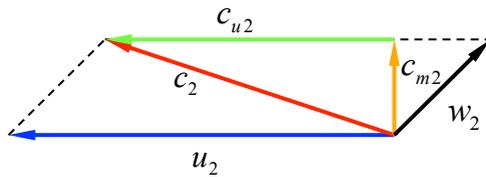


Radiales Pumpen-/Turbinenlaufrad

$$\vec{c}_2 = \vec{u}_2 + \vec{w}_2$$



w : Relativgeschwindigkeit (Fluidgeschw.) $\left[\frac{m}{s}\right]$

u : Umfangsgeschwindigkeit $\left[\frac{m}{s}\right]$

c : Absolutgeschwindigkeit $\left[\frac{m}{s}\right]$

c_{u2} : Tangentialkomponente von c $\left[\frac{m}{s}\right]$

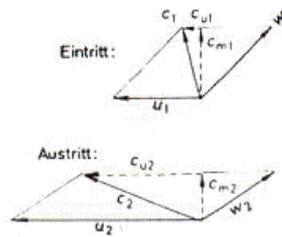
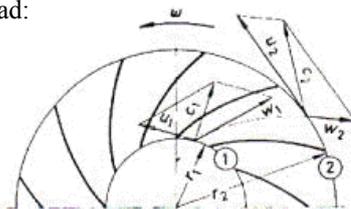
c_{m2} : Radialkomponente von c $\left[\frac{m}{s}\right]$

Merke: Bei der Auslegung von Pumpen und Turbinen können folgende vereinfachenden Annahmen getroffen werden:

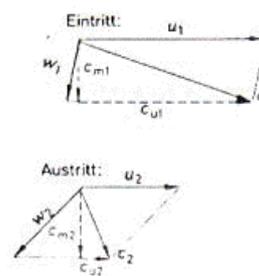
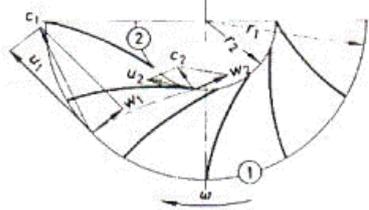
Pumpe: Der Fluideintritt erfolgt drallfrei und somit ist die Komponente $C_{u1}=0$ zu setzen.

Turbine: Der Fluideintritt erfolgt drallfrei und somit ist die Komponente $C_{u2}=0$ zu setzen.

Pumpenlaufrad:



Turbinenlaufrad:



Das resultierende **Moment** bzw. das Antriebsmoment errechnet sich gemäss Herleitung über den Drallsatz nach folgender Beziehung:

$$\Sigma \vec{T} - \Sigma \vec{L} = 0 \quad \boxed{T = \dot{m} \cdot c_{2u} \cdot r_2 - \dot{m} \cdot c_{1u} \cdot r_1}$$

Die **Leistung** über das eben berechnete Moment errechnet sich:

$$\boxed{P = T \cdot \omega = (\dot{m} \cdot c_{2u} \cdot r_2 - \dot{m} \cdot c_{1u} \cdot r_1) \cdot \omega = (c_{2u} \cdot r_2 - c_{1u} \cdot r_1) \cdot \dot{m} \cdot \omega}$$

$$\stackrel{u=r \cdot \omega}{=} \dot{m} \cdot (c_{2u} \cdot u_2 - c_{1u} \cdot u_1)$$

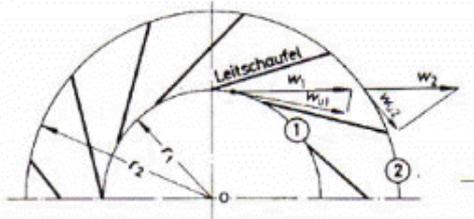
Die **spezifische Leistung** ergibt hieraus:

$$Y = \frac{P}{\dot{m}} = (c_{2u} \cdot u_2 - c_{1u} \cdot u_1)$$

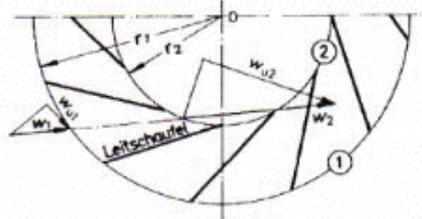
Über den Ansatz der Isentropen Zustandsänderung kann die **Enthalpieänderung** bestimmt werden:

$$\Delta h = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot R \cdot T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right]$$

Pumpenleitrad



Turbinenleitrad



$$\dot{L}_1 = \dot{m} \cdot w_{1u} \cdot r_1$$

$$\dot{L}_2 = -\dot{m} \cdot w_{2u} \cdot r_2$$

$$\boxed{T = \dot{m} \cdot w_{2u} \cdot r_2 - \dot{m} \cdot w_{1u} \cdot r_1}$$

Machzahl

$$\boxed{Ma = \frac{c}{a}}$$

$$a = \sqrt{\kappa \cdot R_i \cdot T}$$

Ma : Machzahl

c : Geschwindigkeit $\left[\frac{m}{s} \right]$

a : Schallgeschwindigkeit $\left[\frac{m}{s} \right]$

R_i : spezielle Gaskonstante $\left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$

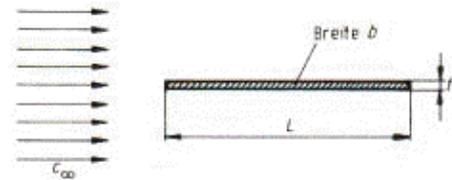
κ : isentropenexponent [-]

Merke: Ma=0,3 wird als obere Grenze angesehen, bis zu der Gasströmungen als Inkompressibel behandelt werden

Plattenströmungen (S.153 ff.)

$$Re_L = \frac{c \cdot L}{\nu}$$

$$F_{W,R} = \zeta_{W,R} \cdot 2 \cdot b \cdot L \cdot \rho_\infty \cdot \frac{c_\infty^2}{2} = \zeta_{W,R} \cdot A \cdot \rho_\infty \cdot \frac{c_\infty^2}{2}$$



Merke: Die Widerstandskraft \$F_{W,R}\$ infolge der Fluidreibung ist fast ausschliesslich von der Art der Grenzschicht und damit der Reynolds-Zahl abhängig.

Fallunterscheidung der glatten Platte (technisch Glatt):

- Laminare Grenzschicht über die gesamte Plattenlänge** Wenn sich die Reynoldszahl (erreichbar nach oben aufgeführter Formel) sich im unten stehenden Bereich befindet (unterkritisch), so kann der resultierende Widerstandsbeiwert gemäss der danach aufgeführten Formel berechnet werden.

obere Gültigkeitsgrenze : $Re_{kr} = (3...5) \cdot 10^5 ... (3) \cdot 10^6$

$$\zeta_{W,R} = \frac{1,328}{\sqrt{Re_L}}$$

Achtung:

- welches Medium umströmt die Platte ?
- sind eine oder zwei Flächen umströmt ?

- turbulente Grenzschicht über die gesamte Plattenlänge**

Gültigkeitsbereich : $Re_{kr} \leq Re_L \leq 10^7$

$$\zeta_{W,R} = 0,074 \cdot Re^{-\frac{1}{5}}$$

Rauhe Platte

Es gilt die selbe Beziehung für die Bestimmung der resultierenden Kraft jedoch neue Zusammenhänge für den Widerstandsbeiwert:

Gültigkeitsbereich : $10^{-6} \leq \frac{k_s}{L} \leq 10^{-2}$

$$\zeta_{W,R} = \left(1,89 - 1,62 \cdot \log \frac{k_s}{L} \right)^{-2,5}$$

$$\frac{k_{zul}}{L} \leq \frac{100}{Re_L}$$

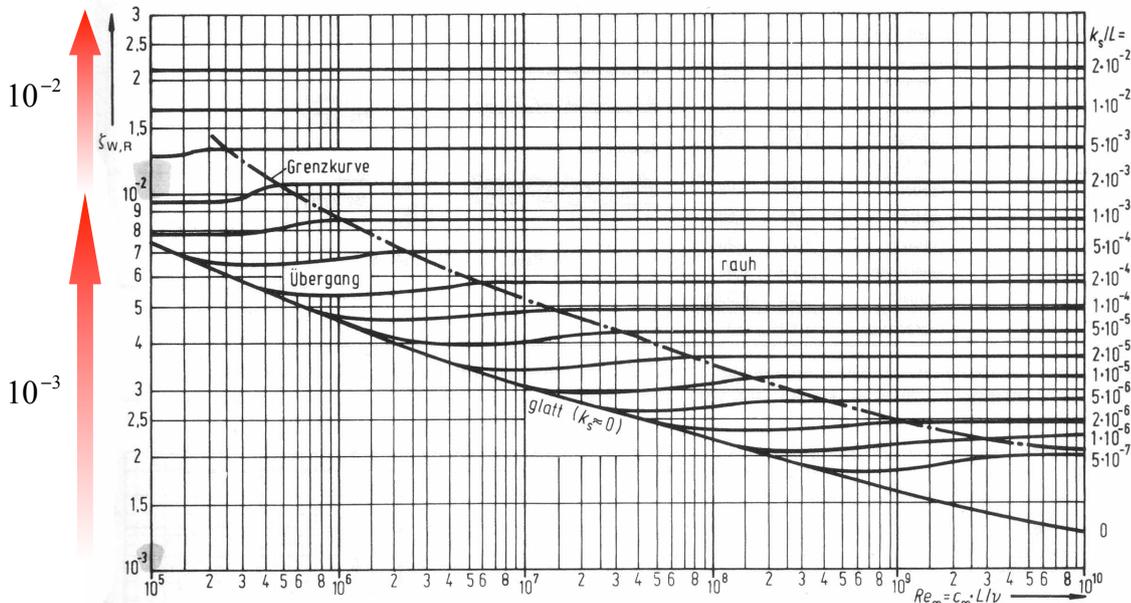


Bild 6-42. Widerstandszahlen \$\zeta_{W,R}\$ inkompressibel längsangeströmter ebener Platten, abhängig von der REYNOLDS-Zahl \$Re = c_\infty \cdot L/\nu\$ für verschiedene relative Sandrauigkeiten \$k_s/L\$ (nach Gl. (4-112) im rauen Bereich).

Ausfluss aus Öffnungen (S.145 ff.)

Die sich aufgrund der plötzlich auftretenden Querschnittsverengung einstellende eingeschnürte Strahldurchmesser errechnet sich gemäss unten aufgeführter Beziehung:

$$A_{Str} = \alpha \cdot A_M$$

$$\alpha = f(\text{Mündungsform})$$

A_{Str} : Strahlquerschnitt [m^2]

A_M : Mündungs – oder Öffnungsquerschnitt [m^2]

α : Kontraktionszahl [–]

Die effektive Austrittsgeschwindigkeit weicht ebenfalls von der theoretisch errechenbaren Geschwindigkeit ab und wird gemäss der unten aufgeführten Formel und der Werte aus der Tabelle 4-3 errechnet:

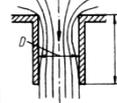
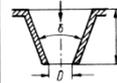
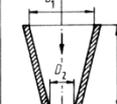
$$c_{Str} = \varphi \cdot c_{th}$$

φ : Geschwindigkeitszahl [–]

Aus den oben eingeführten Zusammenhängen kann nun daraus für den Volumenstrom folgende Aussage gemacht werden:

$$\dot{V} = A_{Str} \cdot c_{Str} = \underbrace{\alpha}_{\mu} \cdot \underbrace{\varphi}_{\mu} \cdot A_M \cdot c_{th}$$

$$\dot{V} = \mu \cdot \dot{V}_{th}$$

Öffnungsform	α	φ	μ	
Mündung scharfkantig 	0,61 ... 0,64	0,87	0,53 ... 0,56	
Mündung gut gerundet 	≈ 1	0,97 ... 0,99	0,97 ... 0,99	
Zylindrisches Ansatzrohr mit $L/D = 2 \dots 3$ 	≈ 1	$\approx 0,82$	$\approx 0,82$	
Konisches Ansatzrohr mit $L/D = 3$ 			δ μ	
			10° 0,95	
			20° 0,94	
			45° 0,88	
90° 0,74				
Düse $m = (D_1/D_2)^2$ 	m α	kurze Düse $\varphi = 0,97$		
				0,1 0,83
				0,2 0,84
				0,4 0,87
				0,6 0,9
				0,8 0,94
1,0 1,0				
		lange Düse $\varphi = 0,95$		

In Fluid rotierende Scheibe (Seite 158 ISBN:3-540-00338-X)

Konzept:

Das zu überwindende Drehmoment infolge Scheibenreibung und die daraus resultierende Leistung errechnen sich wie folgt:

$$T_R = \zeta_T \cdot \rho \cdot \frac{u^2}{2} \cdot A_0 \cdot R \quad P_R = \omega \cdot T_R$$

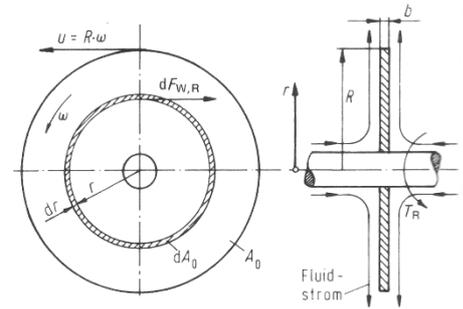


Bild 4-50. Freie rotierende Scheibe (omega = konst). Fluid-Sekundärstrom infolge Scheibenreibung symbolisch eingetragen.

Wobei gilt, dass für A0 die Stirnfläche plus zwei mal die Seitenfläche gerechnet werden muss:

$$A_0 = 2 \cdot R^2 \cdot \pi + 2 \cdot R \cdot \pi \cdot b = 2 \cdot R \cdot \pi \cdot (R + b)$$

Der Reibbeiwert muss in Abhängigkeit der Grenzschichtströmung (turbulent / laminar) und der Scheibenrauigkeit (äquivalente Sandrauigkeit ks) eingesetzt werden. Hierfür wird die kritische Reynoldszahl angeschrieben, über welcher die Strömung von laminar in turbulent wechselt:

$$Re_{kr} = 2 \cdot 10^5 \dots 3 \cdot 10^5 \quad Re = \frac{R \cdot u}{\nu} = \frac{R^2 \cdot \omega}{\nu}$$

Laminare Grenzschicht (Re < Re_{kr}) es ist korrekt, dass die übliche technische Scheibenrauigkeit hier ohne Einfluss ist

$$\zeta_T = \frac{0,64}{\sqrt{Re}}$$

Turbulente Grenzschicht (Re >= Re_{kr})

Fall A technisch glatt (ks=0) $\zeta_T = \frac{0,023}{\sqrt[4]{Re}}$

Fall B technisch rau (ks>0) $\zeta_T = \frac{0,11}{\left(1,12 + \lg\left(\frac{R}{ks}\right)\right)^{2,5}}$

u : Scheibenumfangsgeschwindigkeit $\left[\frac{m}{s}\right]$

$$u = \omega \cdot R$$

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

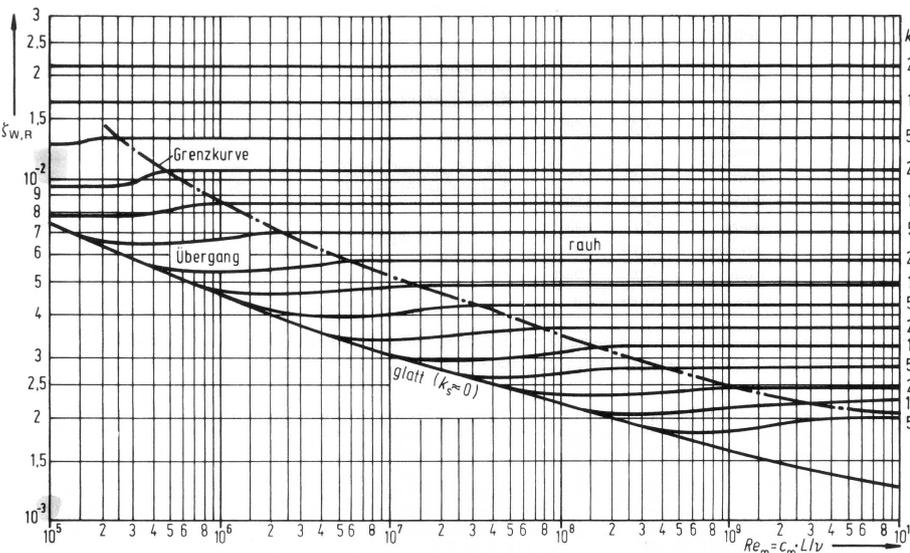


Bild 6-42. Widerstandszahlen $\zeta_{w,R}$ inkompressibel längsangeströmter ebener Platten, abhängig von der REYNOLDS-Zahl $Re = c_{\infty} \cdot L/\nu$ für verschiedene relative Sandrauigkeiten k_s/L (nach Gl. (4-112) im rauhen Bereich).

Achtung: Umrechnen in SI-Einheiten:
 $0,55\text{mm} = 0,55 \cdot 10^{-3}\text{m}$

Tabelle 6-14. Rauigkeitswerte von Rohren und Kanälen (Anhaltswerte für die absolute Rauigkeit k_s).

Rohrart, Werkstoffe	Zustand	k_s in mm
Neue gezeigte oder gepreßte Rohre aus Nichtisenmetall, Glas, Kunststoff:	Hochwertige Handelsübliche	0,001 bis 0,0015 0,0015 bis 0,007
Neue Gummi-Druckschläuche	technisch glatt	≈ 0,0016
Neue Stahlrohre: Nahtlos gewalzt oder gezogen	Walzhaut ungebüzt	0,02 bis 0,06
	gebüzt	0,02 bis 0,05
	enge Rohre	0,01 bis 0,01
	rostfrei	0,08 bis 0,09
	Walzhaut u. Schweißnaht	0,04 bis 0,10
Aus Blech geformt und längsgeschweißt Mit Überzug	Metallspritzung	0,08 bis 0,09
	sauber verzinkt	0,07 bis 0,10
	handeltüblich verzinkt	0,1 bis 0,16
	bitumiert	0,02 bis 0,05
	zementiert	≈ 0,18
galvanisiert	≈ 0,008	
Gebrauchte Stahlrohre	leicht angerostet	≈ 0,15
	mäßig angerostet	0,15 bis 0,4
	leicht verkrustet	0,15 bis 0,4
	mäßig verkrustet	≈ 1,5
stark verkrustet	2 bis 5	
gereinigt	0,15 bis 0,20	
mehrfähriger Betrieb	≈ 0,5	
Neue Gußrohre (Grauguß, Temperguß)	Gußhaut bitumiert	0,2 bis 0,6 0,1 bis 0,13
Gebrauchte Gußrohre	leicht angerostet	0,3 bis 0,8
	mäßig angerostet	1,0 bis 1,5
	stark angerostet	2 bis 5
verkrustet	1,5 bis 4	
gereinigt	0,3 bis 1,5	
Neue Steinzeugrohre (gebrannter Ton)		0,1 bis 0,8
Neue Asbestzementrohre (z. B. Eternitrohre)		0,03 bis 0,2
Neue Betonrohre und -kanäle	Glattnaht	0,3 bis 0,8
	glättet (mittelrauh)	1,0 bis 2,0
	sorgfältig glättet	0,1 bis 0,15
	unglättet (rauh)	2,0 bis 3,0
	geschleudert (glatt)	0,2 bis 0,7
Rohr- ohne Stöße strecken) mit Stöße	≈ 0,2 ≈ 2,0	
Gebrauchte Betonrohre und -kanäle (Wasser-Betrieb)	mehrfähriger Betrieb	0,2 bis 0,3
Holzrohre und -kanäle	glatt (neu)	0,2 bis 0,9
	rau (neu)	1,0 bis 2,5
nach langem Betrieb	≈ 0,1	
Backsteinkanäle	Mauerwerk gut gefügt	1,2 bis 2,5
Bruchstein	unbearbeitet	8 bis 15
	Mauerwerk bearbeitet	1,5 bis 3,0

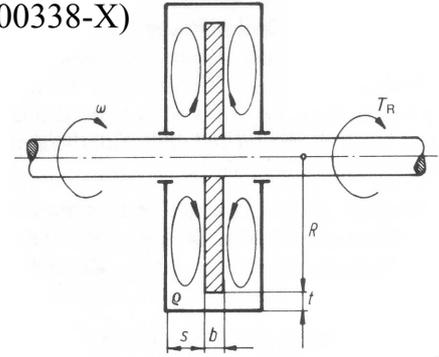
Bei technisch erzeugten Rohren und gleichmäßigen Flächen gilt $k_s \approx (1 \text{ bis } 1,6) \cdot k_s$. Vgl. Bild 6-44.

In Fluid rotierende Scheibe mit Gehäuse (Seite 160 ISBN:3-540-00338-X)

Konzept:

Das zu überwindende Drehmoment infolge Scheibenreibung und die daraus resultierende Leistung errechnen sich wie folgt:

$$T_R = \zeta_T \cdot \rho \cdot \frac{u^2}{2} \cdot A_0 \cdot R \quad P_R = \omega \cdot T_R$$



Wobei gilt, dass für A0 die Stirnfläche plus zwei mal die Seitenfläche gerechnet werden muss:

$$A_0 = 2 \cdot R^2 \cdot \pi + 2 \cdot R \cdot \pi \cdot b = 2 \cdot R \cdot \pi \cdot (R + b)$$

Der Reibbeiwert muss in Abhängigkeit der Grenzschichtströmung (turbulent / laminar) und der Scheibenrauigkeit (äquivalente Sandrauigkeit ks) eingesetzt werden. Hierfür wird die kritische Reynoldszahl angeschrieben, über welcher die Strömung von laminar in turbulent wechselt:

$$Re_{kr} = 3 \cdot 10^5 \quad Re = \frac{R \cdot u}{\nu} = \frac{R^2 \cdot \omega}{\nu}$$

Laminare Grenzschicht (Re < Re_{kr}) es ist korrekt, dass die übliche technische Scheibenrauigkeit hier ohne Einfluss ist

$$\zeta_T = \frac{0,64}{\sqrt{Re}} \cdot \left(1 - 0,31 \cdot e^{-\frac{12 \cdot s}{R}} \right)$$

Turbulente Grenzschicht (Re ≥ Re_{kr})

Fall A technisch glatt (ks=0) $\zeta_T = \frac{0,023}{\sqrt[5]{Re}} \cdot \left(1 - 0,5 \cdot e^{-\frac{12 \cdot s}{R}} \right)$

Fall B technisch rau (ks>0) $\zeta_T = \frac{1}{\left[1,1 \cdot \lg\left(\frac{R}{k_s}\right) - 0,7 \cdot \left(\frac{s}{R}\right)^{0,25} \right]^2}$

u : Scheibenumfangsgeschwindigkeit $\left[\frac{m}{s} \right]$

$$u = \omega \cdot R$$

$$v = \frac{\eta}{\rho}$$

Achtung: Umrechnen in SI-Einheiten:
0,55 mm = 0,55 · 10⁻³ m

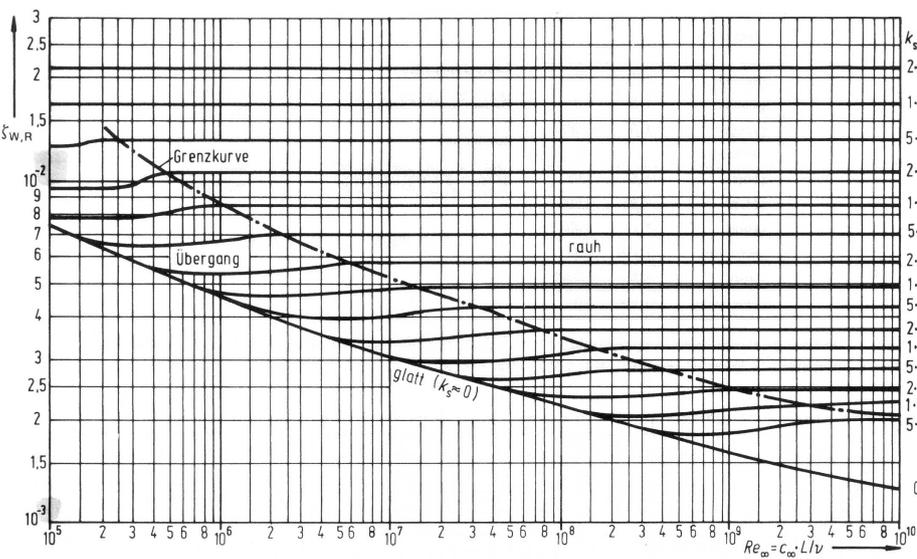


Bild 6-42. Widerstandszahlen ζ_{w,R} inkompressibel längsangeströmter ebener Platten, abhängig von der REYNOLDS-Zahl Re = c_∞ · L/ν für verschiedene relative Sandrauigkeiten k_s/L (nach Gl. (4-112) im rauhen Bereich).

Tabelle 6-14. Rauigkeitswerte von Rohren und Kanälen (Anhaltswerte für die absolute Rauigkeit k).

Rohrart, Werkstoffe	Zustand	k in mm
Neue gezeigte oder gepresste Röhre aus Nichtisenmetall, Glas, Kunststoff:	Hochwertige Handelsröhre	0,001 bis 0,0015 0,0015 bis 0,007
Neue Gummi-Druckschläuche	technisch glatt	≈ 0,0016
Neue Stahlrohre: Nahtlos gewalzt oder gezogen	Walzhaut ungeteilt	0,02 bis 0,06
	geteilt	0,02 bis 0,05
	enge Röhre	0,01 bis 0,01
	rostfrei	0,08 bis 0,09
Aus Blech geformt und längsgeschweißt Mit Überzug	Walzhaut u. Schweißnaht	0,04 bis 0,10
	Metallspritzung	0,08 bis 0,09
	sauber verzinkt	0,07 bis 0,10
	handeltüblich verzinkt	0,1 bis 0,16
	bitumiert zementiert galvanisiert	0,02 bis 0,05 ≈ 0,18 ≈ 0,008
Gebrauchte Stahlrohre	leicht angerostet	≈ 0,15
	mäßig angerostet	0,15 bis 0,4
	leicht verkrustet	0,15 bis 0,4
	mäßig verkrustet	≈ 1,5
Neue Gußrohre (Grauguß, Temperguß)	stark verkrustet	2 bis 5
	gereinigt	1,5 bis 4
	mehrfähriger Betrieb	0,3 bis 1,5
Gebrauchte Gußrohre	leicht angerostet	0,2 bis 0,6
	bitumiert	0,1 bis 0,13
Neue Steinzeugrohre (gebrannter Ton)	leicht angerostet	0,3 bis 0,8
	mäßig angerostet	1,0 bis 1,5
Neue Asbestzementrohre (z. B. Eternitrohre)	stark angerostet	2 bis 5
	verkrustet	1,5 bis 4
Neue Betonrohre und -kanäle	gereinigt	0,3 bis 1,5
	Glattnröhre	0,1 bis 0,8
	glättet (mittelrau)	0,3 bis 0,8
	sorgfältig glättet	1,0 bis 2,0
Gebrauchte Betonrohre und -kanäle (Wasser-Betrieb)	unglättet (rau)	0,1 bis 0,15
	geschleudert (glatt)	2,0 bis 3,0
	Rohr- ohne Stöße strecken) mit Stöße	0,2 bis 0,7
	≈ 0,2	≈ 2,0
Holzrohre und -kanäle	mehrfähriger Betrieb	0,2 bis 0,3
	glatt (neu)	0,2 bis 0,9
Backsteinkanäle	rau (neu)	1,0 bis 2,5
	nach langem Betrieb	≈ 0,1
Bruchstein	Mauerwerk gut gefügt	1,2 bis 2,5
	Mauerwerk bearbeitet	8 bis 15 1,5 bis 3,0

Bei technisch erzeugten Rohren und gleichmäßigen Flächen gilt: k_s ≈ (1 bis 1,6) · k. Vgl. Bild 6-44.

Tabelle für in Fluid rotierende Scheibe

Tabelle 6-20. Stoffwerte verschiedener Gase (Dämpfe), Bezugsdruck 1 bar.

Fluid Benennung	Chem. Symbol	Atom- zahl	M kg kmol	Bezugs- temp. <i>t</i> °C	ρ kg/m ³	c_p J kg · K	c_v J kg · K	R J kg · K	κ —	l_d kJ/kg	10 ⁶ · ν m ² /s	$\Delta c_p / \Delta p$ J/(kg · K) bar
<i>Anorganische Gase (Dämpfe)</i>												
Helium	He	1	4,003	20	0,1751	5238	3160	2078	1,66	20,9	104,2	
Argon	Ar	1	39,944	20	1,364	524	316	208	1,66	157,4	16,1	
Wasserstoff	H ₂	2	2,016	50	0,0720	14244	10120	4124	1,40	460,6	128	1,28
Stickstoff	N ₂	2	28,016	0	1,2272	1039	742	297	1,40	199,3	13,3	2,13
Sauerstoff	O ₂	2	32,000	20	1,3136	915	655	260	1,40	21,4	18,4	2,56
Luft	—	2	28,964	20	1,1890	1005	718	287	1,40	196,8	15,1	1,71
Kohlenmonoxid	CO	2	28,010	0	1,1463	1051	754	297	1,40	216,1	13,3	2,56
Stickoxid	NO	2	30,008	0	1,1315	996	719	277	1,40	460,6	13,4	
Kohlendioxid	CO ₂	3	44,010	50	1,5852	819	630	189	1,30	531,8	10,0	9,36
Wasserdampf (Heißdampf)	H ₂ O	3	18,016	100	0,5796	2135	1674	461	1,30	2257,2	22,1	
<i>Organische Gase (Dämpfe)</i>												
Azetylen	C ₂ H ₂	4	26,036	100	1,1487	1641	1321	320	1,25	80,4	8,2	19,2
Methan	CH ₄	5	16,042	20	0,6440	2156	1637	519	1,32	548,5	10,8	8,54
Ethan	C ₂ H ₆	8	30,068	0	2,011	1667	1390	277	1,20	540,1	4,19	
<i>Kältemittel</i>												
Ammoniak	NH ₃	4	16,042	100	0,530	2230	1742	488	1,31	1369,2	24,1	
<i>Freone (bei Sättigungsdruck)</i>												
Freon 11 (R 11)	CFCl ₃	5	137,38	0	2,43	540	478	62	1,13	181,7	4,1	
Freon 13 (R 13)	CF ₃ Cl	5	104,47	0	131,5	620	530	90	1,17	146,6	0,1	

Anmerkungen: Δc_p in J/(kg · K), Änderungen von c_p , bezogen auf die Druckänderung Δp in bar. Kennzeichnet das thermodynamische Realgasverhalten.

l_d ... Kondensations- bzw. Verdampfungswärme.

$R \approx \text{konst}$; $c_p \approx \text{konst}$; $c_v \approx \text{konst}$ bei $p < 50$ bar und $T > T_{\text{Si}}$ mit T_{Si} ... Siedetemperatur
spezifische Wärmekapazität von Wasser $c_{\text{wa}} = 4186,66 \approx 4187$ J/(kg · K).

Rückstoskräfte (Behälterausfluss aus seitlicher Öffnung)

Konzept:

Es soll der Rückstoss bzw. die Rückstosskraft ermittelt werden, die auf die hintere Gefäßwand wirkt, hervorgerufen durch den Behälterausfluss.

Die grundlegende Berechnung kommt über folgenden mathematischen Zusammenhang zustande:

$$F_{wand} = \mu \cdot \varphi \cdot 2 \cdot A_M \cdot p_{H,\ddot{u}}$$

$$p_{H,\ddot{u}} = \rho \cdot g \cdot H + p_{\ddot{u}}$$

Hierbei ist A_M der Mündungsquerschnitt und $p_{\ddot{u}}$ der Überdruck. Der Umgebungsdruck fällt aus der Berechnung heraus, da er sich über das Gesamtsystem aufhebt.

Die Koeffizienten können aus der nebenstehenden Tabelle entnommen werden.

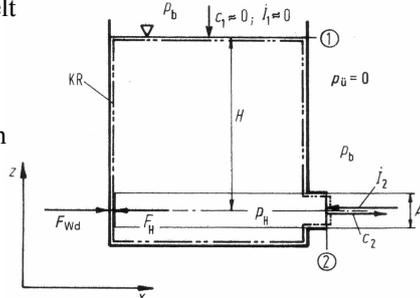


Bild 4-63. Rückstoskraft infolge Behälterausfluß.

$$\mu = \varphi \cdot \alpha$$

Öffnungsform	α	φ	μ														
Mündung scharfkantig 	0,61 ... 0,64	0,87	0,53 ... 0,56														
Mündung gut gerundet 	≈ 1	0,97 ... 0,99	0,97 ... 0,99														
Zylindrisches Ansatzrohr mit $L/D = 2 \dots 3$ 	≈ 1	$\approx 0,82$	$\approx 0,82$														
Konisches Ansatzrohr mit $L/D = 3$ 			<table border="1"> <thead> <tr> <th>δ</th> <th>μ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>10°</td> <td>0,95</td> </tr> <tr> <td>20°</td> <td>0,94</td> </tr> <tr> <td>45°</td> <td>0,88</td> </tr> <tr> <td>90°</td> <td>0,74</td> </tr> </tbody> </table>	δ	μ	10°	0,95	20°	0,94	45°	0,88	90°	0,74				
δ	μ																
10°	0,95																
20°	0,94																
45°	0,88																
90°	0,74																
Düse 	<table border="1"> <thead> <tr> <th>m</th> <th>α</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0,1</td> <td>0,83</td> </tr> <tr> <td>0,2</td> <td>0,84</td> </tr> <tr> <td>0,4</td> <td>0,87</td> </tr> <tr> <td>0,6</td> <td>0,9</td> </tr> <tr> <td>0,8</td> <td>0,94</td> </tr> <tr> <td>1,0</td> <td>1,0</td> </tr> </tbody> </table>	m	α	0,1	0,83	0,2	0,84	0,4	0,87	0,6	0,9	0,8	0,94	1,0	1,0	kurze Düse $\varphi = 0,97$ lange Düse $\varphi = 0,95$	
m	α																
0,1	0,83																
0,2	0,84																
0,4	0,87																
0,6	0,9																
0,8	0,94																
1,0	1,0																

Strahldüse (Strahltriebwerk)

Konzept:

Für herkömmliche Strahltriebwerke kann die Strahlkraft wie folgt berechnet werden:

$$F_S = (\dot{m}_{Luft} + \dot{m}_{Br}) \cdot c_{Dü} - \dot{m}_{Luft} \cdot c_{Flug} \approx \dot{m}_{Luft} \cdot (c_{Dü} - c_{Flug})$$

Für Raketentriebwerke, bei denen der entgegenwirkende Impulsstrom entfällt (Kein Lufteinlassstrom, da Sauerstoff mitgeführt wird) errechnet sich die Strahlkraft wie folgt:

$$F_S = \dot{m}_{Ga} \cdot c_{Dü} = \rho_{Ga} \cdot A_{Dü} \cdot c_{Dü}^2$$

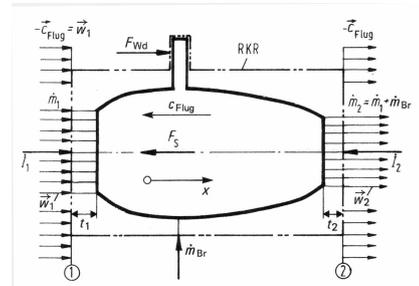


Bild 4-65. Strahltriebwerk, Prinzipdarstellung. Relativer Kontrollraum RKR mit Triebwerk gekoppelt, d. h. bewegt sich mit. Abstände t_1 und t_2 theoretisch unendlich und praktisch ausreichend groß, damit ungestörte Zu- bzw. Abströmung. Zuströmgeschw. $w_1 = c_{Flug}$; Abströmgeschw. $w_2 = c_{Dü}$; Strahlgeschw. nach dem Triebwerk $c_2 = w_2 - c_{Flug}$ (entgegen Flugrichtung).

Merke: Bei Strahltriebwerken und Raketen beträgt die abgestrahlte Schallenergie etwa 0,5% der umgesetzten Strahlenergie

Propellerschub (vereinfachte Strahltheorie) S.180 /ISBN3-540-00338-X

F_P : Propellerschubkraft [N]

C_S : Schubbelastungsgrad [N]

D_P : Propellerdurchmesser [m]

c_P : Strahlgeschwindigkeit in Propellermitte $\left[\frac{m}{s} \right]$

$\eta_{P,th}$: theoretischer Propellerwirkungsgrad

η_g : Gütegrad (0,7....0,9)

η_P : tatsächlicher Propellerwirkungsgrad

P_{nutz} : Propellernutzleistung [W]

$$F_P = \Delta p \cdot A_P = \frac{\rho}{2} (c_{ab}^2 - c_{zu}^2) \cdot \frac{D_P^2 \cdot \pi}{4} = \Delta p \cdot A_P = C_S \cdot \rho \cdot A_P \cdot \frac{c_{zu}^2}{2}$$

Der Propellerschub F_P , auf das Produkt von Rotorfläche A_P und Staudruck $\rho \cdot \left(\frac{c_{zu}^2}{2}\right)$ der Anströmgeschwindigkeit c_{zu} bezogen, wird als **Belastungsgrad** oder **Schubbelastungsgrad** C_S bezeichnet:

$$C_S = \frac{F_P}{\rho \cdot \frac{c_{zu}^2}{2} \cdot A_P} = \left(\frac{c_{ab}}{c_{zu}} \right)^2 - 1$$

$$c_P = \frac{(c_{ab} + c_{zu})}{2}$$

$$P_{nutz} = F_P \cdot c_{zu}$$

$$\eta_{P,th} = \frac{2}{1 + \frac{c_{ab}}{c_{zu}}} = \frac{2}{1 + \sqrt{C_S + 1}}$$

Merke: Propellerwirkungsgrad sinkt mit wachsendem Belastungsgrad

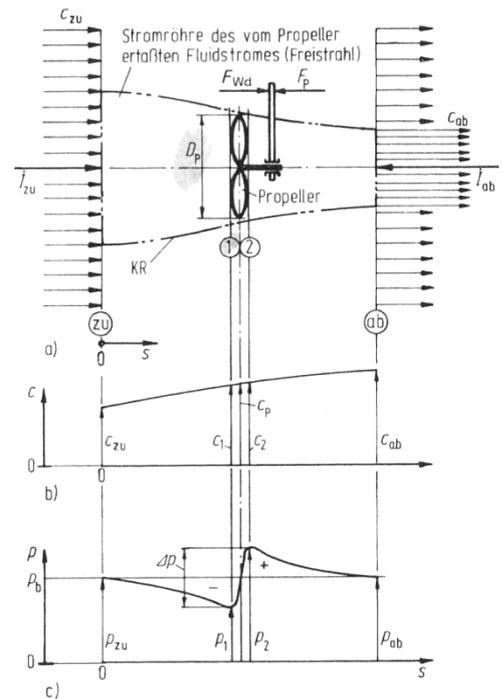


Bild 4-66. Propeller-Strömung (schematisch): a) Strombild (Propellerstrahl), b) Geschwindigkeitsverlauf, c) Druckverlauf. Kontrollraum vorne und hinten je so weit vom Propeller entfernt, daß dieser den Fluidstrom direkt noch nicht, bzw. nicht mehr beeinflusst.

Körper-Umströmung S.265

F_W : Widerstandskraft [N]

$F_{W,R}$: Flächenwiderstand [N]

$F_{W,D}$: Formwiderstand [N]

$$F_W = F_{W,R} + F_{W,D}$$

Flächenwiderstand (Oberflächen-, Schub- oder Reibungswiderstand) wird durch die Reibung zwischen Fluid und Körperausenfläche verursacht (wichtig, bei schlanken, längs angeströmten Körpern wie z.B. Platten)

$$F_{W,R} = \zeta_{W,R} \cdot \rho_\infty \cdot \frac{c_\infty^2}{2} \cdot A_0$$

A_0 : Vom Körper beströmte Gesamtfläche [m²]

ρ_∞ : Dichte der ungestörten Anströmung $\left[\frac{kg}{m^3} \right]$

c_∞^2 : Geschwindigkeit der ungestörten Anströmung $\left[\frac{m}{s} \right]$

Formwiderstand (Wirbel- oder Druckwiderstand) wird in erster Linie von der Form des umströmten Körpers bestimmt.

$$F_{W,D} = \zeta_{W,D} \cdot \rho_\infty \cdot \frac{c_\infty^2}{2} \cdot A_{St}$$

Merke: Werte siehe unten

A_{St} : projizierte Anströmfläche [m²]

ρ_∞ : Dichte der ungestörten Anströmung $\left[\frac{kg}{m^3} \right]$

c_∞^2 : Geschwindigkeit der ungestörten Anströmung $\left[\frac{m}{s} \right]$

Merke: Bei allen Strömungskörpern, mit Ausnahme der Tragflügelprofile, da Auftriebskörper, ist für A_{St} die Stirnfläche, d.h. der grösste zur Strömungsrichtung senkrechte Körperquerschnitt zu setzen (Projektionsfläche)

Bei **Auftriebskörpern**, den Profilen von Tragflächen und Propellern gilt: $A_{St} = b \cdot L = A_{Fl}$

L : Profiltiefe bei Flügeln [m]

b : Spannweite [m]

Gesamtwiderstand (bei Flügeln als Profilwiderstand bezeichnet) ist die Summe aus Flächenwiderstand und Formwiderstand

$$F_{W,D} = \zeta_W \cdot \rho_\infty \cdot \frac{c_\infty^2}{2} \cdot A_W$$

A_W : Widerstandsfläche [m²]

$$\zeta_W = \zeta_{W,R} \cdot \frac{A_0}{A_{St}} + \zeta_{W,D}$$



a) Ebene senkrechte, quadratische Platte ($\zeta_w = 1,11$)



b) Würfel ($\zeta_w = 0,91$)



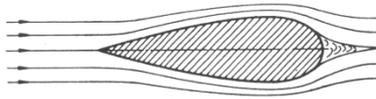
c) Hohle Halbkugel: Hohlseite angeströmt ($\zeta_w = 1,34$)



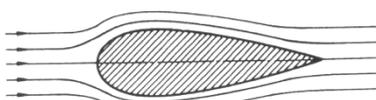
d) Hohle Halbkugel: Kugelseite angeströmt ($\zeta_w = 0,34$)



e) Heckstück eines Strömungsprofils ($\zeta_w = 0,58$)



f) Strömungsprofil von hinten angeströmt ($\zeta_w = 0,17$)



g) Strömungsprofil von vorne angeströmt ($\zeta_w = 0,06$)

Bild 4-122. Strömungsbilder verschiedener Widerstandskörper (Prinzipdarstellung) mit $\zeta_w \approx \zeta_{w,D}$ bei den Fällen a bis e sowie $\zeta_w \approx \zeta_{w,R}$ bei den Fällen f und g.

Fahrzeugwiderstand S.273

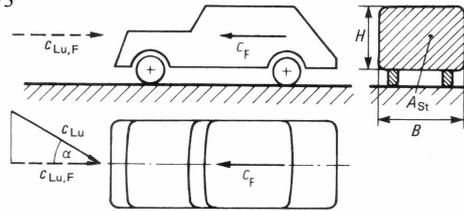


Bild 4-124. Bewegtes Fahrzeug (Fahrgeschwindigkeit c_F) unter Windeinfluß. Luftgeschwindigkeit c_{Lu} unter Winkel α zur Längsachse.

A_{St} : Fahrzeugstirnfläche [m^2]

F_W : Luftwiderstand [N]

w : Relativgeschwindigkeit in Fahrtrichtung [$\frac{m}{s}$]

c_F : Fahrzeuggeschwindigkeit [$\frac{m}{s}$]

c_{Lu} : Luftgeschwindigkeit allgemein [$\frac{m}{s}$]

$c_{Lu,F}$: Luftgeschwindigkeit in Fahrtrichtung [$\frac{m}{s}$]

P_W : Vortriebsleistung [W]

$$F_W = \zeta_W \cdot \rho \cdot \frac{w^2}{2} \cdot A_{St}$$

$$A_{St} = B \cdot H$$

$$\vec{w} = \vec{c}_F - \vec{c}_{Lu,F} \quad \text{wobei } w = |\vec{w}|$$

Für die verschiedenen Windrichtungen gilt somit bei:

Gegenwind:

$$w = c_F + c_{Lu,F} = c_F + c_{Lu} \cdot \cos \alpha$$

Rückenwind:

$$w = c_F - c_{Lu,F} = c_F - c_{Lu} \cdot \cos \alpha$$

Windstille:

$$w = c_F$$

Die zur Überwindung des Luftwiderstandes erforderliche Vortriebsleistung errechnet sich gemäss unten stehender Beziehung:

$$P_W = F_W \cdot c_F$$

Und durch einsetzen für den Fall von Windstille $c_{Lu} = 0$ resultiert:

$$P_{W,0} = \zeta_W \cdot \frac{\rho}{2} \cdot A_{St} \cdot c_F^3$$

Achtung: Wirkungsgrad berücksichtigt ???

Körperform und Anströmrichtung		Widerstandsbeiwert ζ_w												
Kreisscheibe quer angeströmt $Re > 10^3$		$\zeta_w = 1,1 \text{ bis } 1,3 \text{ (1,5)}$												
Rechteckplatte quer angeströmt		<table border="1"> <tr> <td>h/b</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>10</td> <td>20</td> <td>∞</td> </tr> <tr> <td>ζ_w</td> <td>1,11</td> <td>1,19</td> <td>1,29</td> <td>1,45</td> <td>2,0</td> </tr> </table>	h/b	1	4	10	20	∞	ζ_w	1,11	1,19	1,29	1,45	2,0
h/b	1	4	10	20	∞									
ζ_w	1,11	1,19	1,29	1,45	2,0									
Hohle Halbkugel Kugelseite angeströmt		mit Boden	$\zeta_w = 0,42$											
		ohne Boden	$\zeta_w = 0,34$											
Hohle Halbkugel Flachseite angeströmt		mit Boden	$\zeta_w = 1,17$											
		ohne Boden	$\zeta_w = 1,34$											
Kegel Spitze angeströmt		$\alpha = 30^\circ$	$\zeta_w = 0,35$											
		$\alpha = 60^\circ$	$\zeta_w = 0,52$											
Kegel Flachseite angeströmt		$\alpha = 15^\circ$	$\zeta_w = 0,58$											
Würfel		$\zeta_w = 0,9 \text{ bis } 1,0$												
Prisma quadratisch ∞ lang		$\zeta_w = 2,0$												
Stromlinienkörper ∞ breit von vorne angeströmt $Re = L \cdot c_\infty / \nu \geq 10^5$		L/d	2	3	5	10	20							
		ζ_w	0,2	0,1	0,06	0,084	0,095							
Stromlinienkörper ∞ breit von hinten angeströmt $Re = L \cdot c_\infty / \nu \geq 10^5$		L/d	2	3	5	10	20							
		ζ_w	0,4	0,2	0,12	0,17	0,19							
Ellipsoid (Stromlinienkörper) ∞ breit; $L/d = 2$ längs angeströmt $Re = L \cdot c_\infty / \nu \geq 10^5$		$\zeta_w = 0,10$												
I- Profil		$\zeta_w = 2,05$												
		$\zeta_w = 0,87$												

Bild 6-46. Widerstandsbeiwerte ζ_w von Widerstands- und Profilkörpern.
Widerstandskörper $Re = D \cdot c_\infty / \nu$; Stromlinienkörper $Re = L \cdot c_\infty / \nu$.

Tabelle 6-16. Widerstandszahlen ζ_w von Kugeln, Kreiszyllindern und Kreisscheiben mit Durchmesser D , abhängig von REYNOLDS-Zahl Re_∞ .

REYNOLDS-Zahl $Re_\infty = \frac{c_\infty \cdot D}{\nu}$	ζ_w von		
	Kugel	Kreiszyllinder (quer angeströmt, $L \rightarrow \infty$)	Kreisscheibe (quer angeströmt)
$1 \cdot 10^{-1} = 0,1$	250	60	250
$5 \cdot 10^{-1} = 0,5$ $1 \cdot 10^0 = 1$	50 30	17 10	25
$5 \cdot 10^0 = 5$ $1 \cdot 10^1 = 10$	7 4,5	3,8 3	4
$5 \cdot 10^1 = 50$ $1 \cdot 10^2 = 100$	1,7 1,2	1,6 1,5	1,5
$5 \cdot 10^2 = 500$ $1 \cdot 10^3 = 1000$	0,6 0,5	1,3 1	1,2
$5 \cdot 10^3$ $1 \cdot 10^4$	0,4 0,4	1 1,3	↑
$5 \cdot 10^4$ $1 \cdot 10^5$	0,5 0,45	1,3 1,3	
$2 \cdot 10^5$ $3 \cdot 10^5$ $4 \cdot 10^5$ $5 \cdot 10^5$ $6 \cdot 10^5$ $8 \cdot 10^5$ $1 \cdot 10^6$	0,4 0,1 0,09 0,09 0,1 0,13 0,15	1,2 1,0 0,8 0,3 0,33 0,35 0,38	↓

Bemerkung: Hinweis auf Bild 6-45

Tabelle 6-17. Widerstandszahlen ζ_w von Fahrzeugen (Richtwerte).

Fahrzeugart	Stirnfläche A_{St} [m ²]	Widerstandsbeiwerte ζ_w	
		derzeit	erreichbar
1. PKW:			
1.1 Ältere Form z.B. VW-Käfer	1,80	0,45 bis 0,6 0,48	0,24
1.2 Ponton-Form (Mittelklasse-Wagen)		0,40 bis 0,48	
1.3 Stromlinien-Form (windschnittig) z.B. VW	1,90	0,35 bis 0,24 0,32	0,20 bis 0,15
– Polo		0,31	
– Golf		0,29	
– Passat		0,35	
OPEL		0,30	
– Corsa		0,28	
– Astra		0,29	
– Vectra		0,25	
– Omega		0,28	
AUDI		0,30	
– A2	0,28		
– A4	0,30		
– A6	0,30		
– A8	0,31		
Mercedes	0,26		
– A-Klasse	0,27		
– C-Klasse	0,31		
– E-Klasse	0,31		
– S-Klasse	0,31		
Ford	0,31		
– Fiesta	0,32		
– Focus	0,31		
– Mondeo	0,31		
– Cougar	0,32		
BMW	0,28		
– 316 und M	0,29		
– 525	0,34		
– 7er	0,23		
SAAB – 9000 E	0,23		
VOLVO – Experimental Hybrid (Gastrubine, 70 kW; 90 000 min ⁻¹ + Elektromotor + Batterie)	0,6 bis 0,3	0,33	0,17
1.4 Offene Form (Kabriolett)	1,86	0,42	
z.B. OPEL-Astra geschlossen	2,06	0,36	
offen	2,01	0,42	
VW-Golf geschlossen	1,90	0,30	
offen	1,92	0,31	
1.5 Sport-Form	1,88	0,34	
z.B. Porsche	1,90	0,34	
– 911	1,90	0,34	
– 959	1,90	0,34	
– 968	1,90	0,34	
Ferrari – F40	0,9...1,5	0,25	
1.6 Rennfahrzeug (Formel 1) ¹⁾	1,8 bis 2,2	0,30 bis 0,40	
1.7 Kombi-Form (ζ_w -Wert 10 bis 15% höher als bei Limousine)	0,65 bis 0,75	0,35 bis 0,45	bis ca. 2,5mal größer
2. Motorräder	0,35 bis 0,45		
2.1 Unverkleidet ohne Fahrer			
2.2 Verkleidet ohne Fahrer			
2.3 Mit Fahrer			

¹⁾ Abtriebskraft durch Heckflügel ca. 10...14 kN wegen notwendiger Bodenhaftung. Kurven-Querbeschleunigung ca. 3 · g bis 4 · g.

Kräfte an umströmten Tragflächen S.278

ε : Gleitzahl

γ : Gleitwinkel

F_W : Widerstandskraft [N]

F_A : Auftriebskraft [N]

F' : Scheinkraft [N]

ζ_A : Auftriebsbeiwert

ζ_W : Widerstandsbeiwert

ζ_M : Momentenbeiwert

q_∞ : Staudruck $\left[\frac{kg}{m \cdot s^2} \right]$

Auftriebskraft (dynamischer Auftrieb):

$$F_A = \zeta_A \cdot \rho_\infty \cdot \frac{c_\infty^2}{2} \cdot A_{Fl} = \zeta_A \cdot q_\infty \cdot A_{Fl}$$

Achtung: Bei Flugzeugen ist $A_{Fl} = 2 \cdot L \cdot b$

Widerstandskraft (Profilwiderstand):

$$F_W = \zeta_W \cdot \rho_\infty \cdot \frac{c_\infty^2}{2} \cdot A_{Fl} = \zeta_W \cdot q_\infty \cdot A_{Fl} = \varepsilon \cdot F_A$$

Achtung: Bei Flugzeugen ist $A_{Fl} = 2 \cdot L \cdot b$

Scheinkraft:

$$F' = \zeta_M \cdot \rho_\infty \cdot \frac{c_\infty^2}{2} \cdot A_{Fl} = \zeta_M \cdot q_\infty \cdot A_{Fl}$$

Achtung: Bei Flugzeugen ist $A_{Fl} = 2 \cdot L \cdot b$

Moment auf den Flügel bezüglich des Nasenfusspunktes (N):

$$M = F' \cdot L = \zeta_M \cdot \rho_\infty \cdot \frac{c_\infty^2}{2} \cdot A_{Fl} \cdot L$$

$$A_{Fl} = L \cdot b$$

$$\varepsilon = \tan \gamma = \frac{F_W}{F_A} = \frac{\zeta_W}{\zeta_A}$$

Merke: Ein Profil ist um so besser, je kleiner die Gleitzahl ε (bei möglichst grossem Auftrieb)

$$Re = \frac{c_\infty \cdot L}{\nu}$$

Achtung: L ist die Flügelbreite und nicht wie die Bezeichnung vermuten liesse, dessen Länge / Spannweite

$$q_\infty = \rho_\infty \cdot \frac{c_\infty^2}{2}$$

Der Nullauftriebswinkel ($F_A=0$) errechnet sich gemäss untenstehender Beziehung:

$$\delta_0^\circ = - \left[82 + \left(1 + 5 \cdot \frac{d_{\max}}{L} \right)^{-1} \cdot \left(10 \cdot \frac{x_f}{L} \right)^2 \right] \cdot \frac{f}{L}$$

Ode hieraus angenähert mit vorhergehenden Grenzwerten:

$$\delta_0^\circ \approx -(90 \dots 100) \cdot \frac{f}{L}$$

Merke: Der Winkel wird als negativ angegeben, da er bezüglich der Horizontalen Bezugslinie, nach unten gemessen wird (Flügel abgeschwenkt)

$$\zeta_A \approx (0,09 \dots 0,10 \dots 0,11) \cdot |\delta_0^\circ|$$

Merke: Vielfach werden die Beiwerte gemäss Luftfahrt-Norm 9300 auch mit Grossbuchstaben C bezeichnet, also C_A , C_W , C_M

$$\varepsilon = 0,012 + 0,02 \cdot \frac{d_{\max}}{L} + 0,08 \cdot \frac{f}{L}$$

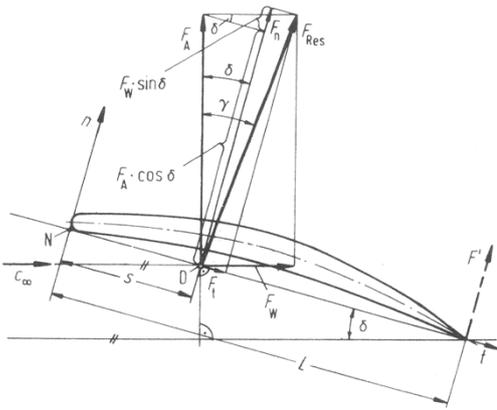


Bild 4-130. Kräfte am Tragflügel. Resultierende Kraft F_{Res} am Druckmittelpunkt D mit Komponentenzerlegung einerseits in Auftrieb und Widerstand (F_A, F_W) sowie andererseits in Normal- und Tangentialkraft (F_n, F_t).

$$F_{Res} = \sqrt{F_A^2 + F_W^2}$$

$$F_n = F_{Res} \cdot \cos(\gamma - \delta) = F_A \cdot \cos \delta + F_W \cdot \sin \delta$$

$$F_t = F_{Res} \cdot \sin(\gamma - \delta) = F_W \cdot \cos \delta - F_A \cdot \sin \delta$$

$$M = F_n \cdot s$$

Für kleine Anstellwinkel ($\delta < 12^\circ$) gilt in guter Näherung:

$$F_n \approx F_A \approx F_{Res}$$

D : Druckmittelpunkt

s : Abstand des Druckmittelpunktes zum Nasenfußpunkt [m]

F_A : Auftriebskraft [N]

F_W : Widerstandskraft [N]

F_{Res} : Resultierende von F_A und F_W [N]

F_t : Tangentialkomponente [N]

F_n : Normalkomponente [N]

F' : Scheinkraft [N]

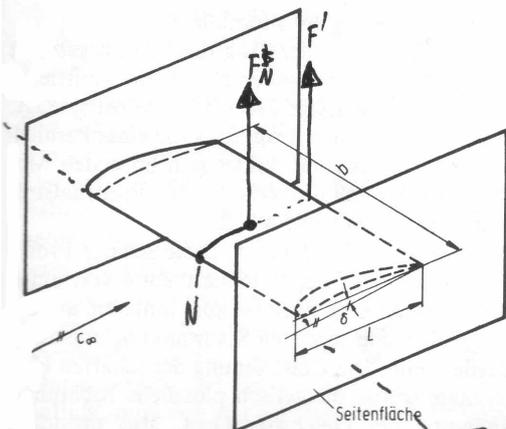


Bild 4-131. Tragflügel mit Seitenflächen.

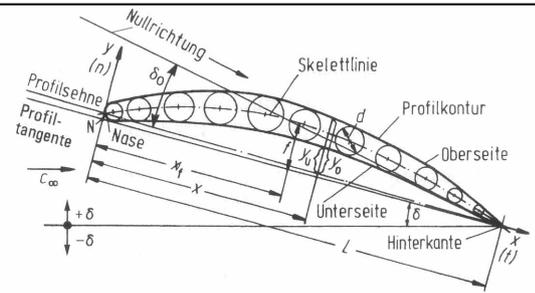


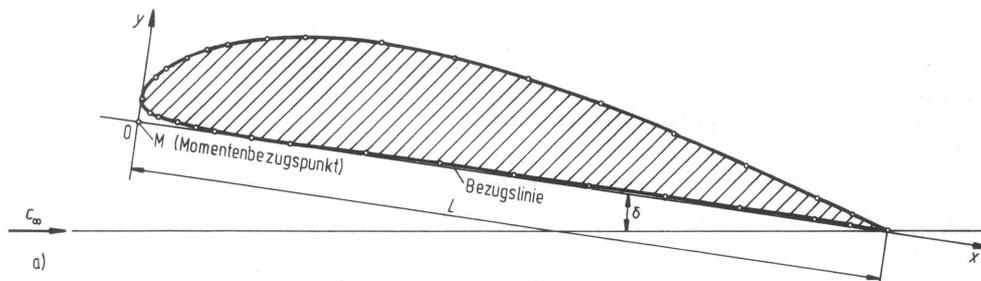
Bild 4-129. Profil-Bezeichnungen. Die Profilskelettlinie wird auch als Wölbungs- oder Profilmittellinie bezeichnet. Koordinaten-Bezeichnung $(x; y)$ oder $(t; n)$. Winkel δ nach oben plus, nach unten minus gegenüber der ungestörten Anströmrichtung gemäß Geschwindigkeit c_∞ .

- δ ... Anstellwinkel (Anstellung), Winkel zwischen Anströmrichtung und Bezugslinie (Profilschneide bzw. -tangente)
- δ_0 ... Nullauftriebswinkel ($F_A = 0$)
- c_∞ ... Ungestörte Anströmgeschwindigkeit
- N ... Nasenfußpunkt
- L ... Profillänge oder -tiefe
- b ... Tragflügelbreite oder Einzel(-Flügel)-Spannweite. Profilbreite senkrecht zur Profiltiefe L
- A_{F1} ... Tragflügelfläche (Einzelflügel)
 - $A_{F1} = \int L \cdot db$ (4-298)
 - bei $L = \text{konst}$ (Rechteckflügel) ist $A_{F1} = L \cdot b$
- λ ... Seitenverhältnis
 - $\lambda = A_{F1}/b^2$ (4-299)
 - bei $L = \text{konst}$ ist $\lambda = L/b$
- Λ ... Flügelstreckung, Schlankheit $\Lambda = 1/\lambda$ meist $\Lambda = 4 \dots 6 (\dots 8)$
- x, t ... Längs- oder Tangentialrichtung
- y, n ... Senkrecht-, Quer- oder Normalenrichtung
- f ... Pfeilhöhe (maximale Wölbung der Skelettlinie)
- f/L ... Wölbungsverhältnis (0 bis 0,05)
- x_f ... Wölbungs- oder Pfeilhöhenabstand
- x_f/L ... Wölbungs- oder Pfeilhöhenrücklage Richtwerte $x_f/L = 0,3$ bis $0,5$
- d ... Profildicke $d \approx y_0 - y_u$
- d_{max} ... Maximale Profildicke
- d/L ... Dickenverhältnis (relative Dicke); maximales: d_{max}/L . Richtwerte: $d_{max}/L = 0,05$ bis $0,15$ ($0,20$)
- x_d ... Dickenabstand
- $x_{d,max}/L$... Dickenrücklage ($0,3$ bis $0,5$)
- r ... Nasenradius
- s ... Druckmittelpunkt-Abstand
- s/L ... Druckmittelpunkt-Rücklage

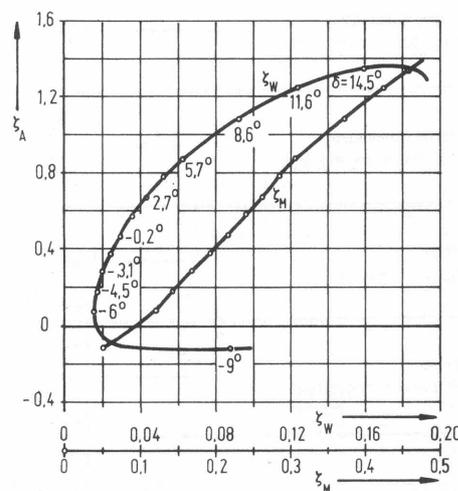
Profilmessung $y = f(x)$ mit x in % von L
 wobei Profiloberseite $y_0 = f_0(x)$
 Profilunterseite $y_u = f_u(x)$

Funktionen $f_0(x)$ und $f_u(x)$ meist für punktweises Festlegen des Profils tabelliert, z. B. Bild 6-46.

Tragflügelprofil G 387 (Göttinger Profil)



$100 \cdot x/L$	$100 \cdot y_0/L$	$100 \cdot y_0/L$
0	3,20	3,20
1,25	6,25	1,50
2,50	7,65	1,05
5	9,40	0,55
7,5	10,85	0,25
10	11,95	0,10
15	13,40	0,00
20	14,40	0,00
30	15,05	0,20
40	14,60	0,40
50	13,35	0,45
60	11,35	0,50
70	8,90	0,45
80	6,15	0,30
90	3,25	0,15
95	1,75	0,05
100	0,15	0,15



Lesebeispiel: Beispiel: Es sei ein z_A Wert von 0,59 bekannt. Es soll hieraus der zugehörige Anstellwinkel δ und der daraus resultierende z_W Wert ermittelt werden

$\zeta_A = 0,59$
 $10 \cdot \zeta_w \approx 0,35$
 $\Rightarrow \zeta_w \approx 0,035$

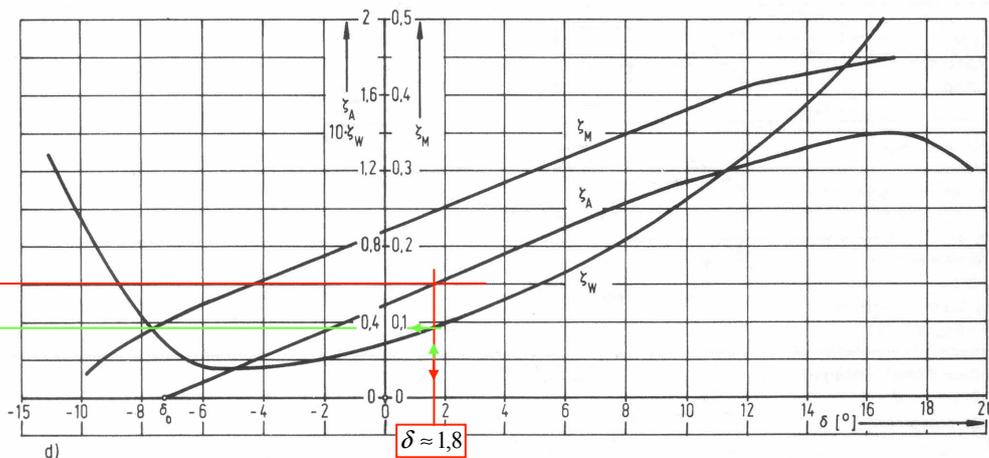


Bild 6-47. Tragflügel-Profil G 387 ($A \rightarrow \infty, Re \geq 5 \cdot 10^5$), Profilwerte, Polaren.
 Da $A \rightarrow \infty$ bei Profilwerten oft Zusatzindex ∞ beigelegt, also $\zeta_{A, \infty}; \zeta_{W, \infty}; \zeta_{M, \infty}; e_{\infty}; \delta_{\infty}$.
 a) Profilkontur
 b) Profilmaße (Profiltablelle).
 Da Göttinger-Profil ist Profiltangente Bezugslinie.

c) Polarendiagramm nach LILIENTHAL
 ζ_W -Linie: $\zeta_A = f(\zeta_W)$ mit Parameter δ und zugehöriger ζ_M -Linie: $\zeta_A = f(\zeta_M)$
 d) Aufgelöstes Polarendiagramm.
 Linien $\zeta_A, \zeta_W, \zeta_M$ als Funktion von δ .

Kinematische Viskosität in Abhängigkeit der Temperatur (und Druck)

Beispiel: Es soll die kinematische Viskosität von Luft bei einer Temperatur von 12°C und einem Luftdruck von 880mbar ($0,88 \cdot 10^5$ Pa) ermittelt werden.

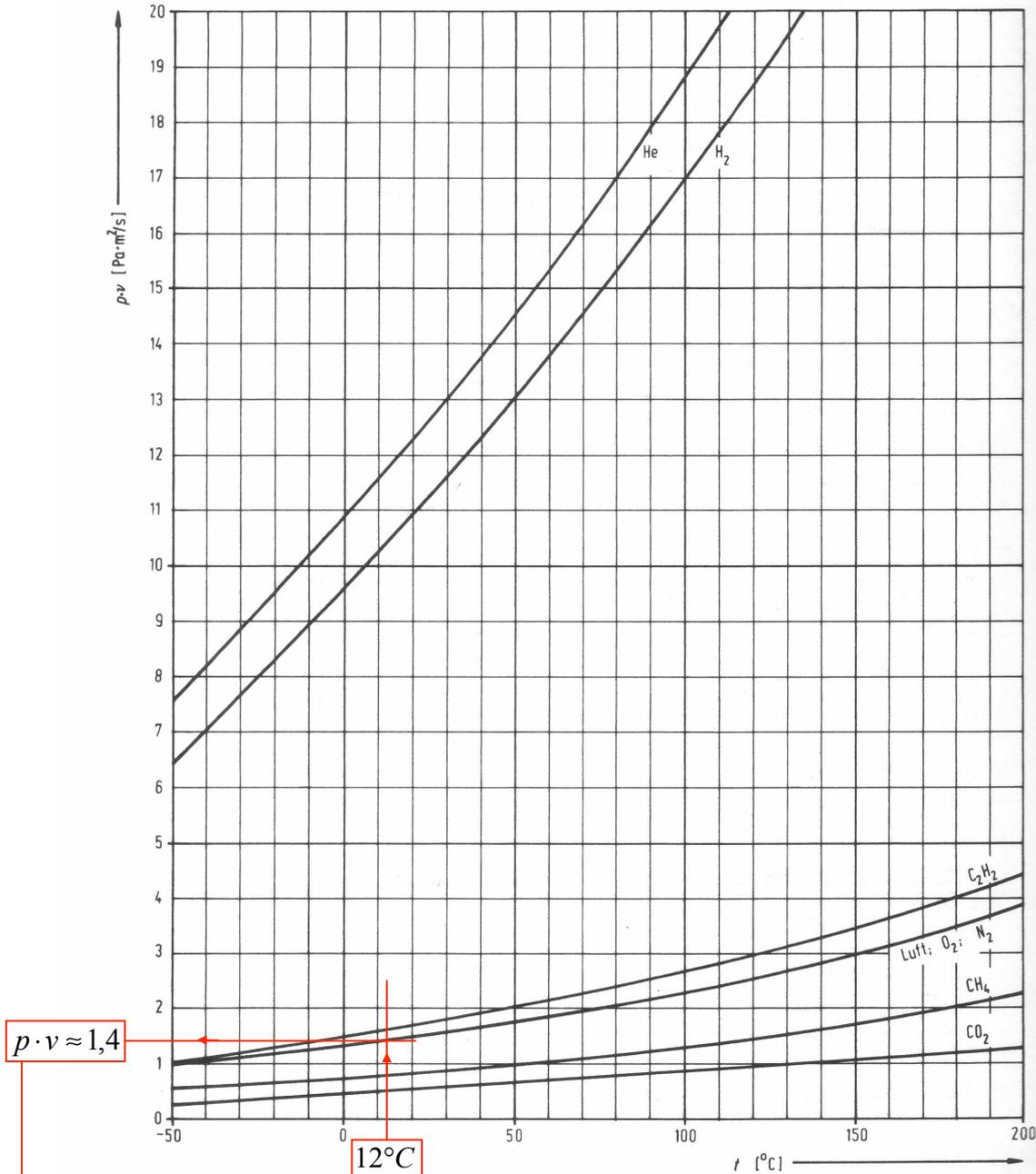


Bild 6-9. Kinematische Viskosität v [m²/s] von Gasen, abhängig von Temperatur t [°C] und Druck p [Pa].
 $v = (p \cdot v)/p$ [(Pa · m²/s)/Pa = m²/s] mit dem zugehörigen Fluiddruck p [Pa].

$$v = \frac{p \cdot v}{p} = \frac{1,4 \text{ Pa} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}}}{0,88 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 1,6 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Druckverlust kompressibler Medien

$$\Delta p \approx \rho_1 \cdot \lambda_1 \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c_1^2}{2} \cdot \frac{\bar{T}}{T_1}$$

Aufgabe S.318/Ü58:

In einer sehr gut wärmeisolierten Rohrleitung von 300mm Nennweite, 700m Länge und 0,6mm äquivalenter Wandrauigkeit strömen pro Stunde 150t Wasserdampf. Der Dampf hat am Rohreintritt eine Temperatur von 520°C bei einem Druck von 75bar

Konzept:

- Um den Koeffizienten Lambda bestimmen zu können muss als erstes die Reynoldszahl errechnet werden hierfür müssen die entsprechenden Größen ermittelt werden:

$$v = 0,045 \frac{m^3}{kg} \quad // \text{Dampf tabel überhitzter Dampf}$$

$$\rho = \frac{1}{v} = 21,2766 \frac{kg}{m^3}$$

- Die Geschwindigkeit soll über die Fläche und den Volumenstrom errechnet werden hierfür ist vorab der Volumenstrom zu ermitteln:

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{150 \cdot 10^3 kg \cdot m^3}{3600 s \cdot 21,2766 kg} = 1,95833 \frac{m^3}{s}$$

- Nun die Geschwindigkeit über die Fläche und den Volumenstrom bestimmen:

$$c = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\dot{V} \cdot 4}{d^2 \cdot \pi} = \frac{1,95833 \frac{m^3}{s} \cdot 4}{(0,3m)^2 \cdot \pi} = 27,7047 \frac{m}{s}$$

- Es fehlt nun noch die kinematische Viskosität von **Wasserdampf**, die über das **Bild 6-10 S.397** herausgelesen werden kann:

$$\nu = 1,5 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s}$$

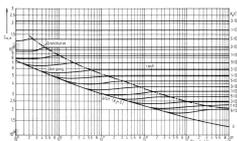
- Die Reynoldszahl wird demnach

$$Re = \frac{c \cdot D}{\nu} = \frac{27,7 \frac{m}{s} \cdot 0,3m}{1,5 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s}} = 5,5409 \cdot 10^6$$

- Über die bereits oft verwendete Graphik (zur besseren Erkennung in verkleinerter Form abgebildet) kann nun über den noch zu errechnenden Quotienten D/ks die konstante Lambda in Funktion von der Reynoldszahl bestimmt werden:

$$\frac{D}{k_s} = \frac{0,3m}{0,6 \cdot 10^{-3} m} = 500$$

$$Re = 5,5409 \cdot 10^6$$



$$\lambda = 0,0235$$

- In einem ersten Iterationsschritt wird von einer isothermen Zustandsänderung ausgegangen was bedeutet, dass:

$$\frac{\bar{T}}{T_1} = 1$$

Konzept:

8. Aufbauend auf dieser Annahme soll ein erster Druckverlust gemäss der unten stehenden Beziehung errechnet werden:

$$\Delta p \approx \rho_1 \cdot \lambda_1 \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c_1^2}{2} \cdot \frac{\bar{T}}{T_1} = 21,27 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,0235 \cdot \frac{700\text{m}}{0,3\text{m}} \cdot \frac{\left(27,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2} \cdot 1 = 447739 \text{Pa} = 4,47 \text{bar}$$

9. Zur Korrektur der Isothermen Annahme soll über die Beziehung der isentropen Zustandsänderung eine erste Endtemperatur aufgrund des Druckverhältnisses bestimmt werden:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = T_1 \cdot \left(\frac{p_1 - \Delta p}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 793,15 \text{K} \cdot \left(\frac{75 - 4,477}{75} \right)^{\frac{1,3-1}{1,3}} = 508,813$$

10. Es kann nun für eine genauere Bestimmung des Druckverlustes die mittlere Temperatur berechnet werden:

$$\bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

11. Nun kann über die so errechnete Endtemperatur eine nächste, genauere Rechnung des Druckverlustes durchgeführt werden. Mit jedem Iterationsschritt wird die Genauigkeit des errechneten Resultates verbessert.

$$\Delta p \approx \rho_1 \cdot \lambda_1 \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c_1^2}{2} \cdot \frac{\bar{T}}{T_1}$$

Ausströmungen (S.319 ff.)

Konzept:

1. Es muss zuerst das kritische Druckverhältnis anhand der Tabelle auf S.325 oder anhand der Formel (5-94) / S.324 bestimmt werden.

$$P_{kr} = P_L = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

Fluid	κ	$P_i = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)_i$	$\Psi_{G,L}$	$\Psi_{A,L}$
Einatomige Gase	1,67	0,487	0,791	0,514
Zweiatomige Gase (Luft, H ₂ , N ₂ , CO usw.)	1,40	0,528	0,764	0,484
Mehratomige Gase	1,33	0,540	0,756	0,476
(Wasser-) Heißdampf	1,30	0,546	0,752	0,472
(Wasser-) Sattdampf	1,135	0,577	0,729	0,449

--- LAVAL-Werte

2. Nun muss überprüft werden, ob dieser Ausströmvorgang im unterkritischen oder im überkritischen Bereich stattfindet. Hierfür muss das effektiv wirkende Druckverhältnis errechnet werden:

$$P_{eff} = \frac{p_2}{p_1}$$

3. Ist nun das effektive Druckverhältnis kleiner als das kritische Druckverhältnis, so treten im Mündungsquerschnitt **LAVAL-Werte** auf.

Werte sind nur $f(\kappa)$ und nicht mehr $f\left(\kappa, \frac{p_2}{p_1}\right)$

4. Herrschen jedoch überkritische Druckverhältnisse, so sind die entsprechenden Werte über folgende Funktionen zu errechnen:

$$\Psi_{G,2} = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]}$$

Geschwindigkeitsfunktion

$$c_{2,s} = \Psi_{G,2} \cdot \sqrt{2 \cdot p_1 \cdot v_1} = \Psi_{G,2} \cdot \sqrt{2 \cdot R_i \cdot T_1}$$

Isentrope Ausflussgeschwindigkeit

Wenn $c_1=0$

$$\Psi_{A,2} = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa}} \right]}$$

Ausflussfunktion

$$\dot{m}_{th} = A_m \cdot \Psi_{A,2} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{p_1}{v_1}}$$

theoretischer Massenstrom

Wenn $c_1=0$

$$\dot{m}_{Real} = \alpha_M \cdot \varphi_M \cdot \dot{m}_{th} = \alpha_M \cdot \varphi_M \cdot A_m \cdot \Psi_{A,2} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{p_1}{v_1}}$$

realer Massenstrom

Wenn $c_1=0$

$$\alpha_M \cdot \varphi_M \approx \varphi_M$$

$$\Psi_{A,2,max} = \Psi_{A,L} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa + 1}}$$

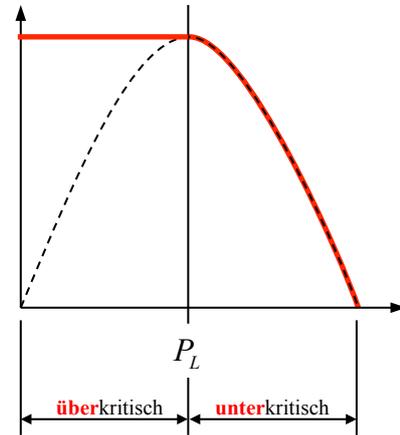
$$\Psi_{G,kr} = \Psi_{G,L} = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa + 1}}$$

Achtung !!! Durchmesser oder Fläche gegeben ???

Liegt **über**kritisches Verhalten vor, ist also das anliegende Druckverhältnis kleiner als das kritische LAVAL-Druckverhältnis, so kann der Mündungsdruck (Austrittsdruck im Mündungsquerschnitt) wie folgt berechnet werden:

$$P_{2,M} = p_1 \cdot P_L$$

der Tabelle auf Vorseite zu entnehmen



Auf das spezifische Volumen nach der Expansion bis zum LAVAL-druck also an der **kritischen** Stelle kann über die Isentropenbeziehung geschlossen werden:

$$p_1 \cdot v_1^\kappa = p_2 \cdot v_{kr}^\kappa$$

$$v_{kr} = v_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_{2,M}} \right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

$$T_{kr} = \frac{p_L \cdot v_{kr}}{R}$$

Häufige Fehler beim Lösen von Aufgaben

- Überdruck / Absolutdruck gegeben bzw. zu verrechnen ?
- Für Luft gilt $v=(R*T)/p \rightarrow v=(287*T)/p$
- Ist der Durchmesser oder die Fläche gegeben ? Was ist zu verwenden ?
- Welches Medium (z.B. Wasser oder Luft) muss verwendet werden ??

Plattenströmungen

- richtiges Medium verwendet ? (Wasser / Luft)
- Sind beide Flächen oder nur eine an der Kraftentstehung beteiligt

Energierrechnungen mit bernoulligleichung

- unbedingt nachschauen, ob Drücke, die wie Umgebung aussehen evtl. vorgeschrieben sind !!!
- Auch hier: sind Absolutdrücke gegeben / gefragt oder Überdrücke ??
- Faktor 10^5 nicht vergessen für Drücke von bar in N/m^2

Strömungen mit Reibung (Druckverlust über Leitungen)

Konzept

- Energiegleichung aufstellen **wichtig:** mit Term Y_v
- Wenn kein Behälterdurchmesser, c_1 als Null definieren
- **k** über die Materialbeschaffenheit der Leitung bestimmen
- Geschwindigkeitsabhängigkeiten bezüglich Austrittsgeschw. Über Kontinuitätsgleichung ermitteln
- Zeta-Werte errechnen
- Zeta-Werte aufsummieren
- Energiegleichung mit CAS lösen
- **Reynoldszahlen für Rohrabschnitte bestätigen**

Normatmosphäre nach ICAO

$$p_{b,0} = 1,0133 \text{ bar} = 101325 \frac{N}{m^2}$$

$$T_{b,0} = 288,15 K \quad (t_{b,0} = 15^\circ C)$$

$$\rho_{b,0} = 1,225 \frac{kg}{m^3}$$