Aplicación de la programación matemática a la localización de proyectos

Rafael Terrazas Pastor

Doctor en Administración de Empresas,
Docente de la Universidad Católica Boliviana "San Pablo"
tersil@supernet.com.bo

TERRAZAS PASTOR, Rafael (2012). "Aplicación de la programación matemática a la localización de proyectos". Perspectivas, Año 15 – Nº 29 – 1º semestre 2012. pp. 71-94. Universidad Católica Boliviana "San Pablo". Cochabamba.

Resumen

Una de las aplicaciones más importantes de la investigación de operaciones es la programación matemática; este modelo intenta estudiar la mejor forma de asignar los recursos hacia actividades competidoras. En el mundo de los proyectos y su análisis de factibilidad, una de las problemáticas que se presenta a menudo, es saber dónde ubicar y emplazar un proyecto en las mejores condiciones de operabilidad y con un óptimo uso de recursos y servicios, sea en la perspectiva de minimizar costos o de maximizar ganancias. Este artículo intenta mostrar la aplicación de la programación matemática hacia la localización de proyectos; en particular se trata de utilizar algoritmos tales como: la programación lineal, la programación entera binaria y el modelo de transporte.

Palabras clave: proyectos, localización, investigación de operaciones, programación matemática, programación lineal, programación entera, transporte.

Summary

One of the most important applications of operations research is mathematical programming; this model attempts to consider the best way to allocate resources to competing activities. In the world of projects and feasibility analysis, one of the problems that often arise is to know where to locate and deploy a project in the best operating conditions and with an optimum use of resources and services, whether in the perspective of minimizing costs or maximizing profits. This article attempts to show the application of mathematical programming to the location of projects, in particular it comes to using algorithms such as linear programming, integer binary programming and transport model.

Keywords: project location, operations research, mathematical programming, linear programming, integer programming, transportation.

Introducción

El contexto de análisis de los proyectos en su perspectiva de la preparación y evaluación de los mismos, se constituye en una temática muy relevante en cuanto al desarrollo de la planificación global y sectorial de una sociedad. Dentro de este análisis, está el estudiar la factibilidad de una forma integral, es decir tomando en cuenta los puntos de vista: financiero, técnico, organizativo y de gestión de recursos humanos. Una de las problemáticas que se presenta en el aspecto técnico es el de decidir específicamente, a nivel macro y micro, la localización del proyecto y de esa manera poder determinar el lugar exacto para la ubicación y emplazamiento, en las condiciones más óptimas y de mejor rendimiento para el proyecto. Para este propósito se hace necesario el análisis de factores relevantes y de aplicar algunas técnicas que permitan cumplir con los objetivos de optimizar esta localización en términos de minimizar los costos o de maximizar las ganancias.

Por otro lado, en el mundo matemático y de los negocios contamos hoy con una herramienta poderosa, lamentablemente poco aplicada y poco difundida en nuestro medio y que es la técnica de la investigación de operaciones, la cual se constituye en un proceso metódico de modelamiento sistemático y de optimización, en procura de lograr la mejor decisión en la aplicación y resolución de problemas, vistos como sistemas, en este caso los proyectos. La construcción de modelos en la Investigación de Operaciones es tanto una ciencia como un arte pues este proceso de modelización requiere de mucha competencia, habilidad y experiencia. La construcción de un modelo en investigación de operaciones debe intentar cumplir con dos condiciones básicas: realismo y simplicidad; equilibrar estas características no es tarea fácil y requiere de mucho esfuerzo e ingenio. La negación de estas técnicas en la aplicación real, se debe más que todo a su desconocimiento, falta de preparación y difusión, sobre todo en nuestro medio. Algunas aplicaciones concretas de estas técnicas se pueden dar en el ámbito de la:

- Programación de horarios y rutas para vehículos usando la programación lineal y la teoría de redes
- Simulación de la generación per-cápita de residuos sólidos
- Estimación del riesgo de un proyecto mediante la simulación montecarlo
- Simulación y estudio de colas en los bancos usando fenómenos de espera y simulación

- Estimación de la participación en el mercado usando cadenas de Markov
- Asignación de carros a zonas productoras usando la técnica de transporte
- Programación de la producción usando programación lineal
- Ordenamiento y secuenciación de tareas: algoritmos de Roy, Johnson, Wagner Whitin
- Planificación de la ejecución de proyectos usando la teoría de redes
- Estudio de la localización de un proyecto usando programación entera
- Previsión de la demanda usando la teoría de los pronósticos
- Etc.

2. Marco conceptual

2.1. El concepto de proyectos

Desde un punto de vista natural, un proyecto está asociado a una idea, a una oportunidad, a una inversión que debe ser desarrollada en un contexto de emprendimiento y riesgo. Esto significa que la noción de proyectos es el desarrollo de una serie de actividades planificadas que propenden a la óptima utilización de los recursos en procura de lograr un objetivo.

Desde un punto de técnico-económico un proyecto presenta tres características fundamentales:

- ✓ Tiene un objetivo o fin determinado,
- ✓ Tiene un plazo determinado,
- ✓ Tiene un presupuesto.

Las características complementarias que debe tener un proyecto son:

- ✓ Un proyecto no es repetitivo, dado que se realiza una sola vez,
- ✓ Es homogéneo, porque todas las áreas involucradas concurren al objetivo,
- ✓ Es complejo, por las relaciones y restricciones que se generan,

- ✓ Es humano, porque implica dirigir a toda una organización humana.

Según VARGAS (2008:3), un proyecto se define como:

> "un emprendimiento no repetitivo, caracterizado por una secuencia clara y lógica de eventos, con inicio, medio y fin, que se destina a alcanzar un objetivo claro y definido, siendo conducido por personas dentro de los parámetros definidos de tiempo, costo, recursos involucrados y calidad".

2.2. El concepto de localización

En general, cuando se hace referencia a la localización de un proyecto se entiende su ubicación geográfica. No obstante es necesario distinguir dos aspectos de estudio fundamentales en la localización, que son la macrolocalización y la microlocalización (Cfr. TERRAZAS, 2006:77).

La macrolocalización, llamada también *ubicación,* se refiere a situar el proyecto en una determinada zona o región geográfica. Así por ejemplo, se podría pensar en la localización de un proyecto de explotación de maderas en zonas donde existe la materia prima como el Chapare, regiones del departamento de Santa Cruz, del Beni, etc. Un proyecto destinado a la fabricación y comercialización de muebles de madera se podría pensar que se sitúe en las ciudades y asentamientos urbanos, donde se tiene cerca al cliente.

La microlocalización, llamada también *emplazamiento*, se refiere a la localización específica del proyecto en determinado lugar y en una dirección clara y concreta. Por ejemplo, si se decide implementar el proyecto de fabricación de muebles en la ciudad de Cochabamba, podría elegirse la provincia de Quillacollo y en un lugar y dirección específicos. Esa determinación implica también estudiar la disposición de las máquinas, equipos y herramientas que serán utilizados por el proyecto.

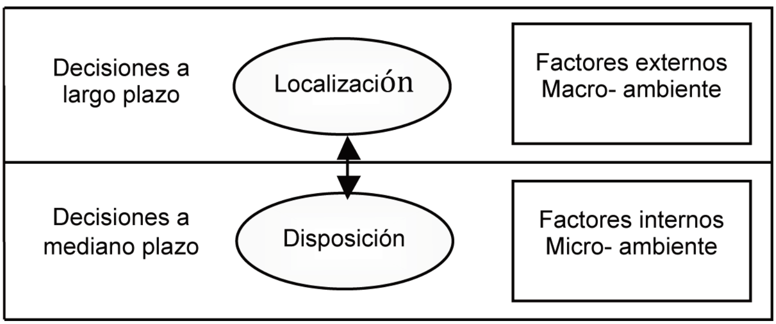
La localización es la primera etapa de un estudio de disposición. Se entiende por disposición a una de las funciones de la gestión productiva que estudia y determina el acomodo y la colocación de las obras civiles, los edificios, los locales y las instalaciones que han de estar involucradas en el proyecto a construir.

Las etapas que sigue un estudio de disposición, según este enfoque, son las siguientes:

- *Localización*, que trata de ver la situación del proyecto o de la empresa en el medio.
- *Disposición global*, que trata de ver el acomodo de los servicios en el proyecto.
- *Disposición específica*, que trata de ver los puestos de trabajo en los servicios.
- *Instalación*, que especifica todas las actividades previas del proyecto.
- *Ejecución*, que se refiere a la propia fase de producción del proyecto.
- *Seguimiento*, que son las actividades destinadas a la fase posterior a la puesta a punto.

Es importante destacar que la localización tiene relación directa con decisiones a largo plazo y factores externos del macro-medio ambiente. Muy por el contrario, la disposición en sí tiene que ver con aquella a mediano plazo y con el micro-medio ambiente del proyecto. Esta disposición y la clara interdependencia entre la localización y la disposición de un proyecto se muestran en la figura 1.

Figura 1. Interdependencia entre localización y disposición



Según BENEDETTI (1991:407-408), en la selección de un determinado sitio para el funcionamiento de un proyecto, se deben analizar un conjunto de factores, generalmente en función de su naturaleza. Entre los factores se pueden citar los siguientes:

• *El tipo de producto*, este factor se refiere a las exigencias inherentes de fabricación del producto y que tiene que ver con la proximidad, disponibilidad, calidad y transporte de la materia prima, materiales e insumos. Se debe considerar también la mano de obra necesaria para la fabricación del producto, es decir, si es especializada, si es fácil de hallar y desplazar de o a la región, cantidad requerida, su costo real, etc.

• *El tipo de administración*, esto sucede cuando el sitio de un proyecto es seleccionado en función a aspectos administrativos, la proximidad del lugar de residencia de las personas que están involucradas en la realización y administración del proyecto, etc.

• *El procedimiento*, es decir que se tratará de elegir un sitio compatible con las necesidades ligadas al tipo de procedimiento utilizado en el proyecto. Se debe considerar el volumen y caudal de agua necesarios, la energía utilizada (eléctrica, gas natural, energía alternativa, carbón mineral, derivados de hidrocarburos, etc.), la contaminación y polución, los residuos y desechos, etc.

• *El método de producción*, significa la elección de la unidad, que puede ser intermitente o continua. Adoptar un método de producción es un factor determinante en un proyecto.

• *La red de transporte*, referida al tipo de transporte (fluvial, marítimo, ferroviario, terrestre, aéreo, etc.) que se utilizará para las materias primas y el producto terminado. También se tratará de ver los costos de transporte, el sitio de procedencia, etc.

• *La red de comunicación*, que significa verificar y tener un sistema de comunicación eficaz (telefónico, por satélite, por ondas, etc.). Se debe verificar también si habrá que implementar un sistema de esta naturaleza, que tecnología utilizar, a que costo, etc.

• *La región*, que intenta analizar situaciones como: la solidez y estabilidad del suelo (rocalloso, arcilloso, etc.); el clima de la región; el precio del metro cuadrado de terreno, etc.

• *El mercado*, que estudia la proximidad de nuestros clientes, los costos de transporte del producto hacia el mercado, las características de los mercados potenciales, etc.

• *La comunidad*, que analiza la actitud de la población hacia el proyecto. Se trata de ver aspectos sociales, culturales, religiosos y políticos que puedan afectar de manera directa y/o indirecta la realización del proyecto.

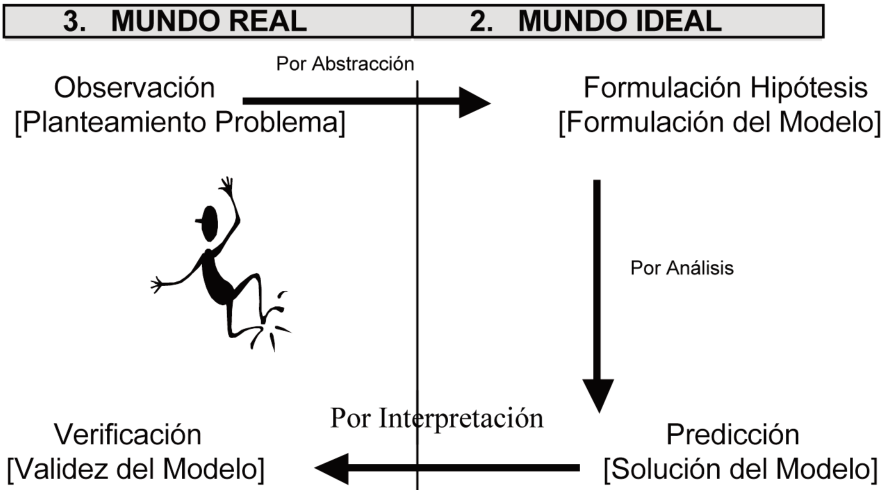
• *Las leyes y tasas*, sean municipales y regionales que pueden favorecer o no la implementación del proyecto. En este sentido, es también importante remarcar las políticas gubernamentales que pueden favorecer o no la realización de proyectos en un determinado sector de interés nacional. Por lo tanto se deben analizar las reglamentaciones y las obligaciones impositivas vigentes sobre la localización del proyecto.

2.3. El concepto de investigación de operaciones

Según TERRAZAS (2005:8), la investigación de operaciones (IO), ”*es la utilización del* ***método científico*** *en el análisis y solución de problemas del mundo real (industria, economía, comercio, educación, defensa, etc.) que deben ser concebidos como* ***sistemas*** *y entidades complejas que manejan recursos (equipos, útiles, información). Estos sistemas son representados en el mundo ideal por* ***modelos*** *matemáticos cuyo análisis y solución buscan la* ***optimización*** *de resultados que deben ser interpretados y comprometidos para ofrecer asistencia y ayudar a la* ***toma de decisiones****.”*

Como se ha afirmado. La IO está basada en la aplicación del método científico, es decir que parte de la observación de un problema en el mundo real visualizado dentro de un enfoque sistémico e integral. El problema detectado debe generar una respuesta posible en el mundo ideal (hipótesis), que en el caso de la IO es la abstracción de un modelo matemático que contemple las características del sistema; el modelo planteado debe someterse a un análisis y desarrollo de algoritmos para generar respuestas óptimas, soluciones y escenarios que respondan a la problemática planteada, dentro de un proceso de predicción de comportamiento. El ciclo culmina con la toma de decisión final y la elección final que corresponde a seleccionar una alternativa verificada y validada, alternativa que debe ser aplicada en el contexto del mundo real, como una solución lo más óptima posible al problema. La figura 2 muestra el planteamiento de este ciclo.

Figura 2. Ciclo de la IO



Fuente: TERRAZAS (2005)

2.4. El concepto de programación matemática

Concibiendo a los modelos de la IO como modelos de optimización matemática, es decir que buscan optimizar y lograr el mejor resultado de una función cumpliendo ciertas condiciones o limitaciones, se entra dentro del campo de la optimización restringida. Estos modelos de optimización pueden estudiarse dentro de dos perspectivas: discreta o continua, tal como se muestran en la figura 3.

Figura 3. División de los métodos de optimización

PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA	MÉTODOS VARIACIONALES
Objetivo: Encontrar el mejor **punto** que optimice el modelo económico	**Objetivo:** Encontrar la mejor **función** que optimice el modelo económico
Formulación: Opt $f(X_1, X_2, X_3, ... x_n)$ Sujeto a: $G_i (X_1, X_2, X_3, ..., X_n) \leq b_i$ $i = 1,2,......,m$	**Formulación:** Opt $\int [f(X_1, X_2, X_3, ..., X_n)]$ Sujeto a: Restricciones algebraicas Integrales o diferenciales
Métodos Analíticos Prog. Lineal Prog. Dinámica (discreta) Prog. No lineal Técnicas de búsqueda Principio del máximo (discreto) Prog. Cuadrática Prog. Geométrica Prog. Separable Prog. Convexa Prog. Entera Prog. Combinatoria Prog. Heurística	**Métodos** Cálculo de variaciones Prog. Dinámica (continua) Principio del máximo (continuo)

En general, los métodos de programación matemática, se aplican a problemas independientes del tiempo o en estado estacionario, mientras que los métodos variacionales son dependientes del tiempo, en otras palabras hablamos de modelos estáticos y dinámicos.

Los métodos de programación matemática son DIRECTOS cuando a partir de un punto inicial, se mueven hacia puntos que sistemáticamente sean mejores (programación lineal y técnicas de búsqueda) y son INDIRECTOS cuando resuelven un gran conjunto de ecuaciones algebraicas (métodos analíticos y programación geométrica).

La Programación Matemática es un modelo de la IO y de optimización que entra dentro del campo de la **optimización restringida**. Este tipo de modelos tienen dos componentes fundamentales: una **función objetivo (fo),** la cual representa a una función económica que debe ser optimizada (maximizada o minimizada) y una serie de ecuaciones limitantes llamadas restricciones y que se presentan con el término **sujeto a (sa).** De lo que se trata, es de encontrar el mejor resultado para esta función objetivo (fo) tomando en cuenta las limitaciones o restricciones o los sujeto a (sa). Un modelo de programación matemática en el espacio n-dimensional, tiene la siguiente estructura:

Función objetivo (fo):

$$\text{Opt } f(X_1,X_2,\ldots\ldots\ldots\ldots, X_n)$$

Sujeto a (sa):

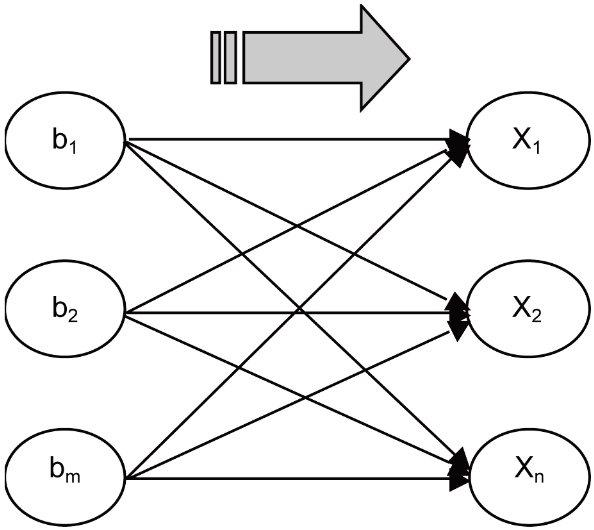
$$\left.\begin{array}{l} g_1(X_1,X_2,\ldots\ldots\ldots\ldots, X_n) \text{ £ = ³ } b_1 \\ g_2(X_1,X_2,\ldots\ldots\ldots\ldots, X_n) \text{ £ = ³ } b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ g_m(X_1,X_2,\ldots\ldots\ldots\ldots, X_n) \text{ £ = ³ } b_m \end{array}\right\} \text{Restricciones}$$

En este modelo se puede visualizar la interacción de dos elementos: Las actividades (X_j) y los recursos limitados (b_i). El problema trata de **describir como los recursos deben ser asignados a las actividades para que estas se desarrollen**; es decir por ejemplo, cuanto del recurso i debe ser asignado para que la actividad j se materialice. De esta manera, se produce una combinación respecto al uso de los recursos existentes por parte de las actividades en competencia. La programación matemática se interesa por estudiar, de manera analítica, esta utilización de recursos por parte de las actividades, buscando para ello lograr la mejor asignación que pueda optimizar la función económica llamada objetivo.

Gráficamente este proceso se puede ilustrar en la figura 4.

Figura 4. El proceso de asignacion en la PM

RECURSOS Proceso de ASIGNACION ACTIVIDADES



En este entendido, se puede definir:

La ***programación matemática*** *es un modelo matemático que busca lograr la mejor asignación de los* ***recursos limitados*** ***(restricciones****) hacia* ***actividades*** *que se encuentran en competencia (variables de decisión), de tal manera que se pueda lograr la* ***optimización*** ***(maximización o minimización)*** *de una* ***función económica*** ***(función objetivo****) y cuyo resultado servirá para una futura* ***toma de decisión.*** (Cfr. TERRAZAS, 2008).

3. Marco de aplicación de la programación matemática

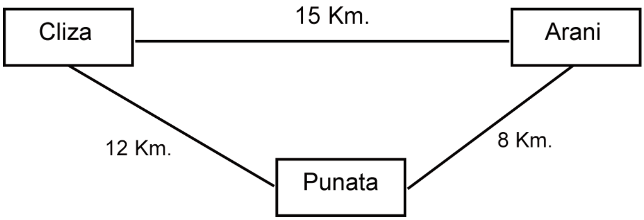
3.1. Aplicación de la programación lineal a la localización de proyectos

Un proyecto debe localizar una fábrica de queso en tres posibles provincias de la ciudad de Cochabamba – Bolivia. Estos lugares son Punata, Cliza y Arani. Cada uno de estos lugares produce la materia prima, que es la leche, a diferentes precios por litro y tienen capacidades nominales diversas de acuerdo a:

Provincia	Precio [$//Litro]	Producción [Litros/semana]
Punata	2,5	50.000
Cliza	3,0	45.000
Arani	2,5	25.000

La fábrica de queso requiere un total de 100.000 litros a la semana; el costo de transportar la leche es de 0,50 $/Litro-Km. Hay que tener en cuenta que en el proceso de llevar y manipular la leche ocurre una pérdida del 3% del volumen que se transporta.

Las distancias entre cada una de las provincias son:



Con toda esta información, diseñar un modelo y estimar la mejor localización para la fábrica de queso, considerando como factor principal el abastecimiento de la leche y su precio.

Solución

Para resolver esta problemática de utilizará el modelo de programación lineal. En primera instancia se dan las bases conceptuales de este modelo.

El modelo de programación lineal (PL) es una técnica de programación matemática y optimización restringida; este modelo tiene como característica que todas sus ecuaciones son lineales, cumpliendo de esta manera con las propiedades de homogeneidad y aditividad.

El modelo de PL, en su expresión matemática y en su forma desarrollada puede ser mostrado de la siguiente manera:

a) Variables y parámetros:

Z = Función objetivo que debe maximizarse o minimizarse

X_j = Variable de decisión j-ésima o nivel de actividad j

c_j = Coeficiente costo o ganancia para la j-ésima actividad (j = 1,2,....,n)

a_{ij} = Coeficiente tecnológico ó cantidad del recurso i-ésimo asignado a la actividad j b_i = i-ésimo recurso limitado

n = Número de variables de decisión

m = Número de restricciones

b) Función Objetivo (fo):

Optimizar $Z = c_1X_1+c_2X_2+...+c_jX_j+...+c_nX_n$

c) Sujeto a (sa):

$$\left.\begin{array}{ll} a_{11}X_1+a_{12}X_2+...+a_{1j}X_j+...+a_{1n}X_n & \leq = \geq b_1 \\ a_{21}X_1+a_{22}X_2+...+a_{2j}X_j+...+a_{2n}X_n & \leq = \geq b_2 \\ \cdots & \\ a_{i1}X_1+a_{i2}X_2+...+a_{ij}X_j+...+a_{in}X_n & \leq = \geq b_i \\ \cdots & \\ a_{m1}X_1+a_{m2}X_2+...+a_{mj}X_j+...+a_{mn}X_n & \leq = \geq b_m \end{array}\right\} \textit{Restricciones funcionales}$$

$\forall X_j$ ³ 0; $\longrightarrow$ *Restricciones de no negatividad*

A partir de la formulación de este modelo podemos se puede aplicar estas ecuaciones a los siguientes casos:

1) Si la planta se ubicara en PUNATA, se definiría el modelo de la siguiente manera:

X_1 = Litros de leche a traer desde Cliza

X_2 = Litros de leche a traer desde Arani

fo: Min $Z = 3X_1 + 2{,}5X_2 + 0{,}50*12X_1 + 0{,}50*8X_2$

$= 9X_1 + 6{,}5X_2$

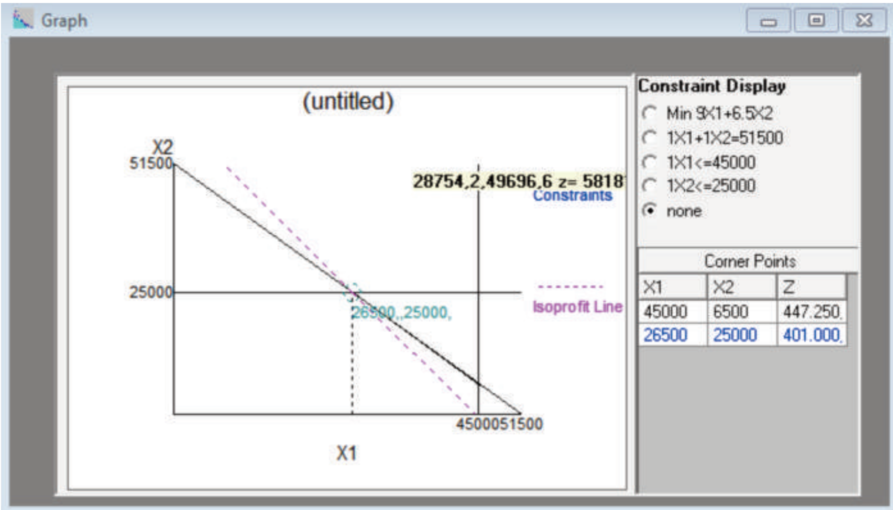
sa: $X_1 + X_2 = (100.000 - 50.000)*1,03$

X_1 £ 45.000

X_2 £ 25.000

X_1, X_2 ³ 0

Aplicando el software POM QM v. 3.0, se tiene:



De donde: $X_1* = 26.500$; $X_2* = 25.000$; $Z* = 401.400$

Esto representa que se debe traer 26.500 litros desde Cliza y 25.000 litros desde Arani, lo que significa un costo de 401.400 $.

El costo total sería:

$$CT = 401,400 + 50,000 * 2,5$$

$$CT = 526,400 \ \$$$

2) Si la planta se ubicara en CLIZA, se definiría el modelo de la siguiente manera:

X_1 = Litros de leche a traer desde Punata

X_2 = Litros de leche a traer desde Arani

fo: Min $Z = 2,5X_1 + 2,5X_2 + 0,50*12X_1 + 0,50*15X_2$

$= 8,5X_1 + 10X_2$

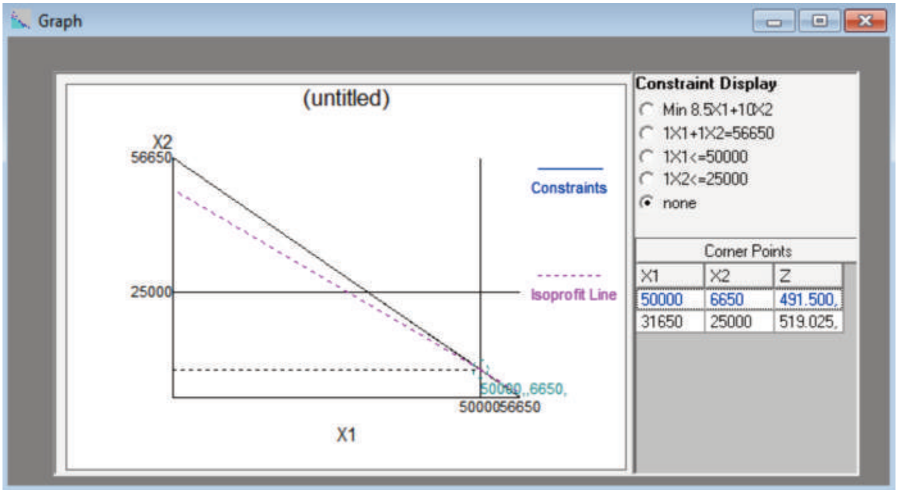
sa: $X_1 + X_2 = (100.000 - 45.000)*1,03$

X_1 £ 50.000

X_2 £ 25.000

X_1, X_2 ³ 0

Aplicando el software:



De donde: $X_1^* = 50.000$; $X_2^* = 6.650$; $Z^* = 491.500$

Esto representa que se debe traer 50.000 litros desde Punata y 6.650 litros desde Arani, lo que significa un costo de 491.500 $.

El costo total sería:

$$CT = 491.500 + 45.000 * 3$$

$$CT = 626.500 \ \$$$

3) Si la planta se ubicara en ARANI, se definiría al modelo de la siguiente manera:

X_1 = Litros de leche a traer desde Punata

X_2 = Litros de leche a traer desde Cliza

fo: Min $Z = 2,5X_1 + 3X_2 + 0,50*8X_1 + 0,50*15X_2$

$= 6,5X_1 + 10,5X_2$

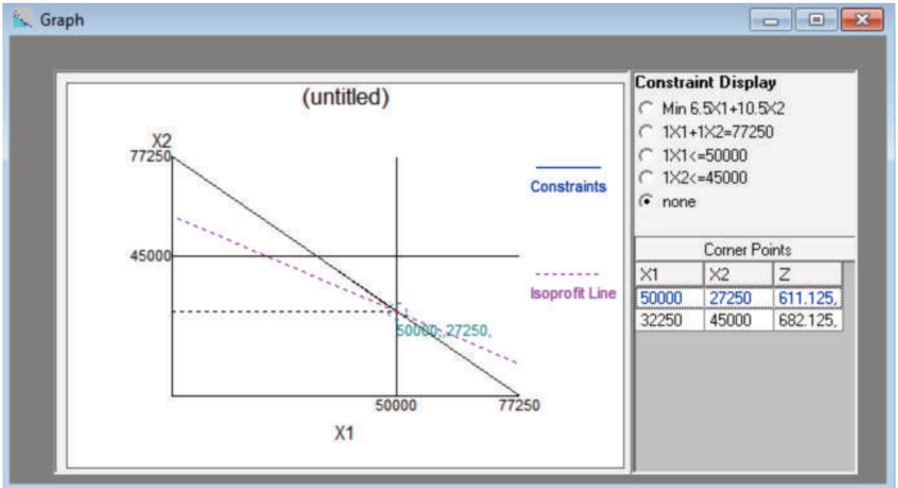
sa: $X_1 + X_2$ = (100.000 – 25.000)*1,03

X_1 £ 50.000

X_2 £ 45.000

X_1, X_2 ³ 0

Aplicando el software:



De donde: X_1* = 50.000; X_2* = 27.250; Z* = 586.125

Esto representa que se debe traer 50.000 litros desde Punata y 27.250 litros desde Cliza, lo que significa un costo de 586.125 $.

El costo total sería:

$$CT = 586.125 + 25.000 * 2,5$$

$$CT = 648.625\ \$$$

El análisis de los tres resultados muestra que el costo más bajo corresponde a la provincia de Punata donde debería ser ubicada la fábrica de queso.

3.2. Aplicación de la Programación Entera a la localización de proyectos

La técnica de la programación entera es una herramienta de la IO que puede utilizarse como un modelo de toma de decisiones para la ubicación y/o emplazamiento de un proyecto determinado. En este sentido, el modelo se puede formular de la siguiente manera:

Una función objetivo à *fo*:

$$\text{Opt} \quad Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad \text{[Ec. 5.8]}$$

Sujeto a un conjunto de restricciones à *sa*:

$$x_j = 1, 0$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq = \geq b_i \qquad \text{[Ec. 5.9]}$$

donde:

Z = Función objetivo que puede ser del tipo maximizar y/o minimizar.

C_j = Costo y/o utilidad asociada a la decisión j-ésima.

X_j = Variable de decisión, toma el valor de 1 si es si y 0 en caso contrario.

a_{ij} = Coeficiente técnico, cantidad de recurso limitado i que se asigna a la decisión j.

b_i = Recurso limitado i-ésimo.

Se tiene la siguiente aplicación:

Se está pensando construir una fábrica ya sea en la ciudad de La Paz o en la ciudad de Cochabamba. La ciudad elegida puede contar o no con un almacén de expendio del producto. Si se construye la fábrica en La Paz el VAN estimado es de V_1 y el capital requerido es de C_1; si se construye en Cochabamba, el VAN es V_2 y el capital es C_2.

Si el almacén requerido se hace en La Paz genera un VAN de W_1 con un capital de K_1; en cambio si esto sucede en Cochabamba, el VAN es W_2 y el capital es K_2. Con esta información, se debe formular un modelo que permita decidir donde construir la fábrica, sabiendo que se cuenta con una disponibilidad de capital total de *M* unidades monetarias.

Para la solución de ese problema se definen las variables de decisión de la siguiente manera:

$$x_i \begin{cases} 1 & \text{si la decisión es SÍ} \\ 0 & \text{si la decisión es NO} \end{cases}$$

x_1 : refleja la decisión de construir la fábrica en La Paz

x_2 : refleja la decisión de construir la fábrica en Cochabamba

x_3 : refleja la decisión de construir el almacén en La Paz

x_4 : refleja la decisión de construir el almacén en Cochabamba

La función objetivo *fo* pasa a ser:

$$\text{Opt. } Z = \sum_{j=1}^{2} V_j X_j + \sum_{j=1}^{2} W_j X_j$$

$$\text{sa: } \sum_{j=1}^{2} C_j X_j + \sum_{j=1}^{2} K_j X_j + 2 \leq M$$

$$X_3 \leq X_1$$

$$X_4 \leq X_2$$

$$X_i = 1{,}0$$

$$\sum_{j=1}^{2} X_j = 1$$

Bajo la suposición de tener los valores: $V_1 = 120$; $V_2 = 100$; $W_1 = 150$ y $W_2 = 200$; además de $C_1 = 75$; $C_2 = 80$; $C_3 = 95$; $C_4 = 110$ y $M = 1.000$, el problema quedaría planteado de la siguiente manera:

Max $Z = 120X_1+100X_2+150X_3+200X_4$

sa: $75X_1 + 80X_2 + 95X_3 + 110X_4$ £ 1000

$X_1 + X_2 = 1$

$X_3 - X_1$ £ 0

$X_4 - X_2$ £ 0

X_1, X_2 iguales a 1, 0

Utilizando el software el resultado que se obtiene es el siguiente:

Original Problem w/answers							
							(untitled) Solution
	X1	X2	X3	X4		RHS	Equation form
Maximize	120	100	150	200			Max 120X1 + 100X2 + 150X3 + 200X4
Constraint 1	75	80	95	110	<=	1000	75X1 + 80X2 + 95X3 + 110X4 <= 1000
Constraint 2	1	1	0	0	=	1	X1 + X2 = 1
Constraint 3	-1	0	1	0	<=	0	- X1 + X3 <= 0
Constraint 4	0	-1	0	1	<=	0	- X2 + X4 <= 0
Variable type	0/1	0/1	0/1	0/1			
Solution->	0	1	0	1	Optimal	300	

Donde: $X_1 = 0$; $X_2 = 1$; $X_3 = 0$; $X_4 = 1$; $Z^* = 300$

Esto quiere decir que se construiría la fábrica y el almacén en la ciudad de Cochabamba, generando un beneficio máximo de 300 $.

3.3. Aplicación del Modelo de Transporte a la localización de proyectos

El método de transporte sirve para:

- Determinar el mejor sitio para localizar un proyecto, sea una fábrica o un almacén.
- Hallar un plan de distribución o embarque óptimo.
- Realizar un plan agregado de producción.

El modelo general de transporte trata de repartir un producto desde diferentes puntos llamados centros de oferta, hacia diferentes puntos llamados centros de demanda. Conocidas las cantidades que se disponen en cada origen, las cantidades demandadas en cada destino y el costo de transportar una unidad de un producto de cada origen a cada destino, se debe satisfacer la demanda con el costo total mínimo.

En general, la forma tabular de representar este problema es la siguiente:

i \ j	Destino 1	Destino 2	...	Destino n	O_i
Fuente 1	X_{11} C_{11}	X_{12} C_{12}	...	X_{1n} C_{1n}	O_1
Fuente 2	X_{21} C_{21}	X_{22} C_{22}	...	X_{2n} C_{2n}	O_2
...	... ...	... ...	...	... ...	...
Fuente m	X_{m1} C_{m1}	X_{m2} C_{m2}	...	X_{mn} C_{mn}	O_m
D_j	D_1	D_2	...	D_n	

donde:

X_{ij} = Número de unidades a transportar de la fuente i al destino j

C_{ij} = Costo unitario de transporte de la fuente i al destino j

O_i = Capacidad de la fuente i

D_j = demanda del destino j

Para propósitos de solución del modelo, debe cumplirse con la siguiente exigencia:

$$\sum_{i=1}^{m} O_i = \sum_{j=1}^{n} D_j \quad \text{[Ec. 5.7]}$$

Se tiene la siguiente aplicación:

Se trata de elegir la ubicación de un nuevo almacén requerido para un proyecto. Este almacén puede estar ubicado en dos lugares posibles: A y B. Los costos unitarios de transporte están dados en la tabla.

Almacenes	Clientes			Capacidad [Unidades]
	1	2	3	
1	30 $/u	120 $/u	20 $/u	**1.000**
2	80 $/u	80 $/u	40 $/u	**2.000**
A	50 $/u	60 $/u	100 $/u	**1.000**
B	40 $/u	50 $/u	120 $/u	**1.000**
Demanda [Unidades]	**2.000**	**1.500**	**1.500**	

Esto quiere decir que por ejemplo, la capacidad del almacén uno es de 1.000 unidades, la demanda del cliente dos es de 1.500 unidades y el costo de llevar una unidad del almacén uno al cliente dos es de 120 $. Con esta información, se debe seleccionar la mejor ubicación del nuevo almacén, sea en A o en B, de manera que los costos totales de transporte sean minimizados.

Solución:

Inicialmente se plantea el problema para calcular el costo total que corresponde al almacén A, es decir:

Almacén	Clientes			O_i
	1	2	3	
1	30	120	20	**1.000**
2	80	80	40	**2.000**
A	50	60	100	**1.000**
Ficticio (F)	0	0	0	**1.000**
D_j	**2.000**	**1.500**	**1.500**	**5.000**

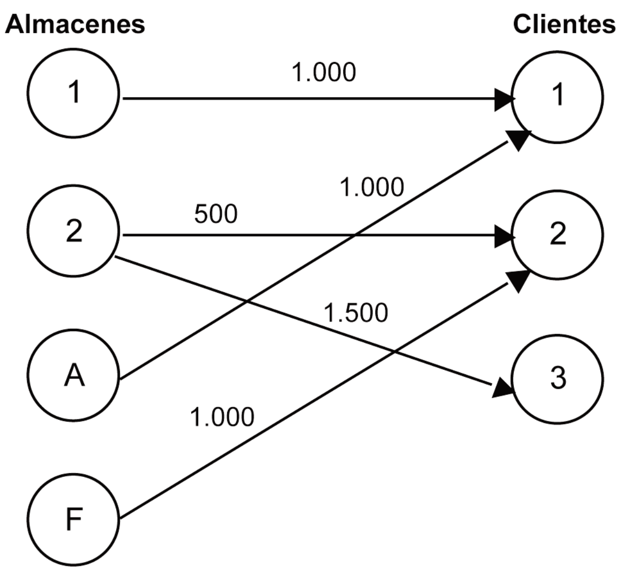
Nótese que se añadió una fila ficticia F, debido a que la demanda excedía a la oferta en 1.000 unidades. Por este motivo; los costos asignados a esta fila son prácticamente cero.

Aplicando el algoritmo de transporte y con la ayuda del paquete computacional POM QM, se obtiene el siguiente resultado:

Transportation Shipments

(untitled) Solution			
Optimal cost = $180000	D1	D2	D3
O1	1000		
O2		500	1500
A	1000	0	
Fic		1000	

Esquemáticamente se tiene:



Este resultado indica que el primer almacén provee de 1.000 unidades al primer cliente, del segundo almacén se proveen 500 unidades al segundo cliente y 1.500 al tercer cliente; del almacén A se reparten 1.000 unidades al primer cliente y del almacén ficticio se cubren 1.000 al segundo cliente que, en términos reales, queda desabastecido con esta cantidad porque la demanda excede a la oferta. El costo total de transporte calculado para este plan de embarque es de 180.000 $.

El mismo planteo y procedimiento se sigue para el almacén B:

Almacén	Clientes			O_i
	1	**2**	**3**	
1	30	120	20	**1.000**
2	80	80	40	**2.000**
B	40	50	120	**1.000**
Ficticio	0	0	0	**1.000**
D_j	**2.000**	**1.500**	**1.500**	**5.000**

La solución por el POM-QM es:

Transportation Shipments

(untitled) Solution

Optimal cost = $170000	D1	D2	D3
O1	1000		
O2		500	1500
B	1000	0	
Fic		1000	

De este análisis se puede concluir que conviene localizar el nuevo almacén en el lugar B, puesto que genera los menores costos de transporte (170000 $).

Conclusiones

La aplicación de modelos matemáticos a problemas industriales y de negocios se hace imperativamente necesario en el entendido de que gracias a esta herramienta se puede idealizar modelos que representen a problemas reales y de esa forma analizar y optimizar su comportamiento. En el caso concreto de la programación matemática, se ha visto que es posible extender su campo de aplicación al ámbito de los proyectos, concretamente a los problemas técnicos de localización donde la decisión a adoptar sobre la ubicación y emplazamiento del proyecto, es vital para aportar a la factibilidad del mismo.

En este trabajo se ha podido apreciar la utilidad del modelo de programación lineal aplicado a la localización de una fábrica de queso; la aplicación de la programación entera binaria es decir la Programación Entera Cero Uno (PECU) a la localización de fábricas y almacenes y finalmente la utilización del modelo de transporte a la ubicación de almacenes dependiendo de los destinos y orígenes considerados.

Se ha podido establecer que una vez formulado el problema con precisión, la solución es inmediata con la utilización del software apropiado, en esta oportunidad e ha usado el POM QM versión 3.1 para Windows.

Referencias bibliográficas

1. BENEDETTI, Claudio (1991); I*ntroduction a la Gestion des Opérations*; Éditions Études Vivantes, Canadá.
2. LAWRENCE, John A.; PASTERNACK, Barry A. (2004); *Ciencias Administrativas Aplicadas*; CECSA; México.
3. SAPAG CHAIN, Nassir; (2011); *Proyectos de inversión, formulación y evaluación*; Ed. Pearson; Chile.
4. TERRAZAS PASTOR, Rafael (2005); *Modelos Lineales de Optimización;* Ed. Etreus; Cochabamba – Bolivia.
5. TERRAZAS PASTOR, Rafael (2006); *Preparación y Evaluación de Proyectos: un enfoque sistémico e integral*; Ed. Etreus; Cochabamba – Bolivia.
6. TERRAZAS PASTOR, Rafael (2012); Curso de “Investigación de Operaciones”; Maestría en Administración de Empresas; UNIVALLE – Cochabamba.
7. VARGAS Ricardo (2008); *Análise de VALOR AGREGADO en Projetos*; BRASPORT; 4ª Ed.; Brasil.

TERRAZAS PASTOR, Rafael (2012). “Aplicación de la programación matemática a la localización de proyectos”. Perspectivas, Año 15 – Nº 29 – 1º semestre 2012. pp. 71-94. Universidad Católica Boliviana “San Pablo”. Cochabamba.

Recepción: 20/04/2012
Aprobación: 10/05/2012