

# Ermittlung des Längsschlupfes eines angetriebenen Kranrads bei bombiertem Schienenkopf

Determining the longitudinal creep of a driven crane wheel on a crowned rail

Georg Havlicek  
Georg Kartnig

Institut für Konstruktionswissenschaften und Technische Logistik  
Forschungsbereich: Konstruktionslehre und Fördertechnik (KLFT)  
Technische Universität Wien

**D**er Längsschlupf an einem Kranrad hat sowohl für die Konstruktion als auch für die Antriebstechnik eines modernen Kranes erhebliche Bedeutung. Die im Betrieb auftretenden Schlupfwerte sind jedoch weitgehend unbekannt. Dieser Beitrag stellt ein Berechnungsmodell für den Längsschlupf an einem angetriebenen Kranrad vor, das für eine schnelle analytische Bestimmung verwendet werden kann. Ausgehend von der Berührfläche zwischen Kranrad und Schiene wird statt dem nur aufwendig berechenbaren realen Punktkontakt eine flächengleiche Linienberührung zur Schlupfabstimmung herangezogen. Validiert wurde der Ansatz am Rad-Schiene-Prüfstand des Instituts.

[Längsschlupf, Kranrad, Rad-Schiene-Kontakt, analytisches Verfahren, Einlaufverhalten]

**T**he longitudinal creep on a crane wheel has considerable effects, both for the design and the control of the drive technology of a modern crane. The creep values occurring during operation are, however, widely unknown. This article presents a calculation model for longitudinal creep of a driven crane wheel, which can be used for a fast analytical determination. Based on the contact area between the crane wheel and the rail, instead of the complex real point contact situation an equivalent line contact is calculated. The approach was validated at the Institute's wheel-rail test rig.

[Longitudinal creep, crane wheel, rail-wheel-contact, analytic method, running-in characteristic]

## 1 EINLEITUNG

Aktuell geltende Normen für die Kranauslegung (DIN EN 13001 und Unternormen [1]) berücksichtigen beim Kontakt zwischen Kranrad und Kranschiene nur eine Schienenengeometrie mit ebenem Kopf. Zum Einsatz kommen heutzutage jedoch fast ausschließlich bombierte Schienen. Infolge des verschleißspezifischen Einlaufver-

haltens kommt es mit zunehmender Betriebsdauer (Überrollungszyklen) zu einer Änderung des Schienenkopfprofils. Daraus resultiert auch eine Veränderung der anfänglich ideal elliptischen Kontaktfläche zu einer näherungsweise linienförmigen Berührgeometrie, jedoch nicht über die gesamte Schienenbreite.

Aus diesem Grund wurde am KLFT im Jahr 2014 ein Forschungsprojekt in Kooperation mit der Fa. Hans Künz GmbH gestartet das zum Ziel hat, bestehende Ansätze zur statischen und konstruktiven Auslegung für den ebenen Schienenkopf auf den allgemeinen Fall einer bombierten Schiene zu übertragen. Die Auswirkungen der geänderten Schienenengeometrie auf relevante Systemparameter wie z.B. Kontaktpressung, Rollreibung, Schräglaufrkräfte, Längsschlupf, Kraftschluss sowie Verschleiß von Kranrädern und Schiene sollen dabei untersucht werden. Weiters wird die Charakteristik des Einlaufverhaltens des Schienenkopfs infolge plastischer Deformationen im Rahmen des Projekts näher betrachtet.

In dieser Veröffentlichung soll der Längsschlupf (Tangentialschlupf) zwischen einem angetriebenen bzw. gebremsten Kranrad und einer bombierten Schiene näher beschrieben werden.

Aus verschiedenen Gründen ist es notwendig, den Schlupf zu kennen:

- Die maximal übertragbare Brems- und Antriebskraft ist abhängig vom Schlupfverhältnis (Kraftschlussfunktion).
- Das Ausnutzen des Haftreibungskoeffizienten ist bei höherem Schlupf mit höherem Verschleiß verbunden.
- Bei unterschiedlichen Radlasten an den einzelnen Laufrädern ergeben sich unterschiedliche Schlupfverhältnisse. Auch Fertigungstoleranzen an den Laufraddurchmessern resultieren in unterschiedlichen Umfangskräften an den Rädern und somit abweichenden Schlupfwerten. Der

Kran verschränkt oder verspannt sich durch die unterschiedlichen Radgeschwindigkeiten.

Die tatsächlichen Schlupfwerte am Kranrad im Betrieb sind jedoch weitgehend unbekannt. Daher ist ein anwendungsorientierter und schnell zu berechnender analytischer Ansatz für den Längsschlupf an aktuellen Krananlagen erstrebenswert.

Grundlegend ist bei Betrachtung des Schlupfs zwischen Mikro- und Makroschlupf zu unterscheiden. Bei Mikroschlupf unterteilt sich die Berührfläche in ein Haftgebiet mit gleicher Geschwindigkeit sowie ein Gleitgebiet mit Relativgeschwindigkeit zwischen den Kontaktpartnern. Der Haftreibungskoeffizient ist der begrenzende Faktor für die übertragbare Tangentialkraft. Wird der Schlupf größer verschwindet das Haftgebiet und das Gleitgebiet erstreckt sich über die gesamte Berührfläche. Ab dem Zeitpunkt des reinen Gleitens spricht man von Makroschlupf, hier ist der Gleitreibungskoeffizient bestimmend (siehe Abbildung 1). An einem angetriebenen oder gebremsten Rad entspricht Makroschlupf einem Durchrutschen des Rades, im Kranbau ist dies prinzipiell zu vermeiden. Die in dieser Arbeit betrachteten Schlupfverläufe bilden alle den Mikroschlupfbereich ab.

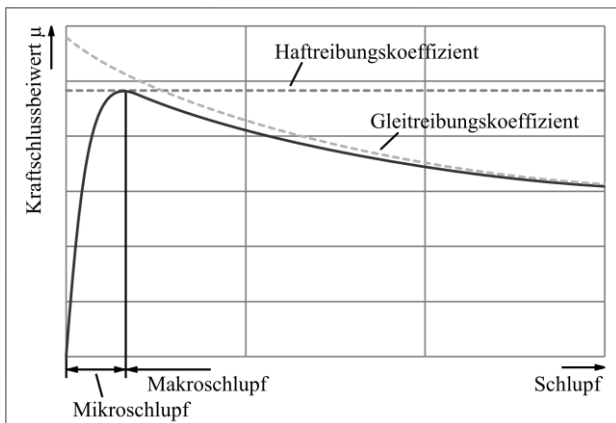


Abbildung 1. Kraftschluss-Schlupf-Beziehung (Qualitativ)

## 2 BESTEHENDE BERECHNUNGSANSÄTZE

Die folgenden Berechnungsansätze werden nur in Hinsicht auf den tangentialen Schlupfanteil beschrieben. Axialer Schlupf (Querschlupf) und Bohrschlupf werden, soweit in den Berechnungsmethoden berücksichtigt, in dieser Arbeit nicht näher betrachtet. Weiters wird speziell von einer Berührgeometrie zwischen Kranrad und Kranschiene nach DIN 536 ausgegangen [2].

Der Tangentialschlupf ist allgemein definiert als bezogene Geschwindigkeitsdifferenz zwischen der Umfangsgeschwindigkeit des Rades und der Absolutgeschwindigkeit.

$$\xi_T = \frac{R\omega - V}{\max(R\omega, V)} \quad (1)$$

## 2.1 BERECHNUNGSANSATZ FÜR LINIENBERÜHRUNG NACH CARTER

Für den schlupfbehafteten Kontakt eines Zylinders mit einer Ebene wurden bereits 1926 von F.W. Carter Beziehungen für den Längsschlupf hergeleitet [3]. Von G. Heinrich und K. Desoyer wurden diese in [4] nochmals vollständig erarbeitet und auf Querschlupf ausgeweitet.

In Abhängigkeit von Aufstandskraft  $F_R$ , Umfangskraft am Rad  $F_T$ , Radradius  $R$ , Berührbreite im Kontakt  $b_K$  sowie Haftreibungskoeffizient  $\mu_0$  und Werkstoffkonstanten  $G, \nu$  ergibt sich folgender Zusammenhang für den Längsschlupf [4]:

$$\xi_T = \sqrt{\frac{4}{\pi} \frac{1-\nu}{G} \frac{F_R}{R b_K}} \mu_0 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{F_T}{\mu_0 F_R}} \right) \quad (2)$$

Abbildung 2 zeigt den Kontaktbereich sowie die Schubspannungsverteilung in der Kontaktfläche zwischen rollendem Zylinder und Ebene unter radialer Last und Übertragung eines Drehmoments.

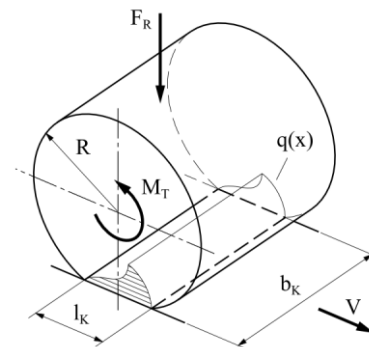


Abbildung 2. Kontakt zwischen Zylinder und Ebene

Entlang der Berührlänge  $l_K$  ergibt sich die Aufteilung in Gleit- und Haftbereich sowie die Schubspannungsverteilung gemäß Abbildung 3.

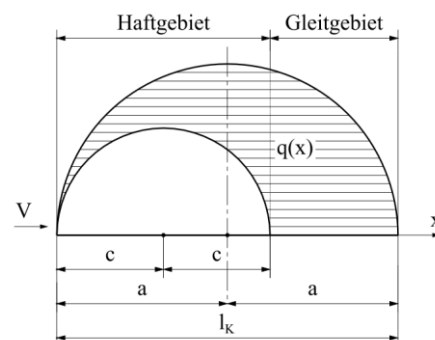


Abbildung 3. Schubspannungsverteilung und Aufteilung in Gleit- und Haftbereich im Kontakt

Der letzte Term der Formel (2) entspricht dem Anteil des Haftgebiets an der gesamten Berührlänge und ist eine bestimmende Größe für den Schlupf.

$$a^* = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{F_T}{\mu_0 F_R}} \quad (3)$$

In die Formel (2) einbezogen ist der Zusammenhang zwischen Berührlänge und Berührbreite bei Linienkontakt nach Hertz.

$$\frac{l_K}{2} = \sqrt{\frac{8(1-\nu)^2 F_R R}{\pi E b_K}} \quad (4)$$

Somit kann die Formel umgeschrieben werden, um statt der Breite der Berührfläche die Länge einsetzen zu können. Entlang dieser wird auch die Aufteilung in Haft und Gleitgebiet bestimmt.

$$\zeta_T = \frac{l_K}{2R} \mu_0 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{F_T}{\mu_0 F_R}} \right) \quad (5)$$

Die Korrektheit des Ansatzes wurde unter anderem von J.J. Kalker mit Hilfe numerischer Methoden bestätigt [5].

Für den Kontakt zwischen Kranrad und ebenem Schienenkopf können die Formeln (2) oder (5) direkt herangezogen werden. Gewisse Abweichungen zum realen Kontakt zwischen Rad und Schiene sind zu erwarten, da der Ansatz keine Randeffekte an den Grenzflächen des Zylinders berücksichtigt.

## 2.2 BERECHNUNGSANSÄTZE FÜR PUNKTBERÜHRUNG

Ansätze zur Berechnung der Schlupfverhältnisse bei Punktberührung, wie sie bei einem bombierten Schienenkopf auftritt, sind nicht so einfach zu lösen. Die übertragene Tangentialkraft ist über die Breite der Berührfläche (hier die lange Halbachse der Berührellipse) nicht konstant. Die Verteilung der Schubspannung und die Aufteilung in Gleit- und Haftbereich der Berührfläche ist in Abbildung 4 dargestellt.

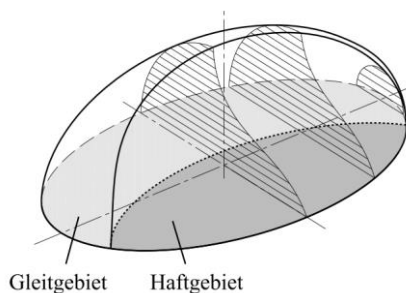


Abbildung 4. Schubspannungsverteilung bei Punktberührung (qualitativ)

### 2.2.1 STREIFENMODELL NACH HAINES UND OLLERTON

Das Streifenmodell ist ein rein analytisches Berechnungsverfahren, bei dem die elliptische Berührfläche quer

zur Laufrichtung in Längsstreifen geteilt und aufintegriert wird. Jeder einzelne Streifen wird wie eine Linienberührung behandelt, ein Einfluss der Streifen auf einander wird jedoch vernachlässigt. Der Ansatz von B.J. Haines und E. Ollerton für reinen Tangentialschlupf wurde von J.J. Kalker ausgearbeitet und später auch weiterentwickelt um Quer- und einen geringen Anteil an Bohrschlupf berücksichtigen zu können [6, 7, 8]. Abbildung 5 zeigt die Diskretisierung der Berührfläche und die Schubspannungsverteilung im Streifen.

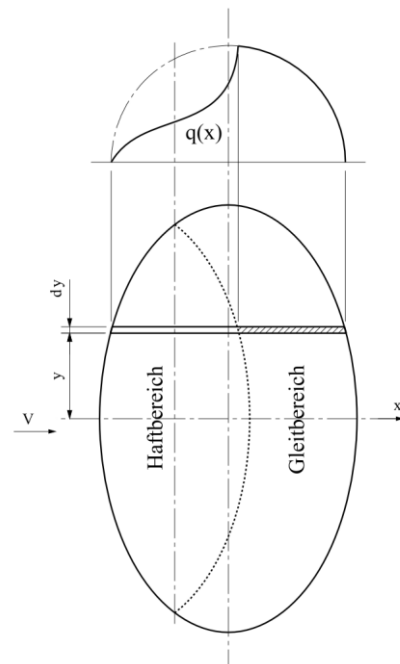


Abbildung 5. Streifenmodell nach Haynes und Ollerton

Der Zusammenhang zwischen Tangentialkraft und Schlupf ist über die folgenden Beziehungen definiert:

$$F_T = \mu_0 F_R \left\{ \frac{3}{2} \zeta \cos^{-1}(\zeta) + \left[ 1 - \left( 1 + \frac{1}{2} \zeta^2 \right) \sqrt{1 - \zeta^2} \right] \right\} \quad (6)$$

mit dem Faktor  $\zeta$  in Abhängigkeit vom Schlupf  $\zeta_T$  und der Hertz'schen Pressung  $p_0$  im Kontakt:

$$\zeta = \zeta_T \frac{E}{2 \mu_0 (1+\nu) p_0} \quad (7)$$

Die Ergebnisse dieser Berechnungsmethode stimmen bei schlanken Berührellipsen (Halbachsenverhältnis  $a/b \approx 0,2$ ) sehr gut mit Versuchsergebnissen und numerischen Methoden überein. Weichen die Kontaktflächen von dieser Form jedoch stärker ab, werden die Fehler durch den fehlenden Einfluss der Streifen aufeinander groß [7].

Das Modell wurde nach Entwicklung der vereinfachten Theorie von Kalker zugunsten der genaueren numerischen Berechnung nicht weiterverfolgt.

## 2.2.2 NUMERISCHE METHODEN NACH KALKER

Die von Kalker entwickelten Berechnungsmodelle der exakten und der vereinfachten Theorie sind nur numerisch lösbar. Sie sind in den Kontaktmodellen der Programme CONTACT (exakt) bzw. FASTSIM (vereinfacht) implementiert. Beide Modelle teilen die Berührfläche in rechteckige Bereiche ein, die über die gesamte Berührfläche gerechnet in Hinsicht auf den Spannungszustand im Gleichgewicht sein müssen. Die exakte Theorie nach Kalker liefert genaue Ergebnisse, bei reiner Tangentialbelastung des Kontakts weicht die vereinfachte Theorie um bis zu 5 % ab. [9]

Für genauere Informationen zu den numerischen Methoden nach Kalker siehe [5] und [10].

## 2.2.3 LINEARE THEORIE NACH KALKER

Die Theorie verwendet für den Zusammenhang zwischen Schlupf und Tangentialspannung die mittels numerischer Methoden bestimmten Kalker-Koeffizienten. Diese sind in Abhängigkeit der Halbachsenlängen der Berührellipse und der Querdehnungszahl tabellarisch definiert. Bei Zwischenwerten sind Interpolationen notwendig. Die lineare Theorie ist nur für sehr kleine Schlupfwerte anwendbar, da die Existenz eines Gleitbereichs bei diesem Ansatz vernachlässigt wird. Sie gibt die Steigung des linearen Astes der Schlupfkurve aus dem Ursprung wieder. Größere Schlupfwerte, die durch den Einfluss des größer werdenden Gleitbereichs entstehen werden nicht korrekt abgebildet. Die Abweichung der linearen Theorie vom realen Schlupfverlauf ist in Abbildung 6 qualitativ dargestellt.

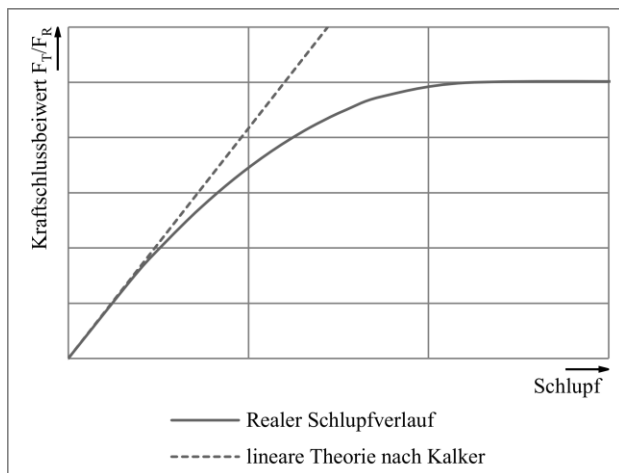


Abbildung 6. Schlupfkurve lineare Theorie und realer Verlauf

Die Abhängigkeit der Tangentialkraft vom Längsschlupf besteht nach der linearen Theorie nach Kalker über die folgende Beziehung:

$$F_T = G a b C_{11} \xi_T \quad (8)$$

Für das reine Tangentialkontaktproblem wird nur der Kalker-Koeffizient  $C_{11}$  benötigt. (Für Werte siehe [5].)

## 3 BERECHNUNGSANSATZ FÜR DIE TATSÄCHLICHE BERÜHRGEOMETRIE

Die tatsächliche Berührgeometrie zwischen Kranrad und Schiene entspricht bereits nach kurzer Betriebsdauer der Krananlage keiner idealen Punktberührung mehr. Durch plastische Deformation verändert sich die Bombierung am Schienenkopf so lange bis die Spannungen im Inneren der Schiene die Streckgrenze nicht mehr überschreiten.

Mittels Druckmessfolien ermittelte Abdrücke zeigen bei einem neuen Kran bereits in der Inbetriebnahmephase ein Einlaufverhalten, das zu einer Einebnung des Schienenkopfes führt. Die auftretenden Kontaktdrücke können aufgrund des zu geringen Messbereichs der Fuji Prescale Folien nicht ausgewertet werden, über die Form der Kontaktfläche geben sie aber sehr gut Auskunft. Abbildung 7 zeigt die Messfolie an der Kranschiene nach der Belastung durch das Kranrad. In Abbildung 8 ist der entstandene Abdruck auf der Folie zu sehen, zusätzlich ist die berechnete Berührellipse bei idealem Punktkontakt dargestellt. Da der Kran auf die Folie gefahren wurde, ist die genaue Kontur der Berührfläche nicht erkennbar, die Berührbreite ist jedoch deutlich größer als das Ergebnis nach der Hertz'schen Theorie.

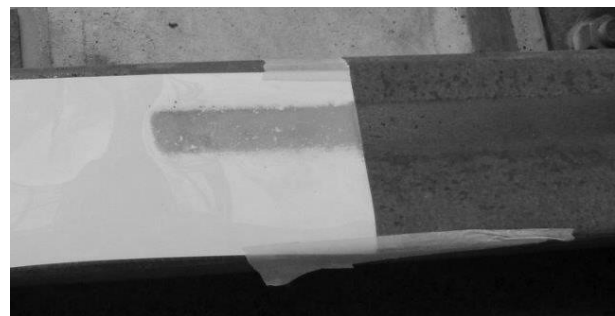


Abbildung 7. Fuji Druckmessfolie auf Kranschiene

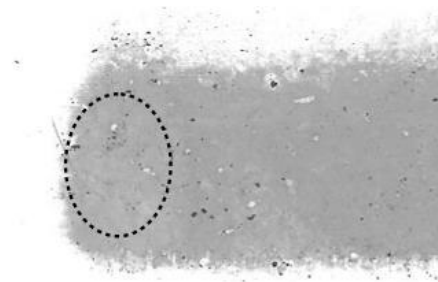


Abbildung 8. Abdruck der Berührfläche bei Überrollung und theoretische Berührellipse

Die Berührbreite stabilisiert sich nach einer gewissen Zeit, sodass, auch bei Kranen welche sich bereits seit Jahren in Betrieb befinden, die Kontaktfläche nicht über die volle Schienenbreite geht. Beispielhaft dazu eine Aufnahme einer Kranschiene nach rund sieben Jahren Betrieb (Abbildung 9).



Abbildung 9. Eingelaufene Kranschiene

Ein gleichartiges Einlaufverhalten findet auch am im Abschnitt 4 näher beschriebenen Prüfstand am Institut für Konstruktionswissenschaften und technische Logistik der TU Wien statt. Nach rund 20 Betriebsstunden mit maximaler Radlast ist die Bombierung des Schienenrads auf eine bleibende Geometrie abgeflacht. Siehe Abbildung 10, aufgenommen bei einer Belastung von 50 kN, im Vergleich zur theoretischen Berührellipse nach Hertz.

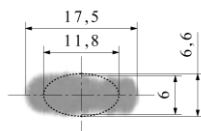


Abbildung 10. Eingelaufene Berührfläche (Maße in mm)

Der folgende Ansatz zieht für die Berechnung der Schlupfverhältnisse für solche reale Berührflächen den Ansatz für Linienberührung nach Carter bzw. Heinrich und Desoyer heran. Dieser wird so angepasst, dass mit einer fiktiven flächengleichen Linienberührung gerechnet wird, bei der die mittlere Tangentialspannung in der Berührfläche mit der tatsächlichen Berührsituation übereinstimmt.

Als bestimmendes Maß für die Größe der Berührfläche hat sich bei reinem Tangentialschlupf die Berührlänge in Laufrichtung herausgestellt. Wird die Breite der fiktiven Berührfläche über die Hertz'sche Theorie in Abhängigkeit von Aufstandskraft und dieser Berührlänge berechnet, ergeben sich weitgehend gleiche Flächeninhalte wie bei den realen Kontaktflächen. Abbildung 11 zeigt zwei Abdrücke, rechts eine eingelaufene Schiene, links im Neuzustand. Das eingezeichnete Rechteck entspricht der fiktiven Berührfläche die für die Schlupfberechnung herangezogen wird.

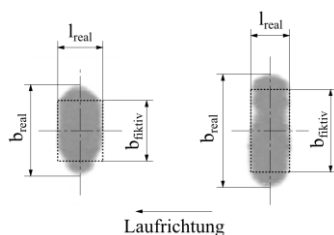


Abbildung 11. Abmessungen der Berührflächen

Diese Übereinstimmung der Flächen wurde nur für den Anwendungsbereich und die Geometrien von Kranrädern und Schienen überprüft, bei stark abweichenden Formen der Berührflächen, wäre die Gültigkeit dieses Zusammenhangs erst zu verifizieren.

Die grundlegende Vorgangsweise zur Bestimmung des Schlupfs an einem Laufrad stellt sich nun folgendermaßen dar:

Betrachtet man einen Kran im Neuzustand, oder geht man davon aus, dass die Radlasten ausreichend niedrig sind um eine plastische Deformation ausschließen zu können, kann die benötigte Berührlänge  $l_{real}$  über die Hertz'sche Theorie bestimmt werden. Die Halbachsenlänge der Kontaktellipse in Laufrichtung kann als gute Näherung für die Berührlänge herangezogen werden.

Möchte man den Schlupf an einem eingelaufenen Kransystem berechnen, ist eine Ermittlung der realen Berührflächen notwendig. Wie und auf welche Geometrie eine Kranschiene einläuft ist Teil der Untersuchungen an der TU Wien, derzeit kann die Berührfläche nach plastischer Deformation jedoch noch nicht abgeschätzt werden. Eine Messung mittels Druckmessfolien stellt hier eine einfache und günstige Lösung dar. Das zu berechnende Kranrad wird mittels Hydraulik angehoben und nach Auflegen der Folie wieder auf der Schiene abgesetzt. Nach zwei Minuten Belastungszeit wird die Folie wieder entnommen, und der Abdruck kann direkt vermessen werden. Abbildung 12 zeigt einen Abdruck auf einer Fuji Druckmessfolie.

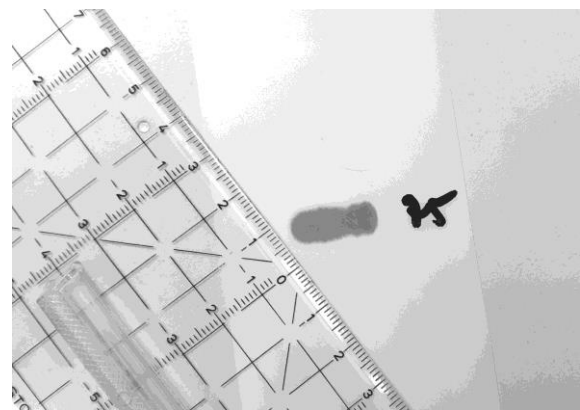


Abbildung 12. Fuji Prescale Druckmessfolie mit Abdruck

Nach Ermittlung der Berührlänge  $l_{real}$  kann mit Formel (5) aus Abschnitt 2.1 ohne großen Aufwand der Schlupfverlauf berechnet werden:

$$\zeta_T = \frac{l_{real}}{2R} \mu_0 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{F_T}{\mu_0 F_R}} \right) \quad (9)$$

Für die Berechnung zusätzlich benötigt werden der Radius des Rades  $R$ , der Haftreibungskoeffizient zwischen Rad und Schiene  $\mu_0$  (Laut DIN 13001-3-3 im Bereich 0,1

bis 0,3), die Radlast  $F_R$ , sowie die zu übertragende Tangentialkraft  $F_T$ . Eine Voraussetzung für die Gültigkeit des Ansatzes sind idente elastische Eigenschaften der Rad- und Schienenwerkstoffe (E-Modul und Querkontraktionszahl).

Die für den Schlupf Maßgebliche Aufteilung der Berührfläche in Gleit- und Haftgebiet wird Anhand der eingesetzten Berührlänge bestimmt, und wird für die gesamte Berührbreite als konstant angenommen.

Für eine übliche Konfiguration eines Portalkranes im Neuzustand ergeben sich nach diesem Ansatz die in Abbildung 13 dargestellten Schlupfverläufe.

Daten der Kontaktpartner:

Radius Kranrad:  $R = 315 \text{ mm}$   
 Kopfradius Schiene:  $R_S = 500 \text{ mm}$   
 Reibwert:  $\mu_0 = 0,3$   
 Radlasten:  $F_R = 25, 50, 75 \text{ und } 100 \text{ kN}$   
 Tangentialkräfte:  $F_T = 0 \text{ bis } 10.000 \text{ N}$

Die Abmessungen der realen Berührfläche werden in diesem Fall über die Hertz'sche Theorie für zwei allgemein gekrümmte Körper berechnet (Siehe [11]).

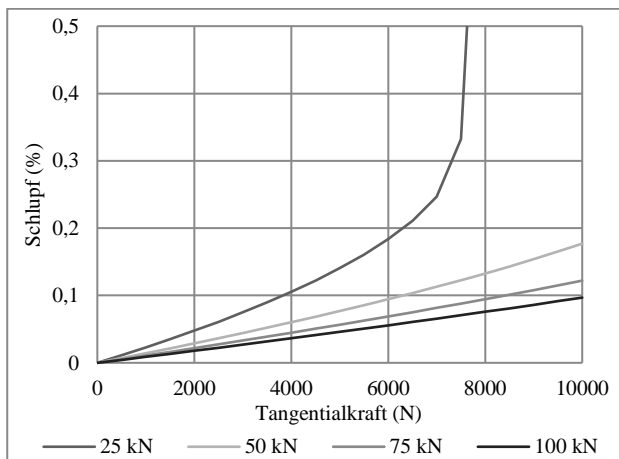


Abbildung 13. Schlupf über Tangentialkraft bei unterschiedlichen Radlasten

Die Haftgrenze wird beim angenommenen Reibwert von  $\mu_0 = 0,3$  und einer Radlast von 25 kN bei  $F_T = 7500 \text{ N}$  erreicht, der Schlupf geht bei einer Tangentialkraft  $F_T > \mu_0 F_R$  gegen unendlich. Die realen elliptische und die fiktive rechteckige Berührfläche wurden zum Vergleich berechnet und in Tabelle 1 aufgetragen.

Tabelle 1. Abmessungen der Berührflächen

Radialkraft	Berührlänge nach Hertz	Fläche Ellipse nach Hertz	Fläche fiktives Rechteck	Abweichung
25 kN	7 mm	52 mm <sup>2</sup>	52,1 mm <sup>2</sup>	+0,4%
50 kN	8,8 mm	82,5 mm <sup>2</sup>	82,8 mm <sup>2</sup>	+0,4%
75 kN	10,1 mm	108 mm <sup>2</sup>	108,5 mm <sup>2</sup>	+0,4%
100 kN	11,1 mm	130,9 mm <sup>2</sup>	131,4 mm <sup>2</sup>	+0,4%

Die Ergebnisse dieses vereinfachten analytischen Berechnungsansatzes sollen im folgenden Abschnitt mit Messungen an einem Rad-Schiene-Prüfstand validiert werden.

#### 4 BESTIMMUNG DES TANGENTIALSCHLUPFS AM PRÜFSTAND

Um das Laufverhalten von Kranrädern auf bombierter Schiene genauer betrachten zu können, wurde in Zusammenarbeit mit der Fa. Künz ein Prüfstand entwickelt und gebaut. Prüfstände dieser Art wurden in den 1970er und 1980er Jahren bereits herangezogen um den ebenen Schienenkopf zu untersuchen. Der Rad-Schiene-Prüfstand am KLFT (Abbildung 14) besteht aus einer zu einem Kreisring gebogenen Schiene (Schienerad) und einem Kranlaufgrad. Beide Räder können unabhängig voneinander angetrieben und gebremst werden. Über Hydraulikzylinder kann die Anpresskraft des Laufrades vorgegeben werden. An beiden Antriebseinheiten befinden sich Inkrementalgeber, um die exakte Position der Räder zu erfassen. Das Schienenrad hat einen Durchmesser von 2000 mm und besitzt eine Kopfform entsprechend einer Kranschiene der Form A55 nach DIN 536, das Laufgrad hat einen Durchmesser von 400 mm.

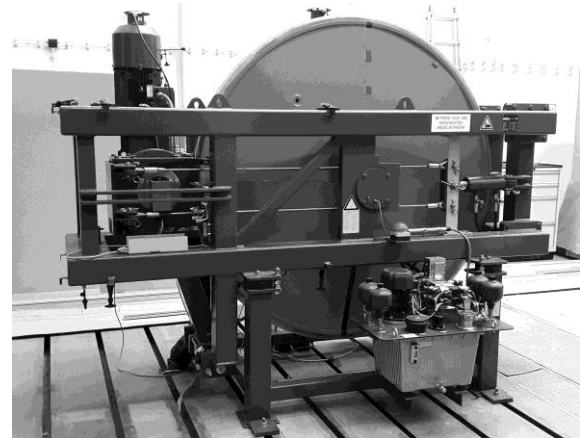


Abbildung 14. Rad-Schiene-Prüfstand am KLFT der TU Wien

Bei Schlupfmessungen wird das Laufgrad ohne Leistungsbegrenzung angetrieben, das Schienenrad bremst mit einem definierten Moment. Nach genauer Bestimmung des Durchmesserverhältnisses wird die Drehwinkeldifferenz zwischen Rad und Schiene nach einer definierten Anzahl von Umdrehungen herangezogen, um den Schlupf zu berechnen. Zuvor wird zu jeder Schlupfmessung mittels Fuji Druckmessfolien die Berührfläche im Kontakt aufgenommen.

Die Messungen wurden bei unterschiedlichen Zuständen der Schiene sowie bei verschiedenen Reibwerten durchgeführt. Um den Reibwert zwischen Rad und Schiene zu beeinflussen wurden Konditioniermittel, auch in Kombination mit Wasser, auf die Schienenoberfläche aufgetragen. Da sich auch am Prüfstand wie bei einer realen Kranschiene ein Abflachen des Schienenkopfradius einstellt, wurden zuerst Messdurchläufe im eingelaufenen Zustand

durchgeführt. Nach Abschluss der Messungen im eingelaufenen, realitätsnahen Zustand, wurde das Schienenrad neu profiliert, und die dem Neuzustand entsprechende Schienengeometrie wieder hergestellt. In diesem Zustand kann bei niedrigen Anpresskräften eine echte Punktberührung mit elliptischer Berührfläche gemessen werden. Diese Messungen wurden herangezogen, um den analytischen Ansatz auch bei dieser Berührgeometrie validieren zu können.

#### 4.1 MESSUNGEN IM EINGELAUFENEN ZUSTAND

Die Messungen wurden mit Anpresskräften von 25 bis 100 kN durchgeführt. Bei jeder Kraft wurde das Bremsmoment zwischen 250 und 1750 Nm variiert, das entspricht einer Tangentialkraft im Kontaktbereich von 1250 bis 1750 N. Für alle Kombinationen von Tangentialkraft und Anpresskraft wurden mindestens drei gültige Messpunkte aufgenommen und gemittelt.

Die Auswertung der Berührflächen zeigt, dass die Berührbreite im eingelaufenen Zustand nur in geringem Maß zunimmt. Der Bombierungsradius hat sich in der Mitte des Schienenkopfs stark abgeflacht, die eigentliche Berührellipse ist nicht mehr erkennbar. Abbildung 15 zeigt die Berührflächen für die Aufstandskräfte von 25 bis 100 kN. Bereits eingezeichnet sind die fiktiven rechteckigen Kontaktflächen des analytischen Ansatzes.

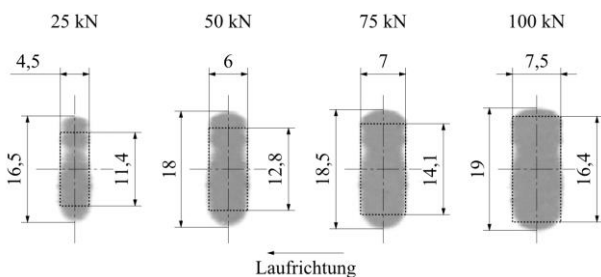


Abbildung 15. Berührflächen am Prüfstand bei 25 bis 100 kN Radlast (Maße in mm)

Nach Auswertung der Druckmessfolien im Programm GODAV können die Flächeninhalte der realen und fiktiven Kontaktflächen verglichen werden.

Tabelle 2. Abmessungen der Berührflächen am Prüfstand

Radialkraft	reale Berührlänge	reale Fläche	fiktive Fläche	Abweichung
25 kN	4,5 mm	52,5 mm <sup>2</sup>	51,3 mm <sup>2</sup>	-2,2%
50 kN	6 mm	86 mm <sup>2</sup>	77 mm <sup>2</sup>	-10,4%
75 kN	7 mm	108 mm <sup>2</sup>	99 mm <sup>2</sup>	-8,3%
100 kN	7,5 mm	127 mm <sup>2</sup>	123,2 mm <sup>2</sup>	-3,0%

Abbildung 16 stellt die Ergebnisse der Messungen im eingelaufenen, trockenen, nicht konditionierten Zustand im Vergleich zum analytischen Ansatz dar. Die aufgetragenen Schlupfwerte wurden aus fünf Messdurchläufen gemittelt.

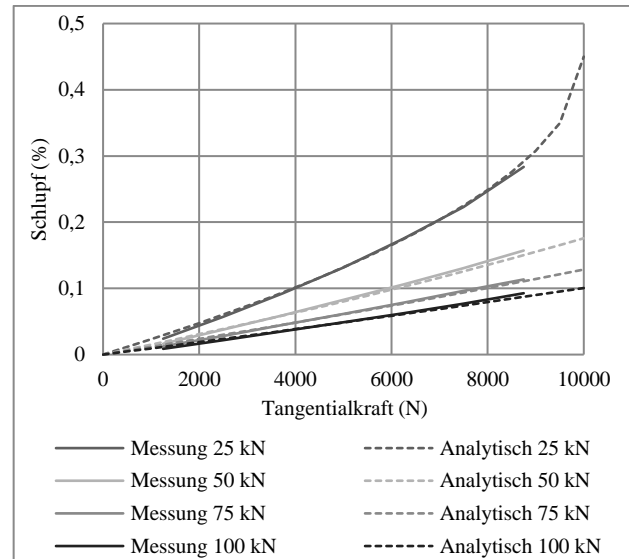


Abbildung 16. Schlupf über Tangentialkraft Messung und analytischer Ansatz (trockener, eingelaufener Zustand)

Die Schlupfkurven enden beim maximal durch den Schienenradantrieb aufbringbaren Moment. Der Reibkoeffizient zwischen Rad und Schiene wurde bei vorausgehenden Messungen zu  $\mu_0 \approx 0,4$  bestimmt. Man sieht die sehr gute Übereinstimmung von gemessenen und analytisch berechneten Schlupfwerten.

In der Literatur ist die Darstellung Kraftschlussbeiwert ( $\mu = F_T/F_R$ ) über Schlupf üblich. In dieser Arbeit wird die Tangentialkraft zur besseren Veranschaulichung jedoch nicht auf die Aufstandskraft bezogen sondern direkt aufgetragen. So kann die Übereinstimmung zwischen Messung und analytischem Ansatz für unterschiedliche Aufstandskräfte in einem Diagramm deutlicher dargestellt werden.

Die Abhängigkeit der Schlupfkurven vom Reibwert zwischen Rad und Schiene wird in Abbildung 17 bei den Ergebnissen im konditionierten Zustand deutlich.

Mithilfe von Festschmierstoffen wurde der Haftreibungskoeffizient von  $\mu_0 \approx 0,4$  auf  $\mu_0 \approx 0,23$  sowie in weiteren Messungen auf  $\mu_0 \approx 0,1$  verringert. Auch hier sieht man die sehr gute Übereinstimmung zwischen analytisch gerechnetem und gemessenen Schlupf.

Es sind bei einer Anpresskraft von 25 kN die gemessenen Verläufe des Schlupfs für die unterschiedlichen Reibwerte aufgetragen. Bei den zwei geringeren Reibwerten wird der maximale Kraftschluss von  $F_T = \mu_0 \cdot F_R$  erreicht. Bei Annäherung an die maximale Tangentialkraft geht der gemessene Schlupf gegen unendlich und ist mit den vorhandenen Messmitteln nicht mehr bestimmbar. An diesem Punkt befindet sich der Übergang von Mikro- zu Makroschlupf.

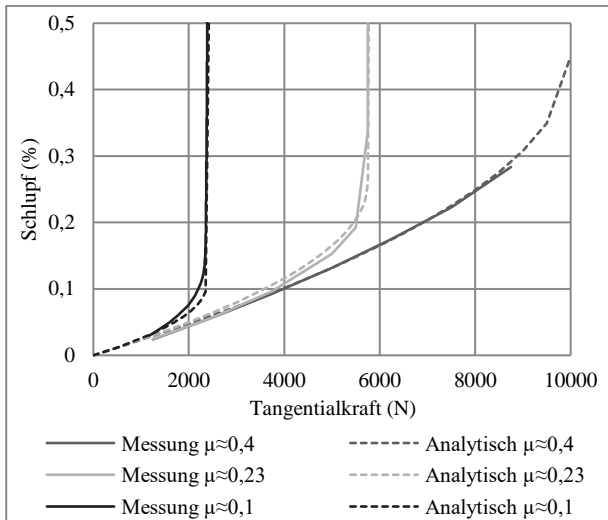


Abbildung 17. Schlupf über Tangentialkraft Messung und analytischer Ansatz (konditionierter, eingelaufener Zustand)

#### 4.2 MESSUNGEN IM NEUZUSTAND

Die Messungen bei tatsächlicher Punktberührung wurden nur bei 25 und 50 kN Anpresskraft durchgeführt, da bei höheren Lasten die plastische Verformung im Schienenwerkstoff zum Einlaufen der Geometrie führt. Die folgende Abbildung 18 zeigt wieder den gemessenen Verlauf des Schlupfs im Vergleich zum Berechnungsansatz bei trockener Schiene, Abbildung 19 die zugehörigen Berührflächen.

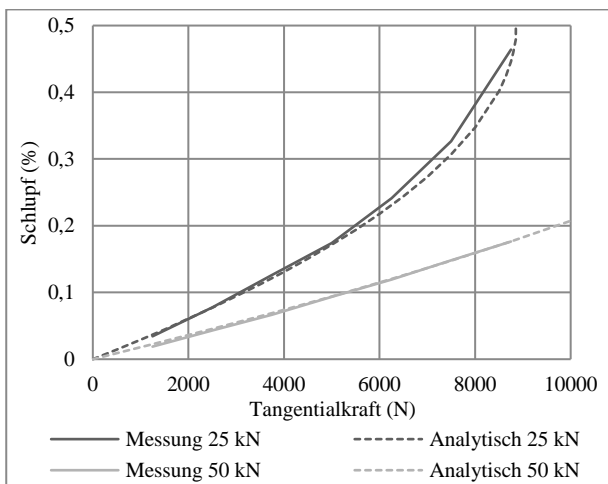


Abbildung 18. Schlupf über Tangentialkraft Messung und analytischer Ansatz (trockener, neuwertiger Zustand)

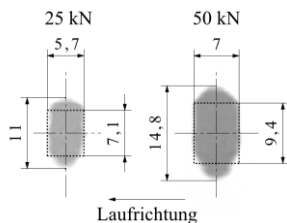


Abbildung 19. Berührflächen am Prüfstand bei 25 und 50 kN Radlast im Neuzustand (Maße in mm)

Diese Messungen zeigen, dass der Ansatz auch bei punktförmigen Berührgeometrien gute Ergebnisse liefert.

#### 5 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Der Ansatz von Carter für Linienberührung wird erfolgreich auf eine punktförmige Berührgeometrie angewendet. Die dadurch getroffenen Annahmen, das Heranziehen einer mittleren Tangentialspannung über die Fläche, sowie eine gleiche Aufteilung in Gleit- und Haftbereich auf der gesamten Berührbreite, scheinen keine nennenswerte Auswirkung auf den Schlupf zu haben. Verglichen mit den Messungen am Prüfstand zeigen sich sowohl bei unterschiedlichen Reibwerten als auch bei unterschiedlichen Kontaktgeometrien sehr gute Übereinstimmungen mit dem analytischen Berechnungsansatz. Bei bekannter Berührfläche ist somit auf schnellem Weg ohne lange Rechenzeiten der Schlupfverlauf auch im eingelaufenen Zustand bestimmbar.

In derzeit laufenden weiteren Untersuchungen soll die Übereinstimmung der Schlupfverhältnisse an der fiktiven sowie der realen Berührfläche mittels Finite-Elemente-Methode genauer betrachtet werden. Durch die breiteren Variationsmöglichkeiten der Berührgeometrie in den FEM-Berechnungen können im Anschluss auch die Gültigkeitsgrenzen des Berechnungsansatzes bestimmt werden.

#### 6 FÖRDERHINWEIS

Wesentliche Teile dieser Arbeit wurden durch das österreichische "COMET-Programm" (Projekt X Tribology, Nr. 849109) gefördert und im Zusammenwirken mit dem "Excellence Center of Tribology" (AC2T Research GmbH) erarbeitet.

#### ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

- $a$  Halbachse der Berührellipse in Laufrichtung (halbe Berührlänge)
- $a^*$  Anteil des Haftgebiets an der Berührlänge
- $b$  Halbachse der Berührellipse quer zur Laufrichtung (halbe Berührbreite)
- $b_{fiktiv}$  fiktive Berührbreite zur Schlupfberechnung
- $b_K$  Berührbreite (Breite der Kontaktfläche)
- $b_{real}$  reale (gemessene) Berührbreite
- $c$  Halbe Länge des Haftgebiets
- $C_{ii}$  Kalker-Koeffizient
- $E$  E-Modul
- $F_R$  Radialkraft (Radlast)
- $F_T$  Tangentialkraft (Umfangskraft)



$G$	Schubmodul
$l_K$	Berührlänge (Länge der Kontakfläche)
$l_{real}$	reale (gemessene) Berührlänge
$M_T$	Traktionsmoment
$p_0$	Hertz'sche Pressung
$q$	Schubspannung
$R$	Radius Kranrad
$R_S$	Kopfradius Schiene
$V$	Absolutgeschwindigkeit
$\zeta$	Faktor zur Schlupfberechnung
$\mu$	Kraftschlussbeiwert
$\mu_0$	Haftreibungskoeffizient
$\nu$	Querdehnungszahl
$\zeta_T$	Tangentialschlupf

#### LITERATUR

- [1] DIN EN 13001-3: Krane – Konstruktion allgemein – Teile 3-1 bis 3-3.
- [2] DIN 536-1: Kranschienen Form A.
- [3] Carter, F.W. "On the action of a locomotive driving wheel." *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. Vol. 112. No. 760. The Royal Society, 1926.
- [4] Heinrich, G., und K. Desoyer. "Rollreibung mit axialem Schub." *Ingenieur-Archiv* 36: 48-72, 1967.
- [5] Kalker, J.J. *Rolling contact phenomena*. Springer, Wien, 2000.
- [6] Haines, D.J., und E. Ollerton. "Contact stress distributions on elliptical contact surfaces subjected to radial and tangential forces." *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* 177: 95-114, 1963.
- [7] Kalker, J.J. "A Strip Theory for Rolling With Slip and Spin. I-IV." *Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen-Proceedings Series B-Physical Sciences* 70: 10-62, 1967.
- [8] Johnson, K.L. *Contact mechanics*. Cambridge University Press, 1987.
- [9] Vollebregt, E.A.H., und P. Wilders. "FAST-SIM2: a second-order accurate frictional rolling contact algorithm." *Computational Mechanics* 47: 105-116, 2011.

- [10] Kalker, J.J. *Three-dimensional elastic bodies in rolling contact*. Springer Science & Business Media, 1990.
- [11] Timoshenko, S., und J.N. Goodier. *Theory of Elasticity*. McGraw-Hill book Company, Third Edition, 1970.

---

**Dipl.-Ing. Georg Havlicek**, Projektassistent am Institut für Konstruktionswissenschaften und Technische Logistik an der Technischen Universität Wien

**Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr. Georg Kartnig**, Professor am Institut für Konstruktionswissenschaften und Technische Logistik, Leiter des Fachbereichs Konstruktionslehre und Fördertechnik an der Technischen Universität Wien

Adresse: Institut für Konstruktionswissenschaften und Technische Logistik, Technische Universität Wien, Getreidemarkt 9/307, 1060 Wien, Österreich  
Telefon: +43-1-58801-30752  
E-Mail: georg.havlicek@tuwien.ac.at,  
georg.kartnig@tuwien.ac.at

