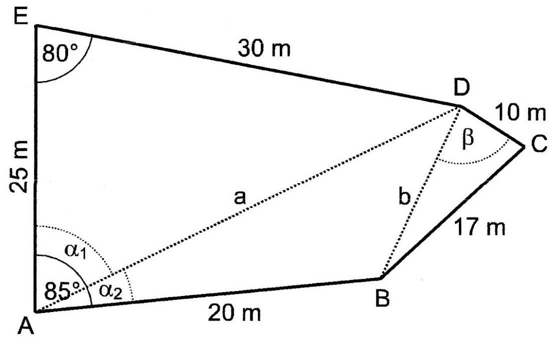
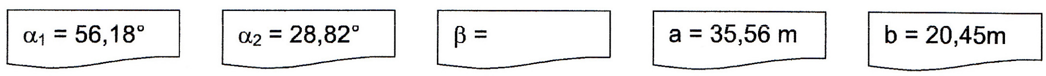
Aufgaben aus Abschlussprüfungen

1. Die folgende Skizze zeigt ein Grundstück für ein Bauvorhaben in sonniger Südhanglage. (Sie ist nicht maßstabsgetreu). Nina hat begonnen, die Größe des Grundstücks zu berechnen. Ihre Zwischenergebnisse sind auf den Schnipseln zu erkennen.





a) Welches Zwischenergebnis hat sie zuerst ausgerechnet?
Wie könnte ihr Rechenweg ausgesehen haben?

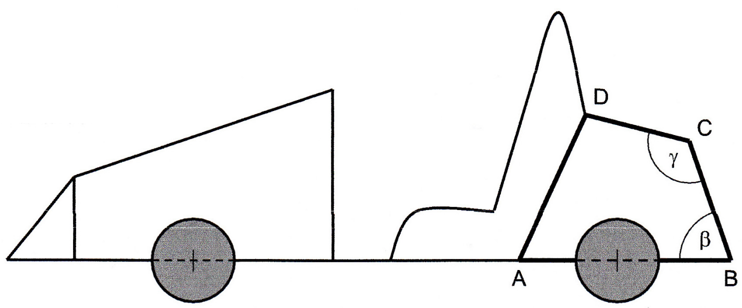
b) In welcher Reihenfolge muss Nina ihre Zwischenergebnisse auf den Schnipseln ausgerechnet haben?

c) Berechne den Winkel β.

d) Berechne die Flächengröße des gesamten Grundstücks.

2. Seifenkisten sind selbstgebaute, nicht motorisierte Kleinfahrzeuge, die meistens aus Holz, Metall Kohlefaser oder ähnlichen Materialien gebaut werden.

Die in der unten stehenden Abbildung gezeigte Seifenkiste wurde stabilisiert, indem hinter dem Sitz an beiden Außenseiten jeweils ein viereckiger Rohrrahmen ABCD eingebaut wurde. Als zusätzliche Verstärkung wird ein fünftes Rohr zwischen den Punkten A und C eingeschweißt.



Vorgegebene Maße:

Länge von $\overline{AB} = 50$ cm und $\beta = 75°$
Länge von $\overline{BC} = 35$ cm und $\gamma = 140°$
Länge von $\overline{CD} = 40$ cm

Berechne die Gesamtlänge für die beiden Rohrrahmen *ABCD* einschließlich der Verstärkungsrohre.

3. In der nebenstehenden Skizze sind folgende Stücke gegeben:

$$\left|\overline{AE}\right| = b = 195\,\text{cm} \quad ; \quad \sphericalangle FDC = \alpha = 12°$$

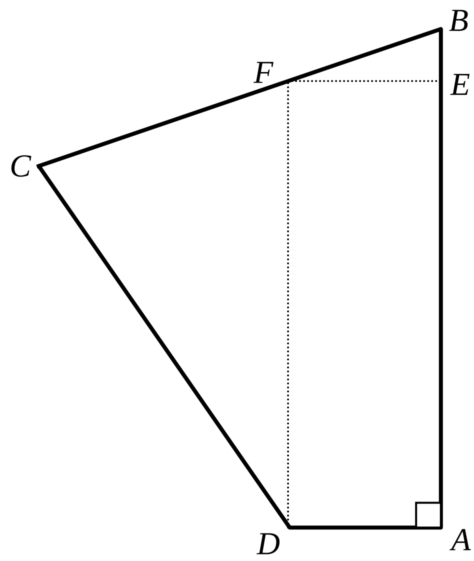
$$\left|\overline{BE}\right| = e = 60\,\text{cm} \quad ; \quad \sphericalangle EFB = \gamma = 23°$$

a) Trage alle gegebenen Stücke in die nebenstehende Skizze ein.

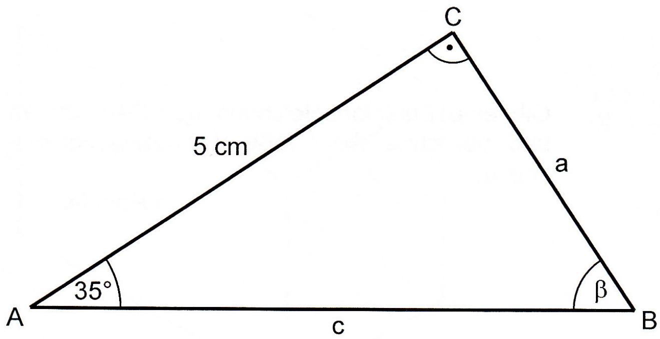
b) Berechne die Strecke $\left|\overline{FE}\right| = a$, den Winkel $\sphericalangle CFD = \beta$ und die Strecke $\left|\overline{CD}\right| = d$.

Schreibe jeweils auf, in welchem Dreieck du die gesuchten Stücke ausrechnest.

c) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks *ABCD*.



4. Gegeben ist das rechtwinklige Dreieck *ABC*. (Die Skizze ist nicht maßstabsgetreu.)



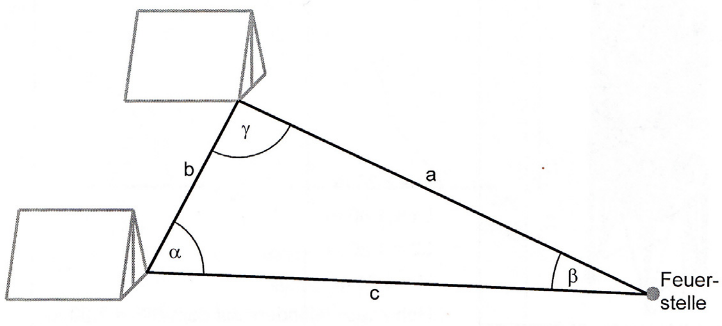
a) Bestimme die Größe des Winkels β.

b) Berechne den Umfang des Dreiecks *ABC*.

c) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks *ABC*.

5. Im Ferienzentrum gibt es eine gemeinsame Feuerstelle. Berechne die beiden Entfernungen *a* und *c* der Hütten von der Feuerstelle, wenn die folgenden Größen gegeben sind:

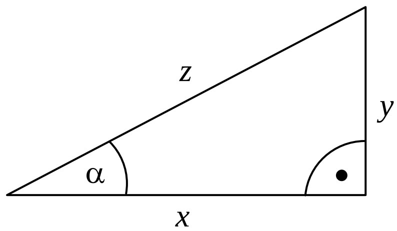
$$\alpha = 82° \;,\; \beta = 19{,}2° \;\text{ und }\; b = 5\text{ m}\,.$$



6. Gib für dieses Dreieck an.

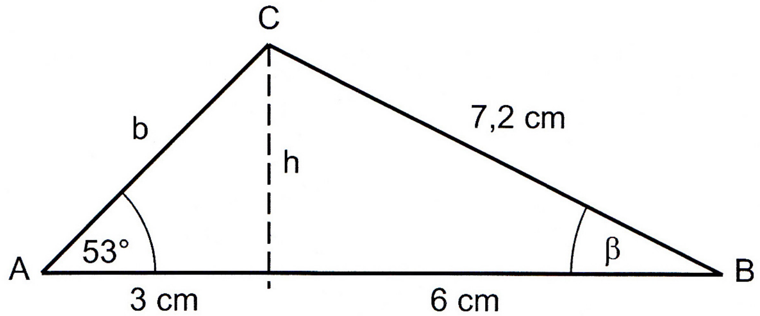
$\sin \alpha =$

$\cos \alpha =$



Begründe, warum in diesem Dreieck sin α kleiner als cos α ist.

7. Beim folgenden Dreieck wird die Seite $\overline{AB} = c$ durch die Höhe *h* in zwei Teile geteilt. Dadurch entstehen zwei Teildreiecke.



a) Berechne die Länge der Seite *b*.

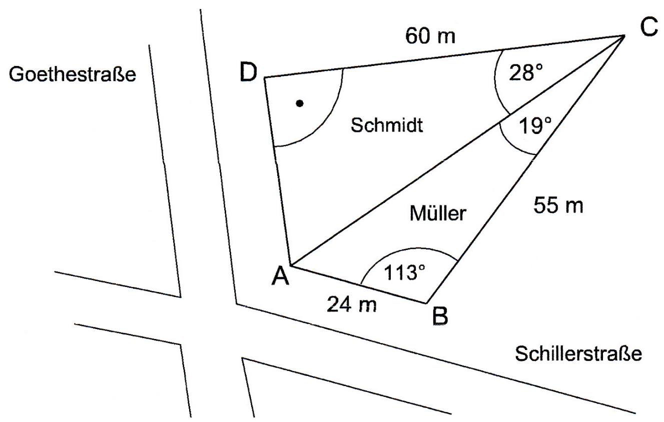
b) Berechne die Größe des Winkels β.

c) Kreuze den richtigen Ansatz zum Berechnen der Höhe an.

☐ $\tan 53° = \frac{h}{b}$	☐ $\sin 53° = \frac{h}{b}$	☐ $\cos 47° = \frac{h}{b}$

d) Erkläre, was an den beiden anderen Ansätzen falsch ist.

8. Herr Müller und Herr Schmidt bekommen gemeinsam ein Eckgrundstück geschenkt. Jeder erhält einen dreieckigen Teil mit einer Straßenfront. Die gemeinsame Grundstücksgrenze verläuft von der Ecke *A* zur gegenüberliegenden Ecke *C* des viereckigen Grundstücks.



a) Bestimme die Länge der Straßenfront $\overline{AD}$ in der Goethestraße und runde auf volle Meter.

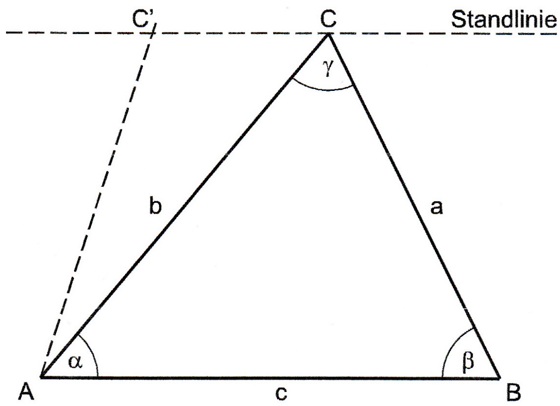
b) Ermittle die Länge der gemeinsamen Grundstücksgrenze $\overline{AC}$ und runde auf volle Meter.

c) Herr Müller verkauft seinen Teil des Grundstücks. Er erhält 80 € für 1 m^2. Berechne den Verkaufspreis.

9. Aus 10 m Entfernung erscheint die Spitze einer Tanne unter einem Winkel von 40°. Die Augenhöhe wird dabei nicht beachtet. Thorben behauptet, dass der Winkel aus doppelter Entfernung genau halb so groß ist. Hat er Recht? Rechne und entscheide.

10. Drei Windräder sollen an den Standorten *A*, *B* und *C* aufgestellt werden (siehe Skizze). Aus Sicherheitsgründen müssen die Standorte der Windräder mindestens 240 m voneinander entfernt sein. Weiterhin sind folgende Größen bekannt:

$\overline{AB} = c = 285$ m , $\alpha = 51°$ und $\beta = 62°$.

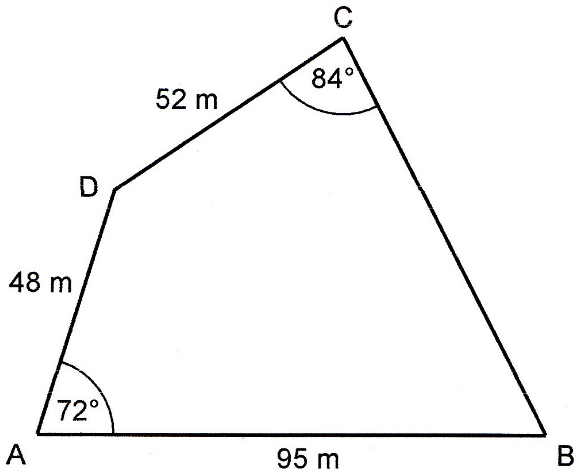


a) Entscheide, ob die Planung die genannten Sicherheitsbestimmungen berücksichtigt.

b) Ein Mitarbeiter des Planungsbüros behauptet: „Den Standort des Windrades *C* kann man auf der eingezeichneten Standlinie (parallel zu $\overline{AB}$) noch um 60 m weiter nach links verlegen, ohne dass der Sicherheitsabstand zwischen den Windrädern *A* und *C* unterschritten wird.“

Stimmt diese Behauptung? Begründe rechnerisch.

11. Anne und David haben von ihren Eltern das in der Skizze dargestellte Grundstück geerbt. Sie wollen sich das Grundstück entlang der Strecke $\overline{BD}$ teilen.



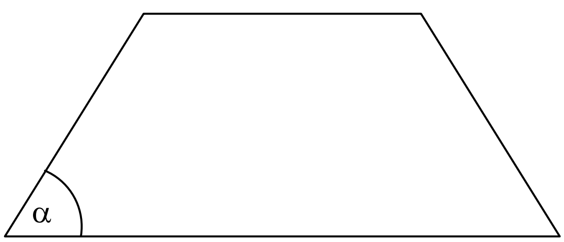
a) Ein gerader Fußweg trifft von *D* aus senkrecht auf die Grenze $\overline{AB}$. Wie lang ist der Fußweg?

b) Berechne die Länge der gemeinsamen Grundstücksgrenze.

c) Das gesamte Grundstück hat einen Flächeninhalt von knapp 4300 m^2. Welches der beiden Teilstücke ist größer?

d) Wie groß ist der Umfang des gesamten Grundstücks?

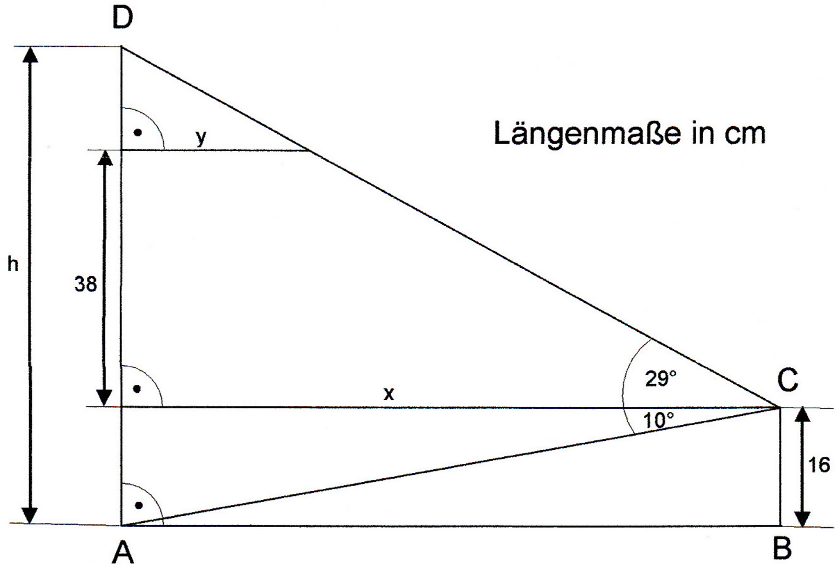
12. Zwischen einem Dorf und der Autobahn soll ein Lärmschutzwall aufgeschüttet werden. Der Querschnitt des Walls ist ein **gleichschenkliges Trapez**. Am Grund ist der Lärmschutzwall 20 m und an der höchsten Stelle 8 m breit. Die Böschungslänge beträgt 7 m.



a) Vervollständige die Planfigur.

b) Berechne den Böschungswinkel α und die Höhe des Walls.

13. Die Skizze zeigt das Trapez *ABCD*.

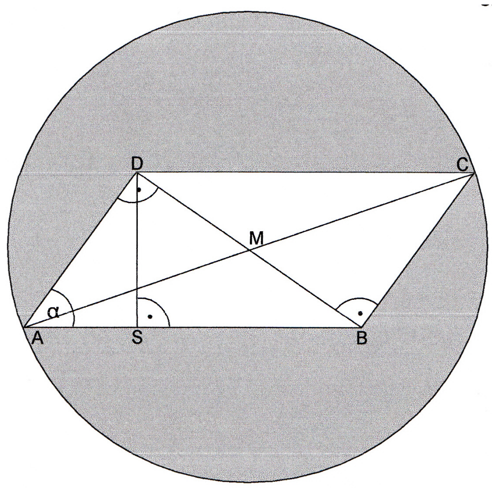


a) Berechne die Länge der Strecke x.

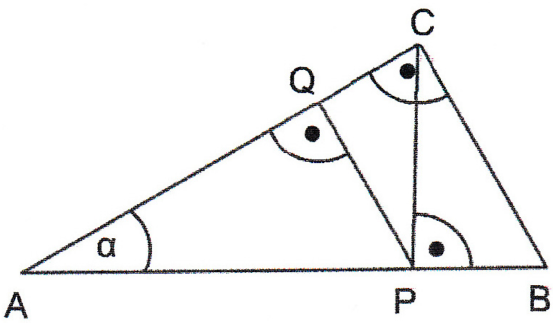
b) Berechne die Längen der Strecken h und y.

14. Im Parallelogramm *ABCD* misst die Länge der Strecke $\overline{AS}$ 1,5 cm, der Winkel α beträgt 63,5°. M ist der Mittelpunkt des Kreises mit dem Durchmesser $\overline{AC}$.

Berechne den Flächeninhalt der grauen Fläche.



15. Notiere, ob die jeweilige Behauptung richtig (r) oder falsch (f) ist.



a) $\overline{BC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AP}$ [ ]

b) $\sin \alpha = \dfrac{\overline{CP}}{\overline{AC}}$ [ ]

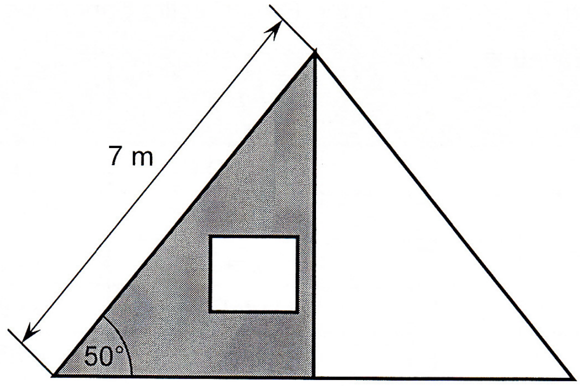
c) $\cos \alpha \cdot \overline{AP} = \overline{QP}$ [ ]

d) $\triangle$ *ABC* ist ähnlich $\triangle$ *BCP* [ ]

16. In einem Ferienzentrum kann man sich in fünf zeltförmigen Holzhütten (auch Nur-Dach-Häuser genannt einmieten. Von vorne gesehen haben die Hütten die Form eines gleichschenkligen Dreiecks mit den in der Abbildung gegebenen Maßen.

a) Berechne die Breite und die Höhe einer zeltförmigen Holzhütte.

b) Gib den Flächeninhalt des quadratischen Fensters (Diagonale d = 2,00 m) an.

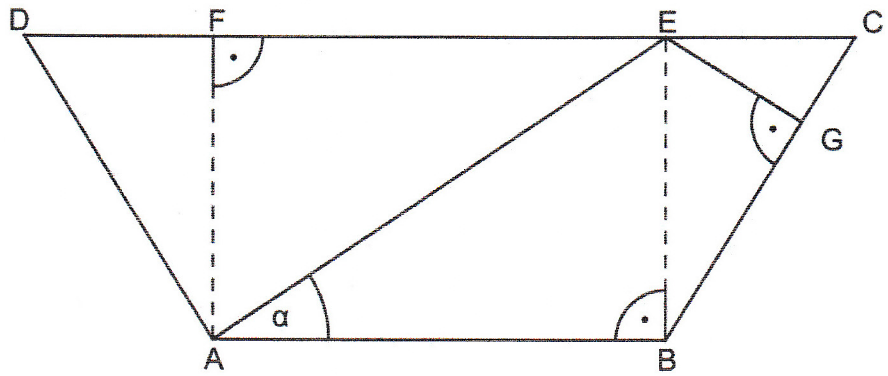


c) Die rechte Hälfte der Holzhütte ist nach innen versetzt und somit von Witterungseinflüssen geschützt. Hausmeister Meyer erhält den Auftrag, die linke Giebelhälfte der fünf Hütten (graue Fläche) mit wetterfester Farbe zu streichen. Im Baumarkt informiert er sich über das Angebot.

Farbeimer	Farbeimergröße	reicht für	Einzelpreis
A	2,5 ℓ	5 m^2	19,99 €
B	5,0 ℓ	10 m^2	37,99 €
C	7,5 ℓ	15 m^2	49,99 €

Für welche Farbeimergrößen und für wie viele Farbeimer muss sich der Hausmeister entscheiden, wenn er die Fensterflächen herausrechnet und die Giebelflächen möglichst kostengünstig streichen möchte?

17. In einem gleichschenkligen Trapez hat die Strecke $\overline{AE}$ eine Länge von 8,5 cm, die Strecke $\overline{EG}$ eine Länge von 2,5 cm. Die Größe des Winkels α beträgt 28°.

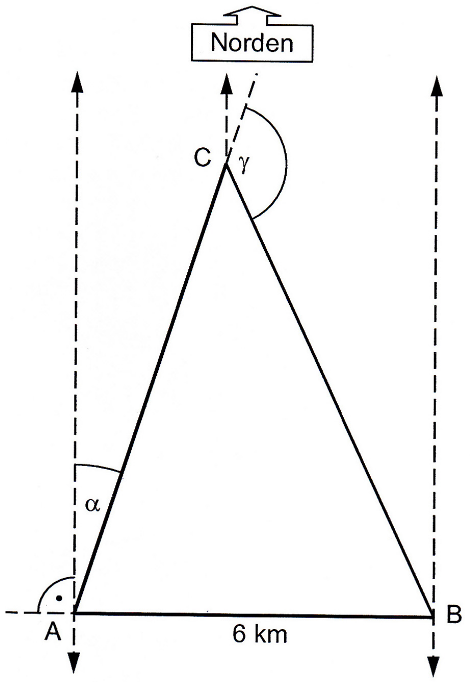


a) Berechne die Höhe $\overline{BE}$.

b) Ermittle die Längen der Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$.

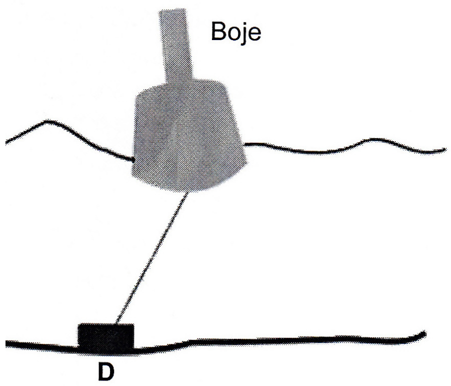
c) Bestimme rechnerisch den Flächeninhalt des Trapezes *ABCD*.

18. Fast alle Segelregatten werden auf einem Dreieckskurs ausgetragen, der mit Hilfe von drei Bojen *A*, *B* und *C* ausgelegt ist.



a) Das Segelboot „Avanti“ erreicht von der Boje *A* aus die Boje *C*, wenn es den Kurs $\alpha = 20°$ steuert. An der Boje *C* erfolgt eine Kursänderung von $\gamma = 130°$, um Boje *B* zu erreichen.

Wie lang ist die gesamte Regattastrecke $A \Rightarrow C \Rightarrow B \Rightarrow A$?

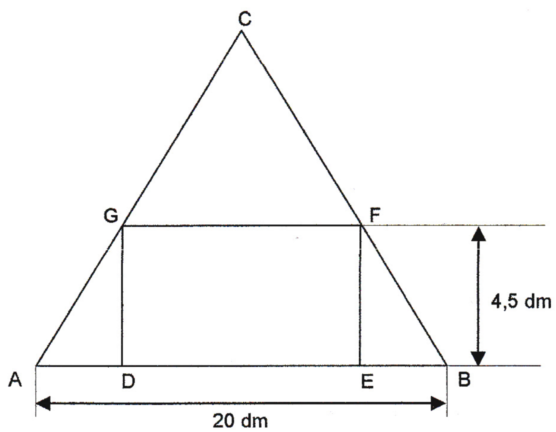


b) Die Bojen werden mit Hilfe eines Stahlseils, das an einer Verankerung *D* am Meeresboden befestigt ist, in Position gehalten.

Das Meer hat an dieser Stelle eine Tiefe von 25 m. Die Bojen dürfen nicht mehr als 5 m von der senkrechten Position über dem Befestigungspunkt *D* abweichen.

Berechne die Länge des Stahlseils.

19. Im Gleichschenkligen Dreieck *ABC* ist die Höhe h_c vom Eckpunkt *C* auf die Grundlinie $\overline{AB}$ 12 dm lang.

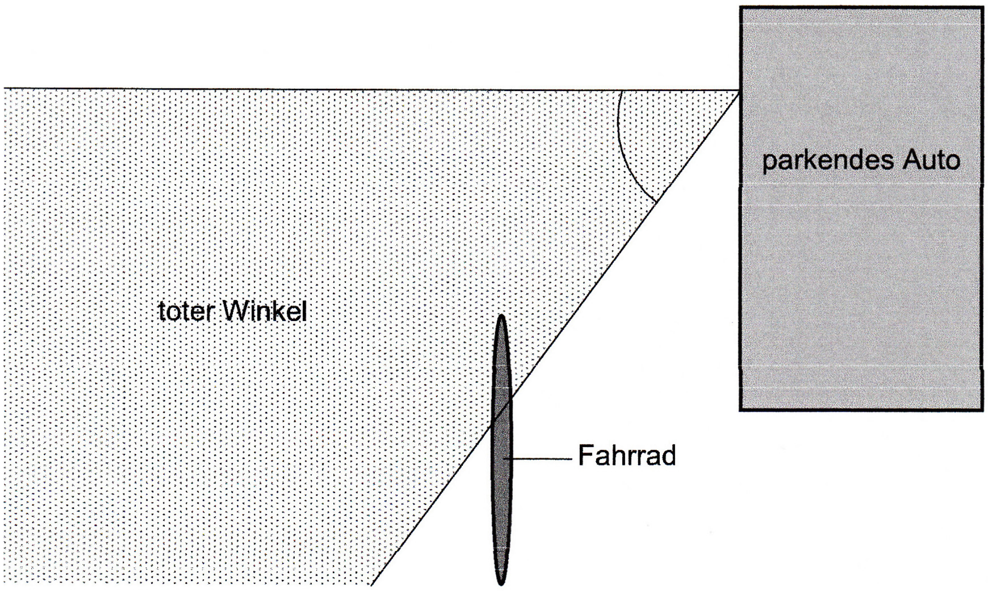


a) Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks *DEFG*.

b) Berechne die Größe des spitzen Winkels γ beim Eckpunkt *C*. Runde den Winkel auf ganze Grad.

20. Sven fährt im Abstand von 1,50 m an einem parkenden Auto vorbei. Sven behauptet, dass der Autofahrer immer einen Teil sehen kann, weil das Fahrrad 1,60 m lang ist und damit länger als die Strecke, die man im „toten Winkel“ fahren muss. Dieser Winkel beträgt hier 53°.

Anmerkung: Als toter Winkel wird im Straßenverkehr der vom Autofahrer aus seiner Sitzposition trotz Rückspiegel nicht einsehbare Bereich des Fahrzeugs bezeichnet (gepunktete Fläche). Oft wird übersehen, was sich in diesem Bereich befindet.



a) Zeichne die Fahrstrecke, die Sven im „toten Winkel“ zurücklegt, in das obige Bild ein.

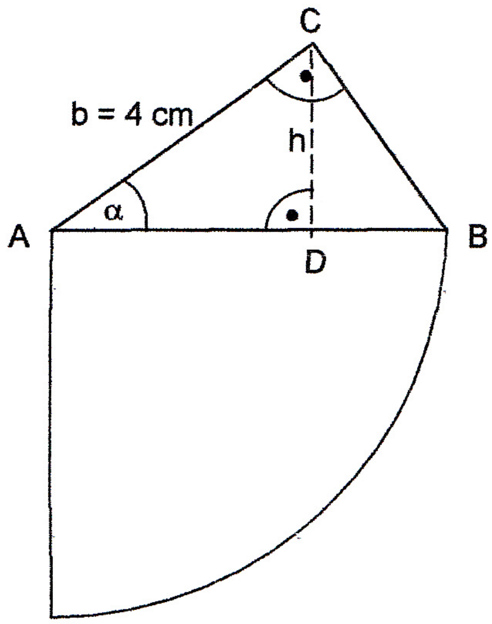
b) Sven behauptet, dass das Fahrrad länger ist als die Fahrstrecke im toten Winkel. Bestätige oder widerlege diese Behauptung mit Hilfe einer Rechnung.

c) Berechne, bis zu welchem Abstand zum Auto die Fahrstrecke im toten Winkel größer ist als die Länge von Svens Fahrrad.

21. Der Flächeninhalt des Viertelkreises mit Radius $\overline{AB}$ beträgt 19,625 cm^2.

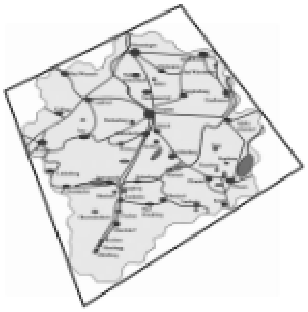
a) Berechne die Länge der Höhe h in cm.

b) Ermittle die Größe des Winkels α rechnerisch.

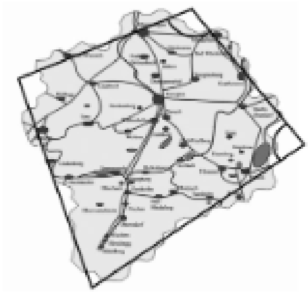


22. Das Allgäu ist eine Urlaubs- und Ferienregion im bayerischen Alpenvorland. Seine Umrisse sind auf einem Karton dargestellt. Julian soll mit Hilfe eines geeigneten Vierecks die Größe des Allgäus abschätzen. Er hat sich dazu drei Möglichkeiten aufgezeichnet.

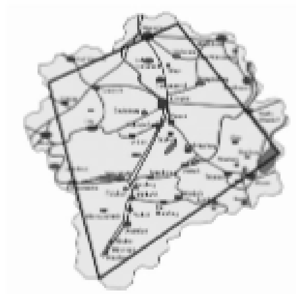
1. Möglichkeit



2. Möglichkeit

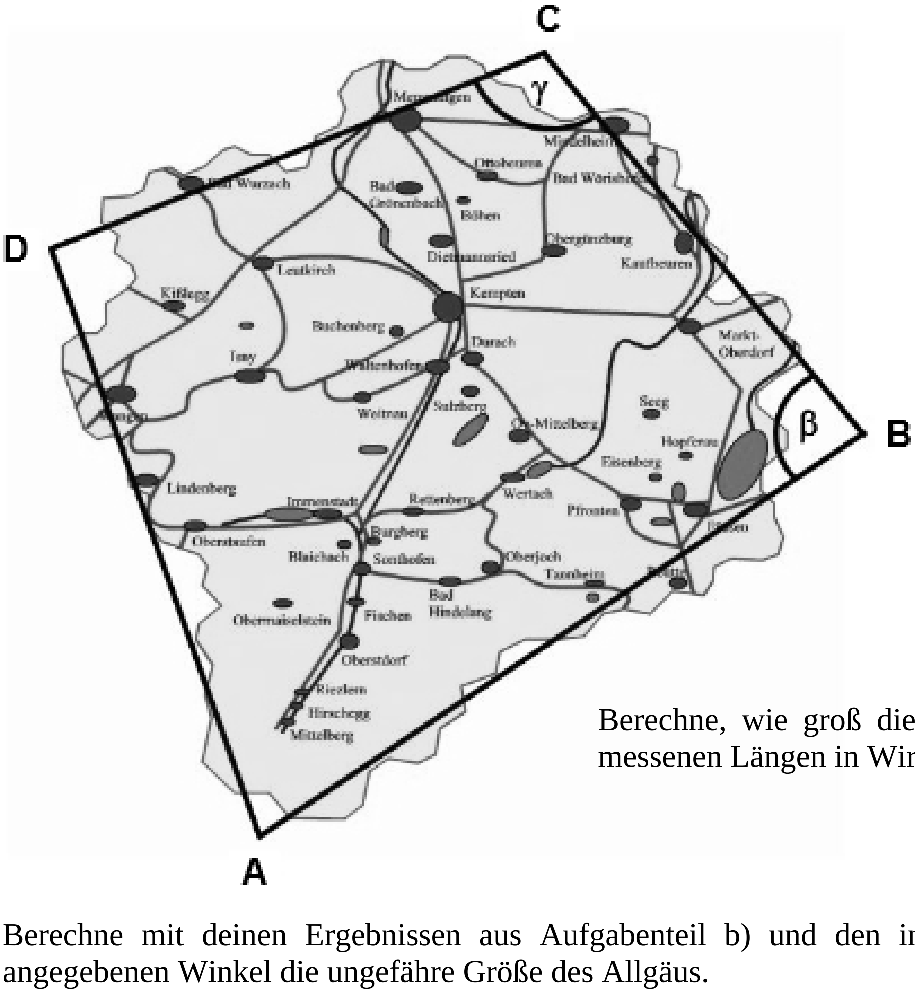


3. Möglichkeit



a) Begründe, weshalb sich Julian nicht für die 1. Möglichkeit und nicht für die 3. Möglichkeit entschieden hat.

b) Auf dem Karton ist das Allgäu im Maßstab 1 : 900 000 dargestellt. Julian misst folgende Längen und Winkel in dem von ihm gewählten Viereck.



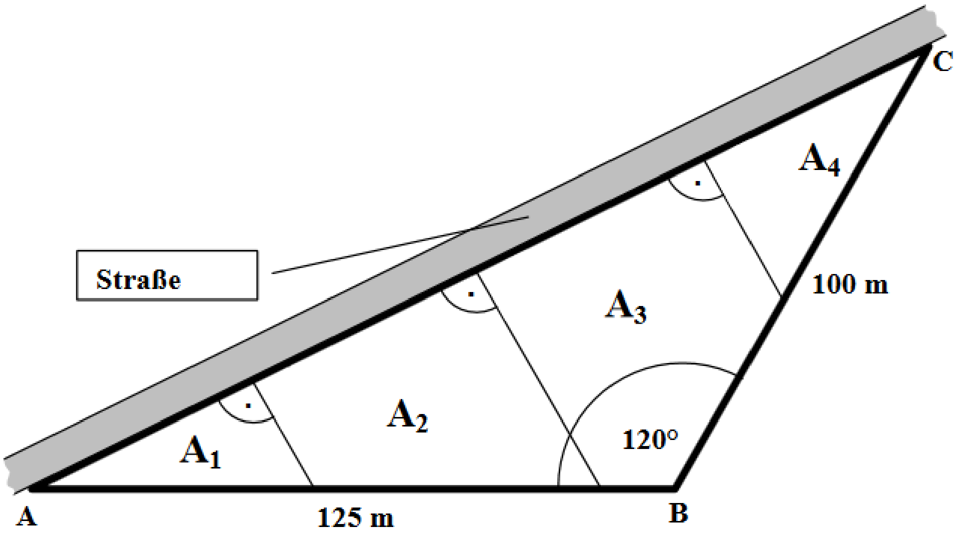
$\overline{CD} = 7$ cm
$\overline{BC} = 6{,}5$ cm
$\overline{AB} = 9{,}5$ cm

$\beta = 84°$
$\gamma = 108°$

Berechne, wie groß die von Julian gemessenen Längen in Wirklichkeit sind.

c) Berechne mit deinen Ergebnissen aus Aufgabenteil b) und den in der Zeichnung angegebenen Winkel die ungefähre Größe des Allgäus.

23. Ein ebenes dreieckiges Flurstück *ABC* soll verkauft werden. Es liegt an einer Straße. Das Flurstück soll in vier Grundstücke unterteilt werden, die zur Straße hin die gleiche Breite haben.



(Skizze nicht maßstäblich)

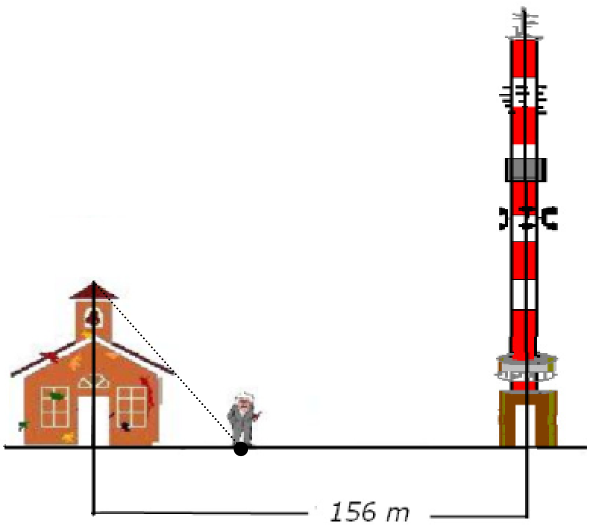
a) Erstelle eine maßstabsgerechte Zeichnung des Flurstücks *ABC*. Gib den verwendeten Maßstab an.

b) Ermittle den Grundstückspreis für das gesamte Flurstück *ABC*, wenn für 1 m^2 der Preis 40 € beträgt.

c) Berechne die Fläche des Grundstücks A_1.

d) Weise nach, dass die Fläche A_2 dreimal so groß ist wie die Fläche A_1.

24. Ein Rathausturm und ein Sendemast stehen 156 m voneinander entfernt auf gleicher Höhe. Der Bürgermeister steht dazwischen, und zwar genau 44 m entfernt vom Rathausturm (Mitte des Turmes: siehe Skizze). Von seinem Standpunkt wird die Spitze des Rathausturmes unter einem Erhebungswinkel von 58,2° und die Spitze des Sendemastes unter einem Erhebungswinkel von 52,6° angepeilt.

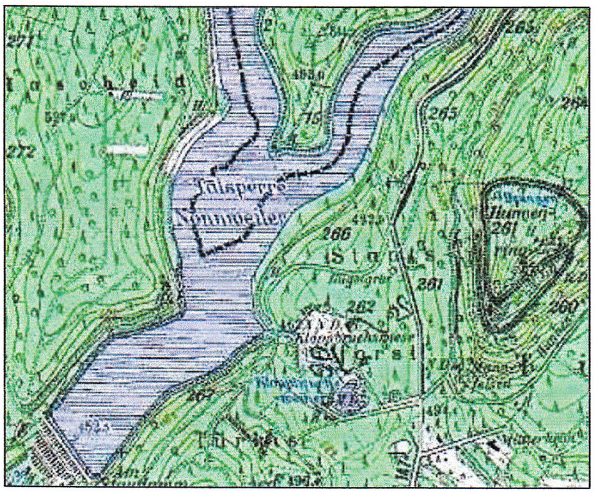


a) Wie weit ist der Bürgermeister vom Sendemast (Mitte Sendemast) entfernt?

b) Weise durch Rechnung nach, dass der Höhenunterschied zwischen Rathausturmspitze und Sendemastspitze ca. 75,5 m beträgt. Trage alle für die Berechnung notwendigen Größen ein.

c) Berechne die Entfernung der beiden Spitzen voneinander.

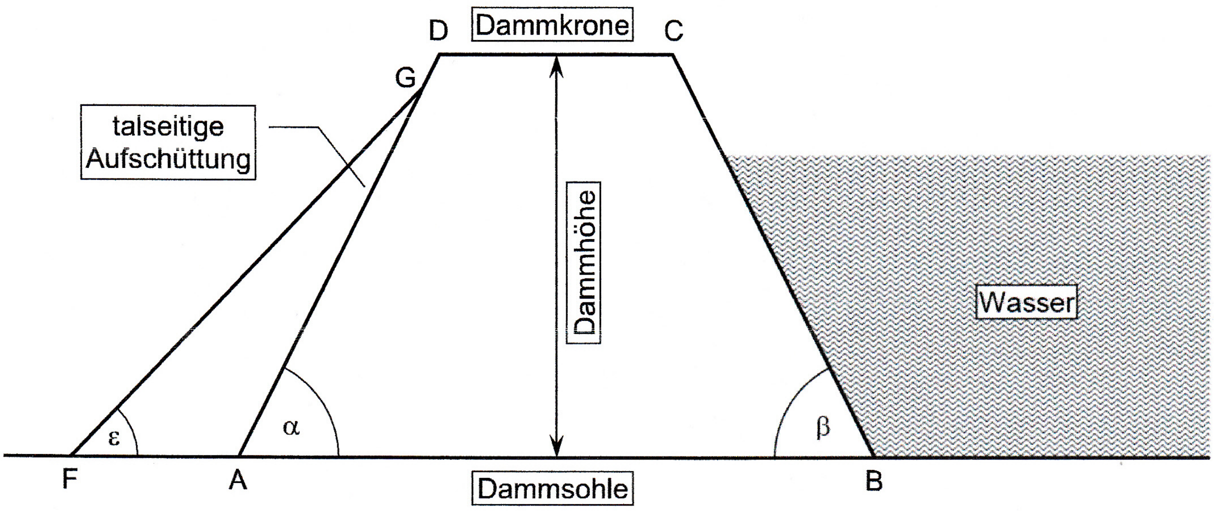
25. Die Talsperre Nonnweiler entstand durch die Stauung des Flusses Prims und des Altbachs. Das Wasservolumen des Stausees beträgt etwa 20 Mio. m^3, die Oberfläche ca. 1 km^2. Der Staudamm, sichtbar am unteren Kartenrand, verhindert das Abfließen des Wassers nach Süden.



Datem zum Staudamm:

Bauzeit	1973 - 1982
Länge des Dammes	306 m
Breite der Dammkrone	10 m
Höhe des Bauwerks über NN	455 m
Böschungswinkel wasserseitig (β)	62°
Böschungswinkel (talseitig) (α)	62°
Böschungslänge $\overline{AD}$	70 m

Der Querschnitt des Staudammes hat die Form eines Trapezes *ABCD*.

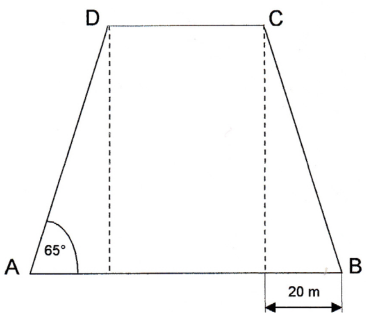


a) Berechne die Breite der Dammsohle $\overline{AB}$ und die Dammhöhe.

b) Der Damm soll durch eine Aufschüttung talwärts verstärkt werden. Der Querschnitt dieser Aufschüttung ist das Dreieck *FAG*. Dabei hat $\overline{AF}$ die Länge 42 m und $\overline{AG}$ ist 68 m lang. Wie groß ist der Steigungswinkel ε der Aufschüttung?

c) Um wie viel Prozent hat sich die Länge der talseitigen Böschung durch die Aufschüttung vergrößert?

26.

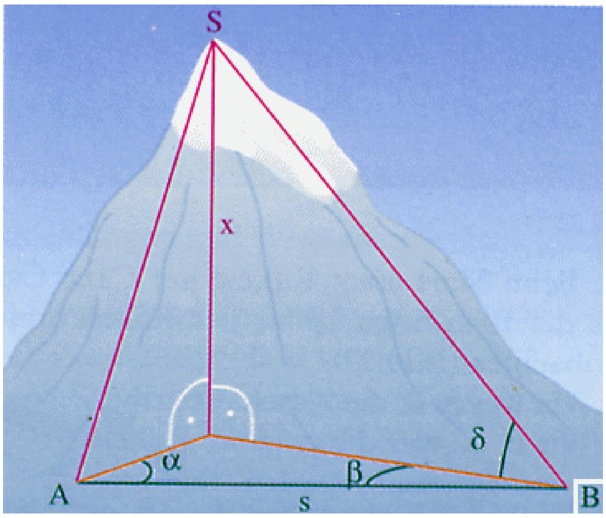


Ein Grundstück hat die Form eines gleichschenkligen Trapezes. Der mittlere rechteckige Teil ist gepflastert und hat einen Flächeninhalt von 1544 m^2. Die restliche Grundfläche ist Rasen.

a) Berechne den Flächeninhalt der beiden dreieckigen Rasenflächen.

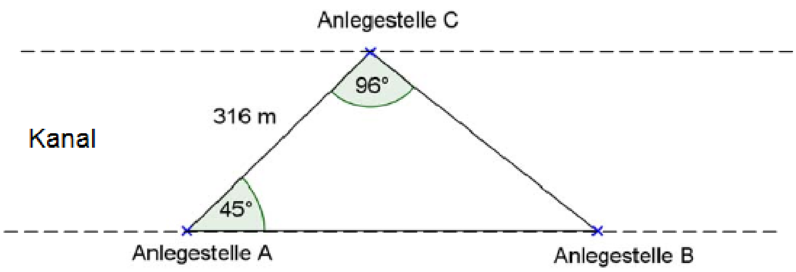
b) Berechne den Umfang des trapezförmigen Grundstücks.

27. Um die Höhe x eines Berges zu ermitteln, legt man eine horizontale Standlinie $\overline{AB}$ der Länge s fest. Von B aus misst man den Höhenwinkel δ, unter dem der Gipfel S des Berges erscheint, und den Winkel β. Vom Punkt B misst man den Winkel α.



Man misst: $s = 1315$ m
$\alpha = 59{,}5°$
$\beta = 37{,}1°$
$\delta = 43{,}3°$

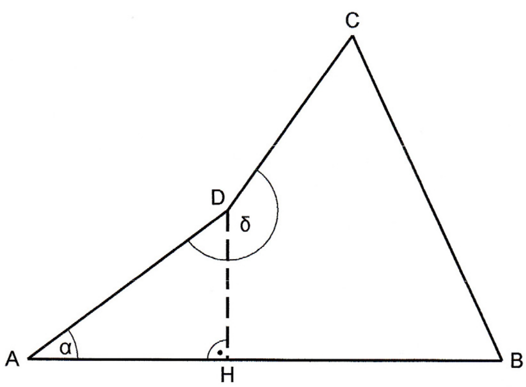
28. Über einen Kanal soll eine Fähre fahren. Auf der Nordseite des Kanals muss die Anlegestelle C angesteuert werden. Auf der Südseite kann sowohl die Anlegestelle A als auch die Anlegestelle B genutzt werden.



a) Die Fähre kann den Kanal auf zwei unterschiedlich langen Wegen überqueren. Berechne, um wie viel Meter sich die beiden Fahrstrecken unterscheiden.

b) Berechne, wie viele Minuten die Fähre für den Weg von Anlegestelle C zu Anlegestelle A benötigt, wenn sie mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit $5\frac{\text{km}}{\text{h}}$ fährt.

29. Im abgebildeten Viereck $ABCD$ sind die folgenden Größen bekannt:



$\overline{AB} = 10$ cm und $\overline{DH} = 2{,}5$ cm
$\overline{CD} = \overline{AD} = 5$ cm und $\delta = 210°$

a) Wie groß ist der Winkel α?

b) Welche Länge hat die Strecke $\overline{BD}$?

c) Welches Dreieck hat den größeren Flächeninhalt: $\triangle AHD$ oder $\triangle BDH$?

d) Berechne die Umfangslänge des Vierecks $ABCD$.