

Funkcionální analýza 1, ZS 2013-14

Definice

K = klíčový pojem; neznalost některého z klíčových pojmů bude mít za následek ukončení zkoušky se známkou neprospěl(a).

K topological vector space (TVS).

- balanced set
- absorbing set
- symmetric set
- bounded set

K locally convex space

- locally bounded space
- metrizable space
- normable space
- pseudonorm
- separating family
- Minkowski functional
- topology $\sigma(X, M)$
- weak topology (slabá topologie)
- weak* topology (slabá* topologie)
- polar set
- simple function
- μ -measurable function
- weakly μ -measurable function

K Bochner integrable function

- complex algebra

K Banach algebra

- unit element
- complex homomorphism
- invertible element

K spectrum

- resolvent set
- spectral radius
- surrounding curve

K ideal

- proper ideal
- maximal ideal

K Gelfand transform

- Gelfand topology
- radical
- semisimple algebra
- involution
- hermitian (self-adjoint) element

K C^* -algebra

- normal set

K normal operator

- selfadjoint (hermitian) operator
- unitary operator
- orthogonal projection
- numerical range
- spectral measure
- positive operator
- polar decomposition

Věty

T = důkaz věty je za 10 bodů

- separační vlastnosti vektorové topologie (Theorem 1.1)
- vlastnosti konvexních, vyvážených a omezených množin (Theorem 1.2)
- existence konvexního okolí (Theorem 1.3)
- omezenost kompaktu (Theorem 1.5)
- charakterizace lineárních zobrazení (Theorem 1.6)
- charakterizace spojitých lineárních funkcionálů (Theorem 1.7)
- metrizovatelnost TVS (Theorem 1.8)
- charakterizace omezenosti (Theorem 1.11)
- vlastnosti spojitosti (Theorem 1.12)
- vlastnosti pseudonormy (Theorem 1.13)
- vlastnosti Minkowského funkcionálu (Theorem 1.14)
- separující systém pseudonorem (Theorem 1.15)
- T vytvoření lokálně konvexní topologie (Theorem 1.16)
- metrizovatelnost invariantní metrikou (Theorem 1.17)
- normovatelnost (Theorem 1.18)
- T Hahn-Banachova věta (Theorem 1.19)
- separační vlastnost X^* (Corollary 1.20)
- oddělování bodu a podprostoru (Theorem 1.21)
- rozšiřování funkcionálu (Theorem 1.22)
- oddělování bodu a konvexní množiny (Theorem 1.23)
- jádra a lineární kombinace (Lemma 2.1)
- T lokální konvexita $(X, \sigma(X, M))$ (Theorem 2.2)
- Mazurova věta (Theorem 2.3)
- slabá a normová konvergence (Theorem 2.5)
- T Banachova-Alaogluova věta (Theorem 2.6)
- věta o bipoláře (Theorem 2.7)
- T Goldstinova věta (Theorem 2.8)
- charakterizace reflexivity (Theorem 2.9)
- T slabě konvergentní podposloupnosti (Theorem 2.10)
- T Pettisova věta (Theorem 3.1)
- charakterizace bochnerovské integrovatelnosti (Theorem 3.3)
- T vlastnosti Bochnerova integrálu (Theorem 3.4)
- rovnost μ -měřitelných funkcí (Corollary 3.5)
- lineární operátor a Bochnerův integrál (Theorem 3.6)
- rovnost bochnerovsky integrovatelných funkcí (Corollary 3.7)
- hodnota Bochnerova integrálu (Corollary 3.8)
- komplexní homomorfismus a invertibilita (Theorem 4.1)
- invertovatelnost $e - x$ (Theorem 4.2)
- vlastnosti $(x - h)^{-1}$ (Theorem 4.3)
- vlastnosti zobrazení $x \mapsto x^{-1}$ (Theorem 4.4)
- T vlastnosti spektra (Theorem 4.5)
- Gelfandova-Mazurova věta (Theorem 4.6)
- topologické lemma o komponentách (Lemma 4.7)
- spektrum podalgebry (Theorem 4.9)
- shora polospojitosť spektra (Theorem 4.11)
- rezolventní identita (Lemma 4.12)
- konstrukce holomorfního kalkulu (Theorem 4.13)
- T vlastnosti holomorfního kalkulu (Theorem 4.14)
- logaritmus a odmocnina operátoru (Theorem 4.15)

- vlastnosti ideálů (Theorem 5.1)
- T ideály a komplexní homomorfismy (Theorem 5.2)
 - prostor maximálních ideálů (Theorem 5.3)
 - homomorfismus komutativních algeber (Theorem 5.4)
 - charakterizace izometrické Gelfandovy transformace (Theorem 5.6)
 - vlastnosti hermitovských prvků (Theorem 5.7)
 - spojitost involuce (Theorem 5.8)
- T Gelfandova-Naimarkova věta (Theorem 5.9)
 - spojitý kalkulus pro C^* -algebru (Theorem 5.10)
 - vlastnosti maximální normální podalgebry (Theorem 5.11)
- T vlastnosti C^* -algebry (Theorem 5.12)
 - invariantnost spektra pro C^* -algebry (Theorem 5.13)
- vlastnosti adjungovaného operátoru (Lemma 6.1)
- charakterizace nulového operátoru (Lemma 6.2)
- charakterizace rovnosti operátorů (Lemma 6.3)
- charakterizace normálních operátorů (Theorem 6.4)
- T vlastnosti normálních operátorů (Theorem 6.4)
 - charakterizace samoadjungovaných operátorů (Lemma 6.6)
 - rozklad na samoadjungované operátory (Lemma 6.8)
- T Hilbertova-Toeplitzova věta (Theorem 6.9)
 - spektrum samoadjungovaného operátoru (Theorem 6.10)
 - charakterizace unitárních operátorů (Theorem 6.11)
 - charakterizace ortogonálních projekcí (Theorem 6.12)
- T Hilbertova-Schmidtova věta (Theorem 6.13)
 - spojitý kalkulus pro normální operátory (Theorem 7.1)
 - Laxova-Milgramova věta (Lemma 7.2)
- T borelovský kalkulus pro normální operátory (Theorem 7.4)
- T existence spektrální míry (Theorem 7.5)
- T integrace podle spektrální míry (Theorem 7.6)
 - spektrální rozklad normálního operátoru (Theorem 7.7)
- T vlastnosti spektra normálního operátoru (Theorem 7.8)
 - charakterizace pozitivního operátoru (Theorem 7.9)
- T odmocnina pozitivního operátoru (Theorem 7.10)
 - odmocnina TT^* (Theorem 7.11)
 - polární rozklad (Theorem 7.12)