Zpět

Požadavky k SZZ – specializace Obecná matematika

Státní závěrečná zkouška sestává z obhajoby bakalářské práce a z ústní zkoušky.

Charakteristika závěrečné práce a její obhajoba

Zpracováním bakalářské práce student prokazuje orientaci v problematice dané tématem práce a schopnost odborné práce pod vedením vedoucího. U obhajoby bakalářské práce se hodnotí porozumění tématu a úroveň prezentace.

Charakteristika ústní zkoušky

Účelem zkoušky je prověřit, že absolvent je schopen vést debatu na odborné úrovni. Jejím smyslem je prokázat všeobecný přehled o základních pojmech a výsledcích z jednotlivých specializací a širších souvislostech mezi nimi.
Absolvent programu Matematika v rámci specializace Obecná matematika bude schopen

- vysvětlit zásadní výsledky základních matematických oborů: matematické analýzy, statistiky, algebry a geometrie,
- prezentovat přehled o aplikacích matematiky a statistiky v jiných vědních oborech.

Technická realizace

U ústní zkoušky student obdrží tři otázky, dvě z okruhu A společných oblastí znalostí programu Matematika a jednu ze znalostí své specializace, které jsou uvedeny v okruhu B.

Vymezení rozsahu otázek k ústní zkoušce

A. Společný okruh – základy matematiky

1. **Základní algebraické struktury.**
   Grupa, okruh, obor integrity, těleso. Homomorfismy a jejich jádra, podstruktury. Dělitelnost v komutativním okruhu, ireducibilita, okruh s jednoznačným rozkladem. Základy elementární teorie čísel. Okruhy polynomů.
2. **Lineární algebra a analytická geometrie.**
   Matice a operace s maticemi, soustavy lineárních rovnic. Vektorové prostory, podprostory, báze, lineární zobrazení, lineární a kvadratické formy. Prostory se skalárním součinem. Afinní a euklidovská geometrie.
3. **Spektrální teorie v prostorech konečné dimenze.**
   Vlastní čísla a vlastní vektory. Podobnost matic, Jordanův kanonický tvar. Samoadjungované a unitární operátory. Singulární rozklad matice, pseudoinverzní matice. Aplikace na řešení soustav lineárních rovnic.
4. **Základy diskrétní matematiky.**
   Výroková logika. Základy teorie množin (množiny, zobrazení, relace). Elementární kombinatorika (variace, kombinace, princip inkluze a exkluze). Základy teorie grafů.
5. **Diferenciální počet.**
   Elementární funkce, limity a spojitost, derivace a její geometrický význam, vyšetřování průběhu funkce, lokální a globální extrémy, věty o střední hodnotě, l'Hospi-talovo pravidlo, parciální a směrové derivace, diferenciál funkcí a zobrazení, Taylorův polynom, implicitní a inverzní funkce, vázané extrémy.
6. **Integrální počet.**
   Primitivní funkce, metody integrace, konstrukce Riemannova integrálu a jeho vlastnosti, nevlastní integrál, věta o transformaci integrálu, základní příklady transformací, integrály závislé na parametru, křivkový a plošný integrál prvního a druhého druhu, geometrické a fyzikální aplikace určitého integrálu.
7. **Míra a integrál.**
   Definice a konstrukce míry, borelovské a lebesgueovsky měřitelné množiny, měřitelné funkce, abstraktní a Lebesgueův integrál, Lebesgueovy věty o limitním přechodu, vzájemný vztah Riemannova a Lebesgueova integrálu, věta o substituci, Fubiniova věta, beta a gama funkce.
8. **Nekonečné řady a metrické prostory.**
   Kritéria konvergence číselných řad, absolutní a neabsolutní konvergence, Riemannova věta o přerovnání. Posloupnosti a řady funkcí, stejnoměrná konvergence, derivování a integrování posloupností a řad funkcí, mocninné řady, poloměr konvergence, Taylorova řada. Metrický prostor, konvergence, otevřené a uzavřené množiny, spojitá a lipschitzovská

zobrazení, úplné a kompaktní prostory, prostor spojitých funkcí, prostory L^p, Banachova věta o pevném bodu a její aplikace.

9. **Základy numerické matematiky.**
 Iterativní numerické řešení rovnic (řešení nelineární rovnice, systémů lineárních a nelineárních rovnic), základy numerické optimalizace (metoda nejmenších čtverců, metoda zlatého řezu, metoda půlení intervalu apod.).
10. **Základy teorie pravděpodobnosti.**
 Kolmogorova axiomatická definice pravděpodobnosti, podmíněná pravděpodobnost. Bayesův vzorec. Náhodné veličiny a vektory, jejich číselné charakteristiky. Distribuční funkce, pravděpodobnostní funkce, hustota. Příklady diskrétních a spojitých rozdělení. Zákon velkých čísel a centrální limitní věta.
11. **Základy statistiky.**
 Náhodný výběr a statistiky, nestrannost a konzistence. Testování hypotéz, příklady jednovýběrových a dvouvýběrových testů, základy teorie odhadu.
12. **Základy finanční a pojistné matematiky.**
 Jednoduché úročení a diskontování, složené a spojité úročení a diskontování, investice, současná a budoucí hodnota, vnitřní míra výnosnosti, doba návratnosti, spoření, důchody, úvěry, dluhopisy, durace a konvexita.

B. Okruh specializace Obecná matematika

1. **Algebra.**
 Svazy (úplné, modulární, distributivní), Booleovy algebry. Normální podgrupy a faktorizace grup. Ideály a faktorizace okruhů. Maximální ideály a prvoideály. Rozšíření těles a jeho stupeň. Konečná tělesa. Základy univerzální algebry.
2. **Lineární algebra a geometrie.**
 Systémy lineárních nerovnic, Farkasovo lemma, věta o dualitě v lineárním programování. Rozklad polyedrů, Minkowského věta. Geometrické odvození simplexové metody. Tenzorový součin vektorových prostorů, jeho vlastnosti, báze tenzorového součinu, souřadnice tenzorů. Symetrické a antisymetrické tenzory, objemové formy. Smithův normální tvar celočíselných a polynomiálních matic.
3. **Topologie.**
 Topologické prostory, spojitá zobrazení. Oddělitelnost (Hausdorffovy, regulární, úplně regulární a normální prostory). Souvislost, lokální souvislost. Kompaktnost, lokální kompaktnost, kompaktifikace.
4. **Lineární funkcionální analýza.**
 Rozdíly mezi konečnou a nekonečnou dimenzí, Fourierovy řady v Hilbertových prostorech, Hahnova-Banachova věta a její důsledky, duální prostory, reflexivita, Banachova-Steinhausova věta a její aplikace, kompaktní a prekompaktní množiny.
5. **Obyčejné diferenciální rovnice.**
 Metody řešení rovnic 1. řádu a lineárních rovnic a systémů, existence a jednoznačnost řešení, rovnice vyšších řádů, globální vlastnosti řešení, závislost řešení na počátečních

podmínkách a parametrech, stabilita lineárních a perturbovaných lineárních systémů.

6. **Komplexní analýza.**
   Cauchyovy-Riemannovy podmínky, komplexní diferencovatelnost, holomorfní funkce, Cauchyovy integrální vzorce, nezávislost integrálů na integrační cestě, reziduová věta, Liouvilleova věta, Cauchyova nerovnost, Morerova věta, Laurentovy řady.
7. **Diferenciální geometrie křivek a ploch.**
   Afinní a projektivní prostory. Kuželosečky a kvadriky a jejich klasifikace. Parametrické vyjádření a rovnice křivek a ploch. Styk křivek a styk křivky s plochou. Oblouk křivky, Frenetův trojhran, křivost a torse prostorové křivky. První a druhá základní forma plochy, střední a Gaussova křivost.