Oblast vzdělávání MATEMATIKA

Obecná poznámka, platná pro všechny programy oblasti vzdělávání Matematika

Součástí studijního plánu každého studenta nebo studentky doktorského studia v rámci doktorských studijních programů oblasti vzdělávání Matematika by mělo být vystoupení na konferenci. Vhodnou přípravou pro vystoupení na mezinárodní konferenci je vystoupení na interní konferenci Day of Doctoral Students of the School of Mathematics (DDS-M), kterou každoročně s tímto účelem pořádá matematická sekce, viz `http://karlin.mff.cuni.cz/wds-m/`. Vystoupení na DDS-M není všeobecnou povinností pro všechny studenty, ale je-li vystoupení na DDS-M zařazeno do individuálního studijního plánu studenta na daný akademický rok, stáva se pro něj povinným. Povinnost vystoupení na DDS-M je tak dána především rozhodnutím školitele resp. jeho dohodou s příslušným studentem či studentkou.

Studijní program P4M1 Algebra, teorie čísel a matematická logika

Oborová rada

Aktuální složení rady je na adrese `http://mff.cuni.cz/phd/or/p4m1`.

Spolupracující ústavy

- Matematický ústav AV ČR, v.v.i.
  Žitná 25, 115 67 Praha 1
  `http://www.math.cas.cz`

- Ústav informatiky AV ČR, v.v.i.
  Pod Vodárenskou věží 2, 182 07 Praha 8
  `http://www.ustavinformatiky.cz/`

Vypsaná témata

Jsou k nahlédnutí v SIS na adrese `http://mff.cuni.cz/phd/temata/p4m1`.

Poskytovaná výuka

Kód	Název	ZS	LS
NAIL056	**Logický seminář I**	0/2 Z	—
NAIL080	**Logický seminář II**	—	0/2 Z

NDMI045	**Analytická a kombinatorická teorie čísel**	—	2/0 Zk
NMAG265	**Studentský seminář z teorie množin**	0/2 Z	—
NMAG405	**Universální algebra 1**	2/2 Z+Zk	—
NMAG407	**Teorie modelů**	2/0 Zk	—
NMAG446	**Logika a složitost**	—	2/0 Zk
NMAG450	**Universální algebra 2**	—	2/1 Z+Zk
NMAG455	**Kvadratické formy a třídová tělesa I**	2/0 Zk	—
NMAG456	**Kvadratické formy a třídová tělesa II**	—	2/0 Zk
NMAG462	**Modulární formy a L-funkce I**	2/0 Zk	—
NMAG466	**Teorie svazů 2**	—	2/0 Zk
NMAG470	**Seminář z teorie čísel**	0/2 Z	0/2 Z
NMAG473	**Modulární formy a L-funkce II**	—	2/0 Zk
NMAG475	**Výběrový seminář z MSTR**	0/2 Z	0/2 Z
NMAG498	**Výběrová přednáška z MSTR 1**	2/0 Zk	—
NMAG499	**Výběrová přednáška z MSTR 2**	—	2/0 Zk
NMAG531	**Aproximace modulů**	—	2/0 Zk
NMAG536	**Důkazová složitost a P vs. NP problém**	—	2/0 Zk
NMAG562	**Homologická a homotopická algebra**	2/0 Zk	—
NMAG563	**Úvod do složitosti CSP**	2/0 Zk	—
NMAG565	**Algebra a nekonečná kombinatorika**	2/0 Zk	—
NMAG567	**Reprezentace grup 2**	2/2 Z+Zk	—
NMAG571	**Algebraický seminář**	0/2 Z	0/2 Z
NMAG573	**Seminář k problému CSP**	0/2 Z	0/2 Z
NMIN160	**Teorie množin**	2/0 Zk	—
NMMB451	**Aplikace matematiky v informatice**	—	0/2 Z
NMMB452	**Seminář z matematiky inspirované kryptografií**	0/2 Z	0/2 Z
NMMB453	**Studentský logický seminář**	0/2 Z	0/2 Z
NMMB471	**Výběrový seminář z MIT**	—	0/2 Z
NMMB498	**Výběrová přednáška MIT 1**	2/0 Zk	—
NMMB499	**Výběrová přednáška MIT 2**	—	2/0 Zk
NMMB551	**Seminář z kombinatorické, algoritmické a finitní algebry**	0/2 Z	0/2 Z
NMMB621	**Doktorandský seminář z kryptologie**	0/2 Z	0/2 Z
NTIN071	**Automaty a gramatiky**	—	2/2 Z+Zk
NTIN090	**Základy složitosti a vyčíslitelnosti**	2/1 Z+Zk	—
NMAG575	**Forsing**	2/0 Zk	—
NMAG576	**Seminář z forsingu**	—	0/2 Z
NLTM014	**Nestandardní seminář 1**	0/2 Z	—
NLTM015	**Nestandardní seminář 2**	—	0/2 Z
NMAG577	**Seminář z počtů**	0/2 Z	0/2 Z
NTIN062	**Složitost I**	2/1 Z+Zk	—
NTIN064	**Vyčíslitelnost**	—	2/0 Zk
NTIN073	**Rekurze**	2/0 Zk	—
NTIN088	**Algoritmická náhodnost**	—	2/0 Zk
NMAI067	**Logika v informatice**	2/0 Zk	—
NAIL021	**Booleovské funkce a jejich aplikace**	2/0 Zk	—

NMAI040	**Úvod do teorie čísel**	2/0 Zk	—
NDMI066	**Algebraická teorie čísel**	2/0 Zk	—

Seznam požadavků ke státní doktorské zkoušce

Student si po dohodě se školitelem vybere jednu ze tří specializací: „Algebra", „Matematická logika" nebo „Teorie čísel." Státní doktorskou zkoušku koná ve vybrané specializaci podle následujícího seznamu požadavků:

Algebra

I. Širší základ

Povinná část.

I.1 Základy algebry

Teorie grup: konečné grupy, Sylowovy věty, struktura konečně generovaných komutativních grup, volné grupy a jejich podgrupy.

Galoisova teorie: Galoisova rozšíření a grupy, radikálová rozšíření těles, neřešitelnost polynomiálních rovnic v radikálech.

Teorie reprezentací a algebraická geometrie: Reprezentace konečných grup, Maschkeho věta, charaktery. Korespondence mezi afinními algebraickými množinami a ideály okruhů polynomů, Hilbertova věta o nulách.

Univerzální algebra: Variety algeber, subdirektní rozklady, volné algebry, Birkhoffova věta. Svazy, úplné svazy, uzávěrové operátory, Galoisovy korespondence.

II. Pokročilé partie

Studující si vybere po dohodě se školitelem dvě různá témata z pokročilých partií specializace „Algebra", „Teorie čísel" nebo „Matematická logika." Aspoň jedno z nich ale musí být některé z následujících (II.1–II.10):

II.1. Teorie grup

Akce grupy na množině. Permutační, řešitelné a nilpotentní grupy. Lineární grupy. Jenoduché konečné grupy, jednoduchost A_n a $\mathrm{PSL}_n(\mathrm{K})$. Základy teorie rozšíření grup, semidirektní součiny grup. Indukované reprezentace grup a Frobeniova reciprocita, Mackeyova věta a její důsledky.

II.2 Binární systémy

Levodistributivní grupoidy (volné, monogenerované, problém slov), souvislost s grupami pletenců. Mediální a oboustranně distributivní grupoidy, rovnicová teorie mediálních idempotentních grupoidů. Normální podkvazigrupy a kongruence lup a kvazigrup, nuklea, centrum, nilpotence. Vazby na multiplikační grupu. LCC, CC, extra, bolovské a moufangovské lupy. Inverzní vlastnosti, diasociativita. Izotopie, centrální a mediální kvazigrupy. Toyodova věta.

II.3 Komutativní algebra

Komutativní noetherovské okruhy: spektrum, lokalizace, primární rozklady. Celistvá rozšíření, Dedekindovy obory, faktorizace ideálů. Lokalizace a zúplnění modulů. Krullova věta o hlavních ideálech. Regulární posloupnosti, hloubka, Auslander–Buchsbaumova věta.

II.4 Algebraická geometrie

Afinní a projektivní algebraické množiny, Zariského topologie, rozklad na ireducibilní komponenty. Funkční tělesa, racionální zobrazení, biracionální ekvivalence. Ho-

momorfismy algebraických množin, projektivní eliminace, uzavřenost morfismů z projektivních algebraických množin. Bézoutova věta. Krullova dimenze a její vlastnosti.

II.5 Teorie modulů a homologická algebra

Projektivní a injektivní moduly. Řetězcové podmínky na ideály, Hopkinsova-Levitzkého věta, Faitova charakterizace noetherovskosti. Moritova ekvivalence. Kategorie modulů, tenzorový součin, funktory Ext a Tor, dlouhé exaktní posloupnosti. Direktní limity, čistá vnoření, čistě–injektivní moduly a modelově–teoretické souvislosti. Derivované kategorie.

II.6 Aproximace modulů a nekonečná kombinatorika

Kotorzní páry, filtrace, Eklofovo lemma a Hillovo lemma. Dekonstruovatelnost pro regulární a singulární kardinály (závislost na rozšíření ZFC, Shelahova věta o singulární kompaktnosti). Struktura Whiteheadových a Baerových modulů.

II.7 Reprezentace algeber konečné dimenze

Konečně dimenzionální algebry jako faktory algeber cest grafů. Krullova-Schmidtova věta. Konečný, krotký a divoký reprezentační typ. Dědičné algebry a Gabrielova charakterizace konečného reprezentačního typu. Vychylující moduly a vychýlené algebry. Skoro štěpitelná zobrazení, AR–posloupnosti, AR–graf konečně dimenzionální algebry.

II.8 Univerzální algebra a teorie svazů

Malcevské podmínky. Abelovskost a komutátor v obecných algebrách. Rovnicové teorie, přepisující systémy a Knuthův-Bendixův algorithmus, konečně bázované variety. Distributivní, modulární, semimodulární a geometrické svazy, kongruence svazů, volné svazy a problém slov. Jónssonovo lemma a variety svazů.

II.9 Univerzálně algebraické metody v CSP

Relační a algebraické klony, homomorfismy klonů a primitivně pozitivní interpretace relačních struktur. Složitost CSP a klony polymorfismů, Taylorovy klony, malcevské CSP a problémy konečné šířky, Schaeferova věta o klasifikaci CSP nad dvouprvkovou množinou.

II.10 Kombinatorika na slovech

Dicksonovo lemma. F–pologrupy (minimální množina generátorů, kódy, podmínka stability, řády pologrupy). Chomskeho hierarchie (formální gramatiky a odpovídající automaty, Kleenova věta, pumpovací lemmata, Parikhova věta). Rovnice ve volných monoidech (věta o kompaktnosti, grafové lemma, vlastnosti defektu, ekvivalenční a testovací množiny). Postův korespondenční problém.

Doporučená literatura

Anderson, F. W., Fuller, K. R.: **Rings and Categories of Modules.** *GTM 13. 2nd ed. Springer, New York, 1992.*

Assem I., Simson, D., Skowronski, A.: **Elements of the Representation Theory of Associative Algebras I.** *LMSST 65. Cambridge University Press, Cambridge, 2006.*

Atiyah, M. F., Macdonald, I. G.: **Introduction to commutative algebra.** *Addison-Wesley Publishing Co., 1969.*

Auslander M., Reiten, I., Smalo. S. O.: **Representation theory of Artin algebras.** *Cambridge University Press, Cambridge, 1997.*

Barto L., Krokhin, A., Willard, R.: **Polymorphisms, and how to use them.** *Dagstuhl Follow-Ups. Vol. 7. Schloss Dagstuhl-Leibniz-Zentrum fuer Informatik, 2017.*

Bergman C.: **Universal Algebra: Fundamentals and Selected Topics.** *Chapman and Hall/CRC, 2011.*

Berstel, J., Perrin, D.: **Theory of Codes.** *Academic Press, London, 1985.*

Bruck, R. H.: **A Survey of Binary Systems.** *Springer, Berlin, 1971.*

Bruns, W., Herzog, J.: **Cohen–Macaulay Rings.** *CSAM 39. Cambridge University Press, Cambridge, 1998.*

Bulatov, A., Krokhin, A., Larose, B.: **Dualities for constraint satisfaction problems.** *In: Complexity of Constraints, LNCS 5250. Springer, New York, 2008.*

Bulatov, A., Valeriote, M.: **Results on the algebraic approach to the CSP.** *Proc. Dagstuhl Sem., LNCS, Springer, New York, 2008.*

Burris, S., Sankappanavar, H. P.: **A Course in Universal Algebra.** *Springer, New York, 1981.*

Cox, D. A., Little, J., O'Shea, D.: **Ideals, varieties, and algorithms.** *4th edition. Springer, Cham, 2015.*

Crawley, P., Dilworth, R. P.: **Algebraic Theory of Lattices.** *Prentice Hall, 1973.*

Dehornoy, P.: **Braids and Self Distributivity. Birkhauser.** *Basel, 2000.*

Eilenberg, S.: **Automata, languages and machines A and B.** *Academic Press, 1973, 1974.*

Eisenbud, D.: **Commutative Algebra.** *GTM 150. Springer, New York, 1995.*

Eklof, P. C., Mekler, A. H.: **Almost–Free Modules.** *2nd ed. Elsevier, Amsterdam, 2002.*

Enochs, E. E., Jenda, O. M. G.: **Relative Homological Algebra. Vol. 1,2.** *GEM 30, 54. 2nd ed. W. de Gruyter, Berlin, 2011.*

Facchini, A.: **Module Theory.** *Birkhauser, Basel, 1998.*

Fulton, W.: **Algebraic Curves.** *Reprint of 1969 original. Addison-Wesley Publishing Company, 1989.*

Goebel, R., Trlifaj, J.: **Approximations and Endomorphism Algebras of Modules. Vol. 1,2.** *GEM 41. 2nd ed. W. de Gruyter, Berlin, 2012.*

Goertz, U., Wedhorn, T.: **Algebraic geometry I.** *Advanced Lectures in Mathematics. Vieweg + Teubner, Wiesbaden, 2010.*

Gratzer, G.: **General Lattice Theory.** *2nd ed. Birkauser, Basel, 1998.*

Hobby, D., McKenzie, R.: **The structure of finite algebras.** *Contemp. Math. 76. AMS, Providence, 1988.*

Jezek, J.: **Universal Algebra.** *Text přístupný na* `http://www.karlin.mff.cuni.cz/~jezek`.

Lallement, G.: **Semigroups and combinatorial applications.** *Wiley, 1979.*

Lang, S.: **Algebra.** *3rd ed. Academic Press, New York, 1993.*

Lothaire, M.: **Algebraic Combinatorics on Words.** *Cambridge University Press, Cambridge, 2002.*

Lothaire, M.: **Applied Combinatorics on Words.** *Cambridge University Press, Cambridge, 2005.*

Lothaire, M.: **Combinatorics on Words.** *Cambridge University Press, Cambridge, 1997.*

Matsumura, H.: **Commutative Ring Theory.** *CSAM 8. Cambridge University Press, Cambridge, 1994.*

Pflugfelder, H. O.: **Quasigroups and Loops: Introduction.** *Heldermann Vlg, Berlin, 1990.*

Prest, M.: **Purity, spectra and localisation.** *Cambridge University Press, Cambridge, 2009.*

Prochazka, L. a kolektiv: **Algebra.** *Academia, Praha, 1990.*

Rotman, J. J.: **An introduction to the theory of groups.** *Springer, New York, 1995.*

Rotman, J. J.: **An introduction to homological algebra.** *2nd edition. Springer, New York, 2009.*

Rowen, L .H.: **Graduate Algebra: Commutative View.** *GSM 73. AMS, Providence, 2006.*

Rowen, L. H.: **Graduate Algebra: Noncommutative View.** *GSM 91. AMS, Providence, 2008.*

Rozenberg, G., Salomaa, A. (eds.): **Handbook of Formal Languages, vol. 1 – 3.** *Springer, 2004.*

Shafarevich, I. R.: **Basic algebraic geometry 1** *3rd edition. Springer, Heidelberg, 2013.*

Weibel, C.: **An Introduction to Homological Algebra. CSAM 38.** *Cambridge University Press, Cambridge, 1994.*

Weintraub, S. H.: **Representation Theory of Finite groups. GSM 59.** *AMS, Providence, 2003.*

Matematická logika

I. Širší základ

Povinná část.

I.1 Základy logiky

Výroková logika a logika prvního řádu. Struktury prvního řádu, Tarského definice splňování. Predikátový počet, dokazatelnost. Věty o úplnosti a o kompaktnosti. Teorie množin jako teorie prvního řádu. Gödelova věta o neúplnosti a o nedokazatelnosti bezespornosti. Turingovy stroje: universální stroj, algoritmicky nerozhodnutelné problémy, halting problem. Eliminace kvantifikátorů v uspořádaném tělese reálných čísel.

II. Pokročilé partie

Studující si vybere po dohodě se školitelem dvě různá témata z pokročilých partií specializace „Algebra“, „Teorie čísel“ nebo „Matematická logika.“ Aspoň jedno z nich ale musí být některé z následujících (II.1–II.6):

II.1. Obecná teorie modelů

Základní pojmy: podstruktura a elementární podstruktura, diagram, homomorfismus, vnoření a elementární vnoření, isomorfismus. Löwenheim–Skolemovy věty. Modelová úplnost. Definovatelné množiny, typy, eliminace kvantifikátorů. Konstrukce modelů: pomíjení typů, Henkinova konstrukce, Skolemizace. Craigova interpolace, elementarní řetězce, Robinsonova věta o bezespornosti, nerozlišitelné prvky. Saturované a homogenní modely, prvomodely. Ultraprodukt a jeho zakladní vlastnosti. Elementarní třídy.

II.2 Aplikovaná teorie modelů

Realně uzavřená uspořádaná tělesa a jejich redukty a rozšíření, Věty Tarského a Wilkiova. O–minimálni struktury a jejich základní geometrické a topologické vlastnosti. Stabilní a omega–stabilní teorie, nespočetná kategoričnost, Morleyho věta. Minimální a silně minimalní struktury, obecné uzávěrové operace, geometrie a dimense v silně minimálních strukturách. Omega–stabilní grupy, Cherlin–Zilberova hypotéza. Hrushovského amalgamačni metoda.

II.3. Teorie množin

Axiomatika teorie ZFC. Axiom výběru AC, Zornovo lema, dobrá uspořádání. Ordinální a kardinální aritmetika, transfinitní indukce. Nekonečná kombinatorika: nezávislé a skorodisjunktní systémy množin, Ramseyova věta, uzavřené a neomezené množiny a stacionární množiny, diamantový princip, Martinův axiom. Stromy (Suslinovy, Aronszajnovy, Kurepovy), Suslinova hypotéza. Booleovy algebry, ultrafiltry, Stoneova dualita. GCH. Konstruktivní množiny, axiom V=L. GCH a AC v L. Forcing a Booleovské modely, nezávislost CH. Nedosažitelné a měřitelné kardinály, elementární vnoření. Deskriptivní teorie množin: Borelovské, analytické a projektivní množiny, nekonečné hry, determinovanost. Uniformizační věty. Borelovské ekvivalence. Polské prostory, Polské grupy a jejich akce.

II.4. Teorie vyčíslitelnosti

Částečně rekurzivní funkce, rekurzivní množiny a rekurzivně spočetné množiny. Univerzální částečně rekurzivní funkce, index. Věty o rekurzi, Riceova věta. Kreativní množiny. Efektivní neoddělitelnost. Operace skoku. Aritmetická hierarchie. Stupně nerozhodnutelnosti. Aritmetický forcing, prioritní metody. Kolmogorovská složitost, základy algoritmické náhodnosti.

II.5 Teorie důkazů a formální aritmetika

Gentzenův sekvenční kalkulus, eliminace řezu, Herbrandova věta. Craigova interpolace. Robinsonova aritmetika Q a Peanova aritmetika PA. Interpretovatelnost teorií. Nerozhodnutelnost Q a PA. Dokazatelně totální rekursivní funkce. Nemožnost konečné axiomatizace PA. Logika druhého řádu, jednoduchá teorie typů, infinitární logika. Reversní matematika. Neklasické logiky: intuitionistická, modální, vícehodnotové.

II.6 Logika a složitost

Časová a prostorová složitost algoritmů, hlavní třídy složitosti. Boolovské obvody a hlavní známé spodní odhady na jejich velikost. Koncept přirozených důkazů spodních odhadů (Razborov–Rudich). Teorie konečných modelů, deskriptivní složitost. Definovatelnost v konečných strukturách, Faginova věta. Logiky s operátorem pevného bodu. 0–1 zákony. Ehrenfeucht–Fraissého metoda. Lokalita a věty Gaifmana a Hanfa. Oblázkové hry. Problém spektra. Důkazová složitost, vyrokové důkazové systémy (Cook–Reckhow). Resoluce, DPLL algoritmus pro SAT a jejich souvislost. Fregeho systémy a rozšířené Fregeho systémy. Spodní odhad na délku důkazů v resoluci. Omezená aritmetika. Definovatelnost polynomiální hierarchie. Dosvědčovací funkce a vyhledávací problémy. Překlady do výrokové logiky. Problém konečné axiomatizovatelnosti omezené aritmetiky.

Doporučená literatura

Balcar, B., Stěpánek, P.: **Teorie množin.** *Academia, Praha, 1986, 2001.*

Bartoszynski, T., Judah, H.: **Set Theory, On the Structure of Real Line.** *A. K. Peters, Wellesley, Massachussets, 1995.*

Barwise, J. (ed.): **Handbook of Mathematical Logic.** *NHPC, 1972 (rusky Nauka, Moskva, 1982).*

Buss, S. R. (ed.): **Handbook of Proof Theory, Studies in Logic and the Foundations of Mathematics 137.** *Elsevier, Amsterdam, 1998.*

Cook, S. A., Nguyen, P.: **Logical foundations of proof complexity.** *Cambridge University Press.*

Demuth, O., Kryl, R., Kučera, A.: **Teorie algoritmů I, II.** *SPN, Praha, 1984, 1989.*

Devlin, K. J.: **Constructibility.** *Springer–Verlag, Heidelberg, 1984.*

Dries van den, L.: **Tame Topology and O–minimal Structures.** *London Mathematical Society Lecture Note Series, no. 248, 1998.*

Ebbinghaus, H.–D., Flum, J., Thomas, W.: **Mathematical Logic.** *Springer–Verlag, Heidelberg, 1984.*

Ebbinghaus, H.–D., Flum, J.: **Finite Model Theory.** *Springer–Verlag, 2005.*

Gabbay, D., Guenthner, F. (eds.): **Handbook of Philosophical Logic I–IV.** *D. Riedel Publishing comp., 1983.*

Hájek, P., Pudlák, P.: **Metamathematics of First–Order Arithmetic.** *Springer–Verlag, Heidelberg, 1993.*

Hodges, W.: **Model Theory.** *Cambridge University Press, Cambridge, 1993.*

Chang, C. C., Keisler, H. J.: **Model–Theory.** *NHPC, New York, 1973 (rusky Mir, Moskva, 1977).*

Jech, T.: **Set Theory.** *Springer–Verlag, 2002.*

Kechris, A.: **Classical descriptive set theory.** *Springer–Verlag, New York, 1994.*

Krajíček, J.: **Bounded arithmetic, propositional logic, and complexity theory.** *Cambridge University Press, Cambridge, 1995.*

Kunen, K.: **Set Theory, An Introduction to Independence Proofs.** *NHPC, New York, 1980.*

Laxembourgh, W. A. J., Stroyan, K. D.: **Introduction to the Theory of Infinitesimals.** *Academic Press, London, 1976.*

Li, M., Vitanyi, P.: **An Introduction to Kolmogorov Complexity and Its Applications.** *Springer, 1997.*

Marker, D.: **Model Theory — An Introduction.** *Springer, 2002.*

Moschovakis, Y.: **Descriptive Set Theory.** *North–Holland, 1980.*

Odifreddi, P.: **Classical Recursion Theory. The Theory of Functions and Sets of Natural Numbers.** *NHPC, New York, 1989.*

Papadimitriou, C. H.: **Computational Complexity.** *Addison Wesley, 1994.*

Pillay, A.: **Geometric Stability Theory.** *Clarendon Press, Oxford, 1996.*

Priest, G.: **An Introduction to Non–Classical Logic** *Cambridge University Press, 2001.*

Rogers, H., Jr.: **Theory of Recursive Functions and Effective Computability.** *Mc Graw–Hill, New York, 1967.*

Shelah, S.: **Classification Theory.** *NHPC, New York, 1990.*

Shelah, S.: **Proper and Unproper Forcing.** *Springer–Verlag, Heidelberg, 1998.*

Shoenfield, J. R.: **Mathematical Logic.** *Addison Wesley Publishing Company, Reading, 1967 (rusky Nauka, Moskva, 1975).*

Simpson, S.: **Subsystems of second order arithmetic.** *Springer–Verlag, New York, 1999.*

Soare, R. I.: **Recursively Enumerable Dets and Degrees, A Study of Computable Functions and Computably Generated Sets.** *Springer–Verlag, Heidelberg, 1987.*

Takeuti, G.: **Proof Theory.** *Elsevier, Amsterdam, 1987.*

Teorie čísel

I. Širší základ

Základy teorie čísel: Hustota prvočísel, Legendreovy a Jacobiho symboly, kvadratická reciprocita, řetězové zlomky, kvadratická číselná tělesa, Rabinův–Millerův algoritmus a RSA.

Algebraická teorie čísel: číselná tělesa, existence celistvé báze, Dedekindovskost. Větvení a štěpení prvočísel. Geometrie čísel, třídové číslo, Dirichletova věta o jednotkách. Cyklotomická tělesa, řešení diofantických rovnic. p–adická čísla.

Počítačová algebra: Berlekampův algoritmus pro faktorizaci polynomů. Groebnerovy báze a Buchbergerův algoritmus. Faktorizace polynomů s celočíselnými koeficienty.

II. Pokročilé partie oboru

Studující si vybere po dohodě se školitelem dvě různá témata z pokročilých partií specializace „Algebra“, „Teorie čísel“ nebo „Matematická logika.“ Aspoň jedno z nich ale musí být některé z následujících (II.1–II.6):

II.1 Kryptologie a faktorizace

Generátory pseudonáhodných čísel, symetrické a proudové šifry, hašovací funkce, dokazatelná bezpečnost, kryptografické protokoly, důkazy s nulovou znalostí. Číselné síto a jeho dílčí algoritmy (hledání odmocniny, volba polynomu aj.). Další faktorizační algoritmy (p-1, p+1, rho, použití eliptických křivek) a jejich význam pro číselné síto. Testy a důkazy prvočíselnosti (kvadratický Frobeniův, N-1 test, ECPP, algoritmy pracující v polynomiálním čase).

II.2 Pokročilé kryptoanalytické metody

Teorie booleovských funkcí, S–boxy, jejich kryptografické vlastnosti, lineární a diferenciální kryptoanalýza, LLL–algoritmus a jeho kryptoanalytické aplikace.

II.3 Samoopravné kódy

Klasická teorie cyklických kódů. Samoduální kódy a teorie invariantů. Konvoluční kódy. Turbo kódy. Dekódovací algoritmy, zejména Viterbiho a různé algoritmy pro Reed–Solomonovy kódy. Kvaternární kódy. Pokrývací poloměr a aplikace ve steganografii. Podrobná znalost BCH, alternatních, Kerdockových, Preparatových, Justensenových, Reedových–Mullerových a QR kódů. Asymptotické odhady a konstrukce asymptoticky dobrých kódů. LDPC kódy. MDS kódy. Základní odhady (Plotkin, Hamming, Griesmer, Singleton, Johnson, Gilbert–Varšamov, lineární programování).

II.4 Eliptické křivky

Variety nad konečnými tělesy (Frobeniův morfismus, Hasse–Weilova věta pro jakobián, Tatova věta). Aritmetika eliptických křivek (grupový zákon, racionální body, torzní body, izomorfismy a izogenie). Montgomeryho skalární násobení. Párování a jeho implementace. Výpočet počtu bodů (elementární metody, Schoofův a Satohův algoritmus, komplexní násobení). Výpočet diskrétního logaritmu (činská věta o zbytku,

baby–step giant–step, Pollardovy metody). Kryptografie založená na párování. Použití eliptických křivek pro faktorizaci a testy prvočíselnosti.

II.5 Algebraická teorie čísel II

Kvadratické formy: grupa tříd binárních forem, teorie rodů, prvočísla reprezentovaná binárními formami, univerzální formy, Hasseho-Minkowského věta, Hilbertův symbol. Adély a idély, lokálně kompaktní grupy. Globální a lokální teorie třídových těles.

II.6 Analytická teorie čísel

L-funkce: Riemannova zéta-funkce, Dirichletovy L-funkce, Eulerův součin, meromorfní rozšíření, funkcionální rovnice, Dirichletova věta o aritmetické posloupnosti. Modulární formy: Základní vlastnosti, dimenze prostoru modulárních forem. Fourierův rozvoj, Eisensteinovy řady. Heckeho operátory, aplikace.

Doporučená literatura

Cassels, J. W. S.: **Local Fields.** *Cambridge University Press, Cambridge, 1986.*

Cohen H.: **A course in computational algebraic number theory.** *Springer, Berlin, 1993.*

Cohen, H., Frey, G. et al. (eds.): **Handbook of Elliptic and Hyperelliptic Curve Cryptography.** *Chapman & Hall–CRC, Boca Raton, 2005.*

Cox, D. A., **Primes of the Form x2+ny2: Fermat, Class Field Theory, and Complex Multiplication.** *Wiley, 1989.*

Crandall, R., Pomerance, C.: **Prime Numbers — A Computational Perspective.** *2nd ed. Springer, New York, 2005.*

Goldreich, O.: **Foundations of Cryptography, Basic Tools.** *Cambridge University Press, Cambridge, 2001.*

Gôuvea, F. Q.: **P–adic Numbers: An Introduction.** *Springer, New York, 1997.*

Hardy, G. H., Wright, E. M.: **An Introduction to the Theory of Numbers.** *Clarendon Press, Oxford, 1945.*

Irelan, K., Rosen, M.: **A classical introduction to modern number theory.** *Springer, Berlin, 1990.*

Koblitz, N.: **Introduction to Elliptic Curves and Modular Forms.** *Springer, 1993.*

Koblitz, N.: **P–adic Numbers, P–adic Analysis and Zeta–Functions.** *Springer, 1984.*

Lang, S.: **Algebra.** *Springer, New York, 2003.*

Lang, S.: **Algebraic Number Theory.** *Springer, New York, 1994.*

Marcus, D. A.: **Number Fields.** *Springer, 1977.*

Menezes, A.J. et al. (eds.): **Handbook of Applied Cryptography.** *Chapman & Hall–CRC, Boca Raton, 2006.*

Milne, J. S.: **Algebraic Number Theory.** *Text přístupný na* `http://www.jmilne.org/math/`.

Milne, J. S.: **Class Field Theory.** *Text přístupný na* `http://www.jmilne.org/math/`.

Milne, J. S.: **Elliptic Curves.** *Text přístupný na* `http://www.jmilne.org/math/`.

Pless, V. S., Brualdi, R. A., Huffman, W. C. (eds.): **Handbook of Coding Theory.** *North Holland, 1998.*

Serre, J.-P. **A Course in Arithmetic.** *Graduate Texts in Mathematics 7, 1973.*
Silverman, J. H.: **The Arithmetic of Elliptic Curves.** *Springer, 1986.*
Steuding, J.: **Diophantine Analysis.** *Chapman & Hall, 2005.*
Stinson, D. R.: **Cryptography: Theory and Practice.** *CRC Press, Boca Raton, 2006.*
Sudan, M.: **Algorithmic Introduction to Coding Theory.** *Text přístupný na* `http://theory.lcs.mit.edu/~madhu/FT01/course.html`.

Studijní program P4M2 Geometrie, topologie, a globální analýza

Oborová rada

Aktuální složení rady je na adrese `http://mff.cuni.cz/phd/or/p4m2`.

Spolupracující ústavy

- Matematický ústav AV ČR, v.v.i.
  Žitná 25, 115 67 Praha 1
  `http://www.math.cas.cz`

Vypsaná témata

Jsou k nahlédnutí v SIS na adrese `http://mff.cuni.cz/phd/temata/p4m2`.

Poskytovaná výuka

Kód	Název	ZS	LS
NMAG569	**Matematické metody kvantové teorie pole**	0/2 Z	—
NMAG575	**Forsing**	2/0 Zk	—
NMAG471	**Základy teorie kategorií**	2/2 Z+Zk	—
NMAG461	**Hyperkomplexní analýza**	2/0 Zk	—
NMAG566	**Riemannova geometrie 2**	—	2/0 Zk
NMAG451	**Fraktály**	0/2 Z	—
NMAG498	**Výběrová přednáška z MSTR 1**	2/0 Zk	—
NMAG561	**Komutativní algebra 2**	—	2/0 Zk
NMAG437	**Seminář z diferenciální geometrie**	—	0/2 Z
NMAG452	**Úvod do diferenciální topologie**	—	2/0 Zk
NMAG454	**Fibrované prostory a kalibrační pole**	—	3/1 Z+Zk
NMAG532	**Algebraická topologie 2**	—	2/2 Z+Zk
NMAG448	**Klasické grupy a jejich invarianty**	—	2/2 Z+Zk

Seznam požadavků ke státní doktorské zkoušce

I. Širší základ

Výběr alespoň tří témat z následujících:

I.1. Obecná topologie

Základní pojmy. Urysonovo lemma, Tietzeova věta. Souvislost a lokální souvislost. Kompaktnost a lokální kompaktnost. Tichonovova věta, Stoneova–Weierstrassova věta, Čechova–Stoneova kompaktifikace. Parakompaktnost. Stoneova věta o parakompaktnosti metrických prostorů. Metrizovatelné prostory, metrizační věty, úplnost metrických prostovů. Topologické grupy, základní vlastnosti. Uniformní prostory a stejnoměrně spojitá zobrazení, metrizovatelnost, úplnost.

I.2. Teorie množin

Axiomatika teorie množin. Ordinální a kardinální čísla, základní aritmetika s nimi. Axiom výběru a jeho ekvivalenty, transfinitní rekurze. Nekonečna kombinatorika, stacionární množiny. Ramseyova věta, Erdosova–Radoova věta, lemma o delta systému, nezávislé systémy. Částečná uspořádání.

I.3. Teorie kategorií

Kategorie a funktory, příklady. Přirozené transformace a ekvivalence, příklady. Limity a kolimity, úplnost, jejich tvar v konkrétních kategoriích. Adjunkce, reflektivita a koreflektivita. Uzavřené a kartézsky uzavřené kategorie. Malé kategorie. MacLaneova reprezentace.

I.4. Vybrané partie z algebry

Tenzorová algebra, speciálně multilineární algebra. Vybrané partie z teorie okruhů a modulů (rozšíření, resolventy, gradace, filtrace). Základy homologické algebry (homologie komplexů, kohomologie grup a jiných algebraických systémů).

I.5. Riemannovy variety

Teorie konexí. Paralelní přenos. Riemannova metrika, Riemannovy konexe, tenzory křivosti a jejich význam. Sekcionální křivost a její význam. Geodetické křivky. Homogenní Riemannovy variety. Hermitovské metriky. Podvariety euklidovského prostoru. Grupy holonomií.

I.6. Analýza na varietách

Vektorové fibrované prostory, jejich klasifikace. Diferenciální operátory, invariantní diferencialní operátory na homogenních varietách. Integrace na varietách. Základy integrální geometrie na varietách. Fourierova a Radonova transformace. Komplexní variety, holomorfní a meromorfní funkce.

I.7. Lieovy grupy a algebry

Klasifikace jednoduchých Lieových algeber a jejich konečnědimenzionálních representací. Rozklad tensorového součinu na ireducibilní komponenty. Klimykova formule. Charaktery reprezentací a charakterové formule (Weylova. Freudenthalova aj.).

I.8. Algebraická topologie

Homologické a kohomologické grupy (buďto simpliciální nebo singuární) a jejich výpočet. Borsukovy věty, věty o invariantnosti oblasti a o invariantnosti dimenze, základní věta algebry. Eulerova věta. Stupeň zobrazení. Lefschetzova věta o pevném bodu. De Rhamovy kohomologie. Základy homotopické teorie.

II. Pokročilé partie oboru

Výběr jednoho z následujících témat:

II.1. Obecná topologie

Bezbodové přístupy k topologii. Různé varianty Stonevy duality. Booleovy algebry, Heytingovy algebry, spojité svazy, s nimi spojené duality. Zesilování struktury

bezbodové topologie. Prostory spojitých funkcí, možné topologie na nich, Arzelova–Ascoliho věta, Cp(X). Kardinální invarianty topologických prostorů, jejich vzájemné vztahy. Prostory ultrafiltrů, kardinílní charakteristiky. Počítačová topologie. Topologická dynamika, skoro periodické body, klasifikace dynamických systémů, Ellisův obal, rekurence v dynamických systémech, aplikace v kombinatorice. Vlastnosti topologických prostorů související s kombinatorickými principy teorie nmožin. Struktry spojitosti, teorie miformních a proximitních systémů.

II.2. Teorie množin

Booleovy algebry, částečná uspořádaní. Stoneova dualita, strukturální vlastnosti. Kombinatorické principy, Martinův axiom, Fodorova–Solovayova věta, Silverova věta, Suslinovy a Aronszajnovy stromy. Kurepova hypotéza, Hausdorffův gap. Základy forcingu. PFA. Elementární podstruktury, ultraprodukt, základy pcf teorie.

II.3. Teorie kategorií

Monády a monadické kategorie. Kategorie a logika. Základy teorie toposů. Konkrétní kategorické otázky speciálních struktur. Teorie konkrétních kategorií a struktur. Iniciální a terminální vytváření objektu. Algebraické a topologické kategorie. Úplná a skoro úplná vnoření. Strnulé objekty, strnulé grafy, algebry a prostory. Univerzalita a skoro univerzalita, skoro univerzalita kategorie parakompaktích prostorů.

II.4. Geometrie homogenních a symetrických prostorů

Homogenní prostory, reduktivní prostory, kanonické konexe. Invariantní metriky a diferenciální operátory na homogenních prostorech, zvláště riemannovských. Teorie riemannovských symetrických prostorů, příklady, klasilikace. Některá zobecnění symetrických prostorů, Einsteinovy prostory.

II.5. Parabolické structury na varietách

Graduované Lieovy algebry, jejich realné formy. Hlavní fibrované prostory, konexe, kovariantní derivace a jejich křivosti. Homogenní diferenciální operátory. Cartanovy a parabolické geometrie, Cartanova konexe a její křivost. Konformní, projektivní, kvaternionické geometrie a další příklady parabolických geometrií.

II.6. Integrální geometrie a komplexní analýza

Funkce více komplexních proměnných. Komplexní variety, Hermitovské a Kaehlerovy variety. Svazky a předsvazky. Diferenciální formy na komplexních varietách a Dolbeautovy kohomologie. Radonova a Penroseova transformace.

II.7. Invariantní diferenciální operátory

Spin struktury na Riemannových varietách. Dirakův operátor jeho vlastnosti, Laplaceův operátor. Spektrální vlastnosti differenciálních operátorů. Teorie operátorů Dirakova typu. Konformní invariance operátorů na konformní varietě. Bochnerova a Weitzenbockovy formule. Invariantní operátory pro jiné geometrické struktury.

II.8. Algebraická topologie

Derivované funktory. Spektrální posloupnosti a jejich aplikace. Fibrace, homologická a homotopická teorie fibrací. Topologie Lieových grup a klasifikačních prostorů. Charakteristické třídy vektorových bandlů, Chern–Weilův izomorfismus. Základy K–teorie. Kohomologické operace. Teorie obstukcí. Indexové věty Operády, algebry nad operádami.

Doporučená literatura

Adámek, J., Herrlich H., Strecker G.: **Abstract and Concrete Categories.** *Wiley, New York, 1990.*

Adámek, J.: **Matematické struktury a kategorie.** *SNTL, Praha, 1982.*

Balcar, B., Štěpánek, P.: **Teorie množin.** *Academia, Praha, 1980.*

Borceaux, F., Bosche van den, G.: **Algebra in a Localic Topos with Applications to Ring Theory.** *Springer, 1983.*

Čap, A., Slovák, J.: **Parabolic geometries, I: Background and general theory.** *AMS Publishing House, 2009.*

Ellis, R.: **Lectures in Topological Dynamics.** *Benjamin, New York, 1967.*

Engelking, R.: **General Topology.** *PWN, Warsawa, 1977.*

Friedrich, Th.: **Dirac Operatoren in der Riemannschen Geometrie.** *Wiesbaden, 1997.*

Fulton, W., Harris, J.: **Representation Theory.** *A first course, GTM 129. Springer New York, 1991.*

Fustenberg, H.: **Reccurence in Ergodic Theory and Combinatorial Number Theory.** *Princeton University Press, Princeton, 1981.*

Gillmann, L., Jerison, M.: **Rings of continuous functions.** *D. van Nostrand, New York, 1960.*

Harris, J.: **Algebraic geometry.** *A first course, GTM 133. Springer, New York, 1992.*

Hatcher A.: **Algebraic Topology.** *Text přístupný na* `http://www.math.cornell.edu/~hatcher/AT/ATpage.html`.

Helgason, S.: **Differential geometry, Lie groups and Symmetric spaces.** *Pure and Appl. Math. 80, Ac. Press, 1978.*

Isbell J. R.: **Uniform spaces.** *Amer. Math. Soc., Providence, 1964.*

Johnstone, P. T.: **Stone Spaces.** *Cambridge University Press, Cambridge, 1982.*

Johnstone, P. T.: **Topos Theory.** *Academic Press, London, 1972.*

Juhásy, I.: **Cardinal functions in topology — Ten Years Later.** *Math Centre Tracts 125, Amsterdam, 1980.*

Juhásy, I.: **Cardinal Functions in Topology.** *Math. Centre Tracts 34, Amsterdam, 1975.*

Kelley, J. L.: **General Topology.** *Van Nostrand, New York, 1955.*

Kunen, K.: **Set Theory — An Introduction to Independence Proofs.** *North–Holland, Amsterdam, 1980.*

Lawson, B. L., Michelsohn, M. L.: **Spin Geometry.** *Princeton Math. Series, Princeton, 1989.*

MacLane, S.: **Categories for the Working Mathematician.** *GTM5. Springer–Verlag, New York, 1970.*

MacLane, S.: **Homology.** *Academic Press, New York, 1963.*

Massey, W.: **Singular Homology theory.** *GTM 70. Springer, New York, 1976.*

Monk, J. D., Bonnet, R.: **Handbook of Boolean Algebras, vol 1.** *North–Holland, Amsterdam, 1989.*

Pultr, A.: **Podprostory euklidovských prostorů.** *SNTL, Praha, 1986.*

Pultr, A., Trnková, V.: **Combinatorial, Algebraic and Topological Representations of Groups, Semigroups and Categories.** *Academia, Praha, 1980.*

Rudin, M. E.: **Lectures on Set Theoretic Topology.** *Amer. Math. Soc., Providence, 1975.*
Samelson, H.: **Notes on Lie algebras.** *Van Nostrand, New York, 1969.*
Sharpe, R. W.: **Differential geometry.** *GTM 166. Cartans Generalization of Kleins Erlangen Program, Springer, 1997.*
Wells, R. O. jr.: **Differential analysis on complex manifolds.** *GTM65. Springer New York, 1979.*

Studijní program P4M3 Matematická analýza

Oborová rada

Aktuální složení rady je na adrese `http://mff.cuni.cz/phd/or/p4m3`.

Spolupracující ústavy

- Matematický ústav AV ČR, v.v.i.
  Žitná 25, 115 67 Praha 1
  `http://www.math.cas.cz`

Domovská stránka studijního programu

`http://karlin.mff.cuni.cz/studium/phd/4m3/`.

Vypsaná témata

Jsou k nahlédnutí v SIS na adrese `http://mff.cuni.cz/phd/temata/p4m3`.

Poskytovaná výuka

Kód	Název	ZS	LS
NMMA437	**Derivace a integrál pro pokročilé 1**	2/0 Zk	—
NMMA438	**Derivace a integrál pro pokročilé 2**	—	2/0 Zk
NMMA433	**Deskriptivní teorie množin 1**	2/0 Zk	—
NMMA434	**Deskriptivní teorie množin 2**	—	2/0 Zk
NMMA440	**Diferenciální rovnice v Banachových prostorech**	—	2/0 Zk
NMMA583	**Kvalitativní vlastnosti slabých řešení parciálních diferenciálních rovnic**	2/0 Zk	—
NMMA577	**Kvazikonformní zobrazení 1**	2/0 Zk	—
NMMA578	**Kvazikonformní zobrazení 2**	—	2/0 Zk
NMMA561	**Operátorové algebry 1**	2/0 Zk	—
NMMA562	**Operátorové algebry 2**	—	2/0 Zk
NMMA403	**Reálné funkce 1**	2/0 Zk	—
NMMA404	**Reálné funkce 2**	—	2/0 Zk
NMMA461	**Regularita Navier — Stokesových rovnic**	0/2 Z	0/2 Z
NMMA584	**Regularita slabých řešení parciálních diferenciálních rovnic**	—	0/2 Z

NMAA009	**Seminář z matematické analýzy**	0/2 Z	0/2 Z
NMMA454	**Seminář z prostorů funkcí**	0/2 Z	0/2 Z
NMMA457	**Seminář ze základních vlastností prostorů funkcí**	0/2 Z	0/2 Z
NMMA575	**Topologické a geometrické vlastnosti konvexních množin 1**	2/0 Zk	—
NMMA576	**Topologické a geometrické vlastnosti konvexních množin 2**	—	2/0 Zk
NMMA435	**Topologické metody ve funkcionální analýze 1**	2/0 Zk	—
NMMA436	**Topologické metody ve funkcionální analýze 2**	—	2/0 Zk
NMMA565	**Úvod do teorie aproximací 1**	2/0 Zk	—
NMMA566	**Úvod do teorie aproximací 2**	—	2/0 Zk
NMMA533	**Úvod do teorie interpolací 1**	2/0 Zk	—
NMMA534	**Úvod do teorie interpolací 2**	—	2/0 Zk
NMMA481	**Vybrané partie z harmonické analýzy 1**	2/0 Zk	—
NMMA482	**Vybrané partie z harmonické analýzy 2**	—	2/0 Zk
NMAG533	**Principy harmonické analýzy**	3/1 Z+Zk	—
NMAG534	**Nekomutativní harmonická analýza**	—	3/1 Z+Zk
NMMO623	**Matematické metody v mechanice kontinua tuhých látek pro doktorandy 1**	2/0 Zk	—
NMMO624	**Matematické metody v mechanice kontinua tuhých látek pro doktorandy 2**	—	2/0 Zk
NMMO539	**Matematické metody v mechanice nenewtonovských tekutin**	2/0 Zk	—
NMMO535	**Matematické metody v mechanice pevných látek**	2/0 Zk	—
NMMO536	**Matematické metody v mechanice stlačitelných tekutin**	—	2/0 Zk
NMMO621	**Nelineární diferenciální rovnice a nerovnice pro doktorandy I**	2/0 Zk	—
NMMO622	**Nelineární diferenciální rovnice a nerovnice pro doktorandy II**	—	2/0 Zk
NMMO561	**Regularita řešení Navier-Stokesových rovnic**	2/0 Zk	—
NMAG437	**Seminář z diferenciální geometrie**	0/2 Z	0/2 Z
NMAG569	**Matematické metody kvantové teorie pole**	0/2 Z	0/2 Z
NMMO461	**Seminář z mechaniky kontinua**	0/2 Z	0/2 Z
NMMA452	**Seminář z parciálních diferenciálních rovnic**	0/2 Z	0/2 Z
NMMA458	**Topologický seminář**	0/2 Z	0/2 Z

Seznam požadavků ke státní doktorské zkoušce

Pro účely státní doktorské zkoušky jsou na stránkách oborové rady `http://karlin.mff.cuni.cz/studium/phd/4m3/` vedeny dva seznamy témat označené jako seznam A a seznam B.

Seznam A

1. Teorie distribucí

2. Pokročilejší partie spektrální teorie

3. Komplexní analýza

4. Úvod do abstraktní harmonické analýzy

5. Úvod do teorie aproximací

6. Klasické partie harmonické analýzy

7. Haudsorffova míra a záměna proměnných v integrálu

8. Prostory funkcí s konečnou variací a aproximace hladkými funkcemi

9. Kvalitativní teorie ODR

10. Klasická teorie potenciálu

11. Základy teorie hyperbolických zákonů zachování

12. Úvod do teorie optimálních řízení

13. Sturm-Liouvilleova teorie lineárních rovnic 2. řádu

14. Integrální rovnice a problém vlastních čísel

15. Laplaceova transformace

Seznam B

1. Úvod do teorie interpolací

2. Topologický stupeň

3. Integrální reprezentace na kompaktech

4. Teorie C-algeber*

5. Deskriptivní teorie množin

6. Prostory funkcí

7. Singulární integrály

8. Littewoodova-Payleyova teorie

9. Rieszovy a Besselovy potenciály

10. Hardyho prostory

11. Zobrazení s konečnou distorzí

12. Isoperimetrická nerovnost

13. Diferencovatelnost konvexních funkcí

14. Úvod do teorie homogenizace

15. Základy teorie stochastických parabolických rovnic

16. Existenční teorie pro Navierův-Stokesův-Fourierův systém

17. Atraktor: struktura a odhady dimenze

18. Volterrovy integrální rovnice

19. Regularita Navierových-Stokesových rovnic

Témata obou seznamů mají jednotný rozsah odpovídající přibližně 70-100 stránkám knižního textu. Školitel studenta chystajícího se na státní doktorskou zkoušku vybere jedno téma ze seznamu A a jedno téma ze seznamu B. K těmto dvěma tématům

přidá ještě třetí téma (stejného rozsahu) podle vlastního uvážení, a to buď z uvedených seznamů, nebo téma dle vlastního výběru, které se na seznamech (zatím) nevyskytuje. Třetí téma by mělo být blízké hlavnímu oboru studia či výzkumu studenta. Soubor tří témat pak předloží školitel oborové radě ke schválení ještě před podáním žádosti o stanovení termínu zkoušky. OR posoudí přiměřenost návrhu a hlasováním rozhodne, zda návrh schvaluje. Je-li návrh schválen, jsou tím otázky pro doktorskou zkoušku stanoveny. Vlastní zkouška pak sestává ze tří částí odpovídajících schváleným třem tématům. Třetí téma, pokud dosud nebylo součástí seznamů A či B, může být do budoucna na některý z těchto seznamů rozhodnutím OR zařazeno.

Seznam témat A a témat B má k datu vydání této publikace výše uvedenou podobu. Podrobnější rozpracování uvedených témat, stejně jako případná nová témata, která byla do některého ze seznamů po tomto datu přidána pomocí mechanismu, uvedeného výše, lze nalézt na adrese `http://karlin.mff.cuni.cz/studium/phd/p4m3/phdzkouska.php`.

Doporučená literatura

Adams, R.A.: **Sobolev spaces.** *Pure and Applied Mathematics, Vol. 65. Academic Press, 1975.*

Alfsen, E.M.: **Compact convex sets and boundary integrals.** *Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 57. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1971.*

Amann, H.: **Ordinary differential equations : an introduction to nonlinear analysis.** *De Gruyter, Berlin, 1990.*

Ambrosio, L., Fusco, N., Pallara, D.: **Functions of bounded variation and free discontinuity problems.** *Oxford Mathematical Monographs. The Clarendon Press, Oxford University Press, New York, 2000.*

Armitage, D.H., Gardiner, S.J.: **Classical potential theory.** *Springer, London, 2001.*

Bennett, C., Sharpley, R.: **Interpolation of Operators.** *Pure and Applied Mathematics, 129. Academic Press, Inc., Boston, MA, 1988.*

Benyamini, Y., Lindenstrauss, J.: **Geometric Nonlinear Functional Analysis, Vol. 1.** *Colloquium Publications Vol 48, Amer. Math. Soc., 2000.*

Bergh, J., Löfström, J.: **Interpolation spaces. An introduction.** *Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, No. 223. Springer-Verlag, Berlin-New York, 1976.*

Bressan, A., Piccoli, B.: **Introduction to the mathematical theory of control.** *AIMS Series on Applied Mathematics Vol 2, AIMS, 2007.*

Chavel, I.: **Isoperimetric inequalities. Differential geometric and analytic perspectives.** *Cambridge Tracts in Mathematics, 145. Cambridge University Press, Cambridge, 2001.*

Cheney, E.W.: **Introduction to approximation theory.** *McGraw-Hill Book Co., New York-Toronto, Ont.-London 1966.*

Deimling, K.: **Nonlinear functional analysis.** *Springer-Verlag, Berlin, 1985.*

DeVore, R.A., Lorentz, G.G.: **Constructive approximation.** *Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften 303, Springer-Verlag, Berlin, 1993.*

DiBenedetto, E.: **Partial differential equations.** *Birkhauser Boston Inc., 1995.*

Evans, L.C.: **Partial differential equations.** *American Mathematical Society, Providence, 2010.*

Evans, L.C., Gariepy, R.F.: **Measure theory and fine properties of functions.** *Studies in Advanced Mathematics. CRC Press, Boca Raton, FL, 1992.*

Folland, B.B.: **A course in abstract harmonic analysis.** *Studies in Advanced Mathematics. CRC Press, Boca Raton, FL, 1995.*

Grafakos, L.: **Classical Fourier Analysis.** *Graduate Texts in Mathematics, 250. Springer, New York, 2009.*

Grafakos, L.: **Modern Fourier Analysis.** *Graduate Texts in Mathematics, 249. Springer, New York, 2008.*

Hartman, Ph.: **Ordinary differential equations.** *S. M. Hartman, Baltimore, Md., 1973.*

Iwaniec, T., Martin, G.: **Geometric Function Theory and Non-linear Analysis.** *Oxford Mathematical Monographs. The Clarendon Press, Oxford University Press, New York, 2001.*

Kechris, A.S.: **Classical descriptive set theory.** *Graduate Texts in Mathematics, 156. Springer-Verlag, New York, 1995.*

Kufner, A., John, O., Fučík, S.: **Function Spaces.** *Monographs and Textbooks on Mechanics of Solids and Fluids; Noordhoff International Publishing, Leyden; Academia, Praha, 1977.*

Pick, L., Kufner, A., John, O., Fučík, S.: **Function spaces. Vol. 1.** Second revised and extended edition. *De Gruyter Series in Nonlinear Analysis and Applications, 14. Walter de Gruyter & Co., Berlin, 2013.*

Robinson, J.C.: **Infinite-dimensional dynamical systems : an introduction to dissipative parabolic PDEs and the theory of global attractors.** *Cambridge University Press, 2001.*

Rudin, W.: **Functional analysis. Second edition.** *International Series in Pure and Applied Mathematics. McGraw-Hill, Inc., New York, 1991.*

Rudin, W.: **Analýza v reálném a komplexním oboru.** *Academia, Praha, 2003.*

Srivastava, S.M.: **A course on Borel sets.** *Graduate Texts in Mathematics, 180. Springer-Verlag, New York, 1998.*

Stein, E.M.: **Singular Integrals and Differentiability Properties of Functions.** *Princeton Mathematical Series, No. 30 Princeton University Press, Princeton, N.J. 1970.*

Stein, E.M.: **Harmonic Analysis: Real-Variable Methods, Orthogonality, and Oscillatory Integrals.** *Princeton Mathematical Series 43. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1993.*

Takesaki, M.: **Theory of operator algebras. I.** *Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1979.*

Widder, D.V.: **The Laplace Transform** *Princeton Mathematical Series Vol 6, Princeton, 1941.*

Ziemer, W.P.: **Weakly differentiable functions. Sobolev spaces and functions of bounded variation.** *Graduate Texts in Mathematics, 120. Springer-Verlag, New York, 1989.*

Studijní program P4M6 Numerická a výpočtová matematika

Oborová rada

Aktuální složení rady je na adrese `http://mff.cuni.cz/phd/or/p4m6`.

Spolupracující ústavy

- Ústav informatiky AV ČR, v.v.i.
  Pod Vodárenskou věží 2, 182 07 Praha 8
  `http://www.ustavinformatiky.cz/`

- Matematický ústav AV ČR, v.v.i.
  Žitná 25, 115 67 Praha 1
  `http://www.math.cas.cz`

- Ústav termomechaniky AV ČR, v.v.i.
  Dolejškova 1402/5, 182 00 Praha 8
  `http://www.it.cas.cz/`

- Ústav teorie informace a automatizace AV ČR, v.v.i.
  Pod Vodárenskou věží 4/1143, 182 08 Praha 8
  `http://www.utia.cas.cz/cs/`

Vypsaná témata

Jsou k nahlédnutí v SIS na adrese `http://mff.cuni.cz/phd/temata/p4m6`.

Poskytovaná výuka

Kód	Název	ZS	LS
NMMO461	**Seminář z mechaniky kontinua**	0/2 Z	0/2 Z
NMMO533	**Nelineární diferenciální rovnice a nerovnice 1**	3/1 Z+Zk	—
NMMO535	**Matematické metody v mechanice pevných látek**	2/0 Zk	—
NMMO536	**Matematické metody v mechanice stlačitelných tekutin**	—	2/0 Zk
NMMO537	**Sedlobodové úlohy a jejich řešení**	—	2/2 Z+Zk
NMMO539	**Matematické metody v mechanice nenewtonovských tekutin**	2/0 Zk	—
NMNV451	**Seminář numerické matematiky**	0/2 Z	0/2 Z
NMNV461	**Techniky aposteriorního odhadování chyby**	2/0 Zk	—
NMNV462	**Numerické modelování problémů elektrotechniky**	—	2/0 Zk
NMNV463	**Modelování materiálů — teorie, redukce modelů a efektivní numerické metody**	0/2 Z	0/2 Z

NMNV464	**Aposteriorní numerická analýza metodou vyvážených toků**	—	2/0 Zk
NMNV468	**Numerical Linear Algebra for data science and informatics**	—	2/2 Z+Zk
NMNV561	**Bifurkační analýza dynamických systémů 1**	2/0 Zk	—
NMNV562	**Bifurkační analýza dynamických systémů 2**	—	2/0 Zk
NMNV565	**High-Performance Computing for Computational Science**	2/2 Z+Zk	—
NMNV623	**Aktuální problémy numerické matematiky**	0/3 Z	0/3 Z
NMST442	**Maticové výpočty ve statistice**	—	2/2 Z+Zk

Seznam požadavků ke státní doktorské zkoušce

1. Matematická a funkcionální analýza

Obyčejné a parciální diferenciální rovnice, klasické a slabé řešení. Integrální rovnice. Fourierova transformace. Spektrální teorie lineárních operátorů. Speciální typy operátorů, vlastnosti. Distribuce, Sobolevovy prostory. Monotónní, potenciální operátory. Nelineární diferenciální rovnice.

2. Numerické metody

Metody řešení soustav lineárních algebraických rovnic. Metody pro výpočet vlastních čísel a vektorů matic. Metody řešení soustav nelineárních algebraických rovnic. Aproximace, interpolace a extrapolace. Minimalizační a optimalizační metody. Numerické metody pro obyčejné diferenciální rovnice. Numerická integrace. Metoda konečných diferencí pro řešení diferenciálních rovnic. Metoda konečných prvků a konečných objemů. Numerické řešení nelineárních parciálních diferenciálních rovnic. Multigridní metody.

3. Volitelné okruhy se zaměřením na téma doktorské práce

Doporučená literatura

Axelsson, O., Barker, V. A.: **Finite Element Solution of Boundary Value Problems, Theory and Computation.** *Academic Press, New York, 1984.*

Ciarlet, P. G.: **The Finite Element Method for Elliptic Problems.** *North–Holland, Amsterdam, 1978.*

Ciarlet, P. G.: **Linear and Nonlinear Functional Analysis with Applications.** *SIAM, 2013.*

Demmel, J. W.: **Applied Numerical Linear Algebra.** *PA, SIAM, Philadelphia, 1997.*

Dolejší, V., Feistauer, M.: **Discontinuous Galerkin Method - Analysis and Applications to Compressible Flow.** *Springer, 2015.*

Feistauer, M., Felcman, J., Straškraba, I.: **Mathematical and Computational Methods for Compressible Flow.** *Clarendon Press, Oxford, 2003.*

Feistauer, M.: **Mathematical Methods in Fluid Dynamics.** *Longmann Scientific & Technical, Harlow, 1993.*

Fučík, S., Kufner, A.: **Nelineární diferenciální rovnice.** *SNTL, Praha, 1978.*

Golub, G. H., Loan van, C. F.: **Matrix Computations.** *4rd ed., Johns Hopkins University Press, Baltimore, 2013.*

Greenbaum, A., Chartier, T. P.: **Numerical Methods: Design, Analysis, and Computer Implementation of Algorithms.** *Princeton University Press, 2012.*
Johnson, C.: **Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method.** *Cambridge University Press, Cambridge, 1988.*
Křížek, M., Neittaanmaki, P.: **Mathematical and Numerical Modelling in Electrical Engineering, Theory and Applications.** *Kluwer, Dordrecht, 1996.*
Liesen, J., Strakoš, Z.: **Krylov Subspace Methods, Principles and Analysis.** *Oxford University Press, 2013.*
Málek, J., Strakoš, Z.: **Preconditioning and the Conjugate Gradient Method in the Context of Solving PDEs.** *SIAM Spotlight Series, SIAM, Philadelphia, 2015.*
Meurant, G.: **Computer Solution of Large Linear Systems.** *North-Holland, 1999.*
Nečas, J.: **Introduction to the Theory of Nonlinear Elliptic Equations.** *Teubner, Band 52, 1983.*
Ortega, J. M., Rheinboldt, W. C.: **Iterative Solution of Nonlinear Equations in Several Variables.** *Academic Press, New York, London, 1970.*
Rudin, W.: **Analýza v reálném a komplexním oboru.** *Academia, Praha, 2003.*
Saad, Y.: **Iterative Methods for Sparse Linear Systems.** *PWS Publishing Company, 1996.*
Trefethen, L. N., Bau, D.: **Numerical Linear Algebra.** *SIAM, Philadelphia, 1997.*
Ueberhuber, C. W.: **Numerical Computation 2.** *Springer, Berlin, 1995.*
Yosida, K.: **Functional Analysis.** *Springer Verlag, Berlin, 1980.*

Studijní program P4M8 Obecné otázky matematiky a informatiky

Oborová rada

Aktuální složení rady je na adrese `http://mff.cuni.cz/phd/or/p4m8`.

Spolupracující ústavy

- Matematický ústav AV ČR, v.v.i.
  Žitná 25, 115 67 Praha 1
  `http://www.math.cas.cz`

Domovská stránka studijního programu

`https://www.mff.cuni.cz/cs/math/kdm/pro-studenty/p4m8-obecne-otazky-matematiky-a-informatiky`.

Vypsaná témata

Jsou k nahlédnutí v SIS na adrese `http://mff.cuni.cz/phd/temata/p4m8`.

Poskytovaná výuka

Kód	Název	ZS	LS
NMUM603	**Matematika ve starověku I**	2/0 Zk	—
NMUM604	**Matematika ve starověku II**	—	2/0 Zk
NMUM602	**Didaktika matematiky pro doktorandy**	—	2/2 Z+Zk
NUMV084	**ICT ve výuce matematiky I**	0/2 Z	—
NUMV085	**ICT ve výuce matematiky II**	—	0/2 Z
NMIN203	**Mathematica pro začátečníky**	0/2 Z	—
NMIN264	**Mathematica pro pokročilé**	—	0/2 Z
NMUM461	**Aplikace matematiky pro učitele**	—	0/2 Kv
NUMV058	**Řecké matematické texty I**	0/2 Z	—
NUMV059	**Řecké matematické texty II**	—	0/2 Z
NUMV101	**Vybrané kapitoly z teorie pravděpodobnosti**	—	2/0 Zk
NAIL102	**Filosofické problémy Informatiky**	0/1 Z	0/1 Z
NPOZ007	**Filozofické problémy fyziky**	0/1 Z	—
NPGR020	**Geometrie pro počítačovou grafiku**	—	2/0 Zk
NPGR021	**Geometrické modelování**	2/2 Z+Zk	—
NMUM365	**Seminář z kombinatoriky a teorie grafů**	—	0/2 Z

Charakteristika programu

Studijní program Obecné otázky matematiky a informatiky má tři zaměření:

1. Elementární matematika
2. Dějiny matematiky a informatiky
3. Výuka matematiky a informatiky na středních a vysokých školách

Zaměření *Elementární matematika* nabízí řadu možností pro zvyšování celkové matematické kultury středoškolských učitelů, kteří tak budou lépe kvalifikováni pro své učitelské působení všeobecně a zvláště pro práci s talentovanými žáky. Elementární matematikou rozumíme klasické partie matematiky, které nějakým způsobem navazují jak na středoškolskou látku, tak na náplň studia učitelství matematiky a tyto oblasti vhodně rozšiřují. Jedním z cílů práce v elementární matematice by mělo být udržení určité historické kontinuity matematiky a posílení respektu k tradičním matematickým hodnotám. Disertační práce z elementární matematiky by měly být zpravidla metodicko-didaktickou koncovkou celého doktorského studia.

V zaměření *Dějiny matematiky a informatiky* by měla být pozornost věnována hlavně problematice 19. a 20. století, české matematice a informatice; neměly by být opomíjeny ani biografické a bibliografické aspekty. Historie matematiky úzce souvisí s otázkami výuky matematiky, neboť vývoj je podmiňován i předáváním poznatků prostřednictvím učitelů a učebnic. V zahraničí je často didaktika s historií matematiky spojována do jednoho oboru; podobně tomu bylo dříve i u nás.

Studium v zaměření *Výuka matematiky a informatiky* by mělo být zahajováno až po několikaleté učitelské praxi uchazeče a to zejména kombinovanou formou (současné prověřování poznatků v učitelské praxi). Jednou částí disertační práce by mohlo být např. sepsání učebního textu, sbírky úloh apod., včetně metodického komentáře, roz-

boru obtížných partií; to vše by mělo být podloženo vyhodnocením vlastního působení na škole.

Program je určen zejména pro absolventy učitelského studia kombinací s matematikou nebo informatikou s aprobací pro 3. stupeň (resp. absolventy vysokých škol, kteří mají doplněnou učitelskou kvalifikaci) a pro pedagogy vysokých škol vyučujících matematiku, informatiku a didaktiky těchto předmětů.

Pro přijetí studentů do tohoto programu je požadována bezpečná znalost hlubších základů celé středoškolské matematiky a základních univerzitních matematických kursů.

Seznam požadavků ke státní doktorské zkoušce

Koncepce doktorské zkoušky vychází z toho, že cílem studia v daném programu je vychovat matematika/informatika s širokým všeobecným rozhledem, který sice není připravován cíleně k vědecké práci v některém úzkém oboru, je však erudován natolik, že ve svém středoškolském, respektive vysokoškolském působišti prokáže schopnost tvorby kvalitních učebních textů, je seznámen s výsledky moderních metod vyučování, důkladně se orientuje v odborné literatuře související s jeho specializací a své odborné výsledky pravidelně publikuje.

Doktorandi konají doktorskou zkoušku z matematiky/informatiky, dějin matematiky a informatiky a z vyučování matematiky/informatiky. Stanovení jednotných požadavků pro všechny doktorandy není možné vzhledem k tomu, že konkrétní zaměření jednotlivých studentů jsou rozdílná a pokrývají prakticky všechny disciplíny matematiky a informatiky. Proto lze stanovit požadavky k doktorské zkoušce jen rámcově; jejich upřesnění provede školitel a examinátoři.

I. Požadavky

I.1. Matematika/informatika

Předpokládá se výrazný nadhled nad znalostmi požadovanými u státní zkoušky na učitelském studiu na MFF UK. Student musí prokázat, že rozumí souvislostem středoškolské a vysokoškolské látky, orientuje se v základní učebnicové literatuře a je schopen si připravit a vést výuku v základních kursech matematiky/informatiky.

Další požadavky stanoví školitel a examinátoři (minimálně několik kapitol odborného textu, jehož obsah není součástí standardního vysokoškolského kursu). Celá tato partie by měla jít výrazně nad rámec znalostí specifikovaných v předchozím odstavci.

I.2. Dějiny matematiky/informatiky

Předpokládá se, že student rozumí podstatě historických témat a umí se orientovat ve vývoji jednotlivých disciplín. Hlubší znalosti v oblasti historie se předpokládají v těch partiích, které bezprostředně souvisejí se zaměřením doktoranda.

Školitel a examinátoři určí alespoň 200 stran odborné literatury.

I.3. Vyučování matematiky/informatiky

Předpokládá se dobrá orientace v metodice, didaktice a v metodách řešení matematických/informatických úloh.

Školitel a examinátoři určí alespoň 100 stran odborné literatury.

I.4. Rozšíření obzorů, kultivace

Předpokládá se, že doktorand projevuje zájem o svůj obor, zná a sleduje (alespoň naše) odborné časopisy a literaturu týkající se matematiky/informatiky a jejich vyučování, ovládá způsob citování prací, vyhledávání bibliografických informací, orientuje se v relevantních databázích vědeckých prací, digitálních knihovnách atd.

Doktorská zkouška završuje studijní část přípravy doktoranda, je nadstavbou nad zkouškami a zápočty povinného a rozšiřujícího programu studia. Literatura k doktorské zkoušce je tedy dána jednak požadavky ke zkouškám povinného programu, jednak rozšiřujícími požadavky školitele.

Doporučená literatura

Vybrané svazky z ediční řady **Dějiny matematiky.** Přehled dosud vyšlých svazků na adrese `https://www.fd.cvut.cz/personal/becvamar/Edice/Edice.htm`.

Alten, H.-W., Naini, A. D., Folkerts, M., Schlosser, H., Schlote, K.-H., Wußing, H.: **4000 Jahre Algebra.** *Springer–Verlag, Berlin–Heidelberg, 2008.*

Anglin, W. S., Lambek, J.: **The Heritage of Thales.** *Springer, New York, 1995.*

Anglin, W. S.: **Mathematics - A Concise History and Philosophy.** *Springer, New York, 1994.*

Boyer, C. B., Merzbach, U. C: **A History of Mathematics.** *3rd ed., John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey, 2011.*

Cooke, R.: **The History of Mathematics, A Brief Course.** *2nd ed., John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey, 2005.*

Dieudonné, J. (ed.): **Abrégé d'histoire des mathématiques 1700-1900.** *Paris 1978; německy* **Geschichte der Mathematik 1700-1900.** *Vieweg, Braunschweig, 1985.*

Edwards, C. H.: **The Historical Development of the Calculus.** *Springer–Verlag, New York, 1979.*

Eves, H. W: **An Introduction to the History of Mathematics.** *6th ed., Saunders College Publishing, Philadelphia, 1990.*

Gericke, H.: **Mathematik in Antike, Orient und Abendland.** *Fourier Verlag, Wiesbaden, 2003.*

Hecht, T., Sklenáriková, Z.: **Metódy riešenia matematických úloh.** *SPN, Bratislava, 1992.*

Hejný, M.: **Teória vyučovania matematiky 2.** *SPN, Bratislava, 1990.*

Herman, J., Kučera, R., Šimša, J.: **Metody řešení matematických úloh I, II.** *Masarykova univerzita, Brno, 2001 a 2004.*

Chabert, J.-L.: **A History of Algorithms - From the Pebble to the Microchip.** *Springer–Verlag, Berlin–Heidelberg, 1999.*

Juškevič, A. P.: **Dějiny matematiky ve středověku.** *Academia, Praha, 1977.*

Katz, V. J.: **A History of Mathematics. An Introduction.** *3rd ed., Pearson, 2008.*

Kline, M.: **Mathematical Thought from Ancient to Modern Times.** *Oxford University Press, New York, 1990.*

Komenský, J. A.: **Analytická didaktika.** *SN, Praha, 1947.*

Larson, L. C.: **Metódy riešenia matematických problémov.** *Alfa, Bratislava, 1990.*

Metropolis, N., Howlett, J., Rota, G.-C.: **A History of Computing in the Twentieth Century.** *Academic Press, New York, 1980.*

Naumann, F.: **Dějiny informatiky. Od abaku k internetu.** *Academia, Praha, 2009.*

Nový, L. a kol.: **Dějiny exaktních věd v českých zemích.** *ČSAV, Praha, 1961.*

Priestley, W. M.: **Calculus: An Historical Approach.** *Springer–Verlag, New York, 1979.*
Scriba, C. J., Schreiber, P.: **5000 Jahre Geometrie.** *Springer–Verlag, Berlin–Heidelberg, 2005; anglicky* **5000 Years of Geometry.** *Birkhäuser, Basel, 2015.*
Scholz, E. (Hrsg.): **Geschichte der Algebra, Eine Einführung.** *Wissenschaftsverlag, Mannheim–Wien–Zürich, 1990.*
Sonar, T.: **3000 Jahre Analysis.** *Springer–Verlag, Berlin–Heidelberg, 2011.*
Stillwell, J.: **Mathematics and Its History.** *3rd ed., Springer-Verlag, New York–Dordrecht–Heidelberg–London, 2010.*
Veselý, F.: **100 let Jednoty československých matematiků a fyziků.** *SPN, Praha, 1962.*
van der Waerden, B. L.: **A History of Algebra, From al-Khwárizmí to Emmy Noether.** *Springer–Verlag, Berlin, 1985.*
Williams, M. R.: **A History of Computing Technology.** *2nd ed., IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, California, 1997.*
Wußing, H.: **6000 Jahre Mathematik I, II.** *Springer–Verlag, Berlin–Heidelberg, 2008, 2009.*

Studijní program P4M9 Pravděpodobnost a statistika, ekonometrie a finanční matematika

Oborová rada

Aktuální složení komise je na adrese `http://mff.cuni.cz/phd/or/p4m9`.

Spolupracující ústavy

- Ústav teorie informace a automatizace AV ČR, v.v.i.
  Pod Vodárenskou věží 4/1143, 182 08 Praha 8
  `http://www.utia.cas.cz/cs/`

Vypsaná témata

Jsou k nahlédnutí v SIS na adrese `http://mff.cuni.cz/phd/temata/p4m9`.

Poskytovaná výuka

Kód	Název	ZS	LS
NMSA600	**Beseda KPMS**	0/1 Z	0/1 Z
NMSA601	**Oborový seminář z pravděpodobnosti a matematické statistiky**	0/2 Z	0/2 Z
NMEK613	**Stochastické modelování v ekonomii a financích**	0/2 Z	0/2 Z
NMTP613	**Seminář z pravděpodobnosti pro doktorandy I**	0/2 Z	—

NMTP614	**Seminář z pravděpodobnosti pro doktorandy II**	—	0/2 Z
NMST611	**Pokročilý statistický seminář**	0/1 Z	0/1 Z
NMTP611	**Seminář o stochastických evolučních rovnicích**	0/2 Z	0/2 Z
NMAG467	**Seminář ze stochastické geometrie**	0/1 Z	0/1 Z
NMEK615	**Stochastické programování a aproximace**	0/2 Z	0/2 Z
NMSA602	**Pokročilé partie oboru**	2/0 Zk	—
NMSA603	**Pokročilé partie oboru**	—	2/0 Zk
NMST603	**Moderní metody matematické statistiky**	2/0 Zk	—
NMEK603	**Optimalizace a variační analýza**	2/0 Zk	2/0 Zk
NMFM601	**Vybrané partie z pojišťovnictví a finanční matematiky**	2/0 Zk	—
NMTP602	**Vybrané partie z prostorového modelování**	—	2/0 Zk
NMFM612	**Pokročilé partie teorie rizika**	—	2/0 Zk
NMST605	**Časové řady pro pokročilé**	2/0 Zk	—
NMST535	**Simulační metody**	—	2/2 Z+Zk
NMFM614	**Pokročilé partie finanční matematiky**	—	2/0 Zk
NMTP604	**Pokročilé partie stochastických diferenciálních rovnic**	—	2/0 Zk
NMTP432	**Stochastická analýza**	—	4/2 Z+Zk
NMEK605	**Kapitoly z moderní optimalizace a ekvilibrií**	2/0 Zk	—
NMEK606	**Kapitoly z moderní optimalizace a ekvilibrií**	—	2/0 Zk
NMFM611	**Pokročilé partie matematiky neživotního pojištění**	2/0 Zk	—
NMFM602	**Matematické metody v řízení solventnosti a účetním výkaznictví pojišťoven**	—	2/0 Zk
NMST604	**Robustní statistika a ekonometrie — regresní analýza trochu jinak**	—	2/0 Zk
NMTP612	**Systémy částic**	—	2/0 Zk
NMEK617	**Teorie prospektů**	—	2/0 Zk

Seznam požadavků ke státní doktorské zkoušce

Zkouška se skládá ze tří částí, první tématický okruh je zvolen z I. nebo II. Druhý tématický okruh je zvolen z I., II., III. nebo IV., ale tato volba nesmí být totožná s volbou v prvním tématickém okruhu. Třetí tématický okruh je v přímé návaznosti na zadané téma doktorské disertace.

I. Pravděpodobnost a náhodné procesy.

Teorie extrémních hodnot, teorie velkých odchylek, teorie spolehlivosti. Principy invariance, ergodická teorie. Markovské procesy, martingaly, stacionární procesy. Prostorové modelování, stochastická geometrie, komplexní systémy. Stochastická analýza, stochastické diferenciální rovnice.

II. Matematická statistika.

Teorie odhadu a testování hypotéz, ztrátové a rizikové funkce, mnohorozměrná analýza, regrese, výběrová šetření, robustní a neparametrické metody, bayesovská a sekvenční analýza, prostorová statistika, výpočetní aspekty statistických metod, simulační metody, analýza přežití.

III. Ekonometrie a operační výzkum.

Ekonometrické modely, časové řady. Optimalizace v prostorech konečné dimenze. Konvexní a variační analýza. Celočíselné, nelineární, parametrické, dynamické a stochastické programování. Stabilita, analýza výsledků. Teorie her a oligopolu. Operační výzkum. Teorie užitku, mikroekonomické a makroekonomické modely.

IV. Finanční a pojistná matematika.

Stochastické finanční modely, aplikace na kursy, akcie, kontrakty. Řízení rizik, portfolio, zajišťovací nástroje, výnosové křivky. Tabulky úmrtnosti, vyrovnávání tabulek. Teorie kredibility, Bayesovské metody, tvorba pojišťovacích tarifů, odhady strukturálních parametrů. Modelování rizika, teorie ruinování, ekonomický kapitál, účetní výkaznictví pojišťoven.

Doporučená literatura

I. Pravděpodobnost a náhodné procesy

Applebaum, D.: **Lévy Processes and Stochastic Calculus, 2nd Edition.** *Cambridge University Press, Cambridge, 2009.*

Billingsley, P.: **Convergence of Probability Measures.** *Wiley, New York, 1999.*

Den Hollander, F.: **Large deviations.** *Fields Institute Monographs 14. Providence, RI: AMS, 2000.*

Friedli, S., Velenik, Y.: **Statistical mechanics of lattice systems. A concrete mathematical introduction.** *Cambridge University Press, Cambridge, 2018.*

van der Hofstad, R.: **Random graphs and complex networks. Vol. 1.** *Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics 43. Cambridge University Press, Cambridge, 2017.*

Liggett, T.M.: **Stochastic interacting systems: contact, voter and exclusion processes.** *Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften 324. Springer, Berlin, 1999.*

Møller J., Waagepetersen R.: **Statistical Inference and Simulation for Spatial Point Processes.** *Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 2004.*

Nualart D.: **The Malliavin Calculus and Related Topics.** *Springer-Verlag, 2006.*

Oksendal B.: **Stochastic Differential Equations.** *Springer, Heidelberg, 2003.*

Rachev, S., Klebanov, L.B., Stoyanov S.V., Fabozzi, F.J.: **The Methods of Distances in the Theory of Probability and Statistics.** *Springer, New York, 2013.*

Schneider R., Weil, W.: **Stochastic and Integral Geometry.** *Springer, Berlin, 2008.*

II. Matematická statistika

Bickel, P., Doksum, K.: **Mathematical Statistics: Basic Ideas and Selected Topics.** *Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 2015.*

Bühlmann, H., Gisler, A.: **A Course in Credibility Theory and its Applications.** *Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg, 2005.*
Embrechts, P., Klüppelberg, C., Mikosch, T.: **Modelling Extremal Events. For Insurance and Finance.** *Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg, 1997.*
Hájek, J., Šidák, Z., Sen, P.K.: **Theory of Rank Tests.** *Academic Press, Orlando, 1999.*
Jurečková, J., Sen, P.K., Picek, J.: **Methodology in Robust and Nonparametric Statistics.** *Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 2013.*
Lehmann, E.L.: **Testing Statistical Hypothesis.** *Chapman & Hall, New York, 1993.*
Lehmann, E.L.: **Theory of Point Estimation.** *Wadsworth & Brook/Cole, Pacific Grove, 1991.*
Sen, P.K., Singer, J.M., Pedroso de Lima: **From Finite Sample to Asymptotic Methods in Statistics.** *Cambridge University Press, Cambridge, 2009.*
Serfling, R.J.: **Approximation Theorems of Mathematical Statistics.** *Wiley, New York, 2002.*
Shorack, G.R.: **Probability for Statisticians.** *Springer–Verlag, New York, 2000.*
Vaart, A.: **Weak Convergence and Empirical Processes: With Applications to Statistics.** *Springer, Heidelberg, 1996.*

III. Ekonometrie a operační výzkum

Bazaraa, M.S., Sherali, H.D., Shetty, C.M.: **Nonlinear Programming: Theory and Algorithms.** *Wiley, New York, 2006.*
Bertsekas, D.P.: **Dynamic Programming and Optimal Control, 3rd Edition.** *Athena Scientific, Massachusetts, 2005.*
Dupačová, J.: **Portfolio Optimization and Risk Management.** *Osaka University Press, Osaka, 2009.*
Davidson, J.: **Stochastic Limit Theory.** *Advanced Texts in Econometrics. Oxford University Press, Oxford, 1994.*
Fan, J., Yao, Q.: **Nonlinear Time Series.** *Springer, New York, 2003.*
Hamilton, J.D.: **Time Series Analysis.** *Princeton University Press, Princeton, 1994.*
Mendelson, E.: **Introducing Game Theory and Its Applications.** *Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 2004.*
McNeil, A.J., Frey, R., Embrechts, P.: **Quantitative Risk Management.** *Princeton University Press, Princeton, 2005.*
Rockafellar, R.T., Wets, R.J.: **Variational Analysis.** *Springer-Verlag, Berlin, 1998.*
Shapiro, A., Dentcheva, D., Ruszczyński, A.: **Lectures on Stochastic Programming, Modeling and Theory.** *MPS-SIAM Series on Optimization, 2009.*
Wolsey, L.A., Nemhauser, G.L.: **Integer and Combinatorial Optimization.** *Wiley, New York, 1999.*

IV. Finanční a pojistná matematika

Booth, P. et al.: **Modern Actuarial Theory and Practice.** *Chapman & Hall/CRC, London, 2005.*
Cipra, T.: **Finanční ekonometrie.** *Ekopress, Praha, 2013.*

Cipra, T.: **Financial and Insurance Formulas.** *Springer, Berlin, 2010.*
Cipra, T.: **Time Series in Finance and Economics.** *Springer, Cham, 2020.*
Denuit, M. et al.: **Actuarial Theory for Dependent Risks.** *Wiley, Chichester, 2005.*
Föllmer, H., Schied, A: **Stochastic Finance. An Introduction in Discrete Time.** *de Gruyter, Berlin, 2002.*
Shreve, S.: **Stochastic Calculus for Finance I: The Binomial Asset Pricing Model.** *Springer Science & Business Media, 2005.*
Shreve, S.: **Stochastic Calculus for Finance II: Continuous-Time Models.** *Springer Science & Business Media, 2004.*
Witzany, J.: **Credit Risk Management: Pricing, Measurement, and Modeling.** *Springer, Cham, 2017.*
Witzany, J.: **Derivatives.** *Springer International Publishing, 2020.*
Wüthrich, M.V., Merz, M.: **Financial Modeling, Actuarial Valuation and Solvency in Insurance.** *Springer, Heidelberg, 2013.*