UNIVERSITÄT WÜRZBURG
Dr. Jürgen Roth
Universität Würzburg
Didaktik der Mathematik
Am Hubland
97074 Würzburg
☏ (0931) 888-5598
(0931) 888-5089
mail@juergen-roth.de
http://juergen-roth.de

Dreiecksgrundformen – Horizonterweiterung durch operatives, entdeckendes und produktives Üben

Damit Schülerinnen und Schüler die Fähigkeit entwickeln, mit den hier unter dem Stichwort Dreiecksgrundformen zusammengefassten grundlegenden Begriffen „gleichschenkliges“, „gleichseitiges“, „rechtwinkliges“, „spitzwinkliges“ und „stumpfwinkliges Dreieck“ flexibel arbeiten und Probleme lösen zu können, müssen sie sich intensiv und selbsttätig damit auseinandersetzen. Die hier vorgestellte, auf dynamischen Arbeitsblättern basierende gestufte Übungssequenz wurde im Sinne des operativen, entdeckenden und produktiven Übens konzipiert und bereits mehrfach erfolgreich in 7. Klassen im Unterricht erprobt.

Wie und mit welchem Ziel wird geübt?

Die Beiträge in diesem Heft machen deutlich, dass unter „Üben“ im Mathematikunterricht durchaus unterschiedliche Aspekte verstanden werden. Mit Büchter/Leuders (2005, S. 141) bin ich der Überzeugung, dass Üben dort beginnt, „wo erste Lernerfahrungen bereits gemacht wurden“, es aber „prinzipiell nicht scharf abzugrenzen (ist) gegen andere Phasen des Lernens und Leistens“. Beim vorliegenden Unterrichtskonzept liegt der Übungsschwerpunkt auf dem Vertiefen und Vernetzen oder, wie Blum/Wiegand (2000, S. 106) es formulieren, beim „Aspekt des besseren Verstehens durch Üben“. Diese Art des Übens schließt für Schülerinnen und Schüler neue Entdeckungen mit ein und ist auch und gerade deshalb produktiv für den weiteren Unterrichtsverlauf. Grundlage sind die Dreiecksgrundformen, also die **Begriffe „gleichschenkliges“, „gleichseitiges“, „rechtwinkliges“, „spitzwinkliges“ und „stumpfwinkliges Dreieck“**, über deren Definitionen die Schülerinnen und Schüler bereits verfügen sollten. Die Übungssequenz soll sie dabei unterstützen, Inhalt und Umfang dieser Begriffe sowie deren gegenseitige Beziehungen zu erfassen und die Fähigkeit auszubilden, bei Problemlösungen flexibel mit ihnen zu arbeiten. Sollen diese Ziele erreicht werden, dann ist ein operatives, entdeckendes und produktives Üben, wie Winter (1984, S. 11-14) es propagiert, angebracht oder sogar zwingend erforderlich.

Prinzip des operativen Übens

Hier wird nach dem Prinzip des *operativen Übens* gearbeitet, das Winter wie folgt erläutert:

> „Gleichartige Übungsaufgaben sollten im Sinne des operativen Prinzips als systematische Variation der Daten erzeugt werden, um dadurch Gesetzmäßigkeiten zu erkennen und somit Kenntnisgewinn zu erzielen.“ Winter (1984, S. 11)

Bei der vorliegenden Übungssequenz handelt es sich in diesem Sinne um gleichartige Übungsaufgaben. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten in Partnerarbeit selbstständig an dynamischen Arbeitsblättern, die auf DynaGeoX-Applets basieren. In den ersten Arbeitsblättern ist jeweils ein Dreieck ΔABC mit fester Seite $[AB]$ vorgegeben und der Eckpunkt C kann frei in der Zeichenebene bewegt werden (vgl. **Abb. 1**). Variiert man die Lage von C, dann verändert sich die Form des Dreiecks ΔABC. Aber dabei ändern sich z. B. auch die Größen der Innenwinkel, die Längen der (welcher?) Seiten und der Flächeninhalt des Dreiecks. Diese Vielzahl von Veränderungen, die sich beim einfachen Ziehen am Punkt C ergeben, erschweren eine systematische Variation mit dem Ziel Gesetzmäßigkeiten zu erkennen. Die Aufgabenstellung soll den Schülerinnen und Schülern helfen, sich auf Wesentliches zu konzentrieren. Im ersten dynamischen Arbeitsblatt (vgl. **Abb. 1)** soll der Punkt C z. B. so bewegt werden, dass das Dreieck ΔABC immer gleichschenklig bleibt. Die Hilfe besteht darin, den Blickwinkel der Schülerinnen und Schüler weg von den vielen Veränderungen und hin zu speziellen Invarianten zu lenken. Im vorliegenden Fall wird die Fokussierung darauf unterstützt, dass bei der Bewegung von C zwei der drei Dreiecksseiten gleich lang bleiben müssen, damit das Dreieck immer gleichschenklig ist. Die nächste Variation besteht darin, dass alle möglichen Seitenpaare nacheinander in den Blick genommen werden und danach gefragt wird, wie *C* bewegt werden muss, so dass *diese* beiden Seiten des Dreiecks jeweils gleich lang bleiben.

Üben und entdeckendes Lernen – entdeckendes Üben

Die hier evtl. aufkommende Frage, ob diese Art der Problemstellung überhaupt noch als „Übung“ oder doch eher als entdeckendes Lernen zu charakterisieren ist, lässt sich mit Winter (1984, S. 6) wie folgt beantworten:

> „Tatsächlich ist das Üben dem entdeckenden Lernen inhärent: Einerseits sind Entdeckungen nur möglich, wenn auf verfügbaren Fertigkeiten und abrufbaren Wissenselementen aufgebaut werden kann. (…) Andererseits wird umgekehrt beim entdeckenden Lernen ständig wiederholt und geübt, und zwar vorwiegend immanent, also im Zuge der Lösung einer übergeordneten Fragestellung.“ Winter (1984, S. 6)

Um etwa die Mittelsenkrechte der Seite [*AB*] als die Linie zu identifizieren, an die *C* gebunden werden muss, damit das Dreieck *ABC* gleichschenklig mit den Schenkeln [*AC*] und [*BC*] ist, muss Wissen abgerufen werden. Konkret handelt es sich um die Kenntnis, dass die Mittelsenkrechte die Ortslinie der Punkte ist, die von zwei vorgegebenen Punkten den gleichen Abstand haben. Bereits hier bewirkt die Aufgabenstellung eine innere Differenzierung. Manche Schülerinnen und Schüler denken sofort an die Mittelsenkrechte und konstruieren sie. Andere suchen zur Ideenfindung zunächst experimentell, mit Hilfe der angezeigten Längen der Dreiecksseiten, einzelne Lagen für *C* für die $\overline{AC} = \overline{BC}$ ist (und markieren Sie durch Punkte). Nachdem die Ortslinie konstruiert ist, kann experimentell (durch Binden des Punktes *C* an die entsprechende Linie) untersucht werden, ob die Überlegungen richtig sein können. Diese Möglichkeit wird erfahrungsgemäß spätestens dann von den meisten Schülerinnen und Schülern genutzt, wenn es um die Frage geht, auf welcher Ortslinie *C* bewegt werden muss, so dass $\overline{AC} = \overline{AB}$ bzw. $\overline{BC} = \overline{AB}$ ist. Auf die beiden Kreise um *A* und *B* mit Radius $\overline{AB}$ (vgl. **Abb. 1a**) kommen die Schülerinnen und Schüler meist erst aufgrund der empirischen Entdeckung der kreisbogenähnlichen Lage der Punkte. Dies kann einerseits daran liegen, dass in Büchern abgedruckte statische Prototypen gleichschenkliger Dreiecke, deren Basis häufig waagerecht verläuft, ein Erfassen dieses Dreieckstyps in anderen Lagen erschweren. Andererseits suggerieren die gleichartigen Formulierungen in den Aufgaben 1a) und 1b), dass hier ein verwandtes Phänomen vorliegt. Inhaltlich muss aber die Perspektive gewechselt werden. Während in Teilaufgabe 1a) zwei Strecken verglichen werden, deren Längen sich bei einer Bewegung des Punktes C *beide* verändern, muss in Aufgabe 1b) nur *eine* veränderliche Strecke mit einer Strecke fester Länge verglichen werden. Dagegen ist die Aufgabe 1c) vollständig analog zu Aufgabe 1b) zu bearbeiten und erfordert kein neuerliches Umdenken. Beim Versuch zu begründen, warum das Dreieck *ABC*, wenn *C* auf den gefundenen Linien bewegt wird, stets die gewünschten Eigenschaften besitzt, müssen die Schülerinnen und Schüler ihr vorhandenes Wissen über Sätze und Definitionen (etwa die Mittelsenkrechte) reorganisieren und in neue Zusammenhänge bringen. Zusätzlich werden Erkundungs- oder Begründungsaufgaben gestellt, die die Schülerinnen und Schüler dazu veranlassen, Bekanntes im neuen Zusammenhang wiederzuentdecken und dadurch zu vertiefen (vgl. etwa Aufgabe 4 in **Abb. 1** zum Basiswinkelsatz) oder zu reorganisieren (vgl. etwa Aufgabe 5 in **Abb. 1** zu gleichseitigen Dreiecken).

Die Rolle der dynamischen Arbeitsblätter

Die dynamischen Arbeitsblätter bieten die Möglichkeit deutlich flexiblere Prototypen als Verständnisgrundlagen auszubilden als dies etwa statische Bilder könnten. Die dynamische Geometriesoftware, auf der die Arbeitsblätter basieren, bietet den Schülerinnen und Schülern mit dem Zugmodus, den Messfunktionen und der Möglichkeit konstruieren und wieder verwerfen zu können viele Freiheiten und ermöglichen so selbstständiges kreatives Arbeiten. Andererseits wird durch die klaren

Arbeitsanweisungen und die Reduzierung der Menüleiste der DynaGeoX-Applets eine Fokussierung auf die Inhaltsziele erleichtert und so die Gefahr des unreflektierten Probierens reduziert und damit ein wirklich produktives Üben erst ermöglicht.

Prinzip des produktiven Übens

Inwiefern wird hier produktiv geübt? Winter beschreibt das Prinzip des produktiven Übens wie folgt:

> „Wo immer es möglich erscheint, soll das Üben mit der Herstellung von Gegenständen – Figuren, Zahlen, Termen, Zeichen – verbunden werden.“ Winter (1984, S. 12)

Hier wird in diesem Sinne insofern etwas hergestellt, als die dynamischen Arbeitsblätter darauf angelegt sind, Ortslinien (bzw. Teilflächen der Zeichenebene) zu konstruieren. Auf diesen soll bei einer festgehaltenen Seite eines Dreiecks der dritte Eckpunkt bewegt werden können, so dass dabei eine bestimmte Dreieckseigenschaft erhalten bleibt. Dazu müssen die Schülerinnen und Schüler bereits bekannte Konstruktionen umstrukturieren und in einen neuen Zusammenhang bringen. Die von Ihnen konstruierten Ortslinien und Teilflächen der Zeichenebene ermöglichen eine Zusammenschau aller möglichen Dreiecksformen und lassen sich wieder produktiv für Problemlösungen verwenden (vgl. **Abb. 6**).

Inhalte und Reihenfolge der dynamischen Arbeitsblätter

Die unter http://www.juergen-roth.de/dynageo/dreiecksgrundformen/ abrufbaren, auf DynageoX-Applets basierenden dynamischen Arbeitsblätter sind als lineare, aufeinander aufbauende Übungssequenz gestaltet, die die folgenden Lerninhalte übend wiederholen, vertiefen und vernetzen (Die Nummern beziehen sich auf die Nummern der dynamischen Arbeitsblätter.):

1. Gleichschenklige Dreiecke (vgl. **Abb. 1**)
   - Mittelsenkrechte und Kreis als Ortslinie
   - Basiswinkelsatz
   - gleichseitige Dreiecke
2. Rechtwinklige Dreiecke (vgl. **Abb. 2**)
   - Eigenschaft der Senkrechten
   - Thaleskreis
   - Innenwinkelsumme im Dreieck
3. Dreiecke mit einem X°-Innenwinkel (vgl. **Abb. 3**)
4. Spitzwinklige Dreiecke (vgl. **Abb. 4**)
5. Stumpfwinklige Dreiecke (vgl. **Abb. 5**)
6. Zusammenschau der Dreiecksgrundformen (vgl. **Abb. 6**)
7. Problemaufgabe: Eckpunkt wandert auf einer Geraden (vgl. **Abb. 7**)
8. Problemaufgabe: Eckpunkt wandert auf einem Kreis (vgl. **Abb. 8**)
9. Problemaufgabe: Eckpunkt wandert auf einer Parabel (vgl. **Abb. 9**)

Reflektives Üben und Stufung der dynamischen Arbeitsblätter

Der Schwierigkeitsgrad der Arbeitsblättern ist gestuft: Zunächst wird „nur“ nach Ortslinien gesucht und die notwendigen Variationen sind vorgegeben (vgl. **Abb. 1** und **Abb. 2**). Das dritte dynamische Arbeitsblatt (vgl. **Abb. 3)** stellt ein wichtiges Bindeglied dar. Hier wird *reflektiv* geübt. Nach Wittmann (1992, S. 180) bedeutet das, dass der Zusammenhang, in dem Aufgaben zueinander stehen, erst in der „Rückschau auf die erzielten Ergebnisse erarbeitet“ wird. Die Ergebnisse des vorhergehenden Arbeitsblattes werden im dritten Arbeitsblatt noch einmal aufgegriffen und in ihrer Konsequenz untersucht. Die Schülerinnen und Schüler können ihre Überlegungen überprüfen, indem sie die „fetten schwarzen Ortslinien“ mit Hilfe des Schiebereglers variieren. Dieses reflektiv-rückschauende Üben ist grundlegende Voraussetzung für die Bearbeitung der dynamischen

Arbeitsblätter zu den spitzwinkligen und stumpfwinkligen Dreiecken (vgl. **Abb. 4** und **Abb. 5**). Dort werden ganze Teilgebiete der Zeichenebene gesucht und die Schülerinnen und Schüler müssen notwendige Variationen selbsttätig erkennen und durchführen.
Die intensiven Erfahrungen, die die Schülerinnen und Schüler durch das Üben mit den ersten fünf dynamischen Arbeitsblättern mit den Dreiecksgrundformen gesammelt haben, werden im sechsten Arbeitsblatt (vgl. **Abb. 6**) in einer Zusammenschau noch einmal *reflektiv* geübt. Wesentlich ist bei dieser Übung die Variation der festgehaltenen Dreiecksseite. Durch diese Übung sollen die Schülerinnen und Schüler in die Lage versetzt werden, die erarbeitete Konfiguration für Dreiecksgrundformen (vgl. **Abb. 6**) flexibel für Problemlösungen einzusetzen.
Alle dynamischen Arbeitsblätter bieten auch eine „Lösung“ an, die allerdings nicht aus Antworten auf die gestellten Fragen, sondern „nur“ aus den dazu notwendigen Konstruktionen besteht. Auf diese Weise werden bei Problemen mit der Bearbeitung der Aufgaben zwar Hilfestellungen in Form von Prozesshilfen, aber keine fertigen Lösungen angeboten. Der Schwerpunkt verschiebt sich bei der Benutzung der Hilfen noch stärker hin zum reflektiven Üben, weil die Schülerinnen und Schüler einerseits den Inhalt und Sinn der Konstruktionen erfassen und andererseits selbst den Zusammenhang zu den Aufgabenstellungen reflektieren müssen.

Anwendung der Übungsergebnisse auf Problemaufgaben

Zur weiteren Vertiefung und Sicherung werden abschließend problemorientierte Aufgaben – siehe **Abb. 7** bis **Abb. 9** – bearbeitet. Zur Lösung dieser Aufgaben ist ein vernetzter Überblick und eine produktive Nutzung der in **Abb. 6** dargestellten Zusammenschau der Dreiecksgrundformen notwendig. Die vorliegenden Erfahrungen aus dem Unterricht in sieben 7. Gymnasialklassen zeigen, dass sich beides durch die vorgestellte Unterrichtssequenz ausbilden lässt. Dieser Aufgabentyp eignet sich auch gut für Klassenarbeiten, da hier zur Lösung die Zusammenschau verschiedener Fähigkeiten und Wissensbereiche notwendig ist. Eine solche von einem Schüler der 7. Klasse in einer Klassenarbeit bearbeitete Aufgabe zeigt **Abb. 10**. Vorgegeben waren nur das Dreieck *UVW* und die Kurve, auf der sich der Eckpunkt *V* bewegen soll. Zur Lösung des Problems musste der Schüler die feste Seite des Dreiecks identifizieren und dazu die Ortslinien konstruieren, auf denen sich der Eckpunkt *V* bewegen kann, wenn das Dreiecks *UVW* gleichschenklig bzw. rechtwinklig ist. Anschließend muss er sich eine Bewegung des Punktes *V* entlang der vorgegebenen Kurve vorstellen und der jeweils aktuellen Lage des Punktes *V* eine Dreiecksgrundform zuordnen können. Er hat dabei ausgenutzt, dass das Dreieck UVW jedes Mal, wenn *V* eine der konstruierten Ortslinien kreuzt, die Dreiecksgrundform ändert. Diese sehr gute Schülerlösung listet nicht nur alle der Reihe nach auftretenden Dreiecksgrundformen auf, sondern berücksichtigt sogar (durch das eingeklammerte Minuszeichen angedeutet), dass sich der Umlaufsinn des Dreiecks *UVW* ändert, wenn der Punkt *V* die Gerade *UW* passiert.

Unterrichtserfahrungen

Nach den bisher vorliegenden Unterrichtserfahrungen aus sieben Gymnasialklassen, benötigen Schülerinnen und Schüler vier bis fünf Unterrichtsstunden zur Bearbeitung der vorliegenden Übungssequenz. Steht nicht so viel Unterrichtszeit zur Verfügung, so ist es erfahrungsgemäß unproblematisch, einzelne dynamische Arbeitsblätter auch als Hausaufgaben bearbeiten zu lassen. Insgesamt hat diese Auseinandersetzung mit den Dreiecksgrundformen bei den bisherigen Unterrichtseinsätzen dazu geführt, dass die Mehrheit der Schülerinnen und Schüler ein belastbares Grundverständnis für die Dreiecksgrundformen ausgebildet habt, das auch flexibel in (neuen) Problemsituationen angewendet werden kann.

Literatur

Blum, Werner/Wiegand, Bernd (2000): Vertiefen und Vernetzen – Intelligentes Üben im Mathematikunterricht, in: Meier, Rampillon, Sandfuchs, Stäudel (Hrsg.): Üben und Wiederholen. Sinn

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Dr. Jürgen Roth

Universität Würzburg
Didaktik der Mathematik
Am Hubland
97074 Würzburg

(0931) 888-5598
(0931) 888-5089
mail@juergen-roth.de
http://juergen-roth.de

schaffen – Können entwickeln, Friedrich Jahresheft XVIII 2000, Friedrich Verlag, Seelze, S. 106-108.

Büchter, Andreas/Leuders, Timo (2005): Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern – Leistung überprüfen, Cornelsen Verlag Scriptor, Berlin

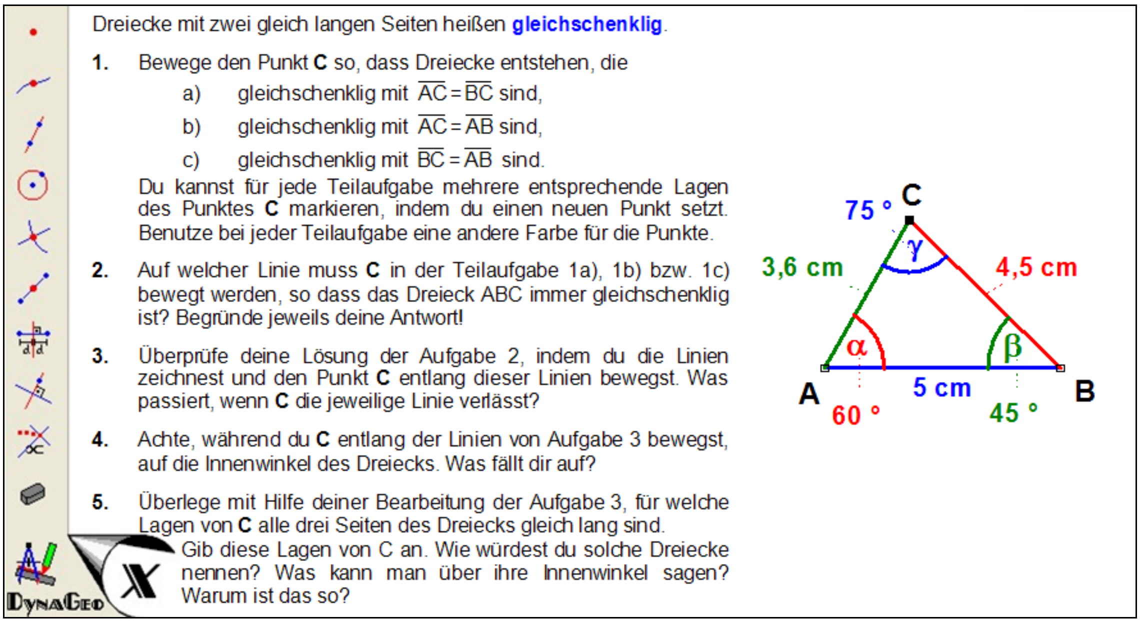
Winter, Heinrich (1984): Begriff und Bedeutung des Übens im Mathematikunterricht, in: Mathematik Lehren, Heft 2, Februar 1984, S. 4-16.

Wittmann, Erich Ch. (1992): Üben im Lernprozeß, in: Wittmann, Erich Ch./Müller Gerhard N.: Handbuch produktiver Rechenübungen, Bd. 2, Vom Halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen, Ernst Klett Schulbuchverlag, Stuttgart, Düsseldorf, Berlin, Leipzig, S. 175-182

Internetmaterial

http://www.juergen-roth.de/dynageo/dreiecksgrundformen

Abbildungen:


Dreiecke mit zwei gleich langen Seiten heißen **gleichschenklig**.

1. Bewege den Punkt **C** so, dass Dreiecke entstehen, die
   a) gleichschenklig mit $\overline{AC} = \overline{BC}$ sind,
   b) gleichschenklig mit $\overline{AC} = \overline{AB}$ sind,
   c) gleichschenklig mit $\overline{BC} = \overline{AB}$ sind.
   Du kannst für jede Teilaufgabe mehrere entsprechende Lagen des Punktes **C** markieren, indem du einen neuen Punkt setzt. Benutze bei jeder Teilaufgabe eine andere Farbe für die Punkte.
2. Auf welcher Linie muss **C** in der Teilaufgabe 1a), 1b) bzw. 1c) bewegt werden, so dass das Dreieck ABC immer gleichschenklig ist? Begründe jeweils deine Antwort!
3. Überprüfe deine Lösung der Aufgabe 2, indem du die Linien zeichnest und den Punkt **C** entlang dieser Linien bewegst. Was passiert, wenn **C** die jeweilige Linie verlässt?
4. Achte, während du **C** entlang der Linien von Aufgabe 3 bewegst, auf die Innenwinkel des Dreiecks. Was fällt dir auf?
5. Überlege mit Hilfe deiner Bearbeitung der Aufgabe 3, für welche Lagen von **C** alle drei Seiten des Dreiecks gleich lang sind. Gib diese Lagen von C an. Wie würdest du solche Dreiecke nennen? Was kann man über ihre Innenwinkel sagen? Warum ist das so?

Abb. 1: Dynamisches Arbeitsblatt zu gleichschenkligen Dreiecken

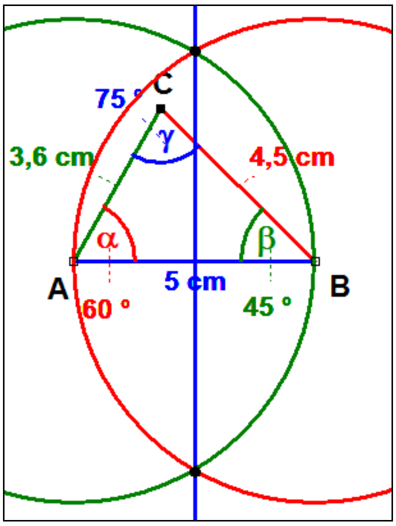
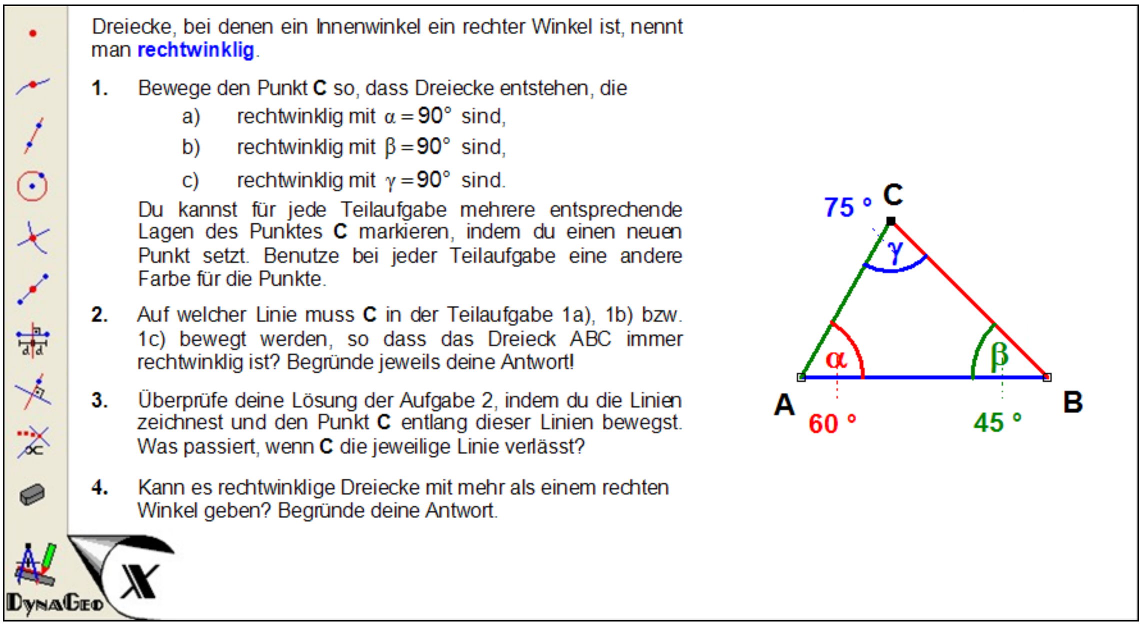


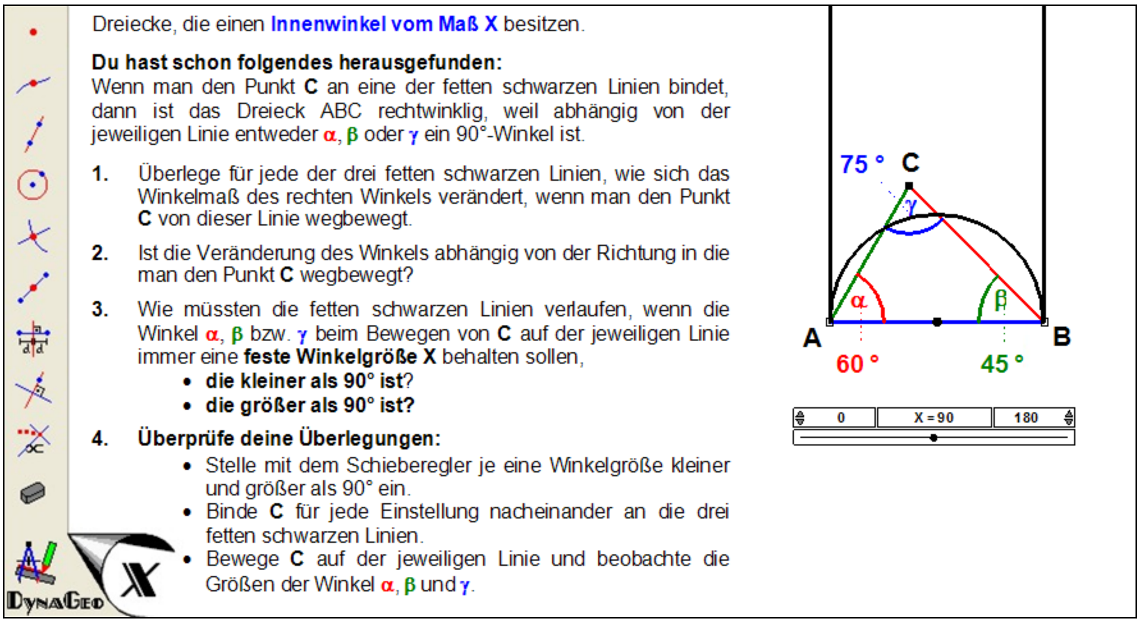
Abb 1a: Lösung zu **Abb. 1**


Dreiecke, bei denen ein Innenwinkel ein rechter Winkel ist, nennt man **rechtwinklig**.

1. Bewege den Punkt **C** so, dass Dreiecke entstehen, die
   a) rechtwinklig mit $\alpha = 90°$ sind,
   b) rechtwinklig mit $\beta = 90°$ sind,
   c) rechtwinklig mit $\gamma = 90°$ sind.

   Du kannst für jede Teilaufgabe mehrere entsprechende Lagen des Punktes **C** markieren, indem du einen neuen Punkt setzt. Benutze bei jeder Teilaufgabe eine andere Farbe für die Punkte.
2. Auf welcher Linie muss **C** in der Teilaufgabe 1a), 1b) bzw. 1c) bewegt werden, so dass das Dreieck ABC immer rechtwinklig ist? Begründe jeweils deine Antwort!
3. Überprüfe deine Lösung der Aufgabe 2, indem du die Linien zeichnest und den Punkt **C** entlang dieser Linien bewegst. Was passiert, wenn **C** die jeweilige Linie verlässt?
4. Kann es rechtwinklige Dreiecke mit mehr als einem rechten Winkel geben? Begründe deine Antwort.

Abb. 2: Dynamisches Arbeitsblatt zu rechtwinkligen Dreiecken


Dreiecke, die einen **Innenwinkel vom Maß X** besitzen.

Du hast schon folgendes herausgefunden:
Wenn man den Punkt **C** an eine der fetten schwarzen Linien bindet, dann ist das Dreieck ABC rechtwinklig, weil abhängig von der jeweiligen Linie entweder **α**, **β** oder **γ** ein 90°-Winkel ist.

1. Überlege für jede der drei fetten schwarzen Linien, wie sich das Winkelmaß des rechten Winkels verändert, wenn man den Punkt **C** von dieser Linie wegbewegt.
2. Ist die Veränderung des Winkels abhängig von der Richtung in die man den Punkt **C** wegbewegt?
3. Wie müssten die fetten schwarzen Linien verlaufen, wenn die Winkel **α**, **β** bzw. **γ** beim Bewegen von **C** auf der jeweiligen Linie immer eine **feste Winkelgröße X** behalten sollen,
   - **die kleiner als 90° ist?**
   - **die größer als 90° ist?**
4. **Überprüfe deine Überlegungen:**
   - Stelle mit dem Schieberegler je eine Winkelgröße kleiner und größer als 90° ein.
   - Binde **C** für jede Einstellung nacheinander an die drei fetten schwarzen Linien.
   - Bewege **C** auf der jeweiligen Linie und beobachte die Größen der Winkel **α**, **β** und **γ**.

Abb. 3: Dynamisches Arbeitsblatt zu Dreiecken mit einem X°-Innenwinkel

Universität Würzburg
Didaktik der Mathematik
Am Hubland
97074 Würzburg

(0931) 888-5598
(0931) 888-5089
mail@juergen-roth.de
http://juergen-roth.de

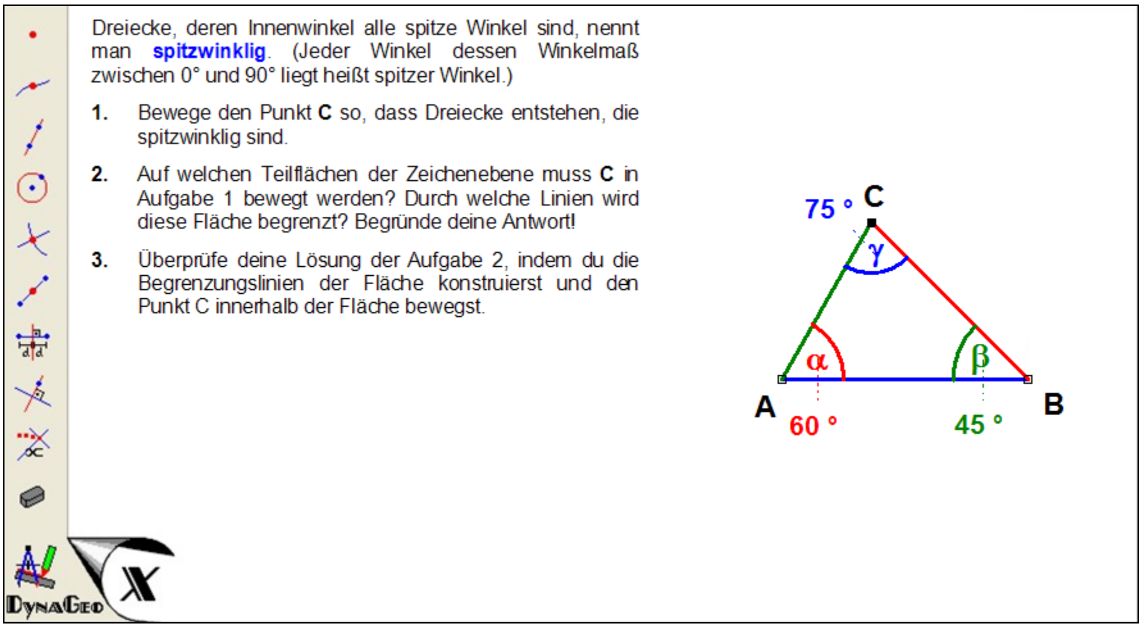


Abb. 4: Dynamisches Arbeitsblatt zu spitzwinkligen Dreiecken

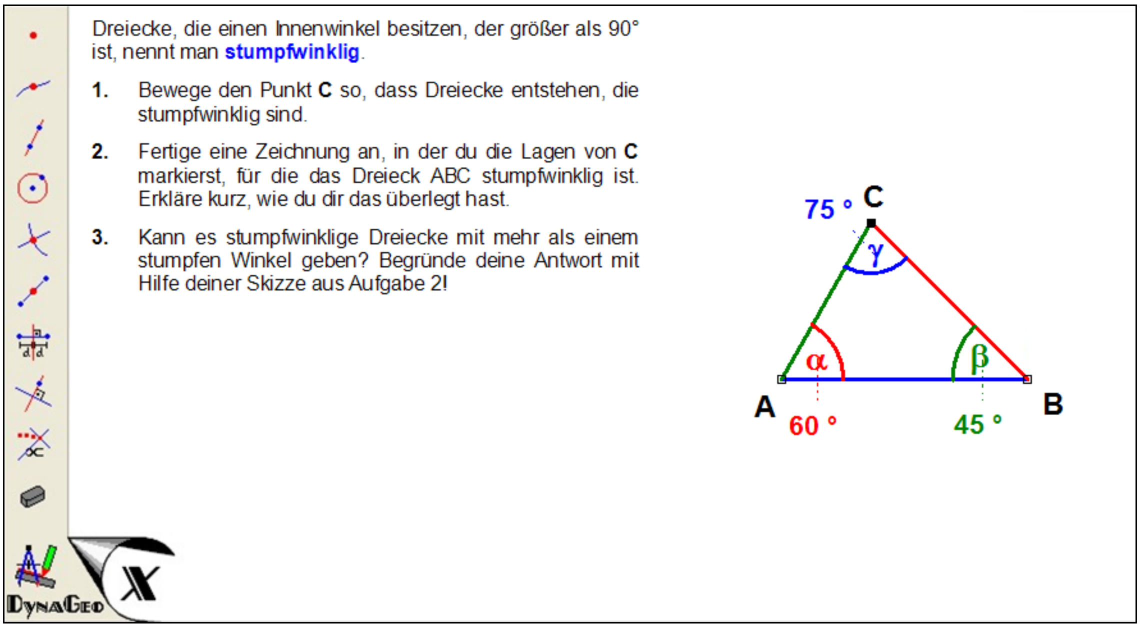


Abb. 5: Dynamisches Arbeitsblatt zu stumpfwinkligen Dreiecken

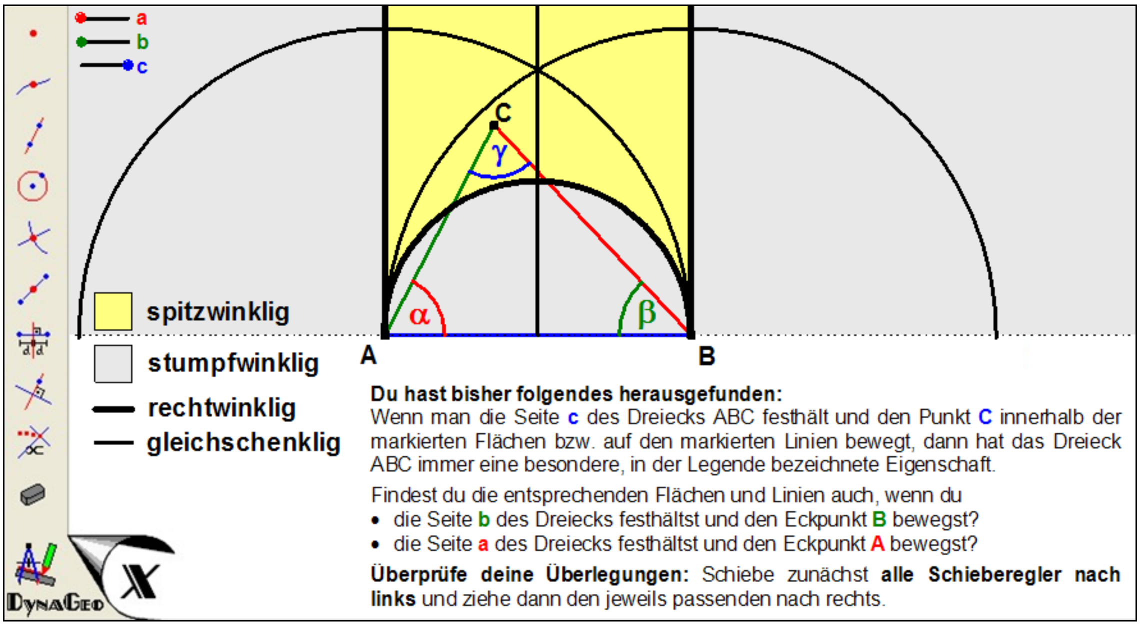


Abb. 6: Zusammenschau der möglichen Dreiecksgrundformen bei einer festen Seite

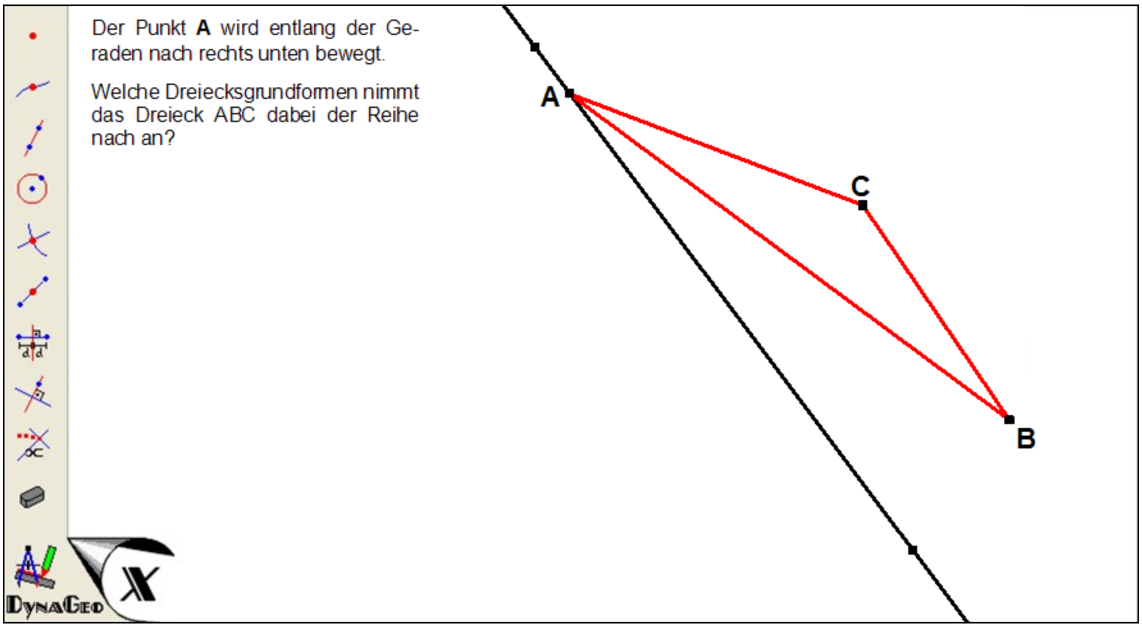


Abb. 7: Ein Eckpunkt des Dreiecks wird auf einer Geraden bewegt.

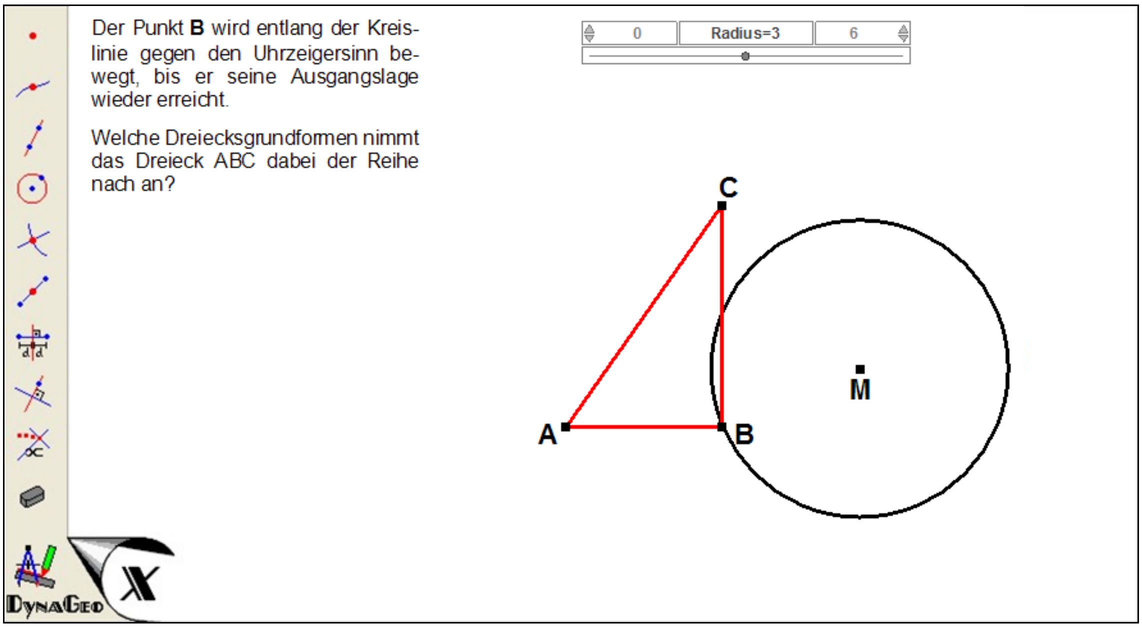


Abb. 8: Ein Eckpunkt des Dreiecks wird auf einem Kreis bewegt.

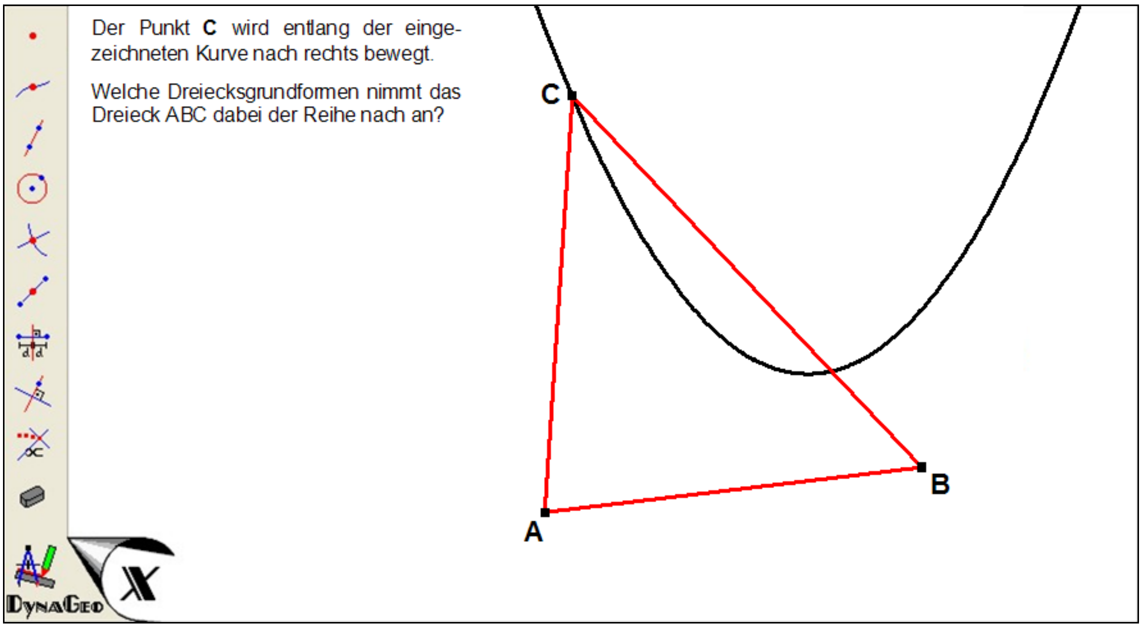


Abb. 9: Ein Eckpunkt des Dreiecks wird auf einer Parabel bewegt.

Universität Würzburg
Didaktik der Mathematik
Am Hubland
97074 Würzburg
☏ (0931) 888-5598
🖷 (0931) 888-5089
✉ mail@juergen-roth.de
http://juergen-roth.de

Der Eckpunkt V des Dreiecks UVW wandert entlang der in der Abbildung eingezeichneten Kurve. Die eingezeichnete Lage von V ist der Startpunkt. Von hier aus wandert V entlang der Kurve nach links.

Welche Dreiecksgrundformen durchläuft das Dreieck UVW dabei der Reihe nach?

Anmerkungen:

- Unter „Dreiecksgrundformen“ sind zum Beispiel die folgende Dreiecksarten zu verstehen: Stumpfwinklig, rechtwinklig, gleichschenklig-rechtwinklig, gleichschenklig-spitzwinklig usw.
- Es kann auch Lagen von **V** geben, so dass UVW kein Dreieck ist. Gib in diesem Fall als „Dreiecksform“ Kein Dreieck an.

spitzwinklig;

Stumpfwinklig ; rechtwinklig ; gleichschenklig - spitzwinklig ; spitzwinklig; rechtwinklig; *gleichschenklig -stumpfwinklig ; stumpfwinklig; gleichschenklig-stumpfwinklig ; stumptwinklig ; kein Dreieck; stumpfwinklig(-); gleichschenklig -stumptwinklig(-); stumpfwinklig(-); rechtwinklig(-); spitzwinklig (-); gleichschenklig - spitzwinklig(-); spitz winklig(-); rechtwinklig(-); stumpfwinklig(-)

* stumpfwinklig;

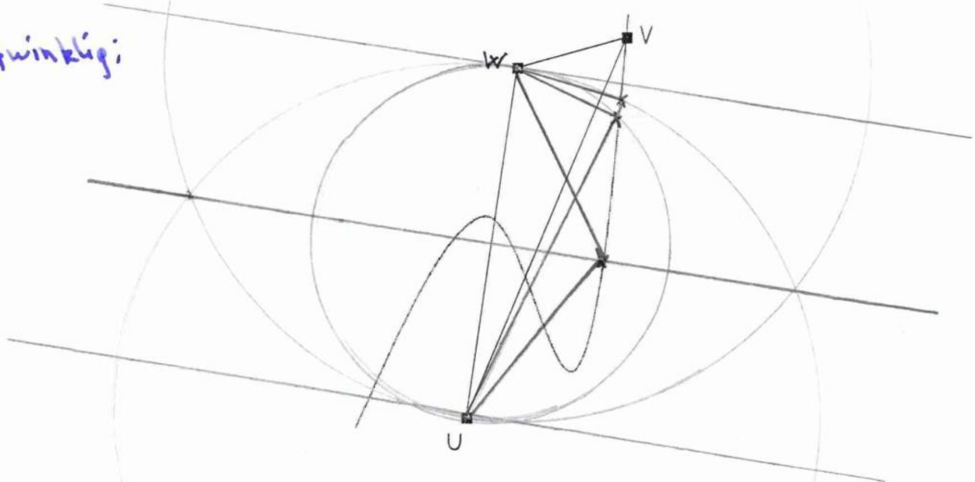


Abb. 10: Klassenarbeit zu den Dreiecksgrundformen