

## LO SCAMBIO TERMICO PER CONVEZIONE

### 9.1 INTRODUZIONE

Una seconda modalità di trasmissione del calore, detta *convezione termica*, ha luogo quando almeno uno dei due corpi che si scambiano calore è un fluido. Condizione necessaria perché il fenomeno avvenga è che il fluido sia posto, o possa porsi, in moto relativo rispetto all'altro corpo con cui scambia calore. In generale si può affermare che la convezione avviene in seno al fluido in uno spazio limitato che ha inizio all'interfaccia tra i due corpi e fino ad una distanza che dipende dal caso in esame ma che è comunque alquanto ridotta. Nella convezione le modalità microscopiche di trasmissione dell'energia sono le medesime che nel caso della conduzione. La sostanziale differenza sta nel fatto che, essendo il fluido in moto, al trasporto di energia dovuto alle interazioni molecolari si somma il moto di materia che veicola tale energia nello spazio e nel tempo. Se il fluido restasse fermo il meccanismo di trasmissione del calore al suo interno sarebbe quello di conduzione nel quale l'energia si trasmette tra particelle tra loro prossime senza moto macroscopico di materia.

Il moto relativo del fluido può avere cause differenti. Può, ad esempio, essere dovuto a dispositivi meccanici (ventilatori, pompe ecc.) o a fenomeni naturali (vento, correnti marine ecc.) che impongono al fluido una certa velocità: la modalità di scambio termico viene allora detta *convezione forzata*. Oppure può essere generato proprio dallo scambio termico in corso che, modificando le caratteristiche termodinamiche del fluido ed in particolare la sua densità, origina uno spostamento di massa per il fatto che volumi di fluido con più bassa densità tendono a salire richiamando al loro posto volumi di fluido con densità maggiore: la modalità di scambio termico viene allora detta *convezione naturale*.

Riguardo alla convezione, gli obiettivi che si pone nell'ambito di questo corso sono da un lato la comprensione del fenomeno fisico e dall'altro l'introduzione delle principali relazioni che ci permettano di descriverlo in termini quantitativi. Si è detto come, nei fenomeni di convezione termica, gli effetti della trasmissione di calore e quelli del moto del fluido siano intimamente congiunti nel veicolare l'energia all'interno del fluido. Posto che siano già note le leggi della conduzione si accennerà nel prossimo paragrafo

brevemente alle proprietà dei fluidi reali e alle leggi che ne governano il moto. Ci si occuperà poi in maniera più approfondita dello scambio convettivo tra la superficie di un solido e un fluido, caso di notevole importanza nelle applicazioni edilizie

## 9.2 NUOVAMENTE SUL MOTO DEI FLUIDI

In base alla rappresentazione particellare della materia, è possibile associare ad ogni particella di un fluido in moto una velocità  $\mathbf{w}$ . Poiché la velocità è una grandezza vettoriale, la regione dello spazio in cui si svolge il moto del fluido è definita attraverso un campo vettoriale detto campo di velocità  $\mathbf{w}(x,y,z)$ . È evidente che la velocità sarà funzione solo delle tre coordinate  $x,y,z$  quando il moto del fluido sia di tipo *stazionario* o *permanente*, ovvero sia costante nel tempo. In caso di moto non stazionario, infatti, la velocità è una funzione anche del tempo, ovvero  $\mathbf{w}(x,y,z,\tau)$ .

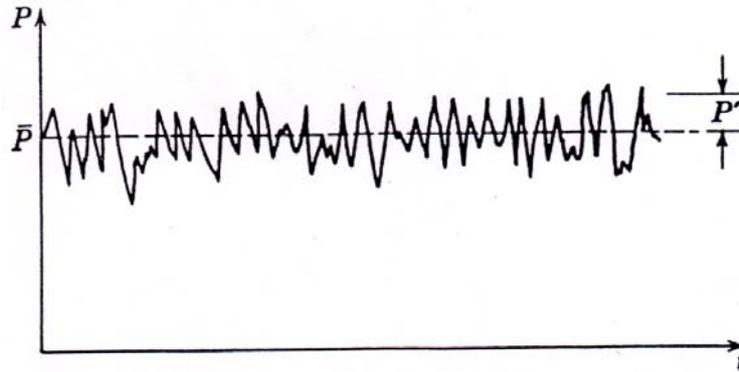
È importante ricordare come il moto di un fluido può avvenire secondo due modalità differenti in corrispondenza delle quali i regimi di flusso vanno rispettivamente sotto il nome di regime laminare e regime turbolento. Nel regime di moto laminare, il fluido procede in modo ordinato e regolare tanto che è possibile identificarne le linee di flusso. Di conseguenza non si ha mescolamento tra parti diverse del sistema fluido in moto. È possibile definire per le diverse grandezze fisiche in ogni punto del fluido e per ogni istante di tempo un ben determinato valore numerico. In genere l'ordine viene dettato da una superficie solida che "organizza" nelle sue vicinanze il moto delle molecole fluide. Diversamente, nel caso di moto turbolento, le traiettorie del fluido sono irregolari e si ha un continuo mescolamento tra masse di fluido di zone differenti. Sono proprio le distorsioni nelle linee di flusso che, se si amplificano, provocano il formarsi di un regime di moto più caotico in cui le grandezze fisiche locali variano nel tempo e nello spazio senza seguire leggi determinabili.

Nel caso di moto turbolento se si riportasse in un grafico in funzione del tempo il valore in un punto di una proprietà fisica  $P$ , si otterrebbe un andamento simile a quello di figura 9.1. La suddetta proprietà potrebbe essere ottenuta come somma di un valore medio temporale  $\bar{P}$  e di una componente fluttuante  $P'$ . La media deve essere effettuata in un periodo temporale sufficientemente ampio rispetto al periodo delle oscillazioni di  $P$ . Inoltre, detto  $T$  il periodo di tempo esaminato si ottiene:

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T P d\tau \quad (9.1)$$

In questo modo ciascuna grandezza risulta essere definita dalla relazione:

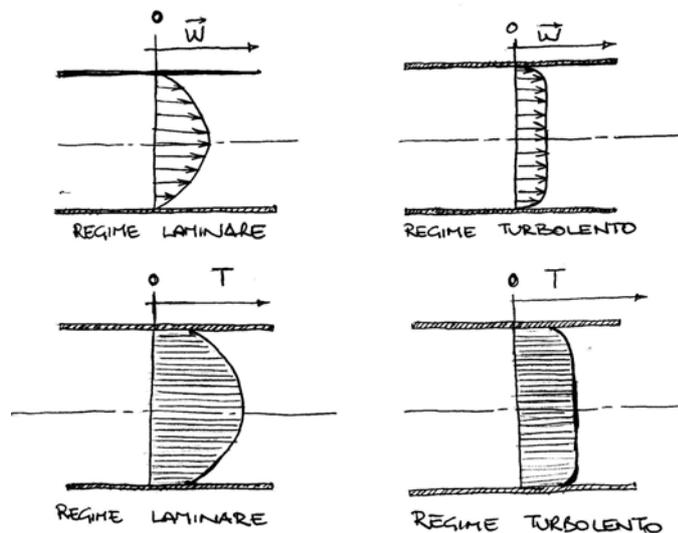
$$P = \bar{P} + P' \quad (9.2)$$



**Figura 9.1:** *Variazione della proprietà P in regime turbolento*

Un semplice modello attribuisce il trasporto del momento, del calore e di massa in uno strato turbolento al moto di vortici: a causa della presenza di tale moto il trasporto di massa, momento e calore aumenta omogeneizzando le condizioni del fluido.

Se si considera ad esempio il moto di un fluido dentro una tubazione (fig.9.2) l'effetto del contributo turbolento rende i profili di velocità e temperatura più uniformi. Il gradiente di velocità (ed il valore dello sforzo tangenziale  $\tau$ ) nella zona vicina alla superficie è molto più elevato nel caso turbolento che in quello laminare: i gradienti più elevati rendono più consistente lo scambio termico vicino alla superficie.



**Figura 9.2:** *Profili di velocità e temperatura in una tubazione*

La configurazione di moto turbolento è pertanto maggiormente desiderabile in applicazioni ingegneristiche. Tuttavia l'aumento dello sforzo tangenziale  $\tau$  richiede un aumento della potenza richiesta per le pompe o i ventilatori.

L'instaurarsi di uno o l'altro regime è legato alla particolare condizione del sistema in esame ossia alle proprietà del fluido, densità  $\rho$ , viscosità  $\mu$ , al valore della velocità  $w$ , alla rugosità superficiale della superficie con cui il fluido è a contatto, alle caratteristiche geometriche del sistema considerato attraverso una sua dimensione caratteristica  $d$ . In altri termini il formarsi della turbolenza è vincolato al rapporto tra forze di inerzia e forze viscosi: se questo è a favore delle prime, il regime di moto che si instaura è turbolento.

In ogni caso il regime di moto può essere individuato da un parametro adimensionale che tiene conto di tutte queste grandezze e che corrisponde proprio al rapporto tra forze di inerzia e forze viscosi ossia dal numero di Reynolds:

$$Re = \frac{\rho dw}{\mu} \quad (9.3)$$

In linea generale alti valori di  $Re$  corrispondono a moto turbolento, bassi valori del numero di Reynolds descrivono moto laminare. E' possibile poi che in punti diversi di un fluido in moto si abbiano regimi di moto differenti. E' quello che succede ad esempio su di una lastra piana lambita da un fluido (fig. 9.3). Nelle vicinanze della lastra, dopo averne incontrato l'attacco, il fluido modifica il proprio regime di moto e si sviluppa il moto laminare.

Lontano dalla lastra se la velocità è sufficientemente elevata si avrà invece una regione di moto turbolento pienamente sviluppato. Analizzando lo strato limite si possono individuare nel suo spessore tre zone:

- a) un sottostrato laminare, in cui il fenomeno di trasporto è prevalentemente di tipo diffusivo e in cui i profili di velocità sono quasi lineari;
- b) una regione intermedia, nella quale i fenomeni di trasporto sono sia diffusivi che macroscopici;
- c) la zona turbolenta, in cui il trasporto di massa ed energia è di tipo macroscopico.

Per la lastra piana si ottiene sperimentalmente che la transizione tra i due regimi di moto si verifica per valori del numero di Reynolds compresi tra  $10^5$  e  $3 \cdot 10^6$ .

Per moto all'interno di condotte, il valore di Reynolds critico si riduce a 2300 (anche se occorre superare 10 000 per avere turbolenza pienamente sviluppata).

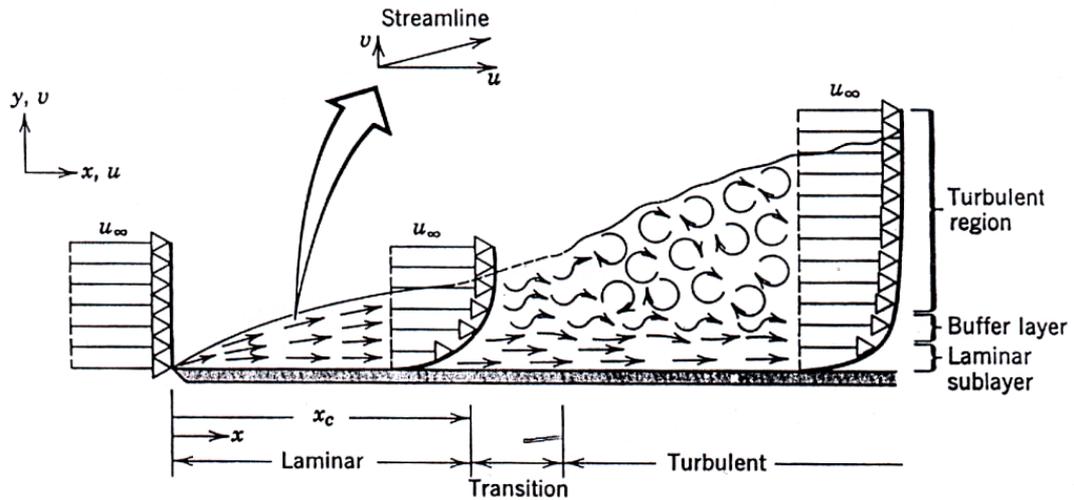


Figura 9.3: Diversi regimi di moto su lastra piana

### 9.3 LO STRATO LIMITE

E' intuibile che i fenomeni fluidodinamici non sono indipendenti da quelli termici, il campo della velocità e quello della temperatura nel fluido sono strettamente connessi: ne consegue che nello studio della convezione i processi termici e dinamici devono essere affrontati simultaneamente. Il campo termofluidodinamico è noto quando in ogni punto sono noti (eventualmente anche in funzione del tempo) i valori di tutte le variabili che definiscono lo stato cinematico e termodinamico del fluido.

In molti casi, per la descrizione del campo fluidodinamico sono necessarie 5 equazioni differenziali indipendenti (2 per le variabili termodinamiche e 3 per le componenti della velocità). In genere le cinque equazioni utilizzate sono: il bilancio della massa, il bilancio dell'energia (ciascuno espresso da un'equazione scalare) e l'equazione della quantità di moto (che è una grandezza vettoriale) che viene espressa mediante le tre equazioni scalari delle componenti  $x, y, z$ . Rimandando a una trattazione più dettagliata gli interessati (ad esempio *Transport Phenomena*, Bird et al. , Wiley) qui si riportano le equazioni a titolo puramente indicativo:

Conservazione della massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (9.4)$$

Conservazione del momento della quantità di moto:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \text{div}(\rho p u) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \text{div}(\mu \text{grad} u) + \left[ -\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right] + M_x \quad (9.5)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \text{div}(\rho p v) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{grad} v) + \left[ -\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right] + M_y \quad (9.6)$$

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \text{div}(\rho p w) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \text{div}(\mu \text{grad} w) + \left[ -\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right] + M_z \quad (9.7)$$

*Conservazione dell'energia:*

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \text{div}(\rho e \mathbf{u}) = -p \text{div} \mathbf{u} + \text{div}(\lambda \text{grad} T) + \Phi + H \quad (9.8)$$

dove:  $t$  (tempo),  $\rho$  (densità),  $\mathbf{u}$  (vettore delle velocità),  $u, v, w$  (componenti della velocità),  $p$  (pressione),  $\mu$  (viscosità),  $\tau$  (tensore degli sforzi tangenziali di Reynolds),  $M_x, M_y, M_z$  (generazioni di momento nelle tre direzioni),  $e$  (energia interna specifica),  $\lambda$  (conducibilità termica),  $\Phi$  (dissipazione viscosa di energia per unità di volume),  $H$  (generazione di energia per unità di volume).

E' evidente che poichè le suddette equazioni sono equazioni differenziali abbastanza complesse, ove possibile, è necessario ricorrere a ipotesi semplificatrici in particolare si può fare ricorso al concetto di strato limite introdotto da Prandtl.

Considerando ad esempio il caso di un fluido che si muove a contatto con un solido, dal momento che l'interazione solido liquido avviene vicino all'interfaccia si può concentrare lì la nostra attenzione semplificando di molto la trattazione matematica. In questo paragrafo si farà questo prima considerando il moto del fluido poi lo scambio termico.

### 9.3.1 Strato limite dinamico

Si consideri il moto di un fluido lungo una piastra piana. Si assuma che il moto sia prevalentemente in direzione parallela alla piastra considerata in modo da poter considerare solo la componente della velocità parallela, appunto alla parete  $u$ . Sufficientemente lontano dalla parete si può ritenere  $u = u_\infty$ . In vicinanza alla parete, le particelle in contatto con la superficie stessa assumono velocità nulla.

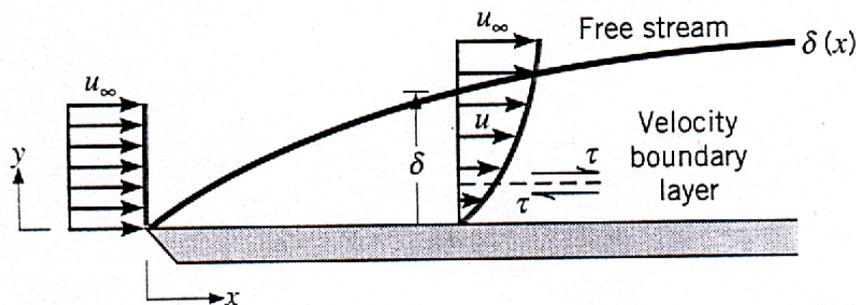
Queste particelle ritardano il moto delle particelle adiacenti sino ad una distanza  $y=\delta$  dalla superficie, distanza alla quale l'effetto descritto diviene trascurabile. Le diverse particelle di fluido in moto quindi a velocità diverse esercitano le une sulle altre uno sforzo tangenziale  $\tau$ , che agisce in piani paralleli alla piastra.

Al crescere della distanza dalla superficie considerata cresce la componente della velocità parallela alla superficie sino alla condizione data di  $u_\infty$ ; al crescere della distanza dal bordo di ingresso, cresce lo spessore  $\delta$  dello strato limite aumentando gli effetti della viscosità nel flusso. Viene definito come strato limite la regione nella quale si manifesta un gradiente di velocità rilevante, con uno sforzo tangenziale proporzionale al gradiente stesso; lo spessore locale  $\delta$  dello strato limite è tale che risulta  $u(\delta) = 0,99 u_\infty$ . La Figura 9.4 evidenzia lo sviluppo dello strato limite dinamico su di una lastra piana.

Assumendo il fluido newtoniano, lo sforzo tangenziale alla superficie  $\tau_s$ , si può determinare da:

$$\tau_s = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{x=0} \quad (9.9)$$

essendo  $\mu$  [kg/(m s)] la viscosità dinamica.



**Figura 9.4:** Strato limite dinamico su lastra piana

### 9.3.2 Strato limite termico

Come per lo strato limite dinamico, nelle vicinanze di una parete lambita da un fluido si manifesta uno strato limite termico nel caso vi sia differenza di temperatura tra parete e fluido. Si consideri una lastra piana isoterma (temperatura  $T_w$ ) lambita all'ingresso da un fluido a temperatura  $T_\infty < T_w$ : all'imbocco il profilo termico è uniforme essendo  $T(y) = T_\infty$ . Le particelle di fluido in contatto con la piastra assumono temperatura uguale a quella della piastra stessa raggiungendo con questa l'equilibrio termico. A loro volta queste particelle scambiano energia con le particelle degli strati

adiacenti sino allo spessore  $\delta_t$  oltre il quale si verifica che la temperatura è pari a quella del fluido indisturbato  $T_\infty$ . In particolare lo spessore dello strato limite termico è quello per il quale risulta:

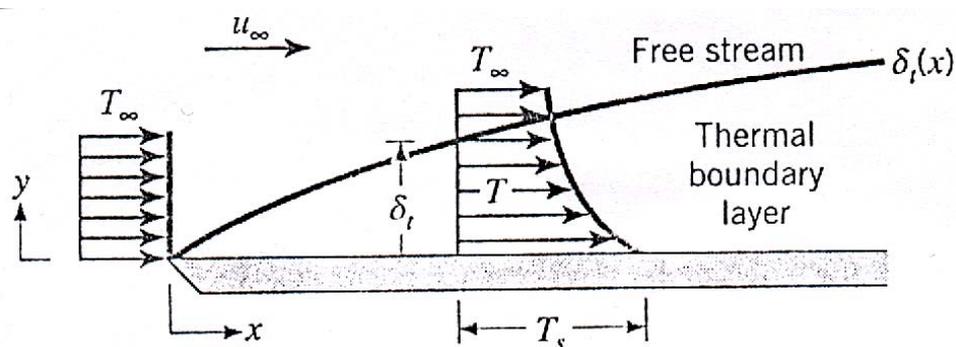
$$\frac{(T_w - T)}{(T_w - T_\infty)} = 0,99 \quad (9.10)$$

Al crescere della distanza dal bordo di ingresso, cresce lo spessore  $\delta_t$  dello strato limite aumentando gli effetti dello scambio termico nel flusso. E' interessante notare che, nello strato limite termico, per una distanza  $x$  qualsivoglia dal bordo di ingresso e per una superficie infinitesima  $dA$ , a distanza  $y = 0$  dalla parete, può essere applicata la relazione di scambio termico conduttivo (calcolato con il postulato di Fourier). Indicando con  $\lambda_f$  conducibilità termica del fluido [ $W / (m \cdot K)$ ] si ha:

$$q'' = -\lambda_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (9.11)$$

Per la verità un simile meccanismo di trasmissione dell'energia ha luogo anche quando il fluido è in moto laminare. Se il fluido è dunque contraddistinto da moto laminare lo scambio termico in direzione perpendicolare al moto del fluido avviene unicamente per conduzione.

Una situazione drasticamente diversa, invece, è quello relativa al moto turbolento. In questo caso il meccanismo di conduzione del calore da particella a particella è potenziato dall'instaurarsi di innumerevoli vortici che favoriscono lo scambio di energia interna tra le diverse zone di fluido.



**Figura 9.5:** Strato limite termico su lastra piana

I casi pratici in cui il fenomeno di convezione è contraddistinto solo da moto del fluido di tipo laminare sono tuttavia un'eccezione. Nella maggior parte dei casi, infatti, nel fenomeno di convezione sono compresenti entrambi i tipi di moto: il moto laminare

contraddistingue infatti zone di fluido prossime alla parete mentre il moto turbolento caratterizza zone di fluido che distano un po' di più dalla parete. Il passaggio da un tipo di moto all'altro avviene gradatamente cosicché, in una zona di fluido intermedia alle due precedenti, si genera un tipo di moto misto. E' chiaro poi a questo punto come moto del fluido e convezione sono fenomeni intimamente connessi e quindi nell'esaminare un qualsiasi problema di convezione è per prima cosa indispensabile precisare il regime di moto.

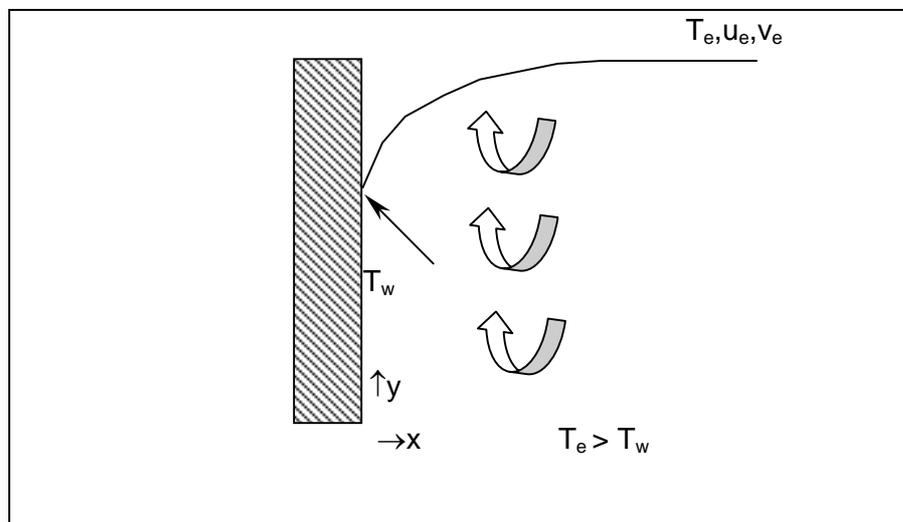
#### 9.4 LA DESCRIZIONE DELLA CONVEZIONE

Si consideri un fluido a temperatura  $T_\infty$  che si muove a velocità  $V$  lungo una superficie di area  $A$  e forma arbitraria. Tale superficie abbia una temperatura uniforme  $T_w$  diversa da  $T_\infty$

Il flusso termico  $q''$  scambiato per convezione tra superficie e fluido in ogni punto della superficie considerata può essere espresso dalla relazione di Newton:

$$q''=h(T_w-T_\infty) \quad (9.12)$$

in cui  $h$  è il **coefficiente di scambio termico locale per convezione**,  $[W/(m^2K)]$ .



**Figura 9.6:** Scambio termico per convezione

La potenza termica scambiata  $q$  dall'intera superficie  $A$ , poiché le condizioni di moto variano lungo la superficie stessa, sarà ottenuta da:

$$q=\int_A q''dA=(T_\infty-T_w)\int_A h\cdot dA \quad (9.13)$$

ovvero, definendo un **coefficiente di scambio termico** per convezione medio  $\bar{h}$  come:

$$\bar{h} = \frac{1}{A} \int_A h \cdot dA \quad (9.14)$$

e quindi:

$$q = \bar{h} \cdot A \cdot (T_\infty - T_w) \quad (9.15)$$

In genere poi quando si parla di coefficiente di convezione nelle applicazioni pratiche si intende, anche senza specificare, il coefficiente medio.

Noto il valore di  $h$  è possibile valutare il flusso di calore quindi la sua determinazione costituisce il problema fondamentale della convezione termica. ***Purtroppo dare un valore a  $h$  non è facile dal momento che esso dipende sia dalle proprietà del fluido (viscosità, densità, conduttività termica, calore specifico) sia dalla configurazione geometrica e dalle condizioni di moto.***

E' interessante notare che, nello strato limite termico, per una distanza  $x$  qualsivoglia dal bordo di ingresso e per una superficie infinitesima  $dA$ , a distanza  $y = 0$  dalla parete, può essere applicata la relazione di scambio termico che uguaglia il flusso termico convettivo a quello conduttivo (calcolato con il postulato di Fourier). Indicando con  $\lambda_f$  conducibilità termica del fluido [ $W / (m \cdot K)$ ] si ha:

$$q'' = h \cdot (T_w - T_\infty) = -\lambda_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (9.16)$$

Alla superficie infatti, poiché non vi è moto del fluido, l'energia termica è trasferita per conduzione. Ne deriva che:

$$h = \frac{-\lambda_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}}{(T_w - T_\infty)} \quad (9.17)$$

che indica la forte influenza del gradiente di temperatura alla superficie di separazione fluido - parete sullo scambio termico convettivo.

## 9.5 I REGIMI DI CONVEZIONE

In generale si distingue una convezione naturale (free convection) quando non sono presenti cause esterne che provocano il moto del fluido, da una convezione forzata

(forced convection) quando invece è esterna la causa del moto (pompe, ventilatori, vento, maree...).

Nello studio della convezione come è già stato detto l'obiettivo fondamentale è la valutazione del coefficiente di convezione. La tecnica adottata per tale valutazione consiste nell'indagine sperimentale dei diversi sistemi supportata dall'analisi adimensionale dell'insieme di grandezze fisiche che entrano in gioco nella descrizione del fenomeno. Questo consente di generalizzare i risultati di un numero limitato di esperimenti individuando insiemi di sistemi dal comportamento simile. In ogni caso si ottengono delle relazioni che legano tra di loro i seguenti parametri adimensionali:

$$\text{Numero di Reynolds:} \quad Re = \frac{\rho dw}{\mu} \quad (9.18)$$

$$\text{Numero di Nusselt:} \quad Nu = \frac{h L}{\lambda_f} \quad (9.19)$$

$$\text{Numero di Prandtl:} \quad Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda_f} \quad (9.20)$$

$$\text{Numero di Grashof:} \quad Gr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} \quad (9.21)$$

Con:  $\rho$  = densità del fluido [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ];  
 $w$  = velocità media del fluido [ $\text{m}/\text{s}$ ];  
 $\mu$  = viscosità dinamica [ $\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ ];  
 $\nu$  = viscosità cinematica [ $\text{m}^2/\text{s}$ ] =  $\mu / \rho$ ;  
 $a$  = diffusività termica [ $\text{m}^2/\text{s}$ ];  
 $\lambda_f$  = conducibilità termica del fluido [ $\text{W}/(\text{m K})$ ];  
 $L$  = grandezza geometrica caratteristica [ $\text{m}$ ].  
 $\beta$  = coefficiente di espansione termica, definito da:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad \beta \approx -\frac{1}{\rho} \frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T} \quad \beta \approx \frac{1}{T} \quad (9.22)$$

## CONVEZIONE FORZATA

Molte applicazioni ingegneristiche riguardano scambi termici con fluidi il cui moto è provocato dall'azione di pompe, ventilatori, .... si parla in questo caso di convezione forzata e per una determinata geometria, si ricava:

$$Nu = f(Re_L, Pr) \quad (9.23)$$

Sono cioè importanti le forze di inerzia e le forze viscosse. In definitiva, per una data geometria, il numero di Nusselt  $Nu$  deve essere funzione di  $Re$  e  $Pr$  e, nota tale funzione, dall'indagine sperimentale, anche per diversi fluidi con diversi valori di  $w$  ed  $L$ , è possibile determinare dal valore di Nusselt quello di  $h$  e quindi il flusso termico scambiato per convezione localmente. Ovviamente il tipo di funzione per lo stesso sistema sarà diverso a seconda che ci si trovi in condizioni di moto laminare o moto turbolento; condizioni individuabili attraverso il valore del numero di Reynolds.

### CONVEZIONE NATURALE

Nella convezione naturale, il moto del fluido è dovuto alla presenza di forze di galleggiamento, cioè alla contemporanea presenza di un campo di forze di volume (es. gravitazionali) e al gradiente di densità del fluido.

Le forze di inerzia e quelle viscosse restano importanti, ma un ruolo più importante è giocato dalle forze di galleggiamento.

Anche per la convezione naturale, può essere determinato il numero di Nusselt  $Nu$  in funzione di altri parametri adimensionali, che, in questo caso, sono  $Gr$  e  $Pr$ :

$$Nu = f(Gr_L, Pr) \quad (9.24)$$

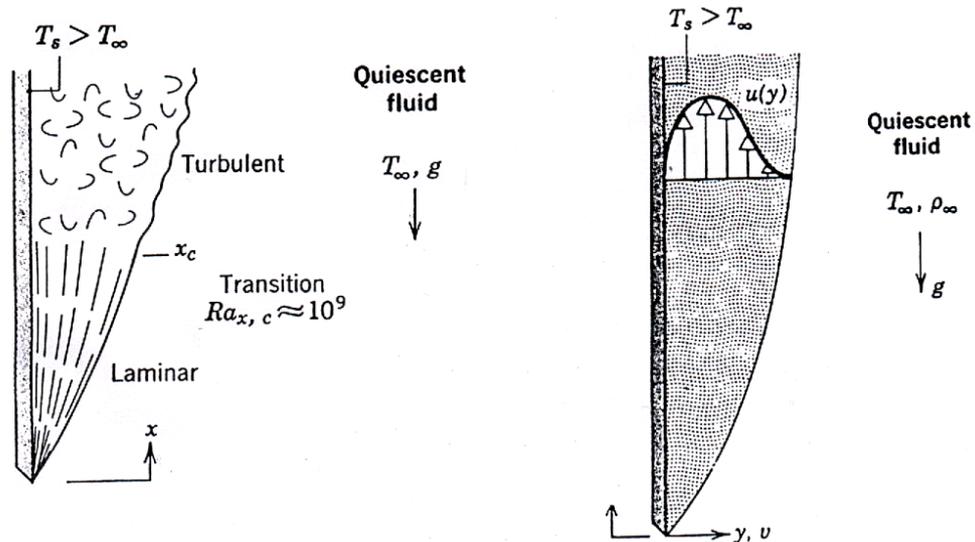


Figura 9.7: La convezione naturale

Poiché il numero di Rayleigh  $Ra$  è pari a:

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu a} \quad (9.25)$$

è possibile scrivere anche:

$$Nu = f(Ra_L) \quad (9.26)$$

Anche per la convezione naturale il tipo di funzione per lo stesso sistema sarà diverso a seconda che ci si trovi in condizioni di moto laminare o moto turbolento; condizioni individuabili in questo caso attraverso il valore del numero di Rayleigh. Per pareti verticali piane e cilindriche, il passaggio a regime turbolento avviene per valori di Ra pari a 10<sup>9</sup>. Anche per la convezione naturale, può essere determinato il numero di Nusselt Nu in funzione di altri parametri adimensionali, che, in questo caso, sono Gr e Pr:

$$Nu = f(Gr_L, Pr) \quad (9.24)$$

Poiché il numero di Rayleigh Ra è pari a:

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu \alpha} \quad (9.25)$$

è possibile scrivere anche:

$$Nu = f(Ra_L) \quad (9.26)$$

Anche per la convezione naturale il tipo di funzione per lo stesso sistema sarà diverso a seconda che ci si trovi in condizioni di moto laminare o moto turbolento; condizioni individuabili in questo caso attraverso il valore del numero di Rayleigh. Per pareti verticali piane e cilindriche, il passaggio a regime turbolento avviene per valori di Ra pari a 10<sup>9</sup>. Si noti inoltre che il rapporto  $Gr/Re^2$  indica l'importanza che assumono le forze di galleggiamento rispetto a quelle di inerzia (effetto convezione forzata):

$$\frac{g\beta(T_s - T_\infty)L}{u_0^2} = \frac{Gr}{Re_L^2} \quad (9.27)$$

se  $Gr/Re^2 \ll 1$  gli effetti della convezione naturale possono essere trascurati. Invece se  $Gr/Re^2 \gg 1$  gli effetti della convezione forzata sono trascurabili rispetto all'importanza delle forze di galleggiamento.

## **Bibliografia**

A. Bejan, *Convective Heat Transfer*, John Wiley & Sons, Inc. 1993.

F.P. Incropera, D.P. De Witt, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, Third Edition, John Wiley & Sons, Inc. 1990.

H. Schlichting, *Boundary Layer theory*, 4th Edition- Mc Graw Hill, New York, 1960.

R.B. Bird, W.E. Stewart, E.N. Lightfoot, *Transport Phenomena*, Wiley, New York, 1966.