

[Zpět](#)

Požadavky platné pro studenty

Státní závěrečná zkouška sestává z obhajoby bakalářské práce a z ústní zkoušky.

Charakteristika závěrečné práce a její obhajoba

Zpracováním bakalářské práce student prokazuje orientaci v problematice dané tématem práce a schopnost odborné práce pod vedením vedoucího. U obhajoby bakalářské práce se hodnotí porozumění tématu a úroveň prezentace.

Charakteristika ústní zkoušky

Účelem zkoušky je prověřit, že absolvent je schopen vést debatu na jisté odborné úrovni. Cílem ústní zkoušky není opakovat zkoušky z jednotlivých předmětů a zkoušet detailní znalost teorie a důkazů. Smyslem je prokázat všeobecný přehled o základních pojmech a výsledcích z jednotlivých oborů a širších souvislostech mezi nimi.

Technická realizace

U ústní zkoušky student obdrží dvě otázky z níže uvedených tématických okruhů.

Vymezení rozsahu otázek k ústní zkoušce

1. Vektorové prostory a lineární zobrazení
 - Vektorový prostor, vektorový podprostor, lineární obal množiny vektorů, lineární nezávislost, Steinitzova věta, báze, dimenze, souřadnice, matice přechodu od jedné báze k druhé. Průnik a součet podprostorů. Lineární zobrazení (homomorfismus), jeho jádro a obraz. Lineární izomorfismus. Matice lineárního zobrazení v daných bazích.

- Soustavy lineárních rovnic, matice a determinanty
- Gaussova eliminace, operace s maticemi, hodnota matice, věty o struktuře řešení soustav lineárních rovnic, Frobeniova věta. Permutace, definice a vlastnosti determinantu. Laplaceův rozvoj. Výpočet inverzní matice, Cramerovo pravidlo. Numerické metody řešení soustav lineárních rovnic. Symetrické, ortogonální a unitární matice.

- Prostory se skalárním součinem a lineární operátory na nich
- Skalární součin, ortonormální báze, ortogonální doplněk, kolmá projekce. Ortogonální a unitární operátory, jejich vlastní čísla a vektory. Samoadjungované operátory a jejich vlastní čísla a vektory. Souvislost se symetrickými bilineárními formami. Příklady těchto operátorů.

- Vlastní čísla a vektory, Jordanův kanonický tvar
- Definice, charakteristický polynom, algebraická a geometrická násobnost vlastního čísla, vlastní podprostor. Podobnost matic. Jordanova buňka. Věta o Jordanově charakteristickém tvaru.

- Bilineární a kvadratické formy
- Definice, matice bilineární formy. Diagonalizace symetrické bilineární formy. Silvestrova věta o setrvačnosti pro reálné kvadratické formy. Signatura. Pozitivně definitní, negativně definitní a indefinitní kvadratické formy. Souvislost s hledáním extrémů funkcí více proměnných.

- Afinní a euklidovská geometrie
- Definice afinního prostoru a podprostoru, parametrický popis afinních podprostorů, afinní podprostory a soustavy rovnic. Vzájemná poloha afinních podprostorů. Afinní zobrazení. Euklidovský afinní prostor, vzdálenost a odchylka afinních podprostorů v euklidovském prostoru.

- Kuželosečky a kvadriky
- Projektivní prostor, komplexifikace, kvadriky v projektivním a afinním prostoru. Pojem polární sdruženosti. Projektivní klasifikace. Tečny, asymptoty, střed. Afinní klasifikace. Osově roviny, osově přímky, vrcholy. Metrická klasifikace. Souvislost jednotlivých klasifikací s projektivní, afinní a ortogonální afinní grupou.

- Základy obecné algebry
- Grupa, podgrupa, homomorfismus, izomorfismus a součin grup. Grupa permutací, grupa zbytkových tříd a další příklady grup. Lagrangeova věta a její důsledky. Klasifikace konečných komutativních grup. Okruh, těleso, homomorfismus okruhů. Svaz jako uspořádaná množina. Úplný svaz a důležité příklady úplných svazů.

- Polynomy

- Polynomy, ireducibilní polynomy a kořeny polynomů. Numerické metody hledání kořenů polynomů. Násobné kořeny polynomů nad \mathbb{C} a racionální kořeny polynomů nad \mathbb{Q} . Základní věta algebry a charakterizace ireducibilních polynomů nad \mathbb{R} . Konstrukce konečných těles.

- Metrické prostory
- Metrika, příklady různých metrik. Otevřené, uzavřené množiny, uzávěr množiny, vnitřek množiny. Limita posloupnosti bodů, limita funkce mezi metrickými prostory. Spojitost funkce v bodě. Spojitost funkce na celém prostoru. Kompaktní množiny v metrických prostorech. Úplný metrický prostor. Banachova věta o kontrakci.

- Derivace, parciální derivace a diferenciál
- Definice, geometrický význam, význam pro vyšetřování průběhu funkce a hledání extrémů. Věta o střední hodnotě, l'Hospitalovo pravidlo pro výpočet limit. Aproximace funkce Taylorovým polynomem, numerické metody řešení nelineárních rovnic. Věta o implicitní funkci.

- Extrémy reálných funkcí jedné a více proměnných
- Postačující a nutné podmínky pro existenci extrémů funkcí jedné i více proměnných na otevřené množině. Vázané extrémy.

- Neurčitý integrál a Riemannův integrál v \mathbb{R}

- Primitivní funkce, integrace metodou per partes, integrace podle věty o substituci. Definice Riemannova integrálu pomocí dělení intervalů, výpočet Riemannova integrálu pomocí primitivní funkce.

- Obyčejné diferenciální rovnice
- Existence a jednoznačnost řešení. Metody řešení rovnic 1. řádu: separované proměnné, homogenní, lineární. Lineární rovnice 2. řádu s konstantními koeficienty, variace konstant, speciální pravé strany.

- Číselné řady a řady funkcí
- Kriteria konvergence řad s nezápornými členy, absolutně a neabsolutně konvergentní číselné řady, komutativní zákon pro číselné řady. Mocninné řady, poloměr konvergence, Taylorův polynom a Taylorova řada, derivování a integrování mocninných řad, Fourierovy řady.

- Integrální počet v \mathbb{R}^n
- Fubiniho věta, věta o transformaci integrálu, geometrické aplikace integrálu, křivkový a plošný integrál I. a II. druhu, Greenova věta, Gauss-Ostrogradského věta, Lebesgueův integrál.

- Základy analýzy v komplexním oboru
 - Holomorfní funkce, Cauchyova věta a Cauchyův vzorec. Elementární funkce v komplexním oboru. Izolované singularity, výpočty pomocí reziduí.
-
- Základy pravděpodobnosti
 - Kolmogorova axiomatická definice pravděpodobnosti; podmíněná pravděpodobnost: vzorec pro úplnou pravděpodobnost, Bayesův vzorec; nezávislost.
-
- Náhodné veličiny a vektory
 - Definice náhodných veličin a vektorů, diskrétní a absolutně spojitě náhodné veličiny, distribuční funkce, pravděpodobnostní funkce, hustota, příklady diskrétních a spojitých rozdělení; číselné charakteristiky náhodných veličin a vektorů: střední hodnota, rozptyl, kvantily, kovariance, korelace; asymptotické vlastnosti náhodných veličin: zákon velkých čísel, centrální limitní věta.
-
- Základy statistiky
 - Náhodný výběr a statistiky jako odhady parametrických funkcí, jejich vlastnosti: nestrannost a konzistence; konstrukce bodových odhadů: metoda maximální věrohodnosti; intervalové odhady; testy o parametrech normálního rozdělení.