

4.3. Kvantové vlastnosti elektromagnetického záření

4.3.1. Fotony, fotoelektrický a Comptonův jev



1. Klasifikovat obor kvantová optika.
2. Popsat foton a jeho vlastnosti jako kvantum energie elektromagnetického záření pomocí Planckova a Einsteinova vztahu.
3. Vystihnout podstatu vnějšího fotoelektrického jevu kvalitativně jako interakci fotonu a vázaného elektronu.
4. Vysvětlit podstatu vnějšího fotoelektrického jevu kvantitativně pomocí Einsteinovy rovnice.
5. Znat užití fotonky jako významné aplikace Einsteinova vnějšího fotoefektu.
6. Vystihnout podstatu Comptonova jevu kvalitativně jako interakci fotonu a relativně volného elektronu.
7. Vysvětlit podstatu Comptonova jevu kvantitativně pomocí zákona zachování energie.
8. Porovnat důsledky fotoelektrického jevu a jevu Comptonova především z hlediska existence fotonu po dopadu záření.



Klasická fyzika zjednodušeně předpokládala, že všechny fyzikální děje probíhají kontinuálně (spojitě). Teprve potvrzení kvantové hypotézy, že se energie může měnit po určitých diskrétních (nespojitéch) hodnotách, otevřelo cestu **kvantové fyzice** jako moderní fyzice 20. století. Max Planck jako první fyzik objevil, že zářící těleso vyzařuje elektromagnetickou energii v celistvých násobcích kvant energie a předurčil tím základy nového a historicky převratného fyzikálního oboru.

Kvantová optika se zabývá procesy vyzařování, pohlcování a šíření elektromagnetického záření, dále interakcemi látky a pole, vlnovými a korpuskulárními vlastnostmi elementárních částic. Stěžejními jevy kvantové povahy jsou Einsteinův fotoelektrický jev a Comptonův jev. Oba jevy jsou především experimentálním důkazem kvantové povahy elektromagnetického záření a zákona zachování energie a hybnosti při interakcích elementárních částic.

Einstein pojmenoval kvantum elektromagnetického záření specifickým názvem **foton**. Tím odlišil charakter elementární částice pole (fotonu) od elementární částice látky (např. elektronu). Foton má jako částice pole **nulovou klidovou hmotnost**, tj. existuje pouze za pohybu, a to ve vakuu s **maximální rychlostí** c a s **maximální hybností** $p = m c$. Jeho energie E je přesně určena prostřednictvím Planckova a Einsteinova vztahu

$$E = h \nu \Leftrightarrow E = m c^2. \quad 4.3.- 1.$$

E je energie fotonu [J]; h Planckova konstanta $6,625 \cdot 10^{-34}$ [J.s]; m hmotnost fotonu [kg]; ν frekvence fotonu [s^{-1}]; c rychlost fotonu ve vakuu $3 \cdot 10^8$ [$m \cdot s^{-1}$].

Částice látky má naopak nenulovou klidovou hmotnost, tzn. že může existovat v klidu, i když je významně urychlena, nikdy se však nemůže pohybovat rychlostí světla. Hranice mezi klasickou a relativistickou fyzikou je vymezena právě maximálně možnými rychlostmi elementárních částic. Pohybuje-li se částice rychlostí asi do desetiny rychlosti světla (ve vakuu), existuje ve světě řídicím se zákony klasické fyziky. Pokud částice tuto rychlost

překročí, existuje ve světě relativistické fyziky, pro který platí zákony relativistické (se zvyšující se rychlostí roste hmotnost částice a s ní i její energie).

Planckova rovnice energie nepopřela Maxwellovu teorii o spojitosti elektromagnetického pole, pouze ji významně doplnila. Odpovídá-li podle Plancka frekvence vlny ve vyzařovaném elektromagnetickém poli hodnotě ν , potom relativistická kinetická energie fotonu je určitou diskrétní hodnotou $E = h \nu$.

Einsteinova rovnice energie je důsledkem speciální teorie relativity. Podle této teorie je energie mírou pohybu a hmotnost mírou setrvačných vlastností částice. Jelikož mezi energií a hmotností existuje závislost (přímé úměrnosti), lze konstatovat, že ve hmotě je vždy vázána energie.

Fotoelektrický jev reprezentuje **interakci pole a látky**, tj. vzájemného silového působení elektromagnetického záření (fotonu) a látky (elektronu kovu, elektronu polovodiče), při němž je energie záření předávána elektronům v látce. Podmínkou vzniku interakce je to, že frekvence dopadajícího záření ν je větší než určitá limitní mez ν_0 (limit je dán materiálem látky). Kvantum této energie se nazývá konvenčně **výstupní práci** W (starším symbolem A) materiálu a představuje skutečně práci, která se musí vykonat, aby se elektron uvolnil z povrchu kovu. Velikost výstupní práce závisí na tom, nakolik je elektron pevně vázán ve struktuře kovu. Např. pro cesium je výstupní práce nižší než 1,9eV, pro měď je relativně vyšší než 4,5eV.

Fotoelektrický jev pozorujeme efektivně především u látek pevných, a to **u kovů** jako **vnější fotoefekt** a **u polovodičů** jako **vnitřní fotoefekt**. Během vnějšího fotoelektrického jevu se vlivem záření uvolňují z povrchu kovu elektrony, při vnitřním fotoelektrickém jevu zůstávají uvolněné elektrony v látce a zvyšují tak její vodivost.

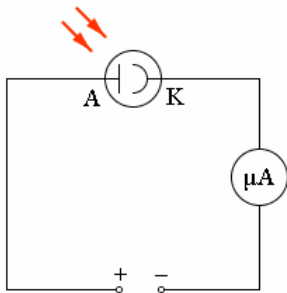
Experimentální objev vnějšího fotoelektrického jevu vysvětlil teoreticky fundovaně až Einstein a formuloval jej matematicky rovnicí, která v podstatě vyjadřuje zákon zachování energie

$$E = W + e U_0 \Leftrightarrow h \nu = h \nu_0 + \frac{1}{2} m v^2; \nu > \nu_0; \quad 4.3.- 2.$$

kde E je energie dopadajícího fotonu [J]; W výstupní práce materiálu elektrody fotonky (uváděna v MFCh tabulkách [J ; eV]; e elementární náboj elektronu $1,6 \cdot 10^{-19}$ [C]; m hmotnost uvolněného elektronu $9,1 \cdot 10^{-31}$ [kg]; v rychlost uvolněného elektronu [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]; U elektrické napětí mezi elektrodami vnějšího elektrického pole, případně U_0 napětí brzdné [V]; h Planckova konstanta $6,625 \cdot 10^{-34}$ [J.s]; ν frekvence dopadajícího záření [Hz]; ν_0 mezní frekvence (materiálová konstanta látky) [Hz]; případně λ_0 mezní vlnová délka [m].

Co se **interakce** látky (elektronu) a elektromagnetického záření (fotonu) týká, vlivem elektromagnetického záření **foton zaniká**. Při fotoelektrickém jevu dopadající záření vzbuzuje **vynucené kmity elektronů vázaných v kovu**. Při **rezonanci** mezi vlastní periodou kmitů elektronu a periodou dopadajícího záření se amplituda kmitů tak významně zvětší, že se elektron může uvolnit z hraniční oblasti povrchu kovu a získat určitou kinetickou energii. Elektron vázaný v látce přitom pohltí veškerou energii fotonu, a proto foton zanikne.

V technické praxi se vnější fotoefekt **aplikuje** při výrobě relativně slabších fotoproudů, a to pomocí citlivého optoelektrického prvku **fotonka** (obr. 4.3.- 1.), který se zapojuje do stejnosměrného elektrického obvodu.



Fotonku tvoří kovová destička K katoda fotonky, která je spojena se záporným pólem stejnosměrného zdroje elektrického napětí U . Na katodu dopadá záření, přičemž před katodou je kovová síťka, která toto záření propouští a současně funguje jako A anoda fotonky, je spojena s kladným pólem zdroje napětí.

Obr. 4.3.- 1.

Galvanometrem (citlivým mikroampérmetrem) měříme relativně malý elektrický proud (fotoproud), který tvoří elektrickým polem usměrněné elektrony uvolněné z katody fotonky.

Přepólujeme-li elektrody fotonky, stává se původně kladná elektroda zápornou a brzdí tak fotoelektrony vymršťované z povrchu kovu. Při dostatečně velkém záporném, tj. **brzdném napětí** fotoproud zcela zanikne. Právě při nulovém fotoproudu lze určit kinetickou energii, se kterou jsou elektrony uvolňovány z povrchu kovu, a to klasicky jako energii elektrického pole. energii elektrického pole určíme jako součin velikosti náboje elektronu e a velikosti záporného, brzdného napětí U_0 , které právě postačuje k zastavení fotoelektrického proudu

$$E_k = e U_0 = \frac{1}{2} m_e v^2 \text{ (podle vztahu 4.3.- 2.)}$$

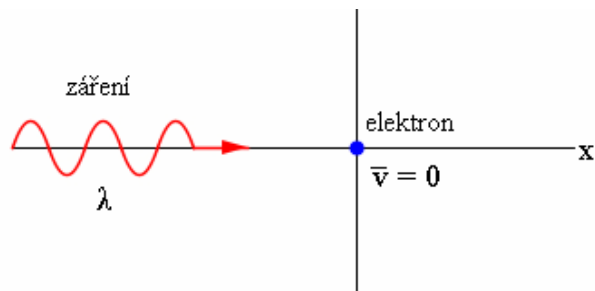
Tohoto postupu měření hodnoty brzdného napětí se užívá především k určení materiálové konstanty – výstupní práce katody.

Empiricky a experimentálně bylo zjištěno, že

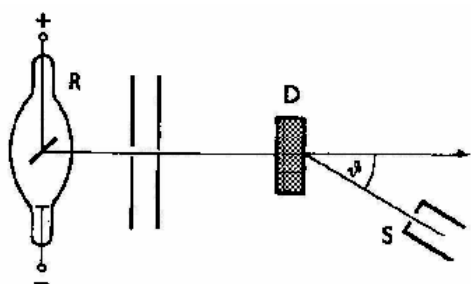
- proud fotoelektronů (počet částic) je úměrný intenzitě dopadajícího záření;
- energie fotoelektronů je přímo úměrná frekvenci dopadajícího záření;
- energie fotoelektronů nezávisí na intenzitě dopadajícího záření;
- uvolnění elektronu z povrchu kovu nastává okamžitě po ozáření materiálu katody, a to bez setrvačnosti a měřitelné časové prodlevy.

Fotonky dnes mají široké **využití** jako prvky v různých optoelektronických přístrojích i v běžné praxi jako součástky elektrických obvodů (fotorezistory, fotodiody apod.).

Comptonův jev obdobně jako Einsteinův fotoelektrický jev **reprezentuje interakci pole a látky**, tj. elektromagnetického záření (fotonu rentgenového záření) a látky (relativně volného elektronu), přičemž současně experimentálně dokazuje existenci fotonu (obr. 4.3.- 2.).



Obr. 4.3.- 2.



Compton zkoumal **rozptyl rentgenového záření** ze zdroje R (rentgenové trubice) na desku D z grafitu (grafit je totiž látka s velmi slabě vázanými elektrony). Spektrografem S měřil nejen směr rozptýleného záření (úhel ϑ rozptylu udává odchýlení záření od původního směru), ale i jeho vlnovou délku (obr. 4.3.- 3.)

Obr. 4.3.- 3.

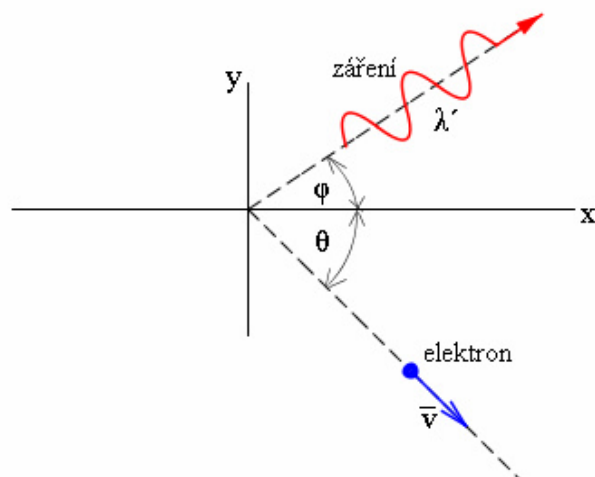
Podle představ klasické fyziky by se vlnová délka rozptýleného záření měnit neměla, změna však byla pozorována a reprodukována (opakovaně změřena), a to v závislosti právě na úhlu rozptylu. Jestliže se rozptyl rentgenového záření děje jako srážka fotonu a relativně volného elektronu, není zapotřebí práce na uvolnění elektronu ze struktury látky. Foton pak pouze rozdíl své energie před a po srážce $h\nu - h\nu'$ předá elektronu a elektron tím získá kinetickou energii. Logickým důsledkem vzniku Comptonova jevu je, že frekvence dopadajícího záření musí být větší než frekvence rozptýleného záření a naopak vlnová délka dopadajícího záření musí být menší než je frekvence rozptýleného záření.

$$h\nu - h\nu' = \frac{1}{2}m_e v^2; \nu > \nu' \Rightarrow \lambda < \lambda'$$

4.3.- 3.

kde h je Planckova konstanta $6,625 \cdot 10^{-34}$ [J.s]; ν frekvence dopadajícího záření [Hz]; ν' frekvence rozptýleného záření [Hz]; m_e hmotnost uvolněného elektronu $9,1 \cdot 10^{-31}$ [kg]; v rychlost uvolněného elektronu [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]; λ vlnová délka dopadajícího záření [m]; λ' vlnová délka rozptýleného záření [m].

Nechť se podle obr. 4.2.- 4. rozptýlené rentgenové záření odchyluje od původního směru o kladný úhel (proti směru hodinových ručiček) φ a elektron se od tohoto směru (ve směru osy x) odchyluje pod záporným úhlem (ve směru hodinových ručiček) θ .

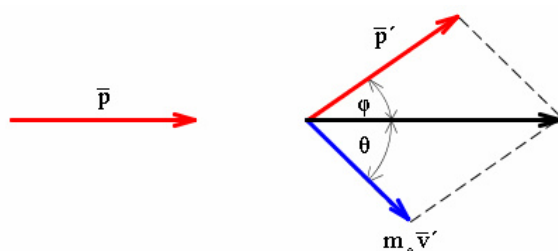


Obr. 4.3.- 4.

Pro diferenci vlnových délek mezi dopadajícím a rozptýleným zářením platí při Comptonově jevu

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_{\max} \sin^2 \frac{\varphi}{2} \wedge \lambda_{\max} = \frac{h}{m_e c} . \quad 4.3.- 4.$$

Zákon zachování energie při Comptonově jevu bychom mohli interpretovat rovněž jako zákon zachování hybnosti (obr. 4.3.- 5.). Hybnost fotonu rentgenového záření před dopadem je rovna součtu hybnosti fotonu rozptýleného rentgenového záření a hybnosti elektronu po dopadu.



Obr. 4.3.- 5.

Při Comptonově jevu jde o **interakci** fotonu s velmi slabě vázaným – přibližně **volným elektronem**. Elektron převezme jen část energie fotonu a **foton nezanikne** jako při fotoelektrickém jevu, pouze se změní jeho parametry (zmenší se jeho frekvence a zvětší se jeho vlnová délka). Comptonův jev platí sice teoreticky obecně, ale např. u světla jej pozorovat nemůžeme, protože vlnové délky světla jsou relativně (řádově) větší než jsou vlnové délky rentgenového záření. Případný rozdíl vlnových délek před a po rozptylu je prakticky neměřitelný.



KO4.3.-1. Kterými jevy a ději se zabývá kvantová optika?

KO4.3.-2. Odlište foton a elektron podle rychlosti, hmotnosti, hybnosti a energie.

KO4.3.-3. Co se stane, pokud bude frekvence dopadajícího elektromagnetického záření přesně rovna tzv. mezní frekvenci?

KO4.3.-4. Objasněte proces uvolňování elektronu z povrchu kovu jako rezonanční jev.

KO4.3.- 5. Popište postup práce a metodu měření, pomocí které určíme výstupní práci neznámé fotonky.

KO4.3.- 6. Závisí fotoproud na intenzitě a frekvenci dopadajícího záření?

KO4.3.- 7. Závisí energie fotoelektronů na intenzitě a frekvenci dopadajícího záření?

KO4.3.- 8. Proč při vnějším fotoelektrickém jevu zaniká foton?

KO4.3.- 9. Proč Comptonův jev slouží jako důkaz existence fotonu?

KO4.3.- 10. Proč nemůžeme pozorovat Comptonův jev při dopadu světla?



Vypočítejte parametry fotonu: energii, kmitočet, vlnovou délku, vlnočet, hmotnost a hybnost, má-li ionizovat atom cesia. Ionizační potenciál cesia má podle MFCh tabulek hodnotu 3,88V.

Provedeme zkrácený zápis zadání úlohy

$$U = 3,88\text{V} ; e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C} ; m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\text{kg} ; h = 6,6 \cdot 10^{-34}\text{J}\cdot\text{s} ; c = 3 \cdot 10^8 \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$
$$E = ? ; \nu = ? ; \lambda = ? ; \sigma = ? ; m_f = ? ; p = ?$$

K odvození parametrů fotonu potřebujeme znát vztahy pro

- energii fotonu odpovídající obecně práci elektrického pole

$$E = e U ;$$

- kvantum energie fotonu podle Planckova vztahu

$$E = h \nu ;$$

- vztah mezi frekvencí a vlnovou délkou světla

$$\lambda = \frac{c}{\nu} ;$$

- vlnočet fotonu

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} ;$$

- kvantum energie E fotonu podle Einsteina

$$E = m_f c^2 ;$$

- hybnost fotonu podle de Broglieho (kde h je Planckova konstanta),

$$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda} = \frac{e U}{c} ,$$

anebo hybnost obecně ze závislosti na hmotnosti fotonu a na rychlosti fotonu

$$p = m_f c .$$

Výsledky vyjádříme obecně a po dosazení hodnot ze zadání i numericky

$$E = e U \Rightarrow E = 6,208 \cdot 10^{-19}\text{J} ;$$

$$\nu = \frac{e U}{h} \Rightarrow \nu = 0,937 \cdot 10^{15}\text{Hz} ;$$

$$\lambda = \frac{c h}{e U} \Rightarrow \lambda = 3,196 \cdot 10^{-7} \text{m};$$

$$\sigma = \frac{e U}{c h} \Rightarrow \sigma = 3,14 \cdot 10^6 \text{m}^{-1};$$

$$m_f = \frac{e U}{c^2} \Rightarrow m_f = 0,69 \cdot 10^{-35} \text{kg};$$

$$p = \frac{e U}{c} \Rightarrow p = 2,07 \cdot 10^{-27} \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}.$$



U 4.3.– 1. Vypočítejte parametry fotonu: frekvenci, energii, hmotnost a hybnost pro červené světlo o vlnové délce 750nm a pro tvrdé rentgenové paprsky o vlnové délce 0,012nm.



Experimentálně bylo zjištěno, že fotoelektrony emitující z určitého kovu jsou zadrženy brzdícím potenciálem 6,6V při ozáření monochromatickým světlem kmitočtu $2,2 \cdot 10^{15} \text{Hz}$. Při kmitočtu světla $4,6 \cdot 10^{15} \text{Hz}$ byl změřen brzdící potenciál 16,5V. Verifikujte hodnotu Planckovy konstanty.

Provedeme zápis zkráceného zadání úlohy, přičemž označíme e jako elementární náboj elektronu a W jako výstupní práci neznámého kovu

$$U' = 6,6 \text{ V}; f' = 2,2 \cdot 10^{15} \text{ Hz}; U'' = 16,5 \text{ V}; f'' = 4,6 \cdot 10^{15} \text{ Hz}; e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$h = ?$$

Napišeme rovnici fotoefektu pro osvětlení 1. světelným zdrojem

$$h f' = W + e U'$$

a analogicky rovnici fotoefektu pro osvětlení 2. světelným zdrojem

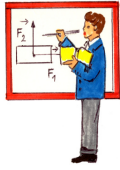
$$h f'' = W + e U'' .$$

Řešením soustavy dvou rovnic o dvou neznámých (W , h) odvodíme Planckovu konstantu obecně a poté dosazením hodnot ze zadání úlohy vypočítáme její přesnou numerickou hodnotu. Podle MFCh tabulek ověříme správnost výsledku

$$h = e \frac{U' - U''}{f' - f''} \Rightarrow h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}.$$



U 4.3.- 2. Vypočítejte rychlost v , se kterou opouští elektron povrch lithia při ozáření elektromagnetickým vlněním o vlnové délce $\lambda = 200 \text{nm}$. Podle MFCh tabulek si ověřte, že výstupní práce lithia $W = 2,4 \text{eV}$.



Při rozptylu fotonů na protonech je pozorován maximální posuv $\Delta\lambda = 2,6 \cdot 10^{-15}$ m. Vypočítejte hmotnost protonů. Pro rozptyl fotonů na protonech platí obdobná teorie jako pro rozptyl na elektronech.

Provedeme zkrácený zápis zadání úlohy

$$\Delta\lambda = 2,6 \cdot 10^{-15} \text{ m}; c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

$$m_p = ?$$

a nakreslíme obrázek (pro rozptyl na protonech můžeme použít analogický obrázek jako pro rozptyl na elektronech)

viz obr. 4.3.- 4.

Použijeme vztah pro výpočet difference vlnových délek podle Comptonova jevu

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2A_{\max} \sin^2 \frac{\theta}{2} \wedge A_{\max} = \frac{h}{m_p c}$$

a podmínku pro maximální hodnotu posuvu (maximální hodnotu funkce sinus)

$$\Delta\lambda_{\max} \Leftrightarrow \sin^2 \frac{\theta}{2} = 1$$

Výsledek odvodíme obecně a po dosazení hodnot ze zadání určíme i numericky

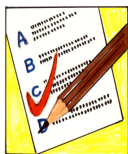
$$m_p = \frac{2h}{c \cdot \Delta\lambda} \Rightarrow m_p = 1,69 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$



U 4.3.-3. Úhel rozptylu záření při Comptonově jevu je 90° . Vypočtete posuv a relativní změnu vlnové délky pro viditelné světlo vlnové délky 500nm a gama záření $5 \cdot 10^{-12}$ m.



U 4.3.-4. Jakou minimální vlnovou délku musí mít světlo, aby došlo k fotoemisi na hliníku, jehož výstupní práce je 4,2eV. Jakou rychlost budou mít fotoelektrony, použijeme-li k osvětlení elektromagnetické záření vlnové délky 250nm a jaké je potřebné brzdné napětí?



TO 4.3.- 1. Lze z rovnosti energií podle Placka a podle Einsteina odvodit vztah pro de Broglieho vlnovou délku fotonu?

- a) ne, nelze za žádných podmínek;
- b) ne, doprovodná hmotnostní de Broglieho vlna náleží jen elektronům;
- c) ano, ale jen teoreticky, protože elektrony se nemohou pohybovat rychlostí světla;
- d) ano.

TO 4.3.- 2. Vyjádřete energii jednoho joule v elektronvoltech!

- a) $1/(1,6 \cdot 10^{-19})$ eV;
- b) $1,6 \cdot 10^{-19}$ eV;
- c) $9,1 \cdot 10^{-31}$ eV;
- d) $1,6 \cdot 10^{19}$ eV.

TO 4.3.- 3. Lze vyjádřit hmotnost fotonu jako

- a) $h\nu/c^2$;
- b) hc/λ ;
- c) $h\lambda/c$;
- d) $\lambda c/h$.

TO 4.3.- 4. Je Einsteinův fotoelektrický děj závislý na čase?

- a) ne, jde o jev kvantové povahy;
- b) ano, pokud bychom prováděli ozařování katody dlouhodobě;
- c) ano, pokud bychom měli k dispozici citlivé přístroje pro měření časové periody vlny;
- d) částečně, a to podle poločasu rozpadu materiálu katody.

TO 4.3.- 5. Jak se změní velikost fotoproudu, pokud původně vakuovanou fotonku naplníme plynem?

- a) bude se zvětšovat a po nasycení zůstane konstantní;
- b) bude se vlivem odporu částic plynu zmenšovat až k nulové hodnotě;
- c) bude prudce růst interakcemi fotoelektronů s částicemi plynu;
- d) bude se zmenšovat a při dosažení mezní proudové hodnoty zůstane konstantní.

TO 4.3.- 6. Povrch kovu emituje elektrony, když na něj dopadá zelené světlo, zatímco neemituje elektrony při dopadu žlutého světla. Elektrony se budou uvolňovat rovněž

- a) infračerveným zářením;
- b) fialovým světlem;
- c) červeným světlem;
- d) mikrovlnným zářením.

TO 4.3.- 7. Elektrony s největší rychlostí získáme při osvětlení kovu světlem

- a) fialovým;
- b) žlutým;
- c) zeleným;
- d) červeným.

TO 4.3.- 8. Dopadá-li na katodu fotonky svazek fotonů o energii $h\nu$ větší, než je výstupní práce W , pak brzdné napětí potřebné k tomu, aby fotonkou neprocházel proud, je

- a) $\frac{h\nu - W}{e}$;
- b) $\frac{W}{e}$;
- c) $\frac{h\nu}{e}$;
- d) $\frac{h\nu + W}{e}$.

TO 4.3.- 9. Maximální rychlost fotoelektronů emitovaných z kovu působením monochromatického světla závisí

- a) na rychlosti šíření světla v prostředí obklopujícím kov;
- b) na počtu fotonů dopadajících na kov a na druhu kovu;
- c) na energii fotonů a na druhu kovu;
- d) na celkové energii světla dopadajícího na kov a na druhu kovu.

TO 4.3.- 10. Maximální rychlost fotoelektronů uvolněných monofrekvenčním zářením o vlnové délce λ z katody fotonky o výstupní práci W je

- a) $\sqrt{\frac{2}{m} \left(\frac{hc}{\lambda} - W \right)}$;
- b) $\sqrt{\frac{2}{m} \left(W - \frac{hc}{\lambda} \right)}$;
- c) $\sqrt{\frac{2}{m} \left(W + \frac{hc}{\lambda} \right)}$;
- d) $\sqrt{\frac{2}{m} \left(\frac{h\lambda}{c} - W \right)}$.

TO 4.3.- 11. VA charakteristika fotonky popisuje závislost proudu na napětí. Zvýšení nasyceného proudu je možné dosáhnout

- a) zmenšením vzdálenosti mezi fotobuňkou a bodovým zdrojem světla;
- b) překrytím zdroje světla fialovým filtrem;
- c) překrytím zdroje světla červeným filtrem;
- d) zvýšením napětí připojeného na fotobuňku.

TO 4.3.- 12. Při Comptonově jevu dochází k interakci fotonu s elektronem, přičemž

- jev vysvětluje vlnové vlastnosti světla;
- jev dokazuje kvantovou povahu elektromagnetického záření;
- jev potvrzuje zákon zachování energie;
- jev potvrzuje zákon zachování hybnosti.

TO 4.3.- 13. Relativní změna vlnové délky $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ při Comptonově rozptylu závisí na

- úhlu rozptylu;
- materiálu prostředí;
- vlnové délce rozptýleného záření;
- na úhlu rozptylu, materiálu prostředí i na vlnové délce záření.

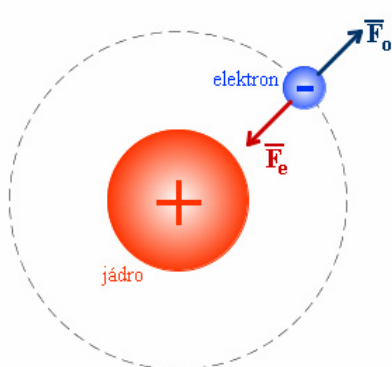
4.3.2. Bohrov model atomu vodíku



- Zdůraznit nové myšlenky stavby atomu podle Rutherfordova planetárního modelu, uvést i jeho nedostatky na úrovni klasické elektrodynamiky (verbálně a graficky - obrázkem).
- Vystihnout nové myšlenky stavby atomu podle Bohrova modelu, diskutovat i jeho nedostatky na úrovni klasicko-quantové fyziky (verbálně a matematicky – fyzikálním vztahem).
- Vyjádřit nové myšlenky stavby atomu podle Schrödingerova modelu, uvést i jeho nedostatky na úrovni představ kvantové mechanické fyziky (pouze verbálně).

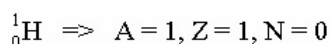
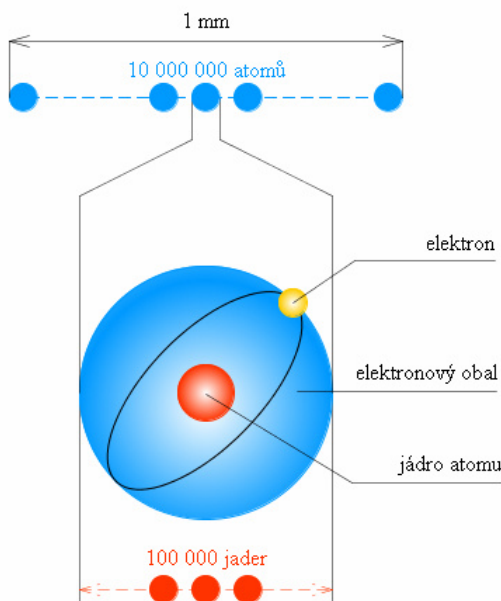


Látka je tvořena z částic, tj. z **molekul**, molekuly se opět skládají z částic, tj. z atomů. **Atom** je elementární částice látky, která určuje chemické vlastnosti daného prvku, ze kterého je látka složena. Filozofii struktury látky lidé přijali už za starověké Demokritovy doby, nicméně až ve 20. století ji mohli potvrdit fundovanými výzkumy. Dnes víme, že i atom má svou vnitřní strukturu: je složen z **jádra a elektronového obalu** (obr. 4.3.- 6.).

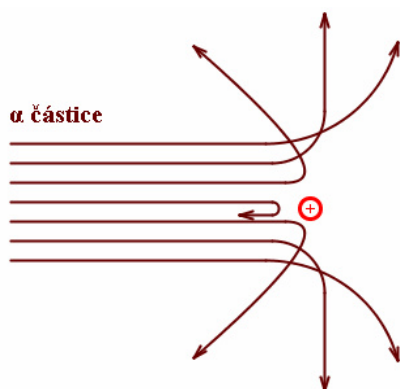


Přestože je atom neutrální (jádro nese kladný náboj a elektronový obal náboj záporný), hmotnostně a rozměrově jsou jeho části řádově nesrovnatelné (obr. 4.3.- 7.). Hmotnost elektronu je $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, hmotnost nukleonu (protonu a neutronu) je asi 1836krát větší. Jinými slovy: hmotnost atomu je soustředěna do jádra, hmotnost elektronového obalu je v porovnání s hmotností jádra velmi malá. Pro názornou představu volíme (obr. 4.3.- 7.) nejjednodušší typ stavby atomu, a to atomu vodíku.

Obr. 4.3.- 6.



Obr. 4.3.- 7.



Obr. 4.3.- 8.

Rutherford tedy vydedukoval, že atom je jako celek relativně snadno prostupný (hmota v něm je rozprostřena diskrétně) a že odchylky mohou být zapříčiněny logicky pouze odpudivým působením rovněž kladného náboje, který je představován hmotou v malém prostoru ve středu atomu. Vytvořil tak v analogii se stavbou planetárního systému **první, planetární model atomu** s jádrem o průměru řádově 10^{-14} až 10^{-15} m, ve kterém je soustředěna téměř veškerá hmotnost atomu. Obdobně jako je veškerá (asi 99%) hmotnost naší soustavy soustředěna ve Slunci. Určil, že atom ohraničuje elektronový obal o průměru řádově 10^{-10} m. Rovněž stanovil, že jádro nese kladný náboj $+Ze$, obal stejně velký, ale záporný náboj $-Ze$ a objasnil tak, proč je atom jako celek elektricky neutrální. Atom tak byl poprvé chápán rovněž jako soustava pohybujiících se nábojů v elektronovém obalu.

Planetární předpoklad pohybu elektronů kolem jádra Rutherford vyslovil jako důvod, proč mohou elektrony vázaně existovat v určitých relativně obrovských vzdálenostech od jádra. Model však vykazoval závažné **nedostatky** z pohledu klasické elektrodynamiky. Elektron, který se pohybuje kolem jádra, musí vysílat elektromagnetické záření. Emisí energie by však

Dnešní moderní fyzika předpokládá, že i části atomu mají svou vlastní vnitřní strukturu: protony a neutrony jsou složeny z **kvarků**, kvarky ze **superstrun**... Superstruny jsou tedy v současném „korpukulárním“ pojetí základním stavebním kamenem hmoty. Svět na úrovni superstrun však existuje ve více dimenzích a hypotézy poznání o něm stojí na počítačových simulacích, kterých je více a mnohdy spolu navzájem nekorespondují. Lidské poznání struktury hmoty je nekonečný, neuzavřený proces.

svou vlastní energii ztrácel a přibližoval by se k jádru. V důsledku přitažlivosti kritikové tohoto názoru dokonce hovořili o možné anihilaci (zániku) hmoty. Navíc záření takto vysílané by mělo vykazovat spojité spektrum a toto rovněž pozorováno nebylo.

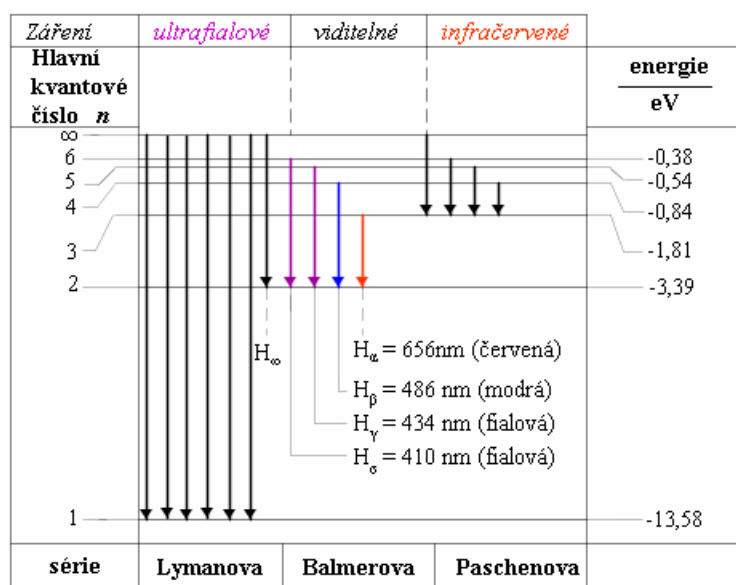
Složení megafyzikálních objektů (hvězd), ale i mikrofyzikálních objektů (atomů) relativně dobře poznáváme prostřednictvím **spektrální analýzy**. **Balmer a Rydberg** nezávisle na Rutherfordově problematice zkoumali **spektrum atomu vodíku** a odvodili vztah pro výpočet frekvence elektromagnetického vlnění jednotlivých, navzájem „různých“ - diskrétních spektrálních čar. Určili závislost mezi frekvencí elektromagnetického vlnění f jednotlivých spektrálních čar, kvantovými čísly a konstantou úměrnosti, tzv. konstantou Rydbergovou

$$f = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right). \quad 4.3.- 5.$$

$$R = - \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \quad 4.3.- 6.$$

Přičemž R je Rydbergova konstanta, kterou lze vyhodnotit pomocí konstant jiných, a to m_e hmotnosti elektronu, e náboje elektronu, h Planckovy konstanty, ϵ_0 permitivity vakua.

Zjistili, že spektrální čáry, jejichž frekvence odpovídají stejné hodnotě hlavního kvantového čísla n , jsou čarami téže tzv. **spektrální série**. Hranu této série pak tvoří spektrální čára s maximální frekvencí a s nekonečně velkou hodnotou magnetického kvantového čísla m (obr. 4.3.- 9.).



Obr. 4.3.- 9.

Spektrální čáry nejjednoduššího atomu, atomu vodíku byly pojmenovány pro $n = 1$ **Lymanova série** (série patří do ultrafialové oblasti), $n = 2$ **Balmerova série** (leží ve viditelné oblasti a do ultrafialové spadá pouze její hrana), $n = 3$ **Paschenova série** (leží v infračerveném oboru spektra), $n = 4$ **Brackettova série** (leží rovněž v infračerveném oboru spektra), $n = 5$ **Pfundova série**.

Podle klasické Rutherfordovy teorie nebylo diskrétní kvantování „různorodé“ energie atomu vysvětlitelné. Myšlenku modelu atomu v návaznosti na poznatky spektrální analýzy realizoval v souladu s kvantovou fyzikou až Bohr, a to v postulátech o stacionárních stavech atomu a vzniku fotonu při změně stacionárního stavu. Podle **Bohrovy teorie** je energie E_n atomu vodíku v tzv. stacionárním (časově neproměnném) stavu funkcí hlavního kvantového čísla n a určité minimální – **základní energie**

$$E_1 = -13,53\text{eV} \quad 4.3.- 7.$$

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2} \Rightarrow E_n = -R \frac{1}{n^2} \Rightarrow E_n = -\frac{E_1}{n^2}, \quad 4.3.- 8.$$

kde R je Rydbergova konstanta, m_e hmotnost elektronu, e náboj elektronu, h Planckova konstanta, ϵ_0 permitivita vakua.

Je-li hlavní kvantové číslo $n > 1$, atom se dostává do **vzbuzeného (excitovaného) stavu**. Při přechodu atomu z excitovaného stavu do stavu s nižší energií (např. základního stavu) dochází k vyzáření difference této energie ve formě **energie fotonu** $\Delta E = h \nu = E_m - E_n$.

Rutherfordův model atomu vycházel z představ klasické fyziky, Bohrov model atomu stál na hranici klasické a kvantové fyziky. Model zcela kvantově mechanického charakteru založil **Broglie** a vytvořil **Schrödinger**. Kvantové vlastnosti atomů jsou dány jako důsledky skládání vlnění v atomech, které tvoří trojrozměrné stojaté vlnění. Nejpravděpodobnější polohy (orbitaly) elektronů mají tvar elektronových oblaků okolo jádra, a to podle zákonů pravděpodobnosti, kterými se mikrosvět částic atomu řídí. **Heisenbergovo** vidění modelu atomu už bylo opět odlišné: pro výskyt elektronu Heisenberg formuloval pravděpodobnostní vztahy neurčitosti.

Fyzikální veličinou, která popisuje každý stacionární stav atomu, je tzv. **vlnová funkce**. Vlnová funkce popisuje šíření de Broglieho vlny funkcí souřadnic v časoprostoru $\psi(x, y, z, t)$, tj. popisuje závislost vzdáleností elektronů od jádra atomu. Pravděpodobnost, s jakou se elektron nachází v určitém místě atomu, určíme pomocí **hustoty pravděpodobnosti** $|\psi|^2$. Geometrické místo bodů, v nichž hustota pravděpodobnosti dosahuje své maximální hodnoty, tvoří **atomový orbital**, „oblak“ pravděpodobnosti určitého rozměru a tvaru.



KO 4.3.- 11. Porovnejte jádro a elektronový obal z hlediska jejich hmotnosti, prostorového rozložení i elektrického náboje.

KO 4.3.- 12. Popište historický Rutherfordův experiment, kterým byla prokázána vnitřní struktura atomu.

KO 4.3.- 13. Napište a vysvětlete Balmerův a Rydbergův vztah závislosti frekvence diskrétních spektrálních čar na kvantových číslech.

KO 4.3.- 14. Napište a vysvětlete Bohrov vztah závislosti diskrétních energetických hladin atomu na hlavním kvantovém čísle.

KO 4.3.- 15. Specifikujte podmínky vyzáření energie fotonu a napište vztah závislosti této energie na frekvenci fotonu.



Ve viditelném oboru záření se nalézají 4 spektrální čáry vodíku, a to Balmerovy série. Nalezněte jejich vlnové délky!

Pro vlnčet σ určité spektrální čáry platí obdobný Balmer-Rydbergův vztah jako pro její frekvenci

$$\sigma = R_{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right),$$

příčemž vlnčet je definován jako inverzní hodnota vlnové délky λ příslušné spektrální čáry

$$\sigma = \frac{1}{\lambda}.$$

Obdobně jako Rydbergova konstanta „frekvenční“ je definován a i Rydbergova konstanta „vlnčetová“ $R_{\infty} = 1,097373 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ za předpokladu nekonečně velké hmotnosti jádra atomu.

Pro Balmerovu sérii odpovídá hodnota hlavního kvantového čísla $n = 2$ a hodnota magnetického kvantového čísla $m = 0, \pm 1$.

Výsledky zkontrolujeme s údaji Balmerovy série spektrálních čar vodíku ve viditelné oblasti podle

viz obr. 4.3.- 9.



Vypočítejte energii a vlnovou délku fotonů vyzářených atomem vodíku při přechodu ze stavu s hlavním kvantovým číslem $n = 6$ do stavu $n = 3$.

Provedeme zkrácený zápis zadání úlohy

vodík ; $n = 6, n = 3$; $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$\Delta E = ?$; $\lambda = ?$

Použijeme vztah pro výpočet energie atomu v energetických stavech E_6 ; E_3 . Dále vyjádříme diferenci mezi oběma energetickými vztahy ΔE . Víme, že energie atomu je záporná. Nejmenší energii má atom vodíku v základním stavu, kdy je jeho energie $E_1 = -13,53 \text{ eV}$.

$$E_6 = \frac{E_1}{6^2} \wedge E_3 = \frac{E_1}{3^2} ; \Delta E = E_6 - E_3 ;$$

$$\Delta E = \frac{-13,53}{36} - \frac{-13,56}{9} = 1,13 \text{ eV} = 1,808 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

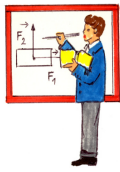
Kvantum energie ΔE se vyzáří při přechodu mezi oběma stavy podle Plancka, přičemž rovněž určíme obecně i numericky závislost vlnové délky fotonu na jeho frekvenci.

$$\Delta E = h \nu \wedge \lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow \lambda = \frac{h c}{\Delta E}$$

$$\lambda = 1130 \cdot 10^{-9} \text{ m}.$$



U 4.3.- 5. Při Franck-Hertzově pokusu byl elektron urychlen napětím $U = 4,9 \text{ V}$. Získal tak kinetickou energii E , kterou předal atomu rtuťi a kterou atom rtuťi vyzářil. Určete vlnovou délku λ tohoto záření. (Historický význam experimentu spočívá v tom, že bylo zjištěno, že atomy rtuťi mohou přijímat pouze diskrétní hodnoty energie.)



Elektron na druhé dráze vodíkového atomu absorbuje foton vlnové délky 327nm. Předpovězte, zda dojde k ionizaci atomu a vypočítejte kinetickou energii volného elektronu, pokud ano.

Napišeme zkrácené zadání pro atom vodíku

$$E_2; \lambda = 327 \cdot 10^{-9} \text{ m}; h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}; c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$
$$E_K = ?$$

Víme, že energie atomu je záporná; nejmenší energii má atom vodíku v základním stavu, kdy je jeho energie $E_1 = -13,53 \text{ eV}$. Na 2. oběžné dráze vodíkového atomu má elektron energii E_2 . Jako energii E označíme Planckovo kvantum energie vyzářeného fotonu. Pokud je $E \geq E_2$, k ionizaci atomu dojde.

$$E_K = \Delta E = E - E_2$$

$$E = h \nu \wedge \lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow E = \frac{h c}{\lambda}$$

$$E_2 = \frac{E_1}{2^2}$$

Vztah pro energii E , dále energii vodíkového atomu na 2. dráze E_2 a diferenci mezi oběma energiemi určíme numericky.

$$E = \frac{13,56}{4} = 3,39 \text{ eV}$$

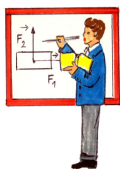
$$E = 6,064 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3,79 \text{ eV}$$

Ano, k ionizaci dojde, přičemž kinetická energie volného elektronu bude mít hodnotu

$$E_K = E - E_2 = 0,4 \text{ eV}.$$



U 4.3.- 6. Vypočítejte největší frekvenci a energii fotonů ve vodíkovém spektru.



Určete poloměry následujících tří drah elektronu v Bohrově modelu vodíkového atomu, je-li poloměr první dráhy 0,053nm.

Při pohybu elektronu okolo jádra po přibližně kruhové dráze v Bohrově modelu vodíkového atomu vykonává úlohu dostředivé síly Coulombova přitažlivá síla

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2}$$

Podle Bohrova postulátu musí platit

$$2\pi r \cdot m_0 v = n \cdot h,$$

kde $n = 1, 2, 3, \dots$ je hlavní kvantové číslo a h Planckova konstanta.

Pro poloměr n -té dráhy pak platí

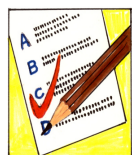
$$n = 1; r_1 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_0 e^2} n^2 \Rightarrow r_1 = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ m.}$$

Analogicky

$$n = 2; r_2 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_0 e^2} n^2 \Rightarrow r_2 = 212 \text{ nm};$$

$$n = 3; r_3 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_0 e^2} n^2 \Rightarrow r_3 = 477 \text{ nm};$$

$$n = 4; r_4 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_0 e^2} n^2 \Rightarrow r_4 = 848 \text{ nm.}$$



TO 4.3.- 14. V souladu s Bohrovým modelem atomu označíme r_1 , v_1 , E_1 poloměr, rychlost a

energii elektronu na první kvantové dráze. Pro n -tou dráhu platí

a) $r_n = r_1 n^2$;

b) $v_n = v_1 n$;

c) $E_n = E_1/n$;

d) $E_n = E_1/n^2$.

TO 4.3.- 15. Protonové (atomové) číslo Z

1. udává počet protonů v jádře a je-li atom neutrální, udává i počet elektronů v jeho obalu,

2. určuje pořadové číslo prvku v Mendělejevově periodické soustavě a udává se jako dolní index u jeho značky ${}_Z X$

a) správné je pouze tvrzení 1.;

b) správné je pouze tvrzení 2.;

c) správná jsou obě tvrzení;

d) obě tvrzení jsou nesprávná.

TO 4.3.- 16. Nukleonové (hmotnostní) číslo A

1. udává celkový počet protonů a neutronů v jádře atomu,

2. udává počet neutronů v jádře.

a) správné je pouze tvrzení 1.;

b) správné je pouze tvrzení 2.;

c) obě tvrzení jsou nesprávná;

d) obě tvrzení jsou správná.

TO 4.3.- 17. Uvažujeme prvek ${}^7_3\text{Li}$. Jaké je jeho nukleonové číslo?

- a) 3;
- b) 7;
- c) 10;
- d) 4.

TO 4.3.- 18. Izotop určitého prvku se liší počtem

- a) protonů v jádře;
- b) neutronů v jádře;
- c) elektronů v obalu;
- d) elektrickým nábojem.

TO 4.3.- 19. Pod pojmem nukleon označujeme

- a) jen protony;
- b) jen neutrony;
- c) společně elektrony a protony;
- d) společně protony a neutrony.

TO 4.3.- 20. Uvažujte izotop ${}^3_1\text{H}$. Kolik obsahuje nukleonů?

- a) 0 ;
- b) 1 ;
- c) 3 ;
- d) 2.

TO 4.3.- 21. Uvažujte izotop ${}^3_1\text{H}$. Kolik protonů obsahuje jádro?

- a) 0 ;
- b) 1 ;
- c) 3 ;
- d) 2.

TO 4.3.- 22. Uvažujte izotop vodíku ${}^3_1\text{H}$. Kolik elektronů je obsaženo v jádře?

- a) 0 ;
- b) 1 ;
- c) 3 ;
- d) 2.

TO 4.3.- 23. Elektron na stacionární dráze v Bohrově modelu atomu vodíku má potenciální energii

- a) kladnou;
- b) zápornou;
- c) nulovou;
- d) rovnou přesně jeho kinetické energii.

TO 4.3.- 24. Poměr magnetického momentu a hybnosti elektronu, který se pohybuje po kruhové dráze o poloměru r rychlostí v , je roven (e náboj elektronu, m hmotnost elektronu)

- a) $\frac{e v}{m r}$;
- b) $\frac{1}{2} \frac{e}{m}$;
- c) $v r e m$;
- d) $\frac{e v}{2 m}$.

TO 4.3.- 25. Podle Bohrově teorie je poloměr první dráhy elektronu v atomu vodíku

$r_1 = 0,53 \cdot 10^{-10}$ m. Poloměr 4. dráhy je roven

- a) $r_4 = 2r_1$;
- b) $r_4 = 4r_1$;
- c) $r_4 = 8r_1$;
- d) $r_4 = 16r_1$.

4.3.3. Elektronová konfigurace v atomech

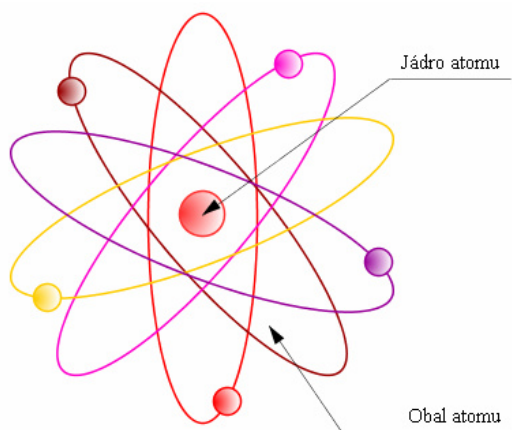


1. Vystihnout základní myšlenky Sommerfeldovy systemizace elektronů v elektronovém obalu.
2. Znat kvantová čísla popisující vlastnosti atomu v daném stacionárním stavu.
3. Definovat hlavní kvantové číslo a jeho význam pro energii stacionárního stavu atomu.
4. Definovat vedlejší kvantové číslo v souvislosti s hlavním kvantovým číslem a jeho význam pro tvar orbitalu.
5. Definovat magnetické kvantové číslo v souvislosti s vedlejším kvantovým číslem a jeho význam pro prostorovou orientaci atomového orbitalu.
6. Definovat spinové kvantové číslo v souvislosti s magnetickým kvantovým číslem a jeho význam pro magnetickou polohu elektronu v magnetickém poli.
7. Vyslovit základní principy pro obsazování hladin v elektronovém obalu elektrony a umět je aplikovat názorně na jednoduchých příkladech atomů (atomů s menším počtem elektronů v elektronovém obalu).



Základ současného pojetí stavby atomu podal **Sommerfeld**. Jde v podstatě o systematiku **elektronového obalu**. Bohr podle klasické fyziky respektoval pohyb elektronu po určité trajektorii v elektronovém obalu a předpokládal, že jde o **kružnice**. Podle Sommerfelda však **trajektorie**, po kterých obíhají elektrony kolem jádra, nemusejí být pouze kružnice, častěji to jsou **elipsy**.

Rychlosti elektronů na eliptických drahách se mění obdobně jako rychlosti planet při oběhu kolem Slunce. Nejbližší ohnisku, ve kterém je jádro, nabývá elektron největší rychlosti (obdobně jako planeta v perihéliu). V blízkosti druhého ohniska naopak nabývá nejmenší rychlosti (obdobně jako planeta v aféliu). Následkem tohoto jevu dochází k relativistické změně hmotnosti elektronu a ke stáčení hlavní osy eliptické trajektorie. Výsledně pak elektron opisuje trajektorii **hvězdčovitou** (obr. 4.3.- 10.).



Obr. 4.3.- 10.

„Vlastnosti“ elektronů v daném stacionárním stavu atomu popisují tzv. **kvantová čísla**.

Hlavní kvantové číslo $n = 1, 2, 3, \dots$ charakterizuje **energii** stacionárního stavu atomu a je mu klasifikačně a konvenčně přiřazena **slupka** (jinou terminologií **stav, orbital**) s označením velkého písmene v abecedním pořadí K, L, M, ...

hlavní kvantové číslo n	1	2	3	4	5	6	7
slupka	K	L	M	N	O	P	Q

K úplnému energetickému popisu však hlavní kvantové číslo nestačí. V základním stavu má sice atomový orbital tvar koule, ale pokud je tzv. vedlejší kvantové číslo nenulové, je tvar atomového orbitalu složitější, atom může být i prostorově nesymetrický. Proto stavu o energii E_n přísluší většinou ne jeden, ale určitý počet atomových orbitalů.

Vedlejší kvantové číslo l pak určuje **tvar** atomového orbitalu a úzce souvisí s číslem hlavním je-li $n = 1, 2, 3, \dots$, potom $l = 0, 1, 2, \dots (n - 1)$.

vedlejší kvantové číslo l	0	1	2	3	4
podslupka (stav, orbital)	s	p	d	f	g

Elektrony, které v určité slupce mají stejnou hodnotu vedlejšího kvantového čísla, leží v tomtéž atomovém orbitalu a tvoří **podslupku** a liší se jen hodnotou 3. kvantového čísla, tzv.

čísla magnetického. **Magnetické kvantové číslo** m slouží k vyjádření **prostorové orientace** atomového orbitalu, jeho hodnota souvisí s hodnotou vedlejšího kvantového čísla

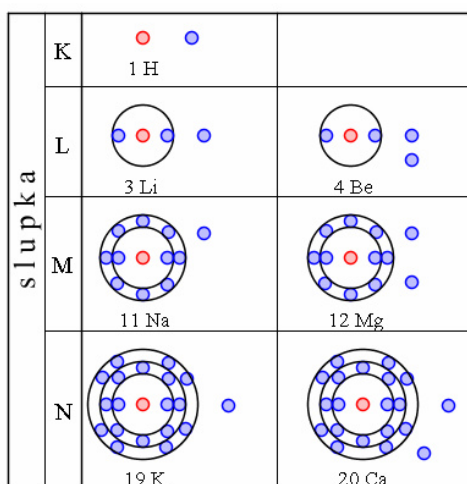
je-li $l = 0, 1, 2, \dots (n - 1)$, potom $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm l \dots$

Teorie, která byla původně vypracována pro atom vodíku, je obecně platná i pro atomy s větším počtem elektronů v obalu. Stav elektronu je zcela určen třemi kvantovými čísly n, l, m , přičemž energii popisuje hlavní a vedlejší kvantové číslo (energie určitého stacionárního stavu je tím větší, čím větší je vedlejší kvantové číslo).

S ohledem na předpoklady klasické fyziky by měly všechny elektrony zaujmout stav s nejmenší energií. Podle zákonitostí kvantové fyziky se však do tohoto stavu všechny elektrony „nevejdou“. Energetické hladiny atomu v základním stavu obsazují elektrony rovněž podle principu minimální energie tak, že při zvětšujícím se počtu elektronů každý další elektron obsazuje dosud volnou hladinu s nejmenší energií. Kromě této zákonitosti existuje specifický **Pauliho vylučovací princip**, podle kterého se v jednom stacionárním stavu mohou současně nacházet pouze dva elektrony. Tyto elektrony však nejsou identické, mají opačný spin. Pohybující se elektron generuje vlastní elementární magnetické pole, a proto může být vnějším magnetickým polem orbitalu ovlivňován. Spin je v podstatě obdobně jako magnetické kvantové číslo charakteristika polohy, v tomto případě **magnetické polohy** elektronu v magnetickém poli, a to vzhledem ke směru magnetické indukce tohoto pole.

Spinové kvantové číslo nabývá jedné ze dvou hodnot $s = \pm \frac{1}{2}$; v jednom orbitalu tvoří dva elektrony s opačným spinem tzv. elektronový pár.

Obsazení energetických hladin elektrony se v elektronovém obalu děje v souladu s výše diskutovanými pravidly tak, že počet elektronů je ve slupkách i podslupkách maximálně možný. Různé prvky se liší právě počtem elektronů v elektronovém obalu (obr. 4.3.- 11.), který je dán pořadovým číslem Z prvku v **Mendělejevově periodické soustavě prvků** (viz MFCh tabulky). Fyzikální zákon má obecnou platnost, pravidlo a princip platí s výjimkami. Při vyšších kvantových číslech (19 a více) nastávají různá porušení v uspořádání elektronů např. přeskočením dosud neobsazené podslupky. Důvodem je vzájemné působení většího počtu elektronů na sebe navzájem.



Obr. 4.3.- 11.



KO 4.3.-16. Popište typické trajektorie elektronů v elektronovém obalu.

KO4.3.-17. Jak se projeví změna rychlosti pohybu elektronu na tvaru trajektorie a na jeho hmotnosti?

KO4.3.-18. Přiřaďte hlavním kvantovým číslem označení slupek a vysvětlete v souvislosti se systematizací.

KO4.3.-19. Přiřaďte vedlejším kvantovým číslem označení podslupek a vysvětlete v souvislosti se systemizací.

KO4.3.-20. Porovnejte hodnoty vedlejšího a magnetického kvantového čísla z hlediska tvaru a prostorové orientace atomového orbitalu.

KO4.3.-21. Porovnejte hodnoty magnetického a spinového kvantového čísla z hlediska magnetické polohy elektronu v magnetickém poli.

KO4.3.-22. Vysvětlete Pauliho vylučovací princip v souvislosti se spinem elektronu.



Pomocí Pauliho vylučovacího principu určete maximální počet elektronů na třetí kvantové dráze!

Podle zadání úlohy nejprve stanovíme hodnoty příslušných kvantových čísel

hlavní kvantové číslo $n = 1, 2, 3$;

vedlejší kvantové číslo $l = 0, 1, 2$;

magnetické kvantové číslo $m = 0, \pm 1, \pm 2$;

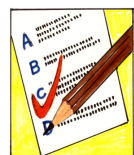
spinové kvantové číslo $s = \pm \frac{1}{2}$.

Maximální počet elektronů určíme v 9-ti orbitalech po 2elektronech jako součet $\Sigma=18$ (viz tabulka pro řádek $n = 3$)

n	slupka	počet elektronů v podslupce					maxim. počet elektronů
		s $l = 0$ 1orb.x2el.	p $l = 1$ 3orb.x2el.	d $l = 2$ 5orb.x2el.	f $l = 3$ 7orb.x2el.	g $l = 4$ 9orb.x2el.	
1	K	2	-	-	-	-	2
2	L	2	6	-	-	-	8
3	M	2	6	10	-	-	18



U 4.3. – 7. Pomocí Pauliho vylučovacího principu určete maximální počet elektronů na páté kvantové dráze!



TO 4.3.- 26. Energetické hladiny elektronů v atomu se označují písmeny K, L, M... Co lze říci o energii fotonu emitovaného při přechodu elektronu z hladiny L na K a z hladiny M na L?

a) energie při přechodu z L na K je **menší** než energie při přechodu z M na L;

b) energie při přechodu z L na K je **větší** než energie při přechodu z M na L;

c) energie emitovaného fotonu je v obou případech **stejná**;

d) energie při přechodu z L na K může být **menší nebo větší** než energie při přechodu z M na L v závislosti na protonovém čísle atomu.

TO 4.3.- 27. V atomu vodíku se viditelné světlo vyzáří při přechodu ze slupky

- a) N na M;
- b) L na M;
- c) N na L;
- d) L na K.

TO 4.3.- 28. Frekvence spektrálních čar je funkcí Rydbergovy konstanty a

- a) hlavního a vedlejšího kvantového čísla;
- b) hlavního a magnetického kvantového čísla;
- c) hlavního kvantového čísla;
- d) magnetického a vedlejšího kvantového čísla.

TO 4.3.- 29. Vodík ozářený zářením, které způsobuje přechod z hladiny K na M, vysílá sekundární záření, jehož spektrum se skládá

- a) ze dvou čar Lymanovy série;
- b) ze dvou čar Balmerovy série;
- c) z jedné čáry Lymanovy série a jedné čáry Balmerovy série;
- d) z jedné čáry Balmerovy série a ze dvou čar Lymanovy série.

TO 4.3.- 30. Atom vodíku je v základním stavu. Kolikrát větší energie je potřebná k přenesení elektronu mimo atom, než k jeho přenesení na nejbližší (následující) energetickou hladinu?

- a) 2krát;
- b) 4krát;
- c) 4/3krát;
- d) tolikrát větší jako je počet energetických hladin v atomu vodíku.

TO 4.3.- 31. Energie elektronu v atomu vodíku v základním stavu je $-13,6\text{eV}$. Energie fotonu emitovaného při přechodu elektronu z třetího do druhého kvantového stavu je přibližně

- a) $1,9\text{eV}$;
- b) $1,5\text{eV}$;
- c) $3,4\text{eV}$;
- d) $10,2\text{eV}$.

TO 4.3.- 32. Energie elektronu v atomu vodíku v základním stavu je $-13,6\text{eV}$. Energie elektronu ve 2. kvantovém stavu je

- a) $-54,4\text{eV}$;
- b) $-27,2\text{eV}$;
- c) $-6,8\text{eV}$;
- d) $-3,4\text{eV}$.

TO 4.3.- 33. Je-li ionizační energie atomu vodíku v základním stavu E , je ionizační energie atomu vodíku ve druhém kvantovém stavu

- a) $E/4$;
- b) $E/2$;
- c) $4E$;
- d) $2E$.

TO 4.3.- 34. Energie elektronu v prvním kvantovém stavu atomu vodíku je $-13,6\text{eV}$. Energie fotonu emitovaného při přechodu elektronu z druhého kvantového stavu do základního je

- a) $6,8\text{eV}$;
- b) $10,2\text{eV}$;
- c) $3,4\text{eV}$;
- d) $13,6\text{eV}$.

TO 4.3.- 35. Odpovídá-li v určitém prostředí fotonu o energii hf vlnová délka λ , pak absolutní index lomu tohoto prostředí (kde h je Planckova konstanta, c rychlost světla ve vakuu, f frekvence fotonu)

- a) $n = \frac{c \lambda}{f}$;
- b) $n = \frac{h f}{c}$;
- c) $n = \frac{c}{\lambda f}$;
- d) $n = \frac{f \lambda}{c}$.

TO 4.3.- 36. Elektron a neutron mají stejné kinetické energie (pro nerelativistické rychlosti). De Broglieova vlnová délka, přiřazená elektronu v porovnání s vlnovou délkou příslušející neutronu je

- a) stejná;
- b) větší;
- c) o něco menší;
- d) mnohem menší.

TO 4.3.- 37. Jestliže kinetická energie elektronu (pro nerelativistické rychlosti) vzroste 4krát, pak de Broglieho vlnová délka elektronu

- a) vzroste 2krát;
- b) zmenší se 2krát,
- c) vzroste 4krát;
- d) zmenší se 4krát.

TO 4.3.- 38. De Broglieho vlnové délky přiřazené částicím α , β , n , p

- a) jsou stejné pro všechny vyjmenované částice;
- b) jsou různé, přičemž největší vlnová délka odpovídá částici α ;
- c) jsou různé, přičemž největší vlnová délka odpovídá neutronu n ;
- d) jsou různé, přičemž největší vlnová délka odpovídá částici β .

4.3.4. Rentgenové záření

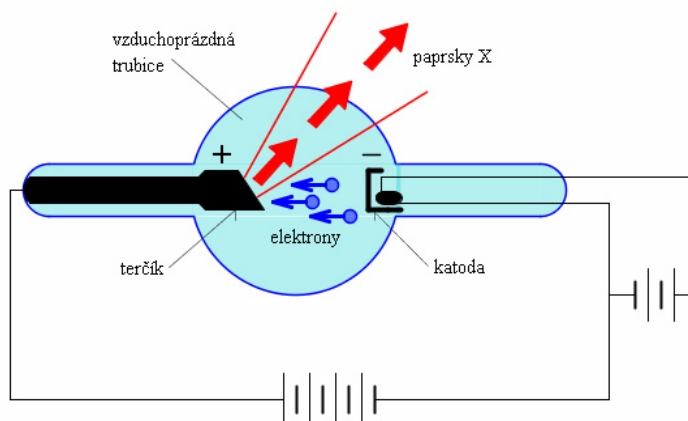


1. Umět zařadit rentgenového záření do elektromagnetického spektra podle jeho vlnové délky a frekvence.
2. Popsat podmínky vzniku rentgenového záření a srovnat je s podmínkami vzniku fotoefektu.
3. Odlišit rentgenové záření brzdné spojité a charakteristické čárové.
4. Nakreslit a vysvětlit složení a funkci rentgenové trubice.
5. Nakreslit a popsát voltampérovou charakteristiku diody.
6. Znáť vlastnosti rentgenového záření a jeho využití.



Rentgenové záření (starší terminologií **paprsky X**) známe jako součást elektromagnetického spektra (vlnové délky leží v intervalu 10^{-8} až 10^{-12} m). Při jeho vzniku jde v podstatě o inverzní děj k ději fotoelektrickému. Při fotoefektu se v důsledku dopadu záření na hmotu uvolňují elektrony. V případě vzniku rentgenového záření se naopak v důsledku dopadu elektronů s velkou energií, tj. katodových paprsků, na hmotu (kov) uvolňuje záření.

Děj vzniku rentgenového záření se technicky realizuje v trubiciích nazývaných podle svého objevitele **rentgenové trubice** (resp. upravené Coolidgeovy trubice). Jde o vakuové (vzduchoprázdné) diody pod vysokým napětím 10kV až 400kV, ve kterých se generuje měkké a méně pronikavé záření až po tvrdé, silně pronikavé záření, a to regulací anodového napětí. Trubice je vzduchoprázdná asi jako např. žárovka z toho důvodu, aby nedošlo za přítomnosti vysokých teplot a kyslíku k hoření (vzduch totiž obsahuje až 20% kyslíku). Kromě toho se anoda musí za provozu průběžně chladit (nejčastěji vodou).



Obr. 4.3.- 12.

Elektrody jsou termoemisí (žhavenou katodou) uvolňovány z povrchu kovu katody (obr. 4.3.- 12.) a přitahovány v elektrickém poli trubice k terčičíku kladné elektrody, na kterou narážejí, rychle se zabrzdí a uvolňují následně rentgenové záření (paprsky X). Fotony tohoto záření získávají svou energii na úkor právě pohybové energie dopadajících elektronů a jejich frekvence je spojitě se měnící. **Spektrum brzdného záření** je tedy **spojité**.

Se změnami energie v elektronovém obalu souvisí tzv. **charakteristické záření**, jeho **spektrum** je diskrétní, **čárové**. Tato spektra se však příliš optickým čárovým spektrem nepodobají, mají malý počet čar.

Podle zákona zachování energie by foton rentgenového záření získal při mezní vlnové délce λ_m katodového záření přesně takovou energii, jaká je energie dopadajícího elektronu. Podle **Duan Huntova zákona** je v brzdném záření součin vloženého napětí U mezi elektrodami a příslušné mezní vlnové délky roven Duan-Huntově konstantě

$$h \nu_m = e U \Rightarrow h \frac{c}{\lambda_m} = e U \Rightarrow U \lambda_m = \frac{h c}{e} \quad 4.3.- 9.$$

kde je h Planckova konstanta, c rychlost fotonu ve vakuu, e náboj elektronu. Jinými slovy je vlnová délka rentgenového záření nepřímo úměrně závislá na napětí rentgenky.

Rentgenové záření je neviditelné, nelze je vychylovat elektrickým, ani magnetickým polem, jako značně pronikavé prochází tělesa, působí na fotografickou emulzi, ionizuje vzduch či jiné prostředí, kterým prochází, ohýbá se v krystalech jako v prostorových mřížkách. Jeho specifické **vlastnosti** jsou **využívány** v lékařské diagnostice a terapii, při zkoumání struktury obráběných předmětů a atomové struktury látek.



KO 4.3.- 23. Odhadněte řádově (pomocí Duan Huntova) zákona vlnové délky rentgenového záření pro napětí trubice 10kV až 400kV.

KO 4.3.- 24. Jaká je rychlost fotonů rentgenového záření pro napětí trubice 10kV až 400kV?

KO 4.3.- 25. Proč musí být rentgenová trubice vzduchoprázdná?

KO 4.3.- 26. Vysvětlete, proč je terčík anody rentgenové trubice šikmý.

KO 4.3.- 27. Proč nelze rentgenové záření vychylovat elektrickým a magnetickým polem?



Ohyb rentgenového záření pozorujeme pomocí krystalové mřížky. Naleznete mřížkovou konstantu NaCl!

Podle MFCh tabulek jsou atomové hmotnosti sodíku $22,997\text{kg.kmol}^{-1}$ a chlóru $35,457\text{kg.kmol}^{-1}$, molekulová hmotnost chloridu sodného je potom $M = 58,5\text{kg.kmol}^{-1}$, resp. $0,0585\text{kg.mol}^{-1}$, hustota (starším termínem měrná hmotnost) $\rho = 2,2 \cdot 10^3\text{kg.m}^{-3}$. Počet molekul v 1molu (1kmolu) označujeme jako Avogadrovu konstantu $N_A = 6,023 \cdot 10^{26}\text{kmol}^{-1}$.

Mřížková konstanta je vzdálenost sousedních iontů krystalu NaCl, který krystalizuje v krychlové soustavě, tzn. že ve středu každé elementární krychle je 1atom. Sodík je kladným iontem v krystalu, chlór záporným, jejich vzdálenost je přibližně rovna průměru atomu. Každý z 8-mi vrcholů je obsazen iontem. V 1molu NaCl je N_A párů iontů, tj. $2N_A$ iontů. Protože každý iont přísluší 8-mi sousedním krychlím, odpovídá počet krychliček počtu iontů. Objem 1 krychličky je d^3 . Objem 1molu pak je V_0 a odvodíme pomocí něj hranu krychličky jako mřížkovou konstantu d

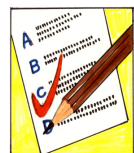
$$V_0 = \frac{M}{\rho} \wedge V_0 = 2 N_A d^3 \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{M}{2 N_A \rho}}$$



U 4.3.- 8. Nejkratší vlnová délka spektra rentgenového záření je $4,8 \cdot 10^{-10}\text{m}$. Vypočítejte, jaké rychlosti dosáhly elektrony v rentgenové trubici a jakým napětím byly urychlovány za předpokladu, že se hmotnost elektronu neměnila.



U 4.3.- 9. Vypočítejte krátkovlnnou hranici spojitého rentgenového spektra v případě, že na rentgenové lampě je napětí 30kV.



TO 4.3.- 39. Rentgenové záření vzniká

- při radioaktivním záření;
- v jádrech atomů;
- při Comptonově jevu;

d) v elektronových obalech atomu.

TO 4.3.- 40. Rentgenové záření je proud

- a) neutronů;
- b) elektronů;
- c) α částic;
- d) fotonů.

TO 4.3.- 41. Čárové spektrum rentgenového záření závisí na

- a) nukleonovém čísle prvku, z něhož je anoda rentgenové lampy vyrobena;
- b) protonovém čísle (pořadovém čísle v periodické soustavě) prvku, z něhož je anoda;
- c) napětí, připojeném na lampě;
- d) hustotě anody.

TO 4.3.- 42. Vlnová délka rentgenového záření se zmenší, jestliže

- a) zvětšíme žhavicí proud katody;
- b) zmenšíme napětí mezi katodou a anodou;
- c) zvětšíme napětí mezi katodou a anodou;
- d) zvětšíme atomovou hmotnost materiálu anody.

TO 4.3.- 43. Pro rentgenové záření o vlnové délce λ je nejmenší úhel odrazu (odpovídající interferenčnímu maximu prvního řádu) roven $\pi/4$. Z toho můžeme usoudit, že největší vzdálenost mezi rovinami atomů v daném krystalu je

- a) 2λ ;
- b) $\lambda/2$;
- c) $\frac{\sqrt{2}\lambda}{2}$;
- d) $\sqrt{2}\lambda$.

TO 4.3.- 44. Zvětšíme-li napětí urychlující elektrony v rentgenové lampě 4krát, potom mezní vlnová délka (spojitého spektra)

- a) vzroste 4krát;
- b) zmenší se 4krát;
- c) zmenší se 2krát;
- d) vzroste 2krát.

TO 4.3.- 45. Při napětí U mezi anodou a katodou v rentgenové lampě byla naměřena nejmenší

vlnová délka spojitého spektra λ . Planckovu konstantu můžeme vyhodnotit ze vztahu (kde c je rychlost světla; e náboj elektronu)

a) $h = \frac{eU\lambda}{c}$;

b) $h = \frac{eU}{\lambda c}$;

c) $h = \frac{eUc}{\lambda}$;

d) $h = \frac{\lambda c}{eU}$.

TO 4.3.- 46. Podle Duan Huntova zákona určíme mezní vlnovou délku katodového záření (necht' je U napětí mezi anodou a katodou v rentgenové lampě, λ vlnová délka, e náboj elektronu, h Planckova konstanta, c rychlost světla)

a) $\lambda_m = \frac{h c}{e U}$;

b) $\lambda_m = \frac{h e}{c U}$;

c) $\lambda_m = \frac{h U}{c e}$;

d) $\lambda_m = \frac{h}{c e U}$.

TO 4.3.- 47. Největší vlnovou délku série K spektra charakteristického rentgenového záření bude vyzařovat lampa, jejíž anoda je vyrobena z

a) ${}_{20}\text{Ca}$;

b) ${}_{29}\text{Cu}$;

c) ${}_{26}\text{Fe}$;

d) ${}_{42}\text{Mo}$.

4.3.5. Lasery



1. Umět vysvětlit a odlišit jevy absorpce, spontánní emise a stimulované emise.
2. Popsat složení a princip laseru.
3. Vyhodnotit kvalitu laseru pomocí koherentní délky a koherentní doby.
4. Umět vysvětlit a porovnat principy laseru, maseru a LED diody.



Absorpce světla je děj interaktivní povahy, při kterém látka **pohlcuje** dopadající fotony světla a elektrony v elektronových obalech atomů přecházejí z nižší energetické hladiny do vyšší energetické hladiny.

Ve vzbuzeném (excitovaném) stavu o energii E_b je však atom schopen setrvat pouze krátkodobě (asi 10^{-8} s), poté prochází bez působení vnějšího podnětu samovolně do stavu s nižší energií E_a , anebo zpátky do základního stavu. Při tomto přechodu vyzáří **spontánní (samovolnou) emisí** kvantum světla, foton. Foton je tedy energetické kvantum elektromagnetického záření o frekvenci ν

$$\Delta E = h \nu = E_b - E_a.$$

4.3.- 10.

Fáze, směr a polarizace vyzářování jsou zcela náhodné. V porovnání se stimulovanou emisí je pravděpodobnost vzniku spontánní emise nezávislá na přítomnosti elektromagnetického pole téže frekvence, závisí pouze na **vlastnostech kvantového přechodu**.

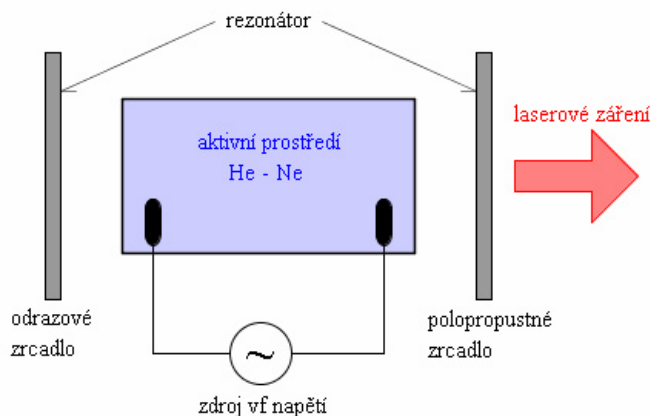
Stimulovaná (indukovaná) emise probíhá pouze za působení vnějšího elektromagnetického záření vysílaného na atom. Má v podstatě **rezonanční ráz**, tj. že frekvence fotonu záření vyvolávajícího je tatáž jako frekvence fotonu vznikajícího. Podle zákona zachování se dodaná energie mění na emisní, případně absorpční procesy v atomu. Jde tedy o přechod kvantového systému mezi dvěma hladinami energie provázený vyzářením kvanta elektromagnetického pole na téže frekvenci. Fáze, směr a polarizace vyzářování emitovaného a stimulujícího pole jsou shodné. V systému částic v termodynamické rovnováze je populace hladiny s nižší energií vyšší a pravděpodobnější než populace hladiny s vyšší energií, proto v takovém systému převažuje absorpce nad stimulovanou emisí.

Pro vznik stimulované emise je nutné, aby v látce převažovaly atomy v excitovaném stavu. Protože je takové obsazení hladin energie neobvyklé pro běžné přírodní procesy, označujeme jej jako inverzní obsazení hladin energie. Technickou aplikací takového zařízení, které „zesiluje světlo stimulovanou emisí záření“ je **laser**. Jde o jedinečné zařízení z oblasti kvantové elektroniky a úspěšně se používá v mnoha oborech už od 60. let minulého století.

Laser generuje

- velmi intenzivní záření (výkonné o intenzitě až $10^{12} \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$),
- úzké (s rozbíhavostí o průměru 10^{-6}m)
- koherentní světelné paprsky.

Laser se skládá (obr. 4.3.- 13.) především z **aktivního prostředí** (např. He-Ne u plynových laserů, krystal rubínu dotovaný trojmocnými ionty chrómu pevnolátkových laserů, tedy obecně jde o materiál s vyhovujícím rozložením energetických hladin) pod **vysokofrekvenčním napětím** uloženého do rezonátoru. **Rezonátor** je v podstatě sekundární zdroj, protože laserové záření významně zesiluje. Jeho prostor je v čelech ohraničený plně **odrazovým** a **polopropustným zrcadlem**, kde vzniká stojaté vlnění. Laserové záření vychází jedinou, polopropustnou stěnou.



Obr. 4.3.- 13.

Kvalita laserového záření se posuzuje pomocí dvou vzájemně vázaných parametrů: **koherentní délky** l a **koherentní doby** τ . Dráhový rozdíl l , při němž je ještě měřitelná interference, se nazývá koherentní délka. Protože se laserové záření šíří rychlostí světla c , vysílá laser koherentní záření právě po koherentní dobu. Šířka spektrální čáry jako šířka frekvenčního pásma $\Delta\nu$ souvisí s koherentní délkou a koherentní dobou

$$\tau = \frac{l}{c} \wedge \tau = \frac{1}{\Delta\nu} \Rightarrow l = \frac{c}{\Delta\nu}. \quad 4.3.- 11.$$

Běžně nestabilizované lasery vykazují koherentní délku řádově desítky, maximálně stovky metrů, extrémně stabilizovaný laser může disponovat koherentní délkou řádově vyšší.

Maser zesiluje stimulovanou emisí záření **mikrovlny**, je tedy technickou obdobou laseru. Jako aktivní prostředí slouží atomový nebo molekulový svazek, případně paramagnetický krystal. Ke stimulované emisi dochází při interakci s elektromagnetickým zářením v rezonanční dutině. Masery slouží jako kmitočtové etalony a jako nízkošumové zesilovače v mikrovlnných komunikačních a navigačních systémech a v radioastronomii.

LED nahrazuje klasický laser jako nízkovýkonová **polovodičová dioda**, která pracuje v propustném směru a generuje červené světlo. Má nízkou cenu, malé rozměry, snadnou integrovatelnost, proto se využívá v mnoha různých technických aplikacích, především v optických komunikačních systémech.

Při práci s laserovou technikou je třeba dbát na zajištění bezpečnosti a ochrany zdraví obsluhy i osob pohybujících se v dosahu působení laserového záření. Při použití nízkovýkonových laserů (He-Ne laserů a polovodičových diod) jsou **bezpečnostní opatření** hodnocena z hlediska

- vyzařovaného výkonu,
- výkonové hustoty záření,
- délky doby působení,
- velikosti napětí atd.

Český úřad bezpečnosti práce a ministerstvo zdravotnictví stanoví přesné předpisy zejména pro maximální bezpečné ozáření zraku, které je třeba dodržovat.



KO 4.3.-28. Porovnejte emisi samovolnou a spontánní pomocí fáze, směru a polarizace záření.

KO 4.3.-29. Porovnejte emisi samovolnou a spontánní pomocí frekvence vnějšího elektromagnetického pole.

KO 4.3.-30. Popište laserové paprsky z hlediska koherence, maximální intenzity a rozbíhavosti svazku.

KO 4.3.-31. Zdůrazněte požadavky na aktivní prostředí laseru, na charakter zdroje napětí a na vlastnosti rezonátoru.

KO 4.3.-32. Jak a proč vzniká v rezonátoru stojatá vlna?

KO 4.3.-33. Jaká musí být šířka frekvenčního pásma, aby byla koherentní délka a koherentní doba odpovídající nárokům stabilizovaného zdroje světla?

KO 4.3.-34. Charakterizujte nejběžnější hlediska bezpečnostního opatření nízkovýkonových laserů.



Srovnajte koherentní délky klasického a laserového zdroje. Jako klasický zdroj uvažujeme kadmiovou lampu, která vyzařuje na vlnové délce 643,8nm se spektrální šířkou 941MHz. Jako laserový zdroj použijeme He-Ne laser generující záření na vlnové délce 633nm, který extrémně stabilizován vykazuje šířku pásma 10^2 Hz. Rychlost světla ve vakuu dosazujeme co nejpřesněji, tj.

$$c = 299\,792\,458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Provedeme zkrácené zadání úlohy

$$\Delta\nu_K = 941\text{MHz} ; \Delta\nu_L = 100\text{Hz} ; c = 299\,792\,458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$l_K = ? ; l_L = ?$$

Koherentní délku světelného zdroje vyjádříme obecně

$$l = \frac{c}{\Delta\nu}$$

a poté konkrétně pro klasický zdroj světla

$$l_K = \frac{c}{\Delta\nu_K} \Rightarrow l_K = 0,319\text{m}$$

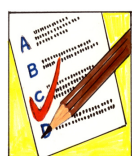
a pro laserový zdroj světla

$$l_L = \frac{c}{\Delta\nu_L} \Rightarrow l_L = 3\cdot 10^6 \text{ m}$$

Vidíme, že stabilizace těchto světelných zdrojů jsou řádově nesrovnatelné.



U 4.3.-10. Jako laserový zdroj použijeme He-Ne laser generující záření na vlnové délce 633nm, který extrémně stabilizován vykazuje šířku pásma 10^2 Hz. Rychlost světla ve vakuu dosazujeme co nejpřesněji, tj. $c = 299\,792\,458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určete koherentní dobu.



TO 4.3.- 48. Spontánní (samovolná) emise je charakteristická tím, že

a) fáze a směr vyzařování jsou zcela náhodné;

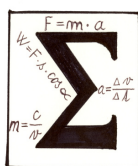
- b) polarizace a směr vyzařování jsou zcela náhodné;
- c) fáze, směr a polarizace vyzařování jsou zcela náhodné;
- d) fáze a polarizace vyzařování jsou zcela náhodné.

TO 4.3.- 49. Stimulovaná (indukovaná) emise laseru je charakteristická tím, že

- a) fáze, směr a polarizace vyzařování emitovaného a stimulujícího pole jsou shodné;
- b) fáze a směr vyzařování emitovaného a stimulujícího pole jsou shodné;
- c) polarizace a směr vyzařování emitovaného a stimulujícího pole jsou shodné;
- d) fáze a polarizace vyzařování emitovaného a stimulujícího pole jsou shodné.

TO 4.3.- 50. Koherentní délka a koherentní doba určuje kvalitu emise laseru. Šířka spektrální čáry jako šířka frekvenčního pásma souvisí s koherentní délkou

- a) přímo úměrně;
- b) nepřímo úměrně;
- c) nesouvisí vůbec;
- d) souvisí pouze s rychlostí světla.



- Planckova a Einsteinova rovnice fotonu jako energetického kvanta elektromagnetického záření

$$E = h \nu \Leftrightarrow E = m c^2 ;$$

- Einsteinova rovnice vnějšího fotoelektrického jevu pro interakci fotonu a vázaného elektronu

$$E = W + e U \Leftrightarrow h \nu = h \nu_0 + \frac{1}{2} m v^2 ; \nu > \nu_0 ;$$

- Comptonova rovnice rozptylu pro interakci fotonu a slabě vázaného elektronu

$$h f - h f' = \frac{1}{2} m_e v^2 ; f > f' \Rightarrow \lambda < \lambda' ; p = m_e v + p' ;$$

- Diference vlnové délky dopadajícího a rozptýleného rentgenového záření

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = 2 \lambda_{\max} \sin^2 \frac{\varphi}{2} \wedge \lambda_{\max} = \frac{h}{m_e c} ;$$

- Frekvence elektromagnetického záření spektrální čáry podle Balmera a Rydberga

$$f = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) ;$$

- Kvantování energetických hladin atomu

$$E_n = -R \frac{1}{n^2} \Rightarrow E_n = -\frac{E_1}{n^2} ;$$

- Vyzáření energie fotonu při přechodu z vyšší do nižší energetické hladiny

$$\Delta E = h \nu = E_m - E_n;$$

- Obsazení energetických hladin v elektronovém obalu maximálně možným počtem elektronů

n	slupka	počet elektronů v podslupce					maxim. počet elektronů
		s l = 0 1orb.x2el.	p l = 1 3orb.x2el.	d l = 2 5orb.x2el.	f l = 3 7orb.x2el.	g l = 4 9orb.x2el.	
1	K	2	-	-	-	-	2
2	L	2	6	-	-	-	8
3	M	2	6	10	-	-	18
4	N	2	6	10	14	-	32
5	O	2	6	10	14	18	50

- Závislost vlnové délky rentgenového záření na napětí podle Duan Huntova zákona

$$h \nu_m = e U \Rightarrow h \frac{c}{\lambda_m} = e U \Rightarrow U \lambda_m = \frac{h c}{e};$$

- Koherentní doba a koherentní délka laserového záření v závislosti na šířce frekvenčního spektra

$$\tau = \frac{l}{c} \wedge \tau = \frac{1}{\Delta \nu} \Rightarrow l = \frac{c}{\Delta \nu}.$$

Klíč



U 4.3.- 1. 4.10^{14}Hz ; $2,5.10^{19}\text{Hz}$; $2,65.10^{-19}\text{J}$; $1,66.10^{-14}\text{J}$; 94.10^{-36}kg ; $1,84.10^{-31}\text{kg}$;
 $8,82.10^{-28}\text{kg.m.s}^{-1}$; $5,52.10^{-23}\text{kg.m.s}^{-1}$

$$\text{U 4.3.- 2. } v = \sqrt{\frac{2\left(h \frac{c}{\lambda} - W\right)}{m_e}} = 1,16 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{U 4.3.- 3. } \Delta \lambda = 2 \frac{h}{m c} \sin^2 45^\circ = 0,024 \cdot 10^{-10} \text{ m} ; \frac{\Delta \lambda}{\lambda_1} = 0,48 \cdot 10^{-5} ; \frac{\Delta \lambda}{\lambda_2} = 0,48$$

U 4.3.- 4. $5,1 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; 296 nm ; $0,74 \text{ V}$

$$\text{U 4.3.- 5. } \lambda = \frac{h}{\sqrt{2} e U m} = 5,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

U 4.3.- 6. $E_{\max} = E_1 \wedge E_{\max} = h \nu_{\max} \Rightarrow \nu_{\max} = \frac{E_{\max}}{h} = 3,3 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

U 4.3.- 7. Maximální počet elektronů určíme ve 25-ti orbitalech po 2elektronech jako součet $\Sigma=50$ (viz tabulka pro řádek $n = 5$)

n	slupka	počet elektronů v podslupce					maxim. počet elektronů
		s $l = 0$ 1orb.x2el.	p $l = 1$ 3orb.x2el.	d $l = 2$ 5orb.x2el.	f $l = 3$ 7orb.x2el.	g $l = 4$ 9orb.x2el.	
1	K	2	-	-	-	-	2
2	L	2	6	-	-	-	8
3	M	2	6	10	-	-	18
4	N	2	6	10	14	-	32
5	O	2	6	10	14	18	50

U 4.3.- 8. $\nu = 0,1c$; $U = 2,58\text{kV}$

U 4.3.- 9. $\lambda = \frac{hc}{eU} = 4,14 \cdot 10^{-11} \text{ m}$

U 4.3.- 10. $\tau = \frac{l}{c} \wedge l = \frac{c}{\Delta\nu} \Rightarrow \tau = \frac{1}{\Delta\nu} \Rightarrow \tau = 10^{-2} \text{ s.}$



TO 4.3.- 1. d) $h\nu = mc^2 \wedge \lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{mc}$

TO 4.3.- 2. a)

TO 4.3.- 3. a)

TO 4.3.- 4. a)

TO 4.3.- 5. c)

TO 4.3.- 6. b)

TO 4.3.- 7. a)

TO 4.3.- 8. a)

TO 4.3.- 9. c)

TO 4.3.- 10. a)

TO 4.3.- 11. a)

TO 4.3.- 12. b), c), d)

TO 4.3.- 13. a), c)

TO 4.3.- 14. a), d)

TO 4.3.- 15. c)

TO 4.3.- 16. a)
TO 4.3.- 17. b)
TO 4.3.- 18. b)
TO 4.3.- 19. d)
TO 4.3.- 20. c)
TO 4.3.- 21. b)
TO 4.3.- 22. a)
TO 4.3.- 23. b)
TO 4.3.- 24. b)
TO 4.3.- 25. d)
TO 4.3.- 26. b)
TO 4.3.- 27. c)
TO 4.3.- 28. b)
TO 4.3.- 29. d)
TO 4.3.- 30. c)
TO 4.3.- 31. a)
TO 4.3.- 32. d)
TO 4.3.- 33. a)
TO 4.3.- 34. b)
TO 4.3.- 35. c)
TO 4.3.- 36. b)
TO 4.3.- 37. b)
TO 4.3.- 38. d)
TO 4.3.- 39. d)
TO 4.3.- 40. d)
TO 4.3.- 41. b)
TO 4.3.- 42. c)
TO 4.3.- 43. c)
TO 4.3.- 44. b)
TO 4.3.- 45. a)
TO 4.3.- 46. a)
TO 4.3.- 47. d)
TO 4.3.- 48. c)
TO 4.3.- 49. a)
TO 4.3.- 50. b)