

**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU
ODJEL ZA FIZIKU**

SABRINA BELOŠEVIĆ

BALMEROVA SERIJA

Diplomski rad

Osijek, 2013.

**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU
ODJEL ZA FIZIKU**

SABRINA BELOŠEVIĆ

BALMEROVA SERIJA

Diplomski rad

predložen Odjelu za fiziku Sveučilišta J. J. Strossmayera u Osijeku
radi stjecanja zvanja magistre edukacije fizike i informatike -
diplomski studij fizike i informatike

Osijek, 2013.

**Ovaj diplomski rad je izrađen u Osijeku
pod vodstvom prof.dr.sc. Branka Vukovića i asistentice Ivane Ivković u sklopu
Sveučilišnog diplomskog studija
fizike i informatike na Odjelu za fiziku Sveučilišta
Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku**

ZAHVALE

Ovim putem najprije želim zahvaliti mentoru prof. dr. sc. Branku Vukoviću te asistentici i komentorici Ivani Ivković, prof., na svesrdnoj pomoći oko izrade ovoga rada, a potom i svojoj najužoj obitelji, baki, Dejanu i cimerici na bezuvjetnoj podršci i pomoći koju su mi pružili tijekom razdoblja studiranja.

Sabrina Belošević

SADRŽAJ

Uvod	1
1. Emisija i apsorpcija svjetlosti	3
1.1. Planckov zakon i razvoj kvantne teorije	4
2. Kratki povijesni pregled o građi atoma	7
2.1. J. J. Thomsonov model atoma	7
2.2. E. Rutherfordov model atoma	8
2.3. Bohrov model atoma	10
3. Schrödingerova valna jednačina za vodikov atom	16
4. Linijski spektar vodika – Balmerova serija	24
5. Eksperimentalni dio	28
5.1. Opis mjerenja	28
5.2. Rezultati i rasprava	30
5.2.1. Rezultati mjerenja živinom spektralnom lampom	30
5.2.2. Rezultati mjerenja vodikovom spektralnom lampom, Balmerova serija	32
5.2.3. Rezultati mjerenja argonovom spektralnom lampom	34
5.2.4. Rezultati mjerenja dušikovom (N_2) spektralnom lampom	36
6. Zaključak	38
7. Literatura	39
8. Životopis	40

BALMEROVA SERIJA

SABRINA BELOŠEVIĆ

Sažetak

U ovome radu, kao što i sam naslov kaže, govorit će se o Balmerovoj seriji. Najprije će se objasniti razlika između kontinuiranih i linijskih spektara, a zatim što su to emisijski i apsorpcijski spektri. Pojava emisijskih spektara bila je eksperimentalno otkrivena mnogo ranije nego što se uspjelo teorijski objasniti pojavu, pa će se u radu izložiti i kratak povijesni pregled razvoja građe atoma sve do Bohrove teorije koja je prva objasnila pojavu linijskog spektra i Schrödingerove kvantne teorije. Schrödingerova teorija je potvrdila i proširila Bohrovu teoriju. Budući da se Balmerova serija nalazi u linijskom spektru vodika, objasnit će se i nastanak spektra i na kraju slijedi eksperimentalna potvrda prethodno navedene teorije.

(40 stranica, 14 slika, 15 tablica, 10 literaturnih navoda)

Rad je pohranjen u knjižnici Odjela za fiziku

Ključne riječi: atom / Balmer / model / Schrödinger / serija / spektar / vodik

Mentor: prof.dr.sc. Branko Vuković

Komentor: Ivana Ivković, prof.

Ocjenjivači: prof. dr. sc. Vanja Radolić, prof.dr.sc. Branko Vuković, mr. sc. Slavko Petrinšak

Rad prihvaćen: 22. travnja, 2013.

BALMEROVA SERIJA

SABRINA BELOŠEVIĆ

Abstract

The aim of this thesis is to describe the Balmer series. Furthermore, one has to become familiar with the basic difference between various spectra, such as: the continuous spectrum, the line spectrum and finally with the emission and absorption spectrum. The emergence of the emission spectrum had been experimentally discovered long before the theoretical explanation of the theory became known. Therefore, this thesis will give a short historical overview of the atomic theory all the way to Bohr's model, which explained the emergence of the line spectrum and Schrödinger's quantum theory. Bohr's theory was furthermore expanded and confirmed by the Schrödinger's quantum theory. The Balmer series is situated in the hydrogen line spectrum. Therefore, the occurrence of the spectrum will be explained thoroughly. Finally, the thesis will also include the experimental evidence of the quantum theory.

(40 stranica, 14 slika, 15 tablica, 10 literaturnih navoda)

Thesis deposited in Department of Physics library

Keywords: atom / Balmer / hydrogen / model / Schrödinger / series / spectrum

Supervisor: Prof.Dr.Sc. Branko Vuković

Thesis mentor: Ivana Ivković, Prof

Reviewers: Prof. Dr. Sc. Vanja Radolić, Prof.Dr.Sc. Branko Vuković, Mr. Sc. Slavko Petrinšak

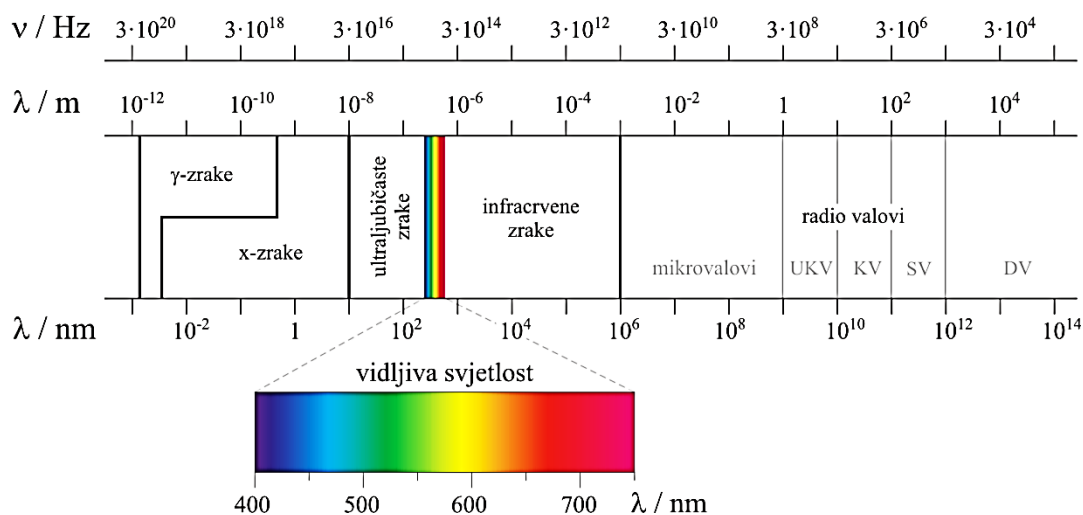
Thesis accepted: 22nd April, 2013.

Uvod

Krajem 19. stoljeća dovršena je izgradnja klasične fizike. Međutim, ostala su neriješena neka pitanja, kao npr. Michelsonov i Morleyev pokus, koji je rušio dotadašnje predodžbe o apsolutnom prostoru i vremenu, te neuspjeh Wienovog, a zatim i Rayleighovog zakona zračenja koji predviđa raspodjelu zračenja crnog tijela. Zakon zračenja nije se mogao izvesti teorijski i uskladiti s rezultatima dobivenim iz pokusa na osnovi pretpostavke da atom zrači energiju u kontinuiranom spektru, koja je do tada vrijedila u fizici. Sukladno tome, linijski spektar vodika bio je eksperimentalno poznat, ali njegov nastanak nije bio razumljiv niti opisan nekim analitičkim izrazom, sve dok J. J. Balmer nije pronašao pogodnu formulu.

Vodikove spektralne linije dijele emisijski spektar atoma vodika u spektralne serije. Spektralne serije dobile su naziv prema prezimenima njihovih pronalazača, a jedna od tih serija, Balmerova serija, bit će obrađena u ovome radu. Kako bi se vidjelo na koji je način došlo do teorijskog objašnjenja linijskog spektra i same Balmerove serije, bit će iznesen kratak povijesni pregled o građi materije. Prije teorijskog objašnjenja Balmerove serije i eksperimentalne potvrde te teorije, pojasnit će se pojedini pojmovi, kao što su spektar, razlika između emisijskih i apsorpcijskih spektara.

Kao što je poznato, vidljiva bijela ili polikromatska svjetlost može se podijeliti na obojene „zrake“ svjetlosti svih valnih duljina valova od 400 do 800 nm staklenom prizmom ili optičkom rešetkom. Tako se dobije spektar (lat, *spectrum* = slika) bijele svjetlosti koji se sastoji od svjetlosti crvene, narančaste, žute, zelene, modre i ljubičaste boje, koje kontinuirano prelaze jedna u drugu. Uzme li se prizma od kremenca, može se dobiti i spektar elektromagnetskog zračenja manje valne duljine, sve do 200 nm. Elektromagnetski valovi te valne duljine nazivaju se ultraljubičastim zrakama, a njihovo spektralno područje ultraljubičastim područjem. S prizmom od kamene soli (NaCl) i nekih drugih tvari može se dobiti i spektar elektromagnetskog zračenja veće valne duljine od 800 nm, čak preko 10^5 nm. Ti elektromagnetski valovi nazivaju se infracrvenim zrakama, a njihovo spektralno područje infracrvenim područjem. Još veće duljine valova imaju toplinske „zrake“ (do 0,1 cm), a zatim radio-valovi: mikro-valovi (0,1-10 cm), kratki valovi (1-100 m), srednji valovi (100-1000 m) i drugi valovi (više od 1000 m). Valne duljine svih navedenih valova čine tzv. elektromagnetski spektar.[1]



Slika 1: Elektromagnetski spektar [1]

Svaki kemijski element ima karakterističan spektar. To značajno svojstvo ne odnosi se samo na atomske spektre, nego se proteže i na molekule i jezgre. Svi ti sustavi emitiraju i apsorbiraju elektromagnetsko zračenje točno određenih frekvencija, koje seže preko područja od radio frekvencija (za molekule) do rendgenskih frekvencija s vrlo kratkom valnom duljinom ili gama zraka (za jezgre). Spektre elemenata otkrili su G. R. Kirchoff i R. W. Bunsen sredinom devetnaestog stoljeća, dok su radiofrekventni spektri molekula i spektri nuklearnog gama zračenja bili otkriveni znatno kasnije, tijekom dvadesetog stoljeća.

Spektre objašnjavamo pomoću energetske nivoa atoma, molekula i jezgri. Izučavanjem spektara saznaje se izvanredno važno svojstvo složenih sustava: svakom sustavu pridružen je skup energetske nivoa ili stacionarnih stanja, koja predstavljaju osnovnu karakteristiku sustava. Takvi se nivoi nalaze u "malim" sustavima poput atoma, molekula i jezgri, a tada se oni izravno očituju u spektrima koji se mjere. Nalaze se, međutim, i u "velikim" sustavima kao što su kruta tijela, tekućine i plinovi. Na prvi pogled nije lako ustanoviti vezu među takvim pojavama, kao što su emisija ili apsorpcija gama zračenja u jezgri i titranje kvarcnog kristala u nekom elektronskom uređaju, ali veza postoji. [2]

1. Emisijski i apsorpcijski spektri

Užarena čvrsta tijela i tekućine emitiraju elektromagnetski spektar koji je kontinuirani spektar, poput Sunčeva spektra, tj. elektromagnetske valove svih mogućih valnih duljina. Međutim, pri električnom izboju (tj. pri prolasku snopa elektrona kroz neki plin) nastaje linijski spektar, tj. emitiraju se samo elektromagnetski valovi određene valne duljine. Takav određeni emisijski linijski spektar plinovitih tvari karakterističan je za pojedini kemijski element.

Kirchhoff i Bunsen otkrili su tzv. apsorpcijske spektre. Pusti li se kroz neku prozirnu tvar polikromatsku svjetlost (npr. Sunčevu ili lučnu svjetlost) i dođe li do disperzije svjetlosti, dobije se u kontinuiranom spektru, u točno određenim područjima uže ili šire crne linije. Drugim riječima, tvari apsorbiraju („ugase“) točno određena spektralna područja, odnosno elektromagnetske valove točno određene valne duljine. Takvi apsorpcijski spektri već prema prirodi tvari, postoje u vrlo širokom spektralnom području, od ultraljubičastog preko vidljivog do infracrvenog. Apsorpcija u nevidljivom spektralnom području, infracrvenom i ultraljubičastom, osobito je važna za bezbojne prozirne tvari, koje su i bezbojne baš zato što propuštaju sav vidljivi dio spektra.[1]

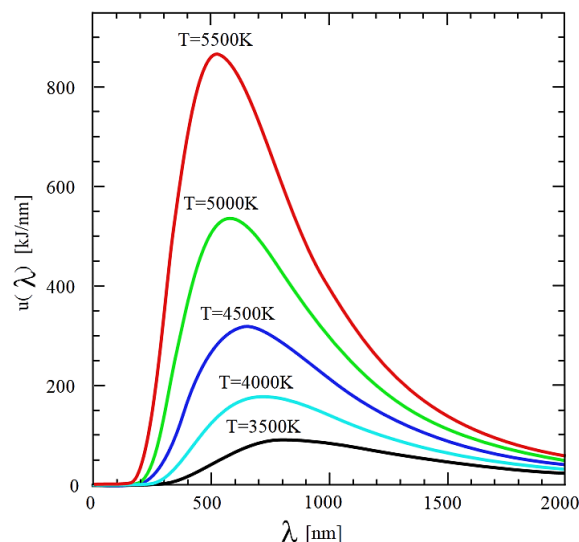
Emisijski i apsorpcijski spektri karakterizirani su prirodom tvari koja ih daje, tj. izvor im je atom. U atomima postoje strukturni dijelovi koji mogu emitirati i apsorbirati elektromagnetske valove. Kirchhoff i Bunsen su ustanovili da plinovi apsorbiraju elektromagnetske valove iste valne duljine koje i emitiraju. Tu pojavu emisije i apsorpcije svjetlosti može se usporediti s emisijom i apsorpcijom zvučnih valova glazbene viljuške. Glazbena viljuška titra i emitira valove zvuka, npr. utjecajem udarca. No, ona može zatitrati i utjecajem samih zvučnih valova, ako njihovi titraji odgovaraju mogućim titrajima viljuške (pojava rezonancije). U tom slučaju glazbena viljuška prima, odnosno apsorbira zvučne valove analogno apsorpciji elektromagnetskih valova u plinovima. Prema tome, u plinovima, odnosno njihovim atomima, moraju postojati titrajni mehanizmi (tzv. oscilatori, rezonatori) koji mogu titrati samo točno određenom frekvencijom. Međutim, u užarenim čvrstim i tekućim tvarima, koje daju kontinuirani spektar, morali bi postojati oscilatori sa svim mogućim brojem titraja.

Otkrićem elektrona kao sastavnog dijela atoma već je potkraj 19. stoljeća riješen problem oscilatora u atomu. Nizozemski fizičar H. A. Lorentz ustvrdio je da su elektroni u atomu oni koji uzrokuju emitiranje, odnosno apsorbiranje svjetlosti. Postavivši svoju elektronsku teoriju, predvidio je utjecaj magnetskog i električnog polja na linije spektra analogno utjecaju tih polja

na elektrone u katodnim zrakama. Njegov učenik Zeeman otkrio je 1896. godine da se spektralna linija utjecajem magnetskog polja rastavlja u više linija, tzv. Zeemanov efekt. I. Stark je 1913. godine uočio da se spektralne linije rastavljaju pod utjecajem električnog polja. Time je nedvojbeno dokazano da emisijski linijski spektar ovisi o elektronskoj strukturi atoma jer su elektroni uzročnici linijskog spektra. Ostalo je pitanje zašto atomi pojedinih elemenata emitiraju, odnosno apsorbiraju zrake baš točno određenih valnih duljina. To pitanje riješila su trojica istaknutih fizičara Max Planck, Albert Einstein i Niels Bhor.[1]

1.1 Planckov zakon i razvoj kvantne teorije

Poznato je da užarena čvrsta tijela emitiraju kontinuirani spektar. Međutim, valna duljina svih elektromagnetskih valova u spektru nije ista jer određena valna duljina ovisi o temperaturi užarenog tijela. Zagrijavanjem tijelo postaje tamnocrveno, zatim žuto-crveno, pa žuto i bijelo usijano, odnosno porastom temperature tijela pomiče se intenzitet elektromagnetskih valova zračenja prema kraćim valnim duljinama. Njemački fizičar M. Planck objavio je rezultate mjerenja bolometrom, koji su pokazali kako je razdijeljena gustoća energije zračenja po intervalu valne duljine i kako se mijenja ta raspodjela s temperaturom tijela koje zrači. Eksperimentalne podatke stavio je u koordinatni sustav i dobio je krivulje zračenja.



Slika 1.1: Planckove krivulje zračenja [2]

S porastom temperature tijela raste gustoća energije zračenja i maksimum zračenja (tj. maksimum krivulje) pomiče se prema kraćim valnim duljinama. Takva raspodjela energije u kontinuiranom spektru bila je u suprotnosti s kinetičkom teorijom plinova.

Planck je pošao novim putem. Razmatrao je model crnog tijela, kao ukupnost elektromagnetskih oscilatora koji zrače i apsorbiraju energiju. Svaki oscilator ima svoju vlastitu frekvenciju ν . Postoji velik broj oscilatora, pa postoje sve frekvencije i spektar je kontinuiran. Klasična fizika smatra da svaki oscilator ima bilo koju energiju i može emitirati ili apsorbirati bilo koji iznos energije, stoga se energija mijenja kontinuirano. Polazeći od te pretpostavke Planck nije mogao teorijski izvesti formulu koja je dobivena pokusom. Zaključio je da mora uzeti dvije nove pretpostavke. Prema prvoj, svaki oscilator znači ili apsorbira energiju u konačnim „obrocima“, tj. može imati samo neku određenu energiju $E = nh\nu$, gdje je $n = 1, 2, 3, \dots$, koja je kvantizirana i mijenja se skokovito. Taj je iznos energije proporcionalan s frekvencijom ν , a ovisi i o Planckovoj konstanti h , koju je Planck nazvao "elementarnim kvantom djelovanja". Prema drugoj pretpostavci oscilator zrači (gubi energiju) samo kad zamjenjuje jednu dopustivu energiju drugom, i to manjom. Na osnovi tih pretpostavki Planck je mogao izvesti teorijski eksperimentalnu formulu zračenja. Godine 1900. Planck je izvijestio Berlinsko fizikalno društvo o svojoj novoj pretpostavci i novoj formuli zračenja :

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (1.1)$$

Iz formule (1.1) koja vrijedi za sva područja spektra dobivaju se Stefan-Boltzmannov i Wienov zakon pomicanja.

Stefan-Boltzmannov zakon koji kaže da je ukupni intenzitet zračenja (energija koju zrači 1 m² površine tijela u sekundi) razmjernan s četvrtom potencijom apsolutne temperature crnog tijela:

$$I = \sigma T^4, \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4} \text{ Stefan-Boltzmannova konstanta,}$$

te Wienov zakon koji govori da je valna duljina koja odgovara maksimumu izračene energije λ_m obrnuto razmjerna apsolutnoj temperaturi:

$$\lambda_m T = b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ Km}$$

Porastom temperature maksimalna valna duljina zračenja pomiče se prema kraćim valnim duljinama.

Za veće frekvencije Planckova formula prelazi u Wienov zakon zračenja, a za male frekvencije u

formulu do koje je su došli engleski fizičari Jeans i Rayleigh:

$$f(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT .$$

Rayleigh-Jeansova formula je dobra za velike valne duljine (male frekvencije), ali u slučaju malih valnih duljina (velikih frekvencija) funkcija nema maksimum. U ultraljubičastom području bi zračenje crnog tijela imalo beskonačno veliki intenzitet – tzv. ultraljubičasta katastrofa.

Planck je u svom izvođenju zakona zračenja „žrtvovao“ klasično načelo neprekidnosti. Većina znanstvenika, pa i sam Planck, bili su uvjereni da se procesi u prirodi odvijaju kontinuirano i nisu prihvaćali ideju o diskontinuitetu. Planck je pokušavao svoju ideju o kvantima pomiriti s klasičnom fizikom, ali mu to nije uspjelo. Ubrzo je pretpostavka o kvantima zahvatila nova područja i postala je dijelom suvremene fizike.

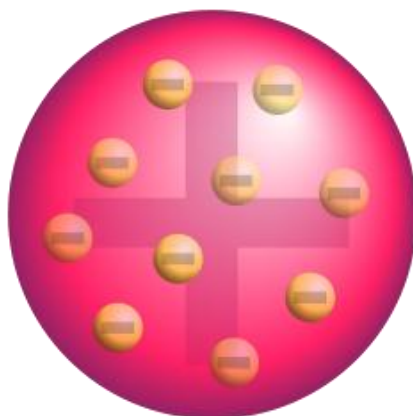
A. Einstein je koristeći kvantnu ideju objasnio pojavu fotoelektričnog efekta. Sumnja koja je postojala kod Plancka i drugih fizičara, koji su smatrali pretpostavku kvanta privremenom, nije postojala. Einstein je u svome djelu " Prema teoriji emisije i apsorpcije svjetlosti" pokazao da se u osnovi Planckove teorije nalazi tvrdnja da "elementarni rezonator" može imati samo energiju, koja je cjelobrojni višekratnik energije $h\nu$ i da se energija rezonatora pri apsorpciji i emisiji mijenja skokom na vrijednost u kojoj se $h\nu$ nalazi cijeli broj puta. On je jasno vidio da se emisija i apsorpcija svjetlosti opisuju kvantnim zakonima.[3]

2. Kratki povijesni pregled o građi atoma

Nakon otkrića elektrona postupno je prihvaćeno stajalište da je elektron dio atoma i da je spektar nekog kemijskog elementa povezan s gibanjem elektrona u atomu. Nastanku Bohrovog modela atoma prethodili su pokušaji da se načini model atoma na osnovi klasične elektrodinamike i mehanike. O građi atoma su 1904. godine pisali J.J. Thomson i japanski fizičar Nagaoka.

2.1. J. J. Thomsonov model atoma

J.J.Thomson je razvio ideju o građi atoma, koju je predložio W. Thomson, i tako statički model atoma uveo u primjenu. J.J. Thomson je pretpostavio da je atom sferna pozitivna kuglica u kojoj su sitni elektroni ravnomjerno raspoređeni tako da je takav atom kao cjelina neutralan (“sirnica s groždicama” ili „puding s groždicama“).



Slika 2.1: Thomsonov model atoma [3]

Budući da su mase atoma puno veće od mase elektrona, Thomson je pretpostavio da se negativno nabijene čestice (elektroni) nalaze unutar pozitivno nabijene kugle. Elektroni titraju oko svog ravnotežnog položaja. Titranjem elektrona mogu se tumačiti pojave koje slijede iz Maxwellove teorije. Nastanak elektromagnetskih valova tumačio se kao posljedica subatomske titraja. Kod

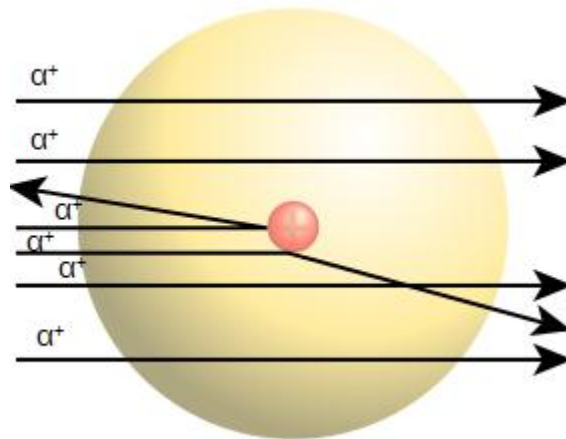
najjednostavnijeg atoma vodika elektron se nalazio u središtu pozitivno nabijene kugle. Pri pomaku iz središta na elektron djeluje sila elektrostatičkog privlačenja, zbog koje elektron izvodi titranje. Frekvencija je tog titranja određena polumjerom kugle, nabojem i masom elektrona. Polumjer kugle je polumjer atoma, a frekvencija titranja elektrona podudara se s frekvencijom koju ima linija u spektru atoma. Thomson je smatrao da raspored elektrona u atomu određuje kemijska svojstva atoma.

Japanski fizičar Hantaro Nagaoka načinio je model atoma sličan Sunčevom sustavu. Na temelju Maxwellovih istraživanja načinio je svoj model atoma. Ulogu Sunca je imao središnji, pozitivno nabijeni dio atoma, a okolo njega se po kružnim putanjama gibaju „planeti“, elektroni. Pri neznatnim pomacima elektroni pobuđuju elektromagnetske valove koji imaju iste frekvencije, po računu Nagaoke, kao i spektralne linije tog elementa.[3]

2.2. E. Rutherfordov model atoma

Ernest Rutherford je 1909. godine svojim eksperimentom ukazao na neodrživost Thomsonova modela.

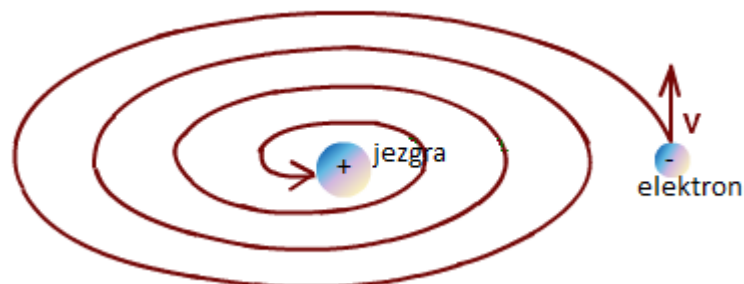
Rutherfordova metoda istraživanja se sastojala u tome da α -čestice, koje je emitirao radij, prolaze kroz usku pukotinu i padaju na ekran cink-sulfida. Scintilacije (pojava da neki materijali, kada su ozračeni ionizirajućim zračenjem stvaraju fotone vidljive svjetlosti) se motre mikroskopom, a mjesto scintilacije se može predvidjeti. Na ekranu se dobije oštra slika pukotine u obliku uske trake. Zatim se između pukotine i ekrana stavlja tanka metalna pločica. Slika pukotine se tada proširila, što je ukazivalo na raspršenje α -čestice u tvari pločice. No, otkriveno je da postoje i veći kutovi raspršenja. Mali broj α -čestica se raspršuje za kut veći od devedeset stupnjeva, odbijajući se natrag prema izvoru (slika 2.2). Rutherford je dokazao da su α -čestice dvostruko ionizirani atomi helija. Objasnio je da se pri prolasku α -čestice pored nabijene jezgre, zbog djelovanja Coulombove sile, ona giba po hiperboli. Kad se čestica udaljuje poslije prolaska pored jezgre, ona se giba po tangenti te hiperbole.[3]



Slika 2.2: Rezultat Rutherfordovog pokusa [4]

Na osnovi vlastita eksperimenta Rutherford je iznio svoj model atoma: atom se sastoji od vrlo male jezgre u kojoj je koncentrirana sva masa atoma i elektrona koji kruže oko jezgre. Jezgra ima pozitivan naboj Ze (Z – redni broj kemijskog elementa, e – naboj elektrona). Oko jezgre kruži Z elektrona (na približnoj udaljenosti 10^{-10} m) pa je atom kao cjelina neutralan. Iz eksperimentalnih je podataka dobio da je promjer atoma 10^5 puta veći od promjera jezgre, što pokazuje da je veći dio atoma prazan.[4]

Nedostatak Rutherfordova modela atoma je činjenica da elektron koji kruži mora, prema klasičnoj teoriji, proizvesti elektromagnetsko zračenje (analogno nastajanju radio-valova kruženjem elektrona u krugu antene), tj. svjetlost one frekvencije kakva je frekvencija kruženja elektrona oko jezgre u atomu. Međutim, zbog stalnog zračenja energije brzina kruženja elektrona morala bi se vremenski smanjivati, njegova putanja morala bi se sve više približavati jezgri, a zbog toga bi frekvencija njegova kruženja oko jezgre morala biti sve veća. To pak znači da bi npr. vodikov atom morao dati spektar od svih valnih duljina svjetlosti, tj. kontinuirani spektar. Na kraju bi elektron morao pasti u jezgri, što bi dovelo do uništenja atoma (slika 2.3). Pokusi su pokazivali baš suprotno, tj. da je vodikov spektar linijski spektar i da je vodikov atom stabilan.



Slika 2.3: Rutherfordov model atoma

Znači, atom je nestabilan i emitira samo kontinuirani spektar, što je sasvim suprotno od eksperimentalno utvrđene stabilnosti atoma i linijskog spektra koji zrače. Klasična fizika u to doba nije mogla objasniti nastanak linijskih spektara atoma; svi pokušaji u tom smislu završili su neuspjehom.

Nakon predloženih modela atoma ostalo je neobjašnjeno zašto je atom stabilan, iako se elektroni periodički gibaju. To je suprotno zakonima elektrodinamike po kojima, da bi se elektroni periodički gibali, moraju kontinuirano zračiti, gubiti energiju i „padati“ prema jezgri. Ostalo je i nepoznato kako nastaju atomski spektri koji se sastoje iz potpuno određenih linija. Takva određenost spektra, njegova jasno izražena kemijska individualnost, očito mora biti nekako povezana sa strukturom atoma. Linije spektara se grupiraju u serije, one se zgušnjavaju u kratkovalnom „repu“ serije, a frekvencije linija odgovarajućih serija zadovoljavaju neke čudne aritmetičke zakone.[3]

2.3. Bohrov model atoma

Kvantna teorija i odnos između energije zračenja i energije elektrona omogućili su danskom fizičaru Nielsu Bohru da 1913. godine riješi pitanje linijskih spektara, odnosno elektronske strukture atoma.

Bohr je neriješene probleme, nastajanje linijskog spektra i stabilnosti atoma, riješio primjenom Planckove kvantne teorije, odnosno Einsteinove teorije fotoelektričnog efekta. Elektromagnetski val frekvencije ν neka tvar može emitirati ili apsorbirati samo u kvantima energije $h\nu$. Vodikov atom može emitirati kvant svjetlosti $h\nu$ samo kada elektron skoči s putanje više energetske razine na nižu. Bohr pretpostavlja da vodikov atom može postojati u određenim stanjima, tzv. stacionarnim stanjima, a da ne emitira energiju. Ova pretpostavka je poznata kao prvi Bohrov postulat.

Dakle, elektron se giba oko jezgre u određenim putanjama, tzv. dopuštenim stanjima, a da pritom ne emitira energiju. Najmanja od tih putanja odgovara osnovnom stanju ili normalnom stanju atoma, u kojem atom ima najmanju moguću energiju. To je najstabilnije stanje atoma. Dovede li se atomu energija, atom prelazi u pobuđeno stanje. Da bi elektron došao u pobuđeno

stanje prelazi na viši energetski nivo. Ako je energija elektrona u nižem energijskom nivou bila E_1 , a u višem energijskom nivou E_2 , onda je primljena, odnosno apsorbirana količina energije određena ovom jednačbom :

$$E_2 - E_1 = h\nu \quad (1.2)$$

Jednačba (1.2) naziva se Bohrovim pravilom frekvencije. Elektron se nalazi vrlo kratko u višem energijskom nivou, samo otprilike 10^{-8} s, te skače natrag iz višeg energijskog nivoa u niži i pri tom oslobađa, odnosno emitira količinu energije određenu jednačbom $E_2 - E_1 = h\nu$. Apsorpcija i emisija energije zbiva se samo prilikom skoka elektrona s jedne dopuštene putanje na drugu. To je poznato kao drugi Bohrov postulat. Pri tom atom apsorbira ili emitira kvant energije zračenja ili foton, kojemu je frekvencija određena Bohorvim pravilom frekvencije:

$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$$

Potvrđeno je da taj odnos vrijedi za emisiju i apsorpciju elektromagnetskog zračenja bilo kakvog atoma, molekule pa čak i kompleksnijih sustava.

Bohr je zatim izračunao radijus putanja, brzinu kruženja elektrona i energiju stacionarnih stanja vodikova atoma pretpostavivši da su putanje elektrona kružnice – orbite. Sila koja djeluje na elektron i uzrokuje kruženje oko jezgre, tj. centripetalna sila privlačenja, F , jednaka je prema Newtonovom zakonu gibanja umnošku mase elektrona, m , i akceleracije, a , koja je pri kružnom gibanju jednaka v^2/r .

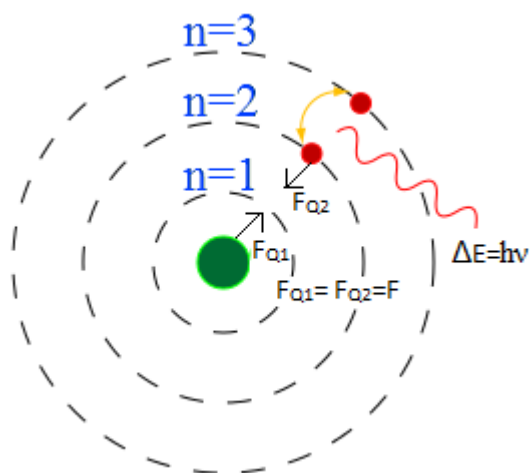
$$F = - (mv^2)/r,$$

gdje negativni predznak označuje silu privlačenja. Ta sila mora biti jednaka Coulombovoj sili (F_Q) privlačenja između naboja jezgre $+Ze$ i naboja elektrona $-e$ (slika 3.1), ($k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$) iz čega slijedi:

$$F = -k \frac{Ze \cdot e}{r^2} = -\frac{kZe^2}{r^2}$$

$$-\frac{mv^2}{r} = -\frac{kZe^2}{r^2}$$

$$mv^2 = \frac{kZe^2}{r} \quad (1.3)$$



Slika 2.4: Bohrov model atoma (Balmerova serija) [5]

Jednadžba (1.3) prikazuje odnos između kinetičke i potencijalne energije elektrona, jer se može pisati:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{kZe^2}{r} \right),$$

gdje je na lijevoj strani jednadžbe kinetička energija, $mv^2/2$, a na desnoj strani polovica potencijalne energije, $-kZe^2/r$. Kinetička energija elektrona jednaka je polovici njegove potencijalne energije.

Bohr je pretpostavio i da je umnožak količine gibanja mv i opsega kružne putanje $2r\pi$ cjelobrojni višekratnik n ($n = 1, 2, 3, \dots$) Planckove konstante, h :

$$mvr2\pi = nh$$

Kutna količina gibanja ili kutni impuls vrtnje elektrona je:

$$mvr = \frac{nh}{2\pi} \quad (1.4)$$

Kada se gornji izraz (1.4) kvadrira dobije se:

$$m^2v^2r^2 = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2}$$

Budući da je $mv^2 = kZe^2/r$, slijedi:

$$mrZe^2k = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2} \quad (1.5)$$

Iz jednadžbe (1.5) slijedi da se elektron može gibati samo po putanjama kojima je radijus određen s:

$$r = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2 mZe^2k}$$

Ukupna energija elektrona jednaka je zbroju kinetičke (kruženje elektrona oko jezgre) i potencijalne energije (zbog udaljenosti elektrona od jezgre):

$$E = \frac{mv^2}{2} + \left(-\frac{kZe^2}{r} \right) \quad (1.6)$$

U jednadžbu (1.6) uvrštava se izraz za radijus elektrona, r , da se dobije energija elektrona na pojedinim Bohrovim orbitama, tj. energija pojedinih stanja elektrona u jednoelektronskom atomu:

$$E_n = -\frac{2\pi^2 mZ^2 e^4 k^2}{n^2 h^2}$$

N. Bohr je tako uspio dobiti savršeno slaganje teorije i eksperimenta što je bio najbolji dokaz vrijednosti njegove teorije.

Nalazi li se elektron jednoelektronskog atoma u energijskom stanju kojemu odgovara kvantni broj n_2 i prijeđe li u energijsko stanje kome odgovara manji kvantni broj n_1 , zrači pri tom energiju prema jednadžbi:

$$hv = E_2 - E_1 = -\frac{2\pi^2 mZ^2 e^4 k^2}{n_2^2 h^2} + \frac{2\pi^2 mZ^2 e^4 k^2}{n_1^2 h^2}$$

Frekvencija je emitirane spektralne linije:

$$\nu = \frac{2\pi^2 mZ^2 e^4 k^2}{h^3} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

Valni broj emitiranog fotona, $\frac{1}{\lambda}$ ($= \frac{\nu}{c}$) jednak je:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 mZ^2 e^4 k^2}{ch^3} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

Za vodikov atom je $Z = 1$, i uvrstimo li numeričke vrijednosti za m (reducirana masa $9,104 \cdot 10^{-31} \text{kg}$), naboj elektrona $e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{C}$, Boltzmannova konstanta $k = 1,3806 \cdot 10^{-23} \text{J/K}$, brzina svjetlosti $c = 299,792458 \text{ m/s}$, Planckova konstanta $h = 6,6260 \cdot 10^{-34} \text{Js}$, valni je broj emitiranog fotona :

$$\frac{1}{\lambda} = 1,09678 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) m^{-1} \quad (1.7)$$

Uvrsti li se u jednadžbu (1.7) za n cjelobrojne vrijednosti, dobiju se valni brojevi spektralnih linija vodika. Iz prethodne jednadžbe proizlazi da se vodikov linijski spektar mora sastojati od više serija linija, ako pretpostavimo da su mogući skokovi elektrona u bilo koji energetski nivo – treći Bhorov postulat.

Tako skokom elektrona iz prvog pobuđenog stanja ($n_2=2$) i iz svih viših pobuđenih stanja ($n_2=3,4,5,\dots$) u normalno stanje ($n_1=1$) nastaje serija linija valnih brojeva:

$$\frac{1}{\lambda} = 1,09678 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) m^{-1}, \quad n_2=2,3,4,\dots$$

Analognim skokom elektrona iz svih viših pobuđenih stanja ($n_2=3, 4, 5, \dots$) u prvo pobuđeno stanje ($n_1 = 2$) nastaje serija linija:

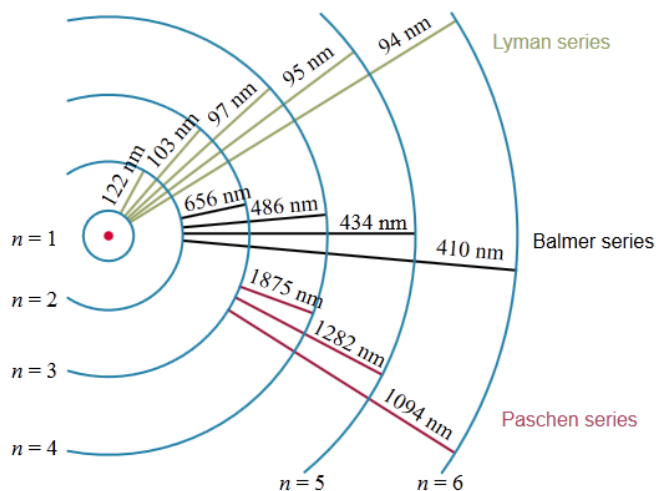
Balmerova serija	$\frac{1}{\lambda} = 1,09678 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n_2^2} \right) m^{-1}$	$n_2=3,4,5,\dots$
Paschenova serija	$\frac{1}{\lambda} = 1,09678 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n_2^2} \right) m^{-1}$	$n_2=4,5,6,\dots$
Brackettova serija	$\frac{1}{\lambda} = 1,09678 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{n_2^2} \right) m^{-1}$	$n_2=5,6,7,\dots$
Pfundova serija	$\frac{1}{\lambda} = 1,09678 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{25} - \frac{1}{n_2^2} \right) m^{-1}$	$n_2=6,7,8,\dots$

Tablica 2.1: Izrazi za pojedine serije linija

Uvrsti li se u te izraze od $1/\lambda$ za n_2 odgovarajuću najmanju vrijednost, kao i najveću vrijednost ($n_2 = \infty$), dobiju se granice serija.[1]

Lymanova serija		Balmerova serija		Paschenova serija		Brackettova serija		Pfundova serija		Humphreysova serija	
n	$\lambda(\text{nm})$	n	$\lambda(\text{nm})$	N	$\lambda(\text{nm})$	n	$\lambda(\text{nm})$	n	$\lambda(\text{nm})$	n	$\lambda(\text{nm})$
2	122	3	656	4	1870	5	4050	6	7460	7	12400
3	103	4	486	5	1280	6	2630	7	4650	8	7500
4	97,2	5	434	6	1090	7	2170	8	3740	9	5910
5	94,9	6	410	7	1000	8	1940	9	3300	10	5130
6	93,7	7	397	8	954	9	1820	10	3040	11	4670
∞	91,1	∞	365	∞	820	∞	1460	∞	2280	∞	3280

Tablica 2.2: Granice serija za vodikov spektar [6]



Slika 2.5: Prijelaz elektrona i njihova rezultirajuća valna duljina za vodik [6]

Serije iznad Humphreysove nisu imenovane, ali slijede točno isti slijed po Rydbergovoj formuli. Prema tablici 2.2 i slici 2.5 vidi se da prva serija linija leži u krajnjem ultraljubičastom dijelu spektra, a druga serija linija u vidljivom dijelu spektra.

3. Schrödingerova valna jednađba za vodikov atom

Bohrova teorija objašnjava određene pojave, ali nema jasnog fizikalnog tumačenja zašto su putanje elektrona kvantizirane. Bohrova teorija nije koenzistentno ni klasična ni kvantna teorija, ali vrlo je korisna za razumijevanje kvantne prirode materije preko svog zornog prikaza.

U strogoj kvantnoj mehanici, kvantiziranost proizlazi iz rješenja Schrödingerove valne jednađbe za elektron u atomu. Schrödingerova valna jednađba može se egzaktno riješiti samo za vodikov atom.[5]

Trodimenzionalna Schrödingerova valna jednađba glasi

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V\psi \quad (3.1)$$

Desni dio u Schrödingerovoj jednađbi je Hamiltonijan (zbroj kinetičke i potencijalne energije) napisan pomoću operatora, stoga lijevi dio jednađbe možemo označiti s E. Vremenski neovisna Schrödingerova jednađba je sljedeća:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V\psi = E\psi \quad (3.2)$$

Budući da potencijalna energija, V ovisi samo o položaju čestice uobičajeno je koristiti sferne koordinate (r, θ, Φ) . U tom slučaju, izraz za Schrödingerovu jednađbu glasi:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \Phi^2} \right) \right] + V\psi = E\psi \quad (3.3)$$

Zbog neovisnosti potencijalne energije, V o vremenu, t Schrödingerova valna jednađba može biti riješena metodom separiranih varijabli. Potražiti će se rješenja u sljedećem obliku:

$$\psi(r, \theta, \Phi) = R(r) Y(\theta, \Phi) \quad (3.4)$$

Ako se to uvrsti u jednađbu (3.3) dobit će se sljedeći izraz:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{Y}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{R}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial Y}{\partial \theta} \right) + \frac{R}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial^2 Y}{\partial \Phi^2} \right) \right] + V R Y = E R Y \quad (3.5)$$

Dobivenu jednađbu podijelimo sa YR i pomnožimo sa $-2mr^2 / \hbar^2$, slijedi:

$$\left\{ \frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) - \frac{2mr^2}{\hbar^2} [V(r) - E] \right\}$$

$$+ \frac{1}{Y} \left\{ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial Y}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \Phi^2} \right\} = 0 \quad (3.6)$$

Prva zagrada u jednadžbi (3.6) ovisi samo o r i to je radijalna jednadžba, a druga zagrada ovisi o θ i Φ pa je to kutna jednadžba.

Rješenje kutne jednadžbe su kugline funkcije sljedećeg oblika:

$$Y_l^m(\theta, \Phi) = \epsilon \sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{4\pi(l+|m|)!}} e^{im\Phi} P_l^m(\cos \theta) \quad (3.7)$$

gdje je $\epsilon = (-1)^m$ za $m \geq 0$ i $\epsilon = 1$ za $m \leq 0$, a P_l^m je jednadžba pridruženih Legendreovih polinoma oblika:

$$P_l^m(x) \equiv (1-x^2)^{\frac{|m|}{2}} \left(\frac{d}{dx} \right)^{|m|} P_l(x)$$

gdje je $P_l(x)$ Rodriguesova formula pridruženih Legendreovih polinoma:

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \left(\frac{d}{dx} \right)^l (x^2 - 1)^l$$

Radikalna jednadžba:

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) - \frac{2mr^2}{\hbar^2} [V(r) - E]R = l(l+1)R \quad (3.8)$$

pojednostavit će se ako napravimo zamjenu varijabli

$$u(r) \equiv r R(r) \quad (3.9)$$

pa slijedi $R = u/r, dR/dr = [r(du/dr) - u]/r^2, (d/dr)[r^2(dR/dr)] = rd^2u/dr^2 :$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u}{dr^2} + \left[V + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{l(l+1)}{r^2} \right] u = Eu \quad (3.9)$$

Atom vodika sastoji se od jezgre naboja e i puno lakših elektrona s nabojem $-e$ koji kruže oko njih. Iz Coulombovog zakona potencijalna energija (izražena u SI sustavu) iznosi:

$$V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \quad (3.10)$$

U daljnjem razmatranju promatrat će se radikalna jednadžba koja u slučaju za vodikov atom glasi:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u}{dr^2} + \left[-\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{l(l+1)}{r^2} \right] u = Eu \quad (3.11)$$

Jednadžba (3.11) će se riješiti po $u(r)$ i odredit će se dozvoljene energije elektrona E . Coulumov potencijal dopušta kontinuirane vrijednosti energije za $E > 0$, opisane elektron-proton raspršenjima, ali i diskretna osnovna stanja koja opisuju atom vodika.

Kako bi se dobila linearna diferencijala jednadžba drugog reda uvest će se par zamjena varijabli:

$$\kappa \equiv \frac{\sqrt{-2mE}}{\hbar}$$

Energije elektrona u atomu su negativne i u tom slučaju κ je realan. Dijeljenjem jednadžbe (3.11) dobije se:

$$\frac{1}{\kappa^2} \frac{d^2 u}{dr^2} = \left[1 - \frac{me^2}{2\pi\epsilon_0 \hbar^2 \kappa} \frac{1}{(kr)} + \frac{l(l+1)}{(\kappa r)^2} \right] u \quad (3.12)$$

Uvodimo sljedeće zamjene :

$$\rho = \kappa r ; \rho_0 = \frac{me^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar \kappa} \quad (3.13)$$

pri čemu slijedi:

$$\frac{d^2 u}{d\rho^2} = \left[1 - \frac{\rho_0}{\rho} + \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right] u \quad (3.14)$$

U slučaju kada $\rho \rightarrow \infty$, u jednadžbi (3.3) izrazi u zagradi su jako mali (blizu 0), pa približno vrijedi:

$$\frac{d^2 u}{d\rho^2} = u$$

Općenito rješenje je:

$$u(\rho) = Ae^{-\rho} + Be^{\rho}$$

U slučaju kada e^{ρ} raste (kao $\rho \rightarrow \infty$), $B=0$:

$$u(\rho) \sim Ae^{-\rho}$$

U slučaju kada $\rho \rightarrow 0$, prevladava centrifugalni dio i tada je :

$$\frac{d^2u}{d\rho^2} = \frac{l(l+1)}{\rho^2}u$$

Tada je općenito rješenje sljedeće:

$$u(\rho) = C\rho^{l+1} + D\rho^{-1}$$

ali kada ρ^{-1} raste (kao $\rho \rightarrow 0$), $D=0$. Pa je:

$$u(\rho) \sim C\rho^{l+1}$$

Uvodi se nova funkcija $v(\rho)$ u nadi da će biti jednostavnija od funkcije $u(\rho)$:

$$u(\rho) = \rho^{l+1}e^{-\rho}v(\rho) \quad (3.15)$$

Nakon uvođenja funkcije $v(\rho)$, radijalna jednačba (3.14) glasi :

$$\rho \frac{d^2v}{d\rho^2} + 2(l+1-\rho) \frac{dv}{d\rho} + [\rho_0 - 2(l+1)]v = 0 \quad (3.16)$$

Pretpostavlja se da rješenje može biti izraženo u sljedećem obliku:

$$v(\rho) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j \rho^j \quad (3.17)$$

U sljedećem koraku određuju se koeficijenti ($a_0, a_1, a_2 \dots$) derivirajući izraz (3.17) :

$$\begin{aligned} \frac{dv}{d\rho} &= \sum_{j=0}^{\infty} j a_j \rho^{j-1} = \sum_{j=0}^{\infty} (j+1) a_{j+1} \rho^j \\ \frac{d^2v}{d\rho^2} &= \sum_{j=0}^{\infty} j(j+1) a_{j+1} \rho^{j-1} \quad (3.18) \end{aligned}$$

Ako se ubaci izraz (3.18) u izraz (3.16) slijedi:

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^{\infty} j(j+1) a_{j+1} \rho^j + 2(l+1) \sum_{j=0}^{\infty} (j+1) a_{j+1} \rho^j \\ - 2 \sum_{j=0}^{\infty} j a_j \rho^j + [\rho_0 - 2(l+1)] \sum_{j=0}^{\infty} a_j \rho^j = 0 \end{aligned}$$

Izjednačavanjem koeficijenata proizlazi:

$$a_{j+1} = \left\{ \frac{2(j+l+1)-\rho_0}{(j+1)(j+2l+2)} \right\} a_j \quad (3.19)$$

Ova rekurzivna formula određuje koeficijente, odakle se dobije funkcija $v(\rho)$.

Rekurzivna formula za velike j ($\rho \rightarrow \infty$), ima sljedeći oblik:

$$a_{j+1} \cong \frac{2j}{j(j+1)} a_j = \frac{2}{j+1} a_j$$

Pretpostavlja se da je ovaj rezultat točan :

$$a_j \cong \frac{2^j}{j!} A$$

$$v(\rho) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{2^j}{j!} \rho^j = A e^{2\rho}$$

pa slijedi:

$$u(\rho) = A \rho^{l+1} e^{\rho}$$

Ovaj se pozitivni eksponent treba izbjeći jer u tom slučaju red je beskonačno velik, a valna funkcija ne smije biti beskonačna. Zbog toga mora postojati maksimalna cjelobrojna vrijednost j_{max} :

$$a_{j_{max}+1} = 0$$

gdje nestaju svi koeficijenti.

U tom slučaju jednadžba (3.19) postaje:

$$\begin{aligned} 2(j_{max} + l + 1) - \rho_0 &= 0 \\ n &\equiv j_{max} + l + 1 \quad (3.20) \end{aligned}$$

n je glavni kvantni broj.

$$\rho_0 = 2n \quad (3.21)$$

ρ_0 nam određuje energiju E

$$E = -\frac{\hbar^2 \kappa^2}{2m} = -\frac{me^4}{8\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2 \rho_0^2}$$

Pa su dopuštene energijske razine sljedeće:

$$E_n = - \left[\frac{m}{2\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \right] \frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2}, \quad n=1,2,3,\dots \quad (3.22)$$

Formula koja je dobivena poznata je Bohrova formula za određivanje energije elektrona po orbitama.

Kombinacijom jednačbi (3.13) i (3.21) slijedi:

$$\kappa = \left(\frac{me^2}{4\pi\epsilon_0\hbar^2} \right) \frac{1}{n} = \frac{1}{an}$$

gdje je

$$a \equiv \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} = 0,529 \cdot 10^{-10}m$$

Bohrov radijus za vodikov atom.

Iz jednačbe (3.13) slijedi:

$$\rho = \frac{r}{an}$$

Prostorne valne funkcije za vodik su označene s tri kvantna broja (n, l, m):

$$\psi_{nlm}(r, \theta, \Phi) = R_{nl}(r)Y_l^m(\theta, \Phi)$$

Zamjenom varijable $u(r) \equiv rR(r)$ (3.9) i koristeći jednačbu (3.15) dobije se:

$$R_{nl}(r) = \frac{1}{r} \rho^{l+1} e^{-\rho} v(\rho)$$

$v(\rho)$ je polinom stupnja $j_{max} = n - l - 1$, čiji su koeficijenti određeni rekurzivnom formulom:

$$a_{j+1} = \left\{ \frac{2(j+l+1-n)}{(j+1)(j+2l+2)} \right\} a_j \quad (3.23)$$

Osnovno stanje vodikova atoma (stanje najniže energije) je u slučaju kada je $n=l$. Ako se u jednačbu (3.22) uvrste vrijednosti za konstante i $n=l$, dobije se:

$$E_1 = - \left[\frac{m}{2\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \right] = -13.6eV$$

Jednačba (3.20) zahtjeva da je $l=0$, iz čega proizlazi da je $m=0$,

$$\Psi_{100}(r, \theta, \Phi) = R_{10}(r)Y_0^0(\theta, \Phi)$$

Rekurzivna se formula skraćuje poslije prvog člana (jednadžba 3.20 kada se uvrsti $j=0$ daje $a_1 = 0$), pa je $v(\rho)$ konstanta (a_0):

$$R_{10}(r) = \frac{a_0}{a} e^{-r/a}$$

Kako bi se odredila konstanta a_0 , potrebno je normalizirati funkciju:

$$\int_0^\infty |R_{10}|^2 r^2 dr = \frac{|a_0|^2}{a^2} \int_0^\infty e^{-2r/a} r^2 dr = |a_0|^2 \frac{a}{4} = 1,$$

pa je $a_0 = 2/\sqrt{a}$. Međutim $Y_0^0 = 1/\sqrt{4\pi}$,

$$\Psi_{100}(r, \theta, \Phi) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$$

Ako je $n=2$, energija je tada:

$$E_2 = \frac{-13.6eV}{4} = -3.4eV$$

To je energija prvog pobuđenog stanja gdje je $l=0$ (u tom slučaju $m=0$) ili $l=1$ (kada je $m = -1, 0, +1$), pa zapravo postoje četiri različita stanja koja dijele ovu energiju. Ako je $l=0$, rekurzivna jednadžba daje: $a_1 = -a_0$ (koristeći $j=0$), i $a_2 = 0$ (koristeći $j=1$), pa je $v(\rho) = a_0(1-\rho)$, odakle slijedi:

$$R_{20}(r) = \frac{a_0}{2a} \left(1 - \frac{r}{2a}\right) e^{-r/2a}$$

Ako je $l=1$, rekurzivna jednadžba ukida ostale članove niza, osim prvog, pa je $v(\rho)$ konstanta i slijedi da je:

$$R_{21}(r) = \frac{a_0}{4a^2} r e^{-r/2a}$$

Za proizvoljan n , moguće vrijednosti l (u skladu s jednadžbom 3.20) su:

$$l = 0, 1, 2, \dots, n-1.$$

Za svaki l , postoje $(2l+1)$ moguće vrijednosti m pa za potpunu degeneraciju energetskog nivoa E_n je:

$$d(n) = \sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1) = n^2.$$

Polinom $v(\rho)$, koji je definiran rekurzivnom jednađbom (3.23), neovisno o normalizaciji može biti napisan:

$$v(\rho) = L_{n-l-1}^{2l+1}(2\rho),$$

gdje je:

$$L_{q-p}^p(x) \equiv (-1)^p \left(\frac{d}{dx} \right)^p L_q(x)$$

pridruženi Laguerreov polinom:

$$L_g(x) \equiv e^x \left(\frac{d}{dx} \right)^q (e^{-x} x^q)$$

je q -ti Laguerreov polinom.

Normalizirana valna funkcija vodikovog atoma je:

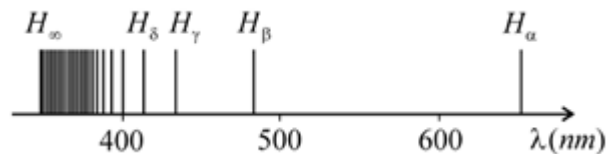
$$\Psi_{nlm} = \sqrt{\left(\frac{2}{na}\right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]^3}} e^{-\frac{r}{na}} \left(\frac{2r}{na}\right)^l L_{n-l-1}^{2l+1}\left(\frac{2r}{na}\right) Y_l^m(\theta, \Phi) \quad [6]$$

4. Linijski spektar vodika – Balmerova serija

Pripadna raspodjela intenziteta svjetlosti po diskretnim valnim duljinama ili linijama naziva se linijskim spektrom.[7]

Linijski spektar vodika, koji nastaje pri električnom izboju, bio je poznat eksperimentalno, ali njegov nastanak nije razumljiv, niti opisan nekim analitičkim izrazom. Druga serija linija bila je poznata mnogo prije nego što je Bohr postavio svoju teoriju. Švicarski fizičar Johann Jakob Balmer 1885. godine otkrio je da četiri spektralne linije vodika $H_\alpha, H_\beta, H_\gamma$ i H_δ (slika 4.1), koje su bile dobro poznate iz preciznih mjerenja Ångströma, imaju valne duljine. Te valne duljine mogu biti dobivene iz formule:

$$\lambda = b \frac{m^2}{m^2 - 2^2},$$



Slika 4.1: Linijski spektar vodika s pripadnim valnim duljinama: 656,3 (H_α); 486,1 (H_β); 434,1 (H_γ); ...; 364,6 (H_δ) [7]

gdje je b konstanta ($b=3645.6\text{Å}$), a m je broj putanje s koje elektron prelazi u drugu ($n=2$) putanju ($m=3,4,5$ i 6). Slaganje Balmerove formule i Ångströmovih mjerenja bilo je izvrsno. Švicarski fizičar Johannes Rydberg je 1900. godine pronašao da i linije spektara alkalnih elemenata mogu biti raspoređene u serije. Predložio je da se u Balmerovoj formuli umjesto valne duljine izrazi frekvencija [3]:

$$\nu = cR \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right),$$

gdje je R konstantan broj, Rydbergova konstanta za koju je nađeno da je jednaka $1,0973731 \cdot 10^7 \text{m}^{-1}$, a c je brzina svjetlosti. Ako se u formulu stavi $n=2$, dobije se cijela Balmerova serija, koja je kasnije bila izmjerena do $k = 31$.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{k^2} \right)$$

λ je valna duljina dane linije, a k poprima sve cjelobrojne vrijednosti veće od 2; za $n=3$ gornja jednačba opisuje prvu, tzv. H_α liniju, za $n=4$ dobiva se valna duljina H_β linije, za $n=5$ dobiva se H_γ linija, za $n=6$ dobiva se H_δ linija, a za $n=\infty$ ista jednačba daje pripadnu valnu duljinu H_∞ linije $\lambda_\infty = 364,6$ nm, što je najkraća valna duljina u danom spektru (nalazi se u ultraljubičastom području valnih duljina). Niz valnih duljina opisanih prethodnom jednačbom naziva se Balmerovom serijom. [7]

Kasnije su otkrivene i druge spektralne serije vodika i poznate su po prezimenima njihovih pronalazača. Treću seriju linija pronašao je 1908. Paschen, a Lyman 1916. prvu seriju linija u krajnjem ultraljubičastom dijelu spektra. Kasnije su Brackett (1922.) i Pfund (1924.) našli četvrtu i petu seriju linija s potpunim slaganjem s teorijskim predviđanjem Bohra.[1]

Opći oblik jednačbe za tzv. valni broj ($1/\lambda$) za sve serije vodika može se pisati:

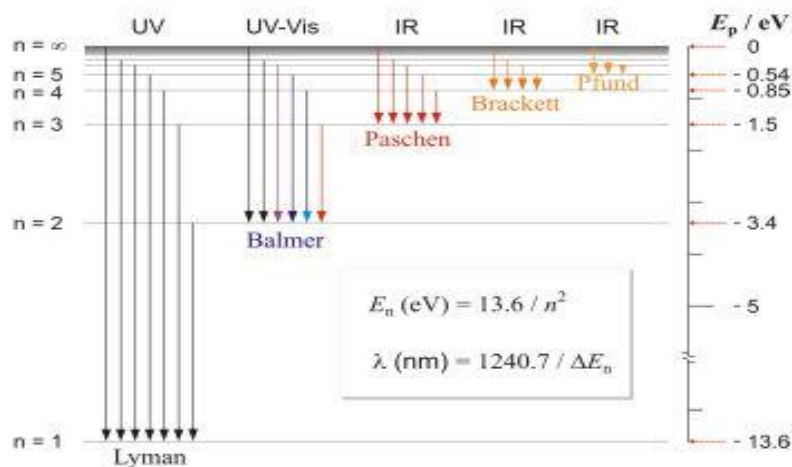
$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) \quad (4.1)$$

gdje je $k = n+1, n+2, \dots$, a cjelobrojni n pripada pojedinim serijama, kako slijedi u tablici.

N	Seriya	Područje valnih duljina (nm)
1	Lymanova	91-122
2	Balmerova	365-656
3	Paschenova	821-1876
4	Brackettova	1459-4053
5	Pfundova	2280-17462

Tablica 4.1: Nazivi spektralnih serija vodikovog atoma i područja valnih duljina [7]

Energijske razine u atomu su kvantizirane; ukupna energija elektrona u atomu je negativna i poprima vrijednosti nula za $n = \infty$; elektron izvan atoma ima pozitivnu kinetičku energiju, koju on može kontinuirano mijenjati.



Slika 4.2: Dijagram energijskih nivoa i spektralne serije vodika [8]

Postupak „odvajanja“ elektrona od atoma naziva se ionizacijom, do nje dolazi kad se elektronu u atomu dovede izravna energija koja je jednaka ili veća od apsolutnog iznosa energije elektrona u atomu. Tzv. energija ionizacije odgovara po iznosu upravo energiji elektrona u stabilnom stanju atoma.

Energija prve staze u atomu vodika, ili prva energetska razina stabilnog stanja vodika, prema jednadžbi za ukupnu energiju elektrona u atomu na n -toj stazi:

$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 n^2 h^2} \quad (4.2)$$

n	E/eV
1	-13,60
2	-3,40
3	-1,51
4	-0,85
5	-0,54
6	-0,38
7	-0,28
8	-0,21
9	-0,17
10	-0,14

Tablica 4.3: Vrijednosti energijskih razina u atomu vodika

Izraze li se razlike energijskih razina u atomu pomoću jednadžbe (4.2) dobit će se, primjerice za skok elektrona s treće na drugu stazu, energija emitiranog fotona, kako slijedi:

$$E_3 - E_2 = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = h\nu \quad (4.3)$$

Kako je frekvencija $\nu = c/\lambda$, iz gornje jednadžbe (4.3) slijedi izraz za valni broj Balmerovog oblika:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 c} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \quad (4.4)$$

Može se zaključiti da Lymanova serija nastaje uz emisiju fotona, i to nakon pobude atoma vodika i povratka elektrona s druge na prvu stazu, zatim s treće na prvu stazu, pa s četvrte na prvu stazu itd. Slično, Balmerova serija nastaje skokom, tj. povratkom pobuđenog elektrona s treće na drugu stazu (što daje H_α liniju), zatim s četvrte na drugu stazu (što daje H_β liniju), pa s pete na drugu stazu (što daje H_γ liniju) i sa šeste na drugu stazu (što daje H_δ liniju). Kod Pashenove serije promatra se skok elektrona s viših energijskih razina na treću razinu, te slično za druge serije.[7]

5. Eksperimentalni dio

5.1. Opis mjerenja

Potreban pribor i oprema:



Slika 5.1: Aparatura potrebna za izvođenje pokusa (5.1)

1. Spektralne lampe (Hg, H, Ar, N₂)
2. Držač za spektralne lampe
3. Zaštitna metalna cijev lampe (sjenilo s pukotinom)
4. Vodiči
5. Držač optičke rešetke
6. Optičke rešetke (600 i 300 zarez/mm)
7. Izvor visokog napona, 0-10 kV
8. Keramički izolirani nosač
9. Tronožac
10. Okrugli držač
11. Metarska skala, l = 1m [8]

Opis mjerenja:

Pribor i oprema potrebna za izvođenje pokusa složene se prema slici (5.1). Pri mjerenju koristimo živinu, vodikovu, argonovu i dušikovu (N₂) spektralnu lampu koje služe kao izvor elektromagnetskih valova koje promatramo. Da bi lampe zračile elektromagnetske valove treba

ih priključiti na izvor visokog napona. Napon izvora podesi se tako da lampa počne svijetliti, ali ne da prelazi 5 kV. Metarsku skalu potrebno je postaviti odmah iza spektralne lampe kako bi se smanjile greške paralaksa. Optičku se rešetku može namjestiti na proizvoljnu udaljenost od spektralne lampe (npr. 50 cm), ali udaljenost je nužno zabilježiti jer je potrebna pri određivanju valnih duljina. Visinu optičke rešetke potrebno je namjestiti u istoj ravnini s prorezom spektralne lampe i paralelno s metarskom skalom. Svijetleći prorez spektralne lampe promatra se kroz optičku rešetku, prostoriju treba zamračiti toliko da se može očitati vrijednost na metarskoj skali.

Promatranjem živine spektralne lampe uočavaju se tri linije – žuta, zelena i plava. Kako bismo odredili konstantu rešetke, potrebne su nam valne duljine vidljivih spektralnih linija (prikazane su u tablici [9]), udaljenost optičke rešetke od spektralne lampe, x , i očitana vrijednost na metarskoj skali, l , a konstantu rešetke računamo prema:

$$d = \frac{\lambda \sqrt{x^2 + l^2}}{l} \quad (5.2)$$

Vrijednosti na metarskoj skali očitavaju se lijevo i desno od položaja spektralne lampe te se uzima prosječna vrijednost udaljenosti.

Boja	λ (nm)
plava	434,8
zelena	546,1
žuta	578

Tablica 5.1: Valne duljine spektralnih linija žive [9]

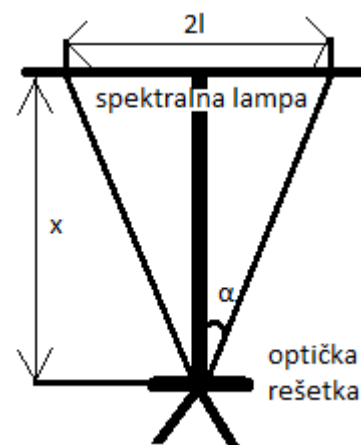
Svjetlost valne duljine λ ogiba se dolaskom na optičku rešetku konstante d . Maksimumi rasvjete događaju se kada kut ogiba α ispunjava sljedeće uvjete:

$$k\lambda = d \sin \alpha \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Formula za ogib k -tog reda izvedena primjenom trigonometrijskih funkcija sa slike (5.2) je:

$$k\lambda = d \frac{l}{\sqrt{x^2 + l^2}} \quad (5.3)$$

Budući da želimo odrediti konstantu optičke rešetke, iz prethodno navedene formule izvučemo d i dobit ćemo formulu (5.2) u koju uvrštavamo sve poznate vrijednosti. Vrijednosti se očitavaju iz



Slika 5.2

ogiba prvog reda pa za k uzimamo vrijednost 1 ($k=1$).

Promatranjem vodikove spektralne lampe odredit ćemo Rydbergovu konstantu i prema njoj energijske nivoe u vodikovu atomu. Valne duljine Balmerove serije računaju se prema sljedećoj formuli:

$$\lambda = d \frac{l}{\sqrt{x^2 + l^2}} \quad (5.4)$$

Izraz (5.4) dobijemo tako da iz formule (5.3) izvučemo λ .

Vrijednost x udaljenost je optičke rešetke od spektralne lampe, l je očitana vrijednost na metarskoj skali, a d je poznata vrijednost za konstantu rešetke.

Rydbergova konstanta računa se na sljedeći način:

$$R = \frac{1}{\lambda \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)} \quad (5.5)$$

5.2. Rezultati i rasprava

5.2.1. Rezultati mjerenja živinom spektralnom lampom

Udaljenost spektralne lampe od optičke rešetke 50 cm.

SPEKTRALNE LINIJE	KONSTANTA OPTIČKE REŠETKE: 600 zarez/mm										\bar{l} (cm)
	l (plava)/cm	13,2; 13,8	13,1; 13,9	13,2; 13,8	13,1; 13,7	13,1; 13,7	13,2; 14	13,1; 13,7	13,2; 13,4	13,2; 14	
	13,5	13,5	13,5	13,4	13,4	13,6	13,4	13,3	13,6	13,4	
l (zelena)/cm	16,8; 17,6	16,9; 17,5	16,9; 17,9	16,8; 17,6	16,9; 17,7	16,8; 17,8	16,8; 17,6	16,9; 17,7	16,9; 17,5	16,8; 17,8	17,26
	17,2	17,2	17,4	17,2	17,3	17,3	17,2	17,3	17,2	17,3	
l (žuta)/cm	18,5; 19,3	18,6; 19,0	18,5; 19,5	18,6; 19,6	18,5; 19,5	18,5; 19,3	18,6; 19,4	18,5; 19,5	18,6; 19,4	18,6; 19,2	18,96
	18,9	18,8	19,0	19,1	19,0	18,9	19,0	19,0	19,0	18,9	
KONSTANTA OPTIČKE REŠETKE: 300 zarez/mm											
l (plava)/cm	5,1; 7,3	5,1; 7,1	5,0; 7,4	5,1; 7,3	5,1; 7,5	5,1; 7,1	5,0; 7,6	5,0; 7,4	5,0; 7,4	5,1; 7,3	6,2
	6,2	6,1	6,2	6,2	6,3	6,1	6,3	6,2	6,2	6,2	
l (zelena)/cm	9,2; 7,0	9,1; 7,1	9,1; 6,9	9,2; 7,2	9,1; 7,3	9,2; 6,8	9,1; 7,1	9,2; 7,0	9,2; 7,2	9,2; 7,0	8,11
	8,1	8,1	8,0	8,2	8,2	8,0	8,1	8,1	8,2	8,1	
l (žuta)/cm	9,5; 7,7	9,5; 7,5	9,4; 7,8	9,5; 7,7	9,5; 7,9	9,5; 7,7	9,4; 8,0	9,4; 7,8	9,4; 7,6	9,4; 7,8	8,6
	8,6	8,5	8,6	8,6	8,7	8,6	8,7	8,6	8,5	8,6	

Vrijednosti očitane na metarskoj skali

Vrijednosti dobivene za konstantu optičke rešetke koja iznosi 600 zareza/mm ($1,66 \cdot 10^{-6}$)			
d_1 (m)	d_2 (m)	d_3 (m)	\bar{d} (m)
$1,67 \cdot 10^{-6}$	$1,67 \cdot 10^{-6}$	$1,62 \cdot 10^{-6}$	$1,65 \cdot 10^{-6}$

$$d = (1,65 \pm 0,02) \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$r_d = \frac{d - \bar{d}}{d} = 0,60 \%$$

Vrijednosti dobivene za konstantu optičke rešetke koja iznosi 300 zareza/mm ($3,33 \cdot 10^{-6}$)			
d_1 (m)	d_2 (m)	d_3 (m)	\bar{d} (m)
$3,53 \cdot 10^{-6}$	$3,41 \cdot 10^{-6}$	$3,40 \cdot 10^{-6}$	$3,45 \cdot 10^{-6}$

$$d = (3,45 \pm 0,05) \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$r_d = 3,60 \%$$

Dobiveni rezultati za konstante optičke rešetke dobro se slažu s poznatim vrijednostima. To potvrđuju male vrijednosti postotnih pogreški. Za konstantu rešetke, čija poznata vrijednost iznosi $1,66 \cdot 10^{-6}$, pogreška je 0,60 %, a za konstantu optičke rešetke, čija poznata vrijednost iznosi $3,33 \cdot 10^{-6}$, pogreška je 3,60 %. Pokazali smo da se poznavanjem valnih duljina spektralnih linija, u ovom slučaju živinih, dosta precizno može odrediti konstanta optičke rešetke.

5.2.2. Rezultati mjerenja vodikovom spektralnom lampom, Balmerova serija

Udaljenost spektralne lampe od optičke rešetke 42 cm.

SPEKTRALNE LINIJE	KONSTANTA OPTIČKE REŠETKE: 600 zareza/mm										\bar{l} (cm)
l(ljubičasta)/cm	12,6;	12,5;	12,7;	12,5	12,6;	12,4;	12,5;	12,5;	12,6;	12,5;	10,78
	9,0	9,3	8,9	8,9	9,0	9,0	8,9	9,3	8,8	9,1	
l(plava)/cm	10,8	10,9	10,8	10,7	10,8	10,7	10,7	10,9	10,7	10,8	11,5
	12,1;	12,2;	12,1;	12,1;	12,0;	12,1;	12,1;	12,0;	12,1;	12,0;	
l(crvena)/cm	10,7	11	10,9	10,9	10,8	11,1	11,1	11	10,7	11	18,04
	11,4	11,6	11,5	11,5	11,4	11,6	11,6	11,5	11,4	11,5	
l(crvena)/cm	19,5;	19,5;	19,4;	19,5;	19,4;	19,5;	19,4;	19,5;	19,4;	19,4;	18,04
	16,5	16,7	16,6	16,7	16,6	16,5	16,6	16,7	16,8	16,6	
	18	18,1	18	18,1	18	18	18	18,1	18,1	18	
KONSTANTA OPTIČKE REŠETKE: 300 zareza/mm											
l(ljubičasta)/cm	7,1;	7,0;	7,0;	7,1;	7,3;	7,2;	7,1;	7,2;	7,0;	7,0;	5,31
	3,5	3,4	3,6	3,5	3,5	3,6	3,5	3,6	3,6	3,4	
l(plava)/cm	5,3	5,2	5,3	5,3	5,4	5,4	5,3	5,4	5,3	5,2	5,53
	8,5;	8,4;	8,5;	8,6;	8,5;	8,6;	8,4;	8,6;	8,5;	8,6;	
l(crvena)/cm	2,5	2,6	2,5	2,6	2,7	2,4	2,6	2,6	2,5	2,4	8,57
	5,5	5,5	5,5	5,6	5,6	5,5	5,5	5,6	5,5	5,5	
l(crvena)/cm	10,4;	10,3;	10,3;	10,2;	10,4;	10,3;	10,4;	10,2;	10,3;	10,3;	8,57
	7,0	6,7	6,9	6,8	6,8	6,7	7,0	6,8	6,9	6,7	
	8,7	8,5	8,6	8,5	8,6	8,5	8,7	8,5	8,6	8,5	

Vrijednosti očitane na metarskoj ska

Vrijednosti valnih duljina Balmerove serije, te dobivena vrijednost za Rydbergovu konstantu prema formuli (5.5)

Konstanta optičke rešetke je $1,66 \cdot 10^{-6}$			
SPEKTRALNE LINIJE	l (cm)	λ (nm)	R (m^{-1})
ljubičasta	10,8	413,40	$1,089 \cdot 10^7$
plava	11,5	438,39	$1,086 \cdot 10^7$
crvena	18	653,90	$1,101 \cdot 10^7$
Konstanta optičke rešetke je $3,33 \cdot 10^{-6}$			
ljubičasta	5,3	416,90	$1,079 \cdot 10^7$
plava	5,5	432,38	$1,101 \cdot 10^7$
crvena	8,5	660,53	$1,090 \cdot 10^7$
		\bar{R}	$1,091 \cdot 10^7$

$$R = (1,091 \pm 0,006) \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$r_R = \frac{R - \bar{R}}{R} = 0,54 \%$$

Vrijednosti energijskih razina računamo prema formuli:

$$E_n = -\bar{R} \frac{hc}{n^2}$$

Dobivene vrijednosti su sljedeće:

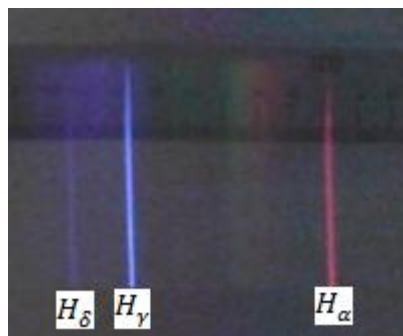
R (m ⁻¹)	E ₂ (eV)
1,089 · 10 ⁷	-3.378
1,086 · 10 ⁷	-3.368
1.101 · 10 ⁷	-3.415
1,079 · 10 ⁷	-3.347
1,101 · 10 ⁷	-3.415
1,090 · 10 ⁷	-3.381
\bar{E}_2 (eV)	-3.384

$$E_2 = (-3,384 \pm 20,667) \text{ eV}$$

$$r_R = \frac{E_2 - \bar{E}_2}{E_2} = 0,47\%$$

Pokusom smo uspjeli dobiti tri spektralne linije Balmerove serije, pomoću kojih smo uspješno odredili Rydbergovu konstantu, a to nam potvrđuje mala postotna pogreška od 0,54 %.

Dobivene spektralne linije su :



Slika spektralnih linija Balmerove serije dobivenih pokusom

Pokazali smo da se prijelazom elektrona s $n=3$ na $n=2$ stvarno dobije H_α linija, prijelazom s $n=5$ na $n=2$ H_γ linija, a prijelazom s $n=6$ na $n=2$ H_δ linija. Također, dobivena vrijednost energije dobro odgovara poznatoj vrijednosti energije za Balmerovu seriju. Postotna pogreška iznosi svega 0,47%.

5.2.3. Rezultati mjerenja argonovom spektralnom lampom



Slika spektralnih linija dobivenih argonovom spektralnom lampom

Udaljenost spektralne lampe od optičke rešetke 42 cm.

SPEKTRALNE LINIJE	KONSTANTA OPTIČKE REŠETKE: 600 zarez/mm										\bar{l} (cm)
	l (plava)/cm	12,2; 10,6	12,1; 10,5	12,1; 10,7	12,2; 10,8	12,1; 10,9	12,2; 10,4	12,2; 10,6	12,0; 10,8	12,1; 10,5	
	11,4	11,3	11,4	11,5	11,5	11,3	11,4	11,4	11,3	11,5	
l (zelena)/cm	14,3 12,1	14,5 12,3	14,4 12,4	14,4 12,2	14,3 12,1	14,5 12,1	14,4 12,2	14,3 12,3	14,3 12,1	14,4 12,2	13,3
	13,2	13,4	13,4	13,3	13,2	13,3	13,3	13,3	13,2	13,3	
l (crvena)/cm	19,6 16,4	19,5 16,3	19,4 16,2	19,6 16,4	19,6 16,4	19,3 16,3	19,4 16,2	19,3 16,3	19,4 16,4	19,6 16,4	17,9
	18	17,9	17,8	18	18	17,8	17,8	17,8	17,9	18	
KONSTANTA OPTIČKE REŠETKE: 300 zarez/mm											
l (plava)/cm	6,3; 4,7	6,1; 4,7	6,2; 4,6	6,2; 4,8	6,3; 4,7	6,3; 4,9	6,3; 4,9	6,3; 4,9	6,1; 4,9	6,3; 4,9	5,52
	5,5	5,4	5,4	5,5	5,5	5,6	5,6	5,6	5,5	5,6	
l (zelena)/cm	7,3 5,3	7,4 5,4	7,4 5,2	7,5 5,5	7,5 5,5	7,5 5,5	7,5 5,3	7,5 5,5	7,4 5,4	7,5 5,3	6,42
	6,3	6,4	6,3	6,5	6,5	6,5	6,4	6,5	6,4	6,4	
l (crvena)/cm	9,3 7,7	9,3 7,7	9,1 7,5	9,3 7,7	9,1 7,5	9,2 7,6	9,1 7,7	9,3 7,7	9,2 7,6	9,2 7,6	8,41
	8,5	8,5	8,3	8,5	8,3	8,4	8,4	8,5	8,4	8,3	

Vrijednosti očitane na metarskoj skali

Vrijednosti valnih duljina argonovih spektralnih linija, te dobivena vrijednost za Rydbergovu konstantu prema formuli (5.5)

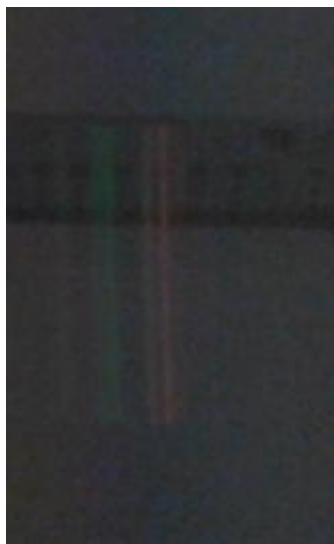
Konstanta optičke rešetke je $1,66 \cdot 10^{-6}$			
SPEKTRALNE LINIJE	l (cm)	λ (nm)	R (m^{-1})
plava	11,4	434,84	$1,095 \cdot 10^7$
zelena	13,3	501,14	$1,064 \cdot 10^7$
crvena	17,9	650,83	$1,106 \cdot 10^7$
Konstanta optičke rešetke je $3,33 \cdot 10^{-6}$			
plava	5,52	432,38	$1,101 \cdot 10^7$
zelena	6,42	503,17	$1,060 \cdot 10^7$
crvena	8,41	653,06	$1,103 \cdot 10^7$
		\bar{R}	$1,088 \cdot 10^7$

$$R = (1,088 \pm 0,017) \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$r_R = \frac{R - \bar{R}}{R} = 0,82 \%$$

Promatranjem argonove spektralne lampe također se dobije linijski spektar. Iz dobivenih valnih duljina vidljivo je da taj spektar čine plava, zelena i crvena spektralna linija, a vrijednost Rydbergove konstante je $1,088 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ pri čemu postotna pogreška iznosi 0,82%.

5.2.3. Rezultati mjerenja dušikovom (N₂) spektralnom lampom



Slika spektralnih linija dobivenih dušikovom spektralnom lampom(N₂)

Udaljenost spektralne lampe od optičke rešetke 42 cm.

SPEKTRALNE LINIJE	KONSTANTA OPTIČKE REŠETKE: 600 zarez/mm										\bar{l} (cm)
l (zelena)/cm	15,9;	16,0;	15,8;	15,8;	16,0;	15,9;	16,0;	15,8;	15,8;	16,0;	14,2
	12,5	12,6	12,6	12,4	12,6	12,5	12,4	12,4	12,4	12,6	
	14,2	14,3	14,2	14,1	14,3	14,2	14,2	14,1	14,1	14,3	
l (žuta)/cm	16,7;	16,8;	16,8;	16,7;	16,7;	16,6;	16,6;	16,8;	16,8;	16,6;	15,79
	14,9	15,0	15,0	14,9	14,9	14,8	14,8	14,8	14,8	14,8	
	15,8	15,9	15,9	15,8	15,8	15,7	15,7	15,8	15,8	15,7	
l(narančasta)/cm	17,9;	17,8;	17,8;	18,0;	17,9;	18,0;	18,0;	18,0;	17,8;	18,0;	16,4
	14,9	14,8	14,8	14,8	14,9	15,0	15,0	15,0	14,8	14,8	
	16,4	16,3	16,3	16,4	16,4	16,5	16,5	16,5	16,3	16,4	
l(crvena)/cm	19,0;	19,1;	19,1;	19,1;	19,1;	19,0;	19,0;	18,9;	18,9;	19,1;	17,5
	16,0	15,9	16,1	16,1	15,9	16,0	16,0	15,9	15,9	15,9	
	17,5	17,5	17,6	17,6	17,5	17,5	17,5	17,4	17,4	17,5	
KONSTANTA OPTIČKE REŠETKE: 300 zarez/mm											
l (zelena)/cm	8,4;	8,5;	8,5;	8,5;	8,4;	8,4;	8,6;	8,5;	8,6;	8,5;	7,0
	5,6	5,7	5,7	5,5	5,6	5,6	5,6	5,5	5,4	5,7	
	7,0	7,1	7,1	7,0	7,0	7,0	7,1	7,0	7,0	7,1	
l (žuta)/cm	8,8;	8,7;	8,7;	8,7;	8,9;	8,7;	8,9;	8,7;	8,8;	8,9;	7,49
	6,2	6,1	6,1	6,3	6,3	6,1	6,1	6,3	6,2	6,3	
	7,5	7,4	7,4	7,5	7,6	7,4	7,5	7,5	7,5	7,6	
l(narančasta)/cm	9,0;	8,9;	9,1;	9,1;	9,1;	9,2;	9,1;	8,9;	9,0;	9,1;	7,81
	6,6	6,5	6,7	6,7	6,5	6,6	6,5	6,5	6,6	6,5	
	7,8	7,7	7,9	7,9	7,8	7,9	7,8	7,7	7,8	7,8	
l(crvena)/cm	9,6;	9,5;	9,5;	9,7;	9,7;	9,7;	9,5;	9,5;	9,6;	9,7;	8,2
	6,8	6,7	6,9	6,9	6,9	6,7	6,7	6,7	6,8	6,9	
	8,2	8,1	8,2	8,3	8,3	8,2	8,1	8,1	8,2	8,3	

Vrijednosti očitane na metarskoj skali

Dobivene valne duljine kod dušikove (N₂) spektralne lampe su sljedeće:

KONSTANTA OPTIČKE REŠETKE: 600 zarez/mm		
SPEKTRALNE LINIJE	l (cm)	λ (nm)
Zelena	14,2 ± 0,06	531,67
Žuta	15,79 ± 0,05	584,48
Narančasta	16,4 ± 0,06	603,79
crvena	17,5 ± 0,04	638,46
KONSTANTA OPTIČKE REŠETKE: 300 zarez/mm		
Zelena	7,0 ± 0,05	547,44
Žuta	7,49 ± 0,05	585,38
Narančasta	7,81 ± 0,05	608,03
crvena	8,2 ± 0,06	638,09

Promatranjem dušikove lampe dobio se složen spektar. Radilo se o molekulama dušika koji za razliku od atoma imaju vrpčaste spektre, jer pored elektronskih prijelaza imaju i vibracijske i rotacijske prijelaze. Kod molekula svaki elektronski prijelaz prati mnoštvo vibracijskih prijelaza, a svaki vibracijski prijelaz prati mnoštvo rotacijskih prijelaza, tako da umjesto jednog prijelaza ima niz prijelaza različitih (ali bliskih) energija. Zbog toga se vrpce u molekulskim spektrima zapravo sastoje od niza linija. Upravo zbog ovakve strukture teško je očitati vrijednosti na kojima se nalaze spektralne linije.

6. Zaključak

Napravljena mjerenja i dobiveni rezultati u ovom radu potvrdili su prethodno navedenu teoriju. Pokazalo se da pri električnom izboju vodika stvarno nastaje linijski spektar, odnosno da se emitiraju samo elektromagnetski valovi određene valne duljine. Nastali linijski spektar je Balmerova serija.

Balmerova serija ima primjenu i vrlo je korisna u astronomiji. Linije $H_\alpha, H_\beta, H_\gamma$ i H_δ koje se pojavljuju u Balmerovoj seriji pojavljuju se i u brojnim svemirskim objektima, koji u sebi imaju vodik. Crvena H_α spektralna linija plinovitog vodika je jedna od najupadljivijih boja u svemiru. Ona doprinosi emisijskom spektru ionizirajućih maglica, kao što je Orionova maglica.

Spektralna klasa zvijezda, koja se prije svega zasniva na površinskim temperaturama, zasniva se na intenzitetu spektralnih linija, a Balmerova serija je za to vrlo važna. Kako se Balmerova serija vidi u mnogim svemirskim objektima, često se koristi za proračun brzine kretanja tog objekta, temeljem Dopplerovog efekta na Balmerove linije. To se često koristi za otkrivanje dvojnih zvijezda, ekstrasolarnih planeta, kao i neutronske zvijezde i crnih rupa. Koristi se i za galaktičke skupove i zvjezdanu prašinu poslije sudara, da bi se odredila udaljenost galaksija i kvazara, na osnovu crvenog pomaka.

U zvijezdama, Balmerove linije se vide uglavnom kao apsorpcijske linije, kod spiralnih i nepravilnih galaksija Balmerove serije su uglavnom emisijske linije.

7. Literatura

- [1] Emisijski i apsorpcijski spektri // Kvantna teorija strukture atoma. Bohrov model atoma / I. Filipović; S. Lipanović: Opća i anorganska kemija, I. dio. Zagreb: Školska knjiga, 1995.
- [2] Kvantna fizika // 3. Poglavlje, Energijski nivoi / Eyvind H. Wichmann: Udžbenik fizike Sveučilište u Berkeleyu, Zagreb, tehnička knjiga, Str. 58. – 60.
- [3] Prvi modeli atoma // Početci kvantne fizike // Bohrov model atoma / Z. Faj: Pregled povijesti fizike, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Osijek: Pedagoški fakultet, 1999.
- [4] URL: http://phy.grf.unizg.hr/media/download_gallery/5_Bohrov%20model%20atoma.pdf (14.01.2013.)
- [5]URL:
http://adria.fesb.hr/~zmiletic/Fizika%202/11.%20Struktura%20atoma/Fizika2_Razlikovni_Predavanje11-Struktura%20atoma.pdf (22.01.2013.)
- [6] The Hydrogen Atom // Introduction to Quantum Mechanics / David J. Griffiths
- [7] URL :http://kolegij.fizika.unios.hr/of3/files/2012/01/04-Fizikalna_optika-3.pdf (22.01.2013)
- [8] URL: URL: http://kolegij.fizika.unios.hr/pof2/files/2011/02/prvih_pet_i_balmer1.pdf (29.01.2013.)
- [9] URL: http://hr.wikipedia.org/wiki/Balmerova_serija (03.02.2013.)
- [10] URL: [http://www.phy.pmf.unizg.hr/~mfuric/of4/OF4\(1\).doc](http://www.phy.pmf.unizg.hr/~mfuric/of4/OF4(1).doc) (22.01.2013)

Tablice i ilustracije:

- [1]URL:
http://glossary.periodni.com/preuzimanje_slike.php?name=spektar_elektromagnetskog_zracenja.png&source=spektar+elektromagnetskog+zra%C4%8Denja (03.02.2013)
- [2] URL: http://hr.wikipedia.org/wiki/Planckov_zakon (22.01.2013)
- [3] URL: http://hr.wikipedia.org/wiki/Thompsonov_model_atoma (29.01.2013.)
- [4] URL: http://hr.wikipedia.org/wiki/Rutherfordovo_raspr%C5%A1enje (29.01.2013.)
- [5] URL: http://en.wikipedia.org/wiki/File:Bohr_model_Balmer_32.svg (29.01.2013.)
- [6] URL: http://hr.wikipedia.org/wiki/Vodikove_spektralne_linije (29.01.2013)
- [7] URL: http://kolegij.fizika.unios.hr/of3/files/2012/01/04-Fizikalna_optika-3.pdf (29.01.2013.)
- [8] URL: <http://glossary.periodni.com/glosar.php?hr=Paschenova+serija> (29.01.2013.)
- [9] URL: URL: http://kolegij.fizika.unios.hr/pof2/files/2011/02/prvih_pet_i_balmer1.pdf (29.01.2013.)

8. Životopis

Rođena sam 15. studenoga 1988. god. u Virovitici. Djetinjstvo i ranu mladost provela sam u Slatini, gradiću u istočnom dijelu Virovitičko-podravske županije. Ovdje sam od 1995. god. pohađala Osnovnu školu Josipa Kozarca, nakon koje 2003. god. upisujem opću gimnaziju u sklopu Srednje škole Marka Marulića, također u Slatini, koju završavam 2007. god. Nakon nje upisujem preddiplomski studij fizike na Odjelu za fiziku u Osijeku, koji završavam 2010. god. Odmah potom upisujem diplomski studij fizike i informatike, na istom tom Odjelu. U slobodno vrijeme rekreativno se bavim *fitnessom* i odbojkom.