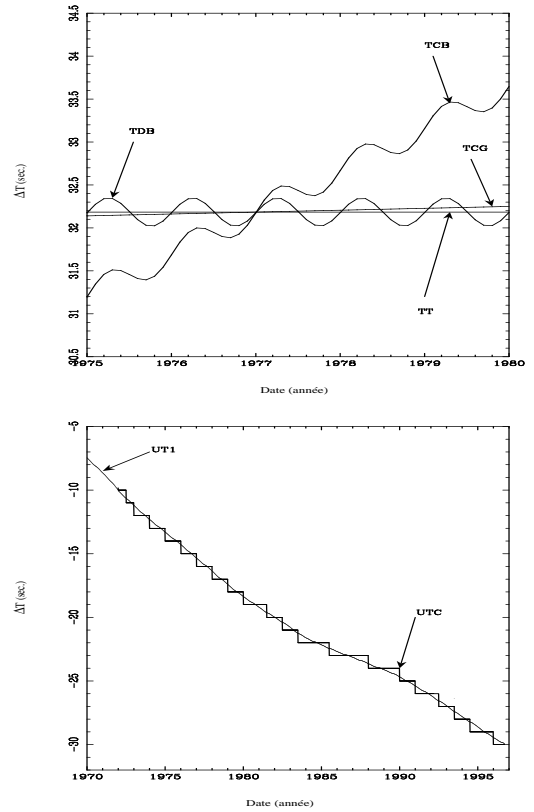
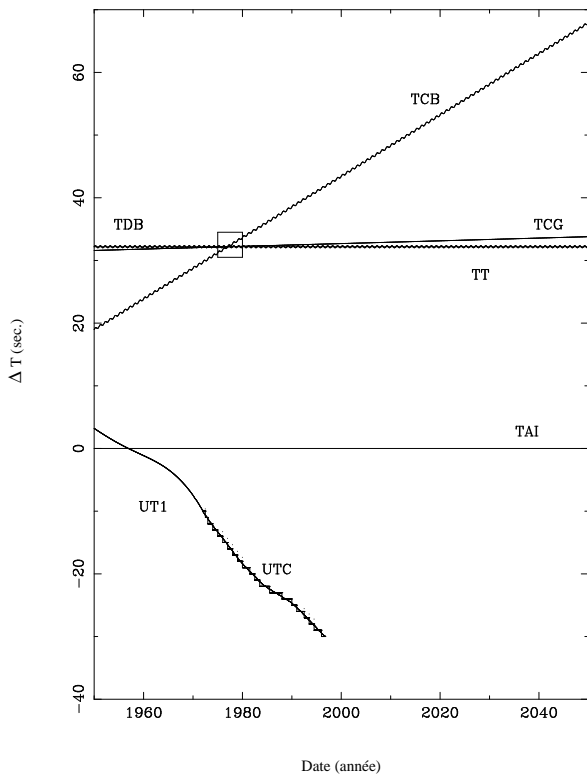


FIG. 7 – Différences entre les échelles de temps *TT*, *TCG*, *TDB*, *TCB*, *UTC*, *UT1* et l'échelle *TAI*. La figure en haut à droite présente en détail l'intersection des échelles *TT*, *TCG*, *TDB* et *TCB*. Les termes périodiques de *TDB* et *TCB* sont amplifiés  $100\times$  pour le tracé dans les deux figures. La figure en bas à droite montre en détail les échelles *UT1* et *UTC*.

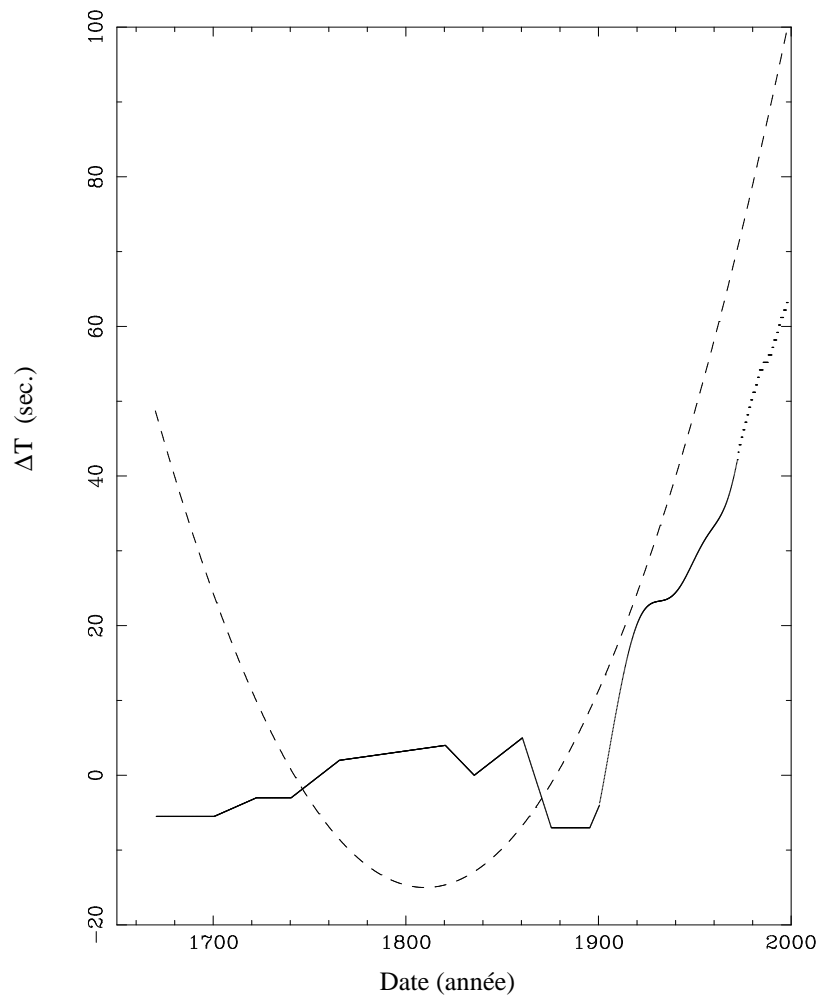


FIG. 8 – Différences entre les échelles de temps  $TT$  et  $UT$  sur la période allant de 1670.5 à 1998.5. La courbe en pointillée représente la formulation de Morrison et Stephenson et traduit la décélération séculaire de la rotation de la Terre [MS82].