

4.2. Geometrická optika

4.2.1. Index lomu



1. Popsat sklo jako nejběžněji používaný materiál v optice, jeho složení a technologii výroby.
2. Definovat absolutní a relativní index lomu jako významné charakteristiky optického prostředí.
3. Umět vyjmenovat a matematicky formulovat různé závislosti indexu lomu na vlastnostech optického prostředí.



Optické sklo je základní materiál pro konstrukci a výrobu optických přístrojů. Jde o amorfní transparentní látku, která vzniká protavením anorganických látek. Chemické složení skla je poměrně obtížně definovatelné, zjednodušeně pokládáme sklo za směs určitých kysličníků, které jsou obsaženy v určitém poměru v celé směsi. Tyto kysličníky lze rozdělit do tří hlavních skupin, a to do **sklotvorných látek** (SiO_2 , B_2O_3 , P_2O_5), **tavidel** (Na_2O , K_2O) a různých **stopových příměsí** (nejčastěji oxidů kovů CaO , PbO , BaO , ZnO , Al_2O_3).

Nejdůležitější surovinou pro výrobu skla je kysličník křemičitý ve formě jemného a čistého křemenného písku (s hrubostí zrněk 0,2mm - 0,5mm). Znečištění železem nesmí přesahovat 0,002%. Tavidla snižují bod tání, vápenec (případně suřík) propůjčuje materiálu tvrdost a chemickou odolnost. Je-li tavidlem soda, dostaneme sklo sodné, je-li tavidlem potaš, dostaneme sklo draselné. Přidáme-li vápno (resp. suřík), pak vyrobíme sklo korunové, případně flintové.

Sklářský tmel (směs výše jmenovaných látek) se roztaví při teplotě 1500⁰C v elektrické peci. Várka se nechá velmi pomalu vychladnout a rozbije se. Vyhovující kusy skla bez prasklin, bublin a oblastí materiálových nehomogenit se vkládají do šamotových forem a tyto formy pak do pecí, kde se zahřívají na 400⁰C nebo 500⁰C. Právě při této teplotě totiž sklo měkne, zcela vyplní vybranou formu a poté se opět chladí, tentokrát dlouhodoběji. Zcela ochlazené sklo se zasílá do brusírny a zkušebny.

Základní vlastností kvalitního optického skla je jeho **homogenita**, protože jakákoliv lokální nestejnorodost mění geometrii paprsku při optickém zobrazování. Příčiny případných nehomogenit jsou různého původu, a to fyzikálního, chemického i technologického. Po stránce fyzikální mohou nevhodně působit nežádoucí cizí příměsí a bubliny, po stránce chemické pak odchylky od stanoveného složení a jeho změny. Při technologickém postupu výroby skla je velmi důležité dodržení doby a způsobu tuhnutí (kvalitní polotovar tuhne nejen dny, ale i celé měsíce), aby v materiálu nevznikalo vnitřní pnutí a tzv. šlíry (lokality materiálu o odlišné hustotě). Materiálové vlastnosti skla komplexně a kvantitativně charakterizuje fyzikální veličina index lomu.

Pro lom vlnění lze na základě Huygensova principu obdobně jako u mechanické vlny odvodit závislost úhlu dopadu, úhlu lomu a fázových rychlostí světla

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad 4.2.- 1.$$

V optice se zákon lomu světla - **Snellův zákon** vyjadřuje častěji pomocí absolutního indexu a relativního indexu lomu

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} \wedge n_1 = \frac{c}{v_1} \wedge n_2 = \frac{c}{v_2} \Rightarrow n = \frac{c}{v} \wedge n = \frac{n_2}{n_1}; \quad 4.2.- 2.$$

kde jsou α_1 úhel dopadu; α_2 úhel lomu; v_1 fázová rychlost světla v 1.prostředí (ve vakuu);
 v_2 fázová rychlost světla ve 2.prostředí; n **absolutní index lomu** daného prostředí;
 c rychlost světla ve vakuu; n_1, n_2 **relativní indexy lomu** obou prostředí.

Indexy lomu různých optických prostředí lze nalézt v MFCh tabulkách ($n=1$ platí pro vakuum a přibližně i pro vzduch, protože $n_{vz} \cong 1,0003$; pro všechna jiná optická prostředí je index lomu $n > 1$).

Materiálové vlastnosti optického prostředí jsou tedy obecně definovány indexem lomu n , a to jako poměr rychlosti c šíření světla ve vakuu a rychlosti v šíření světla v daném prostředí. Jinými slovy: index lomu prostředí závisí na **relativní permitivitě** ϵ_r prostředí a **relativní permeabilitě** μ_r prostředí

$$n = \frac{c}{v} \wedge c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \wedge v = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} \Rightarrow n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}. \quad 4.2.- 3.$$

Závislost indexu lomu n optického prostředí na **vlnové délce** λ vyjadřuje disperzní křivka (viz kapitola 4.1.2., vztah 4.1.- 8.).

Pomocí určitého specifického, předem deklarovaného aproximačního předpisu lze relativně velmi přesně definovat index lomu skla, které nabízí konkrétní výrobce. Nároky na kvalitu optického skla např. pro výrobu optických přístrojů jsou velmi vysoké, výroba skla je proto značně náročná a na špičkové úrovni ji zvládá pouze několik světových firem. Např. Schott firma zaručuje takové **materiálové konstanty** A_0 až A_5 , které umožňují určit index lomu s přesností až na 6 desetinných míst

$$n = n(\lambda); n = \sqrt{A_0 + A_1 \lambda^2 + \frac{A_2}{\lambda^2} + \frac{A_3}{\lambda^4} + \frac{A_4}{\lambda^6} + \frac{A_5}{\lambda^8}}. \quad 4.2.- 4.$$

Pro běžné účely se v technické praxi materiály skel porovnávají tak, že se přesně vyhodnotí indexy lomu daného skla pro modrou oblast spektra n_F , pro červenou oblast n_C a referenčně pro zelenožlutou oblast n_D . Vztah mezi indexy se odvodí pomocí zobrazovacích rovnic jako tzv. **Abbeovo číslo** v_D .

$$v_D = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C} \quad 4.2.- 5.$$

Hodnota Abbeova čísla v praktické optice umožňuje materiálově klasifikovat různá skla na různé typy a do různých kategorií skel. Abbeova čísla o hodnotách $v_D > 55$ vykazují **korunová skla**, hodnoty $v_D < 50$ reprezentují **skla flintová**.

Na index lomu a tím i disperzi má podstatný vliv **změna teploty a tlaku** optického prostředí. Indexy lomu se mění s teplotou ze dvou důvodů. Mění se absolutní index vlastní látky a také index lomu vzduchu, ke kterému se první vztahuje.

Závislost **indexu lomu vzduchu** na teplotě t a na tlaku p vyjadřuje vztah

$$n_{vz} = 1 + 0,000293 \frac{p}{760} \cdot \frac{1}{1 + \alpha t}; \quad \alpha = \frac{1}{273,6}, \quad 4.2.- 6.$$

kde α je teplotní koeficient roztažnosti vzduchu. Opět záleží na nárocích technické praxe na přesnost určení indexu lomu. Ze vztahu 4.2.- 6. lze odvodit, že změna jen několika teplotních

stupňů může způsobit změnu indexu lomu vzduchu až na pátém desetinném místě. U skla je změna indexu lomu asi stejného řádu jako u vzduchu.



KO 4.2.- 1. Definujte sklo jako optický materiál a jeho složení.

KO 4.2.- 2. Odlište absolutní a relativní index lomu optického prostředí.

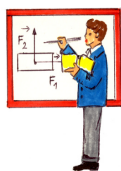
KO 4.2.- 3. Charakterizujte závislost indexu lomu na permitivitě a permeabilitě optického prostředí.

KO 4.2.- 4. Charakterizujte závislost indexu lomu na materiálových konstantách optického prostředí.

KO 4.2.- 5. Charakterizujte závislost indexu lomu vzduchu na tlaku a teplotě optického prostředí.



U 4.2.- 1. Vlnová délka žlutého světla ve vakuu je 600nm. Vypočítejte vlnovou délku tohoto světla ve skle o indexu lomu 1,505.



Index lomu má pro červené světlo při průchodu sklem hodnotu 1,505 a pro fialové světlo 1,524. Srovnajte rychlosti obou světél v tomto skle!

Napišeme zkrácené, matematizované zadání úlohy

$$n_{\epsilon} = 1,505 ; n_f = 1,524 ; v_{\epsilon} = ? ; v_f = ?$$

K řešení úlohy potřebujeme znát definiční vztah pro index lomu a rychlost světla ve vakuu (považujeme ji za konstantu $3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$)

$$n_{\epsilon} = \frac{c}{v_{\epsilon}} \wedge n_f = \frac{c}{v_f} .$$

Po dosazení získáme numerické výsledky

$$v_{\epsilon} = \frac{c}{n_{\epsilon}} \Rightarrow v_{\epsilon} = 1,99 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} ;$$

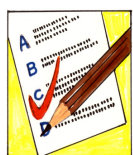
$$v_f = \frac{c}{n_f} \Rightarrow v_f = 1,97 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} .$$

Rychlosti červeného a fialového světla se tedy liší řádově v setinách.



U 4.2.- 2. Vypočítejte, jak se změní index lomu světla v sauně, a to při zahřátí vzduchu na teplotu 100°C a při normálním tlaku ($101\,325\text{Pa}$). Uvažujeme index lomu vzduchu

$n_{VZ} \cong 1,0003$ přibližně při pokojové teplotě a normálním tlaku.



TO 4.2.- 1. Vlnová délka světla se při přechodu ze vzduchu do vody změní o 25%. Z toho můžeme odvodit, že index lomu vody vzhledem ke vzduchu je

a) 1,25;

b) 0,75;

- c) 2,5;
- d) 4/3.

TO 4.2.- 2. Je-li pro monochromatické světlo absolutní index lomu vody n_1 a absolutní index lomu skla n_2 , pak relativní index lomu vody vzhledem ke sklu je

- a) n_1/n_2
- b) n_2/n_1 ;
- c) $n_2 - n_1$;
- d) $n_2/n_1 - 1$.

TO 4.2.- 3. Index lomu vzduchu

- a) závisí na teplotě a tlaku optického prostředí;
- b) závisí na tlaku, ale nezávisí na teplotě optického prostředí;
- c) nezávisí na tlaku, ale závisí na teplotě optického prostředí;
- d) nezávisí na teplotě, ani na tlaku optického prostředí.

TO 4.2.- 4. Index lomu vzduchu je

- a) stejný jako index lomu vakua;
- b) přibližně stejný jako index lomu vakua;
- c) je řádově větší než index lomu vakua;
- d) je menší než index lomu vakua.

TO 4.2.- 5. Abbeovo číslo jako materiálová charakteristika kvality skla se odvozuje jako

- a) poměr indexů lomu okraje spektra;
- b) rozdíl mezi indexy lomu červeného a fialového světla;
- c) střední hodnota indexů lomu červeného, fialového a zelenožlutého světla;
- d) vztah mezi indexem lomu červeného, fialového a zelenožlutého světla.

4.2.2. Zákony odrazu a lomu

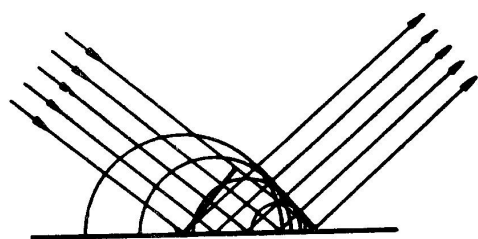


1. Umět nakreslit odraz a lom rovinné vlny.
2. Znat zákony odrazu a lomu světla podle Huygensova principu.
3. Objasnit podstatu přímočarého šíření světla podle Fermatova principu.
4. Diskutovat lom světla ke kolmici, lom světla od kolmice a jev totální reflexe jako důsledek platnosti zákona lomu.
5. Nakreslit chod světla optickým hranolem, lámavý úhel a úhel deviace.
6. Odvodit závislost mezi lámavým úhlem a deviací optického hranolu.
7. Nakreslit chod světla planparalelní vrstvou a posunutí paprsku.
8. Odvodit závislost mezi posunutím a tloušťkou planparalelní destičky.



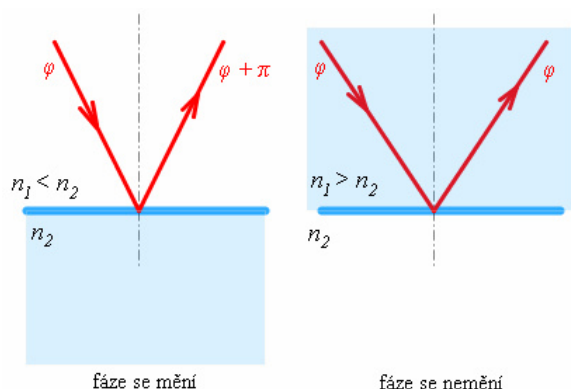
Podle Huygensova principu je **vlnoplocha** obecně definována jako geometrické místo bodů, kam dospěje vlnění ze zdroje vlnění určitým prostředím (nejlépe homogenním izotropním prostředím) za určitý čas. Každý bod prostředí, k němuž vlnění dospěje, lze považovat za zdroj nového elementárního vlnění. Vnější obalová plocha těchto elementárních vlnoploch je pak výslednou novou vlnoplochou, čelem šířícího se vlnění.

Kulová vlnoplocha se odráží od rovinného rozhraní opět jako kulová vlnoplocha, čelem šířícího se vlnění je tedy sférická plocha. V relativně velké vzdálenosti od zdroje lze kulovou vlnoplochu považovat přibližně za rovinnou. **Rovinná vlnoplocha** se od rovinného rozhraní odráží opět jako rovinná vlnoplocha, čelem šířícího se vlnění je rovina (obr. 4.2.- 1.). Pouze elementární vlnoplochy jsou vlnoplochami sférickými.



Víme, že když mechanická vlna dospěje ke konci bodové řady, odráží se. V případě pevného konce bodové řady se fáze odražené vlny mění v opačnou (fázový rozdíl $\Delta\varphi = \pi$), v případě volného konce bodové řady se fáze odražené vlny nemění (fázový rozdíl $\Delta\varphi = 0$).

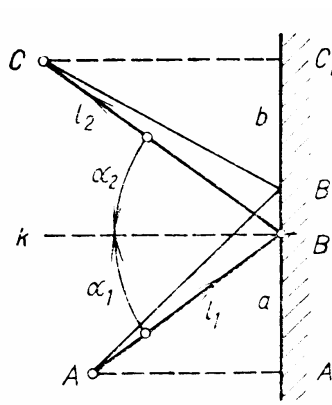
Obr. 4.2.- 1.



Zcela analogicky můžeme pozorovat odraz světla jako elektromagnetického vlnění od rovinného rozhraní optického prostředí (obr. 4.2.- 2.). V případě odrazu od prostředí opticky hustšího se **fáze odražené vlny** mění v opačnou, v případě odrazu od prostředí opticky řidšího se fáze odražené vlny nemění

$$\begin{aligned} n_1 < n_2 ; \Delta\varphi &= \pi \\ n_1 > n_2 ; \Delta\varphi &= 0 \end{aligned}$$

Obr. 4.2.- 2.



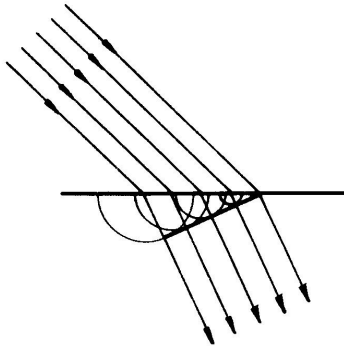
Dopadající paprsek $l_1 = AB$, odražený paprsek $l_2 = BC$ a k kolmice dopadu určují rovinu dopadu ABC (obr. 4.2.- 3.). Podle konvence je úhlem dopadu úhel α_1 , který svírá kolmice dopadu k a dopadající paprsek l_1 , **úhlem odrazu** je úhel α_2 , který svírá kolmice dopadu k a odražený paprsek l_2 .

Obr. 4.2.- 3.

Děj odrazu vysvětlujeme pomocí Huygensova principu a formulujeme z něj vyplývající **zákony odrazu (reflexe) světla**

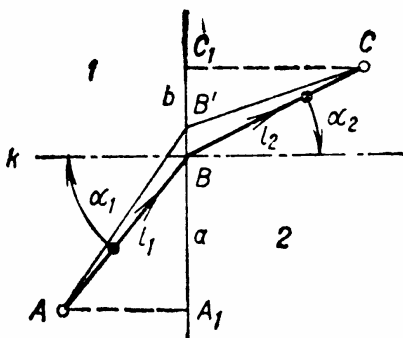
1. Paprsek odražený leží v rovině dopadu.
2. Při odrazu nedochází ke změně vlnové délky.
3. Úhel odrazu je roven úhlu dopadu: $\alpha_1 = \alpha_2$.

4.2.- 7.



Obr. 4.2.- 4.

Podle Huygensova principu se rovinná vlnoplocha lomí na rovinném rozhraní opět jako rovinná vlnoplocha (obr. 4.2.- 4.).



Dopadající paprsek $l_1=AB$, lomený paprsek $l_2= BC$ a k kolmice lomu určují rovinu lomu ABC (obr. 4.2.- 5.). Podle konvence je úhlem dopadu úhel α_1 , který svírá kolmice dopadu k a dopadající paprsek l_1 , **úhlem lomu** úhel α_2 , který svírá kolmice dopadu k a lomený paprsek l_2 . Paprsek prochází z optického prostředí o indexu lomu n_1 do optického prostředí o indexu lomu n_2 .

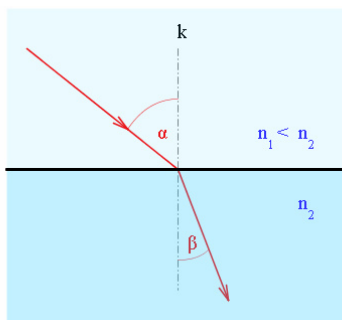
Obr. 4.2.- 5.

Děj lomu vysvětlujeme pomocí Huygensova principu a formulujeme z něj vyplývající **zákony lomu (refrakce) světla**

1. Paprsek lomený leží v rovině lomu (totožné s rovinou dopadu).
2. Při lomu dochází ke změně vlnové délky.
3. Úhel lomu není roven úhlu dopadu, závislost úhlu dopadu, úhlu lomu a indexů lomu optických prostředí vyjadřuje **Snellův zákon**

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2.$$

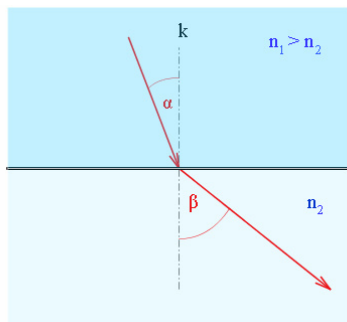
4.2.- 8.



Lom světla ke kolmici nastává při lomu do prostředí opticky hustšího (obr. 4.2.- 6.)

$$n_1 < n_2 : v_1 > v_2 ; \alpha_1 > \alpha_2$$

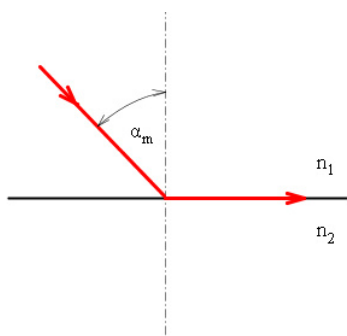
Obr. 4.2.- 6.



Lom světla od kolmice nastává při lomu do prostředí opticky řidšího (obr. 4.2.- 7.)

$$n_1 > n_2 : v_1 < v_2 ; \alpha_1 < \alpha_2$$

Obr. 4.2.- 7.



K jevu **úplného odrazu (totální reflexe)** dochází ve zvláštním případě, kdy je úhel lomu $\alpha_2 \geq 90^\circ$. Úhel dopadu α_1 se pak nazývá **mezní úhel** α_m . V důsledku tohoto jevu paprsek do 2. prostředí nevniká, ke skutečnému lomu nedochází.

- a) Nastává pouze odraz, a to za podmínky $\alpha_1 > \alpha_m$. Jde v podstatě o specifický případ lomu od kolmice.
- b) Za podmínky $\alpha_1 = \alpha_m$ se paprsek šíří přímo rozhraním (obr. 4.2.- 8.).

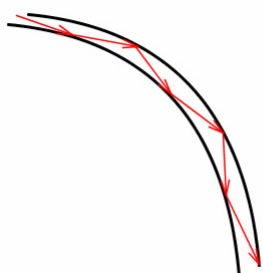
Obr. 4.2.- 8.

Při přechodu ze vzduchu do optického prostředí o indexu lomu n_2 platí

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \sin \alpha_m = \frac{n_2}{n_1}, \quad 4.2.- 9.$$

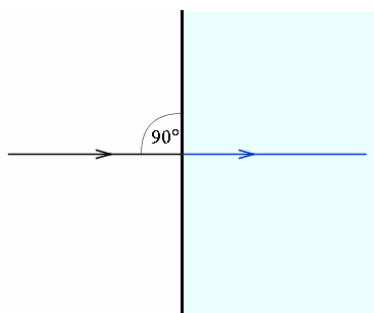
anebo naopak platí při přechodu z optického prostředí o indexu lomu n_1 do vzduchu

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \sin \alpha_m = \frac{1}{n_1}. \quad 4.2.- 10.$$



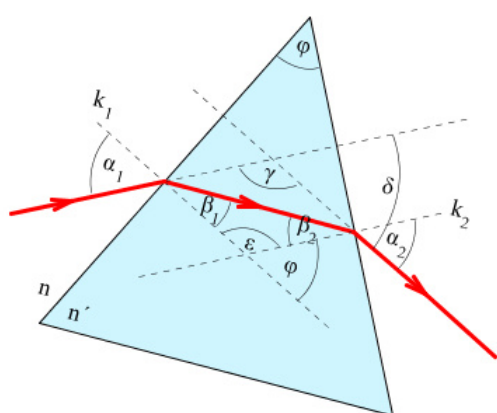
Jevu úplného odrazu se využívá v optických přístrojích ke změně chodu paprsků **odraznými hranoly** a v principu v aplikované optice při výrobě **světlovodů** (obr. 4.2.- 9.).

Obr. 4.2.- 9.



Pokud je úhel dopadu přesně roven 90° , lom nenastává a paprsek prochází 2.prostředím beze změny svého směru (viz obr. 4.2.- 10.).

Obr. 4.2.- 10.



Zákonů lomu můžeme v praktické optice využít při popisu **chodu světla optickým hranolem** (obr. 4.2.- 11.).

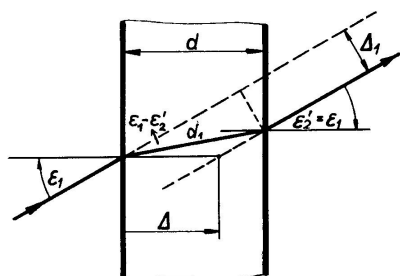
Obr. 4.2.- 11.

Monochromatický paprsek dopadá na skleněný hranol (o indexu lomu n) ze vzduchu (index lomu vzduchu uvažujeme přibližně $n = 1$) pod úhlem dopadu α_1 . **Lámavý úhel** hranolu je dán jako charakteristika optického prvku a je označen φ . **Deviaci (odklon)** δ definujeme jako úhel, který svírá vektorová přímka paprsku na 1. stěnu optického hranolu dopadající s vektorovou přímkou paprsku ze 2. stěny optického hranolu vycházejícího. Deviaci určujeme výpočtem (nepřímým měřením) pomocí dobře opticky měřitelných fyzikálních veličin, tj. úhlu dopadu α_1 , úhlu lomu α_2 a lámavého úhlu φ . Deviaci odvozujeme pomocí goniometrických vztahů a Snellova zákona

$$\delta = 180^\circ - \gamma \wedge \gamma + (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) = 180^\circ$$

$$\varphi = 180^\circ - \varepsilon \wedge \varepsilon + \beta_1 + \beta_2 = 180^\circ \quad \Rightarrow \quad \delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \varphi \quad 4.2.- 11.$$

$$\sin \alpha_1 = n' \sin \beta_1 \wedge n' \sin \beta_2 = \sin \alpha_2$$



Pro $\varphi = 0$ přechází optický hranol v tenkou vrstvu, v technické praxi nazývanou planparalelní destička. Goniometrických vztahů a zákonů lomu můžeme v praktické optice využít rovněž při popisu **chodu světla planparalelní (tenkou) destičkou (vrstvou)** (obr. 4.2.- 12.).

Obr. 4.2.- 12.

Planparalelní destička dopadající paprsek neodchyluje, pouze ho rovnoběžně posouvá. V optice rozeznáváme různá **posunutí** chodu paprsku planparalelní destičkou, posunutí Δ_1 měřené kolmo k paprskům a posunutí Δ měřené kolmo ke stěnám destičky bývá řešeno nejčastěji.

$$\Delta_1 = d_1 \sin(\varepsilon_1 - \varepsilon'_1) \wedge d_1 = \frac{d}{\cos \varepsilon'_1} \wedge \cos \varepsilon'_1 = \sqrt{1 - \sin^2 \varepsilon'_1} \wedge \sin \varepsilon_1 = n \sin \varepsilon'_1 \Rightarrow$$

$$\Delta_1 = d \sin \varepsilon_1 \left(1 - \frac{\cos \varepsilon_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon_1}} \right); \quad 4.2.-12.$$

$$\Delta = \frac{\Delta_1}{\sin \varepsilon_1}. \quad 4.2.-13.$$

Pro velmi malý úhel ε_1 můžeme výsledek posunutí prakticky zjednodušit

$$\Delta = \frac{n-1}{n} d. \quad 4.2.-14.$$



KO 4.2.- 6. Definujte vlnoplochu a odlište kulovou a rovinnou vlnoplochu podle Huygense.

KO 4.2.- 7. Popište fázi odraženého světla, a to v závislosti na indexech lomu obou optických prostředí.

KO 4.2.- 8. Formulujte zákony odraz světla.

KO 4.2.- 9. Formulujte zákony lomu světla.

KO 4.2.- 10. Popište podmínky lomu světla ke kolmici.

KO 4.2.- 11. Popište podmínky lomu světla od kolmice.

KO 4.2.- 12. Objasněte jev totální reflexe pro úhel dopadu totožný s úhlem mezním.

KO 4.2.- 13. Objasněte jev totální reflexe pro úhel dopadu větší než je mezní úhel.

KO 4.2.- 14. Nakreslete chod světla optickým hranolem a odvoďte deviaci.

KO 4.2.- 15. Nakreslete chod světla optickým hranolem a odvoďte posunutí.



U 4.2.- 3. Světlo dopadá ze vzduchu do skla (index lomu skla $n = 1,5$), přičemž nastane právě ten případ, že odražený a lomený paprsek spolu svírají úhel 60° . Vypočítejte úhel dopadu.



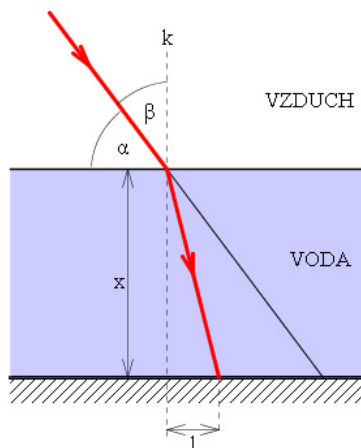
Kůl je kolmo zaražený do vodorovného dna nádrže a je celý ponořený do vody tak, že se jeho špička dotýká hladiny. Vypočítejte délku stínu kůlu, jestliže je výška Slunce nad obzorem 60° a skutečná délka kůlu je 0,74m. Index lomu vody uvažujte podle MFCh tabulek přibližně 1,333.

Napíšeme zkrácené, matematizované zadání úlohy

$$n = 1 ; n' = 1,333 ; x = 0,74\text{m} ; \alpha = 60^\circ$$

$$l = ?$$

a podle zadání nakreslíme obrázek chodu paprsku (obr. 4.2.- 13.).



Výška Slunce nad obzorem je úhlem α a paprsek (červeně označený) tedy dopadá na vodní hladinu pod úhlem dopadu β (podle konvence je úhlem dopadu vždy úhel, který svírá dopadající paprsek a kolmice dopadu k)

$$\beta = 90^\circ - \alpha .$$

Paprsek se na rozhraní láme pod úhlem γ , tj. pod úhlem, který opět podle konvence svírá lomený paprsek a kolmice dopadu. Lom se děje podle Snellova zákona

$$n \sin \beta = n' \sin \gamma .$$

Obr. 4.2. -13.

Z goniometrie pravoúhlého trojúhelníka odvodíme vztah mezi délkou stínu l a délkou kůlu x

$$\text{tg } \gamma = \frac{l}{x} .$$

Sklobením předcházejících vztahů získáme výsledek obecný a po dosazení konkrétních hodnot ze zadání úlohy i výsledek numerický

$$l = x \cdot \text{tg} \left(\arcsin \left(\frac{n \sin(90^\circ - \alpha)}{n'} \right) \right) \Rightarrow l = 0,3\text{m}$$



U 4.2.- 4. Vypočítejte mezní úhel a) pro kapalinu o indexu lomu 1,414 na rozhraní se vzduchem a b) pro sklo o indexu lomu 1,5 na rozhraní s vodou o indexu lomu 1,333.



Ve spektru heliového laseru jsou nejintenzivnější čáry odpovídající záření s vlnovými délkami $\lambda_1 = 4,88 \cdot 10^{-7}\text{m}$, $\lambda_2 = 5,15 \cdot 10^{-7}\text{m}$. Laserové paprsky dopadají kolmo na jednu stěnu optického hranolu. Závislost indexu lomu na vlnové délce záření je dána vztahem

$$n = 1 + \frac{a}{\lambda^2}, \text{ kde konstanta } a = 2,38 \cdot 10^{-13}\text{m}^2. \text{ Určete možné hodnoty lámavého úhlu}$$

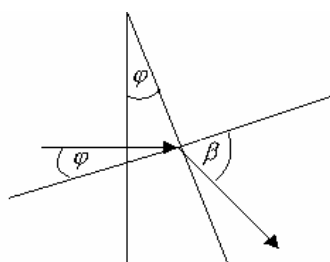
φ hranolu tak, aby svazek paprsků vystupující z hranolu obsahoval záření s vlnovou délkou λ_2 a neobsahoval záření s vlnovou délkou λ_1 .

Nejdříve provedeme zkrácený zápis zadání úlohy

$$\lambda_1 = 4,88 \cdot 10^{-7}\text{m}; a = 2,38 \cdot 10^{-13}\text{m}^2 ; \lambda_2 = 5,15 \cdot 10^{-7}\text{m}; n = 1 + \frac{a}{\lambda^2} ;$$

$$\varphi_1 = ? ; \varphi_2 = ?$$

a nakreslíme chod laserového paprsku optickým hranolem za popisovaných podmínek (obr. 4.2.- 14.).



Základním fyzikálním vztahem pro řešení úlohy je Snellův zákon pro úhel lomu β paprsků vystupujících z optického hranolu

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \beta} = \frac{1}{n}$$

Obr. 4.2.- 14.

a přímo zadáním definovaná hraniční hodnota φ_1 lámavého úhlu φ optického hranolu

$$\sin \varphi_1 = \frac{1}{1 + \frac{a}{\lambda_1^2}}$$

Paprsek s vlnovou délkou λ_1 se láme rovnoběžně s rozhraním, přičemž úhel φ_1 je nejmenší hodnota lámavého úhlu φ hranolu splňující podmínku úlohy.

Zadáním je přímo definovaná i hraniční hodnota φ_2 lámavého úhlu φ optického hranolu

$$\sin \varphi_2 = \frac{1}{1 + \frac{a}{\lambda_2^2}}$$

Úhel φ však musí být takový, aby z hranolu vystupoval paprsek s vlnovou délkou λ_2 , což platí tehdy, jestliže $\varphi < \varphi_2$.

Oba úhly obecně vyjádříme pomocí funkce arcsin a vypočítáme jejich hodnoty i numericky

$$\varphi \in (\varphi_1, \varphi_2) = \left(\arcsin \frac{1}{1 + \frac{a}{\lambda_1^2}} ; \arcsin \frac{1}{1 + \frac{a}{\lambda_2^2}} \right);$$

$$\varphi \in (30^0; 31^050').$$



U 4.2.- 5. Silný třpyt diamantu je způsoben malým mezním úhlem $24^036'$. Stanovte index lomu diamantu.



Na optický hranol o indexu lomu 1,5, který je umístěný ve vzduchu, dopadá světlo kolmo na první lámavou plochu. Vypočítejte lámavý úhel hranolu, je-li deviance $34,6^0$.

Nejprve napíšeme zkrácené, matematizované zadání úlohy

$$n = 1 ; n' = 1,5 ; \alpha_1 = \beta_1 = 0^\circ ; \delta = 34,6^\circ$$

$$\varphi = ?$$

a nakreslíme schéma chodu paprsku optickým hranolem obr. 4.2.- 11.

Dále v obrázku označíme příslušné úhly v přímých úhlech a úhly v trojúhelnících

$$\delta = 180^\circ - \gamma \wedge \varphi = 180^\circ - \varepsilon$$

$$\gamma + (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) = 180^\circ \wedge \varepsilon + \beta_1 + \beta_2 = 180^\circ .$$

Pro lom na rozhraních, tj. na první a druhé stěně optického hranolu, platí Snellův zákon

$$n \sin \alpha_1 = n' \sin \beta_1 \wedge n' \sin \beta_2 = n \sin \alpha_2 .$$

Sklobením výše uvedených fyzikálních vztahů odvodíme závislost mezi lámavým úhlem, úhlem dopadu, pod kterým paprsek do optického hranolu vstupuje, úhlem lomu, pod kterým paprsek z optického hranolu vystupuje a deviací hranolu. Vyjádříme výsledek obecně a teprve do tohoto výsledku dosazujeme známé hodnoty ze zadání

$$\varphi = \alpha_1 + \alpha_2 - \delta \Rightarrow \varphi = 40^\circ$$



U 4.2.- 6. Paprsek monochromatického světla dopadá na skleněný hranol o lámavém úhlu 60° pod úhlem dopadu 30° . Určete odchylku paprsku, je-li index lomu skla 1,5.

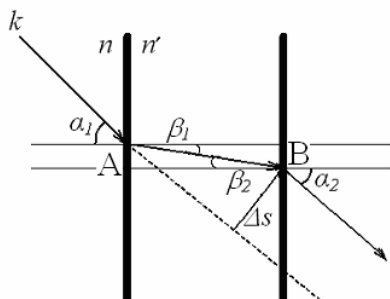


Planparalelní deska o tloušťce 8mm je vyrobena z těžkého skla o indexu lomu 2. Vypočítejte posunutí paprsku, je-li úhel dopadu na desku 60° .

Provedeme zkrácený zápis zadání úlohy

$$n = 1 ; n' = 2 ; d = 0,008\text{m} ; \alpha_1 = 60^\circ ; \Delta s = ?$$

a nakreslíme v kontextu se zadáním schéma chodu paprsku planparalelní destičkou (obr. 4.2.- 15.)



Úhel α_1 , pod kterým paprsek dopadá na planparalelní destičku je roven úhlu α_2 , pod kterým paprsek z optické destičky vychází, a to v důsledku zákona lomu na obou optických rozhraních

Obr. 4.2.- 15.

$$\sin \alpha_1 = n' \sin \beta_1 \wedge n' \sin \beta_2 = \sin \alpha_2 \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 \wedge \beta_1 = \beta_2 .$$

Podle goniometrie pravouhlého trojúhelníka platí vztahy

$$\sin(\alpha_1 - \beta_1) = \frac{\Delta s}{AB};$$

$$\cos \beta_1 = \frac{d}{AB}.$$

Sklobením předcházejících vztahů vyjádříme výsledek obecně i numericky

$$\Delta s = \frac{d}{\cos \beta_1} \sin(\alpha_1 - \beta_1) \Rightarrow \Delta s = 0,005 \text{ m}$$



U 4.2.- 7. Po průchodu planparalelní destičkou dojde k posunutí paprsku o 5mm měřeno kolmo ke stěnám destičky. Stanovte tloušťku destičky, víte-li, že paprsek dopadá pod malým úhlem a index lomu skla je 1,5.



TO 4.2.- 6. Světlo dopadá na rozhraní dvou prostředí. Rychlost světla v prvním prostředí je v_1 , ve druhém prostředí v_2 ($v_1 < v_2$). Mezní úhel α při totální reflexi (úplném odrazu) můžeme určit ze vztahu

a) $\sin \alpha = \frac{v_1}{v_2};$

b) $\sin \alpha = \frac{v_2}{v_1};$

c) $\text{tg} \alpha = \frac{v_1}{v_2};$

d) $\text{tg} \alpha = \frac{v_2}{v_1}.$

TO 4.2.- 7. Jak se mění úhel lomu světelného paprsku, jestliže jeho úhel dopadu na rozhraní dvou průsvitných prostředí roste?

- a) zmenšuje se;
- b) vůbec se nemění;
- c) také roste, a to přímo úměrně s úhlem dopadu;
- d) roste, ale nikoliv přímo úměrně s úhlem dopadu.

TO 4.2.- 8. Svazek bílého světla, procházejícího skleněnou deskou s rovnoběžnými stěnami, se dvakrát láme a rovnoběžně se posune vzhledem k původnímu směru. Velikost tohoto posunutí závisí na

- a) tloušťce desky a barvě světla, ale nezávisí na úhlu dopadu;
- b) tloušťce desky a úhlu dopadu, ale nezávisí na barvě;
- c) tloušťce desky, úhlu dopadu a barvě a je větší pro červenou barvu;
- d) tloušťce desky, úhlu dopadu a barvě a je větší pro fialovou barvu.

TO 4.2.- 9. Světlovod má tvar válce o stálém obsahu řezu a indexu lomu $n = \sqrt{2}$. Jaký maximální úhel β může svírat paprsek a osa válce, aby paprsek nevycházel mimo světlovod?

- a) 45° ;
- b) 60° ;
- c) 15° ;
- d) 30° .

TO 4.2.- 10. Na skleněný hranol podle obrázku dopadá rovnoběžný svazek bílého světla tak, že po jeho rozkladu dopadá žluté světlo na druhou stěnu hranolu pod mezním úhlem. Na stínítku dostaneme

- a) celé spektrum bílého světla jen bez žluté barvy;
- b) část spektra bílého světla, a to od žluté barvy po červenou;
- c) část spektra bílého světla, a to od žluté barvy po fialovou;
- d) nedostaneme spektrum, protože všechny zbývající barvy se úplně odrazí uvnitř hranolu.

4.2.3. Optické zobrazení zrcadlem a čočkou



1. Vyjmenovat základní pojmy geometrické konstrukce optického zobrazení.
2. Umět nakreslit optické zobrazení sférickým zrcadlem (dutým i vypuklým) pomocí význačných paprsků, a to v různých variantách polohy obrazu.
3. Umět nakreslit optické zobrazení čočkou (spojnou i rozptylnou) pomocí význačných paprsků, a to v různých variantách polohy obrazu.
4. Umět nakreslit optické zobrazení rovinným zrcadlem pomocí význačných paprsků.
5. Umět přesně napsat i interpretovat Gaussovu a Newtonovu zobrazovací rovnici.
6. Umět odvodit specifický případ Gaussovy zobrazovací rovnice pro afokální soustavu.
7. Znat podmínky optického zobrazení pro význačné atributy obrazu (zvětšený-zmenšený, přímý-převrácený, reálný-virtuální obraz).
8. Definovat a porovnat různé typy zvětšení obrazu (především příčné, úhlové).
9. Objasnit podstatu vzniku optických vad a klasifikovat je.



Pro geometrickou konstrukci optického zobrazení zavádíme **základní pojmy** popisu konvencí (dohodou). Předpokládáme takové uspořádání optické soustavy, že paprsek přichází zleva doprava. Předpokládáme opticky centrovanou soustavu, kdy předmět, střed křivosti optického prvku a obraz leží centrovaně, tj. v jediné optické ose.

Předmět je umístěn v předmětovém prostoru před optickým prvkem (tj. před zrcadlem, čočkou), **obraz** vzniká v důsledku optického zobrazení buď v obrazovém prostoru, anebo padá do předmětového prostoru. Za předmětovou vzdálenost a považujeme vzdálenost předmětu od vrcholu optického prvku a za obrazovou vzdálenost a' vzdálenost obrazu od vrcholu optického prvku.

U **zrcadel** je předmětový a obrazový prostor společný, tj. před zrcadlem, a to pro takové zobrazení, jehož obraz je skutečný - reálný. Takový obraz lze zachytit na stínítku. Pokud obraz vznikne za zrcadlem, je neskutečný - virtuální a na stínítko ho zachytit nelze.

U **čoček** je předmětový prostor před optickým prvkem a obrazový prostor za optickým prvkem, tj. čočkou, a to pro takové zobrazení, jehož obraz je skutečný - reálný. Takový obraz

Lze zachytit na stínítku. Pokud obraz vznikne před čočkou, je neskutečný - virtuální a na stínítko ho zachytit nelze.

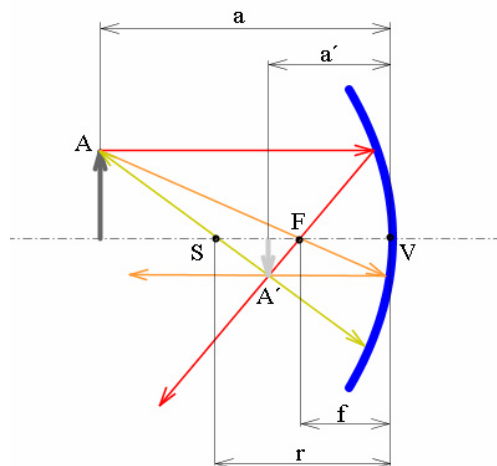
Ohnisko zrcadla F charakterizujeme jako obraz předmětového bodu, který leží v nekonečnu: u dutého zrcadla je ohnisko skutečné, u vypuklého zrcadla je ohnisko neskutečné. Ohnisko zrcadla je na optické ose stejně vzdáleno od vrcholu optického prvku jako od středu křivosti.

Předmětové ohnisko čočky F má obraz v obrazovém prostoru v osovém bodě, který je v nekonečnu; **obrazové ohnisko čočky F'** je obraz předmětového osového bodu, který je nekonečně daleko od čočky, a to v předmětovém prostoru. U spojně čočky je toto ohnisko skutečné, u rozptylně čočky je neskutečné.

Význačné paprsky nám pomáhají geometricky konstruovat obraz.

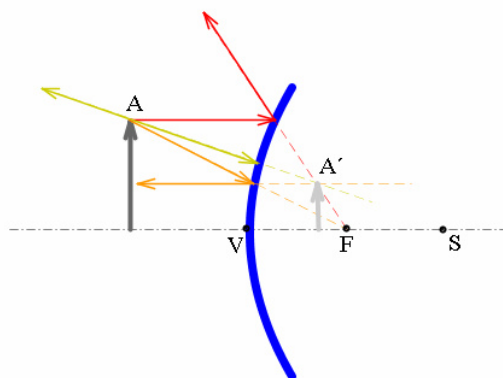
1. paprsky jdoucí rovnoběžně s optickou osou o se odrážejí (lámou) do ohniska,
2. paprsky procházející ohniskem se odrážejí (lámou) rovnoběžně s optickou osou o ,
3. paprsky jdoucí optickým středem S zrcadla (čočky) nemění směr.

Přesnost zobrazení sférickou plochou je zachována, pokud se shoduje výpočet s grafickým výsledkem a pokud se všechny tři význačné paprsky protnou v jediném bodě. Obraz nebude deformován, pokud velikostí předmětu $y = AB$ bude řádově srovnatelná s poloměrem křivosti sférické plochy $r = 2f$; $AB \cong 0,1r$.



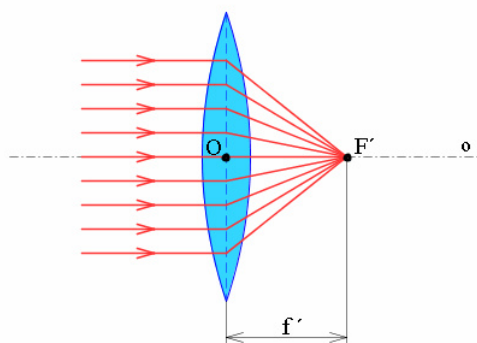
Pomocí význačných paprsků provedeme optické zobrazení **dutým (konkávním) zrcadlem** (obr. 4.2.-16.)

Obr. 4.2.- 16.



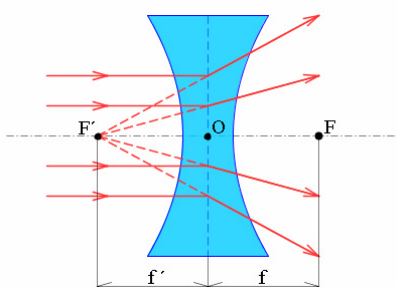
Pomocí význačných paprsků provedeme optické zobrazení **vypuklým (konvexním) zrcadlem** (obr. 4.2.- 17.)

Obr. 4.2.- 17.



Pomocí význačných paprsků provedeme optické zobrazení **spojnou čočkou** (obr. 4.2.- 18.)

Obr. 4.2.- 18.



Pomocí význačných paprsků provedeme optické zobrazení **rozptylnou čočkou** (obr. 4.2.- 19.)

Obr. 4.2.- 19.

Gaussova zobrazovací rovnice se užívá pro vyhodnocení optických veličin při zobrazení sférickými **zrcadly**. Obrazovou vzdálenost a' můžeme určit z předmětové vzdálenosti a a z ohniskové vzdálenosti f pomocí Gaussovy zobrazovací rovnice; r nechť je poloměr křivosti kulového (sférického) zrcadla.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}; f > 0; f = \frac{r}{2} \text{ platí pro zrcadla dutá;} \quad 4.2.- 15.$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}; f < 0; f = \frac{r}{2} \text{ platí pro zrcadla vypuklá.} \quad 4.2.- 16.$$

Pro užití čočko-zrcadlových zobrazovacích rovnic zavádíme dohodu **znaménkové konvence**. Výhodou je, že z výpočtů lze přímo usoudit na atributy obrazu, aniž jsme nuceni provádět pracné geometrické zobrazovací konstrukce.

Podle znaménkové konvence má a' **před zrcadlem** (vlevo) kladnou hodnotu, obraz je skutečný; a' **za zrcadlem** (vpravo) má zápornou hodnotu, obraz je neskutečný.

Podle znaménkové konvence má a' **před čočkou** (vlevo) zápornou hodnotu, obraz je neskutečný; a' **za čočkou** (vpravo) má kladnou hodnotu, obraz je skutečný.

Gaussova zobrazovací rovnice se užívá i pro vyhodnocení optických veličin při optickém zobrazení **čočkami**. Uvažujeme **tenkou čočku** z materiálu o indexu lomu n_2 (má tloušťku

zanedbatelnou v porovnání s její ohniskovou vzdáleností f), přičemž před čočkou i za čočkou uvažujeme totéž prostředí (tzn. $f = f'$), a to prostředí o indexu lomu n_1 .

Zobrazovací rovnici Gaussovu můžeme odvodit pro poloměry křivosti kulových ploch r_1, r_2 a adekvátně vyjádřit pro předmětovou vzdálenost a a obrazovou vzdálenost a'

$$\left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = \frac{1}{f} \wedge \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \text{ platí pro čočky spojné;} \quad 4.2.- 17.$$

$$\left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = \frac{1}{f} \wedge \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = -\frac{1}{f} \text{ platí pro čočky rozptylné.} \quad 4.2.- 18.$$

V optice se zavádí převrácená hodnota ohniskové vzdálenosti f jako Φ **optická mohutnost** a měří se v dioptriích

$$\Phi = \frac{1}{f} \text{ [m}^{-1}\text{]} = [D]. \quad 4.2.- 19.$$

Gaussova zobrazovací rovnice platí přesně pro ideální zobrazování v **paraxiálním prostoru**, ve kterém jsou paraxiální paprsky v blízkosti optické osy. V paraxiálním zobrazení se bod zobrazí jako bod, přímka jako přímka a rovina jako rovina. Rovnice platí dostatečně přesně pro zobrazení v optické praxi, pokud je úhel mezi paprskem a optickou osou menší než 5^0 (přesnost výsledků získaných pomocí zobrazovací rovnice se udává přibližně v desetitisícinách).

Z matematického hlediska není užití Gaussovy zobrazovací rovnice tak jednoduché jako užití **zobrazovací rovnice Newtonovy**, z hlediska jednoduchosti přímého měření je určení a, a' relativně mnohem přesnější, než-li určení x, x' .

Newtonovu zobrazovací rovnici můžeme odvodit přímo z rovnice Gaussovy

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{x+f} + \frac{1}{x'+f} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \sqrt{x x'} \text{ ; pro } f \neq f': f f' = x x' \quad 4.2.- 20.$$

$f > 0$ platí pro dutá zrcadla a spojné čočky;

$f < 0$ platí pro vypuklá zrcadla a rozptylky;

$x = a - f$ je vzdálenost předmětu od předmětového ohniska;

$x' = a' - f'$ je vzdálenost obrazu od obrazového ohniska;

je-li $f = f'$, pak u sférických zrcadel předmětové a obrazové ohnisko splývají.

Příčné zvětšení obrazu Z zrcadla a čočky je poměr výšky obrazu y' a výšky předmětu y . Nad optickou osou uvažujeme podle znaménkové konvence, že mají výšky y, y' kladnou hodnotu a pod optickou osou hodnotu zápornou.

Pro $Z > 0$ vzniká obraz **přímý**,

pro $Z < 0$ vzniká obraz **převrácený**.

Pro $|Z| > 1$ jde o obraz **zvětšený**,

pro $|Z| < 1$ jde o obraz **zmenšený**,

pro $|Z| = 1$ je obraz **stejně velký** jako předmět.

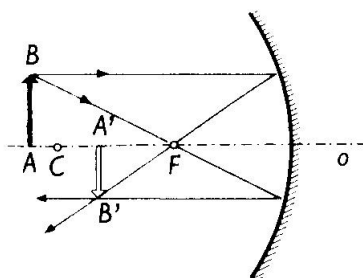
$$Z = \frac{y'}{y} \wedge Z = -\frac{a'}{a} = \frac{a' - f}{f} = -\frac{f}{a - f} \quad 4.2.- 21.$$

Kromě příčného zvětšení β se zavádí i **úhlové zvětšení obrazu** γ , a to obecně jako poměr úhlů, které svírají sdružené paprsky s optickou osou (viz úhlové zvětšení lupy a optických přístrojů). V optické praxi existuje i **osové (axiální) zvětšení obrazu** α , a to obecně jako podíl sdružených úseček v ose. Lze odvodit přibližně platný vztah

$$\gamma = \frac{1}{\beta} \wedge \alpha = \frac{\beta}{\gamma}$$

4.2.- 22.

V praktické optice lze diskutovat několik variant sférického zobrazení pomocí význačných paprsků, a to podle polohy předmětu.



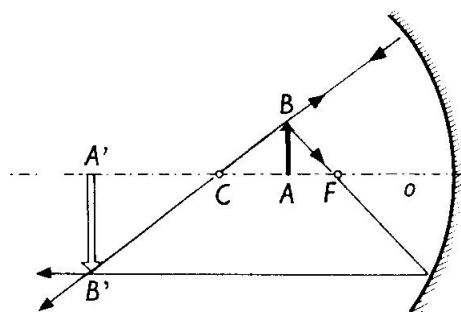
Pomocí význačných paprsků provedeme optické zobrazení **dutým zrcadlem** pro $a > 2f$ a určíme atributy obrazu (obr. 4.2.- 20.)

Obr. 4.2.- 20.

Ohnisková vzdálenost $f > 0$; předmětová vzdálenost $a > 2f$.

Atributy (vlastnosti) obrazu $y' = A'B'$:

1. skutečný: $a > 0$, $a' > 0$, 2. převrácený: $Z < 0$, 3. zmenšený: $Z < 1$.



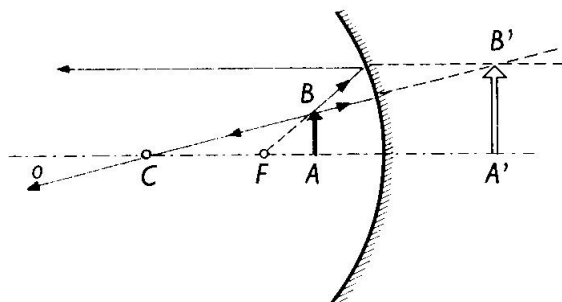
Pomocí význačných paprsků provedeme optické zobrazení **dutým zrcadlem** pro $2f > a > f$ a určíme atributy obrazu (obr.4.2.- 21.)

Obr. 4.2.- 21.

Ohnisková vzdálenost $f > 0$; předmětová vzdálenost $2f > a > f$.

Atributy (vlastnosti) obrazu $y' = A'B'$:

1. skutečný: $a > 0$, $a' > 0$, 2. převrácený: $Z < 0$, 3. zvětšený: $Z > 1$.



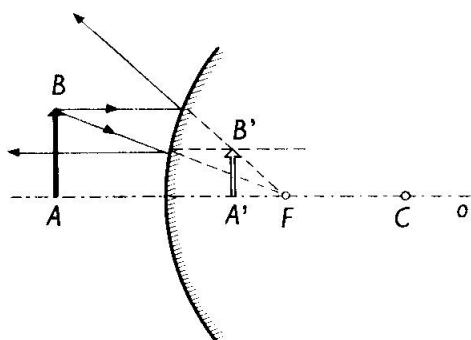
Pomocí význačných paprsků provedeme optické zobrazení **dutým zrcadlem** pro $a < f$ a určíme atributy obrazu (obr. 4.2.- 22.)

Obr. 4.2.- 22.

Ohnisková vzdálenost $f > 0$; předměťová vzdálenost $a < f$.

Atributy (vlastnosti) obrazu:

1. zdánlivý: $a > 0, a' < 0$, 2. přímý: $Z > 0$, 3. zvětšený: $Z > 1$.



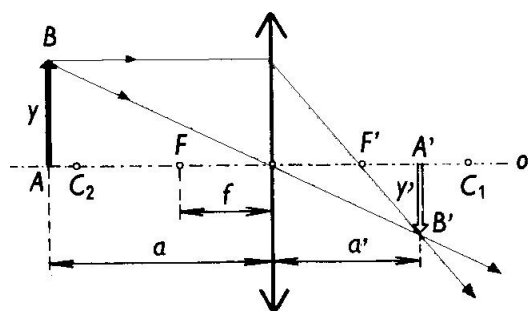
Pomocí význačných paprsků provedeme optické zobrazení **vypuklým zrcadlem pro a libovolné** a určíme atributy obrazu (obr. 4.2.- 23.)

Obr.4.2.- 23.

Ohnisková vzdálenost $f < 0$; předměťová vzdálenost a libovolné.

Atributy (vlastnosti) obrazu $y' = A'B'$:

1. zdánlivý: $a > 0, a' < 0$, 2. přímý: $Z > 0$, 3. zmenšený: $Z < 1$.



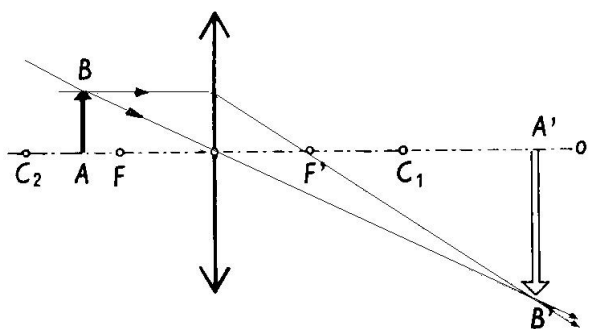
Pomocí význačných paprsků provedeme optické zobrazení **spojnou čočkou pro $a > 2f$** a určíme atributy obrazu (obr. 4.2.- 24.)

Obr. 4.2.- 24.

Ohnisková vzdálenost $f > 0$; předměťová vzdálenost $a > 2f$.

Atributy (vlastnosti) obrazu:

1. skutečný: $a > 0, a' > 0$, 2. převrácený: $Z < 0$, 3. zmenšený: $Z < 1$.



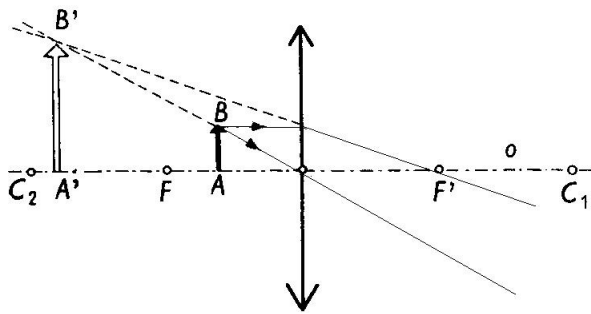
Pomocí význačných paprsků provedeme optické zobrazení **spojnou čočkou pro $2f > a > f$** a určíme atributy obrazu (obr. 4.2.- 25.)

Obr. 4.2.- 25.

Ohnisková vzdálenost: $f > 0$; předměťová vzdálenost $2f > a > f$.

Atributy (vlastnosti) obrazu:

1. skutečný: $a > 0$, $b > 0$, 2. převrácený: $Z < 0$, 3. zvětšený: $Z > 1$.



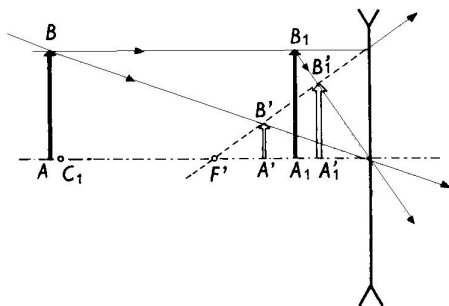
Pomocí význačných paprsků provedeme optické zobrazení **spojnou čočkou (lupou)** pro $a < f$ a určíme atributy obrazu (obr. 4.2.- 26.)

Obr. 4.2.- 26.

Ohnisková vzdálenost $f > 0$; předmětová vzdálenost $a < f$.

Atributy (vlastnosti) obrazu:

1. zdánlivý: $a > 0$, $a' < 0$, 2. přímý: $Z > 0$, 3. zvětšený: $Z > 1$.



Pomocí význačných paprsků provedeme optické zobrazení **rozptylnou čočkou** pro a **libovolné** a určíme atributy obrazu (obr. 4.2.- 27.)

Obr. 4.2.- 27.

Ohnisková vzdálenost $f < 0$; předmětová vzdálenost a **libovolná**.

Atributy (vlastnosti) obrazu A'B':

1. zdánlivý: $a > 0$, $a' < 0$, 2. přímý: $Z > 0$, 3. zmenšený: $Z < 1$.

Dosud jsme zjednodušeně považovali čočku za tenkou čočku. Pokud je **tloušťka čočky** d nezanedbatelná, určujeme ji obecně jako vzdálenost vrcholů obou lámavých ploch. Tloušťka čočky je vždy kladná, měříme ji od vrcholu první lámavé plochy ve směru postupu světla, a to k vrcholu druhé lámavé plochy.

Pro optickou mohutnost **tlusté čočky** lze odvodit vztah

$$\phi = \frac{1}{f'} \wedge \phi = \left(\frac{n' - n}{n} \right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n' - n)^2 d}{n' r_1 r_2}, \quad 4.2.- 23.$$

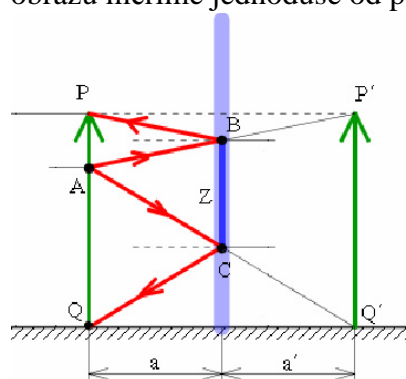
který se pro **tenkou čočku** významně zjednoduší ($d \rightarrow 0$)

$$\phi = \frac{1}{f'} \wedge \phi = \left(\frac{n' - n}{n} \right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right). \quad 4.2.- 24.$$

I zjednodušená Gaussova zobrazovací rovnice dobře známá ze SŠ výuky fyziky

$$\phi = \frac{1}{f'} \wedge \phi = \frac{1}{a'} + \frac{1}{a} \quad 4.2.-25.$$

platí nezměněně, pouze s tím rozdílem, že ohniskové vzdálenosti a vzdálenosti předmětu a obrazu měříme jednoduše od povrchů čočky.



Optické **zobrazení rovinným zrcadlem** je v podstatě specifickým případem zobrazení sférickou plochou (obr. 4.2.- 28.).

Obr. 4.2.- 28.

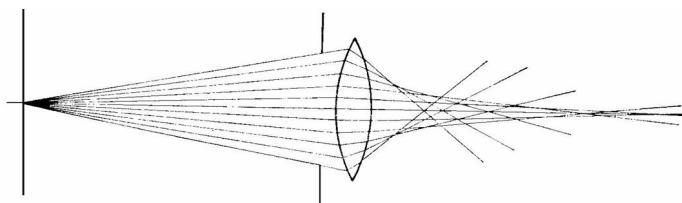
Rovinné zrcadlo je afokální soustavou, tj. zrcadlem s nekonečně velkým poloměrem křivosti a tedy i nekonečně velkou ohniskovou vzdáleností.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{\infty} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = 0 \Rightarrow \frac{1}{a} = -\frac{1}{a'} \Rightarrow a = -a'$$

Povrch zrcadla Z (např. vyleštěný kov) odráží úzký svazek světelných paprsků do jednoho místa: P do P', Q do Q', takže se zobrazí PQ jako P'Q'. Při zobrazení rovinným zrcadlem předmětu PQ vzniká obraz P'Q'. Jde o obraz zdánlivý (virtuální), tj. za zrcadlem, stejně velký jako předmět, vzpřímený, stranově převrácený, předmětová a obrazová vzdálenost jsou stejně velké. Na obr. 4.2.- 28. vidíme jako předmět člověka s postavou PQ, který se očima v bodě A pozoruje v zrcadle o minimální velikosti BC a vidí sebe sama jako obraz P'Q'.

U optických prvků jakožto částí optických přístrojů vznikají **vady optického zobrazení** v důsledku vlivu dějů **vlnové povahy světla** a lze je považovat za významné odchylky od ideálního zobrazení (nejvýrazněji vznikají u čoček).

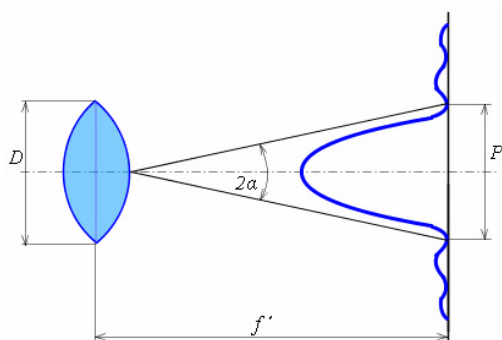
Geometrické vady zaznamenáváme při zobrazení monofrekvenčními, ale širokými, případně mimoosovými světelnými svazky, v případě nejsložitějších vad (kóma) širokými a současně mimoosovými světelnými svazky. Od **aberace** (otvorové vady) lze v podstatě kombinačně odvodit všechny ostatní typy vad. **Clona** jako otvor (štěrbina) vymezuje šíři dopadajícího monofrekvenčního svazku, jehož krajové paprsky protínají optickou osu v jiném bodě než paraxiální paprsky blízké ose (obr. 4.2.- 29.).



Obr. 4.2.- 29.

Hlavní příčinou **barevných (chromatických) vad** je okolnost, že se světelné paprsky různých vlnových délek nelámou stejně, a proto se rovněž neprotínají v jediném bodě, přestože můžeme zobrazení provádět i paraxiálními paprsky. Na barevnou vadu lze nahlížet jako na integrální součet monochromatických vad. Jednotlivé barevné obrazy příslušejícím

jednotlivým složkám složeného světla tedy nesplývají (obr. 4.2.- 29.), a proto vidíme namísto **ohniska** jako jediného bodu delší či kratší „úsečku“.



Na obr. 4.2.- 30. sledujeme maximální aberaci, přičemž šířkou otvoru D (clonou, štěrbinou) je přímo obruba (okraj) spojně čočky. Pozorujeme **rozdělení intenzity světla** při průchodu touto čočkou v závislosti právě na otvorové vadě. Maximální intenzita světla (na stínítku kruh o průměru P pod zorným úhlem 2α) je zaznamenávána (na stínítku umístěném v obrazové ohniskové vzdálenosti čočky) ve středu čočky.

Obr. 4.2.- 30.

Ve směru k okrajům čočky dochází postupně ke vzniku vady kvality optického zobrazení, tj. k ohybově interferenčnímu jevu a rovněž k poklesu intenzity světla.

Optické vady nemohou být nikdy totálně eliminovány, pouze korekcí umenšeny, a to na úkor jiných vad optické soustavy! V praktické optice se více než zrcadla využívají čočky, protože jsou po stránce technologie výroby a tedy i po stránce finanční dostupnější. Jejich větší optické vady se musejí korigovat, a to např. **kombinací čoček spojných a rozptylných**. Kombinace dvou a více čoček užíváme většinou ve spojení s kruhovými clonami, které omezují šířku procházejícího svazku paprsků. Tenké obruby u čoček rovněž přirozeně omezují procházející světelné svazky a počítáme je mezi clony. Achromatická čočka je soustavou čoček určenou ke zkorigování barevných vad. Ke korekci vad lze užít například i **kombinaci materiálů** optických skel: pokud spojku volíme z korunového skla, potom rozptylku z flintového skla.



KO 4.2.- 16. Vymenujte vlastnosti chodu význačných paprsků při optickém zobrazení.

KO 4.2.- 17. Charakterizujte podmínky pro vznik obrazu přímého a převráceného pro sférické zrcadlo (duté i vypuklé).

KO 4.2.- 18. Charakterizujte podmínky pro vznik obrazu přímého a převráceného pro čočku (spojnou i rozptylnou).

KO 4.2.- 19. Charakterizujte podmínky pro vznik obrazu zvětšeného a zmenšeného pro sférické (duté i rozptylné).

KO 4.2.- 20. Charakterizujte podmínky pro vznik obrazu zvětšeného a zmenšeného pro čočku (spojnou i rozptylnou).

KO 4.2.- 21. Charakterizujte podmínky pro vznik obrazu skutečného a virtuálního pro sférické zrcadlo (duté i vypuklé).

KO 4.2.- 22. Charakterizujte podmínky pro vznik obrazu skutečného a virtuálního pro čočku (spojnou i rozptylnou).

KO 4.2.- 23. Napište Gaussovu zobrazovací rovnici sférického zrcadla a diskutujte ji pro duté i vypuklé zrcadlo.

KO 4.2.- 24. Napište Gaussovu zobrazovací rovnici čočky a diskutujte ji pro čočku spojnou i rozptylnou.

KO 4.2.- 25. Odvoďte Newtonovu zobrazovací rovnici z Gaussovy zobrazovací rovnice a diskutujte ji pro všechny případy optického zobrazení sférickými zrcadly i čočkami.

KO 4.2.- 26. Definujte optickou mohutnost v závislosti na

a) ohniskové vzdálenosti optického prvku;

- b) předmětové a obrazové vzdálenosti;
c) indexech lomu a poloměrech křivosti.

KO 4.2.- 27. Nakreslete chod paprsků při zobrazení rovinným zrcadlem.

KO 4.2.- 28. Popište atributy obrazu vzniklého při zobrazení rovinným zrcadlem.

KO 4.2.- 29. Vysvětlete podstatu vad optického zobrazení monofrekvenčními světelnými svazky.

KO 4.2.- 30. Srovnajte podstatu vad monofrekvenčních a chromatických vad.

KO 4.2.- 31. Uvedte základní možnosti korekce optických vad.



U 4.2.- 8. Stanovte, o jaký úhel se otočí paprsek odražený od rovinného zrcadla, otočíme-li zrcadlem o úhel α .



Určete, kam a do jaké vzdálenosti musíme postavit před duté zrcadlo předmět, aby jeho převrácený obraz byl a) 4krát větší, b) 4krát menší. Proveďte zobrazení význačnými paprsky a grafický výsledek porovnejte s výpočtem!

Napišeme zkrácené zadání úlohy

a) $Z = -4$; b) $Z = -\frac{1}{4}$; $a = ?$

a nakreslíme schéma zobrazení dutým zrcadlem

ad a) pro $f < a < 2f$

viz obr. 4.2.- 21.;

ad b) pro $a > 2f$

viz obr. 4.2.- 20.

K řešení úlohy potřebujeme znát Gaussovu zobrazovací rovnici dutého zrcadla

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

a vztah pro příčné zvětšení obrazu

$$Z = -\frac{b}{a} .$$

Vyjádříme výsledek obecně a po dosazení i numericky

ad a) $\frac{1}{a} + \frac{1}{4a} = \frac{1}{f} \Rightarrow a = 1,25f$

Pokud předmět AB umístíme mezi střed dutého zrcadla a ohnisko tohoto zrcadla ($f < a < 2f$), vzniká obraz A'B' převrácený, zvětšený a skutečný (lze ho zachytit na stínítku).

ad b) $\frac{1}{a} + \frac{1}{\frac{a}{4}} = \frac{1}{f} \Rightarrow a = 5f$

Pokud předmět AB umístíme před duté zrcadlo do vzdálenosti ($a > 2f$), vzniká obraz A'B' převrácený, zmenšený a skutečný (lze ho zachytit na stínítku).



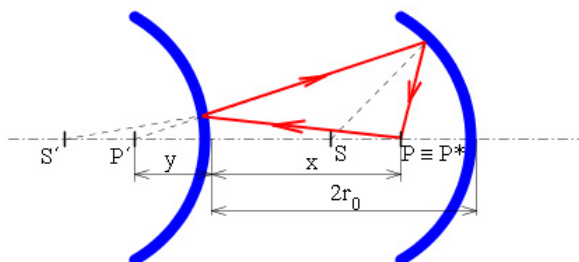
U 4.2.- 9. Obraz má od ohniska dutého zrcadla vzdálenost $x' = 32\text{cm}$. Poloměr křivosti tohoto zrcadla je $r = 80\text{cm}$. Vypočítejte předmětovou vzdálenost a . Předmět má od ohniska dutého zrcadla vzdálenost $x = 50\text{cm}$. Poloměr křivosti tohoto zrcadla je $r = 80\text{cm}$. Vypočítejte obrazovou vzdálenost b .



Vypuklé a duté zrcadlo se stejnými poloměry křivosti r_0 jsou postavené proti sobě zrcadlícími plochami tak, že jejich optické osy splývají a jejich vzájemná vzdálenost $d = 2r_0$. Určete bod, ležící na společné ose zrcadel, do kterého je třeba umístit bodový zdroj světla, aby se z něho vycházející paprsky po odraze na vypuklém a poté na dutém zrcadle znovu setkaly v tomtéž bodě. Vzdálenost hledaného bodu určíme jako vzdálenost od vypuklého zrcadla a označíme v .

Zkrácené zadání úlohy zapíšeme pouze v obecné úrovni a nakreslíme obrázek v kontextu se zadáním

$$d = 2r_0 ; v = ?$$



Obr.4.2.- 31.

V úloze použijeme kombinaci znalostí o zobrazení dutým a vypuklým zrcadlem. Tzn. že v souladu se zadáním nejdříve použijeme rovnici pro zobrazení vypuklým zrcadlem, poté rovnici pro zobrazení dutým zrcadlem. Zobrazovací rovnice pak „propojíme“ vztahy mezi vzdálenostmi na optické ose centované optické soustavy. Bod P je předmět a bod P' obraz při zobrazení vypuklým zrcadlem. Při zobrazení dutým zrcadlem je bod P' naopak předmět a bod P^* obraz. Specifičnost zobrazení spočívá v tom, že bod P^* padne právě do bodu P .

Jako proměnnou x určíme předmětovou vzdálenost bodu P , jde o vzdálenost tohoto bodu od vrcholu vypuklého zrcadla

$$a = x.$$

Bod P' je virtuální obraz bodového zdroje světla P vytvořený vypuklým zrcadlem. Jako proměnnou y určíme obrazovou vzdálenost bodu P' , jde o vzdálenost virtuálního obrazu od vrcholu vypuklého zrcadla. Záporné znaménko symbolizuje virtualitu obrazu; je třeba si uvědomit, že zobrazení provádíme netypicky. Podle optické (jenské) konvence dopadá vždy paprsek na optický prvek zleva, nikoliv zprava.

$$b = -y (y > 0).$$

Zapíšeme Gaussovu rovnici pro zobrazení vypuklým zrcadlem

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{2}{r_0}.$$

Dále pokračujeme v zobrazování dutým zrcadlem. Vyjádříme předmětovou vzdálenost bodu P' od vrcholu dutého zrcadla

$$a_2 = 2r_0 + y$$

a obrazová vzdálenost bodu $P^*=P$ od vrcholu dutého zrcadla

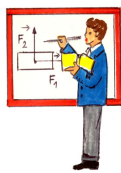
$$b_2 = 2r_0 - x.$$

Zapíšeme Gaussovu rovnici pro zobrazení dutým zrcadlem

$$\frac{1}{2r_0 + y} + \frac{1}{2r_0 - x} = \frac{2}{r_0}.$$

Rovnici řešíme jako kvadratickou rovnici a hledanou vzdálenost $v = x$ určíme jako konkrétní násobek poloměru křivosti r_0 . Poloměr křivosti je parametrem pro reálné řešení s kořenem x_1 , řešení x_2 se záporným výsledkem je pouze matematicky teoretické a prakticky fyzikálně ho neuvažujeme.

$$2x^2 - 2r_0x - r^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 1,35r_0 = v \wedge x_2 = -0,35r_0$$



Ohnisková vzdálenost objektivu je 0,2m. Jaká musí být vzdálenost objektivu od promítací stěny, očekáváme-li zvětšení 20-ti násobné?

Provedeme zápis zkráceného zadání úlohy a nakreslíme schéma chodu paprsku spojnou čočkou.

$$f = 0,2\text{m} ; Z = -20$$

$$b = ?$$

Pro zobrazování na promítací plátno přichází v úvahu jedině obraz zvětšený, převrácený a skutečný, tj. s polohou předmětu: $2f > a > f$.

viz. obr. 4.2.- 25.

Úlohu řešíme pomocí Gaussovy zobrazovací rovnice pro spojnou čočku

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

a pomocí vztahu pro příčné zvětšení obrazu

$$Z = -\frac{b}{a}.$$

Skloubením obou vztahů vyjádříme výsledek obecně a po dosazení fyzikálních veličin ze zadání úlohy i numericky

$$b = f(1 - Z) \Rightarrow b = 4,2\text{m}$$



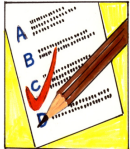
U 4.2.- 10. Zjistěte, jaká má být tloušťka skleněné dvojbypuklé tlusté čočky, aby se ve vzduchu chovala jako rozptylka! Poloměry kulových ploch ohraničujících čočku necht' jsou 1cm.



U 4.2.- 11. Na rozptylku dopadá válcový svazek paprsků rovnoběžných s optickou osou, a to o poloměru $r = 2,5\text{cm}$. Na stínítku umístěném ve vzdálenosti $s = 20\text{cm}$ za rozptylkou vznikne kruhová světlá skvrna o poloměru $R = 7,5\text{cm}$. Určete ohniskovou vzdálenost f rozptylky.



U 4.2.- 12. Index lomu skla je pro červené paprsky $n_C = 1,510$ a pro fialové paprsky $n_F = 1,531$. Vypočítejte Δf vzdálenost mezi ohnisky pro červenou a fialovou barvu u dvojbypuklé tenké čočky s poloměry křivosti $r_1 = r_2 = r = 15\text{cm}$, a to jako míru barevné vady. Okolním prostředím je vzduch.



TO 4.2.- 11. Na čem závisí vlastnosti obrazu získaného dutým zrcadlem (zvětšený – zmenšený, skutečný – neskutečný, převrácený – přímý)?

a) na velikosti předmětu;

b) na poměru vzdálenosti předmětu od zrcadla a ohniskové vzdálenosti tohoto zrcadla;

c) na poměru ohniskové vzdálenosti a poloměru zrcadla;

d) na ohniskové vzdálenosti zrcadla.

TO 4.2.- 12. V jaké vzdálenosti a od dutého zrcadla o ohniskové vzdálenosti f je třeba umístit předmět, abychom získali neskutečný obraz

a) $f < a < 2f$;

b) $a > 2f$;

c) $0 < a < f$;

d) $a = f$.

TO 4.2.- 13. Ohnisková vzdálenost čočky o optické mohutnosti 5D je

a) 5cm;

b) 0,2cm;

c) 20cm;

d) 5m.

TO 4.2.- 14. Předmět je umístěn ve vzdálenosti $a = 1,5 f$ od spojky (f ohnisková vzdálenost). V jaké vzdálenosti od čočky vznikne obraz?

a) $a' = 1,5 f$;

b) $a' = 3 f$;

c) $a' = 2 f$;

d) $a' = \frac{2}{3} f$.

TO 4.2.- 15. V jaké vzdálenosti a od spojky o ohniskové vzdálenosti $f = 5\text{cm}$ je třeba umístit předmět, abychom získali skutečný obraz 5krát zvětšený?

- a) $a = 4\text{cm}$;
- b) $a = 25\text{cm}$;
- c) $a = 6\text{cm}$;
- d) $a = 12\text{cm}$.

TO 4.2.- 16. Jak se změní obraz získaný pomocí spojky, jestliže polovinu čočky zakryjeme černým papírem?

- a) získáme jen polovinu obrazu;
- b) získáme celý obraz o menším jasů;
- c) změna obrazu závisí na poloze předmětu vzhledem k rovině určené optickou osou a průměrem čočky (podél zakrytí);
- d) závisí to na vzdálenosti předmětu od čočky.

TO 4.2.- 17. Skleněná ploskovypuklá čočka o poloměru křivosti 10cm a indexu lomu $1,5$ má ohniskovou vzdálenost

- a) 5cm ;
- b) 10cm ;
- c) 15cm ;
- d) 20cm .

TO 4.2.- 18. Dvojvypuklá čočka o stejných poloměrech křivosti obou ploch má optickou mohutnost 2D . Index lomu skla čočky je 2 . Poloměr křivosti každé z obou ploch je

- a) $0,25\text{m}$;
- b) $0,5\text{m}$;
- c) 1m ;
- d) 4m .

TO 4.2.- 19. Index lomu vody je menší než index lomu skla. Ohnisková vzdálenost skleněné spojky ponořené do vody v porovnání s ohniskovou vzdáleností této čočky ve vzduchu je

- a) stejná;
- b) větší;
- c) menší;
- d) záporná (čočka ponořená do vody se bude chovat jako rozptylka).

TO 4.2.- 20. Určitou konkrétní vadu optického zobrazování

- a) nelze odstranit;
- b) lze odstranit;
- c) lze zmenšit;
- d) lze zmenšit pouze na úkor jiných vad.

4.2.4. Základní optické přístroje



1. Popsat složení a funkci lidského oka jako nástroje vidění.
2. Umět vysvětlit podstatu vad dalekozrakého a krátkozrakého oka a jejich korekce brýlemi.
3. Nakreslit optické zobrazení lupou pomocí význačných paprsků.

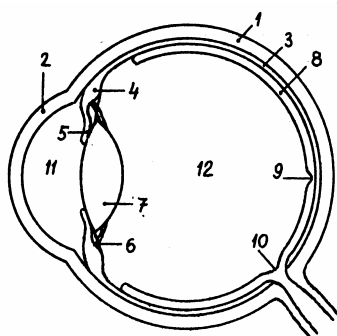
4. Odvodit zvětšení lupou.
5. Nakreslit optické zobrazení mikroskopem pomocí význačných paprsků.
6. Odvodit zvětšení mikroskopem.
7. Nakreslit optické zobrazení dalekohledem pomocí význačných paprsků.
8. Odvodit zvětšení dalekohledem.



Složení a funkci **lidského oka** můžeme popsat jako složení a funkci samostatné **optické soustavy**. Kromě toho je oko součástí jiných optických soustav. Okulár většiny optických přístrojů totiž funguje jako lupa. Přestože je výsledný obraz při zobrazení lupou neskutečný (zdánlivý), oko jej jako nedílná, **organická součást optického přístroje** umožňuje kvalitně a subjektivně vnímat (zachytit jej na stínítko samozřejmě nelze, ale na sítnici oka ano).

Lidské oko můžeme nasimulovat v optické laboratoři jako umělou spojnou optickou soustavu (o mohutnosti asi 60D, oční čočka má jako spojka přibližně 19D, rohovka s komorovou vodou jako plankonvexní čočka dosahuje mohutnosti až 43D).

Podle zákonů optického zobrazování vznikne na sítnici oka obraz vnějšího světa podobně, jako se vytvoří např. objektivem fotoaparátu ve fotocitlivé vrstvě, a to obraz skutečný, převrácený a zmenšený. Přesto ho však okem vnímáme jako vzpřímený. Oko je totiž pouze **nástroj vidění**, člověk ve skutečnosti vidí (zobrazuje) **mozkem**. V mozku je kromě mnoha jiných funkcí i tzv. převracecí soustava, takže člověk ve skutečnosti vidí obraz přímý.



Oko má přibližně tvar koule o průměru 23-26mm (obr. 4.2.-31.), ve směru optické osy je mírně zploštělé a je uloženo v oční dutině v lebce. Prostorově jím můžeme otáčet třemi páry svalů. Oko je obaleno několika blánami.

Vnější blána zadní části oka **bělma** (1) přechází v přední části oka v **rohovku** (2). Další obal se jmenuje **živnatka** (3), která se skládá ze tří částí (z cévnatky, řasnatého tělesa a duhovky).

Obr. 4.2.- 32.

Zadní část **cévnatka** vystýlá vnitřek bělimy, je černě pigmentována za účelem zamezení reflexů v oku a slouží svými četnými cévami k výživě oka. Střední část živnatky je zesílena v **řasnaté těleso** (4), na němž je paprskovitým závěsem (6) zavěšena **oční čočka** (7). Čočka má průměr 10mm a střední tloušťku asi 3,6mm. Čočka je relativně pružné, nehomogenní těleso. Její index lomu není konstantní (pohybuje se asi v rozmezí hodnot 1,4 až 1,2), přičemž změna nastává vrstevnatě tak, že se směrem od jádra k povrchu zmenšuje. Důvodem tohoto složení je, že při přizpůsobení se tvaru čočky vzdálenosti předmětu zůstává poloha uzlových bodů a tím i velikost obrazu nezměněna. Vnější část živnatky je **duhovka** (5), dobře viditelná za rohovkou a v souvislosti s mírou pigmentace v duhovce bývá zbarvena od světle modré až po temně hnědou. Uvnitř duhovky je kruhový otvor fungující jako řiditelná aperturní clona, tzv. **zornice (pupila)**, která reguluje množství světla vstupujícího do oka.

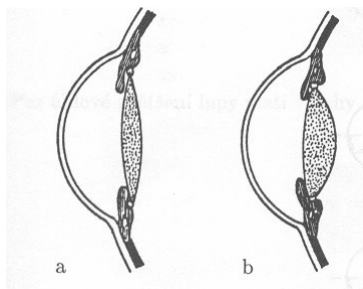
Vnitřní blánu oka **sítnici** (8) můžeme sice zjednodušeně přirovnat k matnici (stínítku), ale současně musíme zdůraznit, že sítnice má po optické (zobrazovací) stránce navíc důležitou úlohu převádět světelné vjemy na nervová podráždění a odvádět je očním nervem do mozku. Je průhledná, asi 0,3mm silná a není přirostlá k cévnatce. Je pouze upevněna na dvou místech, u řasnatého tělesa, kde končí, a ve slepé skvrně, kde nerv vstupuje do oka.

Prostor mezi rohovkou, duhovkou a čočkou se nazývá **přední komora oka** (11) a je vyplněn **očním mokem** (komorovou vodou) o indexu lomu asi 1,336. Komorová voda je dokonale průhledná, neustále se obnovuje a nemůže se rozkládat. **Zadní komora oka** (12) je vyplněna průhledným rosolovitým **sklivcem** s indexem lomu téměř stejným jako u komorové vody.

Sítnice se skládá z deseti vrstev rozdělených do tří skupin. Světlo prošlé sklivcem a všemi vrstvami sítnice dopadá až na světlo-citlivé buňky: **tyčinky a čípky**. Tyčinky (v počtu asi 130mil buněk) jsou orgány citlivé na intenzitu světla, slouží k vidění za šera, kdy barvy nevnímáme. Čípky (v počtu asi 7mil buněk) vykazují schopnost rozeznávat barvy, a to při vidění za silného světla. Citlivost sítnice je velmi vysoká, asi 10^4 krát větší než citlivost fotografické emulze, není však rovnoměrně rozprostřena. Největší citlivost je v okolí průsečíku optické osy oka, kde leží tzv. **žlutá skvrna** (9) s největší hustotou výskytu čípků a bez výskytu tyčinek. V lokalitách za žlutou skvrnou přibývá v sítnici tyčinek a ubývá čípků tak, že v okrajové části sítnice existují jen tyčinky. Poruchy čípků a žluté skvrny bývají komplikovanější než-li pouhá barvoslepost, poruchy tyčinek a okrajové části sítnice znamenají přinejmenším šeroslepost. Tyčinky obsahují barevnou látku, zvanou oční purpur. Tato látka je velmi citlivá na světlo, světlem se rozkládá a je stále doplňována prostřednictvím cévnatky. Přízpůsobení se oka ze světla na tmu souvisí s časem nutným k doplnění očního purpuru a nazývá se **adaptace oka**. Fyzikální děje v sítnici mají elektromagnetický charakter (při dopadu světla vznikají v buňkách elektrické proudy), periferie oka a tyčinky jsou zacíleny na vnímání pohybu, střed oka a čípky umožňují vidění barevné a tvarové (prostorové). Vidění je tedy přímo závislé na existenci a funkci tyčinek a čípků! Ve **slepé skvrně** (10) tyto buňky chybí.

Optická soustava oka zobrazí na sítnici bod jako malý kroužek. Dva body rozeznáváme od sebe jen tehdy, je-li mezi jejich obrazy alespoň jeden čípek., resp. svírají-li dva body s okem úhel $60''$ (jestliže oba body oko vidí pod zorným úhlem větším nebo rovným $1'$, přičemž tzv. zorný úhel τ je právě ten úhel, který svírají okrajové paprsky předmětu procházející středem oční čočky). Tato hodnota se nazývá **rozlišovací mez oka**.

Jestliže u oka padne obrazové ohnisko do místa žluté skvrny, říkáme, že je **oko normální**, tj. emetropické. Takové oko vidí na dálku zřetelně, neboť předmět prakticky v nekonečnu se zobrazí v ohniskové rovině (tj. v místě žluté skvrny).

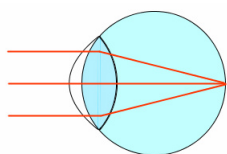


Obr. 4.2.- 33.

Při pozorování bližších předmětů se vytvoří sice obraz za okem, ale oko automaticky zakřivuje oční čočku, až se zase obraz dostane přímo na sítnici. Této schopnosti oka, nastavit oko ostře na blízké předměty říkáme **akomodace** (obr. 4.2.- 33.).

Bod, který oko vidí dobře bez akomodace, se nazývá **daleký bod oka**. U normálního oka je takový bod prakticky v nekonečnu (vidíme hvězdy). Bod, který vidí oko při největší akomodaci, se nazývá **blízký bod oka**. Tento bod můžeme určit tak, že budeme např. hrot tužky pomalu přibližovat k oku. V okamžiku, kdy se nám začne hrot jevit rozostřeně, můžeme určit tzv. zrakovou vzdálenost. Tato vzdálenost je u dětí 8cm -10cm, u dospělých statisticky nejčastěji 24cm -25cm (tzv.konvenční zraková vzdálenost) a po 45. roce se mírně zvyšuje.

Důležitou vlastností oka je také jeho **setrvačnost**. Krátce trvající zrakový vjem si oko zachovává při běžném osvětlení předmětu asi 0,1s. To např. umožňuje vnímat posloupnost rychle se střídajících obrazů jako plynulý děj (v kinematografii).

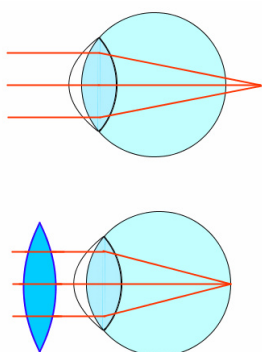


Při správném vidění lidským okem dopadá obraz přímo na sítnici (obr. 4.2.- 34.).

Obr. 4.2.- 34.

Oko může mít všechny optické **vady**, ale většinou se projevují v takové míře, že normálnímu vidění nevadí. Nejčastěji vznikají vady v důsledku nepravidelnosti stavby oka. Tyto vady se korigují **brýlemi** volenými tak, aby obrazové ohnisko čoček splynulo s dalekým bodem oka.

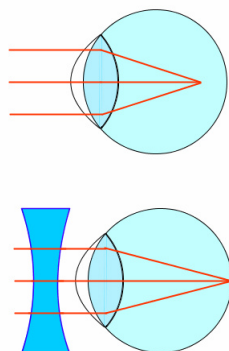
Je-li oční čočka trvale příliš zploštělá, anebo má oko zploštělou zadní komoru, padne obraz nekonečně vzdáleného předmětu za sítnici, obrazové ohnisko je za okem. Daleký bod leží za okem. Oko vidí zřetelně jen předměty vzdálené, proto se nazývá **dalekozraké oko**.



U oka dalekozrakého se provádí **korekce** brýlemi se **spojnou čočkou**, tedy brýlemi s kladnými dioptriemi (obr. 4.2.- 35.). Aby takové oko vidělo ostře na dálku, musí akomodovat. Dalekozraké oko tedy akomoduje jak na blízko, tak i na dálku.

Obr. 4.2.- 35.

Je-li oční čočka trvale příliš vypuklá, anebo má oko protáhlejší zadní komoru, padne obraz nekonečně vzdáleného předmětu před sítnici a daleký bod takového oka leží v konečné vzdálenosti před okem. Předměty ležící za touto vzdáleností oko zřetelně nevidí. Oko vidí zřetelně jen předměty blízké, proto se nazývá **krátkozraké oko**.



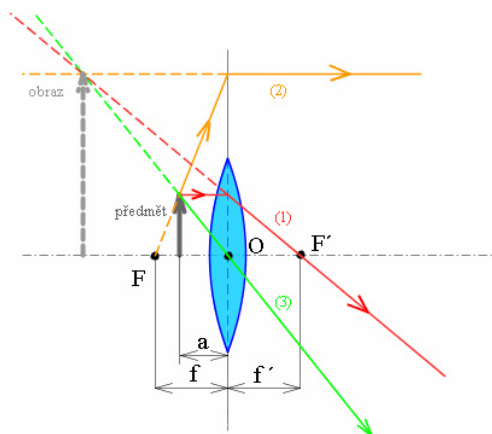
U oka krátkozrakého se provádí **korekce** vady brýlemi s **rozptylnou čočkou**, tedy brýlemi se zápornými dioptriemi (obr. 4.2.- 36.).

Obr. 4.2.- 36.

Lupa je spojná čočka. V okulárech optických přístrojů bývá buď přímo lupa, anebo soustava čoček, které fungují jako lupa, navíc korigují barevnou vadu a tak zajišťují vyšší hodnotu zvětšení obrazu.

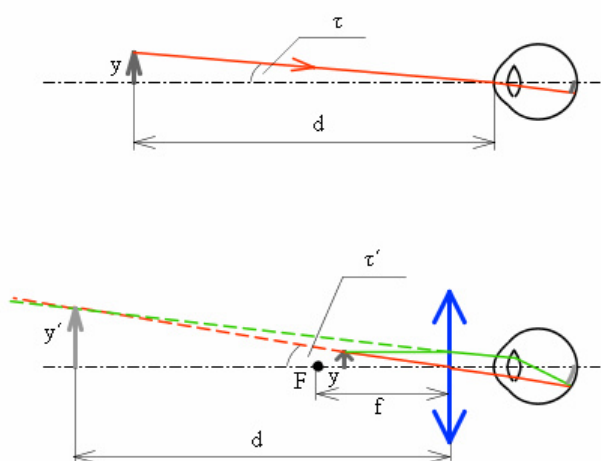
Ohnisková vzdálenost f lupy je menší než konvenční zraková vzdálenost (l statisticky 24cm až 25cm). Lupu zaostřujeme tak, že ji klademe těsně před oko a předmět klademe přibližně do ohniska, tj. ohnisku co nejbližší: $a < f$; $a \approx f$.

Lupa je určena k pozorování malých, blízkých předmětů, přičemž vytváří obraz zdánlivý (nezachytitelný stínítkem, okem však dobře viditelný), zvětšený a přímý.



Optické zobrazení lupou provádíme pomocí význačných paprsků (obr. 4.2.- 37.)

Obr. 4.2.- 37.



Úhlové zvětšení obrazu vytvořeného lupou γ dostaneme (obr. 4.2.- 38.) porovnáním zorného úhlu τ' obrazu vytvořeného lupou a zorného úhlu předmětu τ umístěného do blízkého bodu pozorovatele (předmět y je umístěn ve vzdálenosti d od oka).

Obr. 4.2.- 38.

Úhlové zvětšení můžeme odvodit (obr. 4.2.- 38.) přibližně jako poměr konvenční zrakové vzdálenosti l a ohniskové vzdálenosti lupy f

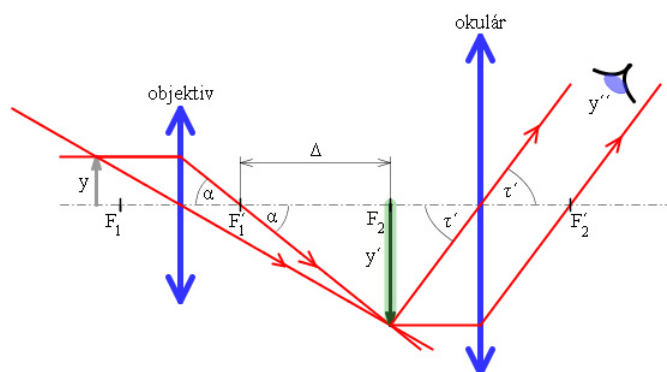
$$\gamma = \frac{\text{tg } \tau'}{\text{tg } \tau} \approx \frac{\tau'}{\tau} \Rightarrow \gamma = \frac{\text{tg } \tau'}{\text{tg } \tau} = \frac{\frac{y'}{b}}{\frac{y}{l}} = \frac{a}{y} \Rightarrow \gamma = \frac{l}{a} \approx \frac{l}{f} = \frac{0,25}{f} \quad 4.2.- 26.$$

Úhlové zvětšení obrazu lupou bývá u jednoduché lupy až **6-ti násobné**, zvětšení centrovanou soustavou čoček až **30-ti násobné**.

Mikroskop je optický přístroj určený ke zvětšování blízkých předmětů mikrosvěta (o velikostech řádově v setinách až tisícinách mm). Skládá se z objektivu a okuláru, jejichž optické osy splývají. Jde v podstatě o **kombinaci spojných čoček**. Zaostřování se děje především změnou velikosti optického intervalu Δ , která ovlivňuje délku tubusu (těla mikroskopu).

Objektivem (umístěném při pozorovaném předmětu) je spojná čočka s malou ohniskovou vzdáleností f_{obj} . Pozorovaný předmět je při zaostřování kladen těsně před ohnisko objektivu a je zobrazen jako skutečný, převrácený a významně zvětšený meziobraz. Zvětšení objektivu Z_{obj} (příčné) bývá asi 40-ti násobné.

Okulár (umístěný při oku) je rovněž spojná čočka (lupa), ale s větší ohniskovou vzdáleností f_{ok} . Nastavuje se tak, aby obraz vytvořený objektivem padl do jeho předmětového ohniska (předmětové ohniskové roviny). Výsledný obraz je pak vzpřímený, řádově zvětšený a zdánlivý. Oko vidí tento obraz pod zorným úhlem τ' , mikroskop tedy funkčně zajišťuje zvětšení zorného úhlu při pozorovaném předmětu. Oko zdánlivý obraz vidí, přestože by byl na stínítku nezachytitelný. Zvětšení okuláru γ_{ok} (úhlové) bývá asi 20-ti násobné.



Obr. 4.2.- 39.

Odvození zvětšení obrazu mikroskopem provádíme pomocí zobrazení význačnými paprsky a pomocí goniometrických vztahů (obr. 4.2.- 39.).

$$a \approx f_1 \wedge \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{f_1} \wedge \operatorname{tg} \alpha = \frac{y'}{\Delta} \Rightarrow y' = \frac{\Delta y}{f_1}$$

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{y}{l} \wedge \operatorname{tg} \tau' = \frac{y'}{f_2} = \frac{\Delta y}{f_1 f_2} \Rightarrow$$

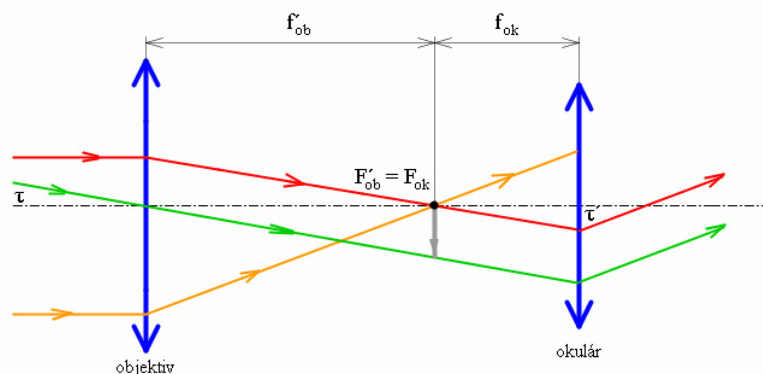
$$Z = \frac{\operatorname{tg} \tau'}{\operatorname{tg} \tau} \approx \frac{\tau'}{\tau} = \frac{\Delta}{f_1} \cdot \frac{l}{f_2} = Z_{ob} \gamma_{ok}$$

4.2.- 27.

Celkové zvětšení mikroskopem je asi **800–2000 násobné** a je součinem obou dílčích zvětšení: příčného zvětšení objektivu Z_{obj} a úhlového zvětšení γ_{ok} okuláru.

Zobrazení optickým mikroskopem se realizuje světlem, tzn. elektromagnetickými paprsky. Řádově vyššího zvětšení se dosahuje nejčastěji **elektronovým mikroskopem** (řádově až **100 000 násobného**), a to při zobrazení svazky elektronů.

Dalekohled je optický přístroj určený ke zvětšování nikoliv velmi malých, ale velmi vzdálených předmětů. Skládá se z objektivu a okuláru, jejichž optické osy splývají, splývá přibližně i obrazové ohnisko objektivu a předmětové ohnisko okuláru $F_{obj} = F_{ok}'$ (obr. 4.2.- 40.), resp. obrazová ohnisková rovina objektivu splývá s předmětovou ohniskovou rovinou okuláru.

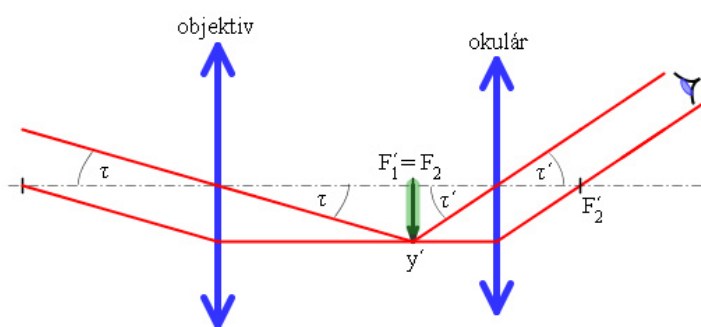


Obr. 4.2.- 40.

Objektiv (při pozorovaném předmětu) má velkou ohniskovou vzdálenost f_{ob} a **okulár** (při oku) má ohniskovou vzdálenost f_{ok} relativně mnohem menší. Dalekohled (na rozdíl od mikroskopu) nemá optický interval ($\Delta \cong 0$).

Na obr. 4.2.- 40. vidíme zobrazení nejznámějším hvězdářským dalekohledem pomocí význačných paprsků. Při velké předmětové vzdálenosti jsou paprsky vstupující do objektivu téměř rovnoběžné; paprsky vystupující z okuláru jsou rovněž přibližně rovnoběžné (afokální soustava má $f \cong \infty$). Protože paprsky vycházející z dalekohledu do oka pozorovatele jsou jen mírně sbíhavé, zobrazují tak předmět y'' jako výsledný obraz y'' značně zvětšený.

Keplerův (hvězdářský) dalekohled je zjednodušeně uvažováno kombinací **dvou spojných čoček**. Meziobraz vytvořený objektivem je převrácený, zmenšený a skutečný, výsledný obraz jako obraz meziobrazu a vytvořený okulárem je zmenšený (ve srovnání s předmětem, zvětšený ve srovnání s meziobrazem), neskutečný (ale okem viditelný, okulár funguje jako lupa), převrácený. Používá se při geodetických a astronomických měřeních (v kombinaci i se zrcadly). Pro pozemská měření se obraz upravuje na přímý pomocí spojek, anebo pomocí soustavy odrazných hranolů (**triedr**).



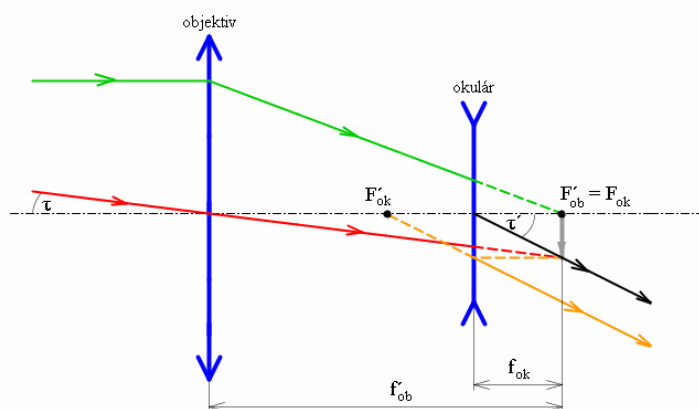
Obr. 4.2.- 41.

Odvození **úhlového zvětšení** γ hvězdářského dalekohledu (obr. 4.2.- 41.) je stejné jako odvození zvětšení jiných typů dalekohledů.

$$tg \tau = \frac{y'}{f_1} \wedge tg \tau' = \frac{y'}{f_2} \Rightarrow \gamma = \frac{\tau'}{\tau} = \frac{tg \tau'}{tg \tau} = \frac{f_1}{f_2}; f_1 \gg f_2 \quad 4.2.- 28.$$

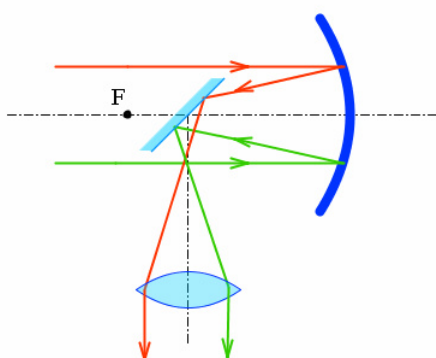
Galileův (pozemský, holandský) dalekohled je zjednodušeně uvažováno kombinací **spojné čočky a rozptylné čočky** (obr. 4.2.- 42.). Meziobraz vytvořený spojnou čočkou jako

objektivem je převrácený, zmenšený a skutečný, výsledný obraz jako obraz meziobrazu a vytvořený rozptylnou čočkou jako okulárem je zmenšený (zmenšený ve srovnání s předmětem, zvětšený ve srovnání s meziobrazem), neskutečný (oko jej vidí), ale přímý (např. divadelní kukátko).



Obr. 4.2.- 42.

Úhlové zvětšení dalekohledů zaostřených na nekonečno je vždy podílem ohniskových vzdáleností, ale je omezeno intenzitou světla (klesající se čtvercem vzdálenosti) při prosvětlení přístroje. Nelze tedy prakticky realizovat teoretickou „logickou“ představu, že maximální zvětšení dalekohledu zajistíme kombinací objektivu o obrovské ohniskové vzdálenosti a okuláru o malé ohniskové vzdálenosti. Celkové zvětšení dalekohledů bývá **řádově desetinásobné**.



Zrcadlový dalekohled je zjednodušeně uvažováno kombinací **zrcadel a čoček**, nejčastěji kombinací sférického a rovinného zrcadla (obr. 4.2.- 43.). Rovinné zrcadlo plní funkci objektivu a spojná čočka je okulárem. Zobrazení zrcadly je nejkvalitnější, protože jsou minimalizovány barevné vady, ale je také nejdražší (komerční výroba čoček je totiž relativně lacinější, než-li výroba zrcadel).

Obr. 4.2.- 43.

Optická osa přístroje je nestandardně lomená do pravého úhlu. Touto úpravou lze docílit zkrácení délky přístroje (prosvětlení těla přístroje je náročné, intenzita světla klesá se čtvercem vzdálenosti). Tento typ dalekohledu se nejčastěji využívá k astronomickým pozorováním.



KO4.2.- 32. Srovnajte složení oka se složením umělé optické soustavy.

KO4.2.- 33. Vysvětlete význam dalekého a blízkého bodu pro krátkozraké a dalekozraké oko.

KO4.2.-34. Vyslovte fyzikální podmínky pro zaostření lupou a odvoďte úhlové zvětšení obrazu lupou.

KO4.2.-35. Odlište princip zobrazení optickým a elektronovým mikroskopem.

KO4.2.-36. Vyslovte fyzikální podmínky pro zaostření mikroskopem a odvoďte celkové zvětšení obrazu mikroskopem.

KO4.2.-37. Vyslovte fyzikální podmínky pro zaostření dalekohledem a odvoďte úhlové zvětšení obrazu dalekohledem.

KO4.2.-38. Srovnejte složení dalekohledu Keplerova (hvězdářského), Galileova (pozemského) a dalekohledu zrcadlového.



U 4.2.-13. Lidské oko snadno rozezná dva body, které mají zorný úhel $2'$. Jakou nejmenší vzdálenost dvě obdélníkové osvětlené plošky, abychom je rozeznali na vzdálenost 20m?



U 4.2.-14. Dalekozraké oko má blízky bod ve vzdálenosti 80cm. Jaké brýle předepíše lékař? Krátkozraké oko má vzdálený bod ve vzdálenosti 40cm. Jaké brýle jsou vhodné?



Jaké zvětšení dává lupa o ohniskové vzdálenosti 25mm pro oko

- normální o zrakové vzdálenosti 250mm;
- krátkozraké o zrakové vzdálenosti 100mm;
- dalekozraké o zrakové vzdálenosti 500mm;
- kam musíme umístit předmět, aby zdánlivý obraz vznikl v blízkém bodě?

Napíšeme zkrácené zadání úlohy a schéma zobrazení vidění okem bez lupy a s lupou, a to pro $d = l$; $d = b$; kde vzdálenost d je konvenční zrakovou vzdáleností v 1.případě a konkrétní obrazovou vzdáleností ve 2. případě

$$f = 0,025\text{m}; l_N = 0,250\text{m}; l_K = 0,100\text{m}; l_D = 0,500\text{m}$$

$$\gamma_N = ?; \gamma_K = ?; \gamma_D = ?; a = ?$$

viz obr. 4.2- 37.; 4.2.- 38.

Definujeme úhlové zvětšení lupy γ pomocí zorných úhlů τ , pod kterým vidíme obraz okem přímo a τ' , pod kterým vidíme obraz okem vyzbrojeným lupou

$$\gamma = \frac{\tau'}{\tau} \cong \frac{\text{tg } \tau'}{\text{tg } \tau}$$

Protože je zorný úhel τ' pro vidění bez lupy relativně velmi malý, lze ho vyjádřit přibližně pomocí funkce tangens

$$\tau' \cong \text{tg } \tau' = \frac{y'}{b} = \frac{y}{a}$$

a analogicky zorný úhel τ pro vidění s lupou vyjádříme

$$\tau \cong \text{tg } \tau = \frac{y}{l} .$$

Dále k řešení úlohy potřebujeme použít Gaussovu zobrazovací rovnici spojné čočky, kde b je konvenční zraková vzdálenost (případně jiná nestandardní zraková vzdálenost)

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f} .$$

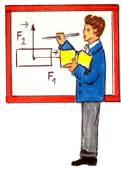
Do obecného výsledku se promítne skutečnost, že maximální zvětšení pro lupu nastává v případě $a = f$

$$\text{a) } \gamma_N = \frac{l_N}{a} \cong \frac{l_N}{f} \Rightarrow \gamma_N = 10\text{krát}$$

$$\text{b) } \gamma_K = \frac{l_K}{a} \cong \frac{l_K}{f} \Rightarrow \gamma_K = 4\text{krát}$$

$$\text{c) } \gamma_D = \frac{l_D}{a} \cong \frac{l_D}{f} \Rightarrow \gamma_D = 20\text{krát}$$

$$\text{d) } a = \frac{f b}{b + f} \Rightarrow a = 0,023\text{m}$$



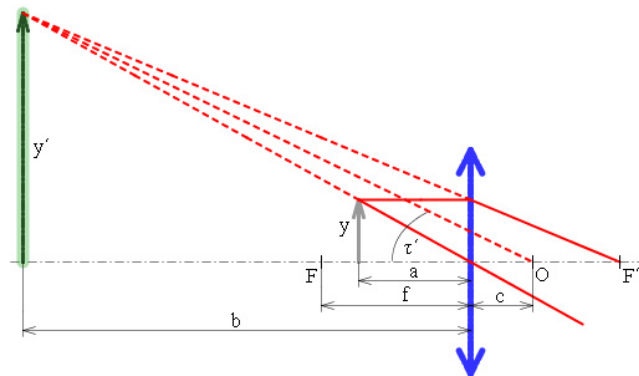
S lupou ve vzdálenosti 1cm od oka pozorujeme předmět. Vypočítejte ohniskovou vzdálenost lupy s 10-ti násobným úhlovým zvětšením, jestliže se obraz vytvoří ve vzdálenosti 40cm od lupy.

Napíšeme zkrácené zadání úlohy

$c = 0,01 \text{ m}$; $\gamma = 10$; $b = 0,4 \text{ m}$; $l = 0,25 \text{ m}$ (konvenční zraková vzdálenost)

$f = ?$

a nakreslíme schéma zobrazení lupou pro případ, že je oko v nezanedbatelné vzdálenosti c od lupy (obr. 4.2.- 44.)



obr. 4.2.- 44.

Nejdříve vyjádříme definiční vztah pro úhlové zvětšení lupy

$$\gamma = \frac{u'}{u} \cong \frac{tgu'}{tgu} ,$$

dále úhel, pod kterým pozorujeme obraz lupou

$$u' \cong tgu' = \frac{y'}{b + c}$$

a úhel, pod kterým pozorujeme předmět okem

$$u \cong tgu = \frac{y}{l} .$$

Příčné zvětšení obrazu definujeme jako poměr velikosti obrazu y' a velikosti předmětu y , současně jako poměr obrazové a předmětové vzdálenosti, a to pomocí goniometrie pravoúhlého trojúhelníka

$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

V kombinaci s Gaussovou zobrazovací rovnicí spojné čočky

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

odvodíme obecný výsledek a po dosazení vyjádříme i výsledek numerický

$$f = -\frac{bl}{\gamma(b+c)-l} \Rightarrow f = 0,026\text{m}.$$



U 4.2.- 15. Dvě spojky o ohniskových vzdálenostech 3cm a 2cm tvoří centrovanou optickou soustavu a jejich středy jsou od sebe vzdálené 10cm. Předmět vysoký 1cm je na optické ose ve vzdálenosti 5cm před 1. čočkou. Určete graficky i výpočtem příčné zvětšení!



Určete zvětšení mikroskopu, který má optický interval 250mm, přičemž předmětová ohnisková vzdálenost objektivu a okuláru jsou -2 mm a -20 mm.

Napišeme zkrácené zadání úlohy

$$\Delta = 0,25\text{m} ; f_1 = 0,002\text{m} ; f_2 = 0,02\text{m} ; l = 0,25\text{m} \text{ (konvenční zraková vzdálenost)}$$

$$\gamma = ?$$

a nakreslíme schéma chodu paprsku mikroskopem (obr. 4.2.- 39.)

viz obr. 4.2.- 40.

Nejdříve vyjádříme úhlové zvětšení obrazu γ

$$\gamma = \frac{\tau'}{\tau} \cong \frac{\text{tg}\tau'}{\text{tg}\tau}.$$

Relativně malý úhel τ' , pod kterým pozorujeme meziobraz okulárem vyjádříme přibližně pomocí funkce tangens

$$\tau' \cong \text{tg}\tau' = \frac{y'}{f_2},$$

obdobně zorný úhel τ , pod kterým pozorujeme předmět okem

$$\tau \cong \text{tg}\tau = \frac{y}{l}.$$

Pomocí goniometrie pravoúhlého trojúhelníka a komparace vztahů odvodíme velikost meziobrazu y'

$$\text{tg}\alpha = \frac{y}{f_1} \wedge \text{tg}\alpha = \frac{y'}{\Delta} \Rightarrow y' = \frac{y \Delta}{f_1}$$

a dosadíme jej do obecného výsledku pro úhlové zvětšení obrazu

$$\gamma = \frac{\Delta}{f_1} \frac{l}{f_2} .$$

Tento výsledek lze nejobecněji předložit jako součin γ_1 příčného zvětšení objektivu a γ_2 úhlového zvětšení okuláru

$$\gamma = \gamma_1 \gamma_2 .$$

Po dosazení numerických hodnot lze určit zvětšení mikroskopu i numericky

$$\gamma = 1563 .$$



U 4.2.-16. Určete zvětšení mikroskopu, který má optický interval 0,16m, ohniskové vzdálenosti objektivu 2mm a okuláru 20mm.



Jaké musí být napětí urychlujícího elektrického pole v elektronovém mikroskopu, aby vlnová délka příslušná elektronům měla hodnotu $5 \cdot 10^{-11} \text{m}$?

Provedeme zkrácený zápis zadání úlohy

$$\lambda = 5 \cdot 10^{-11} \text{m} ; h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{J}\cdot\text{s} ; e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} ; m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$$

$$U = ?$$

Urychlující elektrické pole mikroskopu má energii

$$E = eU .$$

Díky této energii získají elektrony kinetickou energii

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2 .$$

Rychlost elektronů můžeme určit z de Broglieho vlny

$$\lambda = \frac{h}{m v} \Rightarrow v = \frac{h}{m \lambda} .$$

Komparací předcházejících vztahů pro energii získáme výsledek obecný a po dosazení hodnot ze zadání úlohy i výsledek numerický

$$U = \frac{h^2}{2 e m \lambda^2} \Rightarrow U = 603 \text{V}$$



Kolikrát zvětšuje dalekohled, tvořený jednoduchou čočkou, který vytvoří obraz předmětu vysokého 1,81m a vzdáleného 350m o velikosti 0,015m?

Z verbálního zadání úlohy vyjádříme zadání matematizované, tzv. zkrácené

$$y = 1,81 \text{m} ; y' = 0,015 \text{m} ; x = 350 \text{m} ; l = 0,25 \text{m} \text{ (konvenční zřaková vzdálenost)}$$

$$\gamma = ?$$

a nakreslíme schéma chodu význačných paprsků při zobrazení hvězdářským dalekohledem Keplerovým (obr. 4.2.- 41.)

viz obr. 4.2.- 41.

Pro úhlové zvětšení obrazu dalekohledem

$$\gamma = \frac{\tau'}{\tau} \cong \frac{\operatorname{tg} \tau'}{\operatorname{tg} \tau}$$

potřebujeme definovat úhel τ' , pod kterým pozorujeme mezi-obraz okulárem

$$\tau' \cong \operatorname{tg} \tau' = \frac{y'}{l}$$

a úhel τ , pod kterým pozorujeme předmět okem

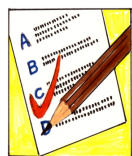
$$\tau \cong \operatorname{tg} \tau = \frac{y}{x}$$

Dosažením odvodíme výsledek pro zvětšení dalekohledu obecně i numericky

$$\gamma = \frac{y' x}{y l} \Rightarrow \gamma = 11,6.$$



U 4.2. – 17. V jaké vzdálenosti x je tovární komín vysoký $y = 50\text{m}$, jestliže se v dalekohledu o ohniskové vzdálenosti objektivu $f_1 = 200\text{cm}$ a ohniskové vzdálenosti okuláru $f_2 = 10\text{cm}$ jeví vysoký $y' = 5\text{cm}$?



TO 4.2.- 21. Ohnisková vzdálenost lupy bývá

- libovolná, a to podle požadavků na hodnotu úhlového zvětšení;
- menší než předmětová vzdálenost;
- menší než konvenční zřaková vzdálenost;
- libovolná, a to podle požadavků na hodnotu příčného zvětšení.

TO 4.2.- 22. Objektiv a okulár mikroskopu je v podstatě kombinací

- spojných čoček;
- spojné a rozptylné čočky;
- rozptylných čoček;
- rozptylné a spojné čočky.

TO 4.2.- 23. Zvětšení mikroskopu je dáno jako

- součin příčného zvětšení objektivu a úhlového zvětšení okuláru;
- součin úhlového zvětšení objektivu a příčného zvětšení okuláru;
- součin úhlových zvětšení objektivu a okuláru;
- součin příčných zvětšení objektivu a okuláru.

TO 4.2.- 24. Optický interval dalekohledu je

- a) určen jako rozdíl mezi ohniskovými vzdálenostmi okuláru a objektivu;
- b) přibližně nulový;
- c) určen jako vzdálenost mezi ohniskem obrazovým a předmětovým objektivu a okuláru;
- d) dán délkou tubusu.

TO 4.2.- 25. Úhlové zvětšení dalekohledu je dáno jako

- a) poměr ohniskové vzdálenosti okuláru a ohniskové vzdálenosti objektivu;
- b) součin ohniskových vzdáleností objektivu a okuláru;
- c) součet ohniskových vzdáleností objektivu a okuláru;
- d) poměr ohniskové vzdálenosti objektivu a ohniskové vzdálenosti okuláru.

4.2.5. Fotometrie



1. Charakterizovat fotometrii jako optickou disciplínu.
2. Znat cíle praktické fotometrie.
3. Vyjmenovat základní fotometrické veličiny a jejich jednotky měření.
4. Formulovat matematicky základní fotometrické veličiny.



Fotometrie je část optiky, která popisuje především zdroje a osvětlení ploch z hlediska **vnímání lidským okem**. Zdrojem záření označujeme bodový všesměrový zdroj určitého elektromagnetického záření, nejčastěji pouze světla.

Ve fotometrii jsou definovány specifické fotometrické veličiny fyzikální povahy a odvozené veličiny geometrické povahy.

Praktická fotometrie se v podstatě zaměřuje na dva cíle: na posuzování fotometrických parametrů různých zdrojů světla a na zjišťování osvětlení ploch.

Prostorový úhel $\Delta\Omega$ je určen plochou ΔS kolmo osvětlovanou zdrojem, a to ze vzdálenosti r . Jednotkou prostorového úhlu je **steradián** [sr]:

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta S}{r^2}. \quad 4.2.- 29.$$

Celkovou energii přenášenou elektromagnetickým zářením nazýváme **zářivá energie** E_e .

Zářivý tok Φ_e je výkon elektromagnetického záření, tj. energie ΔE_e procházející danou plochou za určitý čas Δt , jednotkou je **watt** [W]

$$\Phi_e = \frac{\Delta E_e}{\Delta t}. \quad 4.2.- 30.$$

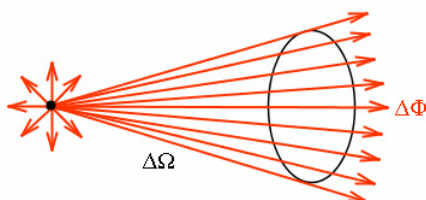
Z celkové zářivé energie vysílané zdrojem se pro vnímání lidským okem uplatňuje pouze světelná energie E přenášená světlem jako viditelnou částí elektromagnetického záření.

Z hlediska vnímání lidským okem zavádíme fotometrickou veličinu **světelný tok** Φ jako výkon světelného záření (světelnou energii ΔE , která projde danou plochou v okolí zdroje za určitý čas Δt), její jednotkou měření je **lumen** [lm]:

$$\Phi = \frac{\Delta E}{\Delta t}. \quad 4.2.- 31.$$

Zářivost zdroje I_e v daném směru je podíl té části zářivého toku $\Delta\Phi_e$, která vychází ze zdroje v daném směru do malého prostorového úhlu $\Delta\Omega$, a velikosti tohoto prostorového úhlu:

$$I_e = \frac{\Delta\Phi_e}{\Delta\Omega}. \quad 4.2.-32.$$



Svítivost zdroje I (obr. 4.2.- 45.) je definována světelným tokem $\Delta\Phi$, který vyzařuje zdroj do prostorového úhlu $\Delta\Omega$, jednotkou je **kandela** [cd] (základní jednotka soustavy SI)

$$I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega}. \quad 4.2.- 33.$$

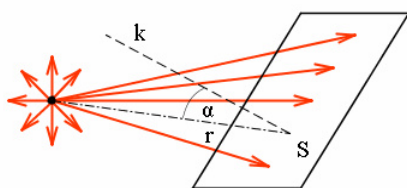
Obr. 4.2.- 45.

$$I_\varphi = I_n \cos \varphi \quad 4.2.- 34.$$

Lambertův zákon vyjadřuje, že svítivost izotropního rovinného plošného zdroje v každém jeho bodě klesá s kosinem odklonu od kolmice k ploše zdroje. Zářiče, které září podle Lambertova zákona, se nazývají **kosinové zářiče**. Z primárních (vlastních) světelných zdrojů se tímto zákonem neřídí žhavé plyny a sekundární zdroje (nevlastní zdroje, které září odraženým světlem).

Účinnost zdroje K je definována jako podíl celkového vyzářeného světelného toku zdrojem a P příkonu tohoto zdroje v [%]

$$K = \frac{\Delta\Phi}{P}. \quad 4.2.- 35.$$



Intenzita ozařování plochy E_{e0} je definována jako podíl zářivého toku $\Delta\Phi_e$ dopadajícího na plochu ozařovaného tělesa a obsahu této plochy ΔS ; **osvětlení plochy** E_0 je definováno jako podíl světelného toku $\Delta\Phi$ na plochu ΔS osvětleného tělesa a obsahu této plochy ΔS , jednotkou měření je **lux** [lx] (obr. 4.2.- 46.)

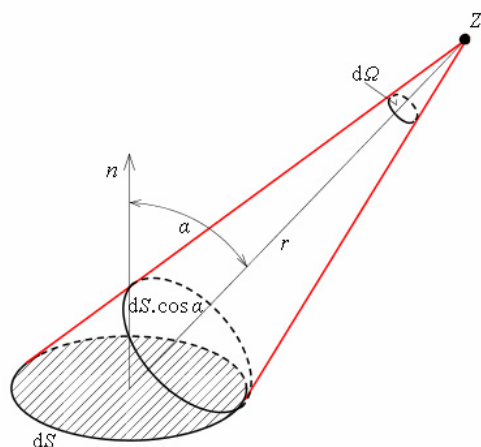
Obr. 4.2.- 46.

$$E_{e0} = \frac{\Delta\Phi_e}{\Delta S} \wedge E_0 = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S} \quad 4.2.-36.$$

Kolmé osvětlení plochy E je přímo úměrné svítivosti zdroje I v tomto směru a nepřímo úměrné čtverci vzdálenosti r zdroje od plochy, přičemž **kosé osvětlení plochy** E závisí rovněž na úhlu α , pod kterým paprsky dopadají na osvětlovanou plochu (obr. 4.2.- 47.).

$$E = \frac{I}{r^2} \wedge E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha.$$

4.2.- 37.



Osvětlení plochy bodovým zdrojem klesá (podle funkce kosinus) s odklonem směru světla od kolmice k ploše a se čtvercem vzdálenosti od zdroje. To je důležitý závěr pro mnohé fotometrické metody a je důsledkem **Lambertova zákona** (ad vztah 4.2.- 34.).

Obr. 4.2.- 47.

V technické praxi existují tabulky norem osvětlení. Přímé sluneční osvětlení v poledne má hodnotu asi 10^5 lx, pokud je zataženo, klesá hodnota osvětlení až 100násobně. Požadavky na osvětlení místnosti, anebo pracovní plochy se pohybují řádově okolo hodnot 30 až 200lx.

Jas osvětlení obrazu vyhodnocujeme ze světelného toku, který vstupuje do optické soustavy, a z toku, který z ní vystupuje. **Jas obrazu** L' je přímo úměrný **jasu předmětu** L , přičemž konstantou úměrnosti je materiálová konstanta **propustnost** ξ optické soustavy. Propustnost prostředí je poměrem prošlého světelného toku k dopadajícímu toku (zanedbáme-li zeslabení světelného toku odrazem a absorpcí).

$$L' = \xi L.$$

4.2.- 38.

Pokud jsou předmět a obraz v témže prostředí, nedokážeme žádným „ideálním“ optickým přístrojem zvýšit jas obrazu nad jas předmětu. Jas obrazu nezávisí ani na velikosti vstupního a výstupního otvoru optického přístroje, nezávisí ani na velikosti zvětšení, ani na předmětové vzdálenosti.



KO 4.2.- 39. Definujte prostorový úhel a jednotku, ve které se měří.

KO 4.2.- 40. Definujte fotometrické veličiny zářivý tok, světelný tok a jednotky, ve kterých se měří.

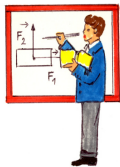
KO 4.2.- 41. Definujte fotometrické veličiny zářivost zdroje, svítivost zdroje a jednotky, ve kterých se měří.

KO 4.2.- 42. Definujte fotometrické veličiny intenzita ozařování plochy, osvětlení plochy a jednotky, ve kterých se měří.

KO 4.2.- 43. Odlište kolmé a kosého osvětlení zdroje.

KO 4.2.- 44. Definujte fotometrickou veličinu jas osvětlení obrazu a jednotku, ve které se měří.

KO 4.2.- 45. Definujte účinnost zdroje světla.



Vypočítejte, jaký světelný tok dopadá na plochu 1m^2 , jestliže ji osvětlíme kolmo z bodového světelného zdroje o svítivosti 50cd ze vzdálenosti $2,5\text{m}$.

Provedeme zápis zkráceného zadání úlohy a převody jednotek měření

$$\Delta S = 10000\text{cm}^2 ; I = 50\text{cd} ; r = 2,5\text{m}$$

$$\Delta\Phi = ?$$

viz obr. 4.2.- 45.

Definujeme prostorový úhel

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta S}{r^2}$$

a svítivost zdroje jako poměr mezi světelným tokem a prostorovým úhlem (obr. 4.2.- 45.)

$$I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega}$$

Oba vztahy skloubíme a vyjádříme výsledek obecně i numericky

$$\Delta\Phi = I \frac{\Delta S}{r^2} \Rightarrow \Delta\Phi = 8 \cdot 10^4 \text{ lm}$$



U 4.2. – 18. Jaký je celkový světelný tok bodového zdroje svítivosti 15cd ?



Vypočítejte osvětlení pro 100W žárovku o svítivosti 75cd , která visí $0,5\text{m}$ kolmo nad plochou stolu. Na rýsování je v technické praxi požadováno osvětlení přibližně 250lx ; rozhodněte, zda je dané osvětlení pracovní plochy dostačující.

Zapíšeme zkrácení zadání úlohy (100W je zadáno jako nadbytečný údaj)

$$I = 75\text{cd} ; r = 0,5\text{m} ; E_{Dopor} = 250\text{lx}$$

$$E = ?$$

viz obr. 4.2.- 46.

Definujeme kolmé osvětlení plochy (obr. 4.2.- 46.)

$$E = \frac{I}{r^2}$$

a dosadíme do obecného výsledku známé fyzikální veličiny ze zadání úlohy

$$E = \frac{I}{r^2} \Rightarrow E = 300\text{lx}$$

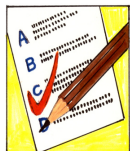
Lze konstatovat, že pracovní plocha je přesvětlena o 20% .



U 4.2. – 19. Jaké je osvětlení vnitřní stěny koule poloměru 4m, je-li uprostřed koule žárovka o svítivosti 160cd.



U 4.2.- 20. Na Bunsenově fotometru porovnááme osvětlení plochy při kolmém dopadu paprsků. Určete svítivost lampy I_1 , která ve vzdálenosti $r_1 = 112\text{cm}$ dává stejné osvětlení E jako normál o svítivosti $I_2 = 25\text{cd}$ ze vzdálenosti $r_2 = 50\text{cm}$.



TO 4.2.- 26. Zářivý tok je

- a) výkon elektromagnetického záření danou plochou;
- b) výkon světelného záření danou plochou;
- c) energie elektromagnetického záření danou plochou;
- d) energie světelného záření danou plochou v čase.

TO 4.2.- 27. Světelný tok se měří v jednotce

- a) lux;
- b) lumen;
- c) kandela;
- d) watt.

TO 4.2.- 28. Osvětlení

- a) závisí na světelném toku, vzdálenosti zdroje a plochy a na úhlu paprsků a normály k ploše;
- b) závisí na světelném toku, vzdálenosti zdroje a plochy a na úhlu mezi paprsky a plochou;
- c) závisí na svítivosti zdroje, vzdálenosti zdroje a plochy a na úhlu paprsků a normály k ploše;
- d) závisí na svítivosti zdroje, vzdálenosti zdroje a plochy a na úhlu mezi paprsky a plochou.

TO 4.2.- 29. Svítivost zdroje je definována

- a) zářivým tokem, který vyzařuje zdroj do prostorového úhlu;
- b) zářivým tokem, který vyzařuje zdroj na danou plochu;
- c) světelným tokem, který vyzařuje zdroj na danou plochu;
- d) světelným tokem, který vyzařuje zdroj do prostorového úhlu.

TO 4.2.- 30. Účinnost zdroje je definována jako

- a) podíl celkového vyzářeného světelného toku zdrojem a příkonu tohoto zdroje;
- b) podíl celkového vyzářeného světelného toku a výkonu tohoto zdroje;
- c) podíl celkového zářivého toku danou plochou za čas a příkonu zdroje;
- d) podíl celkového elektromagnetického záření danou plochou za čas a výkonu zdroje.

TO 4.2.- 31. Zářivý tok je

- a) výkon elektromagnetického záření danou plochou;
- b) výkon světelného záření danou plochou;
- c) energie elektromagnetického záření danou plochou;
- d) energie světelného záření danou plochou v čase.

TO 4.2.- 32. Světelný tok se měří v jednotce

- a) lux;
- b) lumen;

- c) kandela;
d) watt.

TO 4.2.- 33. Osvětlení

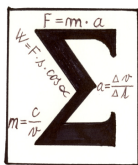
- a) závisí na světelném toku, vzdálenosti zdroje a plochy a na úhlu paprsků a normály k ploše;
b) závisí na světelném toku, vzdálenosti zdroje a plochy a na úhlu mezi paprsky a plochou;
c) závisí na svítivosti zdroje, vzdálenosti zdroje a plochy a na úhlu paprsků a normály k ploše;
d) závisí na svítivosti zdroje, vzdálenosti zdroje a plochy a na úhlu mezi paprsky a plochou.

TO 4.2.- 34. Svítivost zdroje je definována

- a) zářivým tokem, který vyzařuje zdroj do prostorového úhlu;
b) zářivým tokem, který vyzařuje zdroj na danou plochu;
c) světelným tokem, který vyzařuje zdroj na danou plochu;
d) světelným tokem, který vyzařuje zdroj do prostorového úhlu.

TO 4.2.- 35. Účinnost zdroje je definována jako

- a) podíl celkového vyzářeného světelného toku zdrojem a příkonu tohoto zdroje;
b) podíl celkového vyzářeného světelného toku a výkonu tohoto zdroje;
c) podíl celkového zářivého toku danou plochou za čas a příkonu zdroje;
d) podíl celkového elektromagnetického záření danou plochou za čas a výkonu zdroje.



- Absolutní a relativní indexu lomu optického prostředí

$$n = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \wedge n_1 = \frac{c}{v_1} \wedge n_2 = \frac{c}{v_2};$$

- Závislost indexu lomu na vlastnostech prostředí (permitivitě a permeabilitě)

$$n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r};$$

- Závislost indexu lomu vzduchu na jeho teplotě a tlaku

$$n_{vz} = 1 + 0,000293 \frac{p}{760} \cdot \frac{1}{1 + \alpha t}; \quad \alpha = \frac{1}{273,6}$$

- Úhel odrazu světla je roven úhlu dopadu světla: $\alpha_1 = \alpha_2$;

- Snellův zákon pro lom světla

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2;$$

- Podmínka pro mezní úhel při totální reflexi (pro přechodu ze vzduchu do optického prostředí a naopak)

$$\sin \alpha_m = n_2 \vee \sin \alpha_m = \frac{1}{n_1};$$

- Závislost deviace optického hranolu na jeho lámavém úhlu a úhlech dopadu a lomu

$$\alpha_1 + \alpha_2 - \varphi;$$

- Závislost posunutí paprsku na indexu lomu a tloušťce planparalelní optické desky

$$\Delta = \frac{n-1}{n} d;$$

- Zrcadlová zobrazovací rovnice Gaussova

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}; f > 0 \text{ platí pro zrcadla dutá;}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}; f < 0 \text{ platí pro zrcadla vypuklá;}$$

- Čočková zobrazovací rovnice Gaussova

$$\left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = \frac{1}{f} \wedge \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \text{ platí pro čočky spojně;}$$

$$\left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = \frac{1}{f} \wedge \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = -\frac{1}{f} \text{ platí pro čočky rozptylné;}$$

- Optická mohutnost čočky

$$\Phi = \frac{1}{f};$$

- Čočko-zrcadlová zobrazovací rovnice Newtonova

$$f = \sqrt{x x'}; \text{ pro } f \neq f': f f' = x x';$$

- Příčné, úhlové a axiální zvětšení obrazu

$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a} = \frac{a' - f}{f} = -\frac{f}{a - f}; \gamma = \frac{1}{\beta}; \alpha = \frac{\beta}{\gamma};$$

- Optická mohutnost tlusté čočky

$$\phi = \left(\frac{n' - n}{n}\right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) + \frac{(n' - n)^2 d}{n' r_1 r_2};$$

- Optická mohutnost tenké čočky

$$\phi = \left(\frac{n' - n}{n}\right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right);$$

- Úhlové zvětšení lupy

$$\gamma = \frac{\tau'}{\tau} \approx \frac{tg \tau'}{tg \tau} = \frac{l}{a} \approx \frac{l}{f} = \frac{0,25}{f};$$

- Celkové zvětšení mikroskopu

$$Z = \frac{\tau'}{\tau} \approx \frac{tg \tau'}{tg \tau} = \frac{\Delta}{f_1} \cdot \frac{l}{f_2} = Z_{ob} \gamma_{ok};$$

- Úhlové zvětšení dalekohledu

$$\gamma = \frac{\tau'}{\tau} \approx \frac{tg \tau'}{tg \tau} = \frac{f_1}{f_2};$$

- Prostorový úhel

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta S}{r^2};$$

- Zářivý tok a světelný tok

$$\Phi_e = \frac{\Delta E_e}{\Delta t}; \quad \Phi = \frac{\Delta E}{\Delta t};$$

- Zářivost zdroje a svítivost zdroje

$$I_e = \frac{\Delta\Phi_e}{\Delta\Omega}; \quad I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega};$$

- Účinnost zdroje

$$K = \frac{\Delta\Phi}{P};$$

- Intenzita ozařování plochy a osvětlení plochy

$$E_{e0} = \frac{\Delta\Phi_e}{\Delta S} \wedge E_0 = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S};$$

- Kolmé a kosé osvětlení plochy

$$E = \frac{I}{r^2} \wedge E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha;$$

- Jas osvětlení obrazu

$$L' = \xi L.$$

Klíč



U 4.2.- 1. 399nm

U 4.2.- 2. $n = 1 + 0,000293 \cdot \frac{101325}{760 \left(1 + \frac{100}{273,6}\right)} \cong 1,03$; $\Delta n = 0,03$; teplotní difference v setinách.

U 4.2.- 3. $1 \cdot \sin \alpha = n \cdot \sin(120^\circ - \alpha) \Rightarrow \alpha = 79,1^\circ$

U 4.2.- 4. 45° ; $62,75^\circ$

U 4.2.- 5. 2,402

U 4.2.- 6. $47^\circ 6'$

U 4.2.- 7. 15mm

U 4.2.- 8. 2α

$$a = \frac{r}{2} + \frac{r^2}{4x'} = 90\text{cm}$$

U 4.2.- 9.

$$b = \frac{r}{2} + \frac{r^2}{4x} = 72\text{cm}$$

U 4.2.- 10. Čočka se bude chovat jako rozptylka, pokud bude optická mohutnost záporná.

$$\Phi = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) - \frac{(n-1)^2}{n} \cdot \frac{d}{r_1 r_2} > 0 \Rightarrow d > 0,06\text{m}$$

$$U 4.2.- 11. f = \frac{r s}{R-r} = 0,1\text{m}$$

$$U 4.2.- 12. \Delta f = \frac{r}{2(n_C-1)} - \frac{r}{2(n_F-1)} = 5,8\text{mm}$$

$$U 4.2.- 13. x = 20 \operatorname{tg} 2' = 0,0116\text{m}$$

$$U 4.2.- 14. \frac{1}{0,25} - \frac{1}{0,80} = \Phi \Rightarrow \Phi = 2,75D \text{ spojky}; \frac{1}{\infty} - \frac{1}{0,40} = \Phi \Rightarrow \Phi = -2,5D \text{ rozptylky.}$$

$$U 4.2.- 15. Z = Z_1 Z_2 = 1,5 \cdot 4 = 6$$

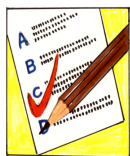
$$U 4.2.- 16. 1000$$

$$U 4.2.- 17. x = \frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{l y}{y'} = 5000\text{m}$$

$$U 4.2.- 18. 188,4 \text{ lm}$$

$$U 4.2.- 19. 10 \text{ lx}$$

$$U 4.2.- 20. E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{I_1}{r_1^2} = \frac{I_2}{r_2^2} \Rightarrow I_1 = 125,4\text{cd}$$



TO 4.2.- 1. d)

TO 4.2.- 2. b)

TO 4.2.- 3. a)

TO 4.2.- 4. b)

TO 4.2.- 5. d)

TO 4.2.- 6. a)

TO 4.2.- 7. d)

TO 4.2.- 8. d)

TO 4.2.- 9. a)

- TO 4.2.- 10. b)**
- TO 4.2.- 11. b)**
- TO 4.2.- 12. c)**
- TO 4.2.- 13. c)**
- TO 4.2.- 14. b)**
- TO 4.2.- 15. c)**
- TO 4.2.- 16. b)**
- TO 4.2.- 17. d)**
- TO 4.2.- 18. c)**
- TO 4.2.- 19. b)**
- TO 4.2.- 20. d)**
- TO 4.2.- 21. c)**
- TO 4.2.- 22. a)**
- TO 4.2.- 23. a)**
- TO 4.2.- 24. b)**
- TO 4.2.- 25. d)**
- TO 4.2.- 26. a)**
- TO 4.2.- 27. b)**
- TO 4.2.- 28. c)**
- TO 4.2.- 29. d)**
- TO 4.2.- 30. a)**
- TO 4.2.- 31. a)**
- TO 4.2.- 32. b)**
- TO 4.2.- 33. c)**
- TO 4.2.- 34. d)**
- TO 4.2.- 35. a)**