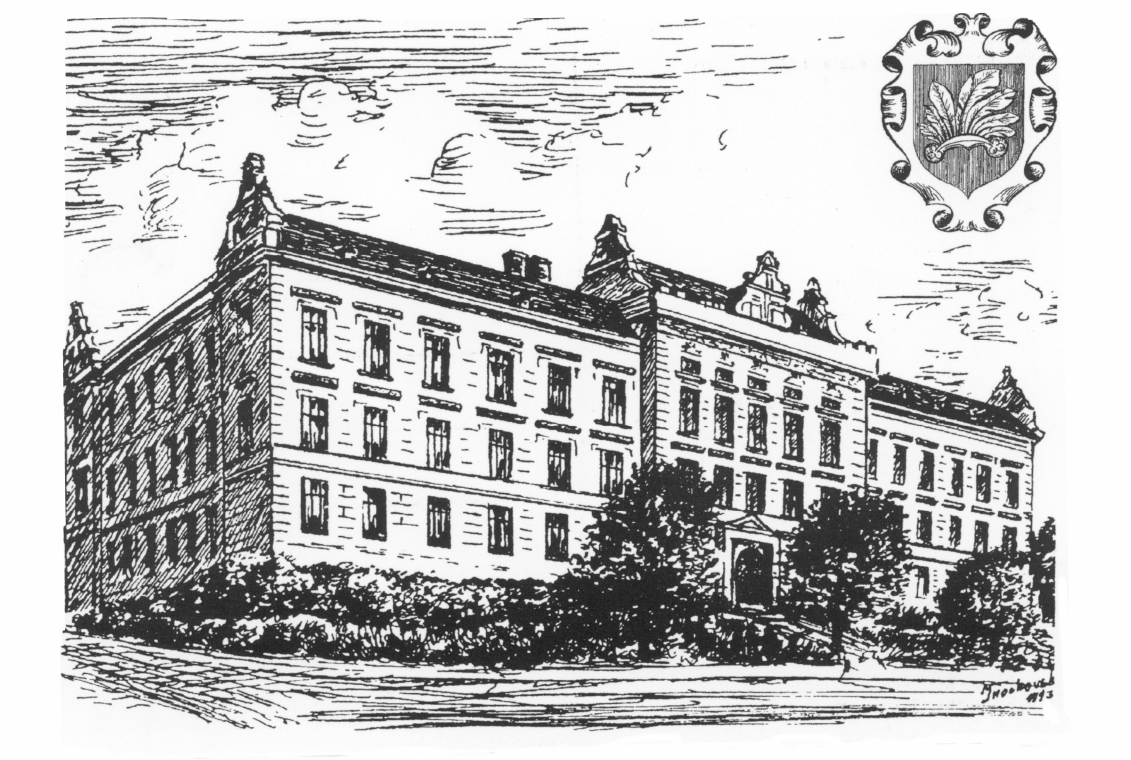
27. MEZINÁRODNÍ KONFERENCE

HISTORIE MATEMATIKY

Velké Meziříčí, 25. 8. – 29. 8. 2006



Praha 2006

Vážené kolegyně, vážení kolegové,

předkládáme Vám svazek obsahující sylaby přednášek a sdělení, které jsou přihlášeny na 27. mezinárodní konferenci Historie matematiky. Sylaby nebyly obsahově, jazykově ani graficky upravovány, jsou zde otištěny tak, jak je jednotliví účastnící předložili. Zařazen je také seznam řádně přihlášených účastníků (do 27. 7. 2006), denní program konference a orientační plán Velkého Meziříčí. Svazek vznikl díky finanční podpoře katedry didaktiky matematiky MFF UK a katedry aplikované matematiky FD ČVUT.

Letošní konference není monotématicky zaměřena, snaží se poskytnout dostatečný prostor k aktivním vystoupením, diskusím a neformálním setkáním všech přihlášených, tj. matematiků, historiků matematiky, učitelů vysokých a středních škol, doktorandů i studentů.

Program konference je v letošním roce velmi bohatý a pestrý. Doufáme, že každý najde něco, co ho zaujme, objeví nové kolegy a přátele, získá inspiraci, motivaci a povzbuzení k další odborné práci nebo studiu.

Všechna jednání konference probíhají v aule gymnázia:

Gymnázium
Sokolovská 27/235
594 01 Velké Meziříčí
tel.: 566 522 839
tel., fax.: 566 521 600
www.gvm.cz

Účastníci konference jsou ubytováni v domově mládeže:

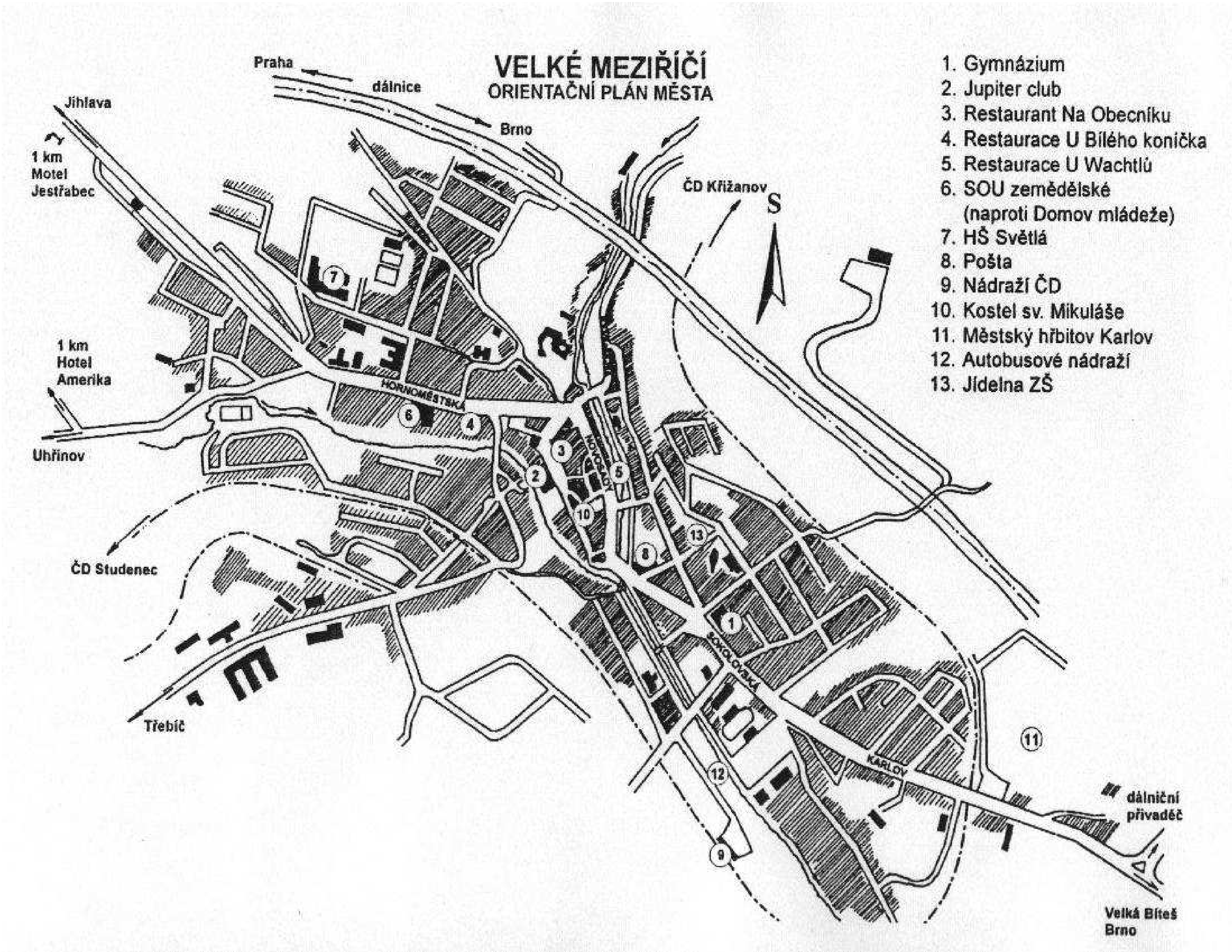
Domov mládeže
Hornoměstská 36
594 01 Velké Meziříčí
tel.: 566 522 829
dm@souzvm.cz

Podrobnější informace o letošní konferenci i předchozích konferencích a letních školách lze najít na adrese:

http://fd.cvut.cz/Personal/Nemcova/konference/hlavnindex.html

Martina Bečvářová
(editorka)

V Praze v červenci 2006


VELKÉ MEZIŘÍČÍ
ORIENTAČNÍ PLÁN MĚSTA
1. Gymnázium
2. Jupiter club
3. Restaurant Na Obecníku
4. Restaurace U Bílého koníčka
5. Restaurace U Wachtlů
6. SOU zemědělské
(naproti Domov mládeže)
7. HŠ Světlá
8. Pošta
9. Nádraží ČD
10. Kostel sv. Mikuláše
11. Městský hřbitov Karlov
12. Autobusové nádraží
13. Jídelna ZŠ
Praha
dálnice
Brno
Jihlava
1 km
Motel
Jestřabec
1 km
Hotel
Amerika
Uhřinov
ČD Studenec
Třebíč
ČD Křižanov
S
HORNOMĚSTSKÁ
NOVOSADY
SOKOLOVSKÁ
KARLOV
dálniční
přivaděč
Velká Bíteš
Brno

ODBORNÝ PROGRAM KONFERENCE

Pátek 25. 8. 2006

Dopolední program 10:30–12:00

Zahájení
Ilucová Lucia: *História teselácií (od Platónskych telies k Escherovým jaštericiam)*

Odpolední program 14:00–15:30

Houska Jan: *O vzniku pojmu limity*
Jarošová Martina: *Fibonacciho čísla*

Odpolední program 16:00–18:00

Bečvářová Martina: *Kořeny bulharské matematiky*
Kozánek Jan, Žitný Karel: *Gibbsův efekt a jeho objevitelé*
Moc Ondřej: *Faktorizační věta*

Sobota 26. 8. 2006

Dopolední program 8:30–10:00

Langer Jiří: *Matematika, fyzika a umění*
Voglová Zuzana: *Historie kombinatoriky*
Hencová Zdeňka: *Matematická analýza v učebnicích pro střední školy*

Dopolední program 10:30–12:00

Zolotarev Igor, Žitný Karel: *Cambridgeské setkání N. Wienera a G.H. Hardyho*
Šťastná Barbora: *Kosinová věta pro čtyřúhelník*

Odpolední program 14:00–15:30

Hudeček Jiří: *Čínská matematická tradice a její základní dílo "Devět kapitol"*

Odpolední program 16:00–18:00

Bečvář Jindřich: *Lineární úlohy ve staré Číně*
Kozáková Eliška: *Počátky matematické logiky a teorie množin v Československu*
Koudela Libor: *Topologické pojetí křivky*

Večerní program 19:00

Melcer Martin: *Finanční matematika na měšťanských školách Rakouska-Uherska*
Bečvář Jindřich: *Rekapitulace a perspektivy*
Beseda

Neděle 27. 8. 2006

Dopolední program 8:30–10:00

Čižmár Ján: *Geometria na prahu 21. storočia z pohľadu päťtisícročného vývoja*

Dopolední program 10:30–12:00

Pavlíková Pavla: *G.B. Dantzig a simplexová metoda*
Kvasz Ladislav: *Matematizácia pohybu*
Stříteská Hana: *Historie robustních statistických metod*

Pondělí 28. 8. 2006

Dopolední program 8:30–10:00

Lepka Karel: *C.k. matematicko-fyzikální olympiáda*
Sýkorová Irena: *Počátky indické matematiky*

Dopolední program 10:30–12:00

Kupčáková Marie: *O školním geometrickém kreslení*
Svobodová Veronika: *Historie vztahu v+s–h=2*

Odpolední program 14:00–15:30

Saxl Ivan: *Mertonští počtáři*

Odpolední program 16:00–18:00

Hykšová Magdalena: *Přípěvek českých matematiků k teorii pravděpodobnosti*
Pémová Marta: *Sférická geometria a pravidelné mnohosteny*
Provazníková Marie: *Cayley–Dicksonova konstrukce*

Večerní program 19:00
Więsław Witold: *Jezuita Stanisław Solski – matematyk i geodeta z XVII stulecia*
Vanžurová Alena: *Uzly, copy, copánkové grupy, historie celkem nedávná*

Úterý 29. 8. 2006

Dopolední program 8:30–10:00

Ernestová Martina: *Nápadité postupy řešení rovnic a jejich soustav v Diofantově Aritmetice*
Smýkalová Radka: *Mercatorův přínos pro matematickou kartografii*

Dopolední program 10:30–12:00

Špinková Milena: *Interpretace základních statistických pojmů pomaturitní populací*
Slavík Antonín: *Počátky diferenciální geometrie*
Zakončení

SEZNAM PŘEDNÁŠEK

Bečvář Jindřich: ***Lineární úlohy ve staré Číně***
Bečvář Jindřich: ***Rekapitulace a perspektivy***
Bečvářová Martina: ***Kořeny bulharské matematiky***
Čižmár Ján: ***Geometria na prahu 21. storočia z pohľadu päťtisícročného vývoja***
Ernestová Martina: ***Nápadité postupy řešení rovnic a jejich soustav v Diofantově Aritmetice***
Hencová Zdeňka: ***Matematická analýza v učebnicích pro střední školy***
Houska Jan: ***O vzniku pojmu limity***
Hudeček Jiří: ***Čínská matematická tradice a její základní dílo "Devět kapitol"***
Hykšová Magdalena: ***Příspěvek českých matematiků k teorii pravděpodobnosti***
Ilucová Lucia: ***História teselácií (od Platónskych telies k Escherovým jaštericiam)***
Jarošová Martina: ***Fibonacciho čísla***
Koudela Libor: ***Topologické pojetí křivky***
Kozáková Eliška: ***Počátky matematické logiky a teorie množin v Československu***
Kozánek Jan, Žitný Karel: ***Gibbsův efekt a jeho objevitelé***
Kupčáková Marie: ***O školním geometrickém kreslení***
Kvasz Ladislav: ***Matematizácia pohybu***
Langer Jiří: ***Matematika, fyzika a umění***
Lepka Karel: ***C.k. matematicko-fyzikální olympiáda***
Melcer Martin: ***Finanční matematika na měšťanských školách Rakouska-Uherska***
Moc Ondřej: ***Faktorizační věta***
Pavlíková Pavla: ***G.B. Dantzig a simplexová metoda***
Pémová Marta: ***Sférická geometria a pravidelné mnohosteny***
Provazníková Marie: ***Cayley–Dicksonova konstrukce***
Saxl Ivan: ***Mertonští počtáři***
Slavík Antonín: ***Počátky diferenciální geometrie***
Smýkalová Radka: ***Mercatorův přínos pro matematickou kartografii***
Stříteská Hana: ***Historie robustních statistických metod***
Svobodová Veronika: ***Historie vztahu v+s–h=2***
Sýkorová Irena: ***Počátky indické matematiky***
Špinková Milena: ***Interpretace základních statistických pojmů pomaturitní populací***
Šťastná Barbora: ***Kosinová věta pro čtyřúhelník***
Vanžurová Alena: ***Uzly, copy, copánkové grupy, historie celkem nedávná***
Voglová Zuzana: ***Historie kombinatoriky***
Więsław Witold: ***Jezuita Stanisław Solski – matematyk i geodeta z XVII stulecia***
Zolotarev Igor, Žitný Karel: ***Cambridgeské setkání N. Wienera a G.H. Hardyho***

SEZNAM ÚČASTNÍKŮ

- Bečvář Jindřich
- Bečvářová Martina
- Černeková Kristína
- Čižmár Ján
- Ernestová Martina
- Fuchs Eduard
- Glozar Jiří
- Halas Zdeněk
- Hencová Zdeňka
- Houska Jan
- Hrubý Dag
- Hrubá Miluše
- Hykšová Magdalena
- Hudeček Jiří
- Chmelíková Vlasta
- Chocholová Michaela
- Ilucová Lucia
- Jarošová Martina
- Jindřich Štěpán
- Kafková Marika
- Kalousová Anna
- Koudela Libor
- Kozáková Eliška
- Kozánek Jan
- Kříž Pavel
- Kupčáková Marie
- Kuráňová Silvie
- Kvasz Ladislav
- Langer Jiří
- Lepka Karel
- Lohynská Markéta
- Macháček Miroslav
- Melcer Martin
- Moc Ondřej
- Moravec Luboš
- Pavlíková Pavla
- Pecl Jiří
- Pellarová Eva
- Pémová Marta
- Pospíšilová Lenka
- Pražák Pavel
- Provazníková Marie
- Řezáčová Markéta
- Saxl Ivan
- Sklenáriková Zita
- Slavík Antonín
- Smýkalová Radka
- Stříteská Hana
- Svobodová Veronika
- Sýkorová Irena
- Špinková Milena
- Šrot Karel
- Šťastná Barbora
- Tihlaříková Miroslava
- Ulrychová Eva
- Vanžura Jiří
- Vanžurová Alena
- Voglová Zuzana
- Volfová Lenka
- Widž Jiří
- Więsław Witold
- Zagorová Pavla
- Zolotarev Igor
- Žitný Karel

LINEÁRNÍ ÚLOHY VE STARÉ ČÍNĚ

JINDŘICH BEČVÁŘ

1 Matematika v devíti knihách

Ťiou čang suan šu (Jin zhang suan shu) — významná učebnice matematiky pocházející z doby před dvěma tisíci lety, která na řadu století významně ovlivnila vývoj matematiky a vyučování matematice ve staré Číně. Text ustálen někdy před rokem 263 (Liou Chuej — Liu Hui). Dostupné překlady [2], [5], [7], [8]. Základní informace o matematice ve staré Číně je možno nalézt v dostupných monografiích [4], [6].

2 Sedmá kniha — *Přebytek a nedostatek*

Obsahuje 20 slovních úloh, které vedou na soustavu dvou lineárních rovnic o dvou neznámých, případně na jednu lineární rovnici. Prezentuje *metodu přebytku a nedostatku* (1. až 8. úloha) a *metodu dvou chybných předpokladů* (9. až 20. úloha). Některá řešení jsou mírně komplikována převodem jednotek.

1. úloha: *Několik lidí kupuje nějakou věc. Dá-li každý člověk po 8, je přebytek 3. Dá-li každý člověk po 7, je nedostatek 4. Ptáme se na počet lidí a cenu věci.*
Odpověď: 7 lidí, cena 53.

9. úloha: *V sudu o objemu 10 dou je neznámé množství obilí. Sud je potom doplněn neloupaným prosem. Po oloupání bylo v sudu jen 7 dou obilí. Kolik tam bylo původně obilí.* [Oloupáním se objem prosa redukuje na tři pětiny.]
Odpověď: 2 dou a 5 šenů.

3 Osmá kniha — *Fang čcheng* (*Fangcheng*)

Obsahuje 18 slovních úloh, které vedou na soustavy lineárních rovnic s regulární maticí řádu n = 2, 3, 4, 5. Prezentuje obecnou metodu pro řešení soustav lineárních rovnic s regulární maticí, která se jen nepodstatně liší od Gaussova eliminačního algoritmu. Koeficienty rovnic se píší do sloupců tabulky (matice) a ta se pak upravuje „sloupcově“.

Objev záporných čísel: Některé úlohy vedou na soustavy, pro něž jsou již ve výchozí matici záporná čísla. U dalších úloh se záporná čísla objevují až při maticových úpravách. Fungující algoritmus motivoval zavedení záporných čísel a práci s nimi. Záporné číslo se však nesmělo objevit ve výsledku.

Podrobnější návody jsou u první a třetí úlohy; ostatní návody jsou velmi stručné, zejména je poukazováno na práci se zápornými čísly.

Charakteristika úloh:

- n = 2: úlohy 2, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11
- n = 3: úlohy 1, 3, 8, 12, 15, 16
- n = 4: úlohy 14, 17
- n = 5: úlohy 13, 18

- Upravený tvar: úlohy 1, 3, 7, 9, 10, 12, 13, 14, 16, 17, 18
- Převedení členů: úlohy 4, 5, 6, 8, 15
- Převedení a sloučení členů: úlohy 2, 11
- Parametr: úloha 13 (zvolen tak, aby vyšla nejmenší možná přirozená čísla)
- Záporná čísla v tabulce po převedení a sloučení: úlohy 4, 5, 6, 8, 15
- Záporná čísla při úpravách: již v úloze 3
- Absurdní 16. úloha: trojí rozdělení několika slepic mezi tři různě početné skupiny lidí (výsledek 45/122, 41/122, 97/122)

1. úloha: *Ze 3 snopů dobré úrody, 2 snopů průměrné úrody a 1 snopu špatné úrody získali 39 dou* [zrna]. *Ze 2 snopů dobré úrody, 3 snopů průměrné úrody a 1 snopu špatné úrody získali 34 dou* [zrna]. *Z 1 snopu dobré úrody, 2 snopů průměrné úrody a 3 snopů špatné úrody získali 26 dou* [zrna]. *Ptáme se, kolik* [zrna] *se získá z jednoho snopu dobré, průměrné a špatné úrody.*
Odpověď: z 1 snopu dobré úrody 9¼ dou, z 1 snopu průměrné úrody 4¼ dou, z 1 snopu špatné úrody 2¾ dou.

3. úloha: *2 snopům dobré úrody, 3 snopům průměrné úrody a 4 snopům špatné úrody nestačí do jednoho dou po řadě jeden snop průměrné, špatné a dobré úrody. Ptáme se, kolik* [zrna] *se získá z jednoho snopu dobré, průměrné a špatné úrody.*
Odpověď: z 1 snopu dobré úrody se získá 9/25 dou, z 1 snopu průměrné úrody 7/25 dou, z 1 snopu špatné úrody 4/25 dou.

Literatura

[1] Berezkina E. I.**:** *O „Matematike v devjati knigach“*, Istoriko-matematičeskie issledovanija **10**(1957), 427-438.

[2] Berezkina E. I.**:** *Matematika v devjati knigach*, ibid., 439-513.

[3] Berezkina E. I.**:** *Primečanija k „Matematike v devjati knigach“*, ibid., 514-584.

[4] Juškevič A. P.**:** *Dějiny matematiky ve středověku*, Academia, Praha, 1977.

[5] Chemla K., Guo Shuchun**:** *Les Neuf chapitres,* Dunod, Paris, 2004.

[6] Mikami Y.**:** *The Development of Mathematics in China and Japan*, Teubner, Leipzig, Berlin, 1913, reprint Chelsea Publ. Comp., New York, 1961, 1974.

[7] Shen Kangshen, Crossley, J.N., Lun, A. W.-C.**:** *The Nine Chapters on the Mathematical Art. Companion and Commentary*, Oxford University Press, Science Press, Oxford, Beijing, 1999.

[8] Vogel K.**:** *Neun Bücher arithmetischer Technik*, F. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1968.

Adresa

Doc. RNDr. Jindřich Bečvář, CSc.
Katedra didaktiky matematiky
MFF UK
Sokolovská 83
Praha 8, 186 75

e-mail: *becvar@karlin.mff.cuni.cz*

REKAPITULACE A PERSPEKTIVY

JINDŘICH BEČVÁŘ

1 Mezinárodní konference Historie matematiky

- Vznik, charakter a historie akce:

1980 – 1989: 1. až 10. letní škola Světonázorová výchova v matematice
1990 – 2002: 11. až 23. letní škola Historie matematiky
2003 – 2006: 24. až 27. mezinárodní konference Historie matematiky

- Prameny:

Zprávy o jednotlivých akcích vycházely v časopisech Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Matematika a fyzika ve škole, Matematika, fyzika, informatika, Učitel matematiky, DVT apod. Citace těchto zpráv, odborné programy všech akcí a další informace jsou uvedeny v následujících článcích:

J. Bečvář: *Historie letních škol z historie matematiky*, Matematika v 19. století, Dějiny matematiky, sv. 3, Praha 1996, str. 123-143

J. Bečvář, E. Fuchs: *Jaroslav Šedivý, zakladatel letních škol z historie matematiky*, Matematika v 19. století, Dějiny matematiky, sv. 3, Praha 1996, str. 121-122

M. Bečvářová: *Letní školy z historie matematiky*, Matematika v proměnách věků III, Dějiny matematiky, sv. 24, Praha 2004, str. 242-253

M. Bečvářová: *Mezinárodní konference z historie matematiky*, Dějiny matematiky, sv. 31, Praha 2006, v tisku

- Webová stránka konference:

http://fd.cvut.cz/Personal/Nemcova/konference/hlavnindex.html

- Nová organizace konference:

Aktuální informace, termíny, přihláška, vzor sylabu, program, informace o předchozích akcích – viz webová stránka

2 Seminář z historie matematiky pro vyučující na středních školách

- Vznik, charakter a historie semináře:

1. až 7. seminář: 1993, 1995, 1997, 1999, 2001, 2003, 2005

- Prameny:

Zprávy o jednotlivých akcích vycházely v časopisech Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Matematika, fyzika, informatika, Učitel matematiky, DVT apod. Citace těchto zpráv, programy všech akcí a další informace jsou uvedeny v následujícím článku:

M. Bečvářová: *Semináře z historie matematiky*, Dějiny matematiky, sv. 31, Praha 2006, v tisku

- Webová stránka semináře:

http://fd.cvut.cz/Personal/Nemcova/seminar_ss

- Příbuzný seminář:

Třináct seminářů o filozofických otázkách matematiky a fyziky:
1980, 1982, 1985, 1986, 1988, 1992, 1994, 1996, 1998, 2000, 2002, 2004, 2006.

- Webová stránka semináře o filozofických otázkách:

http://fd.cvut.cz/Personal/Nemcova/otazky

3 Edice Dějiny matematiky

- Vznik, vývoj, finanční zajištění:

První svazek 1994, dosud vydáno 28 svazků, několik dalších před dokončením, podpora JČMF, ČMS, granty atd.

- Charakter publikací:

Monografie věnované vývoji matematiky ve starověku a středověku, monografie o životě a díle českých matematiků, monografie věnované speciálním otázkám, doktorské disertace (Ph.D.), sborníky textů apod.

- Webová stránka edice:

http://fd.cvut.cz/Personal/Nemcova/Edice/Edice.htm

4 Doktorské studium oboru Obecné otázky matematiky (a informatiky)

- Vznik, charakter a cíle doktorského studia:

1992 MFF UK Praha a PřF MU Brno

Podobory: elementární matematika, historie matematiky, vyučování matematice
Studium a metody práce

- Webová stránka doktorského studia:

http://www.karlin.mff.cuni.cz/~becvar/pgs/pgs.htm

Tyto rozsáhlé webové stránky obsahují podrobné informace o studiu: oborová rada programu matematika, rada doktorského studijního oboru, komise pro obhajoby, seznam doktorandů, povinný program studia, požadavky k doktorské zkoušce, požadavky na disertační práci, seznam obhájených prací, připravované obhajoby, seznam témat pro studium, rozsáhlý seznam studijní literatury, seznam užitečných webových stránek, možnosti přednášení a publikování (Doktorandský týden, Doktorandská odpoledne, Celostátní seminář z dějin matematiky, Didakticko-historický seminář, Mezinárodní konference Historie matematiky, Seminář z dějin matematiky pro vyučující na středních školách).

5 Podpora výše uvedených aktivit

- Katedra didaktiky matematiky MFF UK:

http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm

- Katedra aplikované matematiky FD ČVUT:

http://www.fd.cvut.cz/pracoviste/katedra-K611

- Katedra matematiky PřF MU:

http://www.math.muni.cz/km.html

- Gymnázium Jevíčko:

http:/www.gymjev.cz

- Gymnázium Velké Meziříčí:

http://www.gvm.cz

Adresa

Doc. RNDr. Jindřich Bečvář, CSc.
Katedra didaktiky matematiky
MFF UK
Sokolovská 83
Praha 8, 186 75
e-mail: *becvar@karlin.mff.cuni.cz*

KOŘENY BULHARSKÉ MATEMATIKY

MARTINA BEČVÁŘOVÁ

1. Čeští profesoři v zahraničí

Vzhledem k nedostatku míst na českých středních i vysokých školách odešli ve druhé polovině 19. století kvalitní profesoři z našich zemí i do jihovýchodní Evropy, kde se zapojili do budování národní vědy a školství, které prožívalo obrození s jistým zpožděním ve srovnání s českými zeměmi. Většinou udržovali těsné kontakty s českou matematickou komunitou, byli dopisujícími členy *Jednoty českých mathematiků*, přispívali do *Časopisu pro pěstování mathematiky a fyziky*. Připomeneme jen ty, kteří odešli do Bulharka, kde přeložili české nebo německé učebnice nebo pod vlivem české literatury sepisovali bulharské učebnice, vytvářeli matematickou terminologii, případně se zasloužili o rozvoj regionálních středních a vysokých škol. Ukážeme, že čeští vysokoškolští i středoškolští učitelé stáli u zrodu moderní bulharské matematiky.

2. Bulharsko

2.1. Theodor Monin (1858–1893)

V osmdesátých letech se Bulharsko zbavilo turecké vlády a začalo budovat vlastní školství. Několik let svého aktivního života prožil v Bulharsku Theodor Monin (1858–1893); v letech 1881 až 1886 učil na chlapeckém reálném gymnáziu ve Slivně (dnes Sliven). V roce 1886 se vrátil na českou techniku v Praze, kde se stal asistentem deskriptivní geometrie u profesora F. Tilšera. V roce 1889 byl povolán bulharskou vládou na nově zřízenou univerzitu do Sofie a stal se prvním bulharským vysokoškolským profesorem matematiky. S velkým nasazením se pustil do budování bulharské matematiky, ale v roce 1891 vážně onemocněl a musel se vrátit do Čech. Své velké plány na sepsání bulharských učebnic již uskutečnit nestačil. Více viz [1].

2.2. Antonín Václav Šourek (1857–1926)

Antonín Václav Šourek (1857–1926) se po studiích na reálce v Písku, na technice ve Vídni a Praze a na univerzitě v Praze stal roku 1880 profesorem matematiky na reálném gymnáziu v bulharském Slivně, odkud po roce odešel na reálné gymnázium do Plovdivu, kde působil devět let. V roce 1890 byl jmenován profesorem matematiky na chlapeckém gymnáziu v Sofii a současně mimořádným profesorem matematiky na sofijské univerzitě. V roce 1893, po smrti profesora Theodora Monina, byl zproštěn úvazku na střední škole a převzal celou výuku matematiky na univerzitě, kde byl roku 1898 jmenován řádným profesorem. V roce 1893 se stal i profesorem deskriptivní geometrie na vojenské akademii v Sofii (přednášel zde 9 let), o rok později začal přednášet ještě ve vyšším štábním kurzu. Na univerzitě setrval až do roku 1915, kdy se na 5 let stal bezplatným sekretářem vojenského atašé v Bernu a Římě; staral se o zlepšení postavení bulharských válečných zajatců. V roce 1919 se vrátil na sofijskou univerzitu a vyučoval zde až do roku 1921. Po celý život udržoval těsné kontakty s českými matematiky a s Jednotou českých matematiků. Více viz [1], [2] a [3].

Od svého příchodu do Bulharska začal budovat bulharskou matematiku i její výuku na středních a vysokých školách; vycházel přitom z českých zkušeností a vzorů.

V osmdesátých letech vydal první bulharské středoškolské učebnice analytické geometrie (1885), rovinné trigonometrie (1883), sférické trigonometrie (1889) a deskriptivní geometrie (1888, 1889) doplněné metodickými příručkami a sbírkami úloh z algebry (1885, 1886) i drobnějšími pracemi. Při jejich sepisování byl inspirován českými učebnicemi F. J. Studničky, J. Smolíka, E. Taftla, A. Strnada, F. Hromádky aj.

V devadesátých letech sepsal a vydal pro své univerzitní studenty učební texty z analýzy (1890–1891), analytické geometrie (1891, 1892, 1894), algebry (1891–1892), syntetické geometrie (1891–1892) a deskriptivní geometrie (1893–1894). I při jejich tvorbě byl inspirován učebnicemi F. J. Studničky, Ed. a Em. Weyra. V roce 1895 vydala vojenská akademie v Sofii Šourkův spis o zobrazovacích metodách v geometrii.

Na počátku 20. století se Šourek věnoval hlavně přepracování a rozšíření svých bulharských přednášek, které vyšly litograficky (projektivní geometrie (1909), diferenciální geometrie (1911) a analytická geometrie (1912)). V roce 1914 vyšla nejvýznamnější Šourkova monografie *Deskriptivní geometrie*, která je rozšířenou a doplněnou verzí jeho univerzitních přednášek. Vydání dvoudílné monografie *Projektivní geometrie* shrnující a rozšiřující jeho univerzitní přednášky se už nedožil.

Z češtiny do bulharštiny A. V. Šourek přeložil roku 1882 Studničkovy logaritmické tabulky, které opatřil rozsáhlým výkladem základů algebry.[1] Na konci 90. let přeložil do bulharštiny Taftlovu středoškolskou učebnici *Algebra pro vyšší třídy středních škol*.[2]

A. V. Šourek patřil mezi nejvýznamnější „bulharské“ matematiky druhé poloviny 19. století a první třetiny 20. století.

2.3. František Vítězslav Splítek (1855–1943)

V Bulharsku působil také František Vítězslav Splítek (1855–1943), který po studiích na české polytechnice v Praze v roce 1880 přijal nabídku bulharského ministerstva školství, aby pomohl při budování tamních středních škol. Učil nejprve ve Svištově, v roce 1883 se stal učitelem v Soluni (dnes Řecko), kterou však musel v roce 1888 z politických důvodů opustit. Pro soluňské studenty napsal dvě učebnice matematiky. V roce 1888 se vrátil do Bulharska a získal místo profesora na gymnáziu v Sofii. V letech 1892 až 1915 zastával v Plovdivu místo profesora. Po celý život odmítal profesuru na sofijské univerzitě. Více viz [4].

2.4. Vladislav Šak (1860–1941)

Bulharské střední školství výrazně ovlivnil i matematik a deskriptivní geometr Vladislav Šak (1860–1941), který v roce 1882 přijal místo řádného profesora na reálném gymnáziu ve Slivně. V roce 1886 přešel na chlapecké gymnázium do Sofie, kde vyučoval až do

---

[1] Druhé bulharské vydání tabulek je z roku 1888, třetí z roku 1895. Studničkovy tabulky (v české nebo bulharské verzi) byly na bulharských středních školách používány ještě v první polovině 20. století.

[2] Emanuel Taftl (1842–1920) byl středoškolským profesorem matematiky a fyziky. Působil na středních školách v Hradci Králové a Klatovech; proslavil se výše zmíněnou učebnicí, která se dočkala šesti vydání.

roku 1907. V letech 1891 až 1894 byl také soukromým docentem na univerzitě v Sofii; přednášel sférickou a analytickou geometrii, analýzu a algebru. Do bulharštiny přeložil několik českých a německých matematických gymnaziálních učebnic. V. Šak měl nesmírně široké zájmy, psal básně, vydal bulharsko-český a česko-bulharský slovník, česky psanou bulharskou gramatiku, do češtiny překládal díla bulharských autorů. Po 26 letech prožitých v Bulharsku se vrátil do Prahy a začal učit matematiku na obchodní akademii. Za první světové války byl válečným zpravodajem v Bulharsku. Po válce zastával některé funkce v bulharské diplomacii, v letech 1920 až 1932 byl čestným bulharským generálním konzulem. Více viz [1].

3. Závěrečná poznámka

Čeští matematici, kteří odešli na Balkán, si nejprve museli dobře osvojit místní jazyk, připravit a zahájit výuku, sepsat učebnice a sbírky, vytvářet matematickou terminologii, bádat a publikovat v příslušných místních jazycích. Tak se výrazně zasloužili o rozvoj národních matematik.

Literatura

[1] Hineva S., Turnova I.: *Čeští geometři na sofijské univerzitě*, Pokroky matematiky, fyziky a astronomie 36(1991), 237–242.

[2] Sobotka J.: *Vzpomínka na Antonína V. Šourka*, Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky 56(1927), 1–6.

[3] Dolapčiev B.: *A. V. Šourek (1857–1926)*, Pokroky matematiky, fyziky a astronomie 8(1963), 168–170.

[4] Šedivý J.: *Učitel F. V. Spítek*, Matematika a fyzika ve škola, 13(1982/3), 69–70.

Adresa

RNDr. Martina Bečvářová, Ph.D.
Katedra aplikované matematiky
Fakulta dopravní ČVUT
Na Florenci 25
110 00 Praha 1
e-mail:*nemcova@fd.cvut.cz*

GEOMETRIA NA PRAHU 21. STOROČIA Z POHĽADU JEJ PÄŤTISÍCROČNÉHO VÝVOJA

JÁN ČIŽMÁR

1 Elementy geometrie v predcivilizačných spoločenstvách

Najstaršie drobné plastiky. Geometrická výzdoba keramiky.
Najstaršie stavby astronomického a kultového určenia v strednej Európe v 5. tisícročí pred n. l. (rondely). Stavby a iné objekty astronomicko-kultového určenia v západnej Európe (menhiry, stavby typu *henge* – Stonehenge, Woodhenge a i.)

2 Geometria v najstarších civilizáciách

2.1 Geometria v starovekom Egypte

Geodetické a astronomické merania. Výpočtová geometria. Geometrická tematika spojená so stavbou pyramíd.

Zárodky teoretických abstrakcií vo výpočtovej geometrii.

2.2 Geometria v starovekej Mezopotámii

Numerická geometria: výpočty obsahov, objemov a dĺžok. Sofistikované úlohy.
Riešenie „teoretických“ úloh. Elementy „kartografických“ zobrazení.

2.3 Geometria v starovekej Indii a Číne

Induská kultúra: Mohendžo Daro, Harappa; prekvapivé urbanistické riešenie, dokonalá geometria verejných stavieb, unifikácia stavebných prvkov.
Praktická geometria v najstarších čínskych štátnych útvaroch. Geometria úžitkových a dekoratívnych predmetov.

3 Grécko-helenistická geometria

3.1 Zrod geometrie ako vedy

Začiatky geometrie na báze deduktívnej metódy v lone iónskej racionalistickej filozofie: Táles, Pytagoras , pytagorovci. Prvé pokusy o riešenie klasických problémov geometrickou metódou (Hippias). Objav iracionálnych čísel a ich geometrické zvládnutie.

3.2 Štádium rastu, prvých teórií a pokusov o systemizáciu (aténske obdobie)

Rast objemu geometrických poznatkov. Prvé pokusy o systemizáciu (Hippokrates). Riešenie klasických úloh antiky: geometrické riešenia, špeciálne krivky, kužeľosečky Menaichmos).

Iracionality a ich geometria: Teodoros, Teaitetos; pravidelné mnohosteny.

Eudoxos: axiomatika teórie proporcií; axiomatika geometrickej miery, metóda exhaustácie

Geometrická algebra

3.3 Alexandrijská epocha

Euklides: historicky prvý axiomaticko-deduktívny systém *celej* teoretickej matematiky – revolučný kvalitatívny krok vo vývoji vedy

Archimedes: majstrovská aplikácia exhaustačnej metódy; ďalšie sofistikované postupy

Apollonios: teória kužeľosečiek

Antická goniometria a jej aplikácie v astronómii (Hipparchos, Menelaos, Klaudios Ptolemaios). Zobrazovacie metódy antickej kartografie. Eratostenove geodetické a astronomické merania.

Antická aplikovaná a „inžinierska" matematika, špeciálne geometria (Herón).

Teória rovnobežiek v helenistickej geometrii.

3.4 Obdobie poklesu a koniec antickej geometrie

Komentátori: Pappos (anticipácia niektorých výsledkov projektívnej geometrie), Proklos

Praktická geometria: agrimensori; geodézia a kartografia

4 Stredoveká geometria

4.1 Geometria v Indii

Praktická geometria: obsahy, objemy, súvis s aritmetikou a algebrou

Goniometria: goniometrické funkcie, tabuľky, numerické postupy

4.2 Geometria v Číne

Praktická geometria: výpočty obsahov a objemov. Použitie podobnosti na riešenie praktických úloh.

Goniometria: goniometrické funkcie , tabuľky, numerické postupy

4.3 Geometria v islamských krajinách

Praktická geometria. Goniometria ako samostatná matematická disciplína (at-Túsí).

Teória rovnobežiek. Anticipácia výrokov neeuklidovskej geometrie.

4.4 Geometria v stredovekej Európe

Geometria v období raného feudalizmu.

Praktická a teoretická geometria v 12. – 14. storočí: preklady arabských a antických prameňov. Prvé zárodky *n*-rozmernej geometrie (Nicole Oresme).

Nové impulzy pre geometriu v období renesancie: goniometria ako samostatná matematická disciplína (Regiomontanus); astronómia; kartografia; perspektíva.

5 Európska geometria v 17. – 18. storočí

5.1 Analytická geometria Descarta a Fermata

Algebrizácia geometrie: Descartov a Fermatov koncept

Použitie analytickej metódy v matematickej analýze; aplikácie na geometrickú tematiku; Newtonova klasifikácia kriviek 3. stupňa.

5.2 Zárodky projektívnej geometrie

Desargues; de la Hire

5.3 Geometrická tematika v matematickej analýze

Bernoulliovci; Euler; Clairault
Začiatky diferenciálnej geometrie (Monge)

5.4 Aplikácie geometrie

Perspektíva (Lambert). Deskriptívna geometria (Monge).

5.5 Teória rovnobežiek

Saccheri; Lambert; Klügel

6 Geometria v 19. storočí

6.1 Vznik a vývoj projektívnej geometrie

6.2 Vznik a vývoj neeuklidovských geometrií

6.3 Vývoj diferenciálnej geometrie

6.4 Vývoj deskriptívnej geometrie

6.5 Vznik a vývoj *n*-rozmernej geometrie

6.6 Vznik a vývoj algebrickej geometrie

7 Geometria v 20. storočí

7.1 Prestavba základov geometrie, elementárna geometria, neeuklidovské geometrie

7.2 Analytická geometria, projektívna geometria

7.3 Diferenciálna geometria; diferencovateľné variety; riemannovská geometria

7.4 Algebrická geometria; algebrické variety; teória schém

7.5 Topologické, algebrickotopologické a kategoriálne metódy v geometrii

7.6 Aplikácie geometrie (deskriptívna geometria, fotogrametria, geometrická kinematika, geometrická optika, kartografia, geodézia a i.)

7.7 Aritmetická algebrická geometria; diofantovská geometria a jej vrcholné úspechy

8 Perspektívy geometrie na prahu 21. storočia

8.1 Perspektívne oblasti geometrie ako vedeckej disciplíny

8.2 Perspektívy geometrie ako vyučovacieho predmetu na všetkých stupňoch školskej sústavy

8.3 Perspektívy geometrie ako aplikačnej disciplíny

Literatúra

[1] Bourguignon, J.-P.: *A Basis for a New Relationship between Mathematics and Society*. In: Mathematics Unlimited – 2001 and beyond. Springer, Berlin – Heidelberg - New York, 2001, 171 – 188. ISBN 3-540-670 99-8

[2] Čižmár, J.: *Perspektívy geometrie na prahu 21. storočia*. **G** – slovenský časopis pre geometriu a grafiku, ročník 2 (2005), číslo 4, s. 5 – 14

[3] Scriba, C. J. – Schreiber, P.: *5000 Jahre Geometrie*. Springer, Berlin – Heidelberg - New York 2005

[4] Sharygin, Igor F.: *Mathematical Education and Society (an Outlook from Russia and into Russia).* The Teaching of Mathematics, 2002, Vol. V, 2; 71 – 80

Adresa

Prof. RNDr. Ján Čižmár, PhD.

Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky Univerzity
Komenského
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
Slovenská republika
e-mail: *cizmar@fmph.uniba.sk*
&
Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky
Fakulta prírodných vied
Žilinská univerzita
Ul. J. M. Hurbana 15
010 26 Žilina
Slovenská republika
e-mail: *jan.cizmar@fpv.utc.sk*

NÁPADITÉ POSTUPY ŘEŠENÍ ROVNIC A JEJICH SOUSTAV ČERPANÉ Z DIOFANTOVY ARITMETIKY

MARTINA ERNESTOVÁ

1 Diofantova *Aritmetika*

Diofantova *Aritmetika* (cca pol. 3. stol. n. l.) představuje soubor téměř 300 úloh vedoucích na řešení algebraických rovnic a jejich soustav, a to jak plně určených, tak zejména neurčitých. Metody použité k jejich řešení se dnešnímu středoškolákovi, jehož znalosti by mohly postačovat k porozumění Diofantova textu, mohou zdát poněkud neobvyklé a komplikované. Není to jen tím, že řešení úloh je popsáno slovně s pomocí několika zkratek, ale také tím, že Diofantos používal označení pouze pro jednu neznámou.

Cílem příspěvku je seznámit posluchače prostřednictvím vybraných úloh *Aritmetiky* s postupy řešení úloh, které vedou na jednoduché algebraické rovnice a jejich soustavy, a s jejich geometrickou interpretací.

2 Úlohy a metody jejich řešení

2.1 Plně určené úlohy

Třicátá úloha první knihy *Aritmetiky*, v níž je třeba najít dvě neznámá čísla, která mají daný součin a rozdíl, tj. v dnešním zápisu soustava $xy = a$, $x - y = b$, představuje typ plně určené úlohy řešené již v Mezopotámii. Na této úloze ukážeme symboliku používanou v Diofantově práci a postup převedení úlohy o dvou neznámých číslech na řešení rovnice o jedné neznámé.

Vzhledem k nedostatečné symbolice (symbol pouze pro jednu neznámou) se jako velmi komplikované jeví řešení 37. úlohy čtvrté (řecké) knihy, kterou dnes zapíšeme soustavou $xy = a(x + y + z)$, $yz = b(x + y + z)$, $xz = c(x + y + z)$. Na této úloze ukážeme Diofantovo dokonale zvládnuté zacházení s číslem místo proměnné.

2.2 Neurčité úlohy

Úlohy s větším počtem neznámých než je počet podmínek na ně v *Aritmetice* převažují. K jejich vyřešení jsou použity obecné postupy, což bylo odhaleno až po geometrické interpretaci Diofantem užitých substitucí. Na třech příkladech ukážeme tři nejzávažnější metody – metodu dvojité rovnosti, metodu tečen a metodu sečen.

Literatura

[1] Bachet, C. G.: *Diophanti Alexandrini arithmeticorum libri sex, et de numeris multangulis liber unus*. Paris 1621. [Dostupné z <http://gallica.bnf.fr/>.]

[2] Bašmakova, I. G.: *Diofant i Diofantovy uravněnija*. Nauka, Moskva 1972.

[3] Bašmakova, I. G.: *Arifmetika i kniga o mnogougolnych čislach*.

[4] Sesiano, J.: *Books IV to VII of Diophantus' Arithmetica in the Arabic Translation Attributed to Qustā ibn Lūqā*. Springer, Berlin 1982.

[5] Slavutin, J. I.: *Obščij metod rešenija neopredělennych uravněnij vtoroj stěpeni v „Arifmetike“ Diofanta.* Istoriko-matěmatičeskije issledovanija **24** (1979), 310–330.

Adresa

Mgr. Martina Ernestová, Ph.D.
KMT FPE ZČU
Klatovská 51
301 00 Plzeň
e-mail: *mernesto@kmt.zcu.cz*

MATEMATICKÁ ANALÝZA V UČEBNICÍCH PRO STŘEDNÍ ŠKOLY (DO ROKU 1933)

ZDEŇKA HENCOVÁ

1 Pokusy o začlenění matematické anylýzy do středoškolských učebnic na přelomu 19. a 20. století

1.1 Vznik diferenciálního a integrálního počtu a pojmu funkce

17. století – Newton, Leibniz – vznik diferenciálního a integrálního počtu
- J. Bernoulli – zavedení termínu funkce

18. století – Euler – zpřesnění definice funkce, označení f(x)

1.2 Snahy o začlenění matematické analýzy do středoškolských osnov - reformní hnutí

První podnět k úpravě obsahu učiva středoškolské matematiky podal na mezinárodním kongresu matematiků v Zürichu v roce 1897 Felix Klein. Tyto změny byly diskutovány i na dalších mezinárodních kongresech.

Nejaktivněji o změny v matematice usiluje právě Německo. Z podnětu komise pro vyučování matematice a přírodovědným předmětům, vytvořené ve Vratislavi 1904, byl o rok později na shromáždění německých matematiků v Meranu přijat tzv. meranský program, který rozšiřuje středoškolské osnovy matematiky kromě jiného o problematiku funkcí a základy infinitezimálního počtu. Tento program ovlivnil i ostatní země.

V našich zemích se dostává nové téma diferenciálního a integrálního počtu do středoškolské učebnice již v roce 1863, v učebnici algebry Václava Šimerky. Jedná se však pouze o ojedinělý pokus, kterým autor předběhl dobu. Dokladem o reformních snahách v našich zemích jsou i tzv. Pražské návrhy (Prager Vorschläge), které přednesl Karel Zahradníček 9. dubna 1906 ve Vídni a v nichž se vyslovuje pro zavedení infinitezimálního počtu do středoškolských osnov. Ke změně osnov, která odrážela meranský program, dochází v našich zemích po Marchetově reformě v roce 1909. Poté dochází k tvorbě nových učebnic zahrnujících i problematiku funkcí a diferenciálního a integrálního počtu.

1.3 Jednota českých matematiků a její zásluhy na začleňování prvků matematické analýzy do středoškolských učebnic

Jednota českých matematiků působí od roku 1862, velkou část členské základny tvoří středoškolští profesoři. Proto se ve své činnosti zaměřuje do značné míry také na středoškolskou matematiku a didaktiku matematiky, podílí se na tvorbě středoškolských učebnic, snaží se realizovat meránský program. Jednotou byli určeni autory nových učebnic Bohumil Bydžovský a Jan Vojtěch.

2 Středoškolské učebnice

2.1 Šimerka: Algebra čili počtářství obecné pro vyšší gymnasia (1863)

Jde o první pokus o začlenění diferenciálního a integrálního počtu do středoškolské učebnice. Téma diferenciálního a integrálního počtu je zpracováno ve formě přídavku k učebnici algebry, jako součást vlastní učebnice nebylo toto téma ministerstvem povoleno.

Přídavek byl rozčleněn do šesti částí: Differencialy daných úkonů
Proměňování úkonů v řady
Úkony trigonometrické
Taylorova poučka a její následky
Základy počtu integrálného
Upotřebení počtu nekonečného v geometrii

Šimerkovo pojetí diferenciálního a integrálního počtu se značně liší od dnešního. V části věnující se diferenciálnímu počtu nenajdeme pojmy spojitosti, limity ani derivace. Čtenáře zarazí naprostá absence korektních definic. Autor se zaměřuje na vyložení základních poznatků a postupů, které lze uplatnit při řešení úloh.

2.2 Další středoškolské učebnice

Bydžovský: Arithmetika pro VI. až VII. třídu gymnasií a reálných gymnasií (1911)
Bydžovský, Vojtěch: Arithmetika pro nejvyšší třídu gymnasií a reálných gymnasií (1912)
Vojtěch: Geometrie pro VII. třídu reálek (1912)
Vinš: Geometrie pro sedmou třídu reálek a sedmou a osmou třídu ref. reálných gymnasií (1942)

Literatura

[1] Šimerka, V.: *Algebra čili počtářství obecné pro vyšší gymnasia*. Dr. E. Grégr, Praha 1863.

[2] Potůček, J.: *Vývoj vyučování matematice na českých středních školách v období 1900 – 1945*. Pedagogické centrum Plzeň, Plzeň 1998.

[3] Bydžovský, B.: *Arithmetika pro VI. až VII. třídu gymnasií a reálných gymnasií*. Jednota českých mathematiků, Praha 1911.

[4] Bydžovský, B., Vojtěch, J.: *Arithmetika pro nejvyšší třídu gymnasií a reálných gymnasií*. Jednota českých mathematiků, Praha 1912.

[5] Bydžovský, B., Vojtěch, J.: *Sbírka úloh z matematiky*. Jednota československých matematiků a fysiků, Praha 1924.

[6] Vojtěch, J.: *Geometrie pro VII. třídu reálek*. Jednota českých mathematiků, Praha 1912.

[7] Vinš, J.: *Geometrie pro sedmou třídu reálek a pro sedmou a osmou třídu ref. reálných gymnasií*. Česká grafická unie a.s. Prag, Praha 1942.

Adresa

Mgr. Zdeňka Hencová
Janáčkovo náměstí 2a, Brno 602 00
e-mail: *22519@mail.muni.cz*

O VZNIKU POJMU LIMITY

JAN HOUSKA

C.F.Gauss: ***Quantitates infinitae in ratiociniis analyticis eatenus tantum sunt admittendae, quatenus ad theoriam limitum reduci possunt.*** (Motto z práce o nekonečných řadách W. Scheibnera, Lipsko 1860.)

1 Úvod

Termín „limite“ uvedl J.B. le Rond d´Alembert (1765), i když náznaky limitního přístupu lze nalézt např. v Newtonově myšlence „prvního a posledního poměru“. V 18.století je možno rozlišit schematicky vyjádřeno dva přístupy k základům infinitesimálního počtu – přístup infinitesimální a limitní. Významným představitelem limitního přístupu byl S.l´Huilier, který zavedl znak „lim.“ (1786). V tomto období nebylo o dalším vývoji rozhodnuto, ani jeden z těchto přístupů logicky nevyhovoval, zdánlivé východisko se jevilo v pojetí Lagrangeově (1797), které spočívalo na tehdejším chápání funkce.

2 Limitní pojetí v 19. století

Počátkem 19.století se vyskytly jisté prvky, které preferovaly limitní přechod (součtová definice určitého integrálu, vyšetřování singulárních bodů funkcí, konvergence nekonečných řad, pojem lokální spojitosti). Tato tendence se výrazně promítla do Cauchyových učebnic (1821, 1823, 1829) zároveň s oponenturou Lagrangeova přístupu. A.L.Cauchy postavil na vyšší úroveň techniku limitního přechodu (operace s nekonečně malým jako funkcí, kriteria konvergence řad, l´Hospitalovo pravidlo). Důležitým momentem přijetí limity byla otázka „vyhnutí se limitnímu bodu“ (d´Alembert, J.Bohnenberger 1811, Radike 1843, J.Bertrand 1864). Další zpřesnění pojmu limity podstatně záviselo na vzniku nového pojetí funkce reálné proměnné, který lze sledovat na vývojové linii : Dirichlet – Riemann – Hankel.

Vývoj pojmu funkce a limity (od kinematického ke statickému – J.K.Thomae 1875) závisel na bohatší empirii s výrazy (skládání elementárních funkcí, integrace a infinitní sumace) a vedl k vyzdvižení lokálního významu limity, k jejímu vytříbení užitím $\varepsilon, \delta -$ aparátu a logické kvantifikace (H.Hankel 1870, K.Weierstrass). Dovršením tohoto vývoje byla aritmetizace kontinua – teorie reálných čísel (R.Dedekind 1859, G.Cantor 1872), která analyticky zachytila úplnost číselné osy (existenci limity). Zároveň s pojmem limity se vymezuje pojem hromadné hodnoty funkce, terminologie a symbolika pojmu (P.du Bois-Reymond 1870, M.Pasch 1887, A.Pringsheim 1898) a derivovaných čísel (P.Gilbert 1855, U.Dini 1878, L.Schäffer 1884).

3 Limita a diferenciální počet funkcí více proměnných

***„Jakmile v aplikacích základních definic infinitesimálního počtu opustíme oblast jedné proměnné, pocítíme ihned, že jsme vstoupili na méně jistou půdu …"*, W.H.Young, On Differentials, 1908**

Pojem limity funkce dvou a více proměnných se vyjasňuje počátkem 70.let 19.století (H.E.Heine 1870, G.Darboux 1872). S tím souvisí existence totálního diferenciálu (J.K.Thomae 1873, A.Harnack 1881, M.Pasch 1882, W.H.Young 1910). Zajímavým příkladem uvažování o dvojné limitě byly pokusy o důkaz tzv.Bernoulliho rovnosti, tj. záměny smíšených parciálních derivací (P.M.Blanchet 1841, E.Lamarle 1846, H.A.Schwarz 1873, G.Peano 1884).

4 Limitní Abelova věta

Závěrem jako příklad zajímavého limitního přechodu připomínám historii limitní Abelovy věty, její modifikace, analogie a obrácení (N.H.Abel 1826, P.L.Dirichlet, O.Stolz 1875, **A.Tauber** 1897, K.Knopp 1907, G.H.Hardy a J.E.Littlewood 1911, L.Holzer 1939).

V.Jarník o Tauberově větě: *„Tuto podmínku lze nahradit podmínkou značně méně požadující, problém patří mezi důležité otázky moderní analysy."* (D II, 1956)

Adresa

RNDr. Jan Houska, CSc.
Strossmayerovo nám. 9
170 00 Praha 7
e-mail: *jan_houska@centrum.cz*

„ZÁKLADY“ ČÍNSKÉ MATEMATIKY

JIŘÍ HUDEČEK

1 Úvod

Čínská tradiční matematika se až do 16. století vyvíjela odděleně od západní matematiky. Srovnatelnou úlohu, jakou měly v evropské matematice Euklidovy „Základy“, plnila v Číně sbírka výpočetních algoritmů z přelomu letopočtu „**Devět kapitol výpočetních metod**“ (též „Matematika v devíti kapitolách“, „Devět knih aritmetiky“, „Devět kapitol o matematickém umění“ – krátce „Devět kapitol“), čínsky *Jiu zhang suan shu* (Ťiu-čang-suan-šu). Tato kniha a komentář k ní od Liu Huie z roku 263 byly v Číně po více než tisíc let vzorem matematického textu.

Pokusím se představit tento staročínský text podle vlastní bezprostřední zkušenosti s originálem a čínského i evropského bádání o něm a zasadit ho do kontextu vývoje matematiky a čínské kultury jako celku.

2 Vznik matematiky v Číně a pozadí „Devíti kapitol“

V Číně jsou od dynastie Shang (Šang, 17. – 11. st. př. n. l.) doloženy záznamy čísel v desítkové soustavě. Z doby Válčících států (479 – 221 př. n. l.) už je doložena i v nematematické literatuře existence profesionálních počtářů, kteří používali početní tyčinky (*suan*, později označení matematiky jako takové). Tyčinkové číslice (rod numerals) se mění přímo během výpočtu přidáváním a ubíráním tyčinek na určených místech početní desky. Proti psanému počítání je počítání s tyčinkami rychlejší a omezuje vznik chyb. Tyčinkové číslice rozlišovaly sudé a liché řády:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1, 100, ...	𝍠	𝍡	𝍢	𝍣	𝍤	𝍥	𝍦	𝍧	𝍨
10, 1000, ...	𝍩	𝍪	𝍫	𝍬	𝍭	𝍮	𝍯	𝍰	𝍱

Např.: 5226 𝍭𝍡𝍪𝍥.

Rozvoj čínské matematiky je spojen s rozvojem řemesl a silného centralizovaného státu, který potřeboval spravovat daně. Přestože jedna ze staročínských filozofických škol, mohisté, vytvořila náznak logicky ucelené geometrické teorie, celkově neměla matematika nic společného s filozofií. Přísnou logickou argumentaci si ošklivily oba hlavní proudy pozdějšího čínského myšlení, konfuciáni i taoisti.

V době dynastie Han (Chan, 206 př. n. l. – 220 n. l.) vzrostla náročnost administrativy, a tak se mezi vysokými úředníky poprvé objevují zdatní počtáři. Zároveň v čínské filozofii sílí kosmologické spekulace a matematika začala být vnímána jako mocný nástroj v poznání zákonů Nebes. Již na začátku dynastie existovaly neuspořádáné sbírky matematických poznatků, z nichž známe díky archeologickému nálezu z roku 1984 tzv. „Knihu výpočtů“ (*Suan shu shu*, Suan-šu-šu). Během 2. a 1. st. př. n. l. ale byly tyto nesourodé „textlety“ doplněny novými algoritmy, formálně sjednoceny a sestaveny do „Devíti kapitol“. Ačkoli kniha je na první pohled členěna podle oblastí aplikace, ve skutečnosti je hlavním kritériem dělení do kapitol příslušnost algoritmu k některému z devíti stěžejních typů. Struktura knihy je nejlepším dokladem, že její autoři byli zaujati matematikou jako vědou, nikoli jen jako praktickou pomůckou. Text samotný je ale velice stručný, členěný do úloh (otázek), odpovědí a metod, bez jediného náznaku odůvodnění. Vysvětlení byla možná součástí ústní tradice, která se nezaznamenávala.

3 Obsah „Devíti kapitol“

Názvy kapitol jsou odvozeny od názvu základní úlohy/metody, ostatní metody a úlohy v jedné kapitole jsou s ní příbuzné použitím stejného základního principu nebo jako její doplnění.

Pravoúhlá pole – obsah obdélníku, operace se zlomky, obsahy rovinných obrazců převodem na ekvivalentní obdélník (včetně kruhu, úseče a prstence).

Zrno a obilí – konverze pomocí trojčlenky (metoda „Mějme“).

Poměrné díly – rozdělení celku v daných poměrech (zobecněná metoda „Mějme“).

Menší šířka – výpočet strany z obsahu: dělení součtem zlomků (hledání nejmenšího společného násobku), „odmocnění“ čtverce, kruhu, krychle a koule.

Posouzení prací – objemy těles (čtvercová, kruhová a klínovitá), počty pracovníků na stavbu útvarů podle pracovních norem.

Vyrovnaná doprava – dvojitá trojčlenka nebo dvojité poměrné dělení (dělení daňové povinnosti podle dvou kritérií, směsi).

Přebytek a nedostatek – metoda regula falsi (použitá i pro *de facto* soustavu lineárních rovnic, pro aproximaci nelineární závislosti aj.)

Měření vedle sebe – též „Čtvercové tabulky“ – soustavy lineárních rovnic, operace se zápornými čísly.

Kratší a delší odvěsna – Pythagorova věta a její aplikace (včetně kvadratické rovnice).

4 Liu Huiův komentář k „Devíti kapitolám“

Komentovat klasická díla bylo běžné v mnoha tradičních kulturách. Čína je ale ojedinělá v tom, že psaní komentářů se stalo jedním z nejrespektovanějších druhů učenosti a důležitým způsobem sebevyjádření.

Díky vynálezu papíru začátkem 1. st. n. l. se rozšířila dostupnost knih mezi širší učenou veřejnost. Druhým podnětem k psaní komentářů bylo obnovení filozofických a jiných učených diskusí jako aktivity aristokracie začátkem doby rozpadu (220 – 589). Většina nejstarších komentářů k čínským klasickým spisům pochází z 2. a 3. st. n. l.

V této atmosféře vznikl i první komentář k „Devíti kapitolám“. O životě Liu Huie, jeho autora, nevíme s jistotou vůbec nic. Lze říci, že svým komentářem k „Devíti kapitolám“ vytvořil teoretický základ čínské „algebry v algoritmickém kontextu“ (Karine Chemla). Byl přesvědčen o univerzálnosti matematiky, kterou kniha prezentuje, a o existenci základního zdroje, ze kterého všechny matematické metody vycházejí. Tímto zdrojem-kmenem pro něj bylo „uvádění do spojení“ čísel, která jsou různě vyjádřena, převodem na společnou jednotku („přizpůsobováním a sjednocováním“).

Liu Huiův komentář se pokouší vyjasnit obsah pojmů, které používá klasický text i on sám. Nejsou to ale definice sloužící k budování uzavřeného logického systému. Podobně sice ověřuje algoritmy klasického textu, necítí ale potřebu formálního důkazu. Jeho programem je kombinovat „rozbor principů pomocí vět a rozklad těles s využitím obrázků“ tak, aby vysvětlil „myšlenku“ (*yi*) klasického textu, příp. svoji vlastní.

Liu Huiův komentář obsahuje i jeho vlastní výsledky, nejznámější je jeho výpočet π bisekcí n-úhelníků a řešení soustavy lineárních rovnic úpravami na rozšířenou jednotkovou matici. Liu Hui používal naivní pojem limity, díky němuž se při dovození některých netriviálních geometrických vztahů vyhnul filozofickým obtížím nekonečna.

5 Jak překládat a chápat čínský matematický jazyk

Klasická čínština je izolační, převážně jednoslabičný jazyk. Slovní druhy nejsou morfologicky odlišeny a stejné slovo může vystupovat v různých syntaktických funkcích, proto například *cheng* (čcheng) může znamenat „násobit“ i „součin“. Kromě obecných potíží spojených s překládáním klasické čínštiny (polysémie, vágnost) přinášejí matematické texty specifické problémy:

Nejasná nebo komplikovaná modalita – texty metod lze chápat jako předpisy, ale také jako popis vztahů. Tato dichotomie je ale možná umělá. V komentářích je časté používání modálních sloves – *dang* (tang) „je v souladu s realitou“, *yi* (i) „je správné/vhodné“, *bi* (pi) „nezbytně/nutně“, *ke* (kche) „je možné/přijatelné“.

Termíny – čínské matematické termíny mají svébytné konotace (souvislost s polysémií) a obsah. Obecně jsou méně symbolické a více spjaté s praxí, tj. manipulacemi na početní desce. Například dělenec – „plné“, též základ odmocniny nebo absolutní člen v soustavě lineárních rovnic. „Objektivní“ povaha matematiky často svádí k volbě dnes používaného názvu, i když se tím komplikuje jeho pochopení v kontextu.

Synonymie – na rozdíl od moderní matematiky běžně několik způsobů zápisu podobných nebo totožných operací/objektů. Typicky u sčítání – *jia* (ťia), *bing* (ping), *he* (che), *cong* (cchung). Fakt, že z dnešního hlediska se jedná o totéž, může zastřít faktické rozdíly, například ve vztahu k tyčinkám na početní desce.

Rozkolísanost – komplikovanost obsahu a časté opakování podobných úseků vedlo méně schopné opisovače k tvorbě chyb, které znejisťují čtenáře a někdy neumožňují pochopit význam textu. Je nutné se opírat o kritické edice a zároveň být schopen ověřit si matematickou přijatelnost jejich výkladu.

Literatura

[1] Berezkina, Elvira Ivanovna**:** *Matematika drevnego Kitaja*. Izdatěl'stvo Nauka, Moskva 1980.

[2] Chemla, Karine: *History of Mathematics in China: A Factor in World History and a Source for New Questions*. Documenta Mathematica 1998:3, s. 789 – 798.

[3] Chemla, Karine, Guo Shuchun: *Les Neuf chapitres*. Dunod, Paris 2004.

[4] Guo Shuchun (ed.) *Hui jiao Jiu zhang suan shu.* [Kritické vydání „Devíti kapitol“]. Liaoning Jiaoyu Chubanshe – Taiwan Chiu-chang Chu-ban-she, Shenyang-Taipei 2004.

[5] Cullen, Christopher: *Learning from Liu Hui? A Different Way to Do Mathematics*. Notices of the AMS **49** (2002), 783–790.

[6] Li Yan, Du Shiran: *Chinese Mathematics. A Concise History*. Clarendon Press, Oxford 1987.

[7] Needham, Joseph: *Science and Civilisation in China, Vol. III*. Cambridge UP, Cambridge 1959.

[8] Shen Kangshen, Crossley, J., Lun, A. W.-C.: *The Nine Chapters on the Mathematical Art. Companion and Commentary*. Oxford UP – Science Press, Oxford-Beijing 1999.

[9] Wagner, Donald B.: *Doubts concerning the attribution of Liu Hui's commentary on the Chiu-chang suan-shu*. Acta Orientalia **39**(1978):199-212. http://www.staff.hum.ku.dk/dbwagner/LiuHui/LiuHui.html

Adresa

Jiří Hudeček
Neapolská 325, 109 00 Praha 10
e-mail: *hujirui@gmail.com*

PŘÍSPĚVEK ČESKÝCH MATEMATIKŮ K TEORII PRAVDĚPODOBNOSTI

MAGDALENA HYKŠOVÁ

1 Úvod

Cílem přednášky je připomenout některé zajímavé příspěvky českých matematiků k teorii pravděpodobnosti v období do poloviny 20. století. Důraz je kladen na jejich zařazení do širšího kontextu různých pravděpodobnostních interpretací.

2 Logická interpretace pravděpodobnosti

2.1 Bernard Bolzano (1781 – 1848) a jeho odkaz

Nejprve připomeňme, že zajímavé a originální myšlenky týkající se teorie pravděpodobnosti zformuloval Bernard Bolzano ve svých pracích [1] a [2]. V druhé z uvedených prací Bolzano buduje teorii pravděpodobnosti jako rozšíření deduktivní logiky a nedílnou součást celé logické teorie. Z dnešního pohledu patří jeho pojetí do oblasti *logické interpretace pravděpodobnosti*, kterou rozvíjeli mnohem později W. E. Johnson, J. von Kries, J. M. Keynes, H. Jeffreys, L. Wittgenstein, F. Waismann, R. Carnap a další.

V roce 1929 se v Praze uskutečnila konference o epistemologii exaktních věd, jež je dnes známá především díky programovému prohlášení tzv. *Vídeňského kroužku*, které na ní bylo předneseno. Kromě toho zde však zazněla řada zajímavých přednášek věnovaných základům matematiky, logiky a vědy jako takové. Pro nás je v tuto chvíli důležité, že na konferenci bylo zmíněno i jméno B. Bolzana, a to jednak v přednášce F. Waismanna, jednoho z členů Vídeňského kroužku, jednak v diskusním příspěvku W. Dubislava, který přímo porovnal Bolzanovo a Waismannovo pojetí pravděpodobnosti. Vzhledem k tomu, že logická interpretace pravděpodobnosti byla budována právě členy Vídeňského kroužku, lze předpokládat, že přinejmenším od této konference byla Bolzanova práce známa a mohla ovlivnit další vývoj.

3 Subjektivní interpretace pravděpodobnosti

3.1 Václav Šimerka (1818 – 1887)

V subjektivní interpretaci pravděpodobnosti je pravděpodobnost chápána jako stupeň osobního přesvědčení či víry v některou z možností. Nejznámějšími představiteli tohoto směru jsou F. P. Ramsey a B. de Finetti, kteří jej rozvíjeli v první polovině 20. století. Podobné myšlenky však lze nalézt již v práci *Síla přesvědčení* [12] Václava Šimerky, která byla uveřejněna v roce 1882.

4 Objektivní přístupy k teorii pravděpodobnosti

4.1 Geometrické pravděpodobnosti

Nejvýznamnějším českým matematikem zabývajícím se teorií pravděpodobnosti, byl bezpochyby Bohuslav Hostinský (1884 – 1951). V přednášce bude připomenuta pouze jeho práce [4] věnovaná geometrickým pravděpodobnostem. Rovněž bude zmíněna kniha [3] Emanuela Czubera (1851 – 1925).

4.2 Četnostní interpretace pravděpodobnosti

Teorii pravděpodobnosti chápané jako relativní četnost jevů určitého typu budovali především R. L. Ellis, J. Venn, R. von Mises a E. Kamke. Z českého prostředí bude v této souvislosti zmíněna dvojice drobných článků [8], [9] Karla Rychlíka (1886 – 1968).

4.3 Kolmogorovova axiomatická teorie pravděpodobnosti

První učební text v českých zemích – a jeden z prvních ve světě – založený na Kolmogorovově axiomatické teorii publikoval v roce 1938 Karel Rychlík [10]. Za zmínku rovněž stojí dvojice článků [6], [7] Otomara Pankraze (1903 – 1976), věnovaných základům teorie pravděpodobnosti. Pankraz zde kritizuje Kolmogorovovy axiomy a uvádí jiné, které pravděpodobnost zavádějí jako funkci dvou argumentů. Citace Carnapa a Waismanna nás vede zpět na začátek tohoto příspěvku, k logické interpretaci pravděpodobnosti.

Literatura

[1] Bolzano, B.: *Lehrbuch der Religionswissenschaft*. Sulzbach, 1834.

[2] Bolzano, B.: *Wissenschaftslehre.* Sulzbach 1837 [dokončeno kolem roku 1830].

[3] Czuber, E.: *Geometrische Wahrscheinlichkeiten und Mittelwerte*. Teubner, Leipzig 1884 [francouzský předklad: 1902]

[4] Hostinský, B.: *Geometrické pravděpodobnosti*. JČMF, Praha 1926.

[5] Mačák, K.: *Vývoj teorie pravděpodobnosti v českých zemích do roku 1938*. Ústav pro soudobé dějiny AV ČR, Praha 2005.

[6] Pankraz, O.: *O axiomech pravděpodobnosti*. In: Rozpravy Jednoty pro vědy pojistné, Praha 1939, 38–69.

[7] Pankraz, O.: *O pojmu pravděpodobnosti*. Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky **69**(1940), D73–81, D161–165.

[8] Rychlík, K.: *Poznámka k Böhmerovým nepravidelným posloupnostem*. Rozpravy ČAVU **43**(1933), Nr. 8, 4 pp.

[9] Rychlík, K.: *Bemerkung zu regellosen Folgen von Böhmer*. Bulletin internat. Acad. Boheme **34**(1933), pp. 15–16 [zkrácená verze článku [8]].

[10] Rychlík, K.: *Počet pravděpodobnosti*, JČMF, Praha 1938.

[11] Saxl, I.: *Filosofické interpretace pravděpodobnosti*. In: *Matematika v proměnách věků III*, VCDV, Praha 2004.

[12] Šimerka, V.: *Síla přesvědčení. Pokus v duchovní mechanice*. ČPMF **11**(1882), 75–111.

Adresa

RNDr. Magdalena Hykšová, Ph.D.
Katedra aplikované matematiky
Fakulta dopravní ČVUT
Na Florenci 25
110 00 Praha 1
e-mail: *hyksova@fd.cvut.cz*

OD PLATÓNSKYCH TELIES K ESCHEROVÝM JAŠTERICIAM

LUCIA ILUCOVÁ

1 Pojem teselácia

Pod pojmom *rovinná teselácia* (planar tessellation) rozumieme pokrytie roviny útvarmi, ktoré sa neprekrývajú a nie sú medzi nimi medzery. (Pre *n*-rozmerný priestor je možné analogicky definovať *n-rozmernú teseláciu*.) Okrem pojmu *tessellation* sa v anglicky písanej literatúre používajú aj ďalšie pojmy ako napríklad *tiling*, *mosaic* alebo *parquetting*. Útvary vytvárajúce teseláciu sa nazývajú *cely* (alebo bunky); ak je teselácia vytvorená opakovaním jedného útvaru, hovoríme o *protocele*.

Príroda (živá i neživá) je plná reálnych teselácií, teda systémov ciel vyplňujúcich priestor a oddelených od seba určitou hranicou. Nefigurujú len napríklad ako súčasť „výzdoby" zvierat (koža žirafy, pancier korytnačky), ale i vo vnútri živých organizmov (bunkové tkanivo) a takisto ako model pre prostredie, v ktorom žijú (včelí úľ, teritória zvierat). Analógiou teritórií v ľudskej spoločnosti je napr. územno-správne členenie krajiny či rozdelenie zón vplyvu v ekonomickej oblasti. Zaujímavou problematikou z oblasti neživej prírody sú kryštály a polykryštály a odhad ich vlastností.

2 Matematika teselácií

Problematika teselácií je veľmi rozsiahla; objavujú sa rôzne problémy (a rozširuje sa terminológia) podľa disciplíny, ktorá používa teselácie ako model. Preto je možné spomenúť len tie matematické poznatky, ktoré sú úzko previazané s historickým prehľadom [2, 3].

Zvláštne postavenie má špeciálna skupina teselácií nazývaných *Voronoiove teselácie*. Jednotlivé cely takejto teselácie vytvárajú množiny bodov, ktorých vzdialenosť od centra (generátora) danej cely je menšia ako vzdialenosť od iných centier; hranicu cely potom vytvárajú body, ktorých vzdialenosť je rovnaká od viacerých centier.

Fascinujúcim javom symetrických teselácií sú *grupy symetrií*. Predstavujú významnú kapitolu nielen v kryštalografii, ale i zdroj inšpirácie a skúmania v umení.

3 Teselácia v umení a architektúre

Najznámejšími ukážkami ľudskej tvorivosti spätej s teseláciami sú pravdepodobne palácový komplex Alhambra v španielskej Granade a tvorba holanského grafika M. C. Eschera (podrobný životopis a tvorbu popisuje [1]). Vytváranie teselácií je však spojené s celou históriou ľudstva. Najprv to boli náhodné teselácie vo forme nalámaných kameňov pri stavbe opevnení a obydlí. To sa postupne zdokonaľovalo a ľudia začali vyzdobovať interiér i exteriér nielen verejných budov a modlitební, ale aj vlastných príbytkov. A tak sa môžeme nadchýňať krásnymi mozaikovými obloženiami stien, stropov a podláh, okennými vitrážami či dláždením ulíc a námestí.

Je potrebné podotknúť, že Escher nebol zďaleka prvý, vo výtvarnej tvorbe ktorého sa teselácie prvýkrát vyskytli. Používanie päťuholníkov v spojení s kosoštvorcami sa vyskytlo už v práci A. Dürera. Ďalším autorom využívajúci motív teselácií bol rakúsky maliar, architekt a dizajnér K. Moser, ktorého tvorba má výrazne „escherovské" črty, hoci pochádza už zo začiatku 20. storočia. (Je zaujímavé, že Escher sa s Moserovou tvorbou zoznámil až dosť neskoro.)

4 História teselácií

Začiatok* matematického výskumu teselácií je možné spojiť s predstavami atomistickej teórie Leukipa a Demokrita a s platónskymi telesami, ktoré sa objavili v diele *Timaios* a podľa Platóna mali vytvárať celý svet.

Teselácie sa objavujú aj u astronóma Abu'l Wafa'al Buzjani (10. stor.) rozložené na sférickej ploche, či priestorové v *De Geometria speculativa* T. Bradwardinea (14. stor.). Pravdepodobne prvou úspešnou matematickou štúdiou zaoberajúcou sa teseláciami je však až *Harmonices Mundi* J. Keplera z roku 1619.

Voronoiovu teseláciu generovanú bodmi využil R. Descartes pri popise usporiadania hmoty v slnečnej sústave (17. stor.) alebo lekár J. Snow pre ilustráciu šírenia cholerovej epidémie v 19. storočí v londýnskom Soho. Špeciálne formy teselácií v dvoj-, troj a *n*-rozmernom prípade použili P. G. L. Dirichlet (1850) a G. F. Voronoi (1908) pri štúdiu pozitívne kvadratických foriem.

Ďalšia etapa výskumu je v 19. storočí úzko spätá s výsledkami z oblasti kryštalografie, s teóriou kryštalografických grúp (napr. E. S. Fedorov, A. Schönfliess, A. V. Schubnikov, N. V. Belov). Teselácie sú predmetom aj 18. Hilbertovho problému (1900).

Jedným zo zaujímavých problémov posledných desaťročí je jav aperiodicity v teseláciách, ktorý sa objavuje v práci R. Penrosea, alebo objavovanie nových útvarov, ktorých opakovaním možno teseláciu vytvoriť (M. Rice). Najsystematickejším a najrozsiahlejším prehľadom teórie teselácií je publikácia [2], ktorá vznikla na základe spolupráce dvojice matematikov G. C. Shepharda a B. Grünbauma.

Súčasnosť výskumu teselácií je úzko spojená s možnosťou využitia teselácií ako modelu v rôznych disciplínach (biológia, materiálové inžinierstvo, fyzika pevných látok, etológia, sociálne a ekonomické vedy, ...).

Literatúra (základná)

[1] Bool, F. H., Ernst, B., Kist, J. R., Locher, J. L., Wierda, F.: *Escher. The Complete Graphic Work.* Thames & Hudson, New York 2000.

[2] Grünbaum, B., Shephard, G. C.: *Tilings and Patterns.* W. H. Freeman and Company, New York 1987.

[3] Coxeter, H. S. M.: *Introduction to Geometry.* J. Wiley & Sons, New York 1989.

Adresa

RNDr. Lucia Ilucová
Matematický ústav AV ČR, Žitná 25, Praha 1
e-mail: *ilucova@gmail.com*

* Datovanie „začiatku" výskumu a využívania teselácií ako modelu závisí od predstavy, čo všetko chápeme ako teseláciu.

FIBONACCIHO ČÍSLA

MARTINA JAROŠOVÁ

1 Leonardo Pisánský – Fibonacci

V první části mého příspěvku bych ráda prezentovala několik základních historických faktů o samotném Fibonaccim – Leonardu Pisánském. Představím jeho nejznámější spis Liber abaci (Kniha o abaku) z roku 1202. Fibonacciho čísla si přiblížíme pomocí oblíbené úlohy o králících.

2 Příroda a Fibonacciho čísla

Dále pohovořím o některých zajímavých výskytech Fibonacciho čísel v přírodě. Budeme se zabývat otázkami jak z oblasti zoologie, tak z oblasti botaniky. Např.: rodokmenem včely medonosné, Fibonacciho čtyřúhelníky, spirálami u některých plžů, počty okvětních lístků, uspořádáním semen v terči, postavením listů na stonku květin, …

3 Abstraktní matematické modely pro interpretaci Fibonacciho čísel

V této sekci popíšeme existenci mnoha souvislostí Fibonacciho čísel s biologií pomocí abstraktních modelů. Uvedené modely jsou čistě hypotetické a ukazují, z jakých jednoduchých genetických podmínek mohou Fibonacciho čísla vyvstávat. Zkonstruujeme například abstraktní model, jehož biologickou interpretací jsou Fibonacciho králíci, dále model, jehož biologickou interpretací je rodokmen včely medonosné atd.

4 Další zajímavosti

Závěrem uvedu několik algebraických problémů týkajících se Fibonacciho čísel.

Literatura

[1] Bečvář, J.: *Leonardo Pisanský – Fibonacci*. Dějiny matematiky, svazek 19, 2001, 264–339.

[2] Hoggat, V. E. Jr.: *Fibonacci and Lucas Numbers*. Houghton Mifflin Company, Boston, 1969.

[3] Koshy, T.: *Fibonacci and Lucas numbers with applications*. John Wiley & Sons, Inc. New York, 2001.

[4] Křížek, M. – Luca, F. – Somer L.: *Aritmetické vlastnosti Fibonacciových čísel*. Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, roč. 50, č. 2, 2005.

[5] Ribenboim P.: *The new book of prime numbers records*. Springer Verlay, 1996.

[6] Vorobiev, N. N.: *Fibonacci Numbers*. Birkhäuser Verlag, Basel, 2002.

[7] Zylinski, E.: *Numbers of Fibonacci in Biological Statistics*. Atti del Congr. internaz. matematici 4, 1928, 153–156.

[8] Knott, R.: *Fibonacci Numbers and Nature* [online]. c1996–2006, poslední revize 19.10.2005 [cit. 21.06.2006]. <http://www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci/fibnat.html>.

[9] *The Fibonacci Sequence* [online]. c1997–2006, [cit. 1.3.2006]. <http://www.mathacademy.com/pr/prime/articles/fibonac/index.asp>.

Adresa

Mgr. Martina Jarošová
Katedra matematiky, Přírodovědecká fakulta MU
Janáčkovo nám. 2a, 662 95, Brno, ČR
e-mail: *mjarosov@math.muni.cz*

TOPOLOGICKÉ POJETÍ KŘIVKY

LIBOR KOUDELA

1 Tradiční pojetí rovinné křivky

Vývoj matematické analýzy v 19. století ukázal hranice intuitivního chápání křivky postaveného na geometrickém názoru. Definici křivky, která se sice ukázala příliš obecnou, ale v mnoha ohledech dodnes vyhovuje, podal Camille Jordan (1838 – 1922) v díle Cours de l'analyse. Křivkou se zde rozumí množina bodů, jejichž souřadnice jsou spojitými funkcemi parametru t □ [0, 1].

Jiné pojetí křivky spojené se jménem Georga Cantora (1845 – 1918) vychází z teorie množin. Křivka je definována jako rovinné kontinuum neobsahující žádné vnitřní body.

2 Cesta k topologické definici křivky

2.1 Příklady ukazující na přílišnou obecnost tradičního pojetí

Giuseppe Peano (1838 – 1932) popsal v roce 1890 spojité zobrazení intervalu [0, 1] na čtverec [0, 1] x [0, 1], které vyhovuje Jordanově definici křivky. V následujících letech byly ukázány další příklady křivek vyplňujících část plochy nebo prostoru, souhrnně dnes označovaných jako Peanova křivka.

Zygmunt Janiszewski (1888 – 1920) přinesl příklad cantorovské křivky neobsahující žádný oblouk. Další příklady objektů odporujících intuitivní představě a vyhovujících tradiční definici křivky pocházejí od Waclawa Sierpińského (1882 – 1969).

2.2 Hahnova – Mazurkiewiczova věta

Hans Hahn (1879 – 1934) a Stefan Mazurkiewicz (1888 – 1945) stanovili nezávisle vlastnosti charakterizující spojitý obraz uzavřeného intervalu a spojující jordanovský a cantorovský přístup ke křivce. H-M věta: Každé lokálně souvislé metrizovatelné kontinuum je spojitým obrazem uzavřeného jednotkového intervalu.

Literatura (výběr)

[1] Engelking, R.: *General Topology*. PWN, Warszawa 1977.

[2] Sagan, H.: *Space-Filling Curves*. Springer-Verlag, New York 1994.

[3] Charatonik, J.: *History of Continuum Theory*. In: *Handbook of the History of General Topology*, Vol.2. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1998, 703–786.

Adresa

Mgr. Libor Koudela
Univerzita Pardubice
Ústav matematiky
Studentská 84
532 10 Pardubice
e-mail: *libor.koudela@upce.cz*

POČÁTKY MATEMATICKÉ LOGIKY A TEORIE MNOŽIN V ČESKOSLOVENSKU

ELIŠKA KOZÁKOVÁ

1.1 Počátky logiky

První zmínky o studiu logiky jako samostatné vědní disciplíny v našich zemích sahají do období vrcholného středověku (13.-15. století). V rámci tehdejší křesťanské filozofie - scholastiky - byla logika vyučována na nově vznikajících univerzitách, a to v prvních třech letech studia na artistických fakultách jako součást trivia (jež zahrnovalo gramatiku, rétoriku a dialektiku). Se založením Karlovy univerzity se tak výuka logiky dostala na vyšší úroveň. V úvodu jejího studia byl vykládán traktát P. Hispánského (1205-1277) *Summulae Logicales*, postupně žáci prostudovali celé Aristotelovo *Organon*. Vlastními myšlenkami přispěl k vývoji logiky Stanislav ze Znojma (?-1415). Některé jeho úvahy byly však do jisté míry podřízeny teologii.

V období 16.-17. století spojeném s kritikou scholastiky a v souvislosti s tím i aristotelské logiky se na naše území dostává tzv. ramistická logika podle francouzského myslitele P. Rama (1515-1572). Velký vliv ale neměla, až do 19. století stále přetrvávala tradiční logika. V 17. století se objevuje řada úvah předcházejících počátky moderní (matematické) logiky; zájem o otázky metodologické povahy a snahy o koncepci univerzálního jazyka. V této souvislosti je logické problematice věnován spis Jana Ámose Komenského (1592-1670) s názvem *Všeobecné trojumění*.

1.2 B. Bolzano a K. Gödel

Průkopníkem logické sémantiky a moderních matematických metod byl pražský rodák Bernard Bolzano (1781-1848); ten se např. jako první vědomě opírá o pojem proměnné. Své výsledky B. Bolzano shrnul v čtyřdílné učebnici logiky a metodologie vědy *Vědosloví*. V souvislosti s počátky teorie množin připomeňme nejvýznamnější Bolzanovu knihu *Paradoxy nekonečna*, která je považována za jedno z největších matematických děl 19. století.

Je zde též třeba zmínit patrně nejvýznamnějšího logika 20. století, rakouského matematika a fyzika a brněnského rodáka Kurta Gödela (1906-1978). K. Gödel v roce 1930 dokázal proslulou větu o úplnosti predikátového kalkulu prvního řádu, jeho nejslavnějšími výsledky jsou dvě věty o neúplnosti (1931), jimiž dokázal nerealizovatelnost Hilbertova programu. Později podal důkaz relativní bezespornosti axiomu výběru a zobecněné hypotézy kontinua. Viz [6].

1.3 Počátky teorie množin

První české pojednání o množinách publikoval roku 1884 Matyáš Lerch (1860-1922) pod názvem *Příspěvek k nauce o množinách bodů v rovině.* Zde je poprvé použit termín množina, dále Lerch užívá např. slova mohútnost. Významnější práce z teorie množin se však v české literatuře objevují až na počátku 30. let 20. století. V roce 1931 je v Petrově *Integrálním počtu* otištěn dodatek Vojtěcha Jarníka (1897-1970) *Úvod do teorie množství*. O pět let později je vydána kniha Eduarda Čecha (1893-1960) *Bodové množiny*, která byla prvním pokusem o českou učebnici teorie množin. E. Čech též značně přispěl k vytváření české terminologie. V této době se však jednalo pouze o naivní teorii množin.

1.4 Matematická logika a axiomatická teorii množin

Před rokem 1945 nebylo v československé logice dosaženo významnějších výsledků. Převládala tradiční logika, myšlenky moderní logiky sem začaly pronikat až po druhé světové válce (M. Katětov, O. Zich). Tento pozitivní vývoj byl však utlumen po únoru 1948 („buržoazní pavěda sloužící zájmům světové reakce“). Jako obrana před negativním postojem byla matematická logika zařazena mezi matematická odvětví, což k ní umožnilo alespoň omezený přístup. V této době vzniká nová generace českých logiků (K. Berka, K. Čulík, O. Weinberger, V. Filkorn). Řadu let však přetrvává výuka podle sovětských učebnic podmíněná ústupky vládnoucí ideologii. Systematičtějšímu studiu logiky u nás připravila půdu roku 1953 celostátní konference o logice, o čtyři roky později byla založena samostatná katedra logiky na Filozofické fakultě UK.

Zakladatelem matematické logiky a axiomatické teorie množin v Československu je považován Ladislav Svante Rieger (1916-1963), který přistupoval k logickým otázkám algebraicky (aplikací výsledků teorie Booleových algeber). V teorii množin navazoval zejména na Gödelovu práci [5], jež byla v dané době u nás stěžejním studijním materiálem z této oblasti. Riegrovým zásadním problémem byl omezený přístup k odborné literatuře a s tím spojená izolovanost vzhledem ke světové matematice.

Výzkum v obou matematických disciplínách však začal být rozvíjen až po Riegrově smrti. Do velké míry byl ovlivněn Gödelovými výsledky (řadu let se např. pracovalo v Gödelově axiomatické teorii množin). Petr Vopěnka (nar. 1935) navázal na Riegrův seminář z teorie množin vedený na MFF UK, jenž se tak stal světově uznávanou množinovou školou. Mezi Vopěnkovy nejvýznamnější výsledky patří důkaz nezávislosti hypotézy kontinua v Gödelově teorii množin a zavedení tzv. alternativní teorie množin na základě pojmu polomnožiny.

Matematická logika byla rozvíjena zejména Riegrovými bývalými aspiranty Petrem Hájkem (nar. 1940) a Jiřím Bečvářem (1926-1999). P. Hájek se nejprve zabýval aplikovanou matematickou logikou, z jeho podnětů vznikla jedna z prvních data miningových metod GUHA. Dále se věnoval metamatematice aritmetiky, inspirované Gödelovými větami o neúplnosti, která se též dostala na světovou úroveň. J. Bečvář se věnoval základům výpočetních procesů a struktur a teorii lambda kalkulu. Na závěr zmíníme úspěšné výsledky Osvalda Demutha (1936-1988) a jiných v konstruktivní matematice, především v konstruktivním integrálním počtu.

Literatura

[1] Berka, K: *Stručné dějiny logiky*. UK, Praha 1994.

[2] Berka, K: *Vývoj logiky v ČSR v letech 1945-1953.* In: *Věda v Československu 1945-1953*. Karolinum, Praha 1999, 499-505.

[3] Drbohlav, K: *Algebra, logika a teorie množin.* PMFA **32** (1987), 78-85.

[4] Fuchs, E.: *Teorie množin pro učitele*. MU, Brno 2000.

[5] Gödel, K.: *The consistency of the axiom of choice and of the generalized continuum hypothesis with the axioms of set theory.* Annals Math. Studies, No. 3, Princeton 1940.

[6] Malina, J. a Novotný, J. (ed.): *Kurt Gödel.* NAUMA, Brno 1994.

Adresa

RNDr. Eliška Kozáková
KDM MFF UK, Sokolovská 83, 186 75 Praha 8
e-mail: *kozakova@karlin.mff.cuni.cz*

GIBBSŮV EFEKT A JEHO OBJEVITELÉ

K. F. ŽITNÝ, J. KOZÁNEK

V roce 1899 J. W. Gibbs - [3], v reakci na dopis, který do časopisu Nature zaslal americký fyzik A. A. Michelson - [2], se zabýval "znepokojujícím" chováním částečných součtů Fourierových řad, které je dnes nazýváno Gibbsovým efektem.

Michelson zkonstruoval "harmonic analyser", s jehož pomocí chtěl reprezentovat částečné součty (až do n ~ 80) Fourierových řad pro graficky zadané funkce. Byl překvapen, když místo získání grafu funkce analyzátor tvrdošíjně kreslil v blízkosti bodu nespojitosti výrazné odchylky. Toto chování Fourierových řad bylo poprvé zjištěno Wilbrahamem – [1] v roce 1848. Gibbs tento jev vysvětlil jako nestejnoměrnou konvergenci Fourierových řad v okolí bodu nespojitosti studované funkce. Byl schopen ukázat, že "overshoot" nezmizí ani tehdy, když počet členů řady roste nade všechny meze.

Významnou osobností, která se zabývala tímto jevem byl Gronwall - [8], který v roce 1912 uveřejnil rozsáhlou práci o Gibbsově efektu, která dodnes představuje jeden z nejvýznamnějších příspěvků a byla vysoce oceněna v souhrnném, fundamentálním článku Hewitt E., Hewitt R. E. - [10]. Některé výsledky z Gronwallova článku byly studovány D. Jacksonem, E. Landauem - [9] a dalšími.

Ještě předtím, Gibbsův efekt byl vyšetřován, 7 let po Gibbsově dopisu, Bôcherem v roce 1906 – [4], který také tento termín zavedl.

V roce 1928 se Z. Zalcwasser – [7] zabýval nestejnoměrnou konvergencí Fourierových řad. V příspěvku bude zhodnocen také přínos dalších vynikajících matematiků, kteří se Gibbsovým jevem zabývali, jako jsou např. H. S. Carslaw – [6], R. G. Cooke a H. Weyl.

Dnes je tento jev široce znám; je ale třeba zdůraznit, že jeho podstata není výlučně spojena s aproximací trigonometrickými fukcemi, ale že se vyskytuje v obecnějším rámci aproximací založených na principu minima nejmenších čtverců. Rozsáhlý článek, týkající se této problematiky byl nedávno publikován v SIAM Review od autorů D. Gottlieb, Ch.-W. Shu - [12].

Literatura

[1] Wilbraham, H.: *On a certain periodic function*, Cambridge & Dublin Math. J., **3**, 1848, pp. 198-201.

[2] Michelson, A. A.: Letter in *Nature*, **58**, 1898, pp.544-545.

[3] Gibbs, J. W.: Letter in *Nature*, **59**, 1898-1899, p. 606.

[4] Bôcher, M.: *Introduction to the theory of Fourier's series*, Ann. of Math., (2), **7**, 1905-1906, pp. 81-152.

[5] Moore, C. N.: *Note on Gibbs' phenomenon*, Bull. Amer. Math. Soc., **31**, 1925, pp. 417-419.

[6] Carslaw, H. S.: *A historical note on Gibbs' phenomenon in Fourier's series and integrals*, Bull. Amer. Math. Soc., **31**, 1925, pp. 420-424.

[7] Zalcwasser, Z.: *Sur le phénomène de Gibbs dans la théorie des séries de Fourier des fonctions continues*, Fund. Math., **12**, 1928, pp. 126-151.

[8] Gronwall, T. H.: *Zur Gibbschen Erscheinung*, Ann. of Math., (2), **31**, 1930, pp. 232-240.

[9] Landau, E.: *Űber eine trigonometrische Ungleichung*, Math. Zeit, **37**, 1933, p. 36.

[10] Hewitt, E., Hewitt, R. E.*: The Gibbs-Wilbraham Phenomenon: An Episode in Fourier Analysis,* Archive for History of Exact Sciences, **21**, 1979, pp. 129-160.

[11] Foster, J., Richards, F. B.: *The Gibbs Phenomenon for Piecewise-Linear Approximation*, AMM, **98**, 1991, pp. 47-49.

[12] Gottlieb, D., Shu, Ch.-W.: *On the Gibbs Phenomenon and its Resolution*, SIAM Rev., **39**, No 4, 1997, pp.644-668.

Adresa

Ing. Jan Kozánek, CSc.
Ústav termomechaniky AV ČR
Dolejškova 5
182 00 Praha 8
e-mail: *kozanek@it.cas.cz*

O ŠKOLNÍM GEOMETRICKÉM KRESLENÍ

MARIE KUPČÁKOVÁ

1 Úvodem

Geometrické kreslení na školách má bohatou historii. Informace o něm však nenajdeme v publikacích matematických, ale spíše ve starších spisech týkajících se předmětu zvaného „Kreslení“. Tedy předmětu, který se ze školních osnov vytratil a nebyl žádným jiným adekvátním nahrazen. Jeho výtvarná složka se bohatě rozvinula v novém předmětu „Výtvarná výchova“, ale geometrické kreslení jako součást všeobecného vzdělání se již bohužel nepěstuje, nerozvíjí. Rýsování je považováno za méněcenné, ornament za přežitek. Vyhrocený vztah výtvarníků ke geometrii v minulosti vedl i k tomu, že byla zcela zavržena perspektiva a s ní i znalost vlastností středového promítání.

Tento příspěvek je nahlédnutím do minulosti, z níž jsme čerpali náměty pro školu současnou.

2 Z historie perspektivního kreslení

Teoretické základy školního kreslení s užitím lineární perspektivy položil anglický matematik Brook Taylor (1685–1731). Roku 1715 vydal knihu – „traktát“ –, kde bylo uvedeno v podstatě vše, co dnes tvoří základ středového promítání v deskriptivní geometrii. Ale už před ním, v roce 1693, žádal anglický realista John Locke (1632–1704), aby každý mladík z tzv. vyšších stavů *„měl tolik zručnosti a tolik znalostí perspektivy, aby dobře nakreslil libovolný viděný předmět,“* [2].

V roce 1762 vyšlo ve Francii dílo J. J. Rousseaua (1712–1778) *Emil ou de l’ Education.* Reprezentant francouzského osvíceneckého realismu 18. století v něm říká, že konečným účelem kreslení není technická obratnost, ale to, se že upevňuje a vyjasňuje znalost věcí. Rousseau vyzýval ke kreslení podle skutečnosti, které je založené na uvědomělém pozorování předmětů a jevů tak, jak je oko skutečně vidí, výsledkem je tedy perspektivní kresba.

V druhé polovině devatenáctého století bylo nejpalčivějším problémem ve vyučování kreslení hledání vhodné formy pro výuku perspektivy. Vládl dvojí názor. Má být obraz konstruován jako perspektivní průmět z hlediska deskriptivní geometrie, nebo se má kreslit přímo podle skutečnosti bez pomocné roviny? K eventuálním pokusům pracovat obojím způsobem napsal Alois Studnička v „Českém Kreslíři I.“: *„Domnívá-li se někdo, že lze u dětí učiti perspektivě zároveň podle názoru i podle konstrukce na základě skleněné obrazny, kterouž se má vésti síť nití, ten se buď perspektivě neučil nebo teprve na stará kolena. Tedy buď jen podle pouhého názoru, neb jen na základě konstrukce.“*

Nový směr pro vyučování kreslení tehdy přišel z Ameriky. Myšlenky svých kolegů (Clark, Hicks, Perry) shrnul a upravil jako metodu Louis Prang (v letech 1880 –1893). Jeho objemný spis s názvem *Základy umělecké výchovy se zvláštním zřetelem ke kreslení dle přírody* (u nás jej přeložili J. Patočka a L. Bílý) [3] by mohl být i dnes zajímavý, bohužel jej však v knihovnách nenajdeme (jako v podstatě většinu starých pedagogických spisů, které vždy „nová“ doba likvidovala).

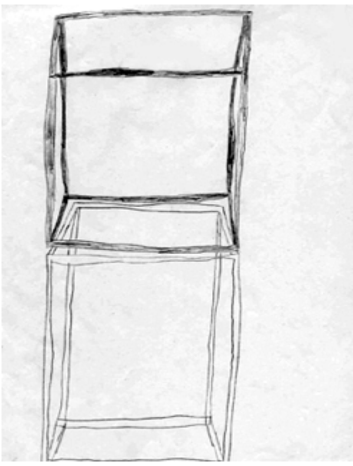
Na konci 19. století musel v Rakousku každý budoucí učitel absolvovat předmět „Kreslení od ruky“, který obsahoval kreslení podle předloh, základy perspektivy, kreslení podle názoru, stínování a modelování. Jak výtvarníci trpce poznamenávají, na učitelských ústavech učili kreslení „neodborníci“ (matematici, fyzici, přírodovědci), kteří si jeho hodinami doplňovali úvazek (viz Pedagogické rozhledy XVI.). Například ředitelem zkušební komise pro kandidáty učitelství v předmětu „Kreslení od ruky na středních školách“ byl v letech 1894 – 1901 významný geometr Josef Šolín.

V té době se v Německu začaly ozývat první hlasy proti školnímu perspektivnímu kreslení. Jako důvod bylo uváděno, že perspektivní kreslení není důležité pro praktický život. Vztah výtvarné výchovy a geometrie se výrazně vyostřoval. Ve dvacátém století měly totiž zásadní význam názory německého architekta Gustava Britsche, který nepovažoval užití perspektivních konstrukcí za prospěšné, neboť prý jejich ovládnutí nevyžaduje žádnou výtvarnou schopnost. A tak díky autoritám se, jak uvádí David, podařilo *„oprostit uměleckou práci od perspektivy a varovat před racionálně technickým způsobem zobrazení přírody, omezující se jen na vnější shodu se skutečností,* [4].“

3 Současnost a perspektiva

Položme si otázku: Je toto odtržení výtvarné výchovy a geometrie dobré? Potřebují dnešní studenti znát zákony středového promítání? Patří znalosti o perspektivě k základnímu všeobecnému kulturnímu rozhledu, jak si to přál například Crhák, který psal, že *„perspektivní kresba patří mezi důležité komunikační prostředky sdělování prostorových představ. Nejde jen o profesionální pracovníky. Měla by být součástí kulturní vybavenosti každého z nás, jako je psaní písma,* [CrP].“

Pomocí experimentů jsme chtěli zjistit, jak si žáci 1. stupně poradí s kreslením geometrických těles jednak podle přímého názoru (obr.), jednak z pamětné reprodukční představy. Ukazuje se, že ačkoliv dnes děti nikdo perspektivě neučí, zcela samozřejmě ji zvládají i u kreslení těles. Příkladem je žák třetí třídy, který kreslí drátěný model krychle ležící na zrcadle. Nikdo jistě nepochybuje o tom, že zobrazený šestistěn je rovnoběžnostěn, ačkoliv rovnoběžnost hran se v obraze nezachovala.



Je jasné, že po stoletém boji za osvobození od geometrie se výtvarná výchova ke geometrickému kreslení nevrátí. Je tedy na geometrii, aby tuto mezeru opět zaplnila.

Literatura

[1] Crhák, F. *Prostor a perspektiva*. Praha 1984.
[2] Čermák, R. *Historie vyučování kreslení na národních školách od nejstarších dob do konce IX. století*. Česká grafická unie. Praha 1939.
[3] Čermák, R. *Historie vyučování kreslení na národních školách od počátku XX. století do roku 1928*. Česká grafická unie. Praha 1940.
[4] David, J. *Výtvarná výchova jako smyslový a duchovní fenomén*. Polička 1993.

Adresa

RNDr. Marie Kupčáková, Ph.D.
PdF UHK, Rokitanského 62, 500 03 Hradec Králové 3
e-mail: *Marie.Kupcakova@uhk.cz*

MATEMATIZÁCIA POHYBU

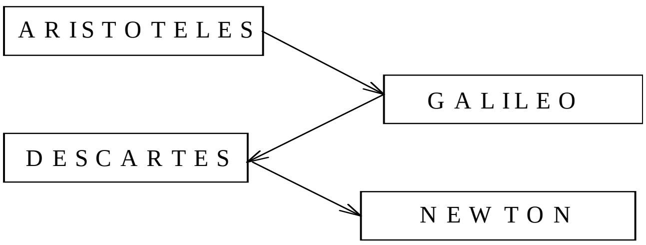
LADISLAV KVASZ

1 Pojatie pohybu u Aristotela, Galilea, Descarta a Newtona

Nasledujúci diagram znázorňuje vzájomné vzťahy medzi chápaním pohybu u Aristotela, Galilea, Descarta a Newtona. Aristoteles a Galileo usilujú o geometrickú teóriu pohybu, založenú na geometrickom usporiadaní kozmu alebo na pojme trajektórie (prvý riadok). Descartes a Newton budujú dynamickú teóriu, založenú na idei pôsobenia (druhý riadok). Pritom Aristotelova ako aj Descartova teória je formulovaná verbálne (prvý stĺpec), kým Galileova a Newtonova teória je formulovaná pomocou matematiky (druhý stĺpec).

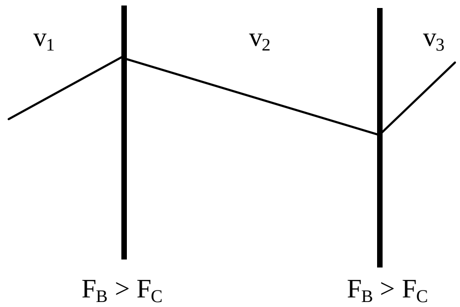
Aristoteles má koncepciu pohybu ako geometrického prechodu, ako prechodu telesa z jedného miesta v geometricky usporiadanom kozme na iné. Keďže nemal k dispozícii analytickú geometriu, tento prechod opísal verbálne. ***Galileo*** vložil medzi počiatočný a koncový bod pohybu trajektóriu. Pohyb tak premenil na geometrické plynutie, na spojité premiestňovanie sa telesa po trajektórii. Aby toto plynutie mohol matematicky opísať, zaviedol pojem okamžitej rýchlosti. ***Descartes*** predkladá dynamické pojatie pohybu, pričom interakciu telies opisuje ako zrážku. Vracia sa pritom k idei prechodu, keď zrážku opisuje ako prechod z počiatočného do koncového stavu. Pritom, keďže ešte neexistovala teória diferenciálnych rovníc, opisuje prechod verbálne. ***Newton*** vkladá medzi stav pred interakciou a stav po interakcii proces pôsobenia, ktorý opisuje diferenciálnou rovnicou.

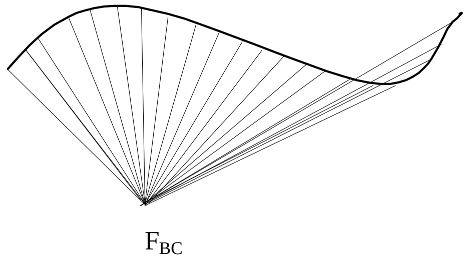
Diagram tak ukazuje, že Descartov prínos je v mnohých ohľadoch protipohybom voči Galileovi a Newtonovi. Ide v protismere galileovskej a newtonovskej matematizácie, späť k používaniu verbálneho výkladu. V tomto aspekte sa Descartes zdanlivo vracia späť k Aristotelovi. Ale nesmieme sa nechať pomýliť, Newton nadväzuje na Descarta, a nie na Galilea, keď medzi stav pred a stav po zrážke vkladá spojitý proces interakcie opísaný diferenciálnou rovnicou.



2 Porovnanie karteziánskej a newtonovskej matematizácie pohybu

Karteziánska predstava interakcie je predstavou ***konfliktu*** chápaného ako stret dvoch tendencií zotrvať v nemennom stave (pohybu respektíve pokoja). Jeho výsledkom je presadenie sa jednej tendencie na úkor druhej. Modelom interakcie je model ***zrážky***, pričom teleso, ktoré sa pri zrážke presadí, rozhodne o charaktere ďalšieho pohybu. Ak sa presadí nalietávajúce teleso, tak po zrážke obe telesá poletia v smere jeho pôvodného pohybu rýchlosťou vyplývajúcou zo zákona zachovania množstva pohybu. Ak sa naopak presadí nehybné teleso, tak aj po zrážke zotrvá vo svojom stave pokoja, a nalietávajúce teleso sa jednoducho odrazí. Pritom opis interakcie je ***oddelený*** od opisu pohybu. Pokiaľ teleso môže, pohybuje sa rovnomerne priamočiaro. Keď už priamočiary pohyb nie je možný, nastáva kolízia, ktorá spôsobí prechod telesa do nového pohybového stavu. Pohyb sa tak skladá z oddelených úsekov, kedy teleso zotrváva vo svojom stave, medzi ktoré sú vložené ***singulárne udalosti*** — zrážky, v ktorých dochádza k zmene stavu.





Descartovo pojatie interakcie ***Newtonovo pojatie interakcie***

Na rozdiel od Descarta Newton chápe pôsobenie ako ***spoluprácu***. Telesá na seba pôsobia, nalietávajúce teleso urýchľuje stojace teleso, stojace teleso brzdí nalietávajúce. Výsledný pohyb je ***kompromisom***, vzniká pričinením oboch telies. Zrážka nie je ani jednoduchým odrazom od prekážky, ani spoločným putovaním, ale čímsi medzi tým. Sily pôsobia neustále, takže pohyb a interakcia nie sú od seba oddelené ako u Descarta, ale prebiehajú súčasne. Teleso je vystavené silovému pôsobeniu druhého telesa počas ***infinitezimálneho časového intervalu dt***, a nielen počas singulárneho okamihu ako u Descarta. Newton síce hovorí o impulzoch síl, ale vo všetkých konkrétnych príkladoch prechádza k limite, pri ktorej sa impulzy nekonečne nahusťujú, pričom každý z nich neohraničene slabne, až nakoniec dostávame spojitý obraz. A práve o tento spojitý obraz ide, lebo vo všetkých odvodeniach Newton používa geometrické vzťahy, ktoré platia len v limite.

Rozvinutie interakcie do intervalu *dt* umožnilo Newtonovi prepojiť pôsobenie síl s procesom odovzdávania hybnosti. Podľa Newtona je sila rovná ***rýchlosti zmeny hybnosti***. Descartovi bránila v pochopení tejto súvislosti skutočnosť, že pôsobenie opisoval ako singulárnu udalosť. Preto nemohol hovoriť o rýchlosti zmeny hybnosti, ale len o jej veľkosti. Newton proces odovzdávania hybnosti zasadil do časového toku, vďaka čomu mohol dať silové pôsobenie do súvisu s rýchlosťou odovzdávania hybnosti. To je obsahom rovnice

$$\boldsymbol{F.dt = dp}. \tag{1}$$

Rovnica (1) hovorí, že odovzdávanie hybnosti je sprostredkované silami, pričom sila je rovná rýchlosti zmeny hybnosti. Je to asi prvá diferenciálna rovnica v dejinách.

Literatura

[1] Kvasz, L.: Galileovská fyzika vo svetle Husserlovej fenomenologie. *Filosofický časopis* **48** (2000), 373-399.

[2] Kvasz, L.: Descartovská fyzika vo svetle Husserlovej fenomenologie. *Filosofický časopis* **49** (2001), 213-240.

[3] Kvasz: Newtonovská fyzika vo svetle Husserlovej fenomenológie. *Filosofický časopis* **52** (2004), 411 - 440.72.

Adresa

Doc. RNDr. Ladislav Kvasz, CSc.
Studenohorská 9, 841 03 Bratislava, Slovenská republika
e-mail: *kvasz@fmph.uniba.sk*

MATEMATIKA, FYZIKA A UMĚNÍ

JIŘÍ LANGER

1 Krása matematiky a matematika krásy

Tak zvaný zlatý řez má řadu hezkých matematických vlastností, na kterých lze i nematematikovi přiblížit, co matematik označí jako "hezký" důkaz. Zlatý řez našel však i široké uplatnění ve výtvarném umění, stal se standardem "proporcione divina". V estetickém vnímaní hraje důležitou roli symetrie. Podivuhodné symetrie – zjevné i méně zjevné – vykazují základní fyzikální zákony. Hledání pravidel perspektivy bylo důležitým krokem ve vývoji malířství a vedlo k rozvoji matematické disciplíny – projektivní geometrie. Architektura je obecně hrou mezi funkčností a estetikou – a funkčnost je nutně spojena s fyzikálními a matematickými aspekty.

2 Vliv moderní fyziky na umění

V r. 1945 napsal jistý Laporte esej, ve kterém dokazoval, že analytický kubismus má mnoho společného s teorií relativity a poslal jej Einsteinovi. Einstein jeho argumentaci odmítl s tím, že je založena na chybném chápání obsahu teorie relativity. Na druhé straně není asi náhodou, že různé proudy moderního umění vznikly přibližně současně s moderní fyzikou a lze uvést řadu příkladů přímého i nepřímého ovlivnění.

3 Vliv "newtonianismu" na kulturu věku rozumu

V díle Johna Drydena, Alexandra Popea a dalších najdeme řadu pasáží vyjadřujících obdiv k vznikající vědě. Krása a přesnost matematiky ovlivnila jmenovitě v Anglii jazykovědu i stylistiku. Romantické období pak přineslo odmítavou reakci (Keats, Blake) směrem k přírodovědě, ale i vymezování nepřítele neznamená lhostejnost.

4 Umělecký kontra vědecký pohled na svět

E. A. Poe v sonetu "Vědě" obviňuje vědu z toho, že nudnou realitou nahrazuje básníkovo hledání krásy. Ukážeme, že vědecký a umělecký pohled na svět není v protikladu, mimo jiné na díle samotného Poea.

5 Matematika a fyzika jako jedno z krásných umění

Zmíněný E. A. Poe v eseji "Filosofie básnické skladby" argumentuje, že svého "Havrana" vytvořil jako logickou stavbu a každé slovo je tam přesně určeno jako v matematické úloze. Ukážeme naopak, že o vědě se dá úspěšně mluvit uměleckým žargonem a že vědecká inspirace má k inspiraci umělce velmi blízko.

Adresa

Doc. RNDr. Jiří Langer, CSc.
Ústav teoretické fyziky, MFF UK, V Holešovičkách 2, Praha 8, 180 00
e-mail: *langer@mbox.troja.mff.cuni.cz*

C. K. MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDA

KAREL LEPKA

V druhé polovině 19. století došlo na území Čech a Moravy k prudkému růstu průmyslové výroby. To znamenalo, že vzrostla potřeba technicky vzdělaných lidí, na tuto skutečnost reagovalo střední školství tím, že byly zakládány nové školy a posilovala se úloha především matematiky a fyziky. Významnou úlohu sehrála i Jednota českých mathematiků a fysiků a především jí vydávný Časopis pro pěstování mathemtiky a fysiky. V podtitulu tohoto časopisu bylo uvedeno, že je vydáván s ohledem k vyučujícím a studentům a je nutno zdůraznit, že to nebyla žádná fráze.

Již od prvního ročníku byly otiskovány úlohy především z matematiky, ale také i z fyziky a později i z deskriptivní geometrie. Řešení těchto úloh čtenáři zasílali redakci, která je otiskla. Úspěšný řešitel měl vlastně první matematickou publikaci, jména ostatních úspěšných řešitelů byla rovněž uvedena. Mezi řešiteli začali postupně získávat převahu studenti středních škol. Během sledovaných asi padesáti let se této akce, která autorovi připomíná současnou matematickou či fyzikální olympiádu, zúčastnily stovky středoškoláků. Někteří vyřešili jen pár úloh, důvtipu jiných zase odolala jen málokterá úloha. Mezi řešiteli najdeme jak jména, která se později stala známá v oblasti matematiky, tak i jména hochů, kteří se do historie matematiky nezapsali. Z první kategorie můžeme uvést tak zvučná jména jako M. Lerch, A. Pleskot, K. Petr, K. Rektorys, B. Macků aj. Některá jména jsou i svým způsobem velmi zajímavá. Mezi docela úspěšné řešitele patřil August hrabě Wodzicki, soukromý student gymnasia v Koscielnikách; řešení posílal i Rudolf Kricner, studující v Curychu, stejně jako František Kosík, theolog z Brna nebo Josef Hříbal, studující práv v Praze. První ženou mezi řešiteli byla slečna Anna Kotálová z Vysokého Mýta.

Většinu úspěšných řešitelů nalezneme mezi abonenty ČPMF, ale řešení úloh nebylo jedinou věcí, která přispívala k prohlubování znalostí studentstva. Redakce odměňovala úspěšné řešitele matematickou či fyzikální literaturou, kterou Jednota vydávala, takže se talentovaní studenti dostali bez problémů k tehdejším špičkovým učebnicím či populární matematické literatuře. Mezi autory nalezneme jak přední matematiky té doby jako první šéfredaktor Časopisu F. J. Studnička, Ed. Weyr, L. Kraus aj. Hlavní slovo však měli středoškolští profesoři, uveďme jména A. Strnad, V. Jelínek, A. Kostěněc, J. Sobička a mnoho jiných. Stávalo se také, že původní řešitelé se jako dospělí stali autory úloh (M. Lerch, A. Pleskot atd.). O růst matematického a fyzikálního vzdělávání pečovali i kněží (P. V. Šimerka, M. A. Haas) . V ročníku 26 nalezneme mezi autory i první ženu - slečnu Emanuelu Holoubkovou; tato dáma začínala jako soutěžící.

Tento příspěvek má za úkol především připomenout významnou a nedoceněnou činnost středoškolských učitelů, kteří pečovali o vzdělávání nastupující mladé generace a jejichž jména jsou dnes již takřka zapomenuta. Nebylo by od věci, aby se jejich dnešní kolegové občas vrátili k pramenům, některé úlohy jsou opravdu zajímavé. Jednu elegantní na závěr: Je dáno šestimístné číslo, které postupně násobíme 2, 3, 4, 5, 6. Všechny tyto násobky jsou psány stejnými ciframi jako číslo původní. Které je to číslo? Autorem je Dr. L. K. (patrně

Ludvík Kraus), úspěšným řešitelem kvintán chrudimského gymnasia Antonín Pleskot. Řešení prozradím při přednášce.

RNDr. Karel Lepka
Jiránkova 49
618 00 Brno
e-mail: *k.lepka@email.cz*

Finanční matematika na českých měšťanských školách Rakousko-Uherska

MARTIN MELCER

1 Matematická sbírka za Rakousko-Uherska

Obsah každé učebnice a sbírky musel být schválen výnosem c.k. ministerstva kultu a vyučování pro chlapecké i dívčí měšťanské školy.

Matematické sbírky byly bohaté na úlohy ze všech oblastí běžného života a obzvlášť na úlohy s finanční tématikou.

V příspěvku se budu věnovat rozboru sbírky úloh [1]. V následujícím přehledu jsou uvedena doslovná znění vybraných úloh.

2 Obsah finanční matematiky na měšťanských školách

2.1 Jednoduchý počet úrokový

Žák se seznámil s pojmem úrok a měl být schopen řešit úlohy sním operující

Typy úloh:

a) B uložil do záložny 700 K na 4%; kolik K úroků bylo mu vyplaceno za 2 roky?

b) C uložil do záložny 700 K na 4%; na kolik K mu vzrostla jistina za 2 roky?

c) Na kolik % uložil D do záložny 700 K, bylo-li mu za 2 roky vyplaceno 56 K úroků?

d) Po kterou dobu měl E uloženou jistinu 700 K, dala-li mu při 4% úrokování 56 K úroků?

e) Která jistina dá za 2 roky při 4% úrokování 56 K?

2.2 Počet lhůtový

Žák se seznámil s náročnějšími úlohami pracujícími s úrokem, půjčkou a dluhem.

Typy úloh:

a) B má zaplatit 2.400 K ve 4 stejných čtvrtletních lhůtách; kdy může zaplatit najednou, aniž by sebe ani věřitele zkrátil o úrok?

b) C má zaplatit 200 K za 2 měsíce, 400 K za 4 měsíce a 900 K za 7 měsíců; kdy může zaplatit najednou, aniž by sebe ani věřitele zkrátil o úrok?

2.3 Směnky

Žák se seznámil s tímto druhem právní listiny a měl být schopen vypočítat její cenu k danému datu.

Ukázková úloha:

Občanská záložna v Mnichově Hradišti eskomptovala 1. ledna směnku splatnou 16. března se 6% ročním diskontem; na kolik K zněla směnka, bylo-li diskonto 4,5 K?

2.4 Počítání cenných papírů

Žák se seznámil se základními pojmy: státní papír (státní obligace, úvěrní list), renta (důchodový list), akcie (podílný list). Žák získal přehled o problematice cenných papírů a měl být schopen ověřit si jejich správnou hodnotu.

Ukázková úloha:

Soukromník koupil 21. dubna 1904 30 kusů rakouské korunové renty úrokované 4% v nominální hodnotě po 200 K v kursu 91,35 (za 100 K) s kupony od 1. ledna 1904; kolik K zaplatil za koupené papíry a kolika % byla jejich výnosnost vzhledem ke kursovní ceně?

2.5 Složený počet úrokový

Základním pojmem této kapitoly byl úrok z úroku. Žák se seznámil s praktikami bank, záložen i lichvářů a mohl se vyvarovat hrozících rizik.

Ukázková úloha:

Na kolik K vzroste jistina 27.000 K při 5% složitém úrokování pololetním, na kolik K při 5% složitém úrokování celoročním a na kolik K při 5% úrokování jednoduchém za 15 let.

3 Pohled na současnou situaci

Velké procento výše uvedené látky přešlo na střední školu a některé z nich dokonce nemají v náplni finanční matematiku. Tím vzrostlo procento obyvatel, kteří si nejsou vědomi rizik při práci s financemi.

Literatura

[1] Fryček, L.: *Počtářství na českých školách měšťanských v úlohách*, tiskem a nákladem Karla Šolce, Kutná Hora, 1910.

Adresa

Mgr. Martin Melcer
Zdravotní 114, 285 04 Uhlířské Janovice
e-mail: *melcer@gymkh.cz*

FAKTORIZAČNÍ VĚTA

ONDŘEJ MOC

Faktorizační věta, jejímž autorem je Karl Weierstrass, představuje zobecnění rozkladu polynomů na součin kořenových činitelů. Přednáška ukáže postupný vývoj znalostí o možnosti rozkladu celých funkcí do nekonečných součinů.

V přednášce ukážu, proč nelze každou celou funkci vyjádřit pouze jako součin příslušných kořenových činitelů. Naznačím význam přidaných exponenciálních faktorů a popíšu cestu, která Weierstrasse přivedla k jeho proslulým elementárním faktorům. Ukážu, jak lze pomocí faktorizační věty vytvářet holomorfní funkce s předepsanými nulovými body.

Literatura

[1] Weierstrass, K.: *Zur Theorie der eindeutigen analytischen Functionen*. Werke, Bd.2, Berlin 1876, 77–124.

[2] Rudin, W.: *Analýza v reálném a komplexním oboru*. Academia, Praha 2003.

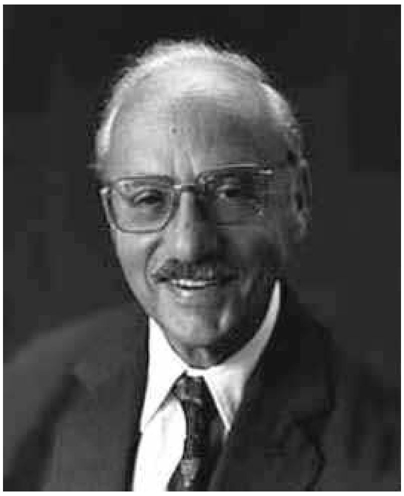
Adresa

Mgr. Ondřej Moc
Katedra matematiky a statistiky FSE UJEP
Moskevská 54
400 96 Ústí nad Labem
e-mail: *moc@fse.ujep.cz*

G. B. DANTZIG A SIMPLEXOVÁ METODA

PAVLA PAVLÍKOVÁ

1 George B. Dantzig (1914 - 2005)



* 8. 11. 1914 Portland, Oregon, USA
† 13. 5. 2005 Palo Alto, California, USA

„Father of Linear Programming“

1937 M.A. University of Michigan
za války výzkum pro AirForce
1946 Ph.D. University of California, Berkeley

1947 simplexová metoda
1951 první počítačový algoritmus na bázi simplexové metody (SEAC, National Bureau of Standards)

od r. 1952 RAND Corporation
od r. 1966 profesorem ve Stanfordu

2 Simplexová metoda

= univerzální nástroj k řešení problémů lineárního programování

2.1 Typická úloha lineárního programování

Najděte maximum **účelové funkce** $z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_nx_n$

při splnění **omezujících podmínek**

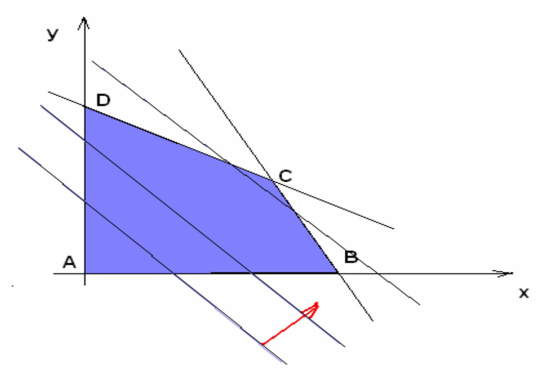
$$a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + a_{31}x_3 + \dots + a_{n1}x_n \le b_1$$
$$a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + a_{32}x_3 + \dots + a_{n2}x_n \le b_2$$
$$\dots\dots\dots$$
$$a_{1m}x_1 + a_{2m}x_2 + a_{3m}x_3 + \dots + a_{nm}x_n \le b_m$$
$$x_1 \ge 0, \dots, x_n \ge 0.$$

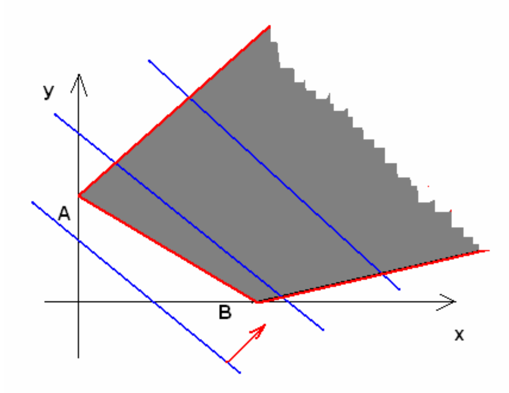
Konkrétní úloha: Beton k výstavbě objektů U, V, W se vyrábí v betonárnách A, B. V betonárně A se vyrobí denně 320 tun betonu, v betonárně B denně 380 tun betonu. Při výstavbě objektu U se spotřebuje denně 200 tun betonu, 280 tun se spotřebuje denně na stavbě objektu V a 220 tun denně na stavbě objektu W. Cena dopravy (v Kč za tunu) je dána touto tabulkou:

	Objekt U	Objekt V	Objekt W
Betonárna A	50	100	150
Betonárna B	100	125	75

Sestavte plán rozvozu betonu tak, aby náklady na dopravu byly minimální.
(viz [2], str. 167)

2.2 Grafické řešení úloh lineárního programování





2.3 Základní myšlenky simplexové metody

Množina přípustných řešení, bazické řešení, dvě fáze simplexového algoritmu, věta o dualitě, poznámka k celočíselnému programování, atd.

2.4 Vybrané aplikace:

- logistika – dopravní problém
- maximální párování / minimální pokrytí v bipartitním grafu
- „dietní“ problém, míchání krmných směsí
- hledání kritické cesty v orientovaném grafu
- teorie her
- teorie grafů a matic
- teorie konvexních množin
- síťová analýza

Literatura (výběr)

[1] Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences, Volume 1. Ed. Grattan - Guinnes, I. Baltimore and London: The Johns Hopkins University Press, 1994 .

[2] Smida, J. a kol. Sbírka úloh z matematiky pro I. ročník gymnázií. SPN Praha, 1989.

[3] Turzík, D. Matematika III. Základy optimalizace. Vydavatelství VŠCHT Praha, 1999.

[4] Smida, J. a kol. Sbírka úloh z matematiky pro II. ročník gymnázií. SPN Praha, 1986.

Adresa

RNDr. Pavla Pavlíková, Ph.D.
Ústav matematiky VŠCHT Praha
Technická 5
166 28 Praha 6 - Dejvice
e-mail: *Pavla.Pavlikova@vscht.cz*

SFÉRICKÁ GEOMETRIA A PRAVIDELNÉ MNOHOSTENY

MARTA PÉMOVÁ

1 Abstrakt

Článok chce poukázať na to, ako niekoľko jednoduchých pojmov a poznatkov zo sférickej goniometrie umožňuje vyriešiť problém regulárneho pokrytia guľovej plochy sférickými mnohouholníkmi a na tesný súvis riešenia tejto úlohy s riešením ekvivalentného problému určenia tried pravidelných konvexných mnohostenov. Tri pravidelné konvexné mnohosteny poznali už pytagorovci (štvorsten, kocka, dvanásťsten) – ide o jednu z najstarších geometrických úloh, ktorej riešenie má korene siahajúce do šiesteho storočia pred n. l. Teaitetos (414 – 369 pred n. l.) opísal (v súvislosti s iracionalitou) zvyšné dva. Dôkaz o existencii piatich tried týchto mnohostenov sa pripisuje Euklidovi (asi 330 – 275 pred n. l.).

2 Kľúčové slová

Sférický trojuholník, sférický *n*-uholník, sférický nadbytok a obsah sférického trojuholníka, regulárne pokrytie guľovej plochy sférickými mnohouholníkmi, odvodenie tried pravidelných konvexných mnohostenov.

Literatúra

[1] Bronštejn, I. N. – Semandjajev, K. A.: *Spravočnik po matematike*. Gosud. Izdat. fiziko – matem. lit., Moskva 1959, 190 - 193.

[2] Dörrie, H.: *100 Great Problems of Elementary Mathematics*. Antin, D. – Translation, Dover, New York 1965, 295 – 301 (ISBN 0-486-61348-8).

[3] *Enciklopedija elementarnoj matematiki IV, Geometrija*. Gosud. Izdat. fiziko – matem. lit., Moskva 1963, 518 - 539.

[4] Göhler, W. - Ralle, B.: *Lexikón vyššej matematiky (Vzorce)*. Čižmár, J. – Translation, ALFA, Bratislava 1991, 64 – 65 (ISBN 80-05-00531-8).

[5] Kadeřávek, F. – Klíma, J. – Kounovský, J.: *Deskriptivní geometrie, díl 1*. Jednota československých matematiků a fyziků, Praha 1954, 216 – 222.

[6] Kraemer, E.: *Zobrazovací metody II*. SPN Praha 1991, 273 – 277 (ISBN 80-04-21778-8)

Adresa

Mgr. Marta Pémová
Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky, Univerzita Komenského, Mlynská dolina, Bratislava 842 48
e-mail: *marta.pemova@gmail.com*

MERTONŠTÍ POČTÁŘI

IVAN SAXL

1 Úvod

V současné době je věnována velká pozornost středověké matematické fyzice, jednak obecně jako předchůdkyni mechaniky galileovsko-newtonovské, jednak z filosofického hlediska řešení problematiky časových změn vlastností. Zkoumané období je druhá polovina XIII. století a století XIV., nejznámějšími jmény jsou Robert Grosseteste (ten sice umírá v roce 1253, ale jeho myšlenky měly značný vliv dlouho po jeho smrti), Roger Bacon, Thomas Bradwardine a skupina nazvaná Mertonští (podle Mertonovy koleje) nebo též Oxfordští počtáři, dále Nicole Oresme, Antonio da Casale, John Buridan a další osobnosti více či méně svázané s universitou v Paříži. Mertonští počtáři byli universitní učitelé působící v první polovině XIV. století v Oxfordu a navazující na filosofické a přírodovědné myšlenky Grossetestea a Bacona. Patří k nim William Heytesbury, John Dumbleton a Richard Swineshead, někdy se uvádí také Richard Kilvington a jako čestný člen Walter Burley.

Zájem o toto středověké období se datuje od díla Petra Duhema[1] z přelomu XIX. a XX. století, na něž navázala Anneliese Maierová[2] a vůdčí postava druhé poloviny XX. století Marshall Clagett (1916-2005), jehož komentované vydání rozsáhlého souboru anglických překladů středověkých rukopisů [3] má dodnes zcela zásadní vliv. V minulosti byla nesrovnatelně větší pozornost věnována tehdejší scholastické filosofii a její kritice, přičemž prameny k této problematice jsou dostupné jak v originálech, tak v překladech. Přírodověda však byla sledována jen ojediněle a dochované materiály vesměs nejsou originální texty, nýbrž jejich kopie resp. zápisky studentů. Příčinou současného zaujetí je skutečnost, že toto období je dosud velmi málo prozkoumáno, publikována byla jen malá část dokumentů a překlady téměř neexistovaly.

Do jisté míry ústředním problémem již jedno století trvajícího úsilí je posouzení a porovnání výsledků dosažených v tomto středověkém období s nesrovnatelně populárnějšími objevy Galilea Galilei a jeho doby. Na jedné straně existuje názor vyjádřený Cliffordem Truesdellem v *Essays in History of Mechanics* (Springer Verlag, 2003) a navazující na Duhema, Maierovou a Clagetta: *Nyní publikované prameny prokazují nade všechny pochyby, že hlavní kinematické vlastnosti rovnoměrně zrychleného pohybu byly objeveny a prokázány učenci mertonské školy.* Francouzská škola reprezentovaná např. J. Celeyrettem [2] naproti tomu upozorňuje na skutečnost, že přírodověda XIII. a XIV. století se vyvíjela v rámci konfrontace Aristotela a islámské vědy s katolickou náboženskou vírou, a tento konflikt byl o to silnější, že většina středověkých myslitelů byli doktoři teologie často zastávající vysoké církevní úřady (Grosseteste byl biskupem v Lincolnu, Bradwardine končí svůj život jako arcibiskup canterburský, Oresme jako biskup v Lisieux). Jejich úvahy byly proto především filosoficko-teologického charakteru, poznání zákonů pohybu bylo až na druhém místě. Pokus ověřující jejich poznatky nebyl vůbec uvažován, jak dokazuje jeden z často

[1]Pierre Duhem (1861-1916), francouzský chemik a filosof přírodních věd, autor díla *Le systéme du monde: histoire des doctrines cosmologiques de Platon à Copernicus*, 10 vol., Paris 1913-1959.

[2] Anneliese Maier (1905-1971), německá historička, kriticky rozvíjí Duhemovy myšlenky. Její hlavní dílo jsou *Studien zut Naturphilosophie der Spätscholastik* (1949-1958). Podstatně přispěla k zájmu o Thomase Bradwardinea.

diskutovaných „mechanických problémů“, totiž pohyb objektu v tunelu procházejícím středem Země a otázka, zda se objekt v jejím středu zastaví nebo bude kolem něj kmitat. Podle jiných autorů bylo naopak hnacím momentem Počtářů rozvíjení logiky a její procvičování diskusemi nad sofizmaty [7].

V každém případě byl charakteristickým jevem konce XIII. století a století XIV. neobyčejný zájem o kvantifikaci. Mluví se o velikosti (intenzitě) Kristovy a lidské lásky, o růstu milosti v křesťanské mysli, o síle či intenzitě dobročinnosti atd. Teologické pojmy i osobní vlastnosti jsou chápány jako měřitelné a vzájemně porovnávatelné a vyvíjí se matematika, která má požadovanou kvantifikaci zajistit. Jako zdroj tohoto zájmu se uvádí logikou a disputacemi prosycené univerzitní prostředí a objevuje se i názor, že příčinou by mohla také být všeobecná monetarizace života způsobená bezmála dvěma staletími křižáckých válek. Klíčový pojem změny a na něj navazující pojem rychlosti je v aristotelovském duchu (ostatně i v souladu s dnešním cítěním) skutečně širší, než pouze mechanický. Měnit se mohou vlastnosti (kvality, ve středověkém pojetí univerzálie jako dobrota, víra, milost, krása), kvantity (objem, hmotnost objektu, velikost) a konečně také prostorové umístění objektu. Sice pouze v posledním případě dochází ke změně pohybem v prostoru a lze kvantitativně zkoumat jeho rychlost, ale i dnes klidně řekneme, že někdo stárne rychle nebo že náhle (tj. rychle) zbledl či změnil názor. Rychlost tedy byla ve středověké filosofii i dnes je velmi širokým pojmem.

I když přijmeme druhý z těchto dvou protichůdných názorů a odmítneme prioritu středověkých badatelů v položení základů mechaniky, ospravedlňuje současný zájem vytvoření a využití nových matematických prostředků, byť i jen v rámci filosoficko-teologické problematiky a logiky. Pak stojí za povšimnutí jednak Bradwardineovy knihy čistě věnované matematice, konkrétně aritmetice a zejména geometrii, Bradwardineův logaritmický zákon pro rychlost (nikoliv proto, že by platil, ale pro způsob formálního vyřešení problému současného vlivu hybné síly a odporu na pohyb), jeho příspěvek k problematice neomezené dělitelnosti kontinua, správný přístup ke geometrii v prostorech různé dimenze, Swinesheadovy výsledky v oboru nekonečných řad a v neposlední řadě kvantifikace různých vlastností a jejich změn představující počátky kinematiky a objevující se v dílech všech Počtářů [4, 8].

2 Biografie Mertonských počtářů

2.1 Předchůdci mertonských počtářů v Oxfordu

Stručně jsou zachyceny počátky oxfordské university a nejvýznačnější osobnosti, které ovlivnily její duchovní prostředí v letech 1280 až 1350: Robert Grosseteste, Roger Bacon, Duns Scotus a William Ockham.

2.2 Evropské události v první polovině XIV. století

Historický vývoj v tomto období byl silně ovlivněn konfliktem mezi Francií a papežstvím končícím přesídlením papežského stolce z Říma do Avignonu v roce 1309. Neustále se zhoršující vztahy mezi Anglií a Francií vedly k vypuknutí stoleté války mezi oběma zeměmi. Její první fáze vrcholí bitvou u Kresčaku v roce 1346. Posledním důležitým faktorem byl počátek morové epidemie v roce 1347, která poté ovlivňovala osudy Evropy po několik následujících století.

2.3 Životopisné údaje

Thomas Bradwardine (1290/1300-1349). Bakalářskou hodnost získal roku 1321 na Balliolské koleji a v roce 1323 se stává mistrem svobodných umění a profesorem na

Mertonově koleji. Zde působí až do roku 1335 a z tohoto období pocházejí všechny jeho práce z logiky, přírodních věd a matematiky. V roce 1337 získává místo děkana svatopavelské katedrály v Londýně, poté se stává kaplanem krále Eduarda III. Při vylodění v Normandii roku 1346 je v královĕ družině a po vítězství u Kresčaku a následné porážce v Anglii vzbouřených Skotů u Neville Cross pronáší Bradwardine dochované kázání *Sermo epinicius*. V roce 1348 se stal arcibiskupem canterburským, ale bezprostředně po převzetí úřadu umírá na mor. Hlavními díly s matematicko-fyzikální tématikou jsou *De geometria speculativa*, *De continuo* a *Tractatus de proportionibus velocitatum in motibus, nejisté je De arithmetica speculativa*,.

Richard Kilvington (kolem 1300-1362). Studoval také v Oxfordu, mistrem svobodných umění se stal ve školním roce 1324/5 nebo až 1331 a doktorem teologie kolem roku 1335. V pozdějších letech svého života se věnoval diplomacii ve službách krále Eduarda III. Kolem roku 1350 se stal doktorem teologie a posléze v roce 1354 děkanem katedrály sv. Pavla v Londýně. Měl vedoucí roli ve sporu se žebravými řády o evangelickou chudobu. Matematicko-fyzikální problematika se objevuje pouze v těch pracích, které vznikly po dobu jeho univerzitní aktivity. Tiskem vyšla pouze *Sophismata*, a to až v roce 1990, zato však i s překladem do angličtiny a komentáři [5].

William Heytesbury (?-1372/3). V roce 1330 byl socius (pomocník studentů) na Mertonově koleji, 1338 správcem pokladu university, 1348 doktorem teologie, 1371 kancléřem university. Dochovala se řada jeho děl, významná jsou zvláště *Sophismata* a *Regule solvendi sophismata*.

Richard Swineshead (?-po 1354). Zhruba od roku 1340 a nejméně do roku 1355 je doložena jeho přítomnost na Mertonově koleji. byl magistrem svobodných umění. Proslul jako autor knihy *Liber calculationum* (*Calculatoris subtilissimi Ricardi Suiseth Anglici Calculationes*, asi 1350); patrně od tohoto názvu se odvozuje pozdější název skupiny Oxfordští či Mertonští počtáři (středověký „kontinentální“ název byl prostě *Anglici* nebo *Britannici*, pojmenování *Počtář* si až v XV. století vysloužil jako první Swineshead).

John Dumbleton (kolem 1310-1349). Narodil se v Dumbletonu, od roku 1338 je na Mertonově koleji, od roku 1340 na Queen's College a studuje patrně teologii, pak v letech 1344-48 je opět na Mertonově koleji a stává se mistrem svobodných umění a bakalářem teologie. Z jeho díla uveďme alespoň knihu *Summa*, věnovanou logice a přírodní filosofii. Souhrnná bibliografie rukopisů Mertonských počtářů je na internetových stránkách [1].

3 Matematika a mechanika v dílech Mertonských počtářů

Ve svém díle *De geometria speculativa* vychází Bradwardine z Eukleida, místy se však od něj liší např. v otázce nekonečna – Bradwardineův svět je totiž konečný a pečlivě rozlišuje mezi tím, co je nemožné samo o sobě *per se* [samo o sobě] a co pouze *de facto*, tedy s ohledem na realitu [6]. Z tohoto hlediska se Bradwardine pozastavuje i nad třetím Eukleidovým postulátem o libovolně velkém kruhu. Zamýšlí se nad možnostmi vyplnění prostoru jednoduchými mnohostěny a patrně jako první se věnuje podrobně hvězdicovým mnohoúhelníkům. Dalším neběžným tématem je isoperimetrie, o níž uvádí šest vět počínaje definicí *Obrazce jsou vzájemně izoperimetrické, mají-li stejné obvody* a konče větou *Ze všech rovnoplochých obrazců má kruh nejmenší obvod.*

Ve svém *Traktátu o rychlosti* řeší problém vlivu hybné síly F a odporu R na rychlost pohybu v. Kritizuje tehdejší představy vycházející z nejasné formulace Aristotelovy a předpokládající úměrnost $v \sim F/R$, podle níž by k pohybu docházelo i při $F < R$, a v podstatě postuluje logaritmickou závislost typu $v \sim \ln (F/R)$.

V práci *De Continuo* popírá tehdejší atomickou teorii a vychází přitom z představy o neomezené dělitelnosti kontinua, pro níž nalézá řadu geometrických příkladů (kontinuum je chápáno jako interval, který můžeme rozdělit na libovolně velký (proto neomezená dělitelnost), avšak konečný počet subintervalů).

Z výsledků Swinesheadových stojí za zmínku nalezení součtu nekonečné řady jiného typu než geometrického (limitou součtu řady s členy $a_n = n/2^n$ jsou 2), k níž se dostal při řešení problému pohybu rovnoměrně zrychleného. Tím se intenzivně zabýval i Heytesbury a Mertonským počtářům je obecně přičítána priorita ve zjištění, že střední rychlost takového pohybu s počáteční rychlostí v_0 a koncovou v_1 je $(v_0 + v_1)/2$. Odtud by již byl jen malý krok ke vztahu dráha $s = ½at^2$, kde a je zrychlení; takový vztah by však byl pro Počtáře zcela nepřípustný, protože jsou v něm zkombinovány rozdílné kinematické veličiny.

4 Logika v dílech Mertonských počtářů

Práce z oboru logiky nacházíme u všech Počtářů i u Bradwardinea a jsou věnovány většinou sofizmatům, která sloužila k procvičování logického uvažování studentů. Vedle klasických sofizmat typu „co teď říkám, je lež“ se však u nich vyskytují i sofizmata s tématikou přírodovědnou, často kinematickou, zavádějí se pojmy charakterizující mezní situace počátků a konců dějů, objevují se pojmy maxima a minima i limity. Je uvažován i přenos vlastností. Např. Heytesbury (*Sophismata* č. 31 a 32) rozebírá výroky: *Když něco zhoustne, musí se něco jiného zředit* a *Když se něco ohřeje, musí něco zchladnout.* Je však třeba zdůraznit, že Počtáři neměli na mysli konkrétní aplikace svých úvah, nýbrž pouze logicko-matematickou stránku problému. V žádném případě neuvažovali o experimentální realizaci či ověření svých závěrů, jež by ostatně vzhledem k tehdejším omezeným možnostem měření bylo nemožné.

Literatura

[1] ALCUIN, Regensburger Infothek der Scholastik, Autoren und Texte der Denkgeschichte des Mittelalters (500-1500 n. Chr.) http://www.alcuin.de/.

[2] Celeyrette J.: *La physique mathématique imaginaire du XIVe siècle*. Conférence au Centre Mendes-France, Poitiers, 20/01/05.
http://stl.recherche.univ- lille3.fr/sitespersonnels/celeyrette/celeyrettePoitiers.html

[3] Clagett M.: *The Science of Mechanics in the Middle Ages.* The University of Wisconsin Press, Madison, 1959.

[4] Crosby H. L.: *Tractatus de Proportionibus, Its Significance for the Development of Mathematical Physics.* The University of Wisconsin Press, Madison, 1955.

[5] Kretzmann N., Kretzmann E. B.: *The Sophismata of Richard Kilvington: Introduction, Translation, and Commentary.* Cambridge Univ. Press, 1990.

[6] Molland A. G.: *An Examination of Bradwardine's Geometry*. Arch. History Exact Sci. 19 (1978), 113-175.

[7] Sylla E. D.: *The Oxford Calculators*. In: N. Kretzmann, A. Kenny, J. Pinborg: The Cambridge History of Later Mediaval Philosophy. Cambridge Univ. Press, Cambridge 1982.

[8] Wilson, Curtis: *William Heytesbury: Medieval Logic and the Rise of Modern Physics.* Madison, The University of Wisconsin Press, Madison, 1960.

RNDr. Ivan Saxl, DrSc.
MÚ AV ČR, Žitná 25, 115 67 Praha 1 & KPMS MFF UK, Sokolovská 83, 186 75, Praha 8
e-mail: *saxl @ math.cas.cz*

POČÁTKY DIFERENCIÁLNÍ GEOMETRIE

ANTONÍN SLAVÍK

Abstrakt

Přednáška bude věnována historii některých pojmů z diferenciální geometrie křivek; půjde především o křivost křivky, oskulační kružnici, evolventu a evolutu.

Kořeny těchto pojmů nacházíme už v období před objevem infinitezimálního počtu. V práci Nicolase Oresma (14. století) se objevuje poměrně jasná koncepce křivosti křivky; Christian Huygens vyšetřoval geometrickými metodami evolventy, evoluty a oskulační kružnice.

Společně s Newtonovým a Leibnizovým objevem kalkulu dochází i k prudkému rozvoji diferenciální geometrie – jde především o geometrii křivek v rovině, zatímco prostorové křivky byly studovány přibližně od poloviny 18. století (Clairaut, Euler).

Literatura

[1] Coolidge, J. L..: *The unsatisfactory story of curvature*. American Mathematical Monthly 59, 375-379, 1952.

[2] Kline, M.: *Mathematical thought from ancient to modern times*. Oxford University Press, 1990.

Adresa

RNDr. Antonín Slavík, Ph.D.
Katedra didaktiky matematiky MFF UK
Sokolovská 83
186 75 Praha 8
e-mail: *slavik@karlin.mff.cuni.cz*

MERCATORŮV PŘÍSPĚVEK PRO MATEMATICKOU KARTOGRAFII

RADKA SMÝKALOVÁ

1 Úvod

Tématem přednášky je pozemská záležitost. A to vědní obor, který se zabývá vytvářením map. Je všeobecně známo, že se nám nepodaří přimáčknout slupku od pomeranče na stůl, aniž bychom slupku potrhali. A to bez ohledu na to, jak opatrně bychom se to snažili provést, nějaká deformace bude nevyhnutelná. Kdyby byla Země válcem nebo kuželem, kartografova úloha by byla jednodušší. Tyto povrchy jsou rozvinutelné - mohou být srovnány do roviny bez jakéhokoliv sražení či natahování. Ale základ geometrie koule je v podstatě odlišný od geometrie v rovině. Tudíž nelze vytvořit mapu Země, která přesně reprodukuje všechny znaky.

2 Matematická kartografie

2.1 Předmět a úkoly matematické kartografie

Základním úkolem matematické kartografie je teoretické i praktické vyřešení přenosu různých bodů a čar z referenční plochy (z elipsoidu nebo koule) do zobrazovací roviny. Tento přenos je nazýván kartografickým zobrazením referenční plochy do roviny.

2.2 Obecné zásady kartografického zobrazení

Kartografické zobrazení může být definováno geometrickou nebo matematickou cestou. Zobrazení definovaná geometricky jsou odvozena pomocí perspektivní projekce referenčních těles na plochy rozvinutelné do roviny. Jsou proto často označována jako projekce. Matematicky definovaná zobrazení jsou mnohem rozšířenější. Velmi významnou skupinu zde tvoří zobrazení jednoduchá, u kterých platí, že každá souřadnice v rovině je funkcí pouze jedné souřadnice na ploše referenční. Jednoduchá zobrazení se nazývají podle druhu zobrazovací plochy, která je rozvinutelná do roviny. Rozlišují se zobrazení válcová (cylindrická), kuželová (konická) a azimutální.

2.3 Projekce cylindrická a projekce stereografická

Nejjednodušší ze všech projekcí je projekce cylindrická. Představme si, že Zemi zastupuje perfektní kulový glóbus, který ovineme válcem a to takovým způsobem, že se válec dotýká glóbu na rovníku. Dále si představme, že paprsky světla vyzařují ze středu glóbu všemi směry. Bod na glóbu *P* je potom promítnut do bodu *P´*, který je stínem nebo obrazem na válci. Když potom válec rozbalíme, obdržíme plochou mapu celého světa. Téměř celého... Severní a jižní pól, které jsou na ose válce, mají svůj obraz v nekonečnu.

Další známé promítání se nazývá stereografické. Stereografická projekce je jednou z azimutálních projekcí, kdy promítáme povrch referenční koule na zobrazovací rovinu. Umístíme glóbus na list papíru, aby se ho dotýkal jižním pólem. Teď spojíme každý bod *P* na glóbu pomocí úsečky s bodem, který značí severní pól na glóbu, a protáhneme tuto úsečku, až protne list papíru, který se stává mapou. Průsečík *P´* na mapě je obrazem bodu *P*, který jsme získali stereografickou projekcí.

3 Gerardus Mercator

Gerardus Mercator, všeobecně známý jako nejslavnější kartograf v historii, se narodil 5. března 1512 jako Gerhard Kremer ve vlámském městě Rupelmonde (dnes v Belgii, v té době část Holandska). V roce 1530 se přihlásil na Univerzitu v Louvainu a po absolvování se vypracoval do postavení jednoho z hlavních evropských kartografů a projektantů.

Stalo se to roku 1568, kdy Mercator sám sobě uložil úkol věnovat svůj čas nové projekci mapy, která by odpovídala námořnickým potřebám a která by přeměnila celosvětovou navigaci z náhodného riskantního snažení na precizní vědu. Ze začátku byl nasměrován dvěma principy: mapa musí být rozprostřena do obdélníkové sítě, kde všechny kružnice představující body téže zeměpisné šířky musí být reprezentovány vodorovnými čarami, které jsou rovnoběžné s rovníkem a stejně dlouhé jako rovník. Druhým principem bylo, že mapa musí být izogonální, jelikož pouze a jen u izogonálních map je zachován skutečný směr mezi libovolnými dvěma body glóbu.

4 Edward Wright

Přesné vysvětlení principů, které představují základ Mercatorovy mapy, podal až jeden anglický matematik. Žil v letech 1560-1615 a jmenoval se Edward Wright.

5 Důkaz od Issaca Barrowa

6 Závěr

Jeden z velkých úspěchů osmnáctého století v matematice bylo rozšíření algebry u obvyklých funkcí o imaginární a dokonce komplexní hodnoty proměnné x. Na začátku tohoto rozvoje stál Euler a vrchol byl zaznamenán v devatenáctém století vytvořením teorie funkcí s komplexními proměnnými. Objevuje se zde neočekávaný vztah s mapovou projekcí.

Literatura

[1] Maor, E.: *Trigonometry delights*. Princeton, New Jersey 1998.

[2] Srnka, E.: *Matematická kartografie*. Brno 1977.

[3] Kalas, J.: *Analýza v komplexním oboru*. Brno 2005.

[4] http://cs.wikipedia.org/wiki/Gerardus_Mercator

Adresa

Mgr. Smýkalová Radka
Wolkerova 10, Šumperk 787 01
e-mail: *xsmykal@math.muni.cz*

INTERPRETACE ZÁKLADNÍCH STATISTICKÝCH POJMŮ POMATURITNÍ POPULACÍ

MILENA ŠPINKOVÁ

1 Úvod

Občan žijící v dnešní „informační civilizaci“ je vystaven každodennímu tlaku nejrůznějších statistických dat. Čte o nich v novinách, slyší je v mediích, pracuje s nimi v zaměstnání a v neposlední řadě vyhodnocuje také své vlastní zkušenosti a zkušenosti lidí ze svého okolí. Měl by resp. často nevyhnutelně musí o ně opírat svá občasná i každodenní rozhodnutí. A to často navzdory jejich interpretacím, které jsou mu také vnucovány.

Uveďme alespoň nejběžnější příklady těchto informací: doporučení k nákupům, úpravám a změnám životního stylu, návody k udržení zdraví, prevenci chorob i jejich samostatnému léčení, podmínky a přednosti různých uložení úspor. Následují údaje o zločinnosti a dopravních nehodách, nemocnosti a epidemiích, nezaměstnanosti, rozvodovosti, populačních tendencích, politických preferencích, růstu ekonomiky atd.

Úlohou školy by mělo být seznámení studentů s metodami sběru, úpravou a interpretací dat, jejich grafickým znázorněním, testováním hypotéz a prezentací závěrů. Takovou výukou osvojené schopnosti nazýváme *statistickou gramotností*.

Pravděpodobnostní a statistické myšlení se odvíjí od modelování náhodných procesů, které se s různě silnou vzájemnou vazbou realizují v diskrétním nebo spojitém čase. Jeho zvládnutí nás vede jednak k potlačení přímočarého lpění na kauzalitě, jednak k nespoléhání na *štěstí*. Pravděpodobnostní a statistické myšlení je od občanů sice neustále požadováno, ale jak k němu vychovávat, jak mu učit, zatím zdaleka není jasné. Výuce pravděpodobnosti však u nás není věnována dostatečná pozornost, což je zřejmé jak z učebních plánů stručně naznačených v kapitole 2, tak z testů znalostí nejednodušších základních pojmů, které jsem provedla s vybranou skupinou dospělých studentů a jež jsou shrnuty v kap. 3.

2 Učební plány

Statistika je do osnov základní školy zařazena do osmého ročníku. Probírané učivo zahrnuje následující pojmy: statistický soubor, statistické šetření, jednotka, znak, četnost, aritmetický průměr, medián, modus a diagramy.

Na většině středních škol je kombinatorika, pravděpodobnost a statistika vyučována v rámci předmětu matematika. Prohlubují se znalosti ze základní školy, pravděpodobnost sjednocení dvou náhodných jevů a nezávislé jevy.

Rozsah výuky na školách je velmi různý a často se omezuje pouze na návody k formálnímu zpracování datových souborů a provedení testů nejjednodušších hypotéz.

3 Výsledky testů

Ve své studii jsem se zaměřila na porozumění základním statistickým pojmům a jejich interpretaci. Testováno bylo 18 studentů jedné třídy druhého ročníku vyšší odborné školy ve věku 20-25 let a 60 studentů dálkového studia soukromé vysoké školy zaměřené na ekonomiku; věkové rozložení této skupiny bylo od 19 do 50 let. Tito studenti tedy prošli kurzem statistiky na základní škole a v jisté, ovšem hodně odlišné podobě absolvovali také kurz kombinatoriky, pravděpodobnosti a statistiky na škole střední. Zaměřila jsem se na základní statistické pojmy *průměrný, vzorek, náhoda a proměnlivost.* V druhé části

testu jsem zjišťovala, jak studenti dokáží pracovat se *statistickým souborem*, odečítat hodnoty z *grafu*, určovat a interpretovat *aritmetický průměr*.
Studenti odpovídali celkem na 13 otázek typu:
Když někdo řekne, že jste „průměrný", co tím myslí? Když dostanete „vzorek", co máte? Uveďte příklad něčeho, co se děje náhodou. Co znamená „proměnlivost"? Uveďte příklad něčeho, co se proměňuje. Co je to průměr? Umíte odhadnout průměrnou životnost každé značky baterií z těchto grafů? Co znamená, že průměrná velikost rodiny je 2,5?

Ukázalo se, že studenti *průměrnou osobu* vnímají jako člověka nevyčnívajícího z davu, vůbec nehodnotili jeho fyzické znaky ani nepřipouštěli,, že by mohl v něčem vynikat a v jiném zaostávat. Na otázku *Co je to průměr?* vymýšleli složité, šroubované a leckdy chybné definice, jako kdyby nikdy nepočítali průměrnou známku z předmětu na vysvědčení. Největším „oříškem" pro studenty byla otázka *Co znamená, že průměrná velikost rodiny je 2,5?* Nejčastější vysvětlení bylo dva dospělí a malé dítě. Naproti tomu odečítání hodnot z *grafu* a odtud výpočet průměrné hodnoty studentům nečinilo potíže.

Náhodná jsou zásadně setkání a *náhodou* se dějí katastrofy, nehody a zázraky. *Počasí* má náhodný charakter, ale *nic se neděje náhodou.* Projevuje se tak kauzální výchova.. Za *náhodný jev* studenti považují pouze jev, jehož výsledek je překvapí, sice jej nezapříčinili, ale příčinu má (opět kauzalita). Studenti zaměňují pojmy *proměnlivost*, jako vlastnost a *proměna*, jako určitý děj. Nejproměnlivější je *počasí* a hned potom *nálada*. Zcela výjimečně se proměňujeme my, fyzicky i psychicky. *Vzorek* ve většině spojují s malým množstvím kosmetiky nebo jídla „na vyzkoušení". Zde se projevuje vliv reklamy kosmetických firem, které rozdávají minibalení - vzorky svých výrobků.

Své výsledky jsem porovnala s prací australských a nizozemských autorů [1, 2], kteří rovněž došli k závěru že současné školní vzdělání nezlepšuje statistickou gramotnost žáků. Přitom pravděpodobnostní a statistické myšlení bude od žáků požadováno celý život. Jeho výuka by proto bez ohledu na osnovy měla být průběžnou snahou všech učitelů matematiky od první třídy. Měli by se zaměřit na úlohy z běžného života, nikoliv jenom na *mince a kostky, a* respektovat, že se děti s náhodou a rizikem setkávají již v předškolním věku – v rodině, v dětském kolektivu a i při hrách. Proto se u nich vyvíjí intuitivní chápání nejistoty některých dějů, jistoty či naopak nemožnosti dějů jiných. Rozvoj tohoto intuitivního myšlení je třeba včas správným způsobem ovlivňovat vhodným výkladem, ukazujícím žákům, že se s pravděpodobností a statistikou setkávají v každodenním životě, při dopravě, navazování známostí, utváření vztahů mezi lidmi atd. Už to, že se narodili takoví jací jsou je náhoda.

Pokud si toto při výuce neuvědomíme, existuje nebezpečí, že životem již ověřené zkušenosti nahradíme formálními školskými pojmy a postupy. Je dobré si stále připomínat výrok Galilea Galilei: *Není možné člověka něco naučit, lze mu pouze pomoci objevit znalosti v něm samém.*

Literatura

[1] Watson J. M., Kelly B. A.: *The Vocabulary of Statistical Literacy. AARE 2003 Conference Papers: Internat. Education Res. Conf.* Auckland, New Zealand, EJ (2003).

[2] Akker A.: *Design research in statistics education: on symbolizing and computer tools.* Thesis. Center for Science and Math. Education, Utrecht Univ., Freudenthal Inst, 2004.

Adresa

Mgr. Milena Špinková
Matematický ústav AV ČR, Žitná 25, 115 67 Praha 1
e-mail: *milena.sp@centrum.cz*

KOSINOVÁ VĚTA PRO ČTYŘÚHELNÍK

BARBORA ŠŤASTNÁ

1 Úvod

Kosinová věta pro trojúhelník je velmi dobře známá. Také pro čtyřúhelník však existují jednoduché vztahy, které si zaslouží pozornost. Přednáška se zabývá tzv. „kosinovou větou pro čtyřúhelník“ a dalšími větami pro obecný čtyřúhelník, jejich důkazy a souvislostmi.

2 Vybrané věty

V dalším textu jsou v souladu s běžným značením délky stran čtyřúhelníka *ABCD* označeny a, b, c, d, velikosti vnitřních úhlů α, β, γ, δ a délky úhlopříček *AC* a *BD* po řadě e, f. Písmenem S je značen obsah čtyřúhelníka, písmenem s polovina obvodu čtyřúhelníka.

2.1 Kosinová věta pro čtyřúhelník

Nechť čtyřúhelník *ABCD* je konvexní, pak $e^2f^2 = a^2c^2 + b^2d^2 - 2abcd\cos(\alpha + \gamma)$.

2.2 Obsah obecného čtyřúhelníka

Pro libovolný čtyřúhelník *ABCD* platí $(4S)^2 = 4e^2f^2 - (a^2 - b^2 + c^2 - d^2)^2$.

2.3 Brahmaguptův vzorec

Pro libovolný čtyřúhelník *ABCD* platí $S \leq \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$, rovnost nastává právě pro tětivový čtyřúhelník. Pro dvojstředový čtyřúhelník navíc platí $S = \sqrt{abcd}$.

2.4 Zobecnění Brahmaguptova vzorce

Pro libovolný čtyřúhelník *ABCD* platí $S = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d) - abcd\cos^2\left(\frac{\alpha+\gamma}{2}\right)}$.

2.5 Ptolemaiova nerovnost

Pro libovolný čtyřúhelník platí $ef \leq ac + bd$. Rovnost nastává právě pro tětivový čtyřúhelník.

Literatura

[1] A.S. Posamentier, Ch. S. Salkind: *Challenging Problems in Geometry*, Dover,1988.

[2] J. Hadamard: *Elementarnaja geometrija, dil I*, GUPI MP RSFSR, Moskva 1967.

[3] I. F. Šarygin: *Zadači po geometrii*, Nauka, Moskva, 1986.

[4] H.S.M. Coxeter: *Introduction to Geometry*, Wiley, 1989.

Adresa

Mgr. Barbora Šťastná
e-mail: *stastna@mail.muni.cz*

HISTORIE ROBUSTNÍCH METOD

HANA STŘÍTESKÁ

1 Úvod

V osmnáctém století bylo slovo „robust“ používáno k vyjadřování se o někom, kdo je silný, avšak surový a vulgární. V roce 1953 dal G. E. P. Box poprvé tomuto slovu jeho statistický význam.

Existují různé definice, více či méně matematicky přesné, ale obecně robustní znamená „necitlivý na malé odchylky z idealizovaných předpokladů, pro které je odhad optimalizován.“

2 Situace v devatenáctém století

V devatenáctém století se vědci zabývali tím, co bychom dnes mohli nazvat „robustnost“ ve smyslu necitlivosti procedur na odchylky z předpokladů, především z předpokladu normality.

Mezi nejdéle používané robustní odhady patří medián a mezikvartilové rozpětí. První prací o robustním odhadu byla nejspíš Laplaceova práce z roku 1818 o rozdělení mediánu. Mezikvartilové rozpětí používal např. Gauss (1816) nebo belgický „otec biometrie“ Adolphe Quetelet (1846). Přímé uvažování mezikvartilového rozpětí a mezidecilových rozpětí začalo s Galtonem (1882).

Jedním ze statistických problémů souvisejících s robustními odhady bylo zamítnutí odlehlých pozorování. V roce 1852 Benjamin Peirce publikoval první návrh pro zamítání odlehlých pozorování.

Rok 1885 může být brán jako začátek velice inovačního období v dějinách matematické statistiky díky takovým osobnostem jako Karl Pearson, F. Y. Edgeworth. Před rokem 1885 byly užívány nejen jednoduché techniky typu „zamítni odlehlé hodnoty a pak spočítej prostý průměr“, ale také vážené průměry. V roce 1763 James Short odhadl sluneční paralaxu pomocí pozorování přechodů Venuše v roce 1761. Průměroval tři průměry: prostý průměr, průměr všech pozorování s rezidui menšími jak jedna sekunda a průměr všech pozorování s rezidui menšími jak půl sekundy.

V druhé polovině devatenáctého století se vážené nejmenší čtverce staly standardním tématem v teorii chyb. Bylo běžnou praxí vážit astronomická pozorování odlišně v závislosti na astronomově odhadu pravděpodobné chyby pozorování.

3 Vývoj robustních metod v letech 1850-1920

3.1 Směsi normálních rozdělení

Simon Newcomb byl nejspíš prvním, kdo představil směs normálních hustot jako model pro rozdělení s těžkými konci. Použil tento model k získání odhadu polohy, který byl robustnější než prostý průměr. V této době používaly normální směsi také Francis Galton a Karl Pearson, ale z naprosto odlišných důvodů – pro demonstrování toho, jak jedna populace může být rozdělena do komponent.

Během pozorování průchodů Merkuru (6.5.1878) Newcomb přišel na to, že množina 684 reziduí má mnohem těžší konce než odpovídající normální rozdělení. Došel k závěru, že nelze rozlišit pozorování s velkými pravděpodobnými chybami od těch s malými chybami. Proto usoudil, že soubor pozorování průchodů Merkuru musí být směsí pozorování s odlišnými pravděpodobnými chybami.

3.2 L-odhady

L-odhady jsou založeny na pořadích pozorování (pořádkových statistikách). Do této třídy spadá např. průměr, medián, střed rozpětí. Laplace se zdá být prvním, kdo publikoval (1818) první rozsáhlou matematickou analýzu týkající se pořádkových statistik. Laplace srovnával chování mediánu a průměru (L-odhadů typu I a typu II) ve velkých vzorcích. Uvažoval speciální případ odhadu středu symetrického rozdělení pomocí mediánu a průměru. Ukázal, že medián je nadřazen průměru.

Galton (1875) a Edgeworth (1885) navrhli použití mediánu v případech, kdy mohou být očekávány těžší konce jak normální. V roce 1889 Galton navrhl komplikovanější lineární odhad průměru a směrodatné odchylky normálního rozdělení.

V roce 1920 vydal P. J. Daniell článek „Pozorování vážené podle pořadí". Tato práce však zůstala nepovšimnuta a trvalo třicet let, než byly jeho výsledky znovuobjeveny. Daniell uvažuje asymptotický odhad jak parametrů polohy, tak měřítka pomocí obecných lineárních funkcí pořádkových statistik. Daniell získal (nyní standardní) výraz pro asymptotickou odchylku S^2. Dále dává optimální váhovou funkci, která S^2 optimalizuje jak pro odhady parametrů polohy, tak měřítka. Možná Daniellova izolace od aktivního statistického výzkumu (práci napsal v Rice Institute in Houston) a fakt, že práce z roku 1920 se zdá, že pouze souvisí se statistikou, jsou zodpovědné za přehlédnutí jeho článku.

3.3 M-odhady

Třídu M-odhadů představil P. J. Huber ve své práci „Robust estimation of a location parameter" v roce 1964. „M" pro maximálně věrohodný typ. Nejspíš první objevení těchto odhadů je v práci Jeffreye v roce 1932.

Ještě mnohem dříve, v roce 1888 poslal profesor strojírenství Robert Henry Smith do Nature dopis s návrhem, který obsahoval váhovou funkci velice podobnou Tukeyho funkci biweight, kterou uvedli v roce 1974 Beaton a Tukey. Smithova váhová funkce je ve skutečnosti druhou odmocninou Tukeyho funkce biweight. Smith navrhl neiterační tvar řešení pro odhad polohy. Smith neposkytl žádnou analýzu vlastností svého návrhu. Pravděpodobně předpokládal symetričnost populace.

Literatura

[1] Daniell, P. J.: *Observations Weighted According to Order*. American Journal of Mathematics, 42 (1920), 222–236.

[2] David, H. A. : *Early Sample Measures of Variability*. Statistical Science, Vol. 13, No. 4 (1998), 368–377.

[3] Huber, P. J. : *Robust Estimation of a Location Parameter*. Annals of Mathematical Statistics, 35, No. 1 (1964), 73–101.

[4] Huber, P. J. : *Robust Statistics*. Wiley, New York 1981.

[5] Jurečková, J., Picek, J. : *Robust Statistical Methods with R*. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton 2006.

[6] Pearson, E. S. : *Studies in the History of Probability and Statistics XVII: Some Reflections on Continuity in the Development of Mathematical Statistics, 1885–1920*. Biometrika, 54, No. 2 (1967), 341–355.

[7] Stigler, S. : *Simon Newcomb, Percy Daniell, and the History of Robust Estimation 1885–1920*. Journal of the American Statistical Association, Vol. 68, No. 344 (1973), 872–879.

Adresa

Ing. Mgr. Hana Stříteská
Katedra aplikované matematiky, PřF MU
Janáčkovo náměstí 2a, 602 00 Brno
e-mail: *striteska@mail.muni.cz*

HISTORIE VZTAHU $V + S - H = 2$

VERONIKA SVOBODOVÁ

1 Úvod

V 17. stol. se začíná v geometrii objevovat přístup, který bychom mohli nahlížet jako odpoutávání se od konkrétního a přiklánění se k obecnému. V prostorové geometrii se probouzí zájem o hledání obecných zákonitostí, které platí pro prostorové útvary. Pojem mnohostěn se začíná chápat v dnešní širokosti. Netrvá dlouho a světlo světa spatřuje rovnost: $v + s - h = 2$, udávající vztah mezi počtem vrcholů, stěn a hran mnohostěnu.

2 Euler

Rovnost $v + s = h + 2$ byla poprvé uveřejněna švýcarským matematikem LEONHARDEM EULEREM (1707-1783) v příspěvku nazvaném *Elementa doctrinae solidorum*, který byl publikován ve čtvrtém čísle *Novi Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae* z roku 1752/53. Euler zde přiznává, že se mu tvrzení dosud nepodařilo dokázat.

Ve svém dalším příspěvku *Demonstratio nonnullarum insignium proprietatum, quibus solida hedris planis inclusis sunt praedita* uveřejněném v témž periodiku již podává důkaz metodou matematické indukce, která tehdy byla ještě v plenkách.

Euler ukáže, že vztah platí pro čtyřstěn a dále dokáže, že vezmeme-li libovolný mnohostěn a odstraníme z něj vrchol (s příslušnými hranami a stěnami), součet $v + s - h$ se nezmění. Euler dále tvrdí, že každý mnohostěn lze takto postupným odebíráním vrcholů redukovat na čtyřstěn, což obecně nemusí být pravda.

Korektní důkaz využívající teorie grafů podává německý geometr KARL GEORG CHRISTIAN VON STAUDT (1798-1867) v roce 1847.

3 Descartes

Euler byl sice prvním, kdo publikoval vztah $v + s = h + 2$, nicméně je velmi pravděpodobné, že tento vztah znal již francouzský matematik a filosof RENÉ DESCARTES (1596-1650).

Descartes zemřel roku 1650 ve Švédsku, odkud byla jeho pozůstalost poslána do Francie, kde po příjezdu do Paříže padla bedna s rukopisy do řeky. Většina prací byla zachráněna a usušena, některé se dostaly do rukou soudobým vědcům. Mezi nimi byl i Leibniz, který některé z rukopisů přepsal, včetně šestnáctistránkového pojednání nazvaného *Progymnasmata de solidorum elementis*. Originál později zmizel a Leibnizův přepis zapadl až do jeho znovuobjevení roku 1860.

Z tohoto spisu je zřejmé, že Descartes znal a dokázal dvě významná tvrzení, ze kterých přímo plyne Eulerova věta. Otázkou zůstává, zda si toho byl vědom či nikoli.

Literatura

[1] www.eulerarchive.org

Adresa

Mgr. Veronika Svobodová
KM PřF MU Janáčkovo nám. 2a, 602 00 Brno
e-mail: *schneck@email.cz*

POČÁTKY INDICKÉ MATEMATIKY

IRENA SÝKOROVÁ

1 Úvod

Úkolem této přednášky je podat stručný přehled matematických znalostí, dovedností a výsledků, které byly známé na Indickém poloostrově do 5. století n.l.

2 Civilizace údolí Indu (protoindická civilizace, harappská kultura)

Nejstarší archeologické nálezy na Indickém poloostrově jsou z 3. tisíciletí př.n.l. a byly objeveny v údolí řeky Indu. Na archeologických nalezištích v této oblasti pracoval od roku 1921 sir John Marshall. Informace o civilizaci údolí Indu pocházejí z vykopávek největších měst - Mohendžodaro (v údolí řeky Indu) a Harappa (provincie Pandžáb). Výstavba obou měst se řídila pokročilými urbanistickými zásadami. Ulice se křížily v pravém úhlu, domy byly cihlové, ulice byly opatřeny cihlovými kanálky.

Matematika známá v té době sloužila praktickým potřebám. Býčí kárky měly obvod kol pobitý kovovými pásky. Různé dekorativní předměty byly zdobeny trojúhelníky akružnicemi. Pozoruhodná jsou i čtvercová nebo kruhová pečetidla, na kterých byly vyryty ozdobné obrazce, zvířata, často i krátké nápisy v obrázkovém písmu.

Byly nalezeny různé nástroje na měření vah a délek. Známé je mohendžodarské pravítko, jehož stupnice je velmi přesná.

3 Védské období

V průběhu 2. tisíciletí př.n.l. kočovní Árjové dobyli a obsadili území Indie. Začali šířit védské náboženství. Charakteristickým znakem védského náboženství byly obětní obřady. Aby obětní rituál byl úspěšný, oltáře musely vyhovovat přísným pravidlům. Veršovaná díla *šulvasutry* (pravidla provazce) popisovala pravidla pro stavbu oltářů. Nejznámější autoři jsou *Baudhajana* (asi 800 př.n.l.), *Manava* (asi 750 př.n.l.), *Apastamba* (asi 600 př.n.l.) a *Katjajana* (asi 200 př.n.l.). V šulvasutrách se objevuje název *ganita* (věda o počítání), ekvivalent slova matematika.

Šulvasutry popisují různé geometrické konstrukce např. čtverec dvakrát větší než daný čtverec, čtverec s obsahem rovným součtu resp. rozdílu dvou nestejných daných čtverců, čtverec s obsahem rovným obsahu daného obdélníka, konstrukce rovnoramenných lichoběžníků. V těchto konstrukcích je využívána Pythagorova věta. V šulvasutrách je také popsána kvadratura kruhu i obrácená úloha cirkulatura čtverce. Z různých geometrických konstrukcí vyplynuly různé aproximace π.

Pozoruhodná je aproximace $\sqrt{2}$. Výpočet lze vyjádřit vzorcem

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3\cdot 4} - \frac{1}{3\cdot 4\cdot 34} = 1.414215686.$$

4 Džinismus

Během 1. tisíciletí př.n.l. je védské náboženství nahrazováno jinými, jedním z nich byl džinismus. Mezi matematickými výsledky jsou vzorce pro měření obvodu kružnice, plochy kruhu, délky tětivy, délky kruhového oblouku, výšky kruhové úseče. Kosmologie silně ovlivnila džinistické matematiky, byli fascinováni velkými čísly (uvažovali časovou periodu 2^{588} let), rozlišovali pět různých druhů nekonečna.

V džinistických dílech jsou popsány metody na výpočet kombinací a permutací. Džinisté pro kombinace a permutace užívali název *vikalpa*.

Literatura

[1] Bečvář, J., Bečvářová, M., Vymazalová, H.: *Matematika ve starověku. Egypt a Mezopotámie.* Dějiny matematiky 23, Prometheus, Praha, 2003.

[2] Datta, B., Singh, A.N.: *History of Hindu Mathematics (part I).* Lahore: Molital Banarsidass, 1935.

[3] Juškevič, A.P.: *Dějiny matematiky ve středověku*. Academia Praha, 1978

[4] Kaye, G.R.: *The Bakhshali Manuscript, Archaeological Survey in India.* New Imperial Series XLIII, vol.I, Parts I-II, Central Publication Brand, Calcutta, 1927

[5] Wheeler, M.: *Dávná civilizace v údolí Indu*. Praha: Mladá fronta, 1973

[6] http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk

Adresa

RNDr. Irena Sýkorová
Vysoká škola ekonomická
Katedra matematiky
Ekonomická 957
148 00 Praha 4
e-mail: *sykorova@vse.cz*

UZLY, COPY, COPÁNKOVÉ GRUPY, HISTORIE CELKEM NEDÁVNÁ

ALENA VANŽUROVÁ

1 Historický úvod

Kolem r.1880 přijali tehdejší vědci představu, že prostor je vyplněn látkou zvanou éter. Fyzik Peter Guthrie Tait se tehdy zajímal o práci Hermanna von Helmholtze o pohybu vírů. Sám experimentoval s kroužky kouře a svými úvahami ovlivnil i svého blízkého kolegu, Williama Thomsona (pozdějšího lorda Kelvina). Ten si začal představovat, že atomy jsou vírové kruhy vznikající v éteru: různým způsobem zauzlené a vzájemně pospojované kruhy měly reprezentovat různé prvky (Kelvin, 1904). Úvahy směřovaly k vytvoření předchůdkyně pozdější periodické soustavy prvků. Tait se snažil sestavit tabulky, které rozdělovaly uzly do tříd tak, aby uzel z jedné třídy nemohl být deformován do uzlu z jiné třídy. Za účelem třídění se užívaly tzv. diagramy uzlů, tedy jejich vhodné rovinné průměty. První katalog uzlů pořídil Tait r.1876. Obsahoval diagramy patnácti uzlů do řádu sedm (ve smyslu počtu překřížení v diagramu). Aby je vytvořil, Tait si kreslil obrázky uzlů a snažil se sdružovat do skupin ty, které považoval za ekvivalentní. Neměl k dispozici žádné topologické prostředky, kterými by prokázal, že jednotlivé třídy jsou skutečně různé. Na přelomu století se ukázalo, že Kelvinova teorie struktury atomů byla chybná. I po té, co fyzikové (a chemici) opustili představu vírové teorie atomů, pokračovali Tait, Thomas Kirkman a Charles Little ve výzkumu, nejprve nezávisle, což později umožnilo odhalit některé duplikace nebo opomenutí, a po r. 1900 společně. Vytvořili katalogy uzlů až do 10 (11) překřížení, stále podobnými postupy. Na štěstí pro tuto krásnou disciplinu se brzy začali o problematiku zajímat také matematici. Zmínka o možnosti studia uzlů se najde už u K.F. Gausse.

2 Základní pojmy, problémy a metody teorie uzlů

2.1 Uzel, spletenec, motanice, cop

Uzel je útvar v trojrozměrném prostoru homeomorfní kružnici, můžeme si ho představit vymodelovaný z kusu provázku nebo struny spojením volných konců. Konečné disjunktní sjednocení uzlů (které se po dvou se neprotínají, ale jeden druhým může být protažen) nese v angličtině název „link“, což bychom mohli volně přeložit jako spletenec, zřetězení. Odříznutím nezapletených částí „linku“ vzniká obecně motanice strun s volnými konci („tangle“ *v angl.*), ve speciálních případech tzv. copánek. Obojí můžeme modelovat např. v jednotkové krychli, volné konce umístíme na dolní a horní podstavě. Copánek je charakterizován tím, že roviny mezi podstavami krychle protínají každou strunu právě jednou. Lze definovat operaci skládáni objektů. Ekvivalence objektů se bere jako isotopie celého trojrozměrného prostoru, která jeden útvar zobrazí v druhý. Operace se snadno přenese na třídy ekvivalence. Uzavřením copu pomocí oblouků lze vytvořit spletenec, někdy přímo uzel. Pojem copu zavedl E. Artin ve 30. letech jako prostředek ke studiu uzlů. Nakonec šlo studium copů vlastní cestou. Ukázala se hluboká souvislost s teorií nekomutativních grup: třídy ekvivalence copů s týmž počtem strun tvoří na skládání tzv. copánkovou grupu. A.A. Markov ukázal souvislost mezi ekvivalentními uzly a “Markovovsky“ ekvivalentními copy (1936, 1945). Avšak až Jonesův objev nového invariantu r. 1984 umožnil výsledky o copech opravdu využít i v teorii uzlů.

Copánkové grupy díky své nekomutativnosti a s tím spojené obtížné řešitelnosti některých úloh (konjugační problém) našly široké použití: v kódování, v kryptografii, při přenášení informací.

2.2 Základní problémy

Mezi základní úlohy, z nichž některé dosud nejsou zcela vyřešené, patří rozpoznání neuzlu (může být daný uzel rozmotán?), obecněji rozpoznání dvou (ne)ekvivalentních uzlů, copů, rozlišení tzv. (a)chirality (zda je možno uzel deformovat v jeho zrcadlový průmět, což může být důležité pro chemii a farmacii, pro předpověď vlastností syntetických sloučenin). Vyvstává i otázka klasifikace. Není bez zajímavosti, že problém rozmotávání uzlu je specifickou vlastností dimenze tři. V rovině řeší situaci věta Schönfliesova, v prostoru dimenze aspoň čtyři lze každý uzel rozplést.

2.3 Metody a další vývoj

První metodou studia uzlů bylo využití jejich rovinných průmětů, diagramů, nahrazení pohybů v prostoru povolenými změnami v diagramu (tzv. Reidemeisterovy pohyby) a kombinatorické úvahy. V 19. st. pak už začaly být využívány metody vznikající algebraické topologie: snažíme se najít a přiřadit našim objektům takové algebraické struktury, které se nezmění při povolených deformacích, zde při isotopiích. Mohou to být čísla (počet křížení uzlu), velkou užitečnost prokázaly Laurentovy polynomy v jedné nebo ve dvou neurčitých, které se jmenují po svých objevitelích (I.M. Alexander (1888-1971), [1932], V.F.R. Jones [1987], J.H. Conway [1975], H. Kauffman, HOMFLY). V poslední době se objevují články o pokusech klasifikovat uzly a spletence pomocí počítače, s užitím klasických i nových topologických invariantů.

Literatura

[1] Murasugi, K.: *Knots and Applications.* Birkhäuser, 1996.

[2] Cromwell, P.: *Knots and Links*. Cambridge, 2004.

Adresa

Doc. RNDr. Alena Vanžurová, CSc.
PřF UP, tř. Svobody 26, 779 00 Olomouc
e-mail: *vanzurov@inf.upol.cz*

HISTORIE KOMBINATORIKY

ZUZANA VOGLOVÁ

1 Úvod

Odpovědět na otázku, co je to kombinatorika a kam až sahají její kořeny, je velmi komplikované. V různé literatuře bývá často uváděno, že kombinatorika vznikla v 17. století a to pouze jako podpůrná část teorie pravděpodobnosti. Situace je však mnohem složitější a zajímavější, než by se na první pohled mohlo zdát.

2 Kombinatorika ve starověku

2.1 Základní kombinatorická pravidla a pojmy

První kombinatorické poznatky, příklady a výsledky můžeme najít už překvapivě dávno v období kolem roku 2000 př. n. l. Texty vztahující se ke kombinatorice nacházíme nejčastěji u čínských a indických civilizací. Studium historie základních kombinatorických pravidel komplikuje hlavně to, že se jedná o pravidla velmi jednoduchá, která byla používána velmi často, aniž by bylo zachyceno jejich přesné znění. Se základními kombinatorickými pojmy jako jsou variace, kombinace a permutace se v historických textech také setkáváme, mnohdy však nebyl dodržován jejich přesný význam.

2.2 Magické čtverce

Magické čtverce jsou dnes bezpochyby nejpopulárnější částí kombinatoriky, lidstvo však fascinují již několik tisíc let. Prvním příkladem magického čtverce je diagram Lo Shu z období starověké Číny. Jedná se o obrázkový záznam magického čtverce třetího řádu. Ve 13. století př. n. l. už byly konstruovány magické čtverce až 10. řádu, magické kruhy, obdélníky a trojúhelníky.

S magickými čtverci se hojně setkáváme také v malířství či architektuře.

2.3 Aritmetický trojúhelník

Aritmetický trojúhelník bývá často nazýván Pascalův trojúhelník, i když se objevil mnohem dříve než v díle tohoto slavného matematika. První zmínky o něm můžeme najít už v 10. století v práci islámského matematika *Al-Karádžího*.

3 Počátky moderní kombinatoriky

Počátky moderní kombinatoriky spadají do 17. století. V této době bylo napsáno několik prací, které významně přispěly k rozvoji kombinatoriky. V roce 1665 to bylo Pascalovo *Traité du triangle arithmétique*, o rok později Leibnizovo *Dissertatio de Arte Combinatoria*. V roce 1713 bylo vydáno Bernoulliho *Ars Conjectandi*, které bývá považováno za završení období formování kombinatoriky.

K vývoji kombinatoriky významně přispěli také další matematikové jako byl Euler, de Moivre, Fermat či Nicholson.

První učebnice kombinatoriky vyšla v Lipsku v roce 1901, jejím autorem je německý matematik Netto. Ve 20. století zaznamenala kombinatorika opravdu bouřlivý rozvoj.

V souvislosti s vývojem výpočetní techniky se začala rozvíjet celá diskrétní matematika a docházelo k její vnitřní diferenciaci. Kombinatorika se dostala do popředí zájmu mnoha matematiků a je využívána v celé řadě jiných matematických disciplín.

Literatura

[1] Biggs, N. L., Lloyd, E. K., Wilson, R. J.:*Handbook of Combinatorics*. The Mit Press, Cambridge, Massachusetts 1995.

[2] Biggs, N. L.: *The roots of combinatorics*, Historia Math. **6** (1979), 109–136.

[3] Fuchs, E.: *Diskrétní matematika pro učitele*. Masarykova univerzita, Brno 2001.

[4] Katz, J. B.: *History of Mathematics*. 1998.

[5] Netto, E.: *Lehrbuch der Combinatorik*. Verlag von B. G. Teubner, Lipsko 1901.

[6] Stanley, R. P.: *Enumerative Combinatorics*.Wadsworth Inc., Belmont, California 1986.

[7] http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/index.html

[8] http://markfarrar.co.uk/msqhst01.htm

Adresa

Mgr. Zuzana Voglová
Sochova 605, 784 01 Litovel
e-mail: *zuzana.voglova@foxis.cz*

CAMBRIDGESKÉ SETKÁNÍ N. WIENERA A G.H. HARDYHO

KAREL ŽITNÝ, IGOR ZOLOTAREV

Vliv osobních setkání matematiků na rozvoj matematiky je dobře známým, ačkoliv obtižně měřitelným faktorem v rozvoji matematiky. V roce 1932 Norbert Wiener přicestoval do Cambridge, kde měl příležitost podelší dobu se stýkat s další významnou osobnosti zainteresovanou v harmonické analýze, a to s Godfrej H. Hardym (1877-1947).

Pravděpodobně nejvýznamnějším výsledkem Wienerova pobytu byla jeho široce známá knížka „The Fourier Integral and Certain of its Applications“, Cambridge Univ. Press 1933. Publikace této skvělé, ačkoliv nevelké monografie, vyvolala menší revoluci v matematické komunitě. Jejím obsahem jsou Plancherelovy a Tauberovy teorie, v té době podstatně modifikované, především Wienerem. Můžeme v ni rozlišit tři tematické okruhy: Fourierovy transformace funkcí z prostoru $\boldsymbol{L}_2$, problematiku absolutně konvergentních Fourierových řad, a úvod do abstraktní harmonické analýzy.

N. Wiener ukázal, že Hermitovy funkce poskytují velmi elegantní metodu pro studiu Fourier-Plancherelova operátoru, a teprve v relativně nedávné minulosti byly přednosti tohoto přístupu plně doceněny, mimo jiné také specialisty v kvantové teorie pole. V našem příspěvku uvedeme některé detaily o Wienerově metodě v funkcionálně-analytickém pojetí.

Zatímco Wiener připravoval do tisku svoji monografii, Hardy v roce 1932 opublikoval nevelkou stať navanou „A theorem concerning Fourier transform”, J. London Math. Soc. 8 (1933), 227-231. Ačkoliv představuje jinak drobný kamínek v rozsáhlém Hardyově díle, jeho Collected Works jsou obsaženy v sedmi objemných svazcích, byla jim otevřena problematika tzv. principů neurčitosti.

Hardy, jak sám uvádí, v úvodu článku rozvinul Wienerovu představu o tom, že funkce f a její Fourier-Plancherelova transformace $\mathfrak{F}f$ nemohou být současně obě „příliš malé“. Dnes podstatně známější než Hardyho průkopnická idea je tzv. Heisenberg-Weylův princip neurčitosti. Historický výklad bude opět doplněn vybranými matematickými detaily, neboť matematické techniky vyvinuté Hardym je významně liší od Weilových.

V závěru příspěvku, vedle základních personálii o obou protagonistech, věnujeme poněkud širšímu pohledu na dílo G.H. Hardy jako jednoho z principiálních, ač poněkud opomíjených tvůrců, soudobé harmonické analýzy.

Literatura

[1] H. Dym, H.P. McKean: Fourier Series and Integrals. Academic Press, New-York, San Francisco, London 1972.

[2] S. Thangavelu: An Introduction to the Uncertainty Principle. Birkhäuser, Bostom, Basel, Berlin 2004.

Adresa

Ing. Igor Zolotarev, CSc.
Ústav termomechaniky AV ČR
Dolejškova 5
182 00 Praha 8
e-mail: *igor@it.cas.cz*