

**POLITECNICO DI MILANO**

Facoltà di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea Specialistica  
in Ingegneria Meccanica



**Analisi numerica e sperimentale del  
processo di efflusso attraverso un  
ugello innovativo per applicazioni  
pure water jet**

Relatori: Prof. Massimiliano ANNONI  
Prof. Fabio INZOLI

Co-relatore: Ing. Francesco ARLEO

Tesi di Laurea di:  
Cristian MALMASSARI  
Matr. 750461

Anno Accademico 2010 - 2011





*Alla mia famiglia*



---

# Indice

---

<b>Indice</b>	<b>i</b>
<b>Ringraziamenti</b>	<b>v</b>
<b>1 Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2 Il taglio water jet</b>	<b>3</b>
2.1 I componenti del sistema . . . . .	3
2.2 I vantaggi . . . . .	7
2.3 Le applicazioni . . . . .	8
<b>3 Dinamica dei fluidi</b>	<b>9</b>
3.1 I fluidi come sistemi continui . . . . .	9
3.1.1 Gli sforzi nei sistemi continui . . . . .	10
3.1.2 Proprietà dei fluidi . . . . .	12
3.2 I fluidi in movimento . . . . .	15
3.2.1 Equazione di continuità . . . . .	16
3.2.2 Bilancio della quantità di moto . . . . .	17
3.3 Il problema fluidodinamico . . . . .	19
3.3.1 Relazioni costitutive di $\Phi$ . . . . .	19
3.3.2 Equazioni di Stokes . . . . .	21
3.3.3 Equazioni di Navier-Stokes . . . . .	22
3.4 Il regime turbolento . . . . .	23
3.4.1 La cascata energetica . . . . .	24
3.4.2 La teoria di Kolmogorov . . . . .	25
3.4.3 Metodi RANS . . . . .	27
<b>4 Stabilità del getto</b>	<b>31</b>
4.1 Meccanismi di formazione e hydraulic flip . . . . .	31
4.2 Il campo di moto . . . . .	35
4.3 Fenomeni di instabilità . . . . .	36

<b>5</b>	<b>Modifica della geometria dell'ugello</b>	<b>41</b>
5.1	Morfologia della testa di taglio . . . . .	41
5.2	Soluzioni di foratura . . . . .	43
5.3	Lavorazione dei fori tramite EDM . . . . .	45
5.3.1	Introduzione alla tecnologia . . . . .	45
5.3.2	Parametri di lavorazione . . . . .	47
5.3.3	Risultati . . . . .	50
<b>6</b>	<b>Simulazione fluidodinamica</b>	<b>53</b>
6.1	Discretizzazione geometrica del dominio . . . . .	54
6.2	Modellazione del flusso bifase . . . . .	64
6.2.1	Teoria del metodo VOF . . . . .	65
6.2.2	Parametri di simulazione . . . . .	67
6.3	Modellazione dei fenomeni di turbolenza . . . . .	70
6.4	Condizioni al contorno . . . . .	72
6.4.1	Volume di ingresso dell'acqua . . . . .	72
6.4.2	Sezione di ingresso dell'aria . . . . .	73
6.4.3	Volume di uscita . . . . .	74
6.5	Definizione dei metodi risolutivi . . . . .	76
6.5.1	Accoppiamento pressione-velocità . . . . .	76
6.5.2	Discretizzazione spaziale e temporale . . . . .	76
6.5.3	Criteri di convergenza e controlli . . . . .	80
<b>7</b>	<b>Analisi dei risultati</b>	<b>83</b>
7.1	Flusso nel capillare cilindrico . . . . .	83
7.2	Ingresso di aria a pressione atmosferica . . . . .	92
7.3	Iniezione di aria in pressione . . . . .	96
7.4	Chiusura del foro di ingresso dell'aria . . . . .	101
<b>8</b>	<b>Esperimenti di validazione</b>	<b>103</b>
8.1	Velocità di efflusso . . . . .	103
8.2	Coefficiente di contrazione . . . . .	110
8.3	Pressione interna all'ugello . . . . .	113
8.4	Analisi visive del getto . . . . .	116
8.4.1	Fase di accensione . . . . .	116
8.4.2	Funzionamento continuo . . . . .	117
<b>9</b>	<b>Conclusioni e sviluppi futuri</b>	<b>121</b>
<b>A</b>	<b>Ugelli Comadur</b>	<b>125</b>
<b>B</b>	<b>Elementi di algebra vettoriale</b>	<b>129</b>

<i>INDICE</i>	iii
<b>Simboli e abbreviazioni</b>	<b>131</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>135</b>



---

# Ringraziamenti

---

Il presente lavoro di ricerca nasce da una collaborazione tra il Dipartimento di Meccanica e il Dipartimento di Energia del Politecnico di Milano. L'autore ringrazia il professor Massimiliano Annoni e il professor Fabio Inzoli per la disponibilità e l'attenzione prestate durante l'intero svolgimento del progetto: la loro posizione nei confronti dei problemi e la loro considerazione del lavoro svolto sono state un vero esempio di atteggiamento scientifico.

Si ringraziano inoltre i tecnici di Agie Charmilles S.p.a., in particolare l'ingegner Antonio Faccio e l'ingegner Walter Meroni, la cui collaborazione è stata essenziale per l'inizio della fase sperimentale del progetto. L'autore ringrazia anche i tecnici di laboratorio del dipartimento di Meccanica, l'ingegnere Eligio Grossi e l'ingegner Francesco Cacciatore, per il supporto continuo e prezioso durante la realizzazione degli esperimenti.

Un ringraziamento speciale, infine, è dedicato all'ingegner Francesco Arleo, che ha seguito giornalmente l'evoluzione del lavoro con grande attenzione e interesse. Tutti i risultati sono stati ottenuti grazie alla sua collaborazione, guidata da un sincero e autentico rapporto di amicizia.





## Capitolo 1

---

# Introduzione

---

I recenti e continui sviluppi delle tecnologie di produzione manifatturiera rispondono all'esigenza di ottenere prodotti finiti caratterizzati da un livello di accuratezza e precisione dimensionale sempre più elevato.

La tecnologia di taglio water jet è apprezzata in numerosi settori industriali per la semplicità del principio di funzionamento e per l'estrema flessibilità; grazie allo sviluppo dei sistemi di movimentazione e posizionamento, inoltre, essa consente di raggiungere notevoli qualità superficiali e tolleranze dimensionali molto ristrette, che tuttavia non risultano competitive con quelle ottenibili, ad esempio, mediante laser di potenza o elettroerosione.

La causa della minore accuratezza del processo deve essere ricercata nelle caratteristiche dell'utensile da taglio, profondamente diverse da quelle che identificano le tecnologie concorrenti.

Il getto d'acqua, infatti, oltre ad essere caratterizzato da una struttura irregolare e da un diametro non definibile in modo deterministico, è continuamente soggetto a fenomeni di instabilità legati alla fluidodinamica del processo di efflusso, che si riflettono sulle caratteristiche qualitative dei componenti in lavorazione.

Per questi motivi la ricerca di una soluzione per intervenire sulla struttura del getto e sulle caratteristiche del campo di moto che lo circonda è di fondamentale importanza.

Il presente lavoro di ricerca affronta la tematica descritta in ambito pure water jet, proponendo una modifica geometrica di un ugello standard che consente di immettere aria immediatamente a valle della zona di formazione del getto.

A causa delle ridotte dimensioni del componente e delle elevate velocità di efflusso, l'analisi fluidodinamica del sistema è stata effettuata tramite simulazione numerica, sfruttando il *Volume of Fluid Model* di Fluent<sup>®</sup> su dominio geometrico tridimensionale.

Per la prima fase di analisi la pressione dell'aria in ingresso è stata fissata al livel-

lo atmosferico, mentre in seguito il gradiente di pressione è stato aumentato per simulare l'effetto dell'iniezione forzata di aria dall'esterno.

I risultati delle analisi CFD sono stati verificati attraverso numerosi esperimenti di validazione, grazie ai quali, oltre a confermare importanti ipotesi relative alla fase di formazione del getto, è stato possibile caratterizzare l'ugello dal punto di vista fluidodinamico.

L'analisi visiva del getto in uscita, infine, ha dimostrato l'efficacia della modifica dell'ugello dal punto di vista applicativo, con risultati importanti per quanto riguarda la stabilità del processo di efflusso e il controllo della struttura del getto.

Le sperimentazioni e le analisi descritte contengono spunti interessanti per ulteriori sviluppi dell'attività di ricerca, finalizzati ad una sempre maggiore ed approfondita conoscenza della tecnologia e, di conseguenza, alla possibilità di controllarne al meglio i parametri di processo.

## Capitolo 2

---

# Il taglio water jet

---

Nell'ambito delle lavorazioni meccaniche, la tecnologia *water jet* utilizza un getto d'acqua ad alta velocità come utensile da taglio. Essa si basa sulla conversione dell'energia di pressione del fluido in energia cinetica, con la quale è possibile innescare un processo di erosione così rapido da risultare industrialmente efficiente su una grande varietà di materiali.

Nel taglio di materiali con elevate caratteristiche meccaniche, come i metallici o i ceramici, il getto a sola acqua (*Pure Water Jet*, PWJ o semplicemente WJ) non è in grado di garantire risultati accettabili; in questi casi è necessaria un'azione erosiva più intensa, che viene ottenuta con l'adduzione di particelle in materiale ceramico (*Abrasive Water Jet*, AWJ).

Dal 1997 al 2004 la tecnologia water jet ha fatto registrare il più elevato tasso di crescita nel settore dell'industria delle macchine utensili [33].

Le motivazioni di questo successo possono essere ricercate nel recente sviluppo dei sistemi di movimentazione e controllo: la possibilità di ottenere geometrie sempre più complesse e tolleranze dimensionali sempre più ristrette si è aggiunta infatti alla naturale flessibilità di questa tecnologia in termini di tipologie di materiali lavorabili.

In questo capitolo saranno analizzati i componenti, i vantaggi e le applicazioni tipiche di questa tecnologia, con particolare attenzione al caso PWJ, a cui faranno riferimento esclusivo le analisi di questa trattazione.

### 2.1 I componenti del sistema

Negli anni '50 del secolo scorso l'ingegnere americano Norman Franz dimostrò sperimentalmente che i getti d'acqua focalizzati ad alta velocità possiedono una notevole potenza di taglio.

Questa scoperta non venne sfruttata in ambito industriale fino all'inizio degli anni '70, periodo in cui le ricerche e le successive applicazioni dei getti ad alta pressione (UHP) consentirono al water jet di divenire una vera e propria tecnologia di lavorazione meccanica. Dopo l'introduzione del controllo numerico e della prima testa di taglio completa di sistema di adduzione dell'abrasivo, all'inizio degli anni '80, i sistemi industriali per il taglio water jet assunsero la morfologia evidenziata in figura 2.1.

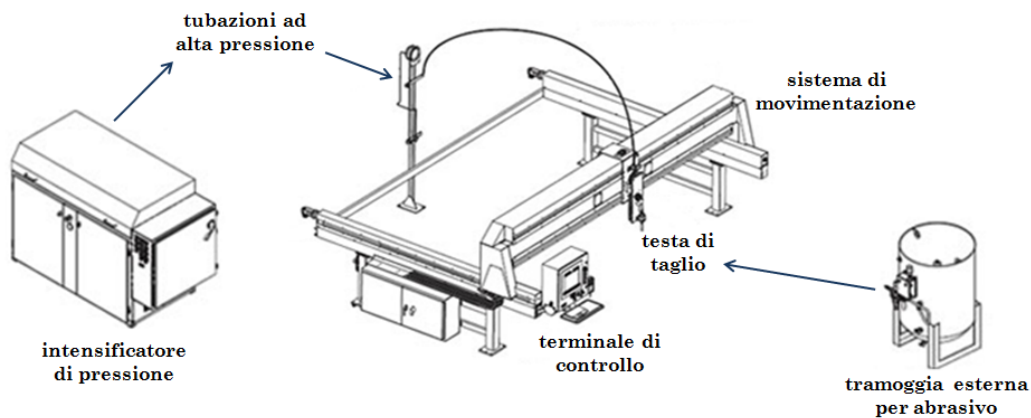


Figura 2.1: schematizzazione di un tipico sistema water jet.

Per portare il fluido di lavoro ad alta pressione si sfrutta un sistema di intensificazione costituito da pompe di tipo volumetrico. In ambito water jet la scelta di questa tipologia di macchine è dettata dall'esigenza di elaborare basse portate di acqua, quasi mai superiori a 10l/min, con salti di pressione elevatissimi, sino a 800 MPa in particolari applicazioni.

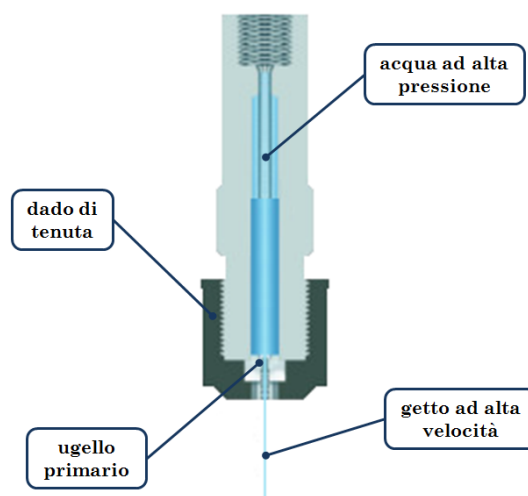


Figura 2.2: schematizzazione di una testa di taglio PWJ (*waterjets.org*).

L'acqua in uscita dall'intensificatore, attraverso tubazioni realizzate con materiali altoresistenziali, viene condotta alla testa di taglio. Nel caso PWJ l'architettura di questo dispositivo, schematizzata in figura 2.2, è estremamente semplice: la parte superiore è costituita dall'ultimo tratto di condotta ad alta pressione, progettato con lunghezza e diametro tali da ottimizzare la morfologia del getto; nella parte inferiore è presente l'*ugello primario*, un componente caratterizzato da un foro di diametro variabile tra 0,05 e 0,5 mm da cui fuoriesce il getto ad alta velocità.

Se in ambito AWJ la formazione di un getto con diametro elevato e bassa coerenza può essere utile per favorire i successivi processi di adduzione e mescolamento dell'abrasivo, nelle applicazioni a sola acqua il diametro dell'orifizio viene ridotto al massimo, consentendo la formazione di un getto ultrasottile.

In figura 2.3 è possibile osservare gli effetti di questo accorgimento: l'apporto di energia per unità di area raggiunge infatti i valori massimi, ben superiori a quelli ottenibili con getti iniettati (AWJ) o premescolati (ASJ).<sup>1</sup>

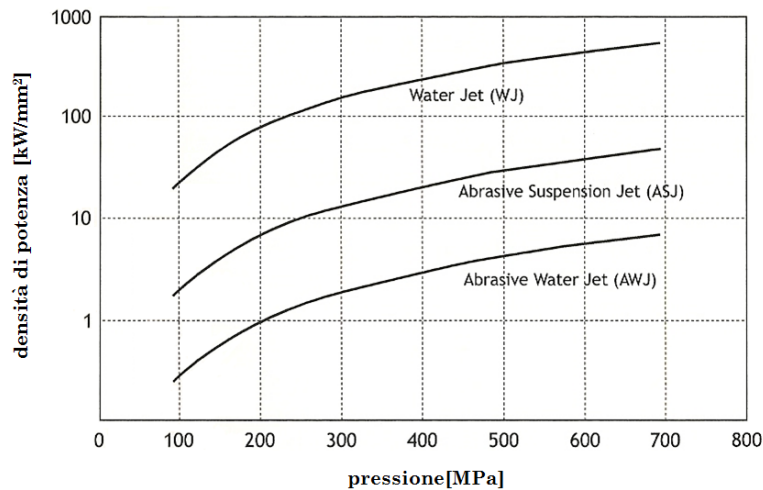


Figura 2.3: andamento della densità di potenza in funzione della pressione di lavoro [35].

L'ugello primario è soggetto a problemi derivanti dai fenomeni di usura e intasamento. Il primo problema viene affrontato utilizzando materiali ad elevata durezza: quello più comunemente utilizzato è lo zaffiro sintetico, economico e relativamente facile da lavorare, anche se spesso la scelta può ricadere sul diamante sintetico, più resistente ma anche notevolmente più costoso.

I problemi di ostruzione del foro di passaggio sono invece riconducibili alla presenza di impurità nel fluido di lavoro; essa può essere limitata installando un impianto di trattamento dell'acqua a monte del sistema di intensificazione.

<sup>1</sup> La soluzione ASJ (*Abrasive Suspension Jet*) consiste nella deviazione di una parte della portata del circuito ad alta pressione verso un serbatoio di abrasivo, consentendo il mescolamento di quest'ultimo prima del raggiungimento della testa di taglio [33].

Per consentirne il corretto posizionamento all'interno della testa di taglio, l'ugello viene alloggiato nella parte superiore di un componente in acciaio inossidabile, caratterizzato da una superficie laterale a tronco di cono con funzione autocentrante: l'allineamento tra l'asse dell'orifizio e la tubazione ad alta pressione è infatti fondamentale per la formazione di un getto di buona qualità [11].

In figura 2.4 sono rappresentati alcuni ugelli di tipo Comadur<sup>®</sup>, scelti per le analisi di questa trattazione poiché largamente diffusi in ambito industriale.<sup>2</sup>



Figura 2.4: ugelli in zaffiro sintetico di tipo Comadur<sup>®</sup>.

---

<sup>2</sup> Un'illustrazione più dettagliata dello stesso tipo di componente è riportata in figura A.1 in appendice.

## 2.2 I vantaggi

Il processo di taglio WJ/AWJ presenta alcuni importanti vantaggi. Come già accennato all'inizio del capitolo il suo maggior punto di forza è la flessibilità, che si traduce nella possibilità di tagliare una grande varietà di materiali senza il bisogno di sostanziali modifiche al setup di impianto e ai parametri di processo.

Se si considera l'interazione con i materiali in lavorazione, il getto d'acqua si rivela un utensile estremamente discreto.

Analizzando questo aspetto dal punto di vista meccanico è possibile affermare che gli sforzi di compressione introdotti sulle superfici di taglio sono di lieve entità, così come le forze trasmesse al sistema di afferraggio, nell'ordine di soli 10 N.

Dal punto di vista termico i benefici derivanti dal suo utilizzo sono ancor più evidenti: la ridotta quantità di calore generata dal processo di erosione, infatti, viene facilmente dissipata grazie alla presenza di acqua ad altissima velocità. La fotografia in figura 2.5, relativa ad una lavorazione AWJ su un componente metallico ad elevato spessore, mostra come la temperatura massima raggiunta nella zona di taglio non superi i 50 °C. Questa caratteristica fa sì che il water jet, a differenza delle altre tecnologie a fascio come il laser o il plasma, consenta di tagliare senza alterare le proprietà fisiche e meccaniche dei materiali, evitando al contempo l'emissione di vapori o fumi tossici nell'ambiente.

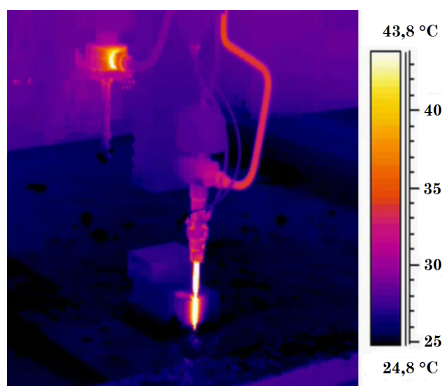


Figura 2.5: testa di taglio AWJ ripresa con termocamera.

L'ultimo aspetto evidenziato è interessante per introdurre la sostenibilità ambientale di questa tecnologia: oltre a non rilasciare alcuna sostanza pericolosa, infatti, essa sfrutta materiali ampiamente disponibili in natura e facilmente smaltibili. Per quanto riguarda l'acqua esistono numerose soluzioni impiantistiche che ne consentono il riciclo, mentre l'abrasivo, dopo l'utilizzo, può essere sfruttato come materiale inerte di riempimento in qualsiasi settore applicativo.

## 2.3 Le applicazioni

In numerosi campi industriali la tecnologia di taglio a getto d'acqua rappresenta una valida alternativa alle soluzioni convenzionali. Soprattutto in ambito PWJ la scelta del suo utilizzo è divenuta sempre più esclusiva, consolidandosi nel tempo per la lavorazione di alcuni materiali particolari.

Numerose aziende del settore cartario, ad esempio, sfruttano il water jet in molte fasi del processo produttivo, poiché esso garantisce un taglio di qualità notevole, cioè privo di residui e con spigoli molto affilati, consentendo inoltre di azzerare i tempi di cambio utensile dovuti alle operazioni di sostituzione e affilatura.

Un altro settore industriale in cui il getto a sola acqua è ampiamente diffuso è quello alimentare, nel quale il porzionamento di carne, pesce, surgelati o prodotti da forno viene effettuato in modo rapido e senza possibilità di trasmissione batterica dall'utensile al materiale [35].

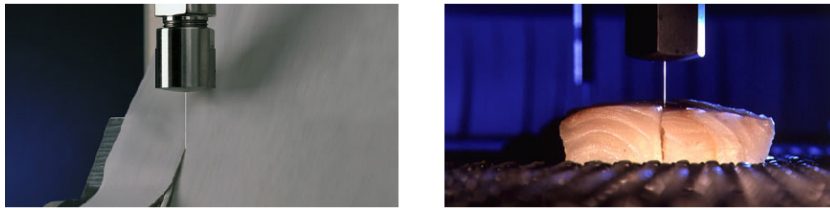


Figura 2.6: taglio di carta e prodotti alimentari con tecnologia PWJ (*Flow*).

Numerose applicazioni si possono trovare anche nel taglio di materiali polimerici, tessuti e pellami, tutti prodotti per i quali è fondamentale mantenere intatte le caratteristiche del materiale in lavorazione, garantendo al contempo un'elevata velocità di taglio anche su geometrie complesse.

Il crescente interesse del mondo industriale nei confronti di questa tecnologia richiede un'analisi approfondita del processo rivolta all'ulteriore sviluppo delle sue potenzialità.



## Capitolo 3

---

# Dinamica dei fluidi

---

In questo capitolo, dopo l'introduzione delle proprietà fisiche di interesse, vengono ricavate le equazioni principali della dinamica dei fluidi, essenziali per la comprensione e l'utilizzo dei corretti parametri di simulazione numerica. Nella parte finale viene analizzata in dettaglio la risoluzione del regime di moto turbolento, essenziale per la quasi totalità dei problemi fluidodinamici in ambito industriale.

### 3.1 I fluidi come sistemi continui

I fluidi sono sostanze costituite da molecole aventi dimensioni trascurabili rispetto alla loro distanza reciproca. Per questo motivo essi possono subire grandi variazioni di forma sotto l'azione di forze di minima entità, che tendono a divenire trascurabili quando la velocità con cui avviene la deformazione tende ad annullarsi; queste variazioni di forma sono di tipo permanente poiché non scompaiono dopo la rimozione dei carichi che le hanno provocate.

Le caratteristiche evidenziate mettono in luce la natura discontinua di questa classe di materiali. Tuttavia, in numerosi problemi di natura fisica e ingegneristica, risulta spesso conveniente studiare il comportamento di un fluido considerando un volume contenente un insieme non troppo piccolo di molecole. In questo modo è infatti possibile riferire ad esso tutte le proprietà variabili nel tempo e nello spazio, riconducendo al centro di inerzia del sistema le grandezze di tipo cinematico.

Dal momento che la dimensione di questo insieme di molecole può essere mantenuta nettamente inferiore rispetto alla grandezza scala tipica dei problemi di interesse, è possibile ammettere il fluido come un sistema rigorosamente continuo [18, 38].

### 3.1.1 Gli sforzi nei sistemi continui

Nello studio dei sistemi continui è conveniente distinguere due tipologie di forze: le *forze di massa* e le *forze di superficie*.

Nella prima categoria rientrano tutte le azioni esterne che si esercitano a distanza sulle particelle del sistema e che risultano proporzionali alla loro massa. Tra queste, quella considerata più di frequente è la forza di gravità, alla quale corrisponde il peso della massa fluida.

Le forze di superficie comprendono invece tutte le azioni che vengono esercitate sul sistema continuo attraverso la sua superficie di contorno. Se si considera un'interfaccia  $A$  tra due porzioni di fluido, è possibile definire lo sforzo  $\Phi$  come limite del rapporto incrementale tra la forza complessiva  $\Pi$  agente sulla superficie e l'area stessa:

$$\Phi = \frac{d\Pi}{dA} \quad (3.1)$$

Lo sforzo è misurato in Pa nel SI e, in generale, ammette una componente normale ed una tangenziale alla superficie su cui agisce.

Dal momento che la maggior parte dei fluidi non sopporta apprezzabili sforzi di trazione, se si considera un elemento di superficie sul quale agisce uno sforzo  $\Phi_n$ , è conveniente assumere il versore  $\mathbf{n}$  della normale rivolto verso l'elemento. Questa convenzione è opposta a quella che si utilizza nella meccanica dei solidi, in cui gli sforzi normali di compressione vengono espressi con segno negativo.

Considerando il tetraedro elementare in figura 3.1, avente un vertice in un generico punto  $O$  di un sistema continuo, è possibile identificare tre facce concorrenti in  $O$ , parallele ai piani degli assi coordinati, ed una faccia  $ABC$  con inclinazione generica. Indicando con  $A$  l'area di quest'ultima, è possibile esprimere le spinte agenti sulle facce attraverso i coseni direttori degli angoli ottusi compresi tra  $\mathbf{n}$  e gli assi coordinati:

$$\begin{aligned} \Pi_x &= -\Phi_x A \cos \hat{n}x \\ \Pi_y &= -\Phi_y A \cos \hat{n}y \\ \Pi_z &= -\Phi_z A \cos \hat{n}z \\ \Pi_n &= \Phi_n A \end{aligned} \quad (3.2)$$

Queste spinte, essendo proporzionali alle superfici dei corrispondenti triangoli, sono delle quantità infinitesime del secondo ordine. Le forze di massa e inerzia possono essere trascurate poiché sono proporzionali al volume del tetraedro, infinitesimo del terzo ordine. In prima approssimazione, quindi, l'equazione di equilibrio alla traslazione per il sistema in analisi assume la seguente forma vettoriale:

$$\Phi_n = \Phi_x \cos \hat{n}x + \Phi_y \cos \hat{n}y + \Phi_z \cos \hat{n}z \quad (3.3)$$

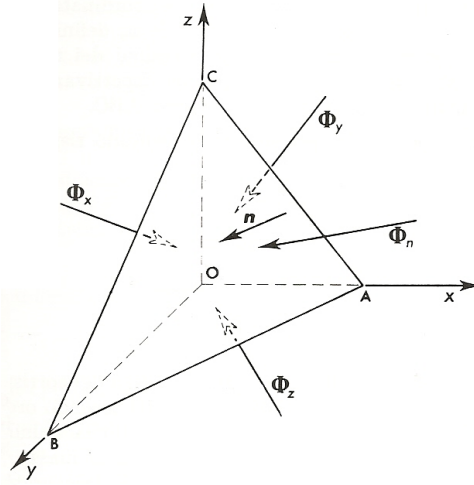


Figura 3.1: tetraedro di Cauchy [18].

La relazione 3.3 esprime il *teorema del tetraedro di Cauchy*, secondo il quale lo sforzo agente su una generica giacitura è una funzione lineare e omogenea degli sforzi nello stesso punto riferiti ad una terna di assi cartesiani.

Utilizzando una notazione a doppio indice è possibile esprimere il teorema in forma scalare. Il primo indice di ogni componente rappresenta la direzione normale alla superficie su cui agisce lo sforzo, il secondo la direzione lungo la quale viene proiettato:

$$\begin{aligned}\Phi_{nx} &= \Phi_{xx} \cos \hat{n}x + \Phi_{yx} \cos \hat{n}y + \Phi_{zx} \cos \hat{n}z \\ \Phi_{ny} &= \Phi_{xy} \cos \hat{n}x + \Phi_{yy} \cos \hat{n}y + \Phi_{zy} \cos \hat{n}z \\ \Phi_{nz} &= \Phi_{xz} \cos \hat{n}x + \Phi_{yz} \cos \hat{n}y + \Phi_{zz} \cos \hat{n}z\end{aligned}\quad (3.4)$$

Le nove componenti espresse definiscono compiutamente la distribuzione degli sforzi sulla terna di elementi piani con centro nel punto considerato. Esse possono essere inserite all'interno di un tensore del secondo ordine, detto *tensore degli sforzi*  $\underline{\Phi}$ :

$$\underline{\Phi} = \begin{pmatrix} \Phi_{xx} & \Phi_{yx} & \Phi_{zx} \\ \Phi_{xy} & \Phi_{yy} & \Phi_{zy} \\ \Phi_{xz} & \Phi_{yz} & \Phi_{zz} \end{pmatrix}\quad (3.5)$$

Imponendo l'equilibrio alla rotazione del sistema attorno ai tre assi cartesiani, è facile dimostrare che il tensore introdotto è simmetrico:

$$\begin{aligned}\Phi_{xy} &= \Phi_{yx} \\ \Phi_{yz} &= \Phi_{zy} \\ \Phi_{xz} &= \Phi_{zx}\end{aligned}\quad (3.6)$$

Per questo motivo, indicando con  $\sigma$  i termini diagonali e con  $\tau$  quelli extra-diagonali, è possibile riscrivere la definizione 3.5 in funzione delle sei componenti

indipendenti rimaste:

$$\underline{\Phi} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_z & \tau_y \\ \tau_z & \sigma_y & \tau_x \\ \tau_y & \tau_x & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Il simbolo  $\sigma$  identifica le tre componenti normali dello stato di sforzo; i pedici, in questo caso, indicano le direzioni lungo le quali essi agiscono. Per quanto riguarda le componenti tangenziali  $\tau$ , il pedice rappresenta la normale al piano in cui avviene lo scorrimento angolare, cioè l'asse attorno al quale si atteggia la rotazione.

Il teorema spettrale dell'algebra lineare afferma che ogni matrice simmetrica a coefficienti reali può essere diagonalizzata tramite una matrice ortogonale. Questa proprietà del tensore di sforzo consente di affermare che, in ogni punto del continuo considerato, esiste un sistema di tre *piani principali*, sui quali lo stato di sforzo ammette la sola presenza di componenti normali.

Se lo sforzo in un punto risulta perpendicolare al piano considerato significa che esso possiede soltanto una componente normale, costante in tutte le direzioni uscenti dal punto stesso. In questo caso si parla di stato di sforzo *isotropo*, il cui modulo è detto *pressione*  $p$ .

### 3.1.2 Proprietà dei fluidi

Considerando il comportamento di fronte alle forze che tendono a modificarne il volume, i fluidi si possono distinguere in *liquidi* e *gas*.

I primi oppongono grande resistenza alle variazioni di volume; come conseguenza tendono ad occupare la parte bassa del recipiente in cui vengono posti e sono caratterizzati dal cosiddetto *pelo libero*, una superficie di interfaccia con la sovrastante atmosfera. I gas, al contrario, sono facilmente comprimibili e tendono quindi ad occupare l'intero spazio del recipiente in cui vengono posti.

In questa sezione si elencano le principali proprietà fisiche di queste sostanze, con particolare attenzione ai costituenti dell'utensile water jet: acqua e aria.

#### Densità

La *densità*  $\rho$ , espressa in  $\text{kg/m}^3$  nel SI, misura la massa contenuta nell'unità di volume.

Se si considera il campo gravitazionale, essa può essere espressa attraverso il *peso specifico*  $\gamma$  sfruttando la costante di accelerazione di gravità  $g$ :

$$\gamma = \rho g \quad (3.8)$$

La densità di un fluido è funzione della pressione e della temperatura dello stesso. La relazione tra queste grandezze è chiamata comunemente *equazione*

caratteristica o equazione di stato del fluido:

$$\rho = f(p, T) \quad (3.9)$$

In ambito water jet la temperatura del sistema è sempre compresa tra il valore atmosferico e 40 °C, intervallo in cui la variazione di densità dell'acqua rispetto a  $T$  risulta sempre inferiore allo 0,8%. Per questo motivo  $\rho$  può essere espressa in funzione della sola pressione.

### Comprimibilità

Qualsiasi fluido modifica la sua densità, e quindi il suo volume specifico  $v$ , in funzione della pressione a cui è sottoposto.

Se si considera un liquido, è possibile verificare sperimentalmente la seguente relazione:

$$dv = -\frac{v}{\epsilon} dp \quad (3.10)$$

La costante  $\epsilon$  indica il *modulo di elasticità di volume*, che è tanto maggiore quanto più alta è la resistenza del liquido alla variazione di volume. Per l'acqua esso assume un valore molto elevato: 2030 MPa a 10 °C.

Sostituendo la densità al volume specifico nell'espressione 3.10, si ottiene:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{\epsilon} \quad (3.11)$$

Gli elevati valori di  $\epsilon$  consentono di approssimare i liquidi come sostanze incomprimibili ( $\rho = \text{cost}$ ) nella maggior parte dei problemi pratici. In ambito water jet, tuttavia, l'elevata variazione di pressione rispetto alle condizioni ambiente determina un'aumento di densità del fluido di lavoro, che può essere determinato grazie alla seguente relazione [25]:

$$\rho = \rho_0 \left( 1 + \frac{p - p_0}{L} \right)^c \quad (3.12)$$

I simboli  $\rho_0$  e  $p_0$  rappresentano rispettivamente densità e pressione di riferimento, mentre  $L$  e  $c$  sono costanti sperimentali rispettivamente pari a 300 MPa e 0,1368.

Per quanto riguarda i gas, la relazione a cui si fa riferimento è l'*equazione di stato dei gas perfetti*:

$$pV = nRT \quad (3.13)$$

I simboli  $p$  e  $T$  indicano rispettivamente pressione e temperatura assolute del fluido;  $V$  indica il volume ed  $n$  il numero di moli. La *costante universale dei gas*  $R$  vale 8,314 J/mol K.

### Tensione superficiale

La superficie di separazione tra un liquido e un altro fluido non miscibile ad esso si comporta come una membrana elastica sottoposta ad uno stato di sforzo uniforme. Quest'ultimo prende il nome di *tensione superficiale*  $s$ , proprietà misurata in N/m nel SI.

Il valore della tensione superficiale dipende dalla natura dei fluidi a contatto e diminuisce all'aumentare della temperatura; considerando l'interfaccia acqua-aria esso vale 0,073 N/m a 20 °C.

### Viscosità

Qualsiasi fluido in movimento risulta sottoposto ad uno stato di sforzo caratterizzato da componenti normali e tangenziali; queste ultime si manifestano esclusivamente durante l'atto di moto, tendendo generalmente ad opporsi al flusso con un'intensità che è funzione della velocità di deformazione e di alcune particolari proprietà del fluido in movimento.

Per comprendere l'esistenza e l'effetto di queste componenti, è possibile considerare un esperimento in cui un fluido sia posizionato tra le superfici laterali di due cilindri coassiali. Imponendo una velocità di rotazione costante al cilindro esterno, è possibile osservare come il movimento vada a coinvolgere progressivamente tutti gli strati di fluido, fino ad interessare anche il cilindro interno. La trasmissione della coppia lungo la coordinata radiale è dovuta alla presenza di una componente di sforzo tangenziale proporzionale alla variazione di velocità periferica ( $u$ ) lungo la coordinata perpendicolare ad essa ( $n$ ). In questo modo è possibile definire la *viscosità dinamica*  $\mu$  secondo la *legge di Newton*:

$$\tau = \mu \frac{du}{dn} \quad (3.14)$$

Nel SI, le dimensioni della costante introdotta sono espresse in Pas, anche se spesso essa viene indicata in Poise (P), unità di misura del sistema CGS.

Per la maggior parte dei fluidi che interessano le pratiche applicazioni, la viscosità varia con la temperatura, ma risulta indipendente dagli sforzi tangenziali e normali: questa caratteristica identifica i fluidi *newtoniani*, gli unici a cui si farà riferimento in questa trattazione.

Negli sviluppi della meccanica dei fluidi risulta conveniente introdurre la *viscosità cinematica*  $\nu$ , pari al rapporto tra la viscosità dinamica e la densità del fluido:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (3.15)$$

Nel SI, questa proprietà si esprime in m<sup>2</sup>/s.

### 3.2 I fluidi in movimento

Dopo aver introdotto la particella di fluido dal punto di vista fisico, è possibile passare all'analisi differenziale delle quantità relative al suo movimento. Questa analisi sarà condotta utilizzando l'approccio *euleriano*, che è basato sull'osservazione del fluido in moto durante l'attraversamento di uno specifico *volume di controllo*.

L'altra possibilità per l'analisi del moto di un sistema continuo è l'approccio *lagrangiano*, focalizzato sulla ricerca delle coordinate dei punti raggiunti dalle singole particelle in istanti di tempo successivi.

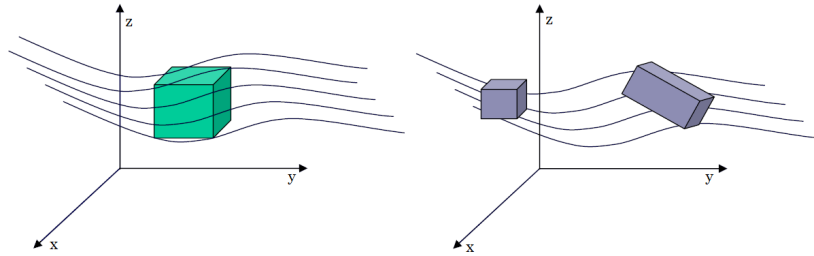


Figura 3.2: confronto grafico tra approccio euleriano (a sinistra) e lagrangiano [27].

Secondo l'approccio euleriano le quantità di interesse sono espresse come funzioni del vettore posizione  $\mathbf{x}$ , le cui componenti sono a loro volta funzione del tempo  $t$ :

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Sotto queste premesse è possibile definire la velocità  $\mathbf{v}$  attraverso il seguente vettore:

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Per ricavare l'accelerazione  $\mathbf{a}$  è necessario utilizzare la *regola di derivazione euleriana*, o *sostanziale*, che tiene conto sia della variazione puntuale di velocità, corrispondente alla derivata parziale di  $\mathbf{v}$  nel tempo, sia dell'*accelerazione*

convettiva, derivante dalla variazione di  $\mathbf{v}$  rispetto alle coordinate spaziali:

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial z} \frac{dz}{dt} \\ &= \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + \left( u \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial x} + v \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial y} + w \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial z} \right) \\ &= \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \end{aligned} \quad (3.18)$$

### 3.2.1 Equazione di continuità

Il *principio di conservazione della massa*, valido per qualunque fluido in movimento, comporta un legame tra i caratteri cinematici del processo di moto e la densità del fluido; a questo legame viene universalmente dato il nome di *equazione di continuità*.

Per scrivere l'equazione in forma *indefinita locale* è necessario considerare il parallelepipedo infinitesimo di lati  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  rappresentato in figura 3.3.

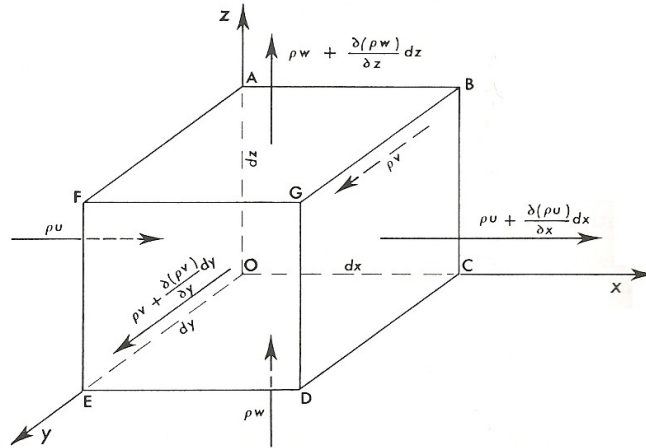


Figura 3.3: volume di controllo per l'analisi di continuità [18].

Attraverso la faccia ADEF, di area  $dydz$ , entra, nell'intervallo di tempo infinitesimo  $dt$ , una massa pari a:

$$m_{in} = \rho u dy dz dt \quad (3.19)$$

Dalla faccia parallela BCDG esce la stessa quantità di fluido, con un termine aggiuntivo legato alla variazione del prodotto  $\rho u$  in direzione parallela al segmento  $dx$ :

$$m_{usc} = \left[ \rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx \right] dy dz dt \quad (3.20)$$

Il flusso netto di massa in direzione  $x$  risulta quindi pari a:

$$dm = -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx dy dz dt \quad (3.21)$$



Esprimendo nello stesso modo le masse in ingresso e in uscita su tutte le facce del parallelepipedo, è possibile ottenere il flusso netto di massa complessivo:

$$dM = - \left[ \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] dx dy dz dt \quad (3.22)$$

La quantità ottenuta deve eguagliare la variazione di massa dovuta al cambiamento della densità nel tempo:

$$dM = \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz dt \quad (3.23)$$

Unendo le equazioni 3.22 e 3.23 si ottiene:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left[ \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] = 0 \quad (3.24)$$

L'equazione indefinita di continuità può essere a questo punto espressa in maniera sintetica come:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (3.25)$$

### 3.2.2 Bilancio della quantità di moto

Per risolvere il problema relativo al campo di moto di un fluido, è fondamentale ricavare le tre relazioni legate al bilancio della quantità di moto. Anche in questo caso esse saranno ricavate in forma indefinita locale a partire dall'analisi dinamica del parallelepipedo infinitesimo.

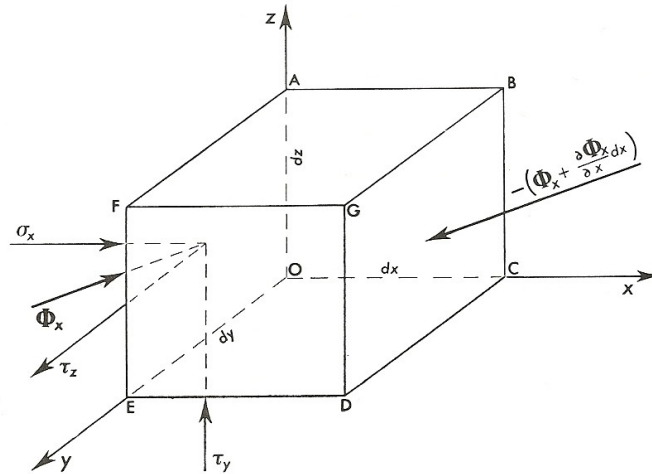


Figura 3.4: volume di controllo per il bilancio della quantità di moto [18].

Per la massa contenuta all'interno del volume in figura 3.4 deve essere verificata la prima equazione cardinale della dinamica; esprimendo con  $d\mathbf{R}$  la risultante delle forze agenti su di essa è possibile scrivere:

$$d\mathbf{R} = \mathbf{a} dm = \rho \mathbf{a} dx dy dz \quad (3.26)$$

La risultante può essere suddivisa in una componente legata alle *forze di massa* e una relativa alla risultante degli sforzi trasmessi al fluido attraverso la superficie di contorno:

$$d\mathbf{R} = d\mathbf{R}_m + d\mathbf{R}_s \quad (3.27)$$

Il primo termine dipende dal campo nel quale il fluido è immerso; esso può essere espresso in funzione della generica forza per unità di massa  $\mathbf{f}$ :

$$d\mathbf{R}_m = \rho \mathbf{f} dx dy dz \quad (3.28)$$

Dal momento che, nella maggioranza delle applicazioni pratiche, il movimento del fluido avviene nel campo gravitazionale, è possibile sostituire ad  $\mathbf{f}$  l'accelerazione di gravità; quest'ultima, inoltre, può essere associata al gradiente di quota grazie alla proprietà fondamentale dei campi conservativi:<sup>1</sup>

$$\mathbf{f} = -\rho g \nabla z \quad (3.29)$$

Per quanto riguarda la valutazione della risultante degli sforzi di superficie, è possibile seguire il medesimo schema del paragrafo 3.2.1.

Indicando con  $\Phi_x$  lo sforzo unitario su un elemento piano normale all'asse  $x$ , la spinta netta esercitata sulle due superfici parallele risulta:<sup>2</sup>

$$d\mathbf{r}_s = -\frac{\partial \Phi_x}{\partial x} dx dy dz \quad (3.30)$$

Valutando allo stesso modo le risultanti su tutte le facce del parallelepipedo si ottiene:

$$d\mathbf{R}_s = -\left( \frac{\partial \Phi_x}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_y}{\partial y} + \frac{\partial \Phi_z}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (3.31)$$

Esplicitando i termini dell'equazione 3.27 è possibile ottenere la prima *equazione indefinita del movimento*:

$$\rho \mathbf{a} = \rho \mathbf{f} - \left( \frac{\partial \Phi_x}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_y}{\partial y} + \frac{\partial \Phi_z}{\partial z} \right) \quad (3.32)$$

A questo punto si può esprimere in forma sintetica il bilancio della quantità di moto come:

$$\rho(\mathbf{f} - \mathbf{a}) = \nabla \cdot \underline{\Phi} \quad (3.33)$$

Tenendo conto delle equazioni 3.18 e 3.29, oltre che della definizione di peso specifico del paragrafo 3.1.2, è possibile riscrivere l'equazione precedente nella seguente forma:

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\gamma \nabla z - \nabla \cdot \underline{\Phi} \quad (3.34)$$

<sup>1</sup> Il segno negativo è dovuto al fatto che, nel sistema di riferimento in figura 3.4, l'asse  $z$  è rivolto convenzionalmente verso l'alto.

<sup>2</sup> Il segno negativo del valore di sforzo associato alla faccia BCDG in figura 3.4 è dovuto al cambiamento di segno del versore superficie rispetto alla direzione corrispondente.

### 3.3 Il problema fluidodinamico

Le relazioni ricavate sino ad ora per l'analisi del movimento fluido in campo gravitazionale sono:

- *equazione di continuità*, espressa attraverso la relazione scalare 3.25;
- *bilancio della quantità di moto*, espressa in forma vettoriale nella 3.34;
- *equazione di stato*, indicata simbolicamente attraverso la 3.9, può essere scelta grazie alle indicazioni del paragrafo 3.1.2.

Le variabili incognite del problema sono invece le seguenti:

- densità  $\rho$ ;
- $u$ ,  $v$  e  $w$ , componenti del vettore  $\mathbf{v}$ ;
- $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\sigma_z$ , termini diagonali del tensore  $\underline{\Phi}$ ;
- $\tau_x$ ,  $\tau_y$  e  $\tau_z$ , termini extra-diagonali del tensore  $\underline{\Phi}$ .

È evidente che il numero di equazioni scalari disponibili non è sufficiente per determinare tutte le incognite. La chiusura del problema necessita quindi di relazioni aggiuntive, ricavabili attraverso un'analisi approfondita del tensore degli sforzi [24].

#### 3.3.1 Relazioni costitutive di $\underline{\Phi}$

Il tensore degli sforzi è una funzione di numerose variabili, tra cui la storia del processo di moto, lo stato di deformazione e la velocità associata a quest'ultimo. Per ridurre il numero di parametri in gioco si ipotizza un sistema privo di memoria: con questa assunzione  $\underline{\Phi}$  diviene funzione della sola velocità di deformazione. Per definire questa quantità è possibile utilizzare uno sviluppo di Taylor arrestato al primo ordine; ricordando l'equazione 3.16 è possibile esprimere:

$$d\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0 \quad (3.35)$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) \simeq \mathbf{v}(\mathbf{x}_0) + \left. \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{t_0} d\mathbf{x} \quad (3.36)$$

Sfruttando la definizione indicata dall'equazione 3.17, risulta chiaro come la derivata della velocità rispetto al vettore posizione dia origine al seguente tensore:

$$\left. \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{t_0} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

Utilizzando la definizione di gradiente B.3 in appendice, è possibile riscrivere la 3.36 come:

$$\mathbf{v} \simeq \mathbf{v}_0 + (\nabla \mathbf{v})^T d\mathbf{x} \quad (3.38)$$

A questo punto il tensore gradiente di velocità può essere espresso come somma tra una componente simmetrica e una emisimmetrica. Utilizzando la notazione di Einstein si può scrivere:

$$\nabla \mathbf{v} = \frac{\partial v_j}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = \underline{\mathbf{D}} + \underline{\mathbf{\Omega}} \quad (3.39)$$

- $\underline{\mathbf{D}}$  è detto *tensore delle velocità di deformazione*; la somma dei suoi elementi diagonali è pari alla divergenza del vettore velocità, oltre che al tasso di variazione di volume rispetto al volume unitario:

$$\text{tr}(\underline{\mathbf{D}}) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} \quad (3.40)$$

Per quanto riguarda gli elementi extradiagonali è possibile dimostrare che essi sono associati alla velocità di deformazione angolare, corrispondente alla variazione di forma senza variazione di volume.

- $\underline{\mathbf{\Omega}}$  prende il nome di *tensore delle rotazioni rigide*: i suoi termini descrivono infatti la velocità di rotazione della particella di fluido senza alcuna variazione di forma.

Per conoscere i termini del tensore degli sforzi, è necessario a questo punto introdurre le ipotesi relative al *fluido stokesiano*:

- $\underline{\mathbf{\Phi}}$  è una funzione del solo tensore delle velocità di deformazione;
- la relazione che lega le precedenti quantità è indipendente dal sistema di riferimento;
- nel caso statico il tensore di sforzo si riduce alla sola componente idrostatica, già introdotta al termine del paragrafo 3.1.1:

$$\underline{\mathbf{\Phi}} = p \underline{\mathbf{I}} \quad (3.41)$$

Considerando un sistema di riferimento in cui  $\underline{\mathbf{\Phi}}$  e  $\underline{\mathbf{D}}$  risultino diagonali, è possibile esprimere un legame lineare tra le due quantità; questa ulteriore ipotesi restringe l'analisi ai cosiddetti *fluidi newtoniani*:<sup>3</sup>

$$\begin{aligned} \sigma_x - p &= \mu_{xx} D_x + \mu_{xy} D_y + \mu_{xz} D_z \\ \sigma_y - p &= \mu_{yx} D_x + \mu_{yy} D_y + \mu_{yz} D_z \\ \sigma_z - p &= \mu_{zx} D_x + \mu_{zy} D_y + \mu_{zz} D_z \end{aligned} \quad (3.42)$$

<sup>3</sup> Si osservi che le relazioni scalari sono state definite sottraendo la componente isotropa dai termini di  $\underline{\mathbf{\Phi}}$ ; in questo modo si ottiene un legame relativo alla sola componente *deviatorica* dello stato di sforzo, ossia quella associata al movimento del fluido.

Grazie all'ipotesi di indipendenza della relazione dal sistema di riferimento, è possibile dimostrare che la matrice dei coefficienti è caratterizzata da due soli valori indipendenti. Per convenzione si definisce:

$$\begin{aligned}\mu_{ij} &= -\mu' - 2\mu & i = j \\ \mu_{ij} &= -\mu' & i \neq j\end{aligned}\quad (3.43)$$

Sostituendo i coefficienti nelle equazioni 3.42 e sfruttando la 3.40, si ottiene:

$$\begin{aligned}\sigma_x - p &= -2\mu D_x - \mu' \nabla \cdot \mathbf{v} \\ \sigma_y - p &= -2\mu D_y - \mu' \nabla \cdot \mathbf{v} \\ \sigma_z - p &= -2\mu D_z - \mu' \nabla \cdot \mathbf{v}\end{aligned}\quad (3.44)$$

Esprimendo le relazioni in forma tensoriale si ottiene l'*equazione costitutiva dei fluidi newtoniani*:

$$\underline{\Phi} = p\underline{\mathbf{I}} - 2\mu\underline{\mathbf{D}} - \mu' (\nabla \cdot \mathbf{v}) \underline{\mathbf{I}} \quad (3.45)$$

Con il simbolo  $\mu'$  si indica la *viscosità dinamica di dilatazione*, proprietà connessa alla resistenza del fluido ai cambiamenti di volume.

Un valore per questa costante può essere determinato mediante l'*ipotesi di Stokes*, con la quale si assume che la traccia del tensore  $\underline{\Phi}$  sia identica a quella calcolata sotto l'ipotesi di fluido incomprimibile.

Per quest'ultimo caso, osservando l'equazione 3.25, è facile comprendere che la divergenza della velocità è nulla; l'operatore traccia applicato alla 3.45 risulta quindi:

$$tr(\underline{\Phi}) = 3p \quad (3.46)$$

Per un fluido generico si può invece scrivere:

$$tr(\underline{\Phi}) = 3p - (2\mu + 3\mu') (\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (3.47)$$

Imponendo l'uguaglianza delle due precedenti espressioni, si ottiene:

$$\mu' = -\frac{2}{3}\mu \quad (3.48)$$

L'equazione 3.45 può essere a questo punto riscritta come:

$$\underline{\Phi} = p\underline{\mathbf{I}} - 2\mu\underline{\mathbf{D}} + \frac{2}{3}\mu (\nabla \cdot \mathbf{v}) \underline{\mathbf{I}} \quad (3.49)$$

### 3.3.2 Equazioni di Stokes

La formulazione del problema fluidodinamico può essere ora conclusa calcolando la divergenza del tensore degli sforzi, unico termine incognito nell'equazione di bilancio della quantità di moto:<sup>4</sup>

$$\nabla \cdot \underline{\Phi} = \nabla p - 2\mu \nabla \cdot \underline{\mathbf{D}} + \frac{2}{3}\mu \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (3.50)$$

<sup>4</sup> Per il calcolo si procede sotto l'ipotesi di fluido omogeneo, che consente di escludere la viscosità dinamica dalle operazioni di derivazione rispetto alle coordinate spaziali.

Sfruttando la simmetria del tensore delle velocità di deformazione e la definizione B.5 in appendice è possibile esprimere:

$$\nabla \cdot \underline{\mathbf{D}} = \frac{1}{2} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{v} \quad (3.51)$$

L'equazione 3.50 può essere quindi riscritta come:

$$\nabla \cdot \underline{\Phi} = \nabla p - \frac{1}{3} \mu \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) - \mu \Delta \mathbf{v} \quad (3.52)$$

Inserendo il risultato ottenuto nella relazione 3.34 e considerando l'equazione 3.25, si ottiene il seguente sistema, contenente le *equazioni di Stokes*.<sup>5</sup>

$$\begin{cases} \rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\gamma \nabla z - \nabla p + \frac{1}{3} \mu \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \mu \Delta \mathbf{v} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \end{cases} \quad (3.53)$$

La fluidodinamica è dunque governata da equazioni differenziali alle derivate parziali (EDP), che per essere risolte necessitano dell'aggiunta di opportune condizioni al contorno e iniziali.

Per tutti i problemi di interesse ingegneristico, ad eccezione di alcuni casi estremamente semplici [24], non è possibile determinare una soluzione analitica del problema. Ciò è dovuto alla presenza del prodotto scalare tra la velocità e il proprio tensore gradiente (termine convettivo), che rende le equazioni non lineari. L'unica possibilità per la risoluzione è dunque quella di utilizzare metodi numerici, che dovranno essere di tipo iterativo: le equazioni di Stokes, infatti, appartengono alla classe delle EDP ellittiche, che sono implicite poiché ad ogni istante temporale la soluzione e le condizioni al contorno si influenzano vicendevolmente.

### 3.3.3 Equazioni di Navier-Stokes

Per i fluidi incomprimibili il problema può essere riscritto in forma semplificata, ottenendo il sistema delle *equazioni di Navier-Stokes*:

$$\begin{cases} \rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\gamma \nabla z - \nabla p + \mu \Delta \mathbf{v} \\ \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \end{cases} \quad (3.54)$$

Dal momento che il sistema non contiene alcuna relazione esplicita per la pressione, la risoluzione di questo problema risulta complessa. Per questo motivo è necessario utilizzare il cosiddetto *accoppiamento pressione-velocità*, una relazione che, sostituita all'equazione di continuità, consenta di determinare un campo di pressione da inserire nel bilancio della quantità di moto, rispettando al contempo la conservazione della massa [27].

<sup>5</sup> In accordo con quanto detto nel paragrafo 3.3, il sistema completo contiene anche l'equazione di stato del fluido.

### 3.4 Il regime turbolento

Il primo esperimento con il quale si evidenziarono le caratteristiche della turbolenza fu condotto nel 1883 dal fisico inglese Osborne Reynolds.

Utilizzando un tracciante colorato in un condotto a sezione costante percorso da una corrente d'acqua, egli osservò come, all'aumentare della portata, le traiettorie delle particelle di fluido tendano ad assumere un comportamento sempre più irregolare.

Per descrivere questo fenomeno egli introdusse un parametro adimensionale proporzionale al rapporto tra le forze inerziali e le forze viscosi del fluido, noto oggi come *numero di Reynolds*:

$$\text{Re} = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu} \quad (3.55)$$

In esso, oltre alla densità e alla viscosità dinamica, compaiono la velocità media sulla sezione  $v$  e la lunghezza scala del problema  $L$ , in questo caso pari al diametro del condotto.

L'esperienza di Reynolds ha portato alla definizione di un valore di  $\text{Re}$  critico, pari a circa 2300 nel caso descritto, al di sotto del quale il flusso risulta sostanzialmente monodimensionale, con traiettorie dei filetti fluidi sempre parallele alle pareti del condotto (condizione di *moto laminare*). Con  $\text{Re}$  superiore al punto di transizione, condizione normale nella maggior parte dei casi pratici, si osserva un progressivo aumento di sensibilità della corrente ai fenomeni di perturbazione del moto, sino ad arrivare alla condizione in cui le instabilità risultano permanenti (*moto assolutamente turbolento*).



Figura 3.5: passaggio da moto laminare a turbolento nell'esperimento di Reynolds [45].

Il regime di moto di un fluido diviene quindi turbolento nel momento in cui le forze di inerzia risultano troppo elevate per essere contrastate da quelle di natura viscosa.

La turbolenza è visivamente caratterizzata da traiettorie vorticosi e caotici; queste, se da un lato favoriscono il mescolamento e la conseguente rapida diffusione

di velocità, pressione, densità e quantità di moto, dall'altro sono la causa di una costante dissipazione energetica.

In regime turbolento, anche in caso di condizioni al contorno stazionarie, tutte le variabili fisiche dipendono fortemente dal tempo, con fluttuazioni che interessano un'ampia banda di frequenze.

Dal punto di vista matematico è interessante sottolineare che questo tipo di flusso può essere analizzato attraverso le equazioni di Navier-Stokes: infatti l'ipotesi di fluido come sistema continuo, espressa nel paragrafo 3.1, risulta ancora valida, poiché le dimensioni caratteristiche del fenomeno sono notevolmente maggiori rispetto alla distanza media tra le molecole del fluido [45].

### 3.4.1 La cascata energetica

Il processo di formazione dei vortici di un flusso turbolento venne analizzato nel 1922 dal fisico inglese Lewis Fry Richardson [39].

Egli, ipotizzando l'isotropia locale del fenomeno, affermò che l'energia associata alla formazione dei vortici di dimensioni maggiori si trasmette in modo ricorsivo alle scale geometriche inferiori, provocando la formazione di strutture turbolente con dimensioni differenti (fig. 3.6 e 3.7).

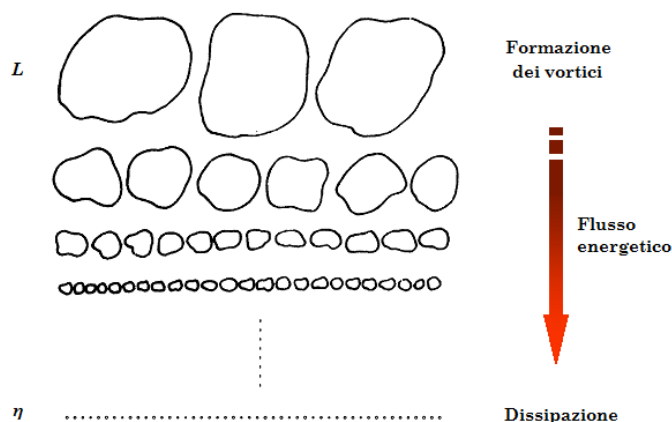


Figura 3.6: schematizzazione della cascata energetica di Richardson [27].

Questo procedimento a cascata termina nel momento in cui i vortici raggiungono la cosiddetta *scala di Kolmogorov*, indicata con  $\eta$ , in corrispondenza della quale l'energia turbolenta viene dissipata sotto forma di calore dalle forze viscosive del fluido.

In questa condizione si ha quindi una sostanziale equivalenza tra forze inerziali e viscosive, che può essere sinteticamente espressa attraverso un valore locale di  $Re$ . Indicando con  $v_\eta$  la velocità caratteristica in corrispondenza della scala limite, è possibile scrivere:

$$Re_\eta = \frac{v_\eta \eta}{\nu} \sim 1 \quad (3.56)$$



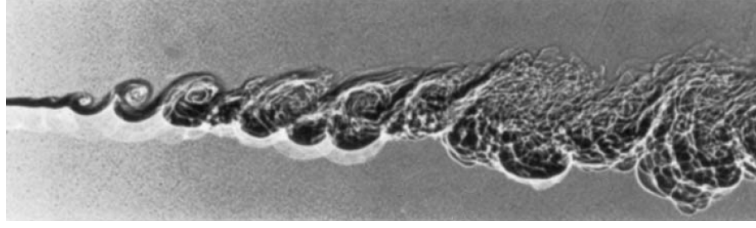


Figura 3.7: strato turbolento di interfaccia tra due getti gassosi [17].

### 3.4.2 La teoria di Kolmogorov

Nel 1941 il matematico russo Andrej Kolmogorov formulò la teoria con la quale fu in grado di determinare le dimensioni delle scale relative alla dissipazione viscosa.

Egli adottò la schematizzazione della cascata energetica di Richardson e ipotizzò che, per numeri di Reynolds sufficientemente elevati, ogni grandezza relativa ai moti di piccola scala è funzione unicamente della viscosità cinematica  $\nu$  e della potenza per unità di massa dissipata dal processo, indicata con  $\epsilon$  [27].

Quest'ultima quantità è definita come la derivata nel tempo dell'*energia cinetica turbolenta*  $\kappa$ :

$$\epsilon = \frac{d\kappa}{dt} \quad (3.57)$$

Analizzando la funzione introdotta dal punto di vista dimensionale è possibile attribuire ad essa il seguente ordine di grandezza, ricavato utilizzando velocità e lunghezza caratteristiche del problema:

$$\epsilon \sim \frac{v^3}{L} \quad (3.58)$$

Dal momento che la teoria di Richardson non prevede accumuli di energia durante il processo, questo ordine di grandezza si mantiene sino al raggiungimento della scala di Kolmogorov:

$$\frac{v^3}{L} \sim \frac{v_\eta^3}{\eta} \quad (3.59)$$

A questo punto, ricordando la relazione 3.56, è possibile esprimere:

$$L \sim \frac{v^3}{v_\eta^3} \eta \sim \frac{v^3}{\nu^3} \eta^4 \quad (3.60)$$

Moltiplicando quest'ultima per  $L^3$  si ottiene un valore indicativo del rapporto tra la scala del problema e la scala limite di Kolmogorov:

$$\frac{L}{\eta} \sim \text{Re}^{3/4} \quad (3.61)$$

Con il medesimo approccio è possibile ricavare i rapporti di scala relativi ai tempi e alle velocità [27]:

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{\tau_\eta} &\sim \text{Re}^{1/2} \\ \frac{v}{v_\eta} &\sim \text{Re}^{1/4} \end{aligned} \quad (3.62)$$

I risultati ottenuti evidenziano come l'analisi completa di un flusso turbolento sia eccessivamente onerosa dal punto di vista computazionale. La relazione 3.61 indica infatti che la discretizzazione richiesta per geometrie 3D è proporzionale a  $\text{Re}^{9/4}$ ; a questo valore deve essere aggiunto il passo di griglia temporale, proporzionale alla radice di  $\text{Re}$  secondo la 3.62. Ipotizzando quindi un numero di Reynolds pari a 50000, valore tipico in ambito PWJ, sarebbe necessaria la memorizzazione di circa  $10^{13}$  dati per ogni variabile di interesse, valore irraggiungibile per qualunque risorsa di calcolo disponibile ad oggi.

I metodi numerici che prevedono la risoluzione delle equazioni di Navier-Stokes sino al limite delle scale di Kolmogorov sono detti DNS (*Direct Numerical Simulation*).

Una categoria in continuo sviluppo è rappresentata dai metodi LES (*Large Eddy Simulation*), chiamati così poiché prevedono la risoluzione del campo di moto sino alla cosiddetta *scala dell'equilibrio universale*, o *scala di Taylor*, oltre la quale la soluzione non risulta influenzata dalle condizioni al contorno [24].

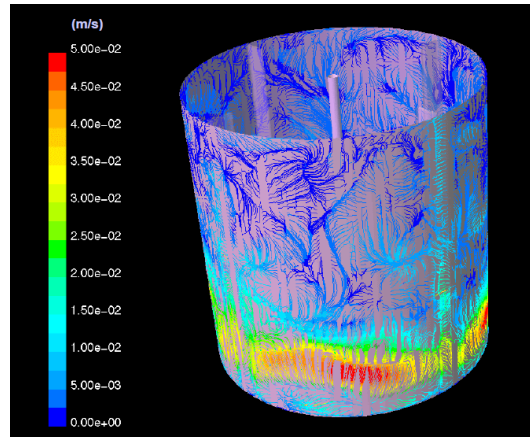


Figura 3.8: soluzione LES per un recipiente di miscelazione [13].

Rispetto ai DNS questi metodi garantiscono un notevole risparmio in termini di costo computazionale, ma risultano comunque troppo onerosi per la maggior parte dei problemi di interesse pratico. Ancora oggi, quindi, è preferibile analizzare la turbolenza con metodi che consentono una modellazione integrale del fenomeno [27].

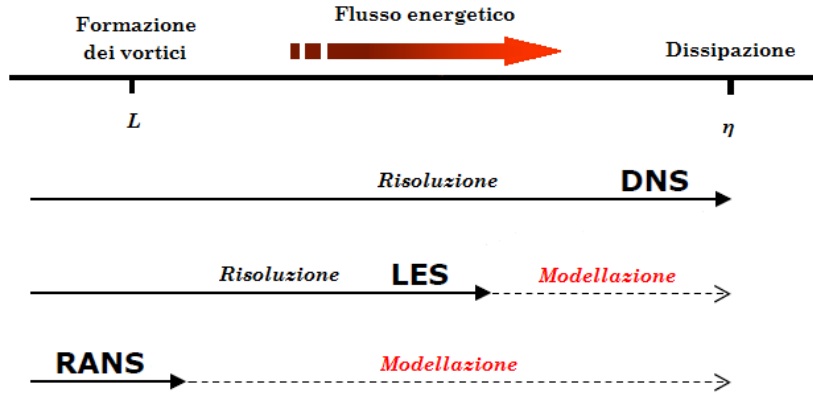


Figura 3.9: confronto tra i differenti metodi risolutivi per la turbolenza [27].

### 3.4.3 Metodi RANS

I metodi RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations*) consentono di analizzare un problema fluidodinamico grazie alla semplificazione delle grandezze fisiche di interesse attraverso un processo di media temporale. L'obiettivo di questo tipo di analisi è quello di privare la turbolenza della propria componente fluttuante ad elevata frequenza, cercando di mantenere unicamente le caratteristiche medie del campo di moto.

Secondo il principio descritto, una generica grandezza fisica  $g$ , dipendente dallo spazio e dal tempo, può essere disaccoppiata in base alle scale di fluttuazione attraverso la *scomposizione di Reynolds*:

$$g(\mathbf{x}, t) = \bar{g}(\mathbf{x}, t) + g'(\mathbf{x}, t) \tag{3.63}$$

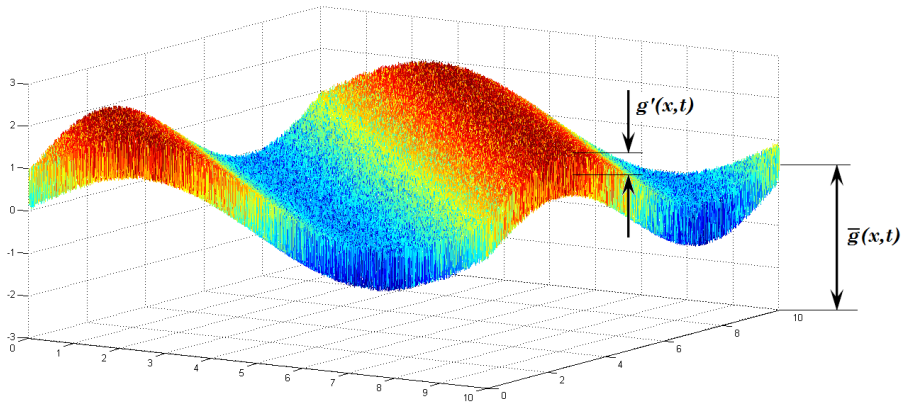


Figura 3.10: componente media e fluttuante di una generica funzione di due variabili.

La media temporale  $\bar{g}$  è definita attraverso la seguente funzione integrale, caratterizzata da un periodo di osservazione  $T$  dipendente dal problema in esame:

$$\bar{g}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} g(\mathbf{x}, t) dt \quad (3.64)$$

Applicando la scomposizione alle funzioni di pressione e velocità del sistema 3.54, si ottiene la seguente formulazione del problema fluidodinamico:<sup>6</sup>

$$\begin{cases} \rho \left( \frac{\partial \bar{\mathbf{v}}}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \bar{\mathbf{v}} \right) = -\nabla p^* + \mu \Delta \bar{\mathbf{v}} - \nabla \cdot \underline{\Phi}_{\text{Re}} \\ \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} = 0 \end{cases} \quad (3.65)$$

La media temporale delle equazioni di Navier-Stokes ha causato la comparsa di un nuovo fattore, indicato con il simbolo  $\underline{\Phi}_{\text{Re}}$  e detto *tensore degli sforzi di Reynolds*. I suoi termini derivano dalla moltiplicazione delle componenti fluttuanti di velocità presenti nel termine convettivo e, dal punto di vista fisico, possono essere intesi come scambi di quantità di moto tra le particelle fluide causati dalle strutture turbolente.

Generalmente queste quantità sono diverse da zero, salvo nel caso in cui le due funzioni di velocità siano del tutto prive di correlazione [24].

$$\underline{\Phi}_{\text{Re}_{ij}} = \rho v'_i v'_j \quad (3.66)$$

Il problema fluidodinamico, a questo punto, non è più risolvibile: il nuovo tensore, simmetrico poiché derivante dal gradiente di velocità, introduce sei nuove incognite al problema, che devono essere ricavate attraverso un opportuno modello di chiusura.

Nel 1877 il matematico francese Joseph Boussinesq ipotizzò una stretta analogia tra il tensore di Reynolds e il tensore degli sforzi viscosi. Attraverso l'introduzione della *viscosità cinematica turbolenta*  $\nu_t$ , egli diede una definizione di  $\underline{\Phi}_{\text{Re}}$  molto simile alla 3.49 nel caso di fluido incomprimibile:

$$\underline{\Phi}_{\text{Re}} = \frac{1}{3} \text{tr}(\underline{\Phi}_{\text{Re}}) \mathbf{I} - 2\rho\nu_t \underline{\mathbf{D}} \quad (3.67)$$

A differenza di  $\nu$ , tuttavia, la viscosità cinematica turbolenta non può essere ritenuta costante poiché varia nel campo di moto a causa della presenza di termini non lineari.

I modelli di chiusura del sistema 3.65 si distinguono in base al numero di equazioni di trasporto (EDP) utilizzate per stimare  $\nu_t$  [27, 43]:

- *modelli a zero equazioni* (es. *Mixing Length*, 1925)

sono caratterizzati da due equazioni algebriche, grazie alle quali la viscosità

<sup>6</sup> La pressione è indicata con il simbolo \* poiché in questo caso è definita come eccesso rispetto all'idrostatica; contiene quindi al suo interno il termine legato al gradiente di quota.

cinematica turbolenta, espressa in  $m^2/s$ , può essere stimata come prodotto tra una velocità ed una lunghezza caratteristiche; pur essendo del tutto inadeguati per la modellazione di flussi con distacchi di vortici e ricircoli, hanno un costo computazionale molto ridotto e garantiscono risultati accettabili su strati limite di semplice geometria [24];

- *modelli ad una equazione* (es. *Spalart-Allmaras*, 1992)  
in questi modelli la viscosità cinematica turbolenta viene calcolata attraverso un'equazione algebrica ed una EDP; essi sono stati sviluppati in ambito aerospaziale per la modellazione di flussi *wall-bounded* caratterizzati anche da moderati distacchi o gradienti di pressione sfavorevoli;
- *modelli a due equazioni* (es. *Standard  $\kappa$ - $\epsilon$* , 1972)  
sono i più utilizzati a livello aziendale e sono disponibili in numerose varianti a seconda delle diverse esigenze di modellazione; in questo caso si ha un'equazione di trasporto per l'energia cinetica turbolenta  $\kappa$  ed una per la sua derivata nel tempo  $\epsilon$ , funzioni definite nel paragrafo 3.4.2;<sup>7</sup>
- *modelli agli sforzi di Reynolds*  
sono caratterizzati da sei equazioni di trasporto, una per ogni componente del tensore di Reynolds; a spese di un notevole costo computazionale garantiscono buoni risultati anche in caso di analisi molto complesse, ad esempio con flussi secondari e forti curvature, dal momento che non si basano sull'ipotesi di isotropia degli sforzi legati alla turbolenza.

---

<sup>7</sup> Appartiene a questa categoria anche il modello utilizzato per le analisi di questa trattazione (*Realizable  $\kappa$ - $\epsilon$* ), che verrà analizzato in dettaglio nel paragrafo 6.3.



## Capitolo 4

---

# Stabilità del getto

---

Nella prima parte di questo capitolo si introducono i meccanismi fondamentali che governano la formazione del getto d'acqua; quest'ultimo, in seguito, viene esaminato in dettaglio dal punto di vista fluidodinamico, cercando di analizzarne le condizioni di stabilità attraverso la descrizione del campo di moto che lo circonda.

### 4.1 Meccanismi di formazione e hydraulic flip

In figura 4.1 è possibile osservare come i getti liquidi tendano a disgregarsi con l'aumentare della distanza dalla sezione di uscita. Questo fenomeno è dovuto alla formazione di disturbi superficiali causati dall'interazione aerodinamica tra i fluidi a contatto, in questo caso acqua e aria.

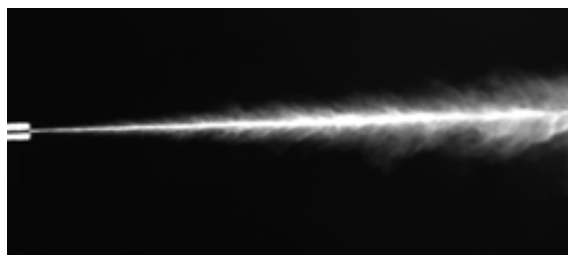


Figura 4.1: struttura di un getto d'acqua a 220 MPa.

Come anticipato nel paragrafo 2.1, la tecnologia di taglio PWJ si basa sulla massimizzazione dell'apporto di potenza per unità di area. Questo effetto può essere garantito solo se l'energia cinetica del getto resta concentrata in una struttura sottile e coerente sino al raggiungimento del materiale in lavorazione. Per ottenere un getto con queste caratteristiche, oltre all'incremento della pres-

sione di lavoro, è essenziale utilizzare un ugello primario con specifiche caratteristiche geometriche.

Nell'immagine 4.2, ottenuta tramite microscopio ottico, è possibile osservare la parte superiore di un ugello Comadur<sup>®</sup> in sezione: nell'inserto in zaffiro sintetico, a monte del canale troncoconico, è visibile il capillare cilindrico, in questo caso con diametro  $d_0$  pari a 0,08 mm e lunghezza  $L_0$  di 0,18 mm. Questo canale è caratterizzato da un ingresso ad angolo retto avente un raggio di raccordo estremamente ridotto; in alcuni casi, infatti, esso può scendere sino a  $1\ \mu\text{m}$ , valore inferiore di due ordini di grandezza rispetto al diametro del foro.

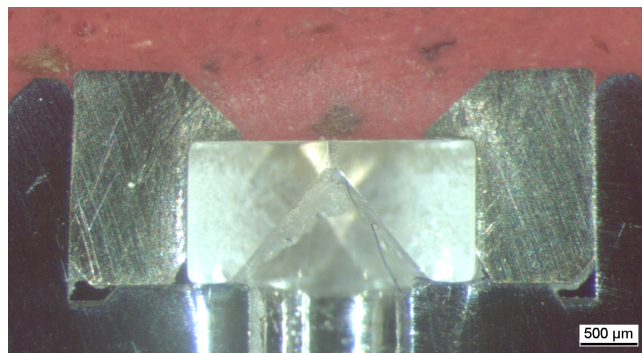


Figura 4.2: sezione di un ugello Comadur<sup>®</sup> al microscopio ottico (25X).

Vahedi Tafreshi et al. [41] hanno dimostrato che, con ugelli di questo tipo, i getti ad alta pressione non seguono la classificazione proposta dalla letteratura in merito alla struttura dei getti liquidi [36, 30]. Quest'ultima, sviluppata a partire dalle analisi di Ohnesorge, prevede infatti che le condizioni fluidodinamiche tipiche dell'ambito water jet causino la formazione di una struttura atomizzata e incoerente [10], del tutto diversa da quella osservabile a valle della testa di taglio.



Figura 4.3: getto a sola acqua a 172 MPa [4].



La causa di questa contraddizione risiede nel fatto che le particelle fluide provenienti dal circuito ad alta pressione non entrano mai in contatto con la parete laterale del capillare.

Il profilo a spigolo vivo della sezione di uscita, infatti, fa sì che il flusso principale segua una traiettoria curvilinea tendente verso l'asse del cilindro, che viene mantenuta per tutta la lunghezza dell'orifizio grazie all'elevatissima velocità di efflusso. La condizione descritta, ben visibile nell'immagine in figura 4.4, prende il nome di *hydraulic flip* e ad essa è dovuta la formazione di una struttura liquida ad elevata coerenza, caratterizzata da un aspetto cristallino simile a quello di un flusso laminare.

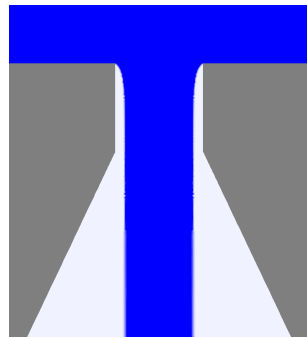


Figura 4.4: analisi CFD di un getto in hydraulic flip [12].

L'alternativa alla condizione di hydraulic flip può essere discussa sfruttando i risultati numerici di N. Anantharamaiah et al. [4], che sono evidenziati nelle immagini in figura 4.5: dalle linee di flusso e dai vettori del campo di velocità risulta evidente come la pressione imposta al fluido di lavoro, in questo caso pari a 10 MPa, non sia sufficiente ad evitare la riadesione a parete da parte della vena fluida.

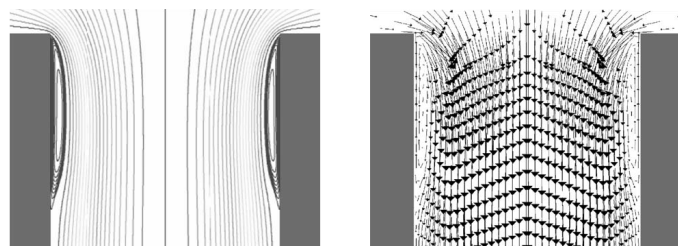


Figura 4.5: analisi CFD di un processo di efflusso a 10 MPa [4].

Nelle stesse immagini è interessante osservare come a monte del punto di riattacco, in prossimità della parete del capillare, sia presente una regione di ricircolo. In quest'area la pressione del flusso può raggiungere livelli inferiori alla tensione di vapore della fase liquida, causando l'insorgere della *cavitazione*.

Questo fenomeno è caratterizzato dalla comparsa di numerose bolle di piccole dimensioni, la cui coalescenza porta alla formazione di una sacca di vapore che circonda il getto.

Dal punto di vista fluidodinamico la cavitazione aumenta le perturbazioni legate alle oscillazioni di portata; queste, assieme agli elevati valori di  $Re$ , fanno sì che si instauri un regime di moto fortemente turbolento nel tratto in cui la vena fluida torna ad occupare l'intera sezione di passaggio. Il getto che si forma in queste condizioni non potrà essere nè coerente nè stabile, ma tenderà a disgregarsi con facilità entrando a contatto con l'aria.

Alcuni esperimenti di simulazione numerica, tuttavia, hanno dimostrato che la dimensione della zona di cavitazione non è sempre stazionaria, ma può aumentare progressivamente sino a coprire l'intera lunghezza del capillare [41, 4].

L'evoluzione del fenomeno è stata evidenziata da Vahedi Tafreshi et al. [42] attraverso un'analisi numerica bifase contenente acqua liquida e vapore. Utilizzando il *Cavitation Model* di Fluent<sup>®</sup> con una pressione in ingresso di 15 MPa, essi hanno dimostrato che il punto di riattacco della vena fluida, inizialmente vicino alla sezione di efflusso, tende a spostarsi lungo la coordinata assiale sino a raggiungere l'uscita dell'orifizio.

Questo aspetto è ben evidente nella sequenza di immagini in figura 4.6, che rappresenta l'evoluzione dei profili di densità del flusso a partire dalla prima fase di evaporazione. Nell'ultima immagine è possibile osservare come il getto, circondato integralmente dalla fase gassosa, si trovi in una condizione molto simile a quella evidenziata in figura 4.4.

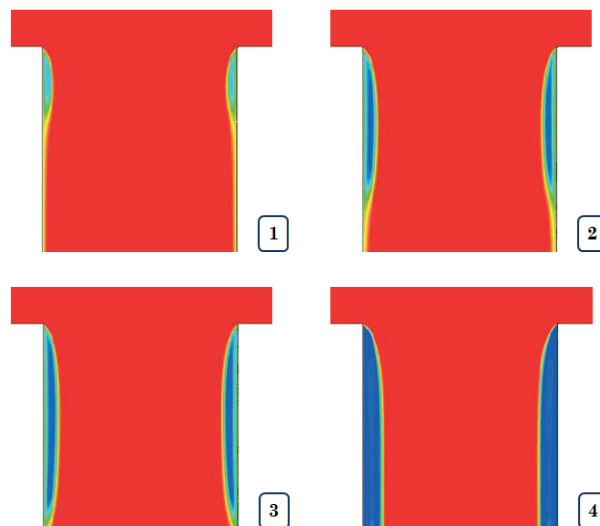


Figura 4.6: simulazione CFD dello sviluppo della zona di cavitazione [42].

## 4.2 Il campo di moto

In una situazione stazionaria di hydraulic flip è facile immaginare come il getto, a causa della condizione di *no-slip*, tenda a trascinare con sé gli strati d'aria più prossimi all'interfaccia tra i fluidi.

I risultati della simulazione numerica di F. Arleo [11], ottenuti con dominio assial-simmetrico e pressione di lavoro di 160 MPa, confermano questa ipotesi: in figura 4.7 è ben visibile il flusso di acqua ed aria ad alta velocità che fuoriesce dal dominio. Una conseguenza diretta di ciò è ben evidenziata nell'immagine a destra: il flusso in uscita dall'ugello provoca il movimento di una massa d'aria esterna verso il capillare. Questo fenomeno è alla base della formazione di un ricircolo d'aria tra la parete dell'ugello e la superficie del getto, necessario a garantire il bilancio di massa all'interno del dominio in analisi.

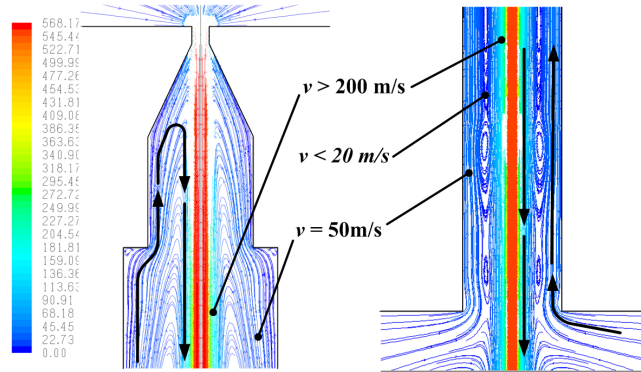


Figura 4.7: linee di flusso e scale di velocità all'interno del canale dell'ugello [11].

La velocità del flusso d'aria in direzione opposta al getto è nell'ordine dei 50 m/s: in figura 4.8 è possibile osservare come la forza di trascinamento da essa derivante sia sufficiente a sollevare le particelle d'acqua presenti all'interno del canale [11].

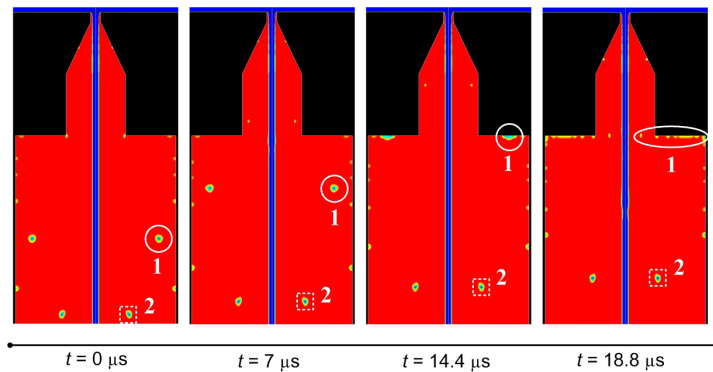


Figura 4.8: movimento delle gocce d'acqua dovuto alla forza di trascinamento [11].

### 4.3 Fenomeni di instabilità

Nel paragrafo 4.2 è stata analizzata in dettaglio una condizione di equilibrio stabile; nella realtà la situazione è diversa poiché il getto risulta continuamente turbato da fenomeni che ne modificano la struttura, causando pulsazioni e temporanee perdite di coerenza.

Per comprendere la natura di questi fenomeni di instabilità, è possibile sfruttare l'analisi con telecamera ad alta velocità condotta da F. Arleo [11]. L'esperimento è consistito in un'acquisizione di immagini a 20 kHz durante i primi istanti dalla creazione del getto; i parametri di lavoro, con una pressione di 160 MPa e un diametro dell'ugello di 0,08 mm, sono gli stessi dell'analisi CFD discussa in precedenza.

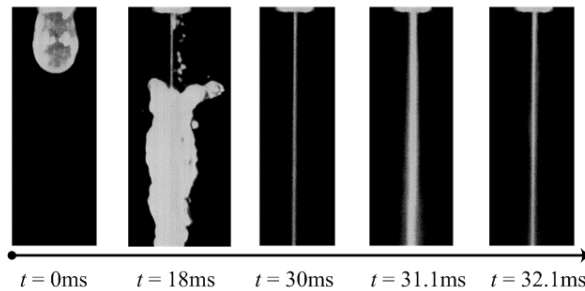


Figura 4.9: struttura del getto d'acqua in differenti istanti temporali [11].

Osservando la figura 4.9 è possibile notare che, dopo una fase di transitorio iniziale, il getto risulta completamente formato e in hydraulic flip. Dalle ultime due immagini e dalla figura 4.10, tuttavia, si intuisce la condizione di equilibrio instabile in cui versa il sistema: la struttura del getto non rimane identica a se stessa, ma tende a disgregarsi aumentando la sua ampiezza per poi ritornare, dopo pochi istanti, in una condizione simile a quella iniziale.

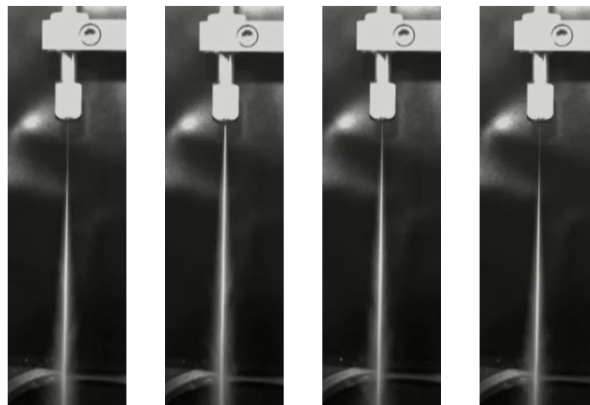


Figura 4.10: fenomeno della pulsazione di un getto a sola acqua (*Swedish Waterjet Lab*).

I fenomeni descritti sono caratterizzati da una frequenza del tutto casuale, non collegabile ad alcuna sorgente di instabilità sistematica del processo. Per questo motivo le oscillazioni di portata del sistema di intensificazione, così come le variazioni di forma dell'ugello dovute ai fenomeni di usura, non sembrano essere le cause della loro comparsa.

L'analisi con telecamera ad alta velocità ha evidenziato la presenza di una grande quantità di gocce d'acqua all'interno dell'ugello, specialmente in fase di formazione del getto. Queste, continuamente prodotte dai fenomeni di condensa e dalle irregolarità superficiali del flusso, saranno presenti in quantità elevata anche al termine del transitorio iniziale; per questo motivo la loro influenza sui fenomeni di instabilità è stata analizzata in dettaglio attraverso specifiche analisi CFD.

La figura 4.11, ottenuta con una modellazione assialsimmetrica del dominio, mostra la traiettoria delle particelle che convergono verso il getto a grande distanza dal capillare: esse non creano problemi di stabilità poiché vengono deviate dal flusso d'aria ad alta velocità che protegge la regione di interfaccia.

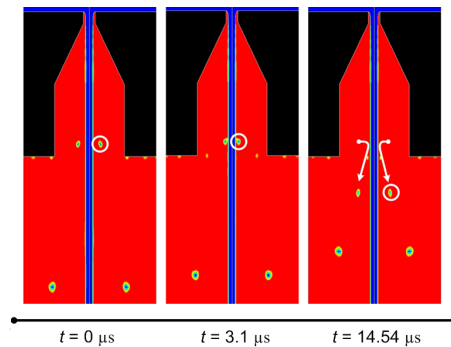


Figura 4.11: interazione tra gocce e getto lungo il canale dell'ugello [11].

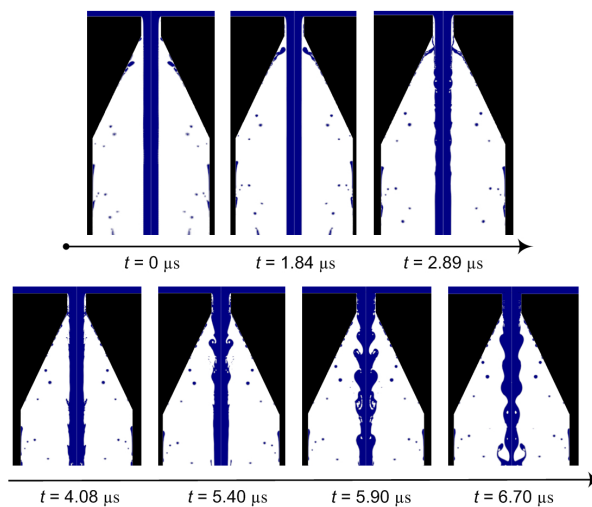


Figura 4.12: disturbi introdotti dalle gocce d'acqua che raggiungono il capillare [11].

Il ricircolo d'aria descritto nel paragrafo 4.2 può favorire la risalita delle gocce sino alla regione del capillare; come è possibile osservare in figura 4.12, questa situazione è molto più problematica della precedente. La dimensione delle gocce, infatti, può essere sufficiente a causare il completo riempimento della sezione di passaggio del flusso, creando un collegamento tra la superficie del getto e la parete del capillare. In questa fase si verifica un'interruzione temporanea della condizione di hydraulic flip, che risulta immediatamente in una perdita di coerenza e stabilità da parte del getto.

Le analisi assialsimmetriche considerate sino ad ora, pur riducendo notevolmente le risorse computazionali richieste dal calcolo, presentano il grande svantaggio di non poter rappresentare correttamente la geometria dei corpi esterni al flusso principale. In questo caso specifico la simmetria rispetto all'asse dell'orifizio fa sì che le gocce siano schematizzate come oggetti toroidali che causano l'interruzione della condizione di hydraulic flip nell'intera sezione del capillare, massimizzando così i fenomeni di instabilità da essa derivanti.

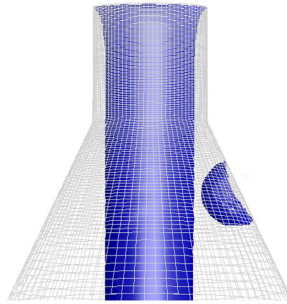


Figura 4.13: posizione della goccia all'interno del dominio 3D [12].

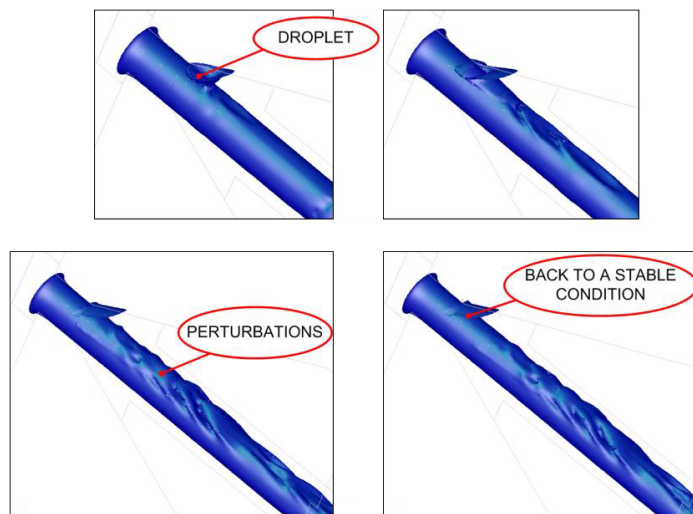


Figura 4.14: creazione e propagazione di un fenomeno di instabilità del getto [12].

Per ottenere risultati più accurati e realistici sulla creazione e la propagazione di questi disturbi, F. Arleo et al. [12] hanno sfruttato una simulazione fluidodinamica con dominio tridimensionale, inserendo una goccia d'acqua nella regione più critica del campo di moto. In figura 4.13 è possibile osservare come l'elemento di disturbo sia stato introdotto in condizioni di perfetta stabilità: il getto si trova infatti in hydraulic flip e presenta una superficie coerente e priva di irregolarità.

I risultati della simulazione sono riportati in figura 4.14: anche in questo caso la goccia, deformata e trascinata dal campo di moto, favorisce il contatto tra la parete dell'ugello e il flusso principale, creando una perturbazione sulla sua superficie.

L'analisi ha dimostrato che un'interruzione locale della condizione di hydraulic flip può essere sufficiente per creare disturbi che possono compromettere la coerenza del getto.





## Capitolo 5

---

# Modifica della geometria dell'ugello

---

Il ricircolo d'aria che interessa il canale dell'ugello, come detto nel capitolo 4, può essere la causa dei fenomeni di instabilità che si manifestano durante il processo di efflusso. Una soluzione utile per cercare di ridurre questi problemi, quindi, può essere quella di intervenire sulla struttura del campo di moto che circonda il getto, collegando opportunamente il canale di passaggio del flusso con l'ambiente esterno.

Questo capitolo è dedicato alle considerazioni di natura fisica e tecnologica che hanno consentito di modificare la geometria interna dell'ugello standard al fine di raggiungere questo obiettivo.

### 5.1 Morfologia della testa di taglio

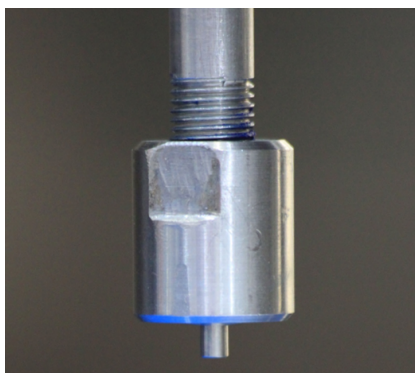


Figura 5.1: particolare della testa di taglio standard.

In figura 5.2 è possibile osservare una sezione della testa di taglio: nella parte inferiore è visibile l'ugello presentato nel paragrafo 2.1, sistemato all'interno dell'apposito alloggiamento del dado di tenuta. Quest'ultimo viene collegato alla parte terminale del condotto ad alta pressione tramite un accoppiamento filettato. La tenuta del fluido alle pressioni di lavoro è garantita dalla plasticizzazione della zona di contatto tra ugello e condotto, ottenibile con una coppia di serraggio di circa 10 Nm.

La geometria troncoconica delle superfici a contatto, inoltre, favorisce l'allineamento assiale tra il flusso ad alta pressione e il canale dell'ugello, requisito essenziale per la formazione di un getto di qualità elevata.

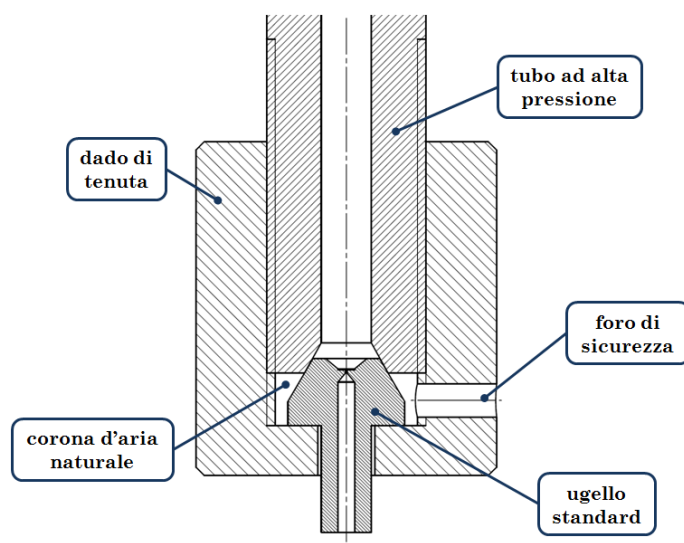


Figura 5.2: sezione della testa di taglio in figura 5.1.

Nella stessa immagine è possibile notare la presenza di un foro passante attraverso la parete laterale del dado: la sua funzione è quella di evitare pericolose sovrappressioni nel caso in cui si verificino perdite per trafilamento attraverso la zona di tenuta. Esso inoltre, collegando l'interno della testa di taglio con l'ambiente esterno, fa sì che la parte superiore dell'ugello sia completamente circondata da aria a pressione atmosferica.

Tra la zona descritta e il canale di passaggio del flusso è presente un gradiente di pressione naturale legato all'effetto Venturi, che può essere sfruttato per intervenire sul campo di moto interno all'ugello attraverso l'immissione di aria esterna a valle del capillare.<sup>1</sup>

Da queste considerazioni nasce l'idea di collegare con uno o più fori passanti le due regioni di spazio.

<sup>1</sup> L'effetto Venturi è il fenomeno fisico per cui la pressione di una corrente fluida diminuisce all'aumentare della velocità. Ad esso è dovuta la cavitazione all'interno del capillare, oltre che l'aspirazione dell'abrasivo da parte del getto nella tecnologia AWJ.

## 5.2 Soluzioni di foratura

I primi parametri essenziali per la progettazione di un ciclo di foratura riguardano la posizione del foro rispetto al componente da modificare.

Per ottenere un veloce flusso d'aria in ingresso, alla luce delle considerazioni esposte nel precedente paragrafo, sarebbe logico posizionare il foro quanto più vicino possibile al capillare: in questa zona, infatti, la pressione interna all'ugello raggiunge i valori minimi e, di conseguenza, il gradiente di pressione naturale con l'esterno risulta massimizzato.

La foratura della parete laterale in corrispondenza della regione troncoconica, tuttavia, oltre a presentare difficoltà tecnologiche legate all'afferraggio del pezzo e al posizionamento dell'utensile, potrebbe causare problemi di resistenza meccanica al componente. La lavorazione, infatti, andrebbe a ridurre la sezione resistente della regione più sollecitata, incrementandone al contempo il coefficiente di taglio.

Per questi motivi si è scelto di posizionare il foro in corrispondenza della superficie cilindrica con diametro massimo, mantenendo una direzione di sviluppo radiale.

In figura 5.3 è possibile osservare le prime due soluzioni scelte per la geometria interna dell'ugello: tra le due alternative è stata mantenuta costante la quota di ingresso nel canale di passaggio del flusso: per massimizzare l'angolo di inclinazione della configurazione 2, compatibilmente con i vincoli precedentemente esposti, essa è stata fissata a 0,3 mm dalla superficie inferiore.

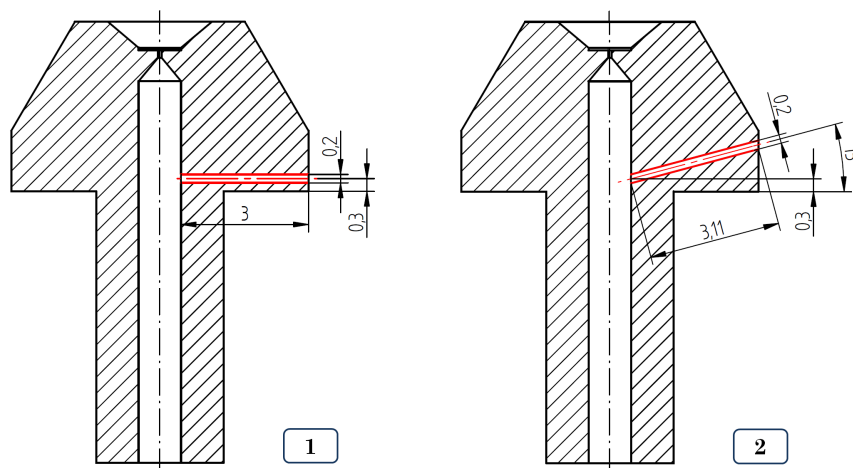


Figura 5.3: configurazioni della geometria dell'ugello con foro da 0,2 mm.

L'ultimo parametro essenziale da discutere è il diametro nominale del foro. Per le prime due soluzioni la sua quota è stata fissata a 0,2 mm, pari al 20% del diametro interno del condotto.

La scelta di una dimensione così ridotta è legata essenzialmente alla modalità di intervento sul campo di moto interno all'ugello: con un'apertura verso l'ester-

no di piccole dimensioni, infatti, si potranno introdurre variazioni locali finalizzate all'obiettivo descritto, senza modificare in maniera radicale l'andamento delle grandezze fisiche del sistema.

La necessità di un intervento discreto e localizzato ha portato a considerare un'ulteriore riduzione del diametro dei fori: per le configurazioni 3 e 4, rappresentate in figura 5.4, esso è stato portato a 0,1 mm, con un conseguente aumento del rapporto di forma da 15 a 30.

Quest'ultimo parametro rende ancor più evidenti le complessità tecnologiche associate alla realizzazione di queste modifiche, che devono essere apportate su un componente in acciaio inossidabile di piccole dimensioni nel rispetto di tolleranze dimensionali molto ristrette.

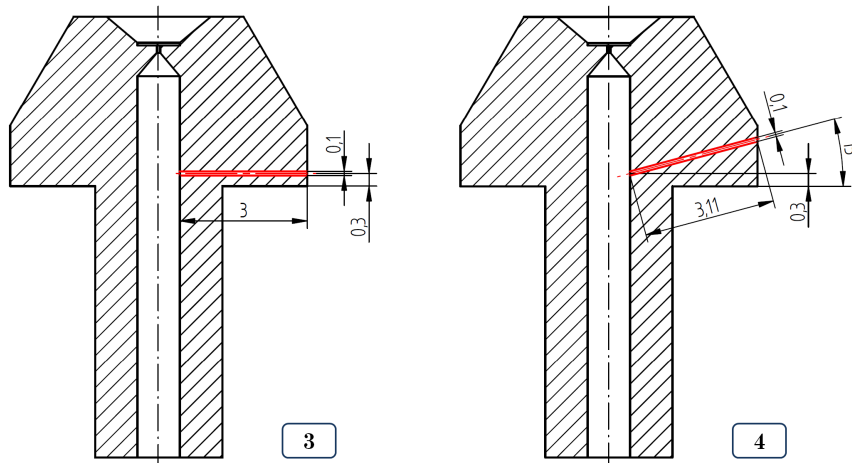


Figura 5.4: configurazioni della geometria dell'ugello con foro da 0,1 mm.

Le problematiche evidenziate hanno portato ad escludere la possibilità di effettuare le lavorazioni tramite un processo tradizionale per asportazione di truciolo. Tra le tecnologie non convenzionali in grado di garantire elevata precisione in ambito micro, l'elettroerosione è sicuramente quella che garantisce i migliori risultati nella realizzazione di fori con elevato rapporto di forma.

### 5.3 Lavorazione dei fori tramite EDM

La realizzazione delle operazioni di modifica sugli ugelli è stata possibile nell'ambito di una collaborazione tra il Politecnico di Milano e Agie Charmilles SA, leader mondiale nella produzione di macchine utensili per l'elettroerosione.

I disegni relativi alle configurazioni descritte in precedenza sono stati inviati all'*EDM Application Center* di Ginevra, nel quale si è provveduto alla foratura di quattro ugelli standard.

Per la prima fase di sperimentazione, avendo a disposizione un numero limitato di lavorazioni possibili, si è data priorità alla replica delle soluzioni 1 e 3, caratterizzate da geometria più semplice grazie alla direzione di sviluppo orizzontale dei fori.

#### 5.3.1 Introduzione alla tecnologia

L'elettroerosione, o *Electrical Discharge Machining* (EDM), è una tecnologia di lavorazione non convenzionale che sfrutta la potenza associata a brevi e frequenti scariche elettriche per l'asportazione di materiale.

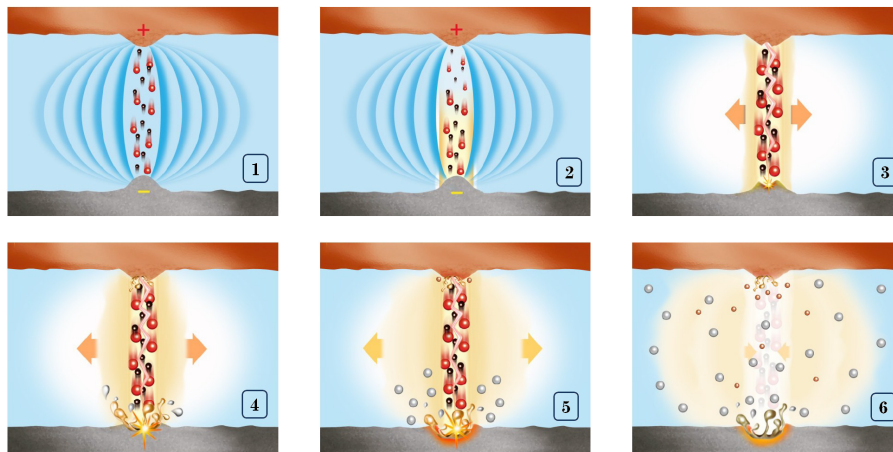


Figura 5.5: fasi del processo di asportazione tramite EDM [21].

Il processo è descritto dalla sequenza di immagini in figura 5.5. Tra l'utensile e il componente in lavorazione, entrambi caratterizzati da elevata conducibilità elettrica, viene applicata una differenza di potenziale (1) sufficiente a provocare l'apertura del dielettrico interposto (2), solitamente olio a base minerale. In questo modo il flusso di cariche può attraversare un canale a bassa resistenza, provocando al suo interno la formazione di plasma ad altissima temperatura (3).

In questa fase la scarica elettrica raggiunge la massima intensità: in corrispondenza delle asperità degli elettrodi, ossia laddove utensile e pezzo presentano imperfezioni superficiali, si raggiungono temperature nell'ordine dei 10 000 °C, valori sufficienti a provocare sia la fusione che la sublimazione di qualunque materiale

metallico (4).

Al termine di questa fase l'erogazione di corrente viene interrotta, provocando l'istantanea implosione del canale di plasma e la conseguente fuoriuscita degli sfridi dalla zona di lavorazione (6) [28, 23].

Le lavorazioni per elettroerosione vengono distinte in due categorie principali in base alla tipologia di utensile utilizzato:

- *elettroerosione a tuffo (die sinking EDM)*

ha come obiettivo l'ottenimento di una geometria complementare a quella dell'utensile, tipicamente realizzato in rame o grafite; nell'ambito della microforatura, soprattutto in caso di elevati rapporti di forma, i materiali tradizionali per elettrodi vengono sostituiti dal carburo di tungsteno, caratterizzato da proprietà meccaniche decisamente superiori;

- *elettroerosione a filo (wire-cut EDM)*

in questo caso l'utensile è costituito da un filo conduttore teso, solitamente in ottone o rame, che viene utilizzato come elettrodo per tagliare o profilare il componente in lavorazione; durante il processo il filo viene sostituito in continuazione per evitarne la rottura, altamente probabile a causa dell'usura elettrica e delle sollecitazioni di natura termica.

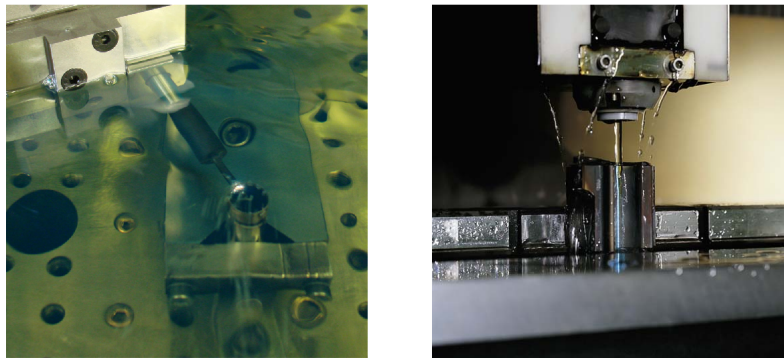


Figura 5.6: esempi di lavorazione con EDM a tuffo (sinistra) e a filo (destra).

Die Sinking EDM	
stampi per plastici e compositi	42%
microlavorazioni	15%
stampaggio	10%
stampi per materiali metallici	10%
estrusori per alluminio e materie plastiche	5%
stampi per polveri	5%
altri utilizzi	13%

Tabella 5.1: settori di utilizzo dell'elettroerosione a tuffo [21].

La tabella 5.1 mostra come l'elettroerosione sia utilizzata prevalentemente per la produzione di stampi, settore in cui è richiesta la realizzazione di geometrie molto complesse su materiali altoresistenziali, nel rispetto di tolleranze dimensionali estremamente ridotte.

Queste potenzialità sono legate alla continua evoluzione dei sistemi di controllo, che riguardano sia la movimentazione dell'utensile che i parametri elettrici del processo.

### 5.3.2 Parametri di lavorazione

Prima di descrivere il setup utilizzato per le operazioni di foratura, è utile introdurre i parametri del processo elettroerosivo che influenzano maggiormente le caratteristiche della lavorazione.

La corrente di alimentazione del circuito ( $i$ ) e il tempo di scarica ( $t_{on}$ ) sono due variabili strettamente connesse al tasso di rimozione di materiale (MRR) e alla rugosità superficiale ottenibile.

Il grafico in figura 5.7 evidenzia come per le microlavorazioni e le operazioni di finitura sia consigliabile utilizzare livelli di corrente inferiori a 5 A, in modo da asportare una minor quantità di materiale ed aumentare la qualità delle superfici. Per gli stessi motivi è opportuno impostare una durata delle scariche non superiore a  $10 \mu s$ : la profondità dei crateri di erosione aumenta infatti al crescere di questo parametro [34, 28, 22].

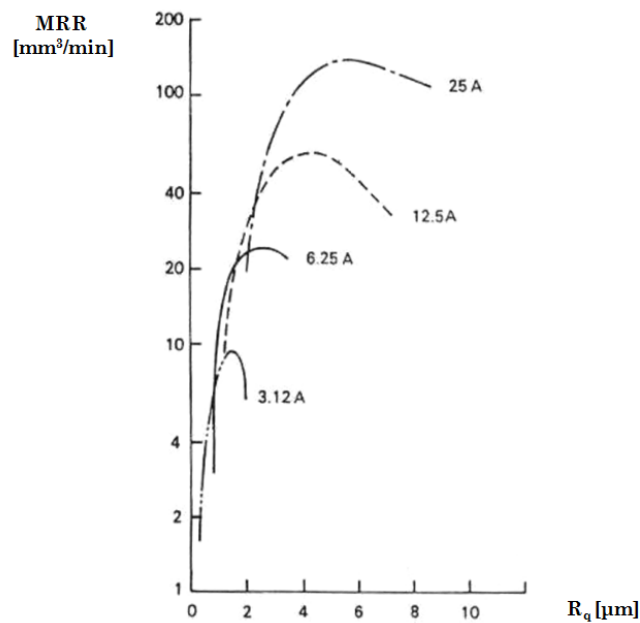


Figura 5.7: MRR in funzione di rugosità superficiale e corrente di alimentazione [34].

In tabella 5.2 si osserva come i parametri scelti da Agie Charmilles per le lavorazioni sugli ugelli siano in perfetto accordo con le precedenti considerazioni.

corrente di alimentazione	$i$	3,3 A
tensione di alimentazione	$u$	200 V
tempo di scarica	$t_{\text{on}}$	4,2 $\mu\text{s}$
tempo totale di ciclo	$t_c$	205,4 $\mu\text{s}$

Tabella 5.2: parametri utilizzati per la foratura degli ugelli [31].

Un dato significativo è l'elevata differenza tra la durata della singola scarica e il tempo totale di ciclo ( $t_c$ ), definito come l'intervallo tra l'inizio di due scariche successive.

Rapportando queste grandezze si ottiene il *duty cycle* del processo:

$$D = \frac{t_{\text{on}}}{t_c} = 0,02 \quad (5.1)$$

A parità di frequenza, un valore così ridotto del parametro  $D$  fa sì che l'erosione sia governata dalla prima fase del processo di scarica, in cui buona parte del trasferimento energetico è legata al movimento degli elettroni verso l'anodo [34].

I parametri discussi sono stati impostati nel software di controllo della macchina in figura 5.8, che comprende un pacchetto di funzioni studiate appositamente per l'esecuzione di fori di piccolo diametro.

Durante la lavorazione, probabilmente a causa dell'elevato rapporto di forma dei fori, il tasso di usura dell'utensile ha raggiunto livelli molto elevati, in alcuni casi superiori al material removal rate di circa 5 volte: per una penetrazione di 3 mm all'interno del componente, infatti, sono stati consumati in media 15 mm di elettrodo [31].



Figura 5.8: macchina per EDM a tuffo Form 20 (AgieCharmilles) [31].



Tra le due configurazioni prioritarie, i tecnici di Agie Charmilles hanno escluso la possibilità di realizzare i fori da 0,1 mm, per i quali, a causa del rapporto di forma molto elevato, sarebbe stato necessario uno studio specifico dei parametri di processo.

Questo limite tecnologico ha portato a considerare la replica della configurazione 1 su 4 ugelli, soluzione che ha consentito di valutare la ripetibilità dell'operazione e, al contempo, di avere a disposizione un numero sufficiente di ricambi per le prove sperimentali.

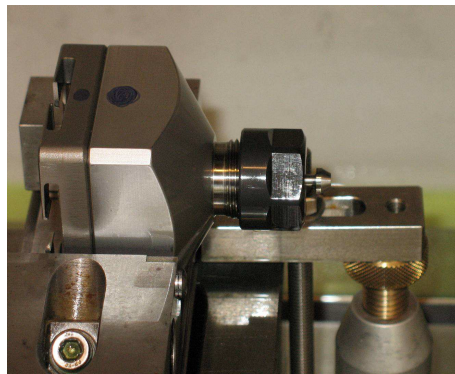


Figura 5.9: afferraggio dell'ugello standard in macchina [31].

In figura 5.10 è possibile osservare la fase preliminare della lavorazione, in cui l'elettrodo viene posizionato in corrispondenza della parte superiore dell'ugello. L'utensile scelto ha un diametro nominale di 0,15 mm ed è realizzato in carburo di tungsteno. Come anticipato nel paragrafo 5.3.1, questo materiale è particolarmente indicato per le lavorazioni che richiedono elevata resistenza termica e meccanica all'utensile, come la realizzazione di fori con elevato rapporto di forma.

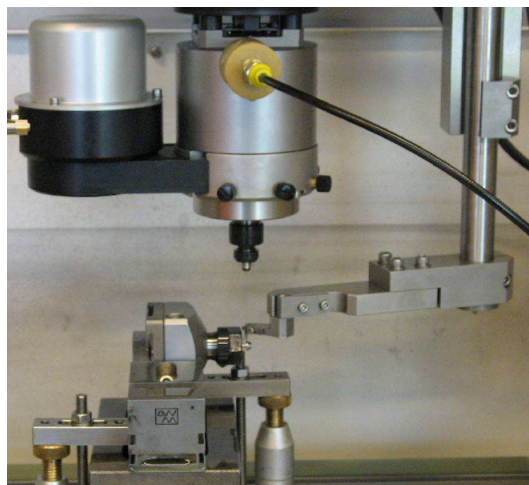


Figura 5.10: posizionamento dell'utensile sul componente in lavorazione [31].

### 5.3.3 Risultati

Al termine di ogni lavorazione i tecnici di Agie Charmilles hanno verificato i risultati ottenuti misurando il diametro del foro e la distanza tra l'asse di quest'ultimo e la superficie di battuta dell'ugello. Le immagini in figura 5.11 e 5.12, ottenute attraverso un misuratore ottico di precisione, evidenziano il notevole grado di accuratezza raggiunto su entrambe le quote.

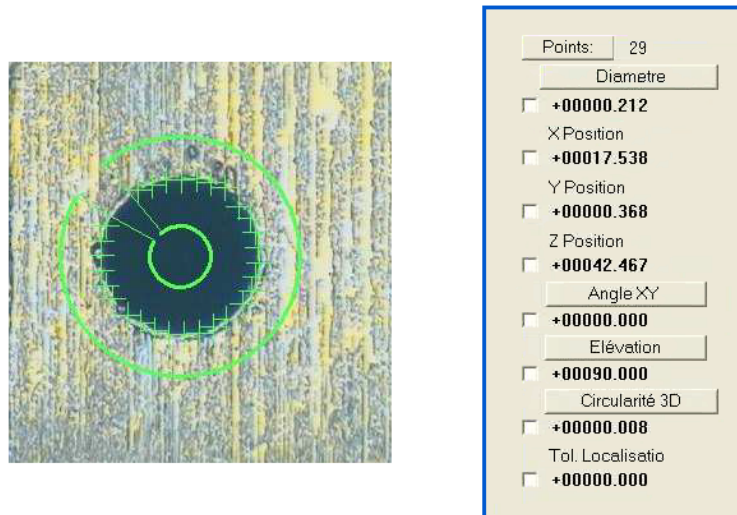


Figura 5.11: misurazione del diametro del foro (ugello n°4) [31].

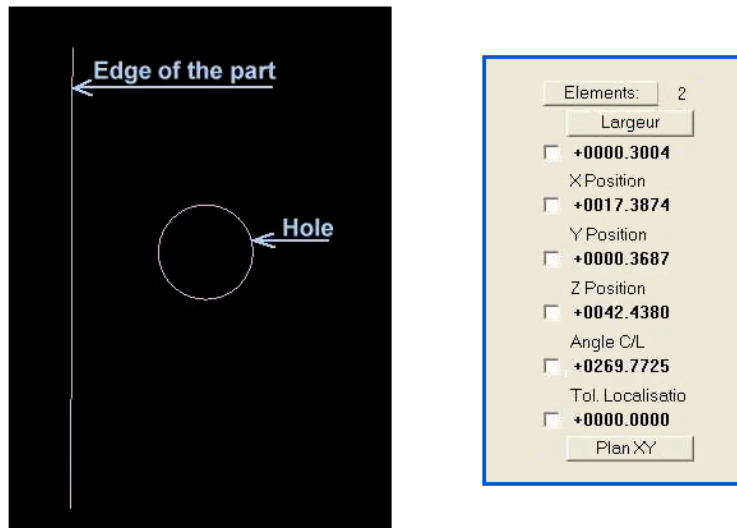


Figura 5.12: misurazione della distanza tra foro e spigolo inferiore (ugello n°4) [31].

Un altro parametro importante per quanto riguarda i requisiti qualitativi dei fori è l'altezza di bava ( $h_b$ ). Questa, misurata in corrispondenza della sezione di ingresso dell'utensile (fig. 5.13), non ha superato in nessun caso il valore di  $6 \mu\text{m}$ .

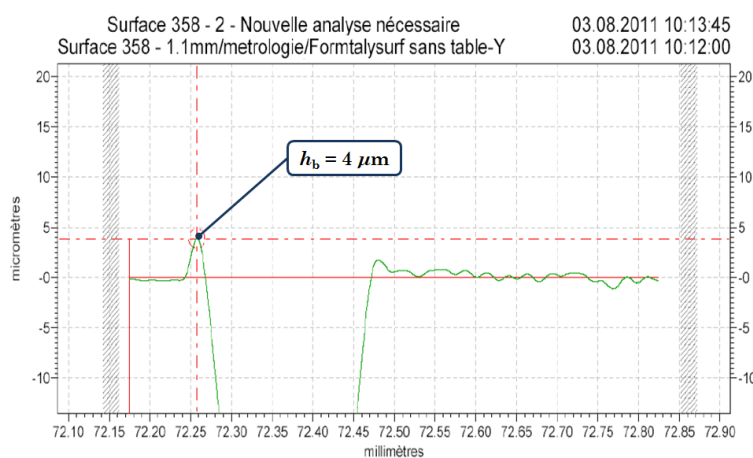


Figura 5.13: misurazione dell'altezza di bava sul diametro esterno (ugello n°4) [31].

In tabella 5.3 sono riassunti tutti i valori misurati per ogni componente; le lavorazioni contrassegnate come pre-test si riferiscono ad alcune prove di messa a punto effettuate su due ugelli usurati.

I tempi di lavorazione, riportati nell'ultima colonna a destra, consentono di calcolare una media di circa 220 secondi per foro.

	diametro [mm]	posizione [mm]	$h_b$ [ $\mu\text{m}$ ]	tempo [min]
pre-test 1	0,211	-	6	4
pre-test 2	0,192	0,286	-	3
1	0,210	0,258	0	3,8
2	0,212	0,307	5	3,8
3	0,208	0,307	4	3,8
4	0,212	0,300	4	3

Tabella 5.3: riassunto dei risultati delle lavorazioni [31].

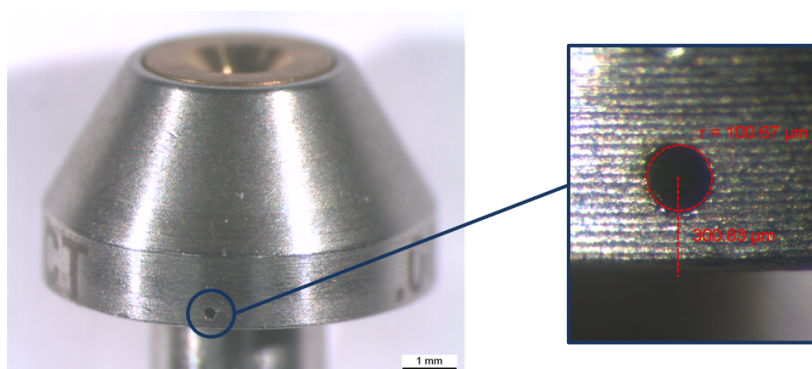


Figura 5.14: ugello forato n°2 al microscopio ottico.

Per conoscere le caratteristiche dei fori anche in corrispondenza della sezione di uscita, il componente contrassegnato come pre-test 2 è stato sezionato mediante elettroerosione a filo.

In figura 5.15, ottenuta tramite microscopio ottico, sono visibili due fori di prova per la messa a punto dei parametri di processo e un foro in posizione corretta; il diametro e la posizione di quest'ultimo, misurati con lo stesso metodo evidenziato nelle figure 5.11 e 5.12, sono risultati rispettivamente pari a 0,191 e 0,283 mm [31]. Questi valori, praticamente identici a quelli della sezione di ingresso, dimostrano il perfetto allineamento dei fori con la direzione radiale del componente.

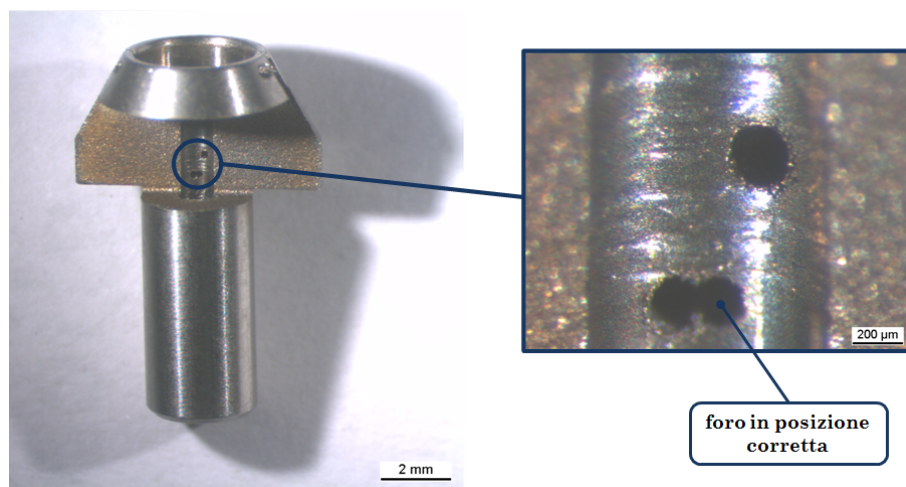


Figura 5.15: ugello di prova sezionato tramite EDM a filo.

I risultati descritti evidenziano come le operazioni di modifica siano state effettuate nel pieno rispetto dei vincoli di progetto.

Il perfetto accordo tra le dimensioni nominali e quelle effettive rappresenta un punto di partenza ideale per la simulazione numerica del processo: il dominio geometrico di quest'ultima risulterà infatti coincidente a quello reale, facilitando l'interpretazione dei risultati e gli esperimenti di validazione.

## Capitolo 6

---

# Simulazione fluidodinamica

---

*«Mathematicians always wish mathematics to be as pure as possible. But usually most interesting real problems that are offered to us are inaccessible in this way. And then it is very important for a mathematician to be able to find himself approximate, non-rigorous but effective ways of solving problems.»*

Andrej Nikolaevic Kolmogorov

La fluidodinamica computazionale, o CFD da *Computational Fluid Dynamics*, è una disciplina che utilizza algoritmi e metodi numerici per risolvere ed analizzare problemi riguardanti il moto dei fluidi.

L'impossibilità di determinare una soluzione analitica per le equazioni di Navier-Stokes (3.3.3), caratterizzate da un dominio di integrazione continuo nel tempo e nello spazio, ha motivato la ricerca di tecniche risolutive basate su un approccio di tipo discreto. Tra queste riveste particolare importanza il *metodo dei volumi finiti* (FVM) [40, 32], utilizzato dalla maggior parte dei software di calcolo [27, 11].

Esso si basa sulla rappresentazione del dominio geometrico attraverso un insieme finito di volumi di controllo, sui quali le equazioni differenziali del problema, espresse in forma algebrica, vengono risolte per una serie discreta di istanti temporali successivi.

In questo capitolo saranno analizzati in dettaglio tutti gli aspetti relativi alla fase di *pre-processing*, dalla creazione della griglia di calcolo alla scelta dei modelli fisici e dei parametri più opportuni per la simulazione del getto d'acqua.

## 6.1 Discretizzazione geometrica del dominio

Ogni analisi CFD inizia con la costruzione di un opportuno volume di calcolo per il problema fluidodinamico in esame.

Dal momento che il costo computazionale richiesto aumenta al crescere delle dimensioni del dominio, è importante ridurre quest'ultimo alla minima regione di interesse della quale si conoscono le condizioni al contorno.

In figura 6.1 è possibile osservare il dominio utilizzato per l'analisi dell'ugello forato. Esso è costituito dal volume interno del componente, rappresentato in grigio, e da due regioni cilindriche in cui sono imposte le condizioni al contorno del problema.

Il cilindro superiore, in blu, costituisce la regione di ingresso per l'acqua ad alta pressione, che percorrerà il canale interno sino a raggiungere la regione di uscita, indicata in rosso. Sulle superfici di quest'ultima viene imposta la condizione di pressione atmosferica, verificata sperimentalmente da F. Arleo attraverso misurazione diretta [11].

In corrispondenza della sezione esterna del foro laterale, come indicato in figura, si imporranno diversi livelli di pressione per l'aria in ingresso e si simulerà la presenza di un trasduttore di pressione attraverso la chiusura della luce di passaggio.

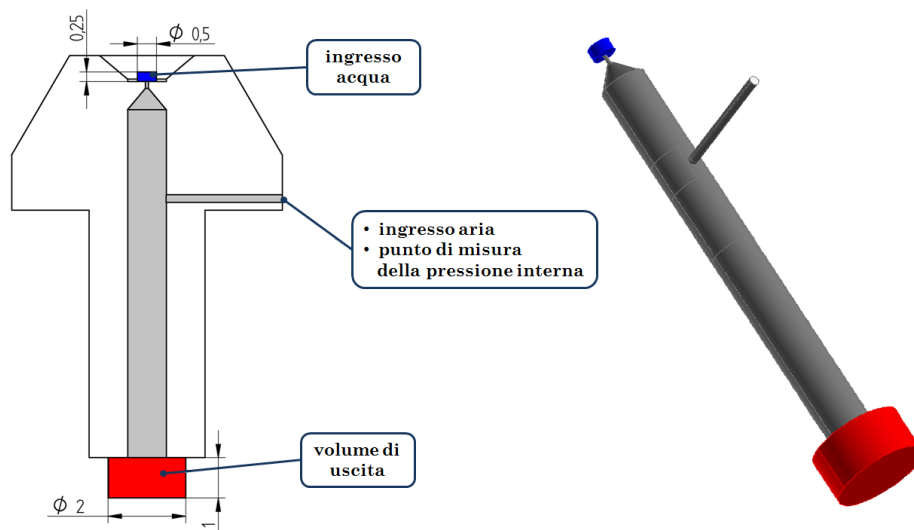
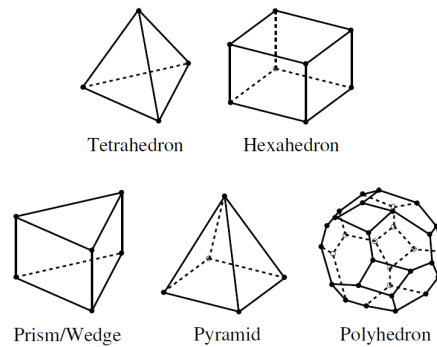


Figura 6.1: schematizzazione del dominio geometrico utilizzato per le simulazioni.

Come anticipato nell'introduzione, per risolvere il problema attraverso il metodo dei volumi finiti è necessario creare una griglia di calcolo, o *mesh*, suddividendo il dominio descritto in numerosi sotto-domini.

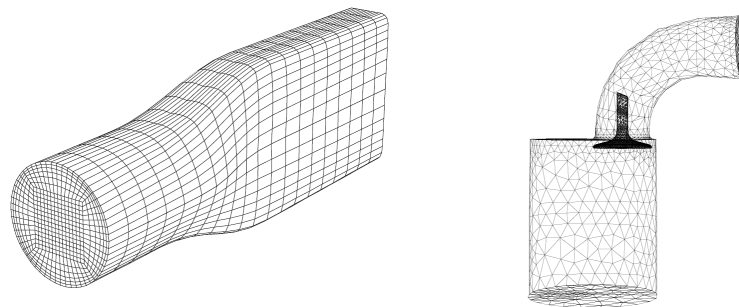
In caso di geometria tridimensionale questi ultimi possono avere le forme rappresentate in figura 6.2, tra cui solo gli esaedri a facce quadrilatere consentono la costruzione di una griglia di tipo *strutturato*.



**Figura 6.2:** differenti tipologie di cella tridimensionale [2].

Con questo aggettivo si indicano le mesh caratterizzate da una disposizione regolare degli elementi, che risultano allineati con le direzioni di sviluppo del dominio. In questo modo ogni cella può essere identificata univocamente in base alla posizione delle celle adiacenti, consentendo di semplificare la formulazione del problema in forma algebrica [27].

Le griglie di questo tipo, se risultano orientate parallelamente alla direzione del flusso, garantiscono i migliori risultati in termini di accuratezza e stabilità di calcolo, anche se richiedono un notevole impiego di tempo per essere generate. Per questo motivo, soprattutto in caso di geometrie complesse, è possibile utilizzare soluzioni di discretizzazione non strutturate, in cui gli elementi vengono deformati e disposti automaticamente dal software di generazione.



**Figura 6.3:** confronto tra mesh strutturata (a sinistra) e non strutturata [2].

Lo svantaggio principale associato a questa tipologia di griglia riguarda l'introduzione di elementi distorti nel dominio, che possono causare problemi di stabilità al processo di calcolo e ridurre l'accuratezza della soluzione numerica [27].

Per valutare la qualità della mesh sotto questo aspetto si utilizza il *fattore di distorsione di cella*, o *skewness factor* (SF), un indice della differenza tra la forma dell'elemento e quella di una cella equilatera di pari volume.

Nel caso in cui gli angoli interni siano tutti di  $90^\circ$  il parametro assume valore 0, mentre vale 1 se la cella è degenera, ossia se presenta una o più facce coincidenti.



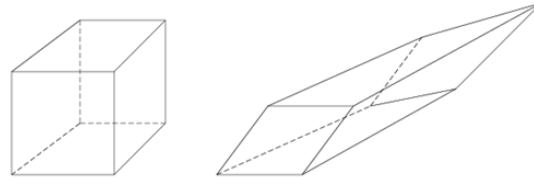


Figura 6.4: confronto tra un elemento regolare ed uno distorto.

Per evitare il problema descritto si è adottata una mesh di tipo strutturato per tutte le parti cilindriche del dominio, caratterizzate da una direzione di sviluppo parallela al flusso principale. La circonferenza esterna di questi volumi è stata quindi suddivisa in 52 parti secondo lo schema evidenziato in figura 6.5.

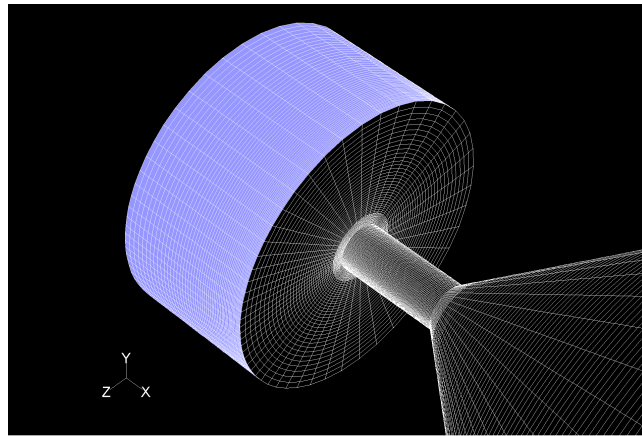


Figura 6.5: dettaglio della mesh relativo alla parte superiore del dominio.

Il livello di dettaglio di una soluzione numerica, come noto, è strettamente legato alla densità degli elementi in cui essa è calcolata.

Per questo motivo la griglia di calcolo deve essere costruita in modo da rappresentare correttamente le caratteristiche essenziali del campo di moto, utilizzando un certo numero di elementi per ogni sezione di passaggio [1].

Nelle regioni caratterizzate da elevati gradienti, tuttavia, si possono ottenere soluzioni numeriche dipendenti dalla griglia di calcolo, in cui gli andamenti delle grandezze di interesse risultano disomogenei e condizionati dalla distribuzione degli elementi nel dominio.

Per risolvere questo problema è utile incrementare la risoluzione spaziale ma, dal momento che il tempo di calcolo aumenta proporzionalmente al numero di celle presenti, l'operazione deve essere limitata alle regioni in cui risulta strettamente necessaria.

In caso di geometria tridimensionale, come si osserva in figura 6.6, questo aspetto è particolarmente critico poiché ogni livello di infittimento crea 8 nuovi elementi a partire da una singola cella.



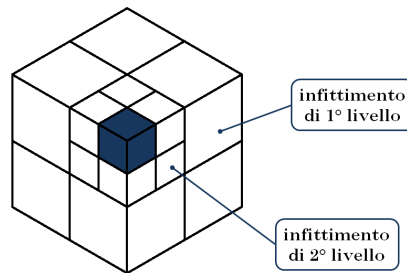


Figura 6.6: infiltramento di primo e secondo livello su cella 3D.

Nell'ambito della simulazione del getto d'acqua, l'area più sensibile al problema descritto è quella del capillare, in cui il fluido raggiunge in pochi decimi di millimetro una velocità superiore a 500 m/s.

Nella prima immagine in figura 6.7, ricavata da un'analisi assialsimmetrica del processo di efflusso, è possibile osservare un andamento discontinuo e innaturale dell'energia cinetica turbolenta, i cui valori massimi si concentrano a valle della regione cilindrica. Un infiltramento della mesh in corrispondenza della regione più esterna ha consentito di ottenere profili di turbolenza uniformi e coerenti con la superficie di interfaccia tra getto e aria [11].

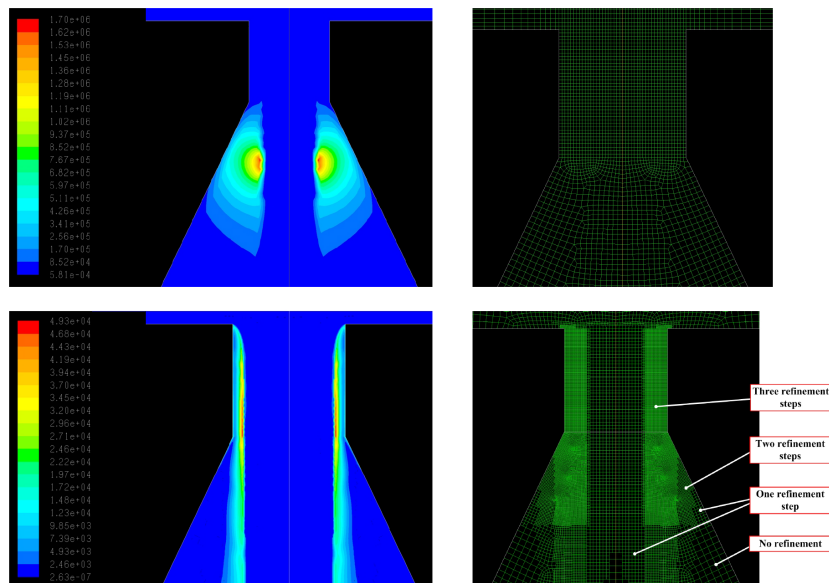


Figura 6.7: confronto tra i profili di  $\kappa$  ottenuti con due differenti griglie di calcolo [11].

L'esempio descritto ha suggerito di utilizzare una discretizzazione simile anche per le analisi tridimensionali di questa trattazione, come evidenziato dalla sezione in figura 6.8.

Nella stessa immagine si può anche osservare come il passaggio alla risoluzione spaziale massima sia stato sempre effettuato in modo graduale, un accorgimento

che consente di ridurre l'*errore di troncamento locale*, ossia la differenza tra le funzioni continue del problema e la loro rappresentazione numerica [2].

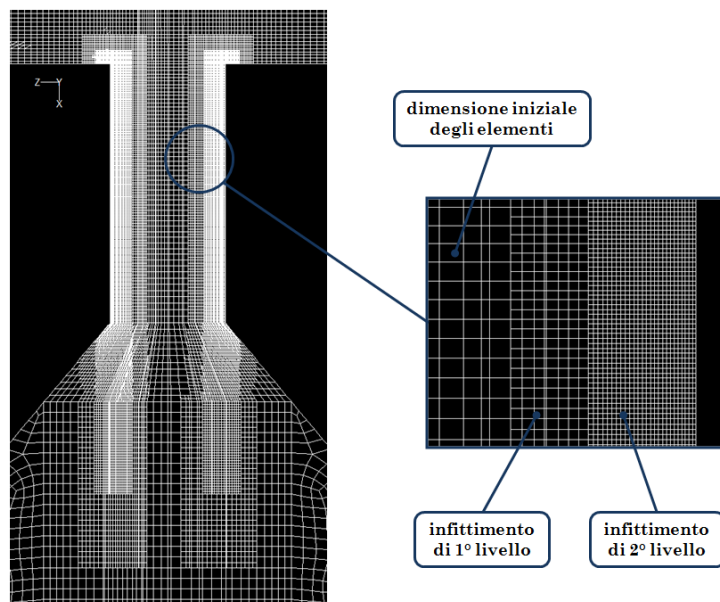


Figura 6.8: infittimento locale della mesh in corrispondenza del capillare.

A valle della regione descritta, caratterizzata dai fenomeni esposti nel paragrafo 4.1, è comunque importante disporre di un numero di elementi sufficiente per consentire la corretta rappresentazione della struttura del getto. Per questo motivo il volume interno al tubo di uscita è stato discretizzato secondo lo schema in figura 6.9, in cui è possibile riconoscere una risoluzione più elevata in corrispondenza della regione di passaggio del flusso principale.

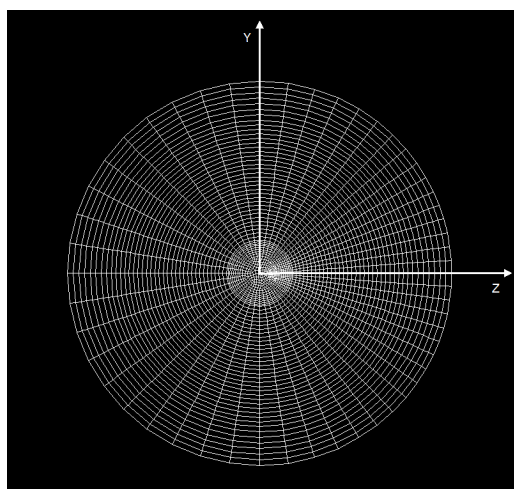


Figura 6.9: sezione trasversale della mesh relativa al canale di uscita.

Nella parte destra dell'immagine si osserva inoltre come la dimensione degli elementi non sia costante lungo la circonferenza, ma diminuisca progressivamente sino a raggiungere il minimo in corrispondenza dell'asse  $z$ : in questa posizione infatti, a circa 3 mm dalla sezione di ingresso del capillare, si innesta il canale di passaggio dell'aria e per questo motivo è necessario garantire in essa una maggiore risoluzione spaziale rispetto al resto del dominio.

Per la regione di contatto tra i due volumi cilindrici è stata inizialmente utilizzata la funzione *Mesh Interface* di Fluent<sup>®</sup>, che consente di gestire automaticamente la connessione tra due griglie di calcolo non conformi [2]. Con questa soluzione, come si può osservare nelle immagini in figura 6.10 e 6.11, è stato possibile discretizzare le due aree in modo del tutto indipendente, mantenendo su entrambe una suddivisione strutturata del dominio.

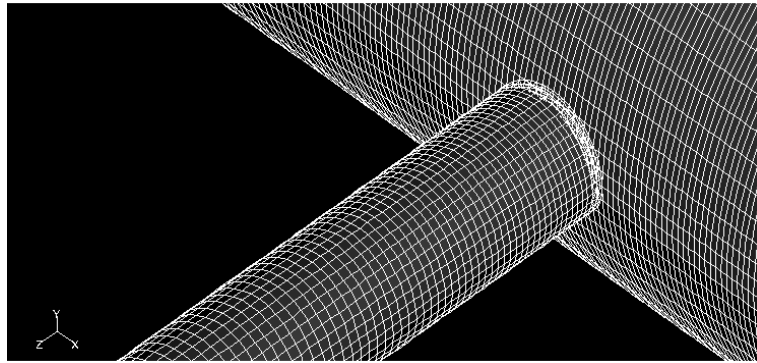


Figura 6.10: dettaglio della mesh in corrispondenza del canale di passaggio dell'aria.

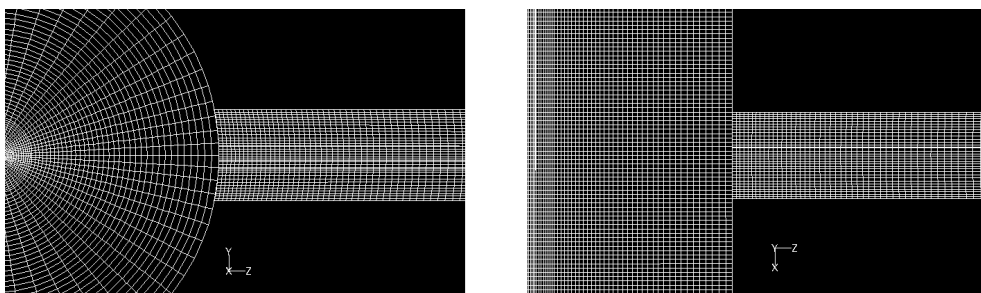


Figura 6.11: sezione trasversale (a sinistra) e longitudinale della regione di interfaccia.

I risultati della prima fase di simulazione, tuttavia, hanno evidenziato alcuni importanti limiti della soluzione adottata.

Nei diagrammi in figura 6.12 e 6.13, ottenuti imponendo una condizione di pressione atmosferica per il flusso d'aria in ingresso, si osserva infatti una marcata discontinuità nell'andamento della pressione assoluta, che varia di circa 4 kPa a cavallo della superficie di interfaccia.

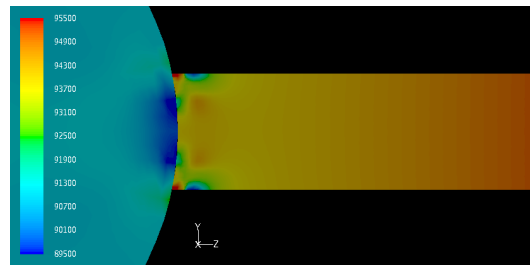


Figura 6.12: vista trasversale dei profili di pressione assoluta [Pa].

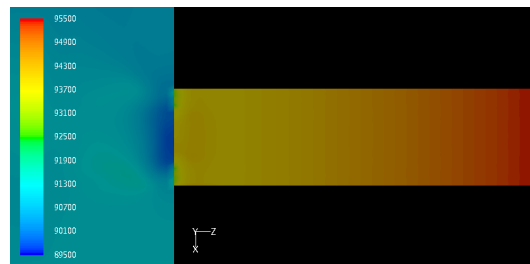


Figura 6.13: vista longitudinale dei profili di pressione assoluta [Pa].

Nella vista in sezione longitudinale riportata in figura 6.14 è interessante osservare l'andamento dei vettori di velocità in corrispondenza della stessa area. Anche da questa immagine emerge il comportamento anomalo della superficie di collegamento, che tende a bloccare il flusso d'aria in ingresso nella parte centrale, consentendone il passaggio solo attraverso la regione periferica dell'innesto.

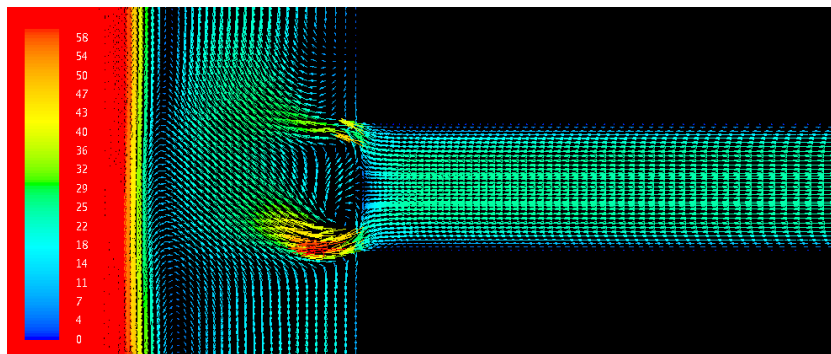


Figura 6.14: vettori di velocità [m/s] in corrispondenza della regione di interfaccia.

I problemi evidenziati hanno suggerito di modificare la griglia di calcolo al fine di ottenere un dominio continuo, in cui tutte le regioni di spazio risultino fisicamente connesse tra loro.

Per la discretizzazione della zona descritta, la soluzione più semplice ed efficace è sicuramente quella di utilizzare una porzione di dominio non strutturata, caratterizzata da elementi tetraedrici disposti automaticamente dal generatore *TGrid* di Gambit<sup>®</sup> [3].

In figura 6.15 si possono osservare le superfici esterne del volume descritto, che per garantire continuità spaziale devono necessariamente essere identiche a quelle del tubo di uscita dell'ugello, evidenziato in basso, e a quelle del canale di immissione dell'aria, collegato in alto.

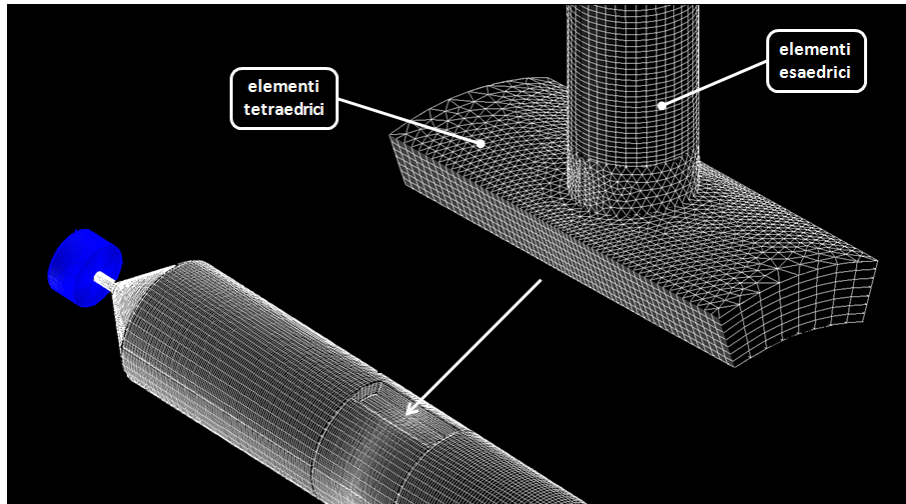


Figura 6.15: settore di corona cilindrica utilizzato per il collegamento tra i volumi.

Per verificare l'efficacia della nuova soluzione è stata utilizzata la funzione *Mesh-to-Mesh Solution Interpolation* di Fluent<sup>®</sup>, che consente di proseguire un processo di simulazione dopo aver trasferito i risultati su una diversa griglia di calcolo [2].

L'immagine in figura 6.16 mostra come l'utilizzo della nuova mesh abbia consentito di risolvere i problemi evidenziati in precedenza: l'andamento dei profili di pressione sulla sezione longitudinale risulta infatti continuo e omogeneo.

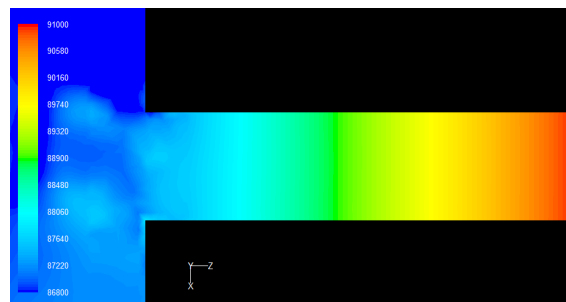


Figura 6.16: profili di pressione assoluta [Pa] con dominio geometrico continuo.

Le ultime considerazioni relative alla discretizzazione del dominio riguardano la regione inferiore del volume di calcolo.

In figura 6.17 è possibile osservare come in quest'area la dimensione media degli elementi sia nettamente superiore a quella del resto del dominio: essa è stata infatti aumentata progressivamente lungo la direzione assiale del tubo di uscita,

in modo da ridurre il numero di celle in una regione non interessata dalle caratteristiche salienti del problema.

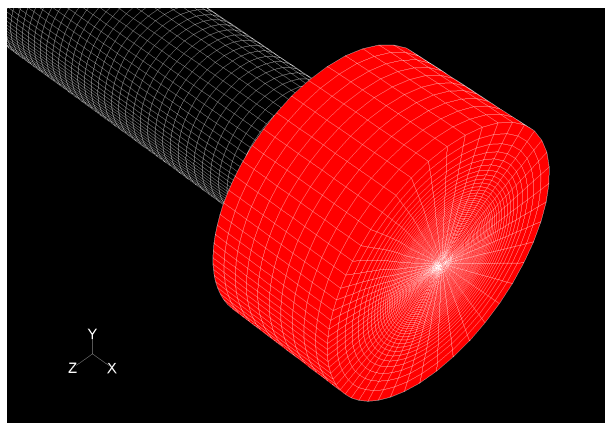


Figura 6.17: dettaglio della mesh relativo alla parte inferiore del dominio.

Lo svantaggio associato a questa soluzione è il notevole allungamento degli elementi centrali del canale, ben evidente nell'immagine in figura 6.18.

Il fattore di forma, o *aspect ratio* (AR), è un parametro qualitativo di cella che ne indica il rapporto tra le due dimensioni caratteristiche; in generale è opportuno che esso sia inferiore a 10 [2, 27], ma può essere aumentato in modo arbitrario se gli elementi risultano disposti parallelamente al flusso e se il problema non prevede la risoluzione del bilancio energetico [2].

Dal momento che per le analisi di questa trattazione entrambe le condizioni risultano soddisfatte, gli elevati valori di AR in prossimità della sezione di uscita non dovrebbero causare problemi di stabilità al processo di calcolo.

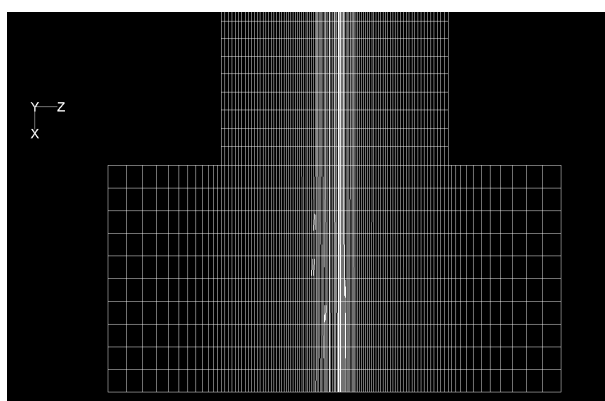


Figura 6.18: sezione longitudinale della mesh relativa al volume di uscita.

In tabella 6.1 sono riassunte le principali caratteristiche della mesh descritta in questo paragrafo.

numero totale di elementi	3.330.135
volume minimo di cella	$1,28 \cdot 10^{-19} \text{ m}^3$
volume massimo di cella	$1,26 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3$
volume totale	$1,05 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3$
massimo fattore di distorsione	0,967
massimo fattore di forma	41,8

**Tabella 6.1:** principali caratteristiche della mesh utilizzata.

L'elevato numero di elementi ha reso necessaria la suddivisione del calcolo su più processori, eseguita automaticamente grazie all'opzione *Parallel Processing* di Fluent<sup>®</sup> [2].

Il valore massimo di *skewness factor*, molto vicino ad 1, viene raggiunto in corrispondenza del settore non strutturato, nel quale è presente un insieme di 4 elementi con fattore di distorsione superiore a 0,95. È importante sottolineare che esso risulta comunque inferiore al valore limite di 0,97, oltre il quale la convergenza numerica non può essere garantita.

## 6.2 Modellazione del flusso bifase

Per simulare correttamente il processo water jet è necessario utilizzare un modello numerico che consenta di rappresentare al meglio l'interazione tra acqua e aria.

Tra i modelli multifase disponibili la scelta è ricaduta su quelli con approccio *Euleriano-Euleriano*, in cui tutti i fluidi presenti vengono trattati come sistemi continui. La gestione dell'interazione tra questi ultimi è possibile grazie all'introduzione della *frazione di volume*, una funzione che esprime la percentuale di ciascuna fase all'interno di ogni elemento del dominio.

In Fluent® è possibile utilizzare tre diverse soluzioni basate sull'approccio descritto [1, 15]:

- *Mixture Model*

è un modello semplificato che garantisce buoni risultati nei casi in cui le diverse fasi risultano fortemente accoppiate, ossia se tendono ad assumere le medesime velocità in corrispondenza delle scale spaziali inferiori. Il risparmio di costo computazionale è legato alla presenza di un solo set di equazioni, in cui la velocità, calcolata tramite un algoritmo di media pesata in base alla massa, è riferita alla miscela delle sostanze in esame.

Dal momento che consente di governare i fenomeni di scambio di massa, il *Mixture Model* viene spesso utilizzato per modellare i processi di cavitazione; altri tipici utilizzi riguardano i flussi contenenti piccole quantità di particelle solide, i processi di sedimentazione e i flussi interessati dalla presenza di bolle in cui la frazione gassosa risulta ridotta rispetto al volume totale.

- *Eulerian Model*

è il modello multifase più generale e complesso poiché prevede la risoluzione di un sistema di equazioni per ognuna delle fasi presenti. Le applicazioni tipiche sono le stesse del modello precedente, senza limitazioni relative alla natura e alla composizione delle miscele fluide.

Lo svantaggio legato all'utilizzo di questo modello è il costo computazionale, che è comunque ripagato da un notevole aumento di accuratezza della soluzione.

- *Volume of Fluid Model*

a differenza dei modelli precedenti, il *Volume of Fluid* (VOF) è indicato per i problemi che riguardano fluidi non miscibili, per i quali è importante rappresentare la forma e l'evoluzione della superficie di interfaccia.

In questo modello, infatti, non è ammessa la presenza di fasi interpenetranti; ciò significa che, in ogni elemento del dominio, le frazioni di volume relative ai fluidi presenti non possono assumere qualsiasi valore, ma devono essere



sempre complementari all'unità.

Così come il *Mixture Model*, anche questo metodo è basato su un'unica equazione di trasporto per il bilancio della quantità di moto e quindi il campo di velocità risulta condiviso da tutte le fasi presenti.

Il VOF viene tipicamente utilizzato per analizzare la struttura dei getti liquidi, il comportamento dei flussi a superficie libera e per qualsiasi problema in cui è richiesta la descrizione dell'interfaccia tra due o più fluidi a contatto.

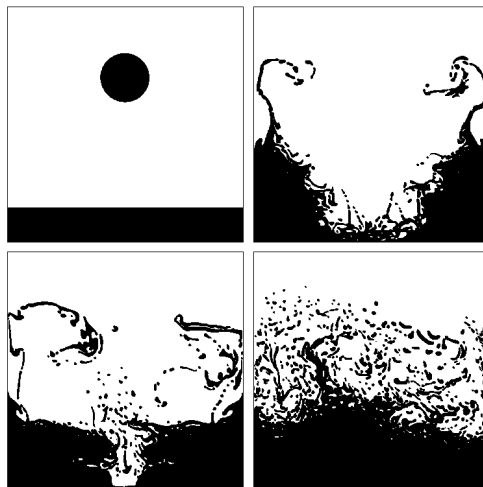


Figura 6.19: metodo VOF applicato ad un'analisi 2D.

Per la modellazione del processo water jet la soluzione migliore è sicuramente l'ultima tra quelle illustrate. Per questo motivo è opportuno descrivere in dettaglio le caratteristiche del metodo VOF, con particolare attenzione ai metodi risolutivi e ai parametri di calcolo adottati in questa trattazione.

### 6.2.1 Teoria del metodo VOF

Per l'analisi dei flussi multifase, come detto, è necessario introdurre una variabile che consenta di definire la frazione di volume occupata da ciascun fluido. Questa funzione, indicata con  $\alpha_i$  per la  $i$ -esima fase, assume valore 1 nelle celle in cui il fluido occupa tutto il volume disponibile, mentre vale 0 laddove esso risulta assente. Nel caso del modello VOF, le celle in cui la frazione di volume non assume i valori estremi sono quelle in cui è presente una regione di confine tra due fasi fluide, che viene tracciata attraverso specifici algoritmi di interpolazione. Questi ultimi si basano sulla considerazione che la direzione normale alla superficie di interfaccia risulta sempre parallela alla direzione di massima variazione di  $\alpha$ ; valutando quindi la derivata della frazione di volume è possibile ricostruire in ogni cella la linea di separazione tra le fasi presenti.

Per consentire questo tipo di analisi è necessario che la funzione  $\alpha$  compaia all'interno dell'equazione di continuità, che può essere espressa per la  $i$ -esima fase nella seguente formulazione generale:

$$\frac{1}{\rho_i} \left[ \frac{\partial(\alpha_i \rho_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_i \rho_i \mathbf{v}) \right] = \frac{S_{\alpha_i}}{\rho_i} + \frac{1}{\rho_i} \sum_{j=1}^n (\dot{m}_{ji} - \dot{m}_{ij}) \quad (6.1)$$

La relazione espressa differisce da quella introdotta nel paragrafo 3.2.1 per la presenza del termine di sorgente  $S_{\alpha_i}$  e della sommatoria relativa al trasferimento netto di massa dalla fase  $j$ -esima alla fase considerata.

La frazione di volume della fase primaria non viene calcolata attraverso l'equazione di trasporto, ma tramite la semplice relazione algebrica che impone il completo riempimento del volume di cella:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \quad (6.2)$$

La risoluzione numerica dell'equazione 6.1 può essere effettuata secondo una discretizzazione temporale di tipo implicito o esplicito.

Per l'analisi della struttura dei getti liquidi è preferibile utilizzare la seconda alternativa [2], che è definita esplicita poiché non richiede alcun procedimento iterativo per ricavare la variabile di interesse.

Per determinare il valore di  $\alpha_i$  relativo all'intervallo di tempo corrente, il metodo sfrutta la seguente relazione:

$$V \frac{\alpha_i^{t+1} \rho_i^{t+1} - \alpha_i^t \rho_i^t}{\Delta t} + \sum_f (\rho_i^t U_f^t \alpha_{i,f}^t) = V S_{\alpha_i} + V \sum_{j=1}^n (\dot{m}_{ji} - \dot{m}_{ij}) \quad (6.3)$$

In questo caso l'equazione di continuità è riferita alla singola cella di volume  $V$ ; nel secondo termine, legato alla divergenza del prodotto tra velocità e densità della fase  $i$ -esima, compare la portata volumetrica  $U_f$ , che viene valutata su tutte le facce dell'elemento al fine di determinare il flusso netto di massa relativo a quest'ultimo.

Per la simulazione del processo water jet, caratterizzato da un'ampia fase di transitorio iniziale e da numerosi fenomeni non stazionari di notevole interesse, è necessario impostare un'analisi tempo-dipendente, che risulta compatibile con il metodo di discretizzazione esposto [1].

Il metodo VOF, come detto, sfrutta un'unica equazione di trasporto per il bilancio della quantità di moto; ciò significa che le proprietà fisiche necessarie a ricavare i campi di velocità e di pressione devono essere riferite all'insieme dei fluidi presenti e calcolate attraverso un'operazione di media. Quest'ultima viene effettuata pesando le variabili di interesse in base alle frazioni di volume, come nel seguente esempio:

$$\rho = \sum_{i=1}^n \alpha_i \rho_i \quad (6.4)$$

Per quanto riguarda la ricostruzione dell'interfaccia tra le fasi a contatto, Fluent<sup>®</sup> consente di utilizzare due diversi algoritmi, evidenziati nelle immagini in figura 6.20. Il più accurato tra questi è il *Geometric Reconstruction Scheme*, in cui la superficie di interfaccia viene rappresentata come un insieme di segmenti rettilinei relativi alle singole celle.

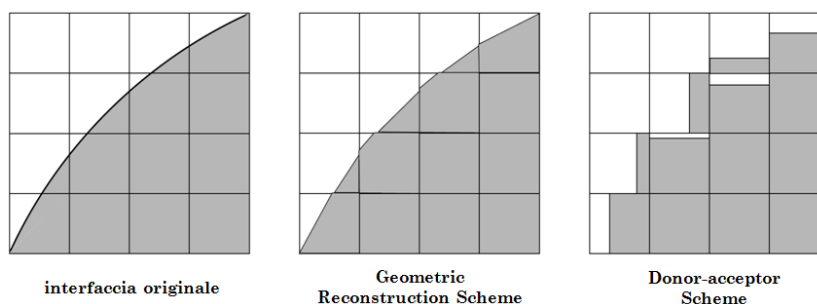


Figura 6.20: confronto tra i due algoritmi di ricostruzione delle zone di interfaccia [1].

In alternativa è possibile utilizzare il *Donor-acceptor Scheme*, particolarmente indicato nei casi in cui si riscontrano problemi di *diffusione numerica* [1].

Questo fenomeno, presente in ogni analisi CFD, è legato alle approssimazioni introdotte nel processo di discretizzazione ed è così chiamato poiché genera un aumento dei coefficienti di diffusione in tutte le equazioni del problema.

Per minimizzare gli effetti associati a questa sorgente di errore è opportuno utilizzare griglie di calcolo strutturate e aumentare la risoluzione spaziale nelle aree in cui è richiesta maggiore accuratezza.

Dal momento che la mesh descritta nel paragrafo 6.1 è stata costruita nel rispetto di entrambi i requisiti, la scelta è ricaduta sul primo algoritmo di interpolazione esposto.

### 6.2.2 Parametri di simulazione

Per inizializzare correttamente un'analisi fluidodinamica multifase è necessario impostare le proprietà fisiche dei fluidi presenti e definire i parametri relativi all'interazione tra essi.

Dal momento che l'aria occupa la maggior parte del volume disponibile, essa è stata identificata come fase primaria; di conseguenza l'acqua allo stato liquido costituisce la fase secondaria e per questo deve essere introdotta manualmente all'interno di specifiche regioni del dominio.

Per consentire la formazione del getto, come anticipato all'inizio del paragrafo 6.1, l'acqua deve occupare interamente il volume cilindrico a monte del capillare, indicato come *water reservoir zone* nell'immagine in figura 6.21: l'operazione è stata effettuata grazie alla funzione *Patch* di Fluent<sup>®</sup>.

Inoltre, per evitare il progressivo svuotamento del bacino di efflusso, è neces-

sario imporre che la frazione di volume di liquido in corrispondenza delle pareti esterne del cilindro sia sempre pari ad 1: in questo modo è possibile simulare correttamente l'afflusso continuo di acqua proveniente dal condotto ad alta pressione.

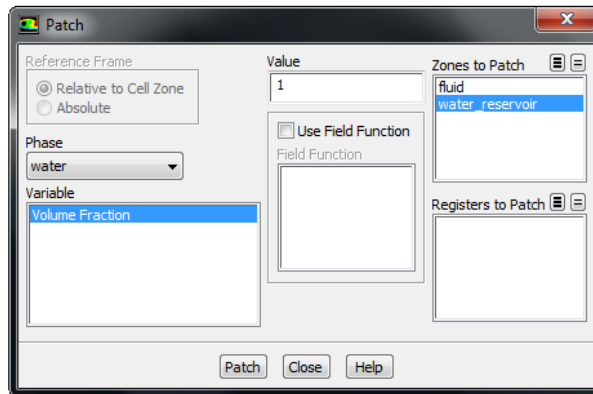


Figura 6.21: interfaccia del comando *Patch* di Fluent®.

Per ragioni legate alla convergenza del processo di calcolo, entrambi i fluidi presenti sono stati considerati incomprimibili. Inoltre, dal momento che la termodinamica del processo non è interessante ai fini dell'analisi, il modello utilizzato non prevede la risoluzione del bilancio energetico.

Per questi motivi le uniche proprietà fisiche di interesse per i fluidi in esame sono quelle che compaiono nelle equazioni di Navier-Stokes (3.54), ossia la densità e la viscosità dinamica.

	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\mu$ [Pa.s]
aria	1,225	$1,789 \cdot 10^{-5}$
acqua	998,2	$1,003 \cdot 10^{-3}$

Tabella 6.2: proprietà fisiche dei fluidi utilizzati nel modello.

Per quanto riguarda la ricostruzione della superficie di interfaccia, il metodo VOF consente di inserire l'effetto della tensione superficiale, proprietà introdotta nel paragrafo 3.1.2.

Per questo obiettivo Fluent® sfrutta il *Continuum Surface Force model* proposto da J. U. Brackbill et al., che garantisce massima accuratezza su mesh di tipo strutturato [1].

Un altro effetto importante che può essere preso in considerazione è la *bagnabilità*, ossia la modalità con cui una porzione di liquido immersa in un volume gassoso entra in contatto con una superficie solida.

Il fenomeno è descritto compiutamente attraverso l'*angolo di contatto*  $\theta$ , che viene misurato tra la parete e la retta tangente all'interfaccia tra i fluidi.

Dal momento che dipende da numerose variabili, relative sia alla natura dei fluidi che alle caratteristiche della superficie solida,  $\theta$  deve essere determinato sperimentalmente: nel caso del contatto tra acqua, aria e acciaio, schematizzato in figura 6.22, esso risulta pari a circa  $76^\circ$ , valore che è stato impostato su tutte le pareti di contorno del dominio [11].

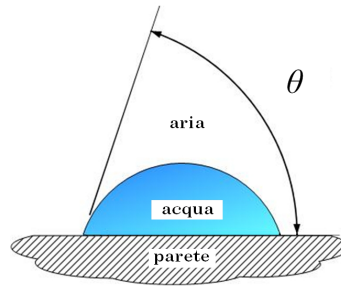


Figura 6.22: definizione dell'angolo di contatto tra fluido e parete [11].

In figura 6.23 sono riassunte le principali impostazioni utilizzate per la modellazione del flusso bifase, dallo schema di discretizzazione temporale all'inserimento degli effetti legati alle forze di massa.

La costante relativa al *Courant number*, fondamentale durante il processo di calcolo, sarà discussa in dettaglio nel paragrafo 6.5.2.

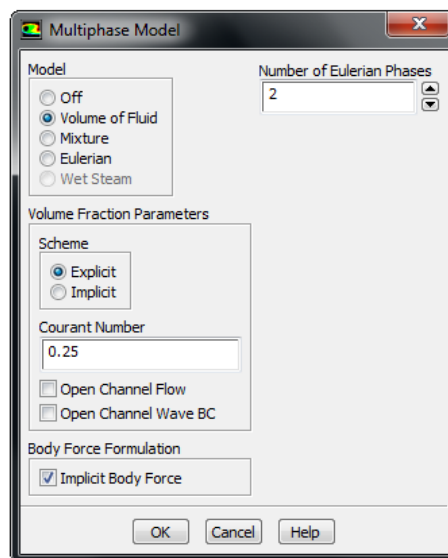


Figura 6.23: interfaccia di definizione del modello multifase.

### 6.3 Modellazione dei fenomeni di turbolenza

Come anticipato nel paragrafo 3.4, la simulazione del processo water jet deve necessariamente includere una serie di equazioni di chiusura che consentano di modellare i fenomeni turbolenti.

Questa esigenza è legata all'elevato valore di  $Re$  raggiunto all'interno dell'ugello, che può essere calcolato considerando una velocità del flusso  $v$  di 600 m/s, un diametro caratteristico  $d$  pari a 0,08 mm e le proprietà dell'acqua riportate in tabella 6.2:

$$Re = \frac{\rho v d}{\mu} = 4,78 \cdot 10^4 \quad (6.5)$$

Tra le numerose soluzioni illustrate nel paragrafo 3.4.3, i modelli RANS a due equazioni rappresentano il miglior compromesso tra accuratezza e costo computazionale.

Come detto, essi consentono di stimare le componenti del tensore di Reynolds attraverso due equazioni di trasporto, una relativa all'energia cinetica turbolenta  $\kappa$ , l'altra alla sua derivata nel tempo  $\epsilon$ , direttamente collegata alle grandezze scala dei fenomeni vorticosi.

Per esprimere il tensore  $\Phi_{Re}$  in funzione di queste sole variabili, si sfrutta la seguente definizione di viscosità cinematica turbolenta:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (6.6)$$

Con questa equazione, caratterizzata dalla presenza della costante sperimentale  $C_\mu$ , è possibile riscrivere l'espressione 3.67 nella seguente forma:

$$\Phi_{Re} = \frac{2}{3} \rho \kappa \mathbf{I} - 2 \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \bar{\mathbf{D}} \quad (6.7)$$

L'equazione espressa viene utilizzata in tutti i modelli  $\kappa$ - $\epsilon$  disponibili in Fluent<sup>®</sup>, che differiscono tra loro per la formulazione delle equazioni di trasporto.

Il migliore tra questi in termini di accuratezza è il *Realizable  $\kappa$ - $\epsilon$  Model*, sviluppato nel 1995 da T. H. Shih et al. [1].

Rispetto alla formulazione standard proposta da Launder e Spalding, questo modello prevede la variabilità del termine  $C_\mu$  in funzione delle condizioni fluidodinamiche ed è basato su un'equazione di trasporto migliorata per  $\epsilon$ .

Il beneficio immediato derivante da queste caratteristiche è la migliore previsione del comportamento dei getti liquidi, sia piani che tridimensionali. Esso garantisce inoltre elevate prestazioni in caso di flussi con rotazioni, fenomeni di distacco o ricircolo e strati limite con gradienti di pressione sfavorevoli [1].

Per questi motivi il modello descritto è stato scelto per le analisi di questa trattazione, come evidenziato nell'immagine in figura 6.24.

I valori delle costanti riportati nel riquadro di destra sono stati mantenuti identici

a quelli proposti dal manuale utente, mentre per quanto riguarda l'analisi del flusso in corrispondenza delle zone di parete è stata scelta l'opzione *Enhanced Wall Treatment*, più accurata rispetto alle *Wall Functions* nel caso in cui si disponga di un numero di celle sufficientemente elevato.

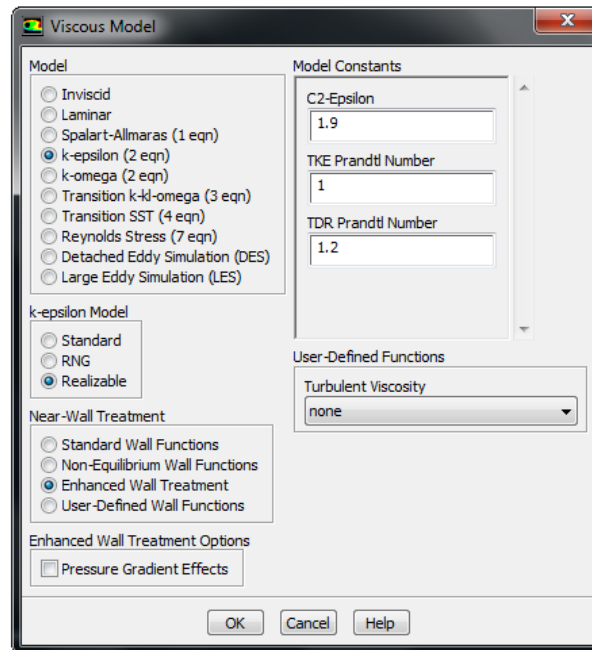


Figura 6.24: interfaccia di definizione del modello di turbolenza.

## 6.4 Condizioni al contorno

Le equazioni che regolano la dinamica dei fluidi, come sottolineato al termine del paragrafo 3.3.2, sono caratterizzate da un legame di tipo implicito tra la soluzione del problema e le condizioni al contorno, che si influenzano vicendevolmente ad ogni istante di tempo. Per questo motivo è essenziale definire quanto più accuratamente possibile le caratteristiche del campo di moto in corrispondenza dei margini del dominio.

Per il problema in esame è possibile considerare l'immagine in figura 6.25, in cui sono evidenziate le tre aree nelle quali è necessario imporre specifiche condizioni al contorno: le regioni di ingresso di acqua e aria e il volume di uscita saranno ora analizzate singolarmente, mentre per quanto riguarda le pareti del dominio, rappresentate in grigio, è sufficiente impostare la condizione di *no-slip*, ossia di velocità nulla del flusso a contatto con la superficie, e il modello *Wall Adhesion*, con un angolo di contatto di  $76^\circ$  (6.2.2).

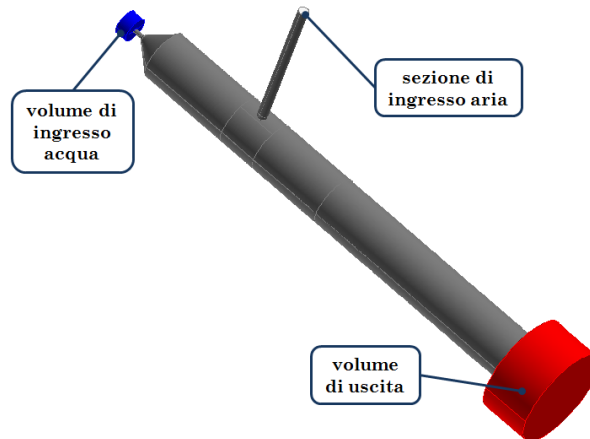


Figura 6.25: dominio geometrico del problema.

### 6.4.1 Volume di ingresso dell'acqua

La regione cilindrica a monte del capillare rappresenta l'ultimo tratto del condotto ad alta pressione. Per quest'ultima un livello tipico in ambito pure water jet è 200 MPa, valore che è stato impostato in corrispondenza della parete superiore e di quella laterale.

Dal momento che nella simulazione è stato incluso un modello di turbolenza, è necessario definire le caratteristiche di quest'ultima all'interno del volume in questione. Tra i differenti metodi disponibili, il più adatto per la condizione di *pressure inlet* è quello basato sull'intensità turbolenta e sul diametro idraulico. L'*intensità turbolenta*  $I$  è definita come il rapporto tra il valore efficace delle



componenti di velocità fluttuanti e la velocità del flusso mediata alla Reynolds:

$$I = \sqrt{\frac{u'^2 + v'^2 + w'^2}{3(\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2)}} \quad (6.8)$$

Per scegliere un opportuno valore di  $I$ , difficilmente ottenibile per via sperimentale, è possibile utilizzare le linee guida in tabella 6.3: nel caso del volume di ingresso, in cui l'acqua risulta praticamente ferma sino al raggiungimento del capillare, si è scelto un valore pari allo 0,5% [11].

	$I_{min}\%$	$I_{max}\%$
laminare o di transizione	0	1
turbolento	1	5
fortemente turbolento	5	20

Tabella 6.3: valori di  $I$  in funzione del regime di moto del flusso [1].

Il *diametro idraulico*  $d_h$ , infine, indica la dimensione caratteristica della regione considerata, pari a 0,5 mm secondo le quote in figura 6.1.

pressione dell'acqua	$p_1$	200 MPa
intensità turbolenta	$I_1$	0,5%
diametro idraulico	$d_{h1}$	0,5 mm

Tabella 6.4: condizioni al contorno per il volume di ingresso dell'acqua.

### 6.4.2 Sezione di ingresso dell'aria

Per valutare l'effetto del flusso d'aria sul campo di moto interno all'ugello è necessario impostare la condizione di *pressure inlet* anche sulla sezione di ingresso del foro laterale.

Per la prima simulazione, come evidenziato in tabella 6.5, è stato scelto un livello di pressione pari a quello atmosferico, in modo da valutare l'effetto del gradiente di pressione naturale tra esterno e interno (5.1).<sup>1</sup>

Nella seconda analisi la pressione è stata aumentata a 3 bar al fine di ottenere un flusso d'aria più veloce in ingresso; il valore scelto, relativamente ridotto, è stato impostato sulla base degli esperimenti di prova dell'ugello forato, che saranno presentati in dettaglio nel paragrafo 8.4.

In entrambe le simulazioni il diametro idraulico risulta pari alla dimensione nominale del foro, mentre l'intensità turbolenta, sicuramente più elevata rispetto a quella del volume di ingresso dell'acqua, è stata fissata all'1% nel primo caso e al 3% nel secondo.

<sup>1</sup> Il valore di riferimento per la pressione è stato fissato al livello atmosferico standard di 101325 Pa; una pressione relativa pari a 0 Pa equivale quindi alla condizione di pressione atmosferica.

<b>simulazione 1</b>	pressure inlet		
	pressione relativa dell'aria	$p_a$	0 Pa
	intensità turbolenta	$I_a$	1%
	diametro idraulico	$d_{ha}$	0,2 mm
<b>simulazione 2</b>	pressure inlet		
	pressione relativa dell'aria	$p_a$	0,3 MPa
	intensità turbolenta	$I_a$	3%
	diametro idraulico	$d_{ha}$	0,2 mm
<b>simulazione 3</b>	wall		

Tabella 6.5: condizioni al contorno per la sezione di ingresso dell'aria.

Con la terza ed ultima fase di analisi, come anticipato nel paragrafo 6.1, si intende simulare la presenza di un trasduttore di pressione attraverso la chiusura della sezione di passaggio. In questo modo, confrontando i valori di pressione ottenuti numericamente con quelli sperimentali, sarà possibile valutare la bontà del modello utilizzato.

### 6.4.3 Volume di uscita

In corrispondenza delle superfici esterne del volume di uscita è necessario imporre la condizione di *pressure outlet*, anch'essa caratterizzata da un valore di pressione costante, in questo caso pari a quello atmosferico, e da un metodo di definizione per la condizione di turbolenza del flusso.

In questo caso, anzichè impostare la quota del diametro idraulico, è preferibile definire la dimensione dei vortici attraverso la loro *lunghezza scala*  $l_v$ . Questa grandezza è solitamente ritenuta pari al 70% dalla dimensione caratteristica minima della regione considerata [11]. Nel caso in questione, schematizzato in figura 6.26, essa è stata ricavata dal raggio del cilindro e fissata a 0,7 mm.

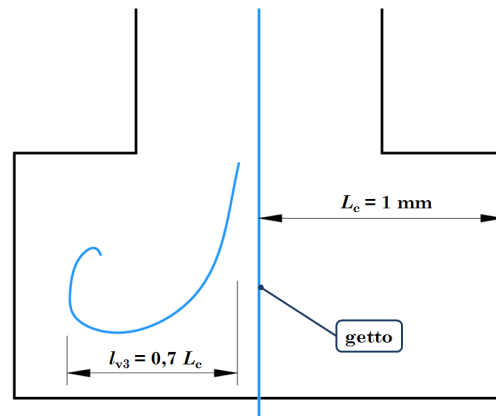


Figura 6.26: definizione della lunghezza di scala turbolenta nel volume di uscita.

Per quanto riguarda l'intensità dei fenomeni turbolenti è importante sottolineare che la regione di uscita, a differenza delle zone precedentemente descritte, è interessata dalla presenza di entrambe le fasi fluide, con il getto ad elevata velocità che trascina gli strati d'aria più prossimi alla sua superficie esterna. Per questo motivo il valore ipotizzato per  $I$  è di 8 punti percentuali, corrispondenti ad un flusso turbolento di media intensità.

pressione relativa del flusso	$p_3$	0 Pa
intensità turbolenta	$I_3$	8%
lunghezza scala dei vortici	$l_{v3}$	0,7 mm

**Tabella 6.6:** condizioni al contorno per il volume di uscita.

## 6.5 Definizione dei metodi risolutivi

Le ultime impostazioni necessarie per l'avvio delle analisi numeriche riguardano i metodi di risoluzione e i controlli sul processo di calcolo.

Questo paragrafo è dedicato alla descrizione dettagliata di questi aspetti, dalla cui scelta dipendono il costo computazionale del modello, la convergenza del processo e il grado di accuratezza della soluzione.

### 6.5.1 Accoppiamento pressione-velocità

Come anticipato nel paragrafo 3.3.3, le equazioni di Navier-Stokes necessitano di una relazione esplicita per la risoluzione del campo di pressione.

L'algoritmo scelto per questo obiettivo è il *Pressure-Implicit with Splitting of Operators scheme* (PISO), appartenente alla categoria dei metodi SIMPLE [1].

Tra i numerosi algoritmi di accoppiamento disponibili in Fluent<sup>®</sup>, lo schema PISO è quello che garantisce l'efficienza di calcolo più elevata per il bilancio della quantità di moto. Questa caratteristica è legata all'utilizzo delle seguenti correzioni aggiuntive:

- *Neighbor Correction*

è un procedimento iterativo che consente di ridurre il numero di passaggi necessari per la convergenza; dal momento che risulta particolarmente efficace in caso di analisi tempo-dipendenti, esso è stato utilizzato con un numero di iterazioni aggiuntive pari a 3;

- *Skewness Correction*

nel caso in cui il dominio geometrico sia caratterizzato dalla presenza di elementi distorti, questa correzione consente di migliorare il calcolo dei flussi di massa tra le celle adiacenti. Dal momento che la mesh utilizzata presenta questo problema solo nella regione di interfaccia tra i volumi cilindrici, il numero di iterazioni per questa correzione è stato fissato a 1.<sup>2</sup>

### 6.5.2 Discretizzazione spaziale e temporale

Per la risoluzione dei problemi differenziali caratterizzati dalla prevalenza del termine convettivo, lo schema di discretizzazione spaziale più efficace è l'*Upwind Differencing Scheme*.

La formulazione più semplice di questo algoritmo, denominata *First Order Upwind*, prevede che il valore di una generica grandezza in corrispondenza dei confini di cella sia identico al valore che essa assume nel nodo "a monte" (*upwind* o *upstream*) rispetto alla direzione del flusso.

---

<sup>2</sup> Nei casi in cui si utilizzano entrambe le correzioni è consigliabile attivare l'opzione *Skewness-Neighbor Coupling*, che garantisce un processo iterativo meno dispendioso dal punto di vista computazionale.

Una versione modificata dello schema descritto prevede la derivazione delle grandezze di interesse attraverso uno sviluppo in serie di Taylor arrestato al second'ordine (*Second Order Upwind*). In questo caso l'algoritmo sfrutta i valori di sovrafflusso relativi a molteplici nodi, con i quali ricostruisce l'andamento dei gradienti necessari al calcolo.

In figura 6.27 è possibile osservare come, a parità di risoluzione spaziale, lo schema del second'ordine sia caratterizzato da una maggiore accuratezza, in quanto tende a ridurre sensibilmente i problemi di diffusione numerica (6.2.1).

Per questo motivo nelle analisi non stazionarie in cui la soluzione attesa differisce notevolmente da quella di partenza, è opportuno inizializzare il calcolo con una discretizzazione del primo ordine, più semplice e rapida, per poi passare al second'ordine nel momento in cui è richiesta la massima accuratezza nei risultati. Questa strategia è stata adottata per la risoluzione del bilancio di quantità di moto e per le equazioni di trasporto relative a  $\kappa$  ed  $\epsilon$ .

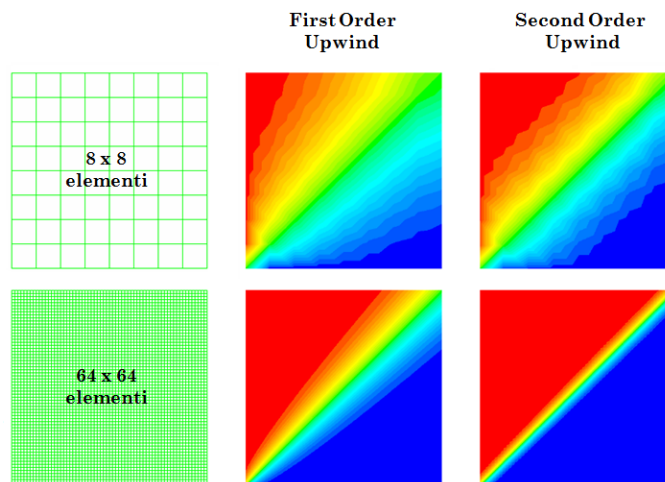


Figura 6.27: confronto grafico tra i due algoritmi di discretizzazione spaziale [13].

Per quanto riguarda la valutazione dei gradienti è stato utilizzato il metodo *Least Squares Cell-Based*, suggerito dal manuale di Fluent<sup>®</sup> in quanto decisamente più veloce e accurato rispetto alle alternative.

Per l'interpolazione dei valori di pressione, il modello VOF consente di scegliere tra due differenti algoritmi: il *Body-force-weighted scheme* e il *Pressure Staggering Option scheme* (PRESTO!).

Dal momento che la prima alternativa è consigliata nei casi in cui le forze di massa dominano la dinamica del sistema [2], si è scelto di utilizzare il secondo metodo, più adatto alla simulazione del processo water jet.

Le superfici di interfaccia tra le fasi fluide, infine, sono state ricostruite attraverso il *Geometric Reconstruction Scheme*, come anticipato nel paragrafo 6.2.1.

gradienti	Least Squares Cell-Based
pressione	PRESTO!
quantità di moto	2 <sup>nd</sup> Order Upwind
frazione di volume	Geometric Reconstruction
energia cinetica turbolenta	2 <sup>nd</sup> Order Upwind
tasso di dissipazione turbolenta	2 <sup>nd</sup> Order Upwind

**Tabella 6.7:** riassunto degli schemi adottati per la discretizzazione spaziale.

La discretizzazione temporale del problema è stata eseguita secondo lo schema esplicito dell'equazione 6.3.

Quest'ultima, come detto, viene utilizzata per ricavare le frazioni di volume in caso di analisi tempo-dipendenti e per questo deve essere risolta in ogni istante temporale.

Nel calcolo numerico l'intervallo di tempo che intercorre tra due istanti successivi è detto *time step* ( $\Delta t$ ). Questo parametro determina la risoluzione temporale del modello e deve essere scelto secondo i medesimi criteri con cui si suddivide il dominio geometrico: un valore di  $\Delta t$  ridotto, infatti, favorisce la convergenza del processo di calcolo e migliora l'accuratezza dei risultati, aumentando però il tempo necessario per la risoluzione del problema.

La scelta del time step può essere verificata in qualsiasi momento monitorando il numero di iterazioni necessarie per la convergenza. Queste, nel caso ideale, dovrebbero essere comprese tra 5 e 10; se il solutore richiede un numero di iterazioni decisamente superiore, il valore di  $\Delta t$  deve essere ridotto, mentre può essere aumentato se esse risultano inferiori a 4.

Nelle analisi non stazionarie, tuttavia, la regolazione manuale del time step può essere difficoltosa, poiché la durata dei fenomeni di interesse varia in funzione delle condizioni fluidodinamiche. Per questo motivo il modello VOF consente di utilizzare il *Variable Time Stepping method*, un algoritmo che adatta la risoluzione temporale in base alla velocità del flusso.

Esso si basa sulla definizione del *Courant number*, un parametro adimensionale che confronta il time step con il tempo di attraversamento relativo alle celle di dimensioni inferiori ( $l_{min}$ ):

$$Co = \frac{\Delta t}{t_{min}} = \frac{\Delta t}{l_{min}/v} \quad (6.9)$$

Per la risoluzione delle fasi di transitorio iniziale, più sensibili ai problemi di convergenza e stabilità, il Courant number è stato fissato a 0,25: dalla relazione espressa si deduce che con questo valore la frequenza di discretizzazione del solutore risulta 4 volte più elevata rispetto a quella dei fenomeni di interesse.

Per le restanti fasi di calcolo il valore del parametro è stato aumentato a 0,5, come riportato nel pannello di controllo del software in figura 6.28.

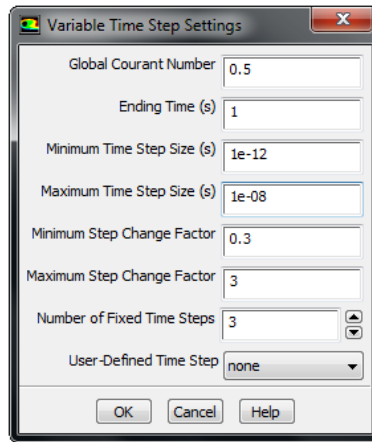


Figura 6.28: interfaccia di definizione del time step variabile.

Nella stessa immagine sono riportate tutte le opzioni adottate per la discretizzazione temporale del modello, che vengono ora descritte in dettaglio:

- *Ending Time*  
specifica l'istante temporale in cui termina il processo di simulazione;
- *Min/Max Time Step Size*  
i limiti relativi alla dimensione del time step possono essere ricavati attraverso un'analisi dimensionale di  $\Delta t$  basata sul tempo di attraversamento della cella di dimensioni inferiori: la lunghezza di quest'ultima è stata ottenuta dalla radice cubica del volume minimo  $V_{min}$  riportato in tabella 6.1. La velocità del flusso  $v$  è stata nuovamente fissata a 600 m/s, mentre per il Courant number si è utilizzato il valore minimo di 0,25:

$$\Delta t = Co \frac{l_{min}}{v} \sim Co \frac{\sqrt[3]{V_{min}}}{v} \sim 2 \cdot 10^{-10} \text{ s} \quad (6.10)$$

Il risultato ottenuto è stato ridotto e aumentato di 2 ordini di grandezza per definire il minimo e il massimo time step ammissibile;

- *Min/Max Step Change Factor*  
con questo controllo è possibile limitare la variazione di  $\Delta t$  tra due step di calcolo successivi: in questo modo è possibile favorire la convergenza del processo iterativo, migliorando al contempo l'accuratezza della soluzione [2];
- *Number of Fixed Time Steps*  
definisce il numero di time step identici che devono essere risolti prima di poter modificare la dimensione di questi ultimi; l'obiettivo di questo parametro, come nel caso precedente, è quello di ottenere una variazione graduale del passo di discretizzazione.

### 6.5.3 Criteri di convergenza e controlli

Dopo aver introdotto gli algoritmi necessari per la risoluzione del problema numerico, è opportuno descrivere i criteri di convergenza adottati durante il processo di calcolo.

All'interno di ogni time step, come detto, il solutore esegue un certo numero di iterazioni prima di passare all'istante temporale successivo. Questo passaggio è associato al raggiungimento delle condizioni di convergenza sui residui, che devono essere definite dall'utente in base alla tipologia di problema considerato.

continuità	—	$1 \cdot 10^{-5}$
velocità in direzione $x$	$u$	$1 \cdot 10^{-6}$
velocità in direzione $y$	$v$	$1 \cdot 10^{-6}$
velocità in direzione $z$	$w$	$1 \cdot 10^{-6}$
energia cinetica turbolenta	$\kappa$	$1 \cdot 10^{-6}$
tasso di dissipazione turbolenta	$\epsilon$	$3 \cdot 10^{-6}$

Tabella 6.8: criteri di convergenza adottati per i residui di interesse.

In tabella 6.8 è possibile osservare come il criterio di convergenza adottato per l'equazione di continuità sia superiore di un ordine di grandezza rispetto a quello delle altre variabili di interesse. Questa scelta consente di ridurre sensibilmente il numero di iterazioni necessarie, poiché il tasso di decremento dei residui relativi al bilancio di massa risulta decisamente inferiore rispetto a quello delle altre grandezze, come evidenziato dal grafico in figura 6.29.

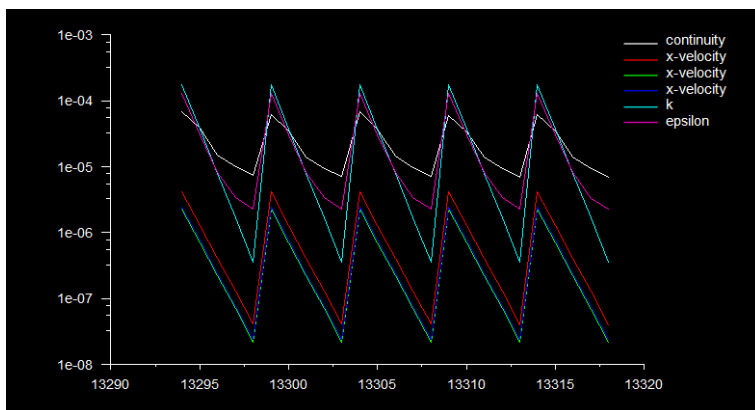


Figura 6.29: andamento dei residui in funzione del numero di iterazioni.

Per quanto riguarda il controllo del processo di calcolo, è importante introdurre i *fattori di sottorilassamento* (URF).

Il valore assunto da una generica grandezza  $\phi$  all' $n$ -esima iterazione può essere espresso attraverso il tasso di variazione  $\Delta\phi$  nella seguente forma:

$$\phi_n = \phi_{n-1} + f\Delta\phi \quad (6.11)$$



Il coefficiente  $f$ , tipicamente compreso tra 0,1 e 1, rappresenta il fattore di sottorilassamento della funzione in esame: riducendo l'influenza dei gradienti sui valori calcolati, esso consente di smorzare gli effetti di oscillazione derivanti dagli errori di natura numerica.

pressione	$p$	0,7
densità	$\rho$	0,7
forze di massa	–	1
quantità di moto	–	0,7
energia cinetica turbolenta	$\kappa$	0,8
tasso di dissipazione turbolenta	$\epsilon$	0,8
viscosità cinematica turbolenta	$\nu_t$	1

**Tabella 6.9:** fattori di sottorilassamento utilizzati nelle analisi.

L'utilizzo del sottorilassamento favorisce la convergenza del processo iterativo, aumentando però drasticamente il tempo computazionale richiesto. Per questi motivi gli URF sono stati mantenuti inferiori a 0,5 in tutte le fasi di transitorio iniziale, mentre dopo alcuni time step essi sono stati aumentati progressivamente sino ai livelli di regime riportati in tabella 6.9.



## Capitolo 7

---

# Analisi dei risultati

---

Il presente capitolo è dedicato all'analisi dei risultati numerici ottenuti con il modello di simulazione precedentemente descritto.

La parte iniziale si concentra sulle caratteristiche del getto in corrispondenza del capillare cilindrico, con le quali è possibile approfondire i fenomeni fluidodinamici introdotti nel paragrafo 4.1.

Nel seguito le diverse soluzioni, che si distinguono in base alla condizione al contorno imposta sulla sezione di ingresso dell'aria, vengono analizzate singolarmente, con l'obiettivo di evidenziare e confrontare le caratteristiche del campo di moto interno all'ugello.

### 7.1 Flusso nel capillare cilindrico

Le caratteristiche del getto d'acqua a valle della sezione di efflusso sono comuni a tutte le fasi di simulazione. La pressione del fluido di lavoro, infatti, è stata fissata a 200 MPa e la geometria del dominio di calcolo è stata sempre mantenuta identica a quella descritta nel paragrafo 6.1.

Il primo tratto del canale di passaggio del flusso, evidenziato in figura 7.1, è stato schematizzato attraverso un volume cilindrico con ingresso a spigolo vivo, caratterizzato da un diametro  $d_0$  pari a 0,08 mm e da una lunghezza  $L_0$  di 0,18 mm. Quest'ultima quota, ricavata attraverso misurazione diretta al microscopio ottico, differenzia in maniera sostanziale le simulazioni di questa trattazione da quelle discusse nel paragrafo 4.3, nelle quali lunghezza e diametro del capillare risultano sempre coincidenti.

In questi casi la condizione di hydraulic flip, ben evidente nelle immagini in figura 4.4 e 4.13, viene raggiunta grazie al solo effetto dinamico del processo di efflusso: la vena fluida, infatti, dopo essersi contratta a causa dello spigolo vivo della sezione

di uscita, possiede energia cinetica sufficiente per non entrare mai a contatto con la superficie laterale del capillare.

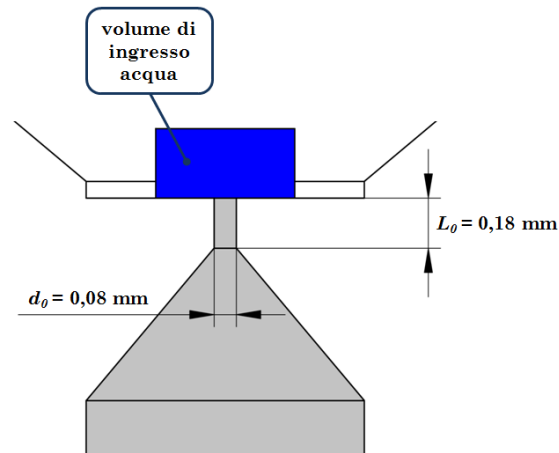


Figura 7.1: dettaglio della parte superiore del dominio geometrico.

Nelle simulazioni oggetto di questa analisi, la situazione descritta non si è verificata: l'immagine in figura 7.2, acquisita in una situazione di equilibrio stabile della soluzione numerica, evidenzia infatti come la fase liquida occupi l'intera sezione del canale di passaggio.

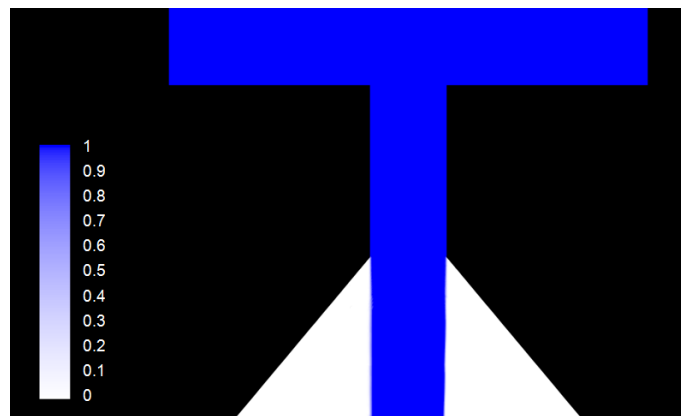


Figura 7.2: profili della frazione di volume liquida in corrispondenza del capillare.

Questo effetto è certamente dovuto all'elevato rapporto tra lunghezza e diametro del capillare: la quantità di moto posseduta dal getto, infatti, non è risultata sufficiente ad evitare la riadesione a parete da parte della vena fluida.

Per avere una visione più dettagliata del campo di moto interno al capillare è possibile osservare i profili di velocità in figura 7.3.

Nell'immagine è ben visibile la traiettoria del flusso principale, che inizialmente converge verso l'asse del condotto, mentre in seguito tende ad espandersi occupando l'intero spazio disponibile.

La distanza del punto di riattacco dallo spigolo di ingresso, indicata con  $l_r$ , risulta molto simile alla dimensione del diametro del capillare; questo valore è in perfetto accordo con quello ottenuto da A. T. Basha et al. nelle analisi relative alla fase di formazione del getto [14].

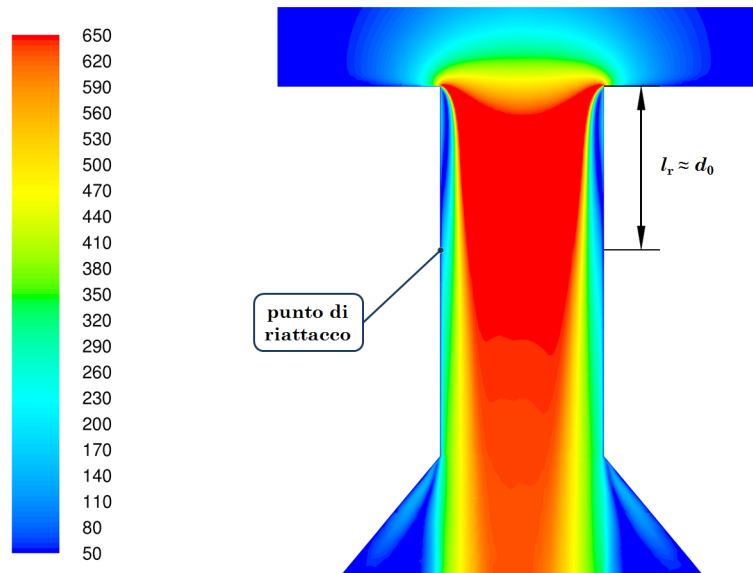


Figura 7.3: profili di velocità (in m/s) lungo la sezione trasversale del capillare.

Come anticipato nel paragrafo 4.1 e come è possibile osservare nell'immagine in figura 7.4, la regione compresa tra lo spigolo di ingresso e il punto di riattacco della vena fluida risulta interessata da un forte ricircolo. In quest'area i livelli di pressione possono scendere sino alla tensione di vapore del fluido, causando l'insorgere dei fenomeni di cavitazione.

Per verificare se le condizioni fluidodinamiche del sistema sono favorevoli alla formazione di vapore all'interno del capillare, è possibile sfruttare un semplice metodo analitico, che viene suggerito dal manuale di Fluent<sup>®</sup> per l'analisi dei regimi di efflusso attraverso orifizi piani [1].

Esso si basa sulla definizione del *numero di cavitazione*  $K$  [37], nel quale compaiono i livelli di pressione a monte e a valle del capillare, rispettivamente pari a 200 MPa e a 70 kPa, oltre che la tensione di vapore del fluido  $p_v$ , pari a 2400 Pa per l'acqua in condizioni ambiente:<sup>1</sup>

$$K = \frac{p_1 - p_v}{p_1 - p_2} = 1,0003 \quad (7.1)$$

Il risultato ottenuto deve essere confrontato con il valore limite  $K_{cav}$ , che dipende sia dalle caratteristiche geometriche del capillare, sia dalle condizioni fluidodi-

<sup>1</sup> Il valore di  $p_2$  è stato valutato immediatamente a valle del volume cilindrico, alla stessa quota in cui è stata rilevata la velocità di efflusso in fase di validazione (paragrafo 8.1).

namiche presenti al suo interno:

$$K_{\text{cav}} = 1,9 \left(1 - \frac{r_r}{d_0}\right)^2 - \frac{1000}{\text{Re}_c} \quad (7.2)$$

Il parametro  $r_r$ , fondamentale per l'analisi del regime di efflusso, indica il raggio di raccordo dello spigolo di ingresso. Dal momento che esso risulta estremamente difficile da misurare, per il calcolo di  $K_{\text{cav}}$  la sua quota è stata fissata a  $5 \mu\text{m}$ , valore corrispondente ad un buon grado di finitura per un profilo di dimensioni inferiori a  $0,1 \text{ mm}$ .

Il numero di Reynolds relativo al capillare, indicato con  $\text{Re}_c$ , viene calcolato sfruttando la velocità teorica di Bernoulli e le proprietà dell'acqua in tabella 6.2:

$$\text{Re}_c = \frac{\rho v d_0}{\mu} = \frac{\rho d_0}{\mu} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} = 5,04 \cdot 10^4 \quad (7.3)$$

Sostituendo il risultato ottenuto nella 7.2 è possibile scrivere:

$$K_{\text{cav}} = 1,6501 > K \quad (7.4)$$

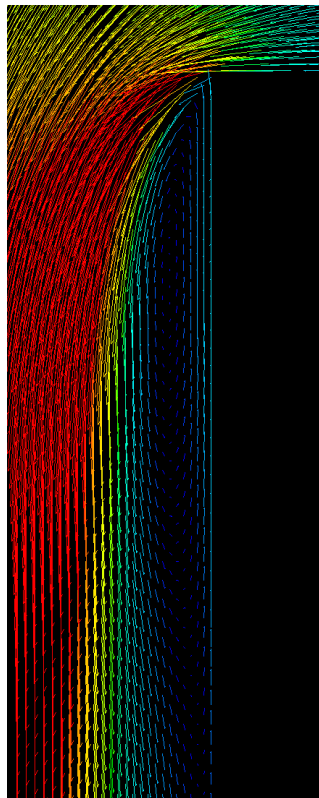


Figura 7.4: dettaglio dei vettori di velocità nella regione di ricircolo.

Dal momento che il numero di cavitazione risulta notevolmente inferiore a  $K_{\text{cav}}$ , è possibile affermare che la regione di ricircolo interna al capillare è interessata dalla formazione di vapore acqueo [1].

A questo punto dell'analisi è interessante verificare se l'intensità del fenomeno è tale da consentire lo sviluppo in lunghezza della sacca di vapore sino al raggiungimento della sezione di uscita del capillare.

Per fare ciò è necessario effettuare il seguente confronto [1]:

$$K_{\text{flip}} = 1 + \left[ \left( 1 + \frac{L_0}{4d_0} \right) \left( 1 + \frac{2000}{\text{Re}_c} \right) e^{70 r_r/d_0} \right]^{-1} > K \quad (7.5)$$

Dal momento che l'unico parametro incognito dell'espressione è il raggio di raccordo del capillare, il calcolo ha avuto come obiettivo la determinazione del valore massimo di  $r_r$  per cui la disequazione risulta verificata:

$$r_{r \text{ max}} = 8,6 \text{ } \mu\text{m} \quad (7.6)$$

Confrontando l'immagine in figura 7.5 con la fotografia dell'inserto in zaffiro sintetico in figura 7.6 è possibile affermare che lo spigolo di ingresso dell'ugello utilizzato per la sperimentazione è caratterizzato da un raggio di raccordo inferiore al valore limite.

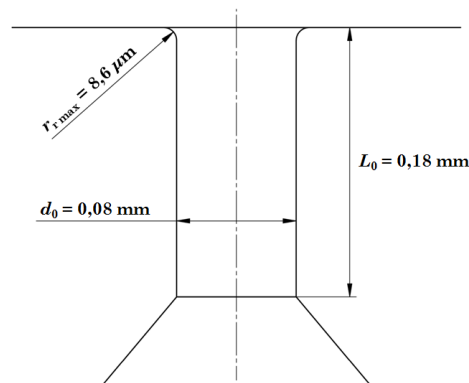


Figura 7.5: capillare con raggio di raccordo pari a  $r_{r \text{ max}}$  (in scala).

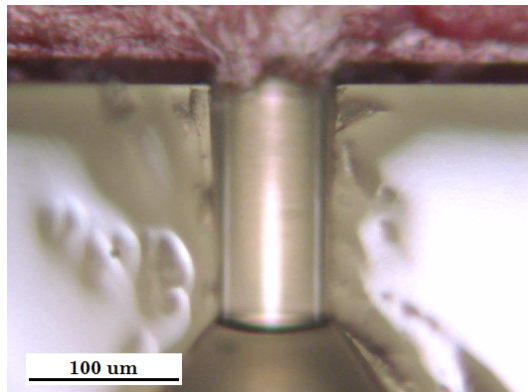


Figura 7.6: parte superiore dell'ugello al microscopio ottico (100X).

Il metodo illustrato consente quindi di giustificare il contrasto tra il risultato delle simulazioni e la struttura del getto osservabile a valle della testa di taglio: in questo caso, infatti, la condizione di hydraulic flip è dovuta all'evaporazione del fluido di lavoro, un fenomeno fisico che non può essere simulato attraverso il modello numerico scelto per queste analisi.

A seguito di queste considerazioni e alla luce dei risultati ottenuti da F. Arleo et al. nelle precedenti analisi numeriche [11, 12] è possibile distinguere il fenomeno dell'hydraulic flip in base a due differenti meccanismi di formazione:

- hydraulic flip *fluidodinamico*

si instaura esclusivamente grazie all'energia cinetica posseduta dal getto in uscita, che risulta sufficiente ad evitare la riadesione a parete da parte di quest'ultimo. Questa condizione può essere raggiunta solo in presenza di una contrazione iniziale della vena fluida, che è possibile grazie al profilo a spigolo vivo della sezione di uscita.

Il meccanismo di formazione descritto è favorito nei casi in cui la lunghezza del capillare non è elevata e può essere ottenuto attraverso un aumento della pressione di lavoro, che tende ad allontanare il punto di riadesione dalla sezione di efflusso [14];

- hydraulic flip *da supercavitazione*

in questo caso la condizione di massima coerenza del getto viene raggiunta a partire dalla situazione ottenuta nelle analisi di questa trattazione. L'evoluzione del fenomeno prevede inizialmente il completo riempimento della sezione del capillare (fig. 7.2) e la formazione della zona di ricircolo a bassa pressione (fig. 7.4); in seguito quest'area risulta interessata dai fenomeni di evaporazione del fluido, che progressivamente consentono il completo distacco del getto dalla parete del condotto.

La situazione descritta, corrispondente ad una condizione di *supercavitazione* secondo K. C. Heiniger [26], risulta in perfetto accordo con i risultati numerici di H. Vahedi Tafreshi et al. [42] discussi nel paragrafo 4.1.

A differenza dell'hydraulic flip di tipo fluidodinamico, che è stato approfondito attraverso numerosi esperimenti di simulazione numerica, quello derivante dai fenomeni di cavitazione deve essere ancora analizzato dal punto di vista della distribuzione delle fasi fluide all'interno del capillare.

Per fare ciò è necessario applicare al caso water jet un modello numerico in grado sia di simulare il passaggio di stato da acqua liquida a vapore, sia di distinguere quest'ultimo dall'aria, che tende a risalire verso la zona critica a causa del campo di moto interno all'ugello.

Ad oggi, gli unici risultati disponibili in letteratura su questo tipo di analisi riguardano i processi efflusso relativi all'iniezione di carburante [29, 20, 44].



Le immagini in figura 7.7, relative ad una simulazione con modello trifase e geometria bidimensionale, mostrano come entrambe le fasi gassose concorrano a separare la frazione liquida dalla parete del capillare.

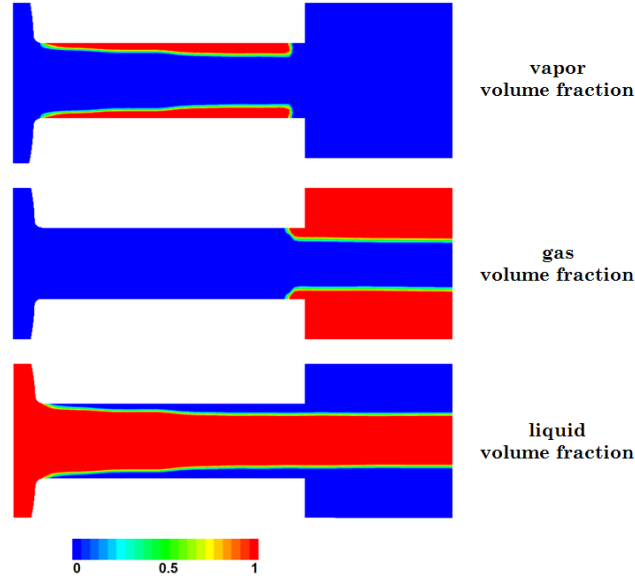


Figura 7.7: frazioni di volume delle fasi fluide in un ugello di iniezione [29].

Nonostante i limiti evidenziati, la soluzione numerica ottenuta può comunque fornire indicazioni interessanti circa le caratteristiche essenziali del processo di efflusso.

In particolare il campo di velocità relativo alla zona di ricircolo, evidenziato in figura 7.4, può essere utile per valutare il *coefficiente di contrazione* della vena fluida, un parametro fondamentale in fase di validazione poiché direttamente collegato alla portata effettiva smaltita dall'ugello.

Esso viene indicato con il simbolo  $C_c$  ed è definito come il rapporto tra l'area della sezione contratta  $A_c$  e la sezione nominale del capillare  $A_0$ :

$$C_c = \frac{A_c}{A_0} = \frac{r_c^2}{r_0^2} \quad (7.7)$$

Per stimare in maniera quanto più accurata possibile il raggio della sezione contratta, indicato con  $r_c$ , una soluzione corretta è quella di utilizzare il profilo di velocità assiale ricavato in corrispondenza della regione di ricircolo. Questa funzione, evidenziata nel grafico in figura 7.8, può essere infatti integrata sulla sezione di passaggio per calcolare la portata volumetrica  $q$  fluente attraverso il capillare:

$$q(r, \theta) = \int_{A_0} u(r) dA = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_0} u(r) r dr d\theta \quad (7.8)$$

Dal momento che la geometria del problema risulta indipendente dalla coordinata angolare, l'espressione può essere riscritta nella seguente forma:

$$q(r) = 2\pi \int_0^{r_0} u(r)r \, dr \quad (7.9)$$

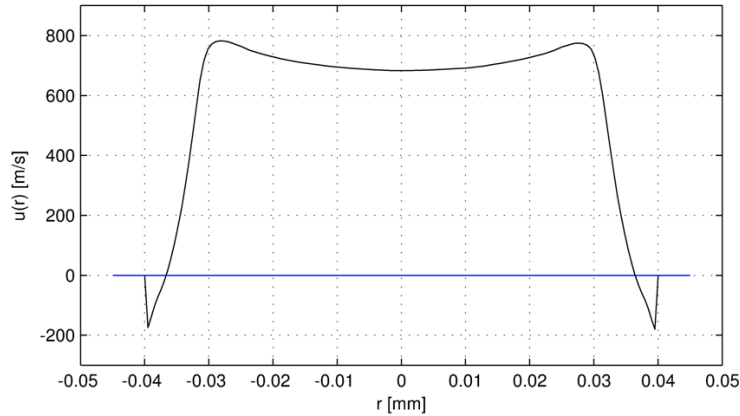


Figura 7.8: andamento della velocità assiale in funzione del raggio del capillare.

La portata volumetrica relativa alla regione di ricircolo, pari a zero per definizione, può quindi essere espressa sostituendo con  $r_c$  il primo estremo di integrazione dell'equazione 7.9:

$$q_r(r) = 2\pi \int_{r_c}^{r_0} u(r)r \, dr = 0 \quad (7.10)$$

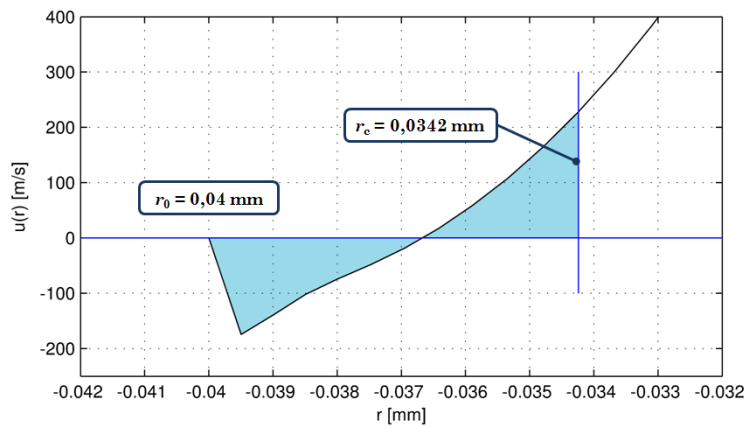


Figura 7.9: raggio della sezione contratta valutato attraverso integrazione numerica.

L'equazione 7.10 ha consentito di determinare numericamente il raggio della sezione contratta. L'integrazione, come si evince dal grafico in figura 7.9, è stata eseguita a partire dalla coordinata radiale minima ed ha portato al seguente risultato:

$$r_{c \text{ sim}} = 0,0342 \text{ mm} \quad (7.11)$$

Il coefficiente di contrazione relativo alla simulazione, a questo punto, può essere calcolato sfruttando la definizione 7.7:

$$C_{c \text{ sim}} = \frac{r_{c \text{ sim}}^2}{r_0^2} = 0,733 \quad (7.12)$$

Dal punto di vista sperimentale il valore di  $C_c$  può essere ricavato conoscendo la velocità reale di efflusso e la portata volumetrica effettiva smaltita dall'ugello. In fase di validazione il confronto tra i due risultati sarà utile per confermare le ipotesi sulla condizione di hydraulic flip derivante dai fenomeni di cavitazione interni al capillare.

## 7.2 Ingresso di aria a pressione atmosferica

Dopo aver analizzato le caratteristiche del getto in corrispondenza della parte superiore del dominio, è opportuno descrivere in dettaglio i risultati numerici relativi all'ingresso di aria nell'ugello.

L'obiettivo principale della prima fase di simulazione, come detto nel paragrafo 6.4.2, è quello di valutare gli effetti del gradiente di pressione naturale che si instaura tra il canale di passaggio del flusso e l'ambiente esterno.

La soluzione di regime, raggiunta dopo un tempo fisico di circa  $30 \mu s$  dall'accensione del getto, consente di confermare le ipotesi sull'effetto Venturi espresse nel capitolo 5: l'immagine in figura 7.10, infatti, mostra chiaramente come il foro laterale sia percorso da un flusso d'aria ad elevata velocità diretto verso l'interno del dominio.

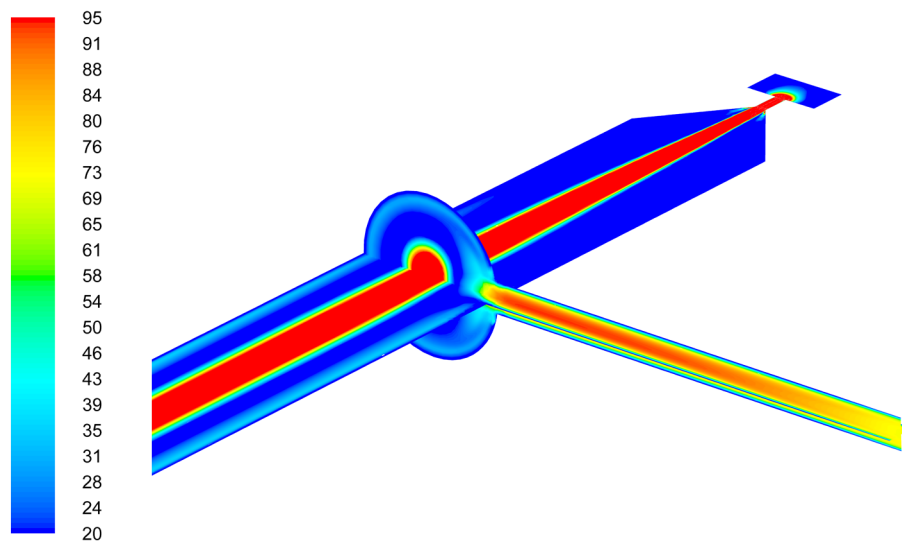


Figura 7.10: profili di velocità (in m/s) in corrispondenza della regione di ingresso dell'aria.

Il flusso d'aria in ingresso, tuttavia, non possiede energia cinetica sufficiente per raggiungere la regione centrale del canale di passaggio: il campo di velocità relativo a quest'ultima, evidenziato in rosso vivo nelle immagini, resta infatti inalterato, mantenendo la sua perfetta simmetria assiale.

Osservando l'andamento delle linee di flusso in figura 7.11 è possibile constatare come il campo di moto interno all'ugello, soprattutto nella parte inferiore del dominio, sia in perfetto accordo con quello ottenuto da F. Arleo su geometria assialsimmetrica (fig. 4.7). Anche in questo caso, infatti, il getto trascina gli strati d'aria più vicini alla propria superficie esterna verso la regione di uscita, mentre in prossimità della parete un flusso d'aria proveniente dall'ambiente esterno tende a risalire il canale di passaggio.

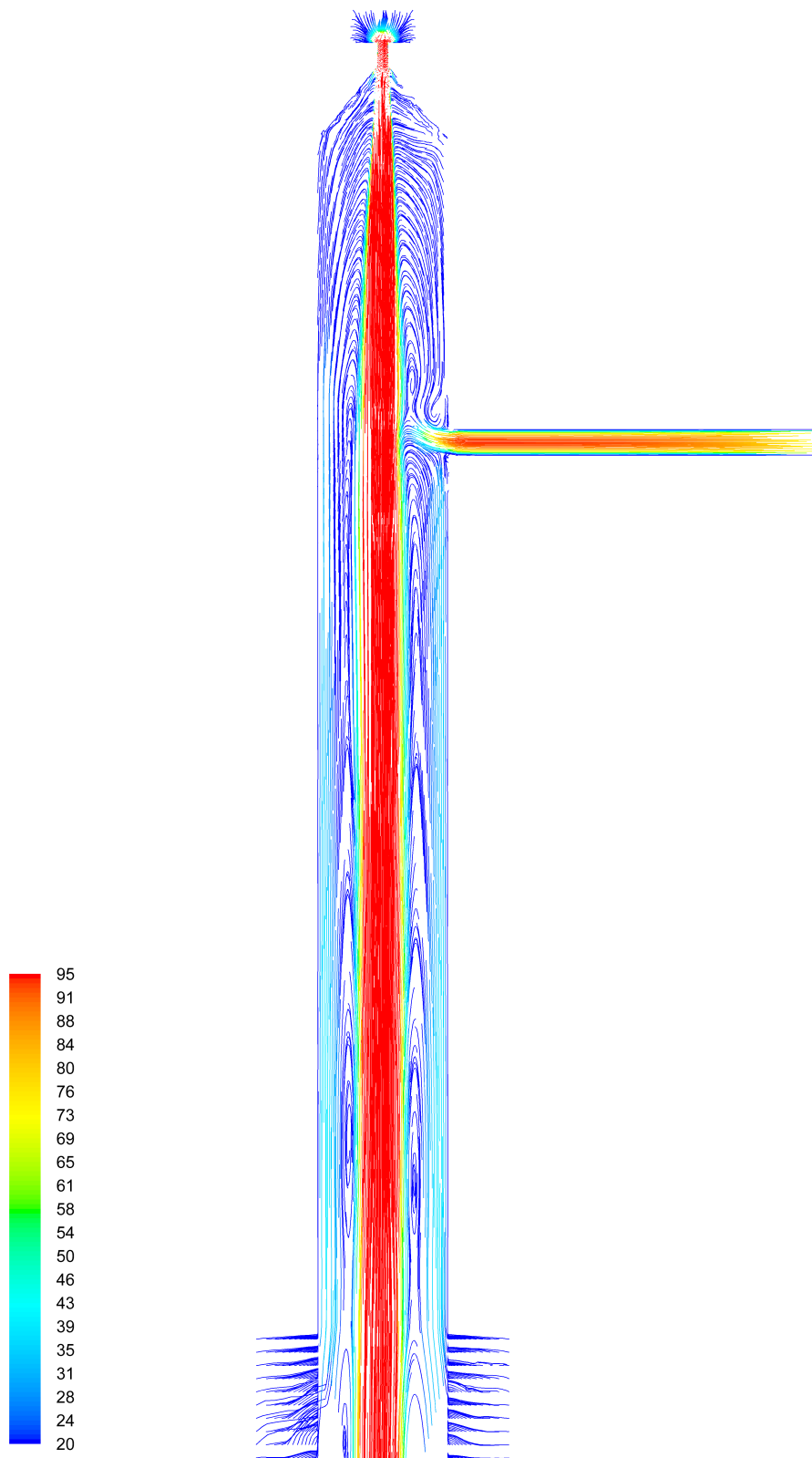


Figura 7.11: andamento delle linee di flusso lungo la sezione longitudinale del dominio.

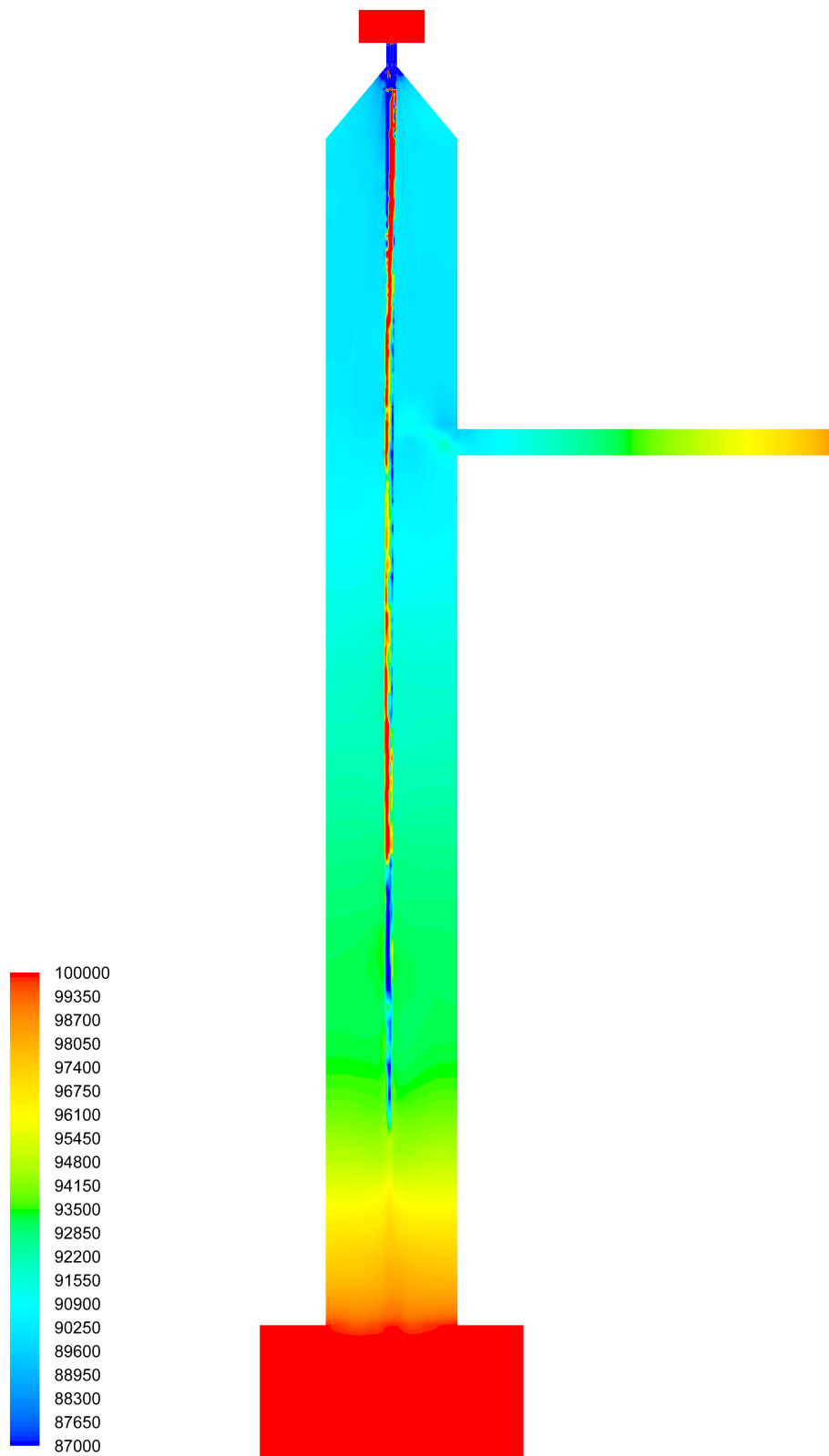


Figura 7.12: profili di pressione assoluta (in Pa) lungo la sezione longitudinale del dominio.

Per quanto riguarda il campo di pressione interno all'ugello, infine, l'immagine in figura 7.12 evidenzia un andamento omogeneo e regolare dei profili in tutto il dominio geometrico del problema.

In corrispondenza del volume di uscita e della sezione di ingresso dell'aria è possibile osservare come i valori si assestino sul livello atmosferico previsto dalle condizioni al contorno; lungo il canale di passaggio del flusso la variazione risulta graduale sino al raggiungimento dei valori minimi in prossimità del capillare.

Nonostante il modello numerico utilizzato sfrutti l'ipotesi di incomprimibilità delle fasi fluide, il campo di pressione descritto può essere ritenuto fisicamente valido. Il massimo numero di *numero di Mach* raggiunto dall'aria, infatti, risulta inferiore al valore limite di 0,3, oltre il quale l'ipotesi di densità costante non risulta accettabile [13].

Il valore del parametro adimensionale è stato calcolato come rapporto tra la velocità massima raggiunta nel foro laterale, pari a 95 m/s, e la velocità del suono  $a$  nel medesimo fluido, pari a 343 m/s in condizioni ambiente:

$$\text{Ma} = \frac{v}{a} = 0,28 \quad (7.13)$$

Aumentando la pressione dell'aria in ingresso sino a 3 bar non sarà possibile garantire la validità dell'ipotesi. Per questo motivo la discussione della seconda fase di simulazione numerica non conterrà considerazioni relative al campo di pressione.

### 7.3 Iniezione di aria in pressione

Come anticipato nel paragrafo 6.4.2, la seconda fase di simulazione ha avuto come oggetto l'immissione di aria nell'ugello ad un livello di pressione superiore a quello atmosferico.

L'obiettivo dell'analisi, in questo caso, è quello di valutare se l'aumento del gradiente di pressione sia in grado di provocare un'interazione significativa tra il flusso d'aria in ingresso e il campo di moto interno all'ugello.

L'evoluzione del campo di velocità in corrispondenza della zona di immissione dell'aria, riportata nella sequenza di immagini in figura 7.13, mostra come la nuova soluzione numerica differisca in maniera sostanziale da quella analizzata nel precedente paragrafo.

In questo caso, infatti, il flusso d'aria riesce a raggiungere la regione di spazio occupata dal getto e possiede energia cinetica sufficiente per avvolgere quest'ultimo ed occupare l'intera sezione del canale di passaggio.

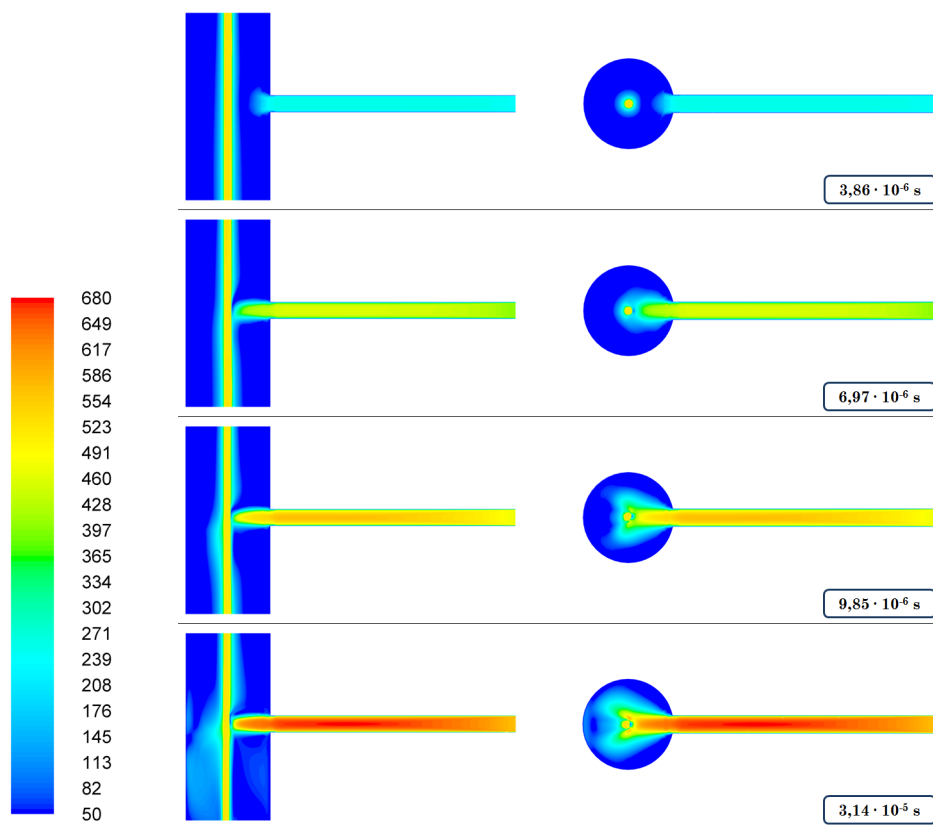


Figura 7.13: evoluzione dei profili di velocità in sezione longitudinale e trasversale.

Le ultime immagini in figura 7.13, acquisite a circa  $30 \mu\text{s}$  dall'imposizione della nuova condizione al contorno, si riferiscono alla condizione di regime del problema, che è evidenziata sull'intero dominio geometrico nella sezione in figura 7.14.



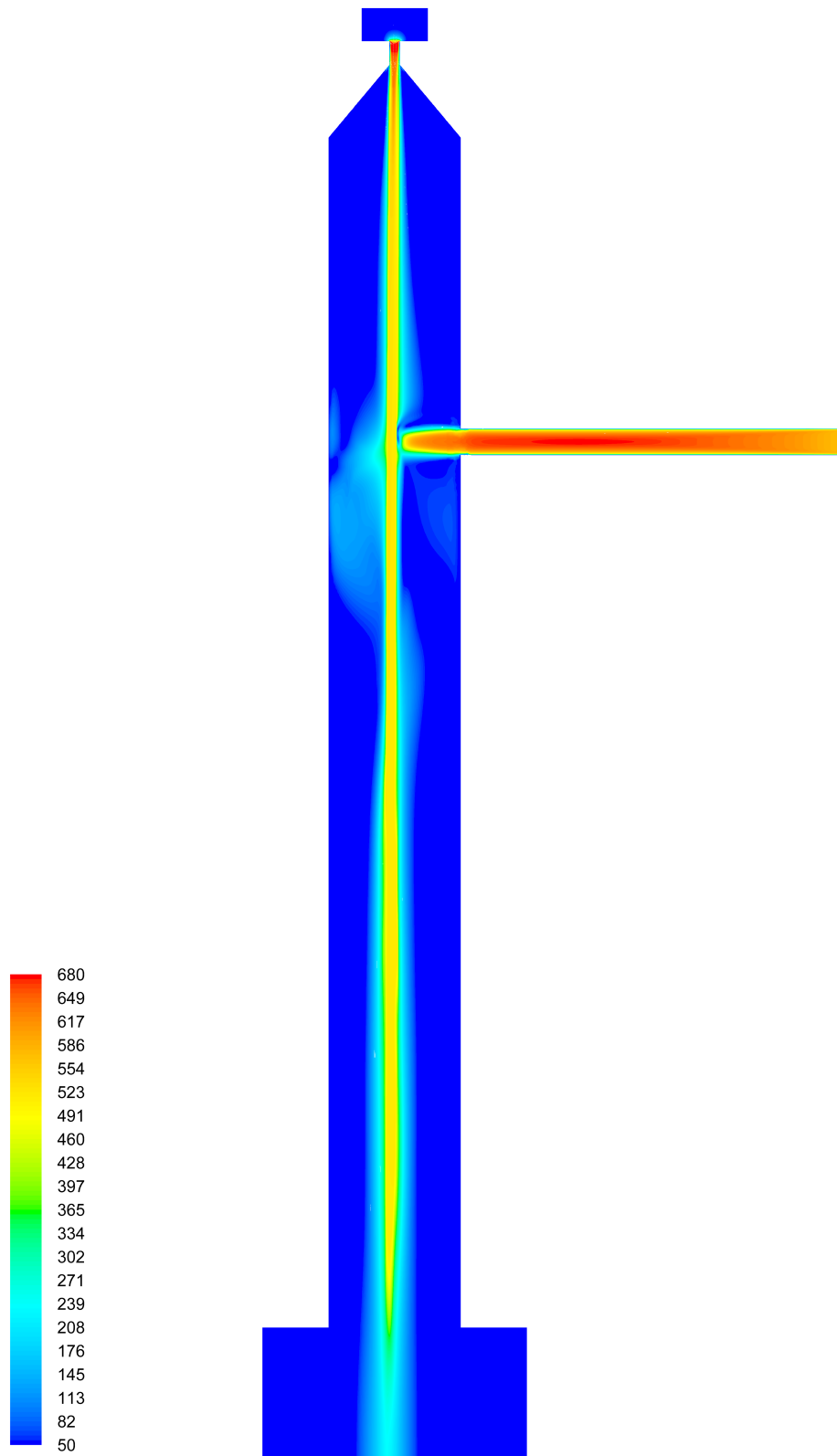


Figura 7.14: profili di velocità (in m/s) lungo la sezione longitudinale del dominio.

La velocità massima raggiunta nel canale di immissione dell'aria, pari a 680 m/s, risulta confrontabile con la velocità del getto all'uscita del capillare.

Il valore ottenuto è certamente condizionato dall'ipotesi di incomprimibilità delle fasi presenti, ma è comunque interessante poiché dimostra l'efficacia del foro radiale di piccole dimensioni: con una pressione di soli 3 bar, infatti, esso consente di immettere aria ad una velocità estremamente elevata, garantendo al contempo un intervento preciso e localizzato a valle della zona di formazione del getto.

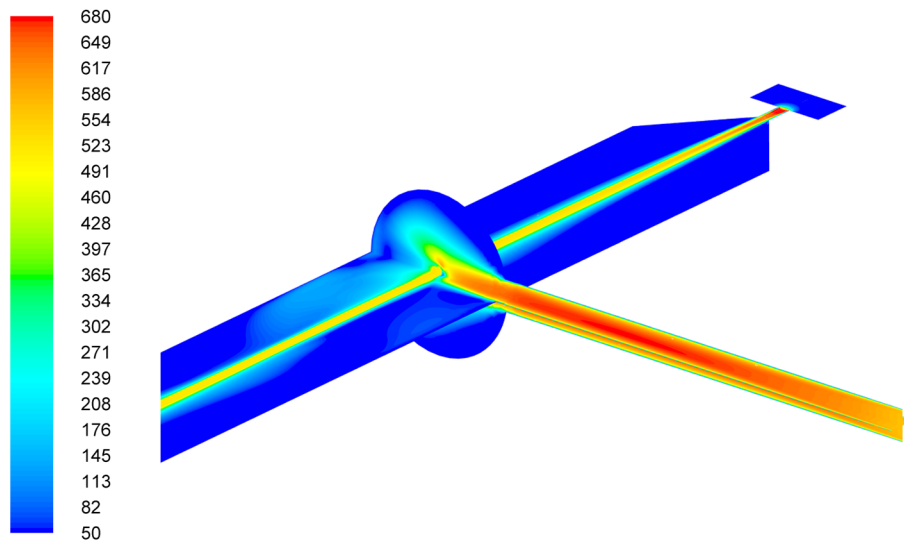


Figura 7.15: profili di velocità (in m/s) in corrispondenza della zona di immissione dell'aria.

Un'altra considerazione importante relativa al campo di velocità può essere espressa confrontando le linee di flusso in figura 7.16 con i risultati di F. Arleo esposti nel paragrafo 4.2.

Come si osserva nell'immagine, il flusso d'aria in ingresso modifica in maniera sostanziale il campo di moto interno all'ugello, creando una barriera tra la parte inferiore del canale di passaggio e la zona di formazione del getto.

La situazione descritta fa sì che il movimento delle gocce d'acqua verso il capillare, identificato come una causa di disturbo per la coerenza del getto, venga arrestato all'altezza del foro di ingresso dell'aria.

Limitando la presenza di gocce nella parte superiore del dominio è quindi possibile ridurre i fenomeni di instabilità descritti nel paragrafo 4.3, che derivano dalle interruzioni temporanee della condizione di hydraulic flip.

Dopo aver analizzato le caratteristiche del campo di velocità, è interessante valutare se l'aria in ingresso influenzi in maniera significativa la struttura del getto.

Per fare ciò è possibile sfruttare la caratteristica principale del modello VOF, che consiste nella possibilità di tracciare con la massima accuratezza le superfici di interfaccia tra le fasi presenti.

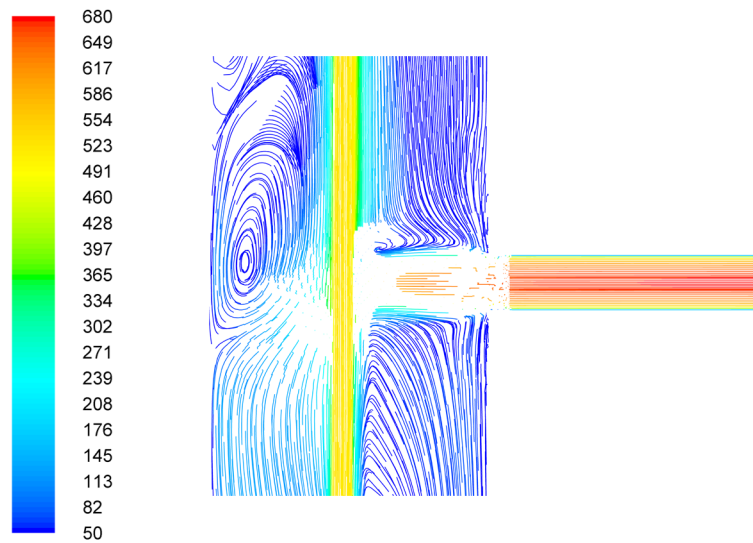


Figura 7.16: dettaglio delle linee di flusso (in m/s) nella zona di immissione dell'aria.

A monte del foro di immissione dell'aria, come è possibile osservare nell'immagine in figura 7.17, il getto presenta una geometria perfettamente cilindrica e una struttura estremamente regolare e omogenea.

Nella parte inferiore del dominio geometrico, invece, la situazione cambia sensibilmente: l'immagine in figura 7.18 evidenzia infatti una struttura liquida caratterizzata da numerose irregolarità superficiali, necessariamente causate dal flusso d'aria in pressione proveniente dall'esterno.

Le perturbazioni descritte, che nel modello numerico vengono schematizzate attraverso la distorsione della regione di interfaccia, potrebbero provocare una riduzione di coerenza del getto, il quale tenderebbe ad aprirsi con maggiore facilità a contatto con l'aria.

Quest'ultimo aspetto sarà verificato in dettaglio attraverso specifiche analisi sperimentali.

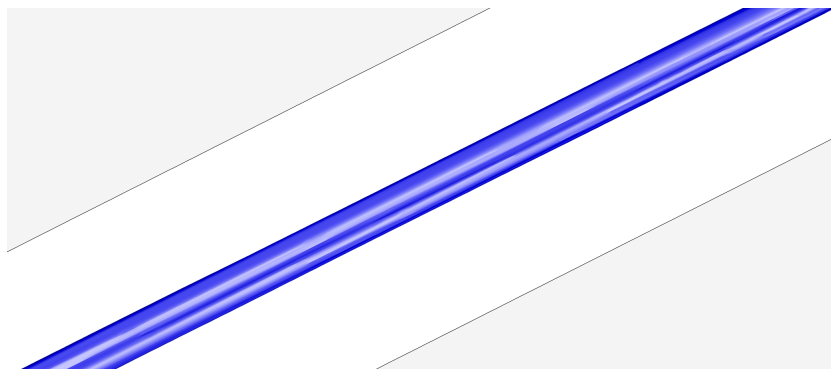


Figura 7.17: dettaglio della superficie del getto a monte del foro di ingresso dell'aria.

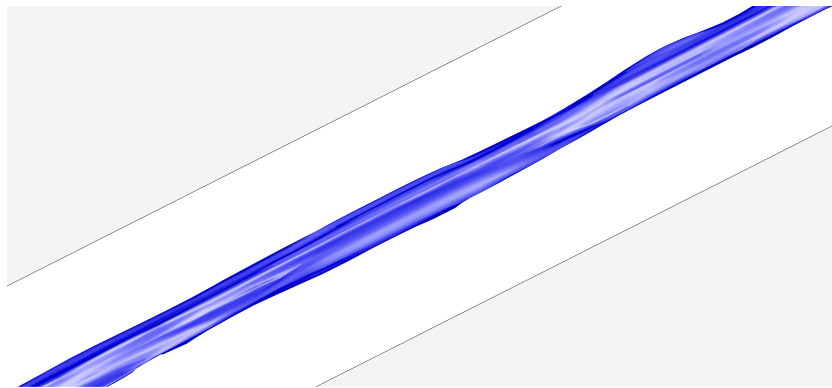


Figura 7.18: dettaglio della superficie del getto a valle del foro di ingresso dell'aria.

La modifica del campo di moto interno all'ugello è stata effettuata in maniera asimmetrica rispetto alla geometria del problema.

Una diretta conseguenza di ciò è evidenziata nell'immagine in figura 7.19: in corrispondenza dell'ultimo tratto del canale di passaggio, il getto tende a deviare nella direzione del flusso d'aria in ingresso, con uno spostamento massimo di  $46 \mu\text{m}$  dall'asse dell'ugello.

Il valore ottenuto, pari al 9,3% del raggio del condotto di uscita, potrebbe essere ridotto al minimo prevedendo l'introduzione di fori radiali multipli distribuiti uniformemente lungo la circonferenza dell'ugello.

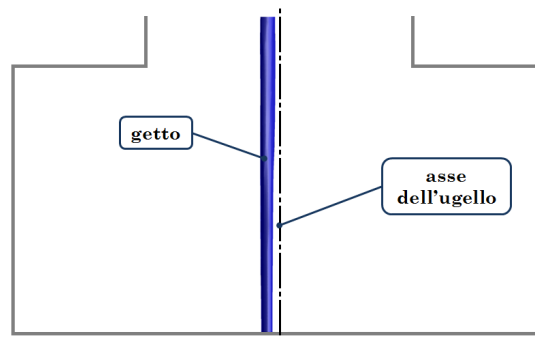


Figura 7.19: deviazione del getto causata dall'immissione laterale di aria.

## 7.4 Chiusura del foro di ingresso dell'aria

L'obiettivo della terza ed ultima fase di calcolo è quello di tracciare il campo di pressione interno all'ugello nel caso in cui il foro di immissione dell'aria sia chiuso.

Questa analisi, come detto, è importante per quanto riguarda la validazione del modello numerico, poiché il livello di pressione calcolato in corrispondenza del foro può essere misurato con facilità attraverso un trasduttore.

Per monitorare la grandezza fisica di interesse e valutare la convergenza del processo di calcolo, il valore medio della pressione assoluta all'interno del foro è stato registrato ad ogni iterazione.

La simulazione, come si osserva nel grafico in figura 7.20, è stata arrestata dopo il raggiungimento del valore asintotico, dopo circa 140 000 iterazioni.

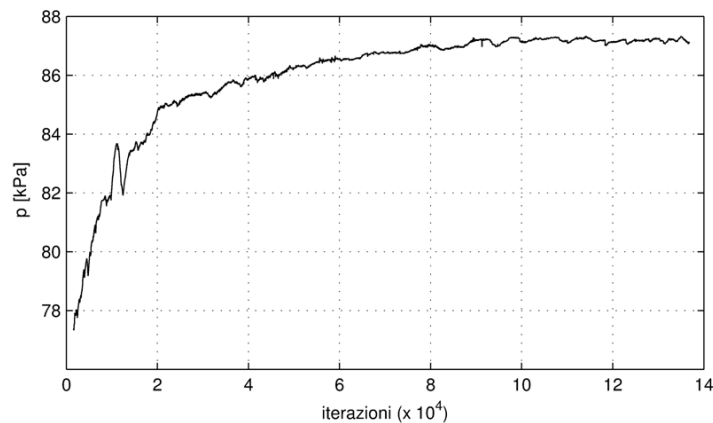


Figura 7.20: andamento della pressione assoluta nel foro durante il processo di calcolo.

La media del livello di convergenza, calcolata sugli ultimi 1000 punti del grafico, ha portato al seguente risultato:

$$p_{\text{sim}} = 87\,200 \text{ Pa} \quad (7.14)$$

Per quanto riguarda i profili di pressione sull'intero dominio geometrico, l'immagine in figura 7.21 mostra un andamento omogeneo all'interno del canale principale, con un gradiente più elevato in prossimità della regione di uscita.

All'interno del foro, come previsto, la pressione si stabilizza su un livello identico a quello del canale di passaggio del getto, rendendo la soluzione numerica del tutto equivalente a quella ottenibile su ugello privo di fori.

Per questo motivo i profili di pressione risultano in completo accordo con quelli ottenuti da F. Arleo su geometria assialsimmetrica [11].

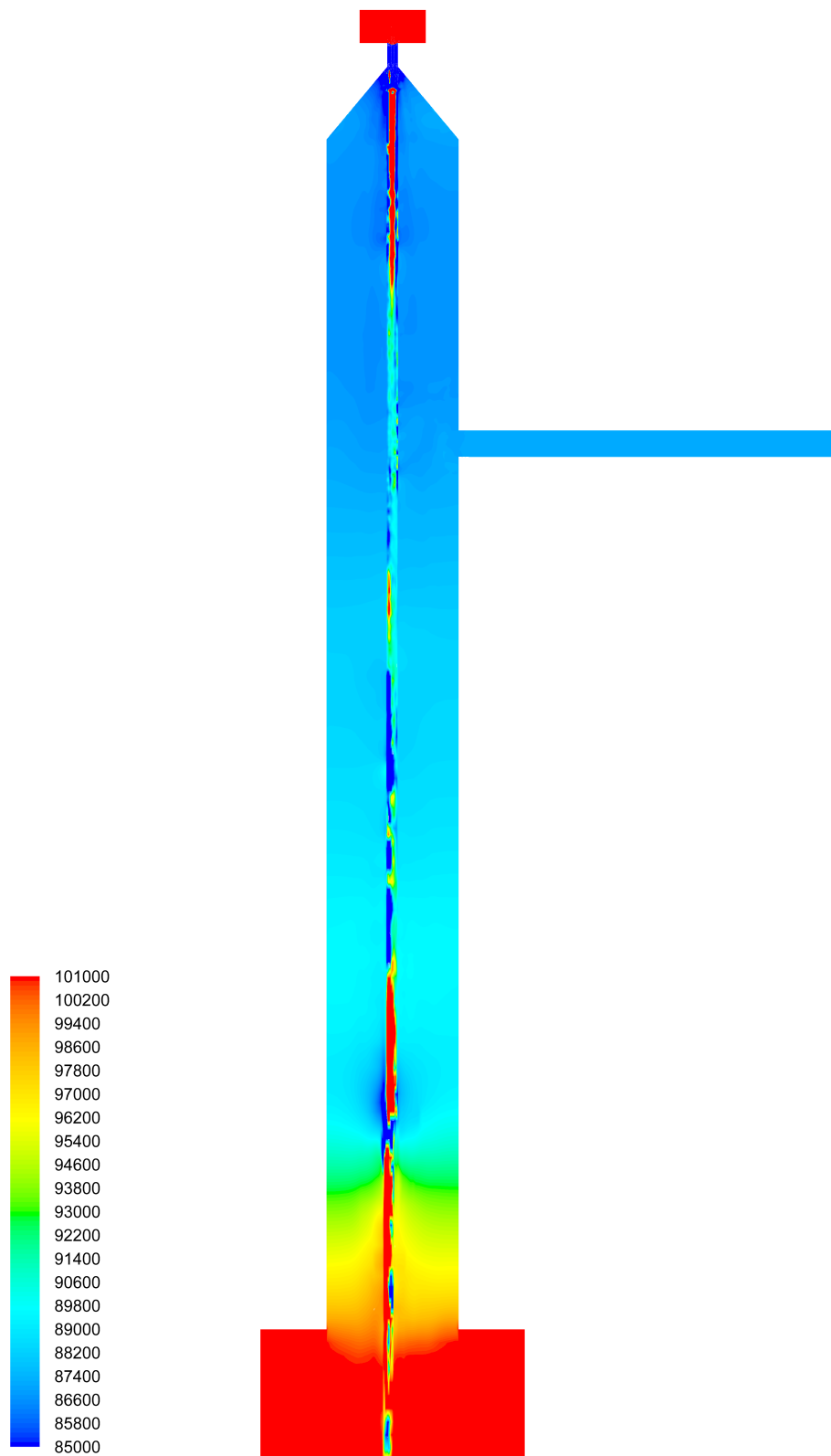


Figura 7.21: profili di pressione assoluta (in Pa) lungo la sezione longitudinale del dominio.

## Capitolo 8

---

# Esperimenti di validazione

---

Nell'ambito dell'analisi numerica, la validazione sperimentale dei risultati è fondamentale per valutare l'attendibilità e l'efficacia dei modelli utilizzati.

Per quanto riguarda lo studio del processo water jet, questa fase risulta particolarmente complessa a causa della geometria del problema e delle caratteristiche fluidodinamiche del getto in uscita: la strumentazione dell'ugello primario, infatti, è estremamente difficoltosa a causa delle dimensioni ridotte del componente; allo stesso tempo le elevate velocità di efflusso, sempre superiori a 500 m/s, non consentono di effettuare misure dinamiche per indagare la fase di formazione e i fenomeni di instabilità del getto.

Nonostante i limiti descritti, tuttavia, gli esperimenti effettuati in questo lavoro di ricerca hanno consentito di confermare alcuni risultati numerici interessanti.

In questo capitolo, oltre alla misura della velocità del getto e alla stima del coefficiente di contrazione, viene presentata anche la validazione della pressione interna all'ugello, che è possibile grazie alla presenza del foro laterale per l'immissione di aria. Nell'ultimo paragrafo, infine, gli effetti dell'aria in ingresso sulla struttura del getto vengono indagati attraverso specifiche analisi visive.

### 8.1 Velocità di efflusso

Nel modello numerico adottato, come detto nel paragrafo 6.2.2, le fasi fluide presenti vengono considerate incomprimibili. Per questo motivo la velocità del getto all'uscita del capillare può essere confrontata direttamente con la velocità teorica  $v_{th}$  ricavabile dal bilancio energetico di Bernoulli [25].

Imponendo una pressione di 200 MPa e una densità del flusso pari a 998,2 kg/m<sup>3</sup> è possibile esprimere:

$$v_{th} = \sqrt{\frac{2p_1}{\rho}} = 633 \text{ m/s} \quad (8.1)$$

Il valore ottenuto, come si osserva nell'immagine in figura 8.1, risulta in perfetto accordo con la velocità di simulazione  $v_{\text{sim}}$ , pari a 634 m/s.

L'errore percentuale tra i due risultati, infatti, è praticamente trascurabile:

$$e_v \% = \frac{v_{\text{sim}} - v_{\text{th}}}{v_{\text{th}}} \cdot 100 = 0,16\% \quad (8.2)$$

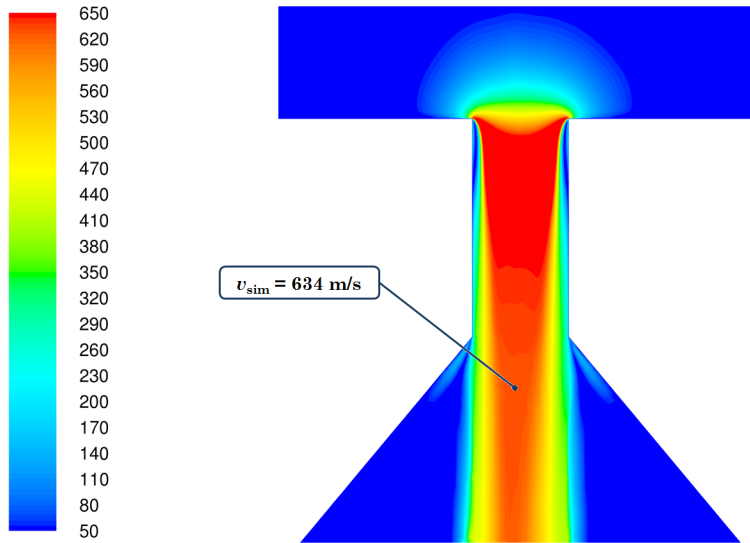


Figura 8.1: profili di velocità (in m/s) in corrispondenza del capillare.

Come anticipato al termine del paragrafo 7.1, per valutare le caratteristiche del processo di efflusso è necessario conoscere il valore di velocità effettivo all'uscita dell'ugello.

Per questo obiettivo è stato utilizzato il sistema di misura LDV (*Laser Doppler Velocimetry*), progettato appositamente per questa tipologia di esperimento [6, 8]. Il sistema, schematizzato in figura 8.2, sfrutta il fenomeno dell'interferenza ottica tra due fasci laser incidenti: questi, avendo la stessa lunghezza d'onda e la stessa fase poichè sono generati dalla medesima sorgente, formano una griglia di frange caratterizzata da zone alternate di luce e ombra.

Il getto d'acqua, attraversando queste ultime, emette un segnale luminoso con frequenza pari al rapporto tra la velocità effettiva di efflusso  $v_1$  e la distanza tra le frange  $\delta$ :

$$f = \frac{v_1}{\delta} \quad (8.3)$$

Sfruttando la teoria dell'interferenza ottica e i legami geometrici in figura 8.2, è possibile esprimere  $\delta$  in funzione della lunghezza d'onda del fascio laser  $\lambda$  [5]:

$$\delta = \frac{\lambda}{2 \sin(\alpha/2)} \simeq \frac{\lambda L}{s} \quad (8.4)$$



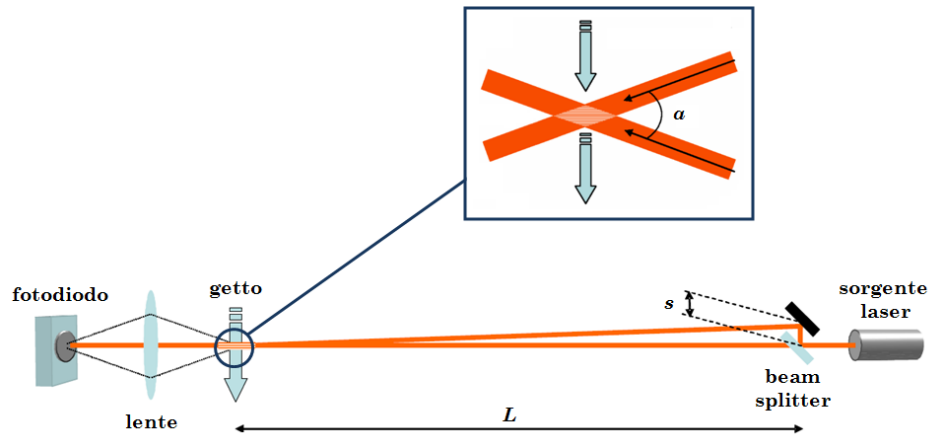


Figura 8.2: schematizzazione del sistema LDV per la misura della velocità del getto [5].

Sostituendo il risultato ottenuto nell'equazione 8.3 è possibile definire la frequenza di attraversamento come:

$$f = \frac{v_1 s}{\lambda L} \quad (8.5)$$

La proporzionalità tra  $f$  e  $v_1$ , in questo caso, è stata espressa in funzione delle caratteristiche ottiche e geometriche del sistema di misura utilizzato, che sono riassunte in tabella 8.1.

lunghezza d'onda del fascio	$\lambda$	787,5 nm
distanza tra i punti di sorgente	$s$	35 mm
lunghezza dei fasci incidenti	$L$	2,69 m
angolo di incidenza	$\alpha$	1,49°
distanza tra le frange	$\delta$	60,5 $\mu\text{m}$

Tabella 8.1: caratteristiche del sistema LDV utilizzato per gli esperimenti.

La frequenza di diffusione luminosa viene rilevata tramite un fotodiodo con banda passante di 200 MHz, che è posizionato in corrispondenza del fascio laser a valle di una lente di focalizzazione.

Per ridurre le componenti di disturbo relative all'ambiente di misura, il segnale in uscita dal sensore viene filtrato alle basse frequenze prima di essere visualizzato tramite oscilloscopio digitale (Tektronik® TDS 1012B).

Quest'ultimo, come è possibile osservare in figura 8.3, è collegato ad un pc contenente il software per l'elaborazione del segnale sviluppato in ambiente LabVIEW®. Al fine di massimizzare il rapporto segnale/rumore, il programma effettua una media dello spettro di potenza su 10 acquisizioni, operando esclusivamente sui valori di ampiezza.

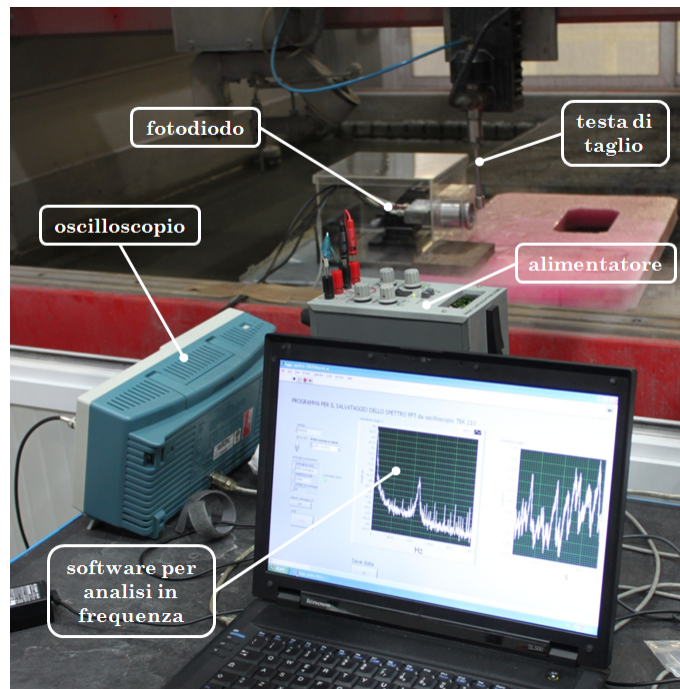


Figura 8.3: sistema di misura e acquisizione sistemato a bordo macchina.

Il grafico in figura 8.4 mostra uno dei segnali acquisiti durante le prove di misura, in cui è ben evidente il picco di ampiezza relativo alla frequenza di attraversamento delle frange.

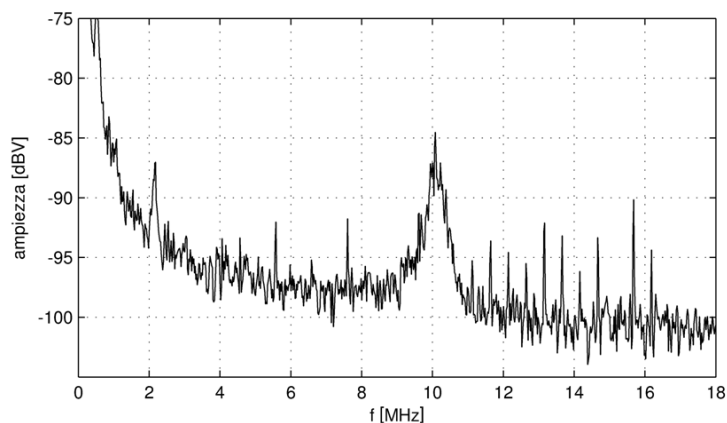


Figura 8.4: spettro del segnale luminoso in uscita dal fotodiodo (200 MPa).

Per valutare l'andamento della velocità in funzione della pressione di lavoro, la campagna sperimentale è stata condotta su 8 livelli di pressione differenti, variabili da 140 a 280 MPa, con 3 repliche per ognuno di essi.

Durante le prove, effettuate con ordine casualizzato, il valore di pressione effettivo del getto è stato monitorato tramite sensore Gefran<sup>®</sup> TPHA, posto immedia-

tamente a monte della testa di taglio. Il segnale in figura 8.5, acquisito durante una delle prove a 200 MPa, mostra come gli esperimenti di misura siano stati effettuati nel pieno rispetto delle condizioni di progetto.

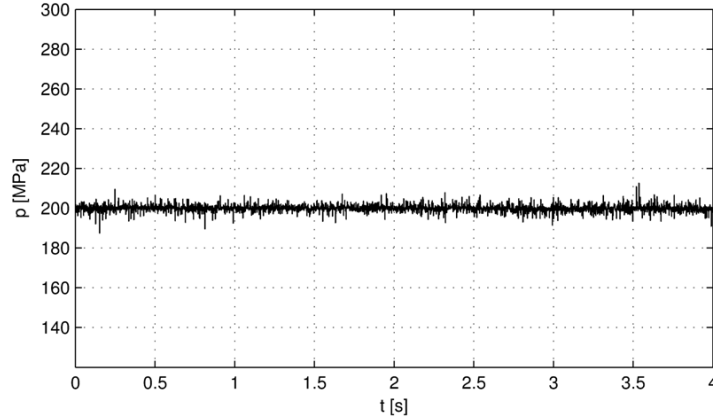


Figura 8.5: misura della pressione durante la replica n°2 a 200 MPa.

I risultati della campagna sperimentale sono riassunti in tabella 8.2: per ogni livello di pressione viene evidenziato il valore medio della frequenza sulle tre osservazioni e la velocità del getto ad esso corrispondente.

Le ultime colonne raccolgono i valori di deviazione standard associati ai campioni di velocità e la relativa stima del coefficiente di variazione, pari al rapporto tra  $s_{v_1}$  e  $v_1$ .

Il valore percentuale di  $CV_{v_1}$ , sempre inferiore allo 0,5%, è indice di un'elevata ripetibilità del sistema di misura utilizzato.

$p_1$ [MPa]	$f$ [MHz]	$v_1$ [m/s]	$s_{v_1}$ [m/s]	$CV_{v_1}$ % [-]
140	8,47	512,8	1,397	0,27%
160	9,05	547,9	1,848	0,34%
180	9,61	581,4	0,699	0,12%
200	10,10	611,2	1,210	0,20%
220	10,57	639,9	2,794	0,44%
240	11,03	667,7	1,854	0,28%
260	11,51	696,3	1,397	0,20%
280	11,91	720,6	3,045	0,42%

Tabella 8.2: risultati delle prove di misura con LDV.

Il grafico in figura 8.6 mette a confronto i valori di velocità misurati tramite LDV con l'andamento delle grandezze teoriche  $v_{th}$  e  $v_{1s}$ .

La funzione evidenziata in nero, alla quale corrispondono i valori di velocità più elevati, è stata ottenuta grazie alla formula di Bernoulli (equazione 8.1); al di sotto di questa, in blu, è riportata la curva di velocità che tiene conto della

comprimibilità del fluido.

Quest'ultima funzione deriva da un'analisi termodinamica del processo di efflusso, che sfrutta la definizione di densità dell'equazione 3.12 per ottenere la seguente espressione della velocità del getto [5, 7]:

$$v_{1s} = \sqrt{\frac{2L}{\rho(1-c)} \left[ \left(1 + \frac{\rho}{L}\right)^{1-c} - 1 \right]} \quad (8.6)$$

Il rapporto tra la velocità del flusso comprimibile e la velocità teorica di Bernoulli è detto *coefficiente di comprimibilità*  $\psi$ :

$$\psi = \frac{v_{1s}}{v_{th}} \quad (8.7)$$

Questo parametro, come è possibile osservare nel grafico in figura 8.6, diminuisce all'aumentare della pressione poiché con essa aumenta la comprimibilità del fluido di lavoro.

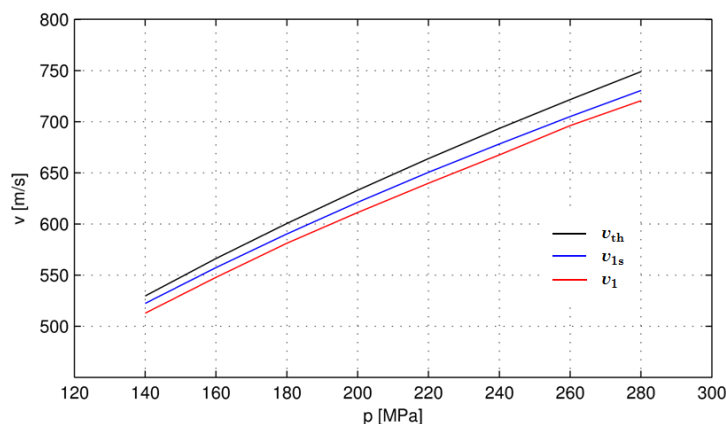


Figura 8.6: confronto tra le funzioni di velocità teoriche e la velocità misurata.

Per definire la relazione tra la velocità effettiva di efflusso e  $v_{1s}$  si introduce il *coefficiente di velocità*  $C_v$ :

$$C_v = \frac{v_1}{v_{1s}} \quad (8.8)$$

A differenza di  $\psi$ , che dipende dalle proprietà fisiche del fluido di lavoro, questo parametro è un indice dell'efficienza energetica dell'ugello ed è funzione delle sole caratteristiche geometriche di quest'ultimo.

I numerosi risultati sperimentali disponibili in letteratura hanno mostrato che, per le luci di passaggio a spigolo vivo,  $C_v$  assume valori compresi tra 0,97 e 0,99 [18, 9].

Dal momento che la taratura del sistema LDV è di difficile realizzazione, questa indicazione può essere sfruttata per valutare l'accuratezza delle misure effettuate: confrontando i coefficienti di velocità sperimentali in tabella 8.3 con i valori di

riferimento è possibile affermare che le velocità misurate risultano molto vicine alle velocità effettive di efflusso.

$p_1$ [MPa]	$v_1$ [m/s]	$v_{1s}$ [m/s]	$C_v$ [-]
140	512,8	522.3	0,982
160	547,9	557.4	0,983
180	581,4	590.3	0,985
200	611,2	621.2	0,984
220	639,9	650.5	0,984
240	667,7	678.4	0,984
260	696,3	705.1	0,988
280	720,6	730.6	0,986

**Tabella 8.3:** valutazione sperimentale di  $C_v$ .

Per quanto riguarda la validazione del modello numerico utilizzato, il risultato più importante è il livello di velocità a 200 MPa, che risulta pari a:

$$v_{1 \text{ mis}} = 611,2 \text{ m/s} \quad (8.9)$$

Il valore ottenuto sarà utilizzato nel prossimo paragrafo per il calcolo del coefficiente di contrazione sperimentale.

## 8.2 Coefficiente di contrazione

Dopo aver misurato la velocità del getto in uscita, per valutare il coefficiente di contrazione della vena fluida è necessario conoscere la portata d'acqua effettiva smaltita dall'ugello.

Per rilevare questa quantità si è scelto di operare a valle della testa di taglio, riempiendo un recipiente in acciaio per un tempo di 180 secondi e misurandone il peso prima e dopo l'esecuzione dell'esperimento.

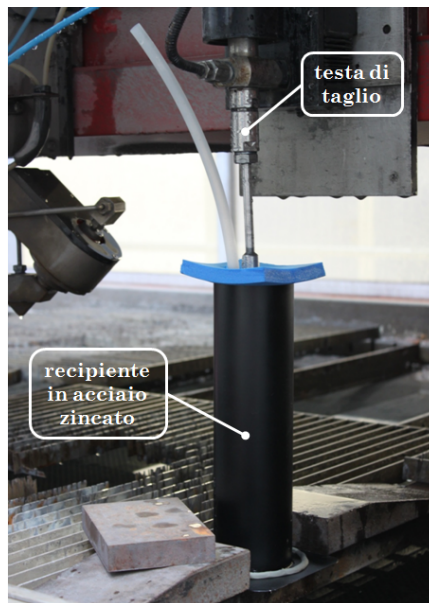


Figura 8.7: sistema utilizzato per la misurazione della portata.

Durante la fase di riempimento, evidenziata nell'immagine in figura 8.7, la pressione del getto è stata monitorata al fine di garantire il livello di 200 MPa per tutta la durata dell'esperimento (fig. 8.8).

Anche in questo caso la prova di misura è stata ripetuta 3 volte, con i risultati evidenziati in tabella 8.4.

	massa [g]	$\dot{m}$ [kg/s]	$q$ [l/min]
1	412,5	$2,29 \cdot 10^{-3}$	0,1377
2	413,3	$2,30 \cdot 10^{-3}$	0,1380
3	411,2	$2,28 \cdot 10^{-3}$	0,1373

Tabella 8.4: risultati delle prove di misura della portata.

La massa d'acqua contenuta nel recipiente, valutata con un'accuratezza di 0,1 g, è stata misurata tramite bilancia elettronica Sartorius® CP34001S, evidenziata nelle fotografie in figura 8.9.

I risultati delle prove, anche in questo caso, sono affetti da una variabilità estremamente ridotta, con un coefficiente di variazione pari allo 0,26%.

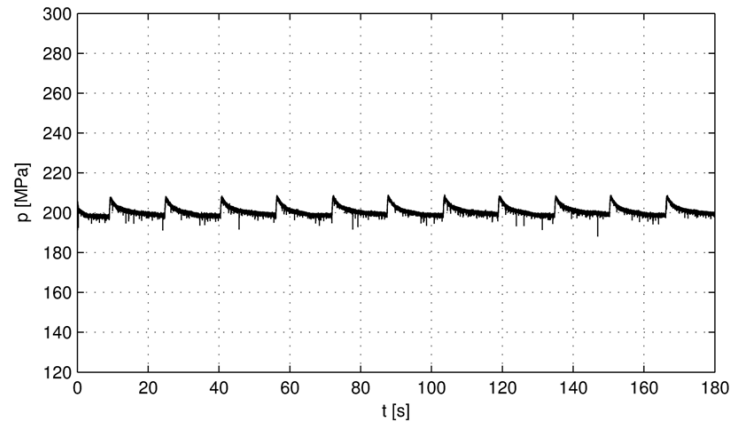


Figura 8.8: misura della pressione durante l'esecuzione della seconda prova.

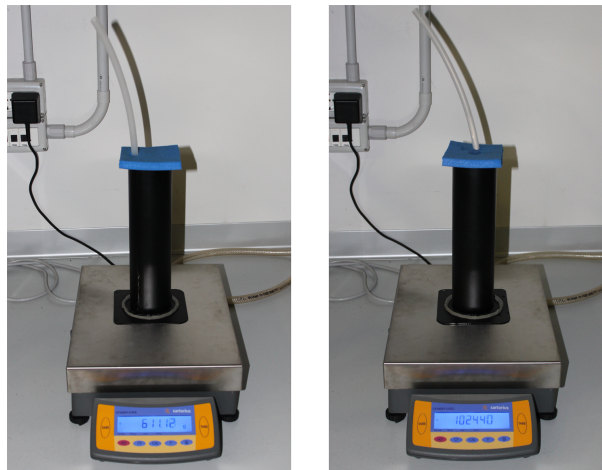


Figura 8.9: misura della tara e del peso lordo relativi alla prova n°2.

La portata effettiva smaltita dall'ugello può quindi essere espressa come media dei tre valori tabulati:

$$q_{\text{mis}} = 2,29 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s} \quad (8.10)$$

A questo punto, conoscendo la sezione di passaggio del capillare cilindrico e la velocità effettiva del getto (equazione 8.9), è possibile calcolare il coefficiente di contrazione sperimentale come:

$$C_{c \text{ mis}} = \frac{q_{\text{mis}}}{A_0 v_{1 \text{ mis}}} = \frac{4 q_{\text{mis}}}{\pi d_0^2 v_{1 \text{ mis}}} = 0,747 \quad (8.11)$$

Il risultato ottenuto consente di validare il valore di  $C_c$  derivante dall'analisi numerica del processo di efflusso, pari a 0,733 secondo l'equazione 7.12.

L'errore percentuale tra i due coefficienti, notevolmente inferiore al 5%, conferma infatti l'analisi fluidodinamica esposta nel paragrafo 7.1, secondo cui la condizione di hydraulic flip ha origine dall'espansione della regione di ricircolo lungo la direzione di sviluppo del getto.

$$e_{C_c} \% = \frac{C_{c \text{ mis}} - C_{c \text{ sim}}}{C_{c \text{ mis}}} \cdot 100 = 1,87\% \quad (8.12)$$



### 8.3 Pressione interna all'ugello

Come anticipato nel paragrafo 7.4, la presenza del foro laterale nell'ugello consente di rilevare il livello di pressione a pochi millimetri dalla zona di formazione del getto. Questa possibilità, di fondamentale importanza per la validazione dei risultati numerici, non è stata mai proposta dalla letteratura relativa alle applicazioni water jet.

Per consentire il posizionamento del trasduttore di pressione, il dado di tenuta della testa di taglio standard, rappresentato nell'immagine in figura 5.2, è stato sostituito con una flangia progettata e costruita autonomamente. Nella sezione in figura 8.10, che evidenzia il sistema utilizzato per la sperimentazione, è possibile osservare come il volume interno dell'ugello sia collegato direttamente al foro di alloggiamento del sensore di pressione.

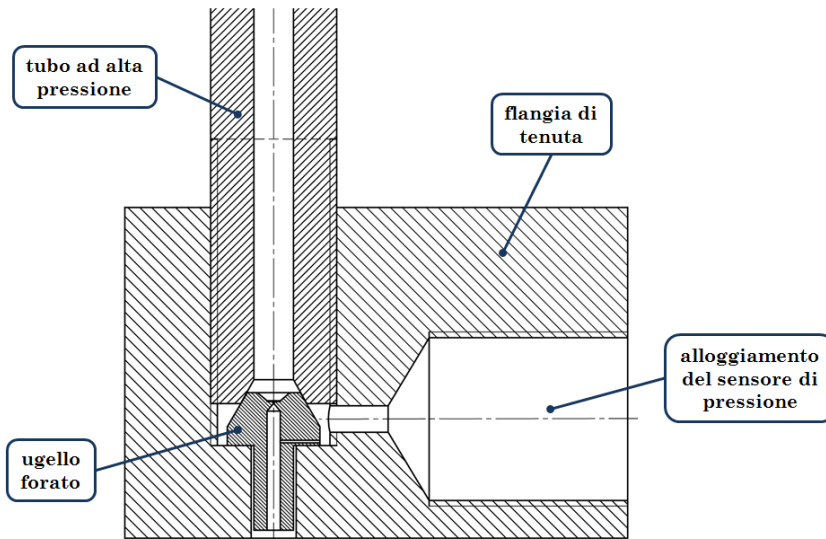


Figura 8.10: sezione della testa di taglio utilizzata per la sperimentazione.

Le prove di misura sono state effettuate tramite trasduttore ceramico Valcom<sup>®</sup> 84-R-1C (evidenziato in figura 8.11) collegato ad una scheda di acquisizione National Instruments<sup>®</sup> 6034E.

Per garantire la massima coerenza tra le simulazioni numeriche e i risultati sperimentali, il livello di riferimento del sensore è stato fissato sul valore atmosferico di 101 325 Pa, mentre la pressione dell'intensificatore, pari a 200 MPa, è stata monitorata anche in questo caso per tutta la durata dell'esperimento.

Dopo circa 3 secondi dall'inizio dell'acquisizione, come si osserva nel grafico in figura 8.12, si è provveduto all'accensione del getto, che ha provocato un istantaneo abbassamento di pressione dovuto all'effetto Venturi.

Il livello raggiunto in questa fase deve essere confrontato con il valore di  $p_{sim}$  espresso nell'equazione 7.13.

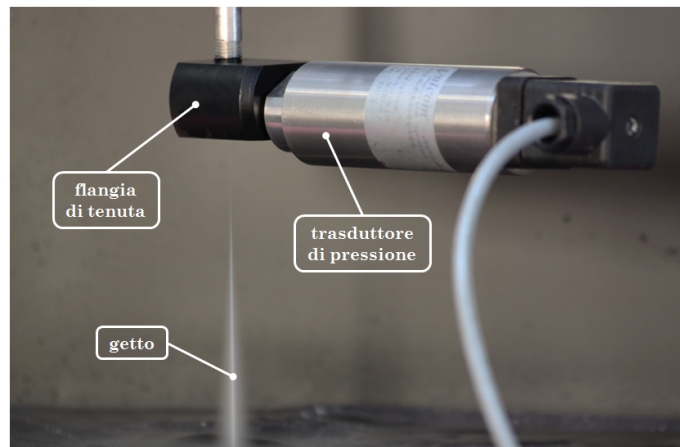


Figura 8.11: sistema per la misura della pressione all'interno dell'ugello.

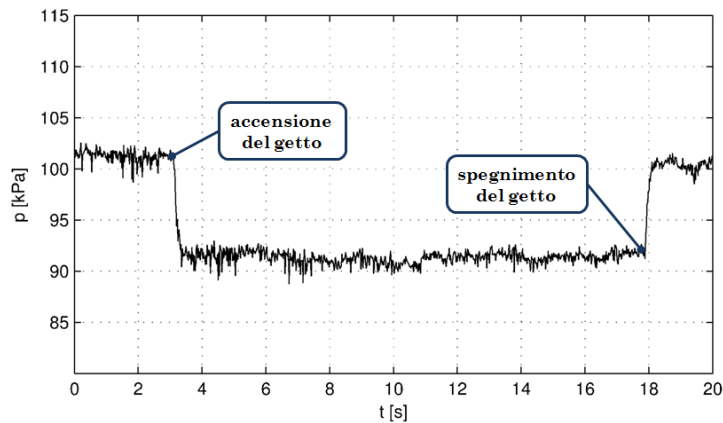


Figura 8.12: segnale di pressione assoluta acquisito a 50 Hz.

Per esprimere correttamente il valore di pressione misurato è necessario determinare l'incertezza dello strumento utilizzando le caratteristiche tecniche fornite dal costruttore.

Ad ognuna delle fonti di errore riportate in tabella 8.5, il data sheet associa un coefficiente di variabilità espresso in termini percentuali rispetto al fondoscala dello strumento. Ponendo quest'ultimo pari a 10 V, lo scarto tipo  $u_p$  viene calcolato dividendo ogni coefficiente per 2 o per  $\sqrt{3}$ , a seconda che esso provenga da una distribuzione normale o rettangolare [19, 16].<sup>1</sup>

Nell'ultima colonna, infine, l'incertezza viene espressa nell'unità di misura della grandezza di interesse attraverso la sensibilità del trasduttore di pressione, pari a 10 kPa/1 V.

<sup>1</sup> Per quanto riguarda la deriva termica dello strumento, si è ipotizzata un'oscillazione massima di 1 °C tra inizio e fine acquisizione. La durata di quest'ultima, infatti, non è sufficiente perchè si verifichino variazioni significative di temperatura in corrispondenza della testa di taglio.

	% FS [-]	divisore [-]	$u_p$ [V]	$u_p$ [Pa]
precisione di taratura	0,25%	$\sqrt{3}$	0,0144	144,3
linearità	0,2%	2	0,01	100
isteresi e ripetibilità	0,1%	2	0,005	50
deriva termica di zero	0,025%/°C	$\sqrt{3}$	0,0014	14,4
deriva termica di campo	0,02%/°C	2	0,001	10
stabilità a lungo termine	0,3%	$\sqrt{3}$	0,0173	173,2

**Tabella 8.5:** valutazione delle fonti di incertezza del trasduttore di pressione.

L'incertezza estesa  $U_p$ , a questo punto, può essere calcolata applicando la legge di propagazione degli errori con un fattore di copertura  $k$  pari a 1,96:

$$U_p = k \sqrt{\sum_{i=1}^n u_{p_i}^2} = 494,5 \text{ Pa} \quad (8.13)$$

Il livello di pressione assoluta all'interno dell'ugello, calcolato come media dei valori acquisiti tra accensione e spegnimento del getto, può quindi essere espresso nella seguente forma:

$$p_{\text{mis}} = 91\,300 \pm 500 \text{ Pa} \quad (8.14)$$

Considerando il valore di  $p_{\text{sim}}$  espresso nel paragrafo 7.4, pari a 87 200 Pa, è possibile constatare un buon livello di accordo tra il risultato sperimentale e l'analisi numerica:

$$e_p \% = \frac{p_{\text{mis}} - p_{\text{sim}}}{p_{\text{mis}}} \cdot 100 = 4,49\% \quad (8.15)$$

## 8.4 Analisi visive del getto

Nell'ambito della tecnologia pure water jet, l'analisi visiva è fondamentale per valutare le caratteristiche strutturali e funzionali del getto.

La condizione di efflusso ideale, infatti, può essere facilmente riconosciuta grazie all'aspetto cristallino e coerente della vena fluida che, come si osserva nelle immagini in figura 8.13, risulta profondamente diverso da quello di un getto in condizioni di instabilità.

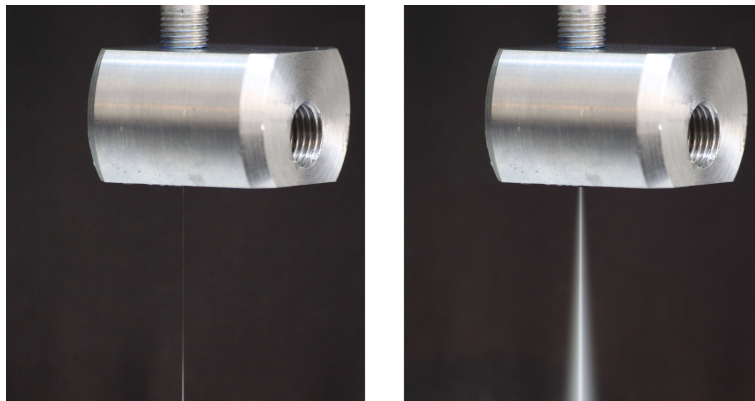


Figura 8.13: confronto tra getto in hydraulic flip e getto in condizioni di instabilità.

Per analizzare l'effetto dell'aria sulla struttura del getto in uscita si è utilizzata la stessa testa di taglio descritta nel precedente paragrafo. Il foro laterale della flangia di tenuta, in questo caso, è stato sfruttato come punto di innesto per il tubo di immissione dell'aria e la pressione di quest'ultima è stata controllata attraverso un regolatore manuale.

### 8.4.1 Fase di accensione

Un primo aspetto interessante emerso durante la sperimentazione è relativo alla fase di accensione del getto.

Utilizzando ugelli standard, infatti, si è osservato che una riaccensione del getto dopo un breve intervallo di tempo dal suo spegnimento provoca una condizione di instabilità della struttura liquida, che all'uscita dell'ugello si presenta incoerente e circondato da una cortina di gocce in forma atomizzata.

Questo fenomeno è legato con ogni probabilità alla presenza di acqua all'interno del canale di uscita, che provoca il contatto tra la superficie del getto e la parete laterale dell'ugello.

Una diretta conseguenza di ciò, oltre all'atomizzazione favorita dall'elevata velocità di efflusso, è l'aumento del diametro effettivo del getto, che risulta pari alla dimensione del canale di uscita dell'ugello (1 mm), anziché a quella della luce di passaggio a spigolo vivo (circa 0,1 mm).

Dal punto di vista tecnologico il fenomeno descritto rappresenta un problema rilevante poiché il diametro effettivo dell'utensile da taglio non coincide con quello scelto per la specifica lavorazione.

Numerose prove sperimentali hanno dimostrato come l'utilizzo dell'ugello forato possa garantire sistematicamente la formazione di un getto molto coerente e sottile, caratterizzato dal tipico aspetto cristallino delle strutture liquide in hydraulic flip.

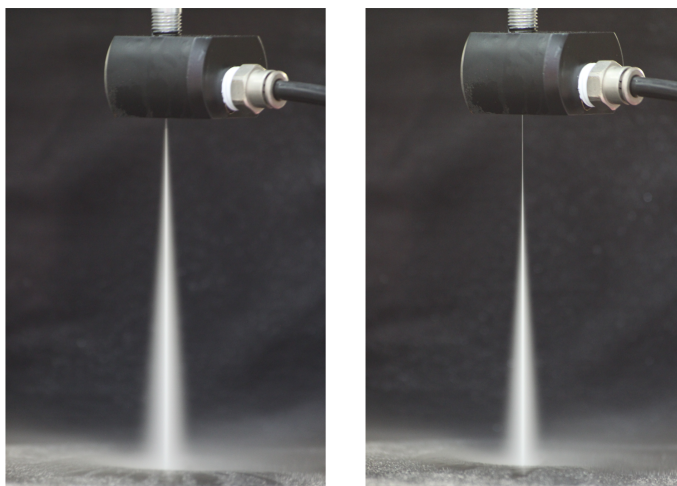


Figura 8.14: effetto della pulitura dell'ugello con aria prima dell'accensione.

L'effetto, ben visibile dal confronto delle immagini in figura 8.14, si ottiene immettendo aria in pressione all'interno dell'ugello prima dell'accensione del getto: è sufficiente un livello di circa 5 bar per un tempo inferiore a 3 secondi per garantire una pulizia completa del canale di passaggio, con la conseguente formazione del getto in condizioni di efflusso ottimali.

#### 8.4.2 Funzionamento continuo

A conferma dei risultati numerici discussi nel paragrafo 7.3, l'immissione di aria all'interno dell'ugello primario influenza la struttura del getto anche in fase di funzionamento continuo.

La sequenza di immagini in figura 8.15, ottenuta a partire da una condizione stabile di hydraulic flip, mostra infatti come all'aumentare della pressione dell'aria diminuisca progressivamente la lunghezza di coerenza della struttura liquida.

Come previsto, quindi, le perturbazioni generate dal flusso d'aria sulla superficie del getto, ben evidenti nell'immagine in figura 7.18, fanno sì che esso risulti più sensibile all'interazione con l'atmosfera esterna all'ugello, tendendo perciò a perdere la propria coerenza con maggiore rapidità.

L'effetto descritto, naturalmente, si amplifica con l'aumentare della pressione dell'aria poiché con essa aumenta l'entità delle perturbazioni introdotte.

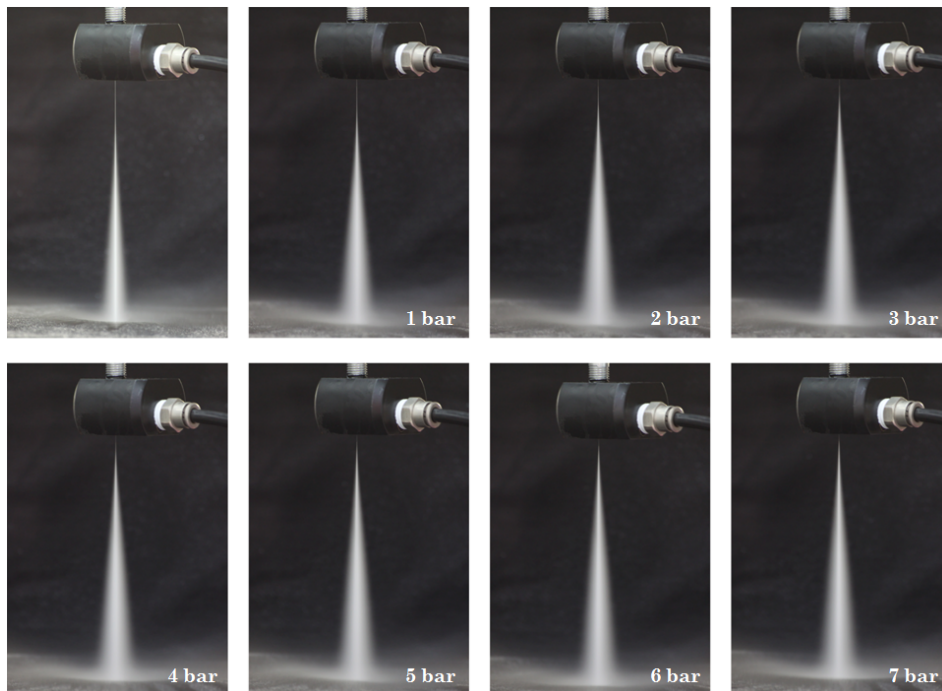


Figura 8.15: effetto dell'immissione di aria sulla struttura del getto in hydraulic flip.

Nelle ultime immagini in figura 8.15 è possibile osservare come la variazione della lunghezza di coerenza, molto significativa tra 1 e 4 bar, tenda progressivamente ad annullarsi. Con livelli di pressione superiori a 5 bar, infatti, l'effetto dell'aria sul getto giunge a saturazione, non consentendo di osservare ad occhio nudo ulteriori alterazioni strutturali.

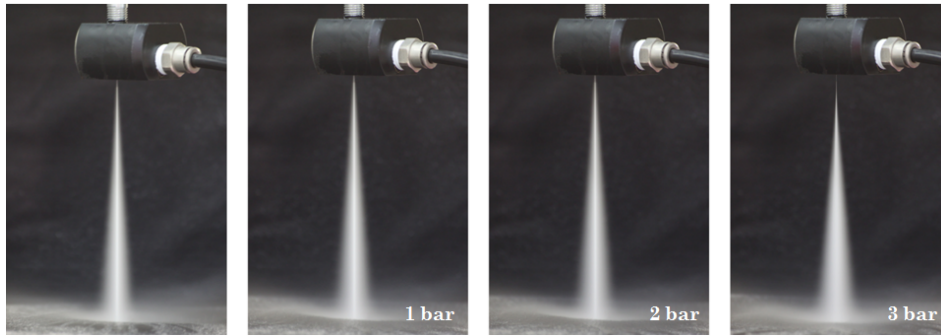
Per quanto riguarda la stabilità del processo di efflusso, è importante sottolineare che il getto mantiene la condizione di hydraulic flip con qualunque pressione dell'aria in ingresso: in prossimità dell'uscita dell'ugello, infatti, esso presenta sempre un diametro molto sottile, simile a quello evidenziato nell'immagine di destra in figura 8.14.

Il mantenimento della condizione di efflusso ideale è dovuta al fatto che l'aria in ingresso non agisce sulla zona di formazione del getto, ma anzi tende a proteggere quest'ultima dai disturbi provenienti dall'esterno. Questa considerazione è in accordo con il campo di moto evidenziato dalle linee di flusso in figura 7.16, dalle quale risulta evidente come l'aria crei un effetto barriera tra la parte inferiore e la parte superiore del canale di passaggio.

L'ultimo aspetto interessante per quanto riguarda l'analisi visiva è relativo al recupero della stabilità in fase di funzionamento.

La sequenza di immagini in figura 8.16 mostra come il getto, inizialmente instabile, possa guadagnare la condizione di hydraulic flip attraverso l'immissione di aria all'interno dell'ugello.

L'effetto, come si osserva nell'ultima fotografia, si ottiene con un livello di pressione compreso tra 2 e 3 bar ed anche in questo caso risulta sistematico e permanente: la condizione di stabilità raggiunta, infatti, non può essere compromessa se non attraverso lo spegnimento e la successiva riaccensione del getto.



**Figura 8.16:** recupero della condizione di hydraulic flip grazie all'immissione di aria.

I risultati sperimentali illustrati mostrano come l'immissione di aria all'interno di ugelli opportunamente modificati consenta di controllare attivamente la struttura del getto.

L'aria può infatti garantire le condizioni di efflusso ottimali sia in fase di accensione che durante il funzionamento, mentre regolando la pressione di iniezione è possibile aumentare o diminuire il livello di coerenza del getto in modo semplice e istantaneo.

Questa possibilità consente di modificare in tempo reale le caratteristiche dell'utensile da taglio, che possono essere ottimizzate in funzione della tipologia di materiale da lavorare e dello spessore di quest'ultimo.







## Capitolo 9

---

# Conclusioni e sviluppi futuri

---

Il presente lavoro di ricerca ha mostrato una soluzione efficace per intervenire sul campo di moto interno ad un ugello per applicazioni pure water jet. Sfruttando le potenzialità dell'elettroerosione a tuffo, si è potuta modificare la geometria del componente standard attraverso l'introduzione di un foro radiale di piccolo diametro, grazie al quale è stato possibile collegare il canale di passaggio del flusso con l'ambiente esterno.

Il dominio geometrico del problema è stato quindi riprodotto in un modello tridimensionale per la simulazione numerica del processo di efflusso, dalla quale sono emersi risultati interessanti.

La prima fase dell'analisi, in particolare, ha mostrato come la condizione di pressione atmosferica in corrispondenza del foro laterale provochi la formazione di un flusso d'aria in ingresso ad elevata velocità, che non è tuttavia sufficiente per modificare le caratteristiche del getto in uscita.

Con la seconda fase di simulazione, caratterizzata da un livello di pressione dell'aria pari a 3 bar, si è invece osservata un'interazione significativa con il campo di moto interno all'ugello e, di conseguenza, con la superficie esterna del getto. Quest'ultima, infatti, a valle della zona di immissione dell'aria, risulta caratterizzata da numerose irregolarità, che dal punto di vista pratico causano una riduzione della lunghezza di coerenza del getto.

L'analisi numerica del processo di efflusso, inoltre, ha permesso di approfondire l'origine della condizione di hydraulic flip, che può essere di natura puramente fluidodinamica oppure, come teorizzato nel caso in analisi, derivare dai fenomeni di cavitazione interni al capillare.

I risultati descritti sono stati verificati grazie a numerosi esperimenti di validazione, tra i quali la misura diretta della pressione all'interno dell'ugello primario rappresenta una novità assoluta nell'ambito della ricerca water jet.

Attraverso la prova sperimentale del sistema di immissione dell'aria, infine, è

stato possibile mostrare i vantaggi derivanti dall'utilizzo dell'ugello forato. Quest'ultimo, infatti, consente di garantire la condizione ottimale di efflusso (hydraulic flip) con effetto immediato, sia prima dell'accensione che durante il funzionamento. A conferma dei risultati numerici, inoltre, si è visto come l'aria in ingresso influenzi il livello di coerenza del getto, che può essere adattato alla specifica operazione di taglio regolando la pressione di iniezione.

I risultati ottenuti rappresentano un punto di partenza per alcuni interessanti sviluppi futuri.

Per quanto riguarda l'attività di ricerca sperimentale, le principali linee guida proposte sono:

- lo studio degli effetti dell'iniezione di aria con differenti configurazioni di modifica dell'ugello, dalla soluzione con foro inclinato radiale, già proposta nel paragrafo 5.2, alla foratura in direzione tangenziale rispetto al canale di passaggio, che consentirebbe di creare un flusso d'aria con effetto di *swirl* attorno al getto;
- l'introduzione di fori multipli distribuiti uniformemente lungo la circonferenza dell'ugello, con l'obiettivo di aumentare gli effetti dell'aria in ingresso garantendo al contempo un intervento simmetrico ed equilibrato rispetto al canale di passaggio del flusso;
- lo studio dell'influenza del diametro dei fori sugli effetti di modifica della struttura del getto. Per una riduzione del diametro sino a 0,1-0,15 mm, come detto nel capitolo 5, l'unica soluzione percorribile è l'elettroerosione, mentre la realizzazione di fori da 0,3-0,4 mm potrebbe essere effettuata tramite microfresatura;
- l'analisi dell'influenza dell'aria in ingresso sulla qualità del taglio, che può essere condotta su differenti tipologie di materiale al variare della configurazione di foratura e della pressione di iniezione dell'aria;
- l'utilizzo dell'iniezione di aria nell'ugello primario nell'ambito del taglio di precisione con getto idroabrasivo (FAWJ). La regolazione della coerenza del getto, infatti, consentirebbe di ottimizzare l'adduzione delle particelle solide, che risulta difficoltosa a causa della granulometria molto fine.

Per quanto riguarda le analisi numeriche è opportuno sottolineare che la simulazione del processo di efflusso sull'intero dominio geometrico è molto onerosa dal punto di vista computazionale.

Infatti, nonostante sia stato utilizzato un calcolatore di ultima generazione, ogni fase di simulazione ha richiesto in media un tempo di calcolo di circa 8 settimane. Il modello numerico utilizzato, inoltre, non consente di simulare l'evaporazione

delle fasi fluide, che è essenziale per analizzare i meccanismi termofluidodinamici che sono alla base dell'hydraulic flip.

Per questi motivi le future analisi CFD in ambito water jet dovranno necessariamente passare attraverso una suddivisione del dominio geometrico, che potrà essere effettuata sulla base delle seguenti indicazioni:

- *zona di formazione del getto*

per analizzare il processo di efflusso in corrispondenza del capillare cilindrico, come anticipato nel paragrafo 7.1, è necessario implementare un modello numerico trifase (con acqua, aria e vapore) in grado di simulare l'evaporazione della fase liquida.

Per questo tipo di analisi è possibile utilizzare il *Mixture Model* di Fluent® introdotto nel paragrafo 6.2, che inizialmente, per ridurre il costo computazionale, può essere applicato ad una geometria assialsimmetrica bidimensionale.

- *zona di immissione dell'aria*

a differenza della regione precedente, quest'area deve essere necessariamente schematizzata tramite geometria tridimensionale. L'iniezione di aria, infatti, deve essere analizzata sia sul piano trasversale che lungo la direzione assiale del canale di passaggio, in modo da poterne valutare gli effetti sulla struttura del getto.

I risultati numerici ottenuti in questo lavoro di ricerca possono essere sfruttati per ricavare le condizioni al contorno da imporre sul nuovo dominio geometrico, che potrà essere analizzato sempre tramite il *Volume of Fluid Model* di Fluent® con flusso bifase.

Riducendo le dimensioni del dominio è possibile aumentare la risoluzione spaziale in corrispondenza delle zone di maggior interesse, consentendo di migliorare l'analisi dal punto di vista dell'interazione tra le fasi presenti. Il modello VOF, infatti, può essere sfruttato per evidenziare i fenomeni di rottura del getto e la formazione di gocce di piccole dimensioni, direttamente collegati alla coerenza della struttura liquida.

Per entrambe le fasi di simulazione, l'accuratezza del modello numerico potrebbe essere migliorata introducendo la comprimibilità delle fasi presenti.

La possibilità di determinare i profili di pressione e temperatura, infatti, sarebbe utile per valutare l'influenza degli effetti termici e acustici sulla struttura e sulla stabilità del getto in uscita.



## Appendice A

---

# Ugelli Comadur

---

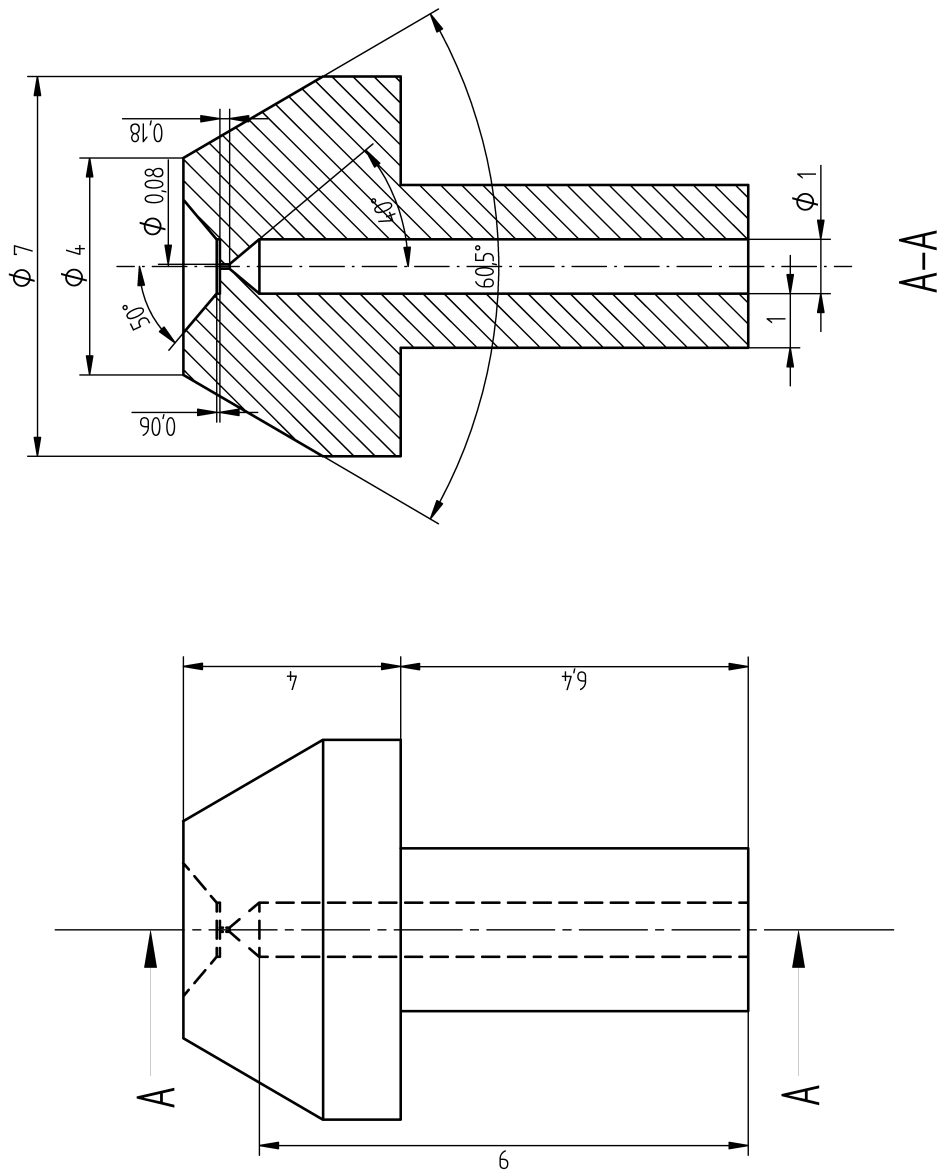


Figura A.1: ugello in zaffiro sintetico standard.

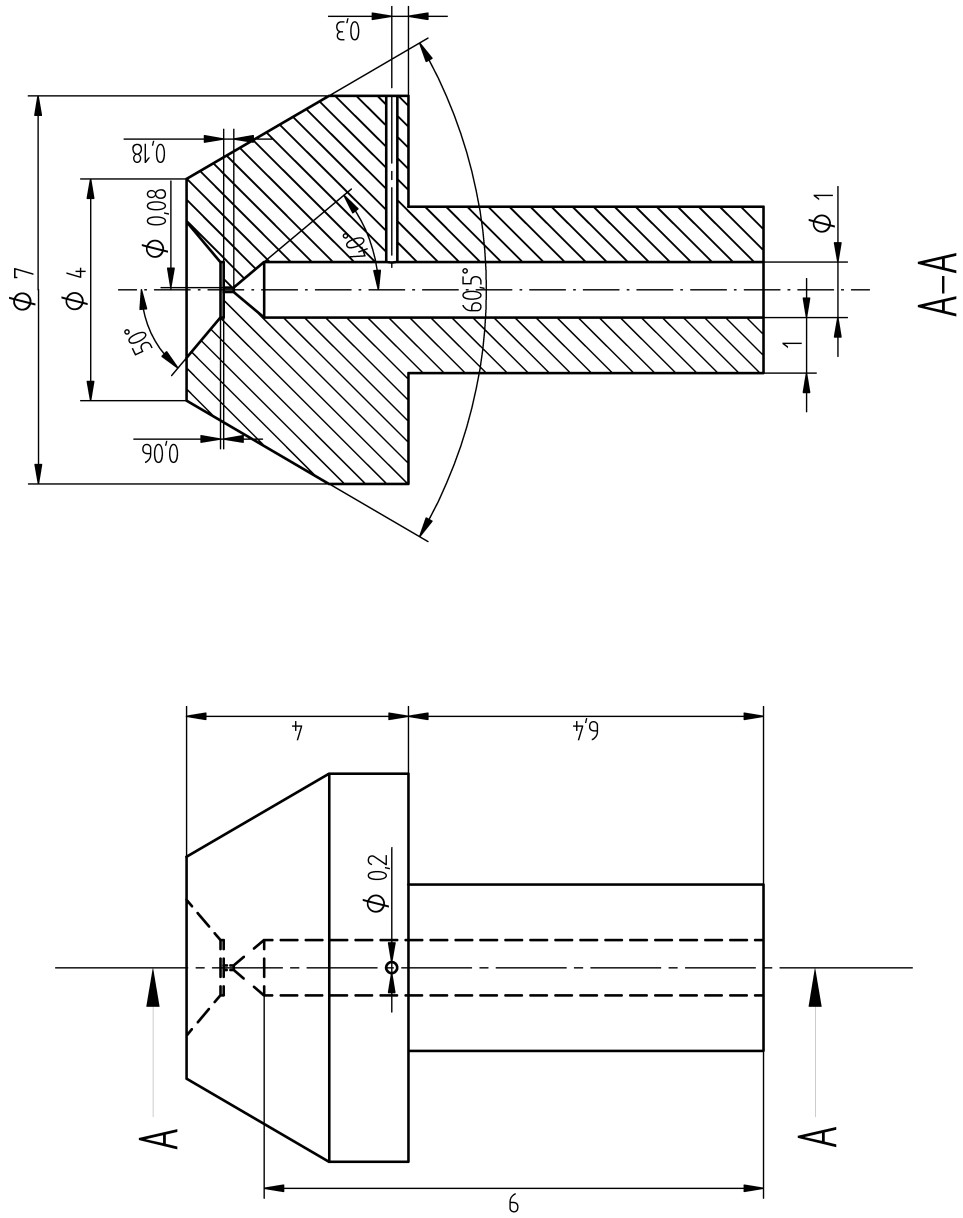


Figura A.2: ugello forato utilizzato per la sperimentazione.





## Appendice B

---

# Elementi di algebra vettoriale

---

Una quantità vettoriale  $\mathbf{f}$  può essere rappresentata in un sistema tridimensionale di assi cartesiani attraverso le sue componenti:

$$\mathbf{f} = f_x \hat{i} + f_y \hat{j} + f_z \hat{k} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

L'operatore di derivazione di  $\mathbf{f}$  rispetto ad una generica variabile scalare  $s$  può essere espresso come:

$$\frac{d\mathbf{f}}{ds} = \begin{pmatrix} \frac{df_x}{ds} \\ \frac{df_y}{ds} \\ \frac{df_z}{ds} \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

L'operatore gradiente  $\nabla$  sintetizza la derivazione delle componenti di  $\mathbf{f}$  rispetto alle coordinate spaziali:

$$\nabla \mathbf{f} = \left( \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial x} & \frac{\partial f_y}{\partial x} & \frac{\partial f_z}{\partial x} \\ \frac{\partial f_x}{\partial y} & \frac{\partial f_y}{\partial y} & \frac{\partial f_z}{\partial y} \\ \frac{\partial f_x}{\partial z} & \frac{\partial f_y}{\partial z} & \frac{\partial f_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$

La divergenza di  $\mathbf{f}$  è una quantità scalare pari alla traccia del tensore espresso nell'equazione B.3:

$$\nabla \cdot \mathbf{f} = \text{tr}(\nabla \mathbf{f}) = \frac{\partial f_x}{\partial x} + \frac{\partial f_y}{\partial y} + \frac{\partial f_z}{\partial z} \quad (\text{B.4})$$

Il laplaciano  $\Delta$ , infine, è un operatore del secondo ordine che sintetizza l'operazione di divergenza applicata al gradiente di  $\mathbf{f}$ :

$$\Delta \mathbf{f} = \nabla \cdot (\nabla \mathbf{f}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} (\nabla \mathbf{f}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f_x}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 f_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f_y}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 f_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f_z}{\partial z^2} \end{pmatrix} \quad (\text{B.5})$$

---

# Simboli e abbreviazioni

---

Simb.	Unità SI	Descrizione	Pag.
$A_0$	m <sup>2</sup>	area della sezione nominale del capillare	89
$A_c$	m <sup>2</sup>	area della sezione contratta	89
$a$	m/s	velocità di propagazione delle onde sonore	95
$\mathbf{a}$	m/s <sup>2</sup>	accelerazione	15
$C_c$	–	coefficiente di contrazione	89
$C_v$	–	coefficiente di velocità	108
$Co$	–	numero di Courant	78
$D$	–	duty cycle	48
$\underline{\mathbf{D}}$	Pa	tensore delle velocità di deformazione	20
$d_0$	m	diametro del capillare	32
$d_h$	m	diametro idraulico	73
$f$	Hz	frequenza di attraversamento delle frange	104
$g$	m/s <sup>2</sup>	accelerazione di gravità	12
$h_b$	m	altezza di bava	50
$I$	–	intensità turbolenta	72
$i$	A	corrente di alimentazione	47
$K$	–	numero di cavitazione	85
$L_0$	m	lunghezza del capillare	32
$l_r$	m	lunghezza di riattacco della vena fluida	85
$\dot{m}$	kg/s	portata massica	110
Ma	–	numero di Mach	95
$n$	mol	numero di moli	13
$p$	Pa	pressione	12
$p_0$	Pa	pressione in condizioni ambiente	13
$p_1$	Pa	pressione dell'acqua in ingresso	73
$p_2$	Pa	pressione a valle del capillare	85
$p_3$	Pa	pressione del flusso in uscita	75
$p_a$	Pa	pressione dell'aria in ingresso	74
$p_v$	Pa	tensione di vapore	85
$q$	m <sup>3</sup> /s	portata volumetrica	89
$R$	J/mol K	costante universale dei gas	13
$r_c$	m	raggio della sezione contratta	89

---

Simb.	Unità SI	Descrizione	Pag.
$r_r$	m	raggio di raccordo del capillare	86
Re	–	numero di Reynolds	23
Re <sub>c</sub>	–	numero di Reynolds relativo al capillare	86
$s$	N/m	tensione superficiale	14
$T$	K	temperatura	12
$t_c$	s	tempo di ciclo	48
$t_{on}$	s	tempo di scarica	47
$u$	V	tensione di alimentazione	48
$V$	m <sup>3</sup>	volume	13
$v$	m <sup>3</sup> /kg	volume specifico	13
$\mathbf{v}$	m/s	velocità	15
$v_1$	m/s	velocità effettiva del getto	104
$v_{1s}$	m/s	velocità di efflusso isoentropica	107
$v_{th}$	m/s	velocità teorica di efflusso	103
$\mathbf{x}$	m	posizione	15
$\gamma$	N/m <sup>3</sup>	peso specifico	12
$\Delta t$	s	time step	78
$\delta$	m	distanza tra le frange di interferenza	104
$\epsilon$	Pa	modulo di elasticità di volume	13
$\eta$	m	scala di Kolmogorov	24
$\theta$	rad	angolo di contatto	68
$\kappa$	m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>	energia cinetica turbolenta	25
$\lambda$	m	lunghezza d'onda del fascio luminoso	104
$\mu$	Pa s	viscosità dinamica	14
$\mu'$	Pa s	viscosità dinamica di dilatazione	21
$\nu$	m <sup>2</sup> /s	viscosità cinematica	14
$\nu_t$	m <sup>2</sup> /s	viscosità cinematica turbolenta	28
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	densità	12
$\rho_0$	kg/m <sup>3</sup>	densità in condizioni ambiente	13
$\sigma$	Pa	sforzo normale	12
$\tau$	Pa	sforzo tangenziale	12
$\underline{\Phi}$	Pa	tensore degli sforzi	11
$\underline{\Phi}_{Re}$	Pa	tensore degli sforzi di Reynolds	28
$\psi$	–	coefficiente di comprimibilità	108
$\underline{\Omega}$	Pa	tensore delle rotazioni rigide	20

Abbr.	Descrizione	Pag.
AR	Aspect Ratio	62
ASJ	Abrasive Suspension Jet	5
AWJ	Abrasive Water Jet	3
CFD	Computational Fluid Dynamics	53
CGS	sistema centimetro-grammo-secondo di unità di misura	14
CV	coefficiente di variazione	107
DNS	Direct Numerical Simulation	26
EDM	Electrical Discharge Machining	45
EDP	equazione differenziale alle derivate parziali	22
FAWJ	Fine Abrasive Water Jet	122
FVM	Finite Volume Method	53
LDV	Laser Doppler Velocimetry	104
LES	Large Eddy Simulation	26
MRR	Material Removal Rate	47
PWJ	Pure Water Jet	3
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations	27
SF	Skewness Factor	55
SI	Sistema Internazionale di unità di misura	10
UHP	Ultra-High Pressure	4
URF	Under-Relaxation Factor	80
VOF	Volume of Fluid	64
WJ	Water Jet	3



---

# Bibliografia

---

- [1] Fluent 12. *Theory Guide*. Ansys Inc., Canonsburg, USA, 2009. [56, 64, 66, 67, 68, 70, 73, 76, 85, 86, 87]
- [2] Fluent 12. *User's Guide*. Ansys Inc., Canonsburg, USA, 2009. [55, 58, 59, 61, 62, 63, 66, 77, 79]
- [3] Gambit 2.3. *Modeling Guide*. Fluent Inc., Lebanon, USA, 2006. [60]
- [4] N. Anantharamaiah, H. Vahedi Tafreshi e B. Pourdeyhimi. A study on flow through hydroentangling nozzles and their degradation. *Chemical Engineering Science*, vol. 61, pp. 4582-4594, 2006. [32, 33, 34]
- [5] M. Annoni. *Note degli insegnamenti di: Laboratorio di Tecnologie speciali*. Politecnico di Milano. Dipartimento di Meccanica, 2011. [104, 105, 108]
- [6] M. Annoni, F. Arleo et al. Misura della velocità del getto d'acqua in un sistema water jet mediante LDV (Laser Doppler Velocimetry). *Lamiera*, 2009. [104]
- [7] M. Annoni, L. Castaldi et al. Efficiency measurement of water jet orifices by a novel electrooptical technique. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 57, pp. 48-54, 2008. [108]
- [8] M. Annoni, L. Castaldi et al. Measurement of water jet velocity distribution using laser velocimetry. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 57, pp. 1524-1528, 2008. [104]
- [9] M. Annoni, L. Castaldi et al. Orifice coefficients evaluation for water jet applications. *Proceedings of the 16th IMEKO TC4 Symposium, Firenze*, 2008. [108]
- [10] M. Annoni, M. Monno. Effects of diamond orifice geometry on water jet cutting performance. *Proceedings of the 18th BHR International Conference on Water Jetting, Gdansk (Poland)*, pp. 293-308, 2006. [32]
- [11] F. Arleo. *Numerical simulation of a pure water jet inside an orifice: jet stability and effects of droplets collisions*. Politecnico di Milano, 2010. Tesi di Laurea Specialistica. [6, 35, 36, 37, 53, 54, 57, 69, 73, 74, 88, 101]
- [12] F. Arleo, M. Annoni et al. Analysis of the effects of droplets collisions on the stability of a pure water jet by means of 3D numerical simulations. *Relazioni del X Convegno AITeM, Napoli*, 2011. [33, 38, 39, 88]

- [13] A. Bakker. *Note degli insegnamenti di: Computational Fluid Dynamics*. Dartmouth College, 2006. [26, 77, 95]
- [14] A. T. Basha, M. Annoni e M. Monno. Numerical simulation of the formation and reattachment length of water jet for different orifice geometries. *Proceedings of the American WJTA Conference and Expo*, 2009. [85, 88]
- [15] N. Basu, A. Troshko e G. Nurnberg. Modeling of two-phase flow and boiling with Fluent. *Proceedings of the Relap5 UGM, West Yellowstone (USA)*, 2003. [64]
- [16] M. Bergoglio, M. Stillavato e M. Caravaggio. *Guida per la taratura di misuratori di pressione*. SIT, Servizio di Taratura in Italia, Torino, 2005. [114]
- [17] G. L. Brown, A. Roshko. On density effects and large structure in turbulent mixing layers. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 64, tav. 7, 1974. [25]
- [18] D. Citrini, G. Nosedà. *Idraulica*. Casa Editrice Ambrosiana, Milano, 1975. [9, 11, 16, 17, 108]
- [19] L. Cusco, M. Bryant et al. *Guide to the Measurement of Pressure and Vacuum*. Institute of Measurement and Control, London, UK, 1998. [114]
- [20] S. Dabiri, W. A. Sirignano e D. D. Joseph. Cavitation in an orifice flow. *Physics of Fluids*, vol. 19, 2007. [88]
- [21] G. Dini, G. Fantoni. *Note degli insegnamenti di: Processi di produzione innovativi*. Università di Pisa, Dipartimento di Ingegneria Meccanica. [45, 46]
- [22] F. Gabrielli. *Tecnologia meccanica. Appunti dalle lezioni del corso tenuto presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università Politecnica delle Marche*. Pitagora Editrice, Bologna, 2005. [47]
- [23] F. Grimaldi. *EDM. Macchine e sistemi per elettroerosione*. Tecniche Nuove, Milano, 1995. [46]
- [24] A. Guadagnini, M. Riva. *Note degli insegnamenti di: Meccanica dei fluidi II. Corso di studi in Ingegneria meccanica*. Politecnico di Milano, Dipartimento DIAR, sezione Idraulica. [19, 22, 26, 28, 29]
- [25] M. Hashish. Abrasive-waterjet (AWJ) studies. *Proceedings of the 16th International Conference on Water Jetting, Aix-en-Provence (France)*, 2002. [13, 103]
- [26] K. C. Heiniger. Introduction to the flow states in water jet systems. *Proceedings of the International Conference on Water Jet Machining, Krakow (Poland)*, 2001. [88]
- [27] F. Inzoli. *Note degli insegnamenti di: Applied CFD in research and design*. Politecnico di Milano, CFDLab, Dipartimento di Energia. [15, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 53, 55, 62]
- [28] W. König. *Elettroerosione: macchine e sistemi alternativi*. Tecniche Nuove, Milano, 1982. [46, 47]



- [29] R. S. Lagumbay, A. Haselbacher et al. Numerical simulation of a supersonic three-phase cavitating jet flow through a gaseous medium in injection nozzle. *Proceedings of International Mechanical Engineering Congress Expo, Orlando (USA)*, 2005. [88, 89]
- [30] A. H. Lefebvre. *Atomization and sprays*. Hemisphere Publishing Corporation, New York, USA, 1989. [32]
- [31] L. Lèger. Politecnico di Milano. Test Cut Report. *GF AgieCharmilles, Geneva (Switzerland)*, 2011. [48, 49, 50, 51, 52]
- [32] E. M. Marshall, A. Bakker. *Computational Fluid Mixing*. Fluent Inc., Lebanon, USA, 2003. [53]
- [33] M. Monno. *La tecnologia Waterjet/Abrasiva Waterjet*. Politecnico di Milano, Dipartimento di Meccanica. Dispensa per gli studenti di Laurea Specialistica. [3, 5]
- [34] M. Monno, B. Previtali. *Note degli insegnamenti di: Tecnologia meccanica 2*. Politecnico di Milano. Dipartimento di Meccanica, 2011. [47, 48]
- [35] M. Monno, M. Annoni e C. Ravasio. *Water jet: a flexible technology*. Polipress, Milano, 2007. [5, 8]
- [36] W. V. Ohnesorge. Die bildung von tropfen an düsen und die auflösung flüssiger strahlen. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol. 16, pp. 355-358, 1936. [32]
- [37] R. Payri, F. J. Salvador et al. Study of cavitation phenomena based on a technique for visualizing bubbles in a liquid pressurized chamber. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 30, pp. 768-777, 2009. [85]
- [38] D. Pnueli, C. Gutfinger. *Meccanica dei fluidi*. Zanichelli, Bologna, 1995. [9]
- [39] S. B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000. [24]
- [40] A. Quarteroni. *Modellistica numerica per problemi differenziali*. Springer-Verlag Italia, Milano, 2006. [53]
- [41] H. Vahedi Tafreshi, B. Pourdeyhimi. The effects of nozzle geometry on waterjet breakup at high Reynolds numbers. *Experiments in Fluids*, vol. 35, pp. 364-371, 2003. [32, 34]
- [42] H. Vahedi Tafreshi, B. Pourdeyhimi. Cavitation and Hydraulic Flip. *Fluent News*, p. 38, 2004. [34, 88]
- [43] H. K. Versteeg, W. Malalasekera. *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*. Longman Scientific and Technical, Essex, UK, 1995. [28]
- [44] W. Yuan, G. H. Schnerr. Numerical simulation of two-phase flow in injection nozzles: interaction of cavitation and external jet formation. *Journal of Fluids Engineering*, vol. 125, pp. 963-969, 2003. [88]
- [45] S. Zuccher. *Note degli insegnamenti di: Dinamica dei fluidi*. Università di Verona, 2011. [23, 24]