

MECÂNICA GERAL

Michèle Farage

30 de março de 2009

① Princípios Gerais

② Forças, vetores e operações vetoriais

③ Equilíbrio de um ponto material

④ Resultantes de sistemas de forças

Momento

Formulação escalar

Formulação vetorial

Formulação escalar

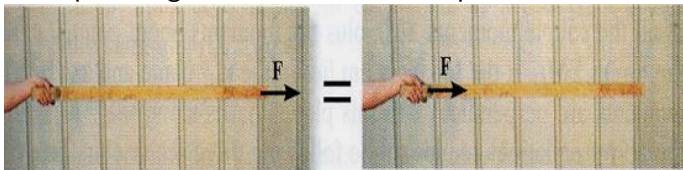
Momento de um binário

Sistemas equivalentes

Resultantes de um sistema de forças e momentos

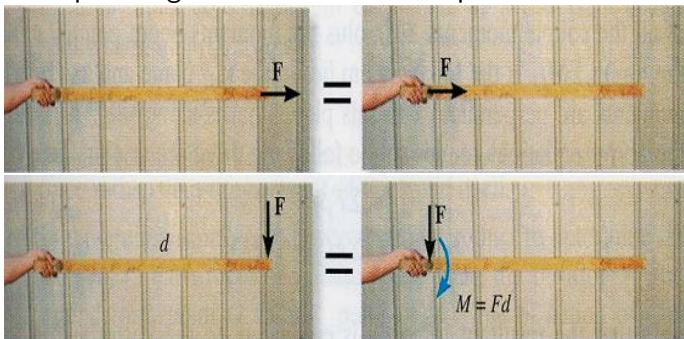
Aplicação

Qual é o efeito do sistema de cargas que age na barra sobre a mão que a segura na extremidade esquerda?



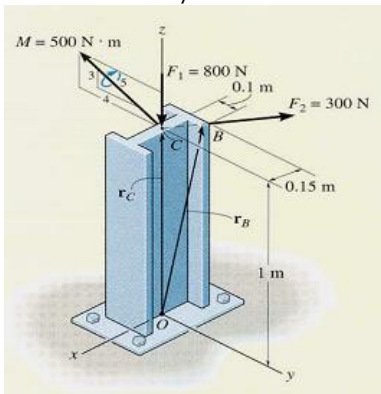
Aplicação

Qual é o efeito do sistema de cargas que age na barra sobre a mão que a segura na extremidade esquerda?



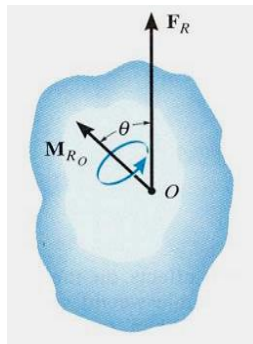
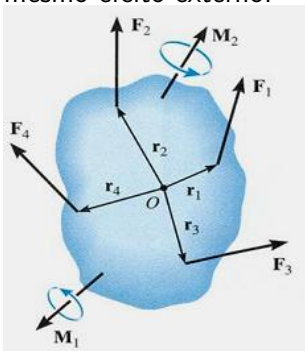
Aplicação

Várias forças e um momento estão aplicados na extremidade da barra de seção I



Sistema equivalente

Quando várias forças e momentos agem em conjunto sobre um corpo, é mais fácil compreender o efeito resultante se o sistema for representado por uma única força e um único momento aplicados em um determinado ponto, gerando o mesmo efeito externo.



Deslocamento de forças

Princípios Gerais

Forças, vetores e operações
vetoriais

Equilíbrio de um
ponto material

Resultantes de
sistemas de forças

Momento

Formulação escalar

Formulação vetorial

Formulação escalar

Momento de um

binário

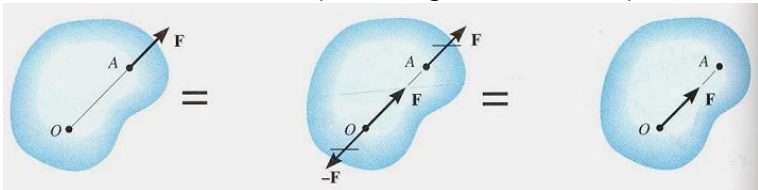
Sistemas equivalentes

Resultantes de um

sistema de forças e

momentos

Deslocamento de uma força ao longo da linha de ação.



O efeito externo não se altera - mas há variação nos efeitos internos.

Deslocamento de forças

Princípios Gerais

Forças, vetores e operações
vetoriais

Equilíbrio de um
ponto material

Resultantes de
sistemas de forças

Momento

Formulação escalar

Formulação vetorial

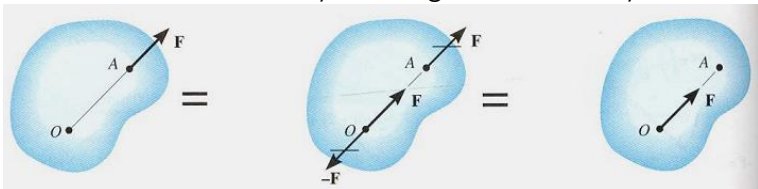
Formulação escalar

Momento de um
binário

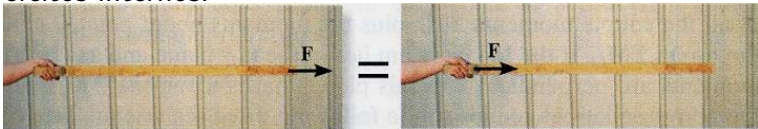
Sistemas equivalentes

Resultantes de um
sistema de forças e
momentos

Deslocamento de uma força ao longo da linha de ação.



O efeito externo não se altera - mas há variação nos efeitos internos.



Deslocamento de forças

Princípios Gerais

Forças, vetores e operações
vetoriais

Equilíbrio de um
ponto material

Resultantes de
sistemas de forças

Momento

Formulação escalar

Formulação vetorial

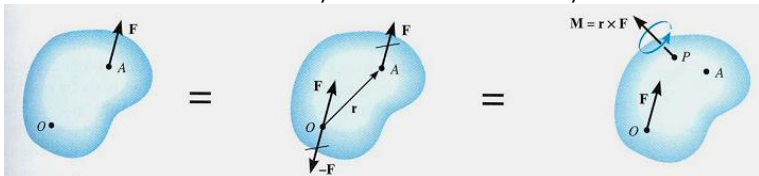
Formulação escalar

Momento de um
binário

Sistemas equivalentes

Resultantes de um
sistema de forças e
momentos

Deslocamento de uma força fora da linha de ação.



Para que se mantenha o efeito externo, é necessário aplicar no ponto em questão uma força e um momento.

Deslocamento de forças

Princípios Gerais

Forças, vetores e operações
vetoriais

Equilíbrio de um
ponto material

Resultantes de
sistemas de forças

Momento

Formulação escalar

Formulação vetorial

Formulação escalar

Momento de um

binário

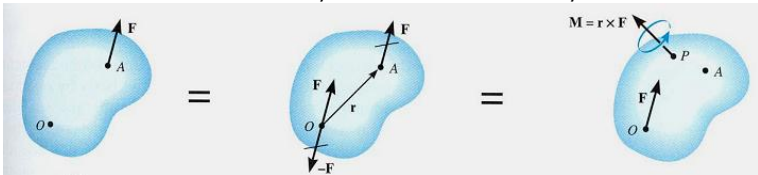
Sistemas equivalentes

Resultantes de um

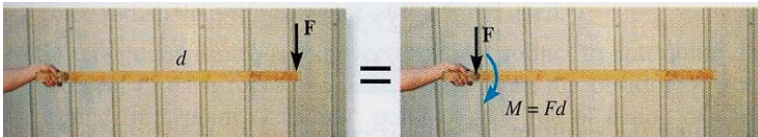
sistema de forças e

momentos

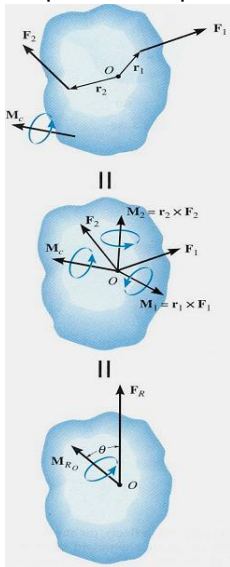
Deslocamento de uma força fora da linha de ação.



Para que se mantenha o efeito externo, é necessário aplicar no ponto em questão uma força e um momento.



Para que se mantenha o efeito externo, é necessário aplicar no ponto em questão uma força e um momento.



Sistema equivalente

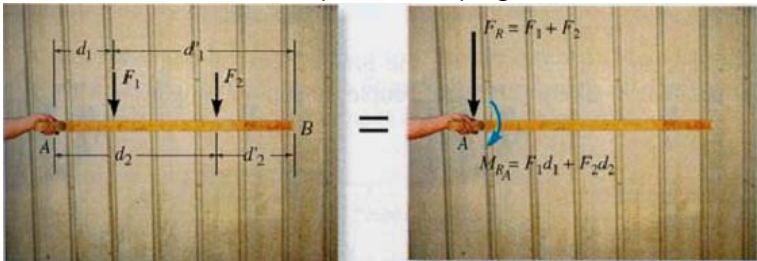
Para que se mantenha o efeito externo, é necessário aplicar no ponto em questão uma força e um momento.

$$F_R = \sum F$$

$$M_{R_O} = \sum M_C + \sum M_O$$

Resultante de um sistema de forças e momentos

Em casos bidimensionais, pode-se empregar a análise escalar.



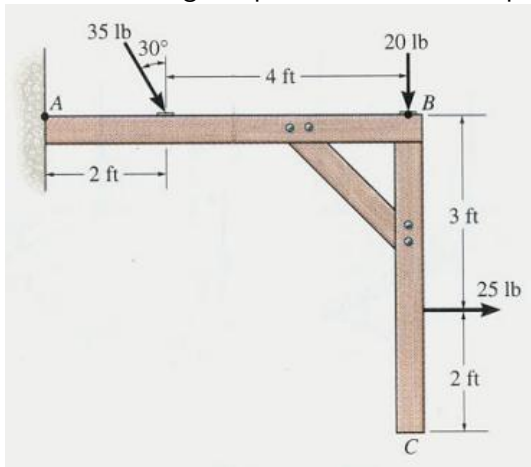
$$F_{R_x} = \sum F_x$$

$$F_{R_y} = \sum F_y$$

$$M_R = \sum M_C + \sum M_O$$

Análise escalar - Exemplo 1

Dado o sistema de forças e momentos em duas dimensões mostrado na figura, pede-se reduzi-lo ao ponto A.



Princípios Gerais

Forças, vetores e operações vetoriais

Equilíbrio de um ponto material

Resultantes de sistemas de forças

Momento

Formulação escalar

Formulação vetorial

Formulação escalar

Momento de um binário

Sistemas equivalentes

Resultantes de um sistema de forças e momentos

Análise escalar - Exemplo 2

Princípios Gerais

Forças, vetores e operações vetoriais

Equilíbrio de um ponto material

Resultantes de sistemas de forças

Momento

Formulação escalar

Formulação vetorial

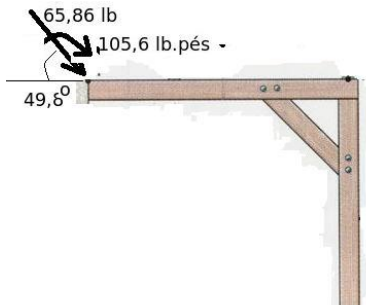
Formulação escalar

Momento de um binário

Sistemas equivalentes

Resultantes de um sistema de forças e momentos

Com base no resultado do exemplo anterior, localizar a seção em que o sistema representado na figura se reduz a uma força apenas (o sistema equivalente ao original é composto por uma força apenas, com momento nulo).

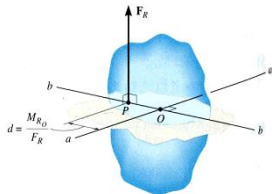
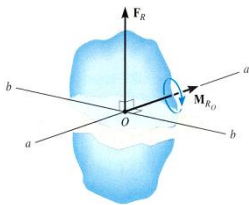
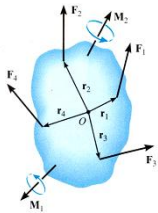


Caso particular - o sistema se reduz a uma força

Se a força resultante F_R e o momento resultante M_R forem perpendiculares entre si, então o sistema pode ser reduzido a uma única força, F_R , em um determinado ponto.

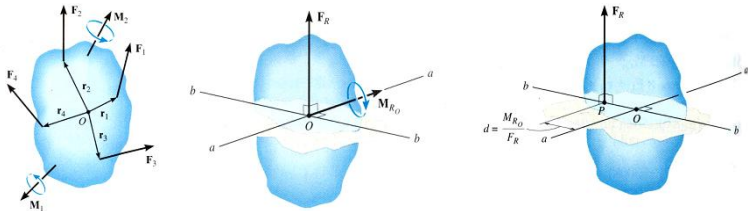
Caso particular - o sistema se reduz a uma força

Se a força resultante F_R e o momento resultante M_R forem perpendiculares entre si, então o sistema pode ser reduzido a uma única força, F_R , em um determinado ponto.



Caso particular - o sistema se reduz a uma força

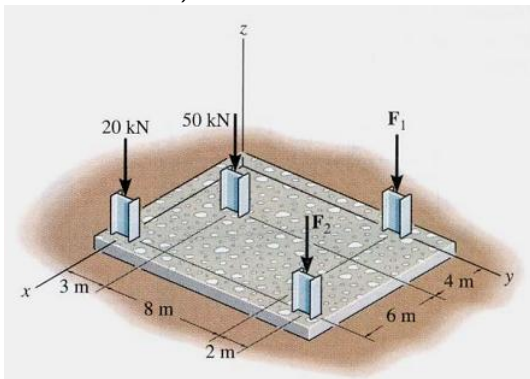
Se a força resultante F_R e o momento resultante M_R forem perpendiculares entre si, então o sistema pode ser reduzido a uma única força, F_R , em um determinado ponto.



Tal situação ocorre quando se trata de sistemas:
concorrentes, coplanares e paralelos

Análise vetorial - Exemplo 3

Sobre a laje ilustrada apoiam-se 4 colunas. Sabendo que $F_1 = F_2 = 0$, pede-se determinar a força e o momento equivalentes na origem O e a localização do ponto onde o sistema se reduz a apenas uma força equivalente (sendo o momento nulo).



Resolução do Exemplo 3

Redução do sistema ao ponto O: cálculo da força resultante F_{RO} e do momento resultante M_{RO} no ponto O

Michèle Farage

Princípios Gerais

Forças, vetores e operações
vetoriais

Equilíbrio de um
ponto material

Resultantes de
sistemas de forças

Momento

Formulação escalar
Formulação vetorial
Formulação escalar
Momento de um
binário

Sistemas equivalentes

Resultantes de um
sistema de forças e
momentos

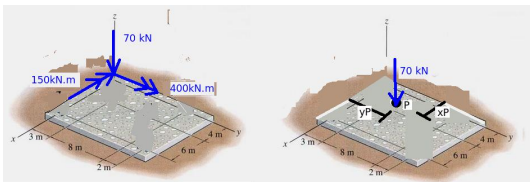
$$\begin{aligned} \rightarrow F_{RO} &= -20\mathbf{k} - 50\mathbf{k} = -70\mathbf{k} \\ \mathbf{M}_{RO} &= \mathbf{r}_{OA} \times (-20\mathbf{k}) + \mathbf{r}_{OB} \times (-50\mathbf{k}) \\ \mathbf{M}_{RO} &= 10\mathbf{i} \times (-20\mathbf{k}) + (4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) \times (-50\mathbf{k}) \\ \rightarrow \mathbf{M}_{RO} &= -150\mathbf{i} + 400\mathbf{j} \end{aligned}$$

Localização do ponto onde o sistema se reduz a uma força: partindo do sistema reduzido a O, o objetivo é obter as coordenadas x_P e y_P do ponto onde o momento resultante seja nulo, portanto $M_{xP} = 0$ e $M_{yP} = 0$.

$$\begin{aligned} M_{xP} = 0 &\Rightarrow -150 + 70 \cdot y_P = 0 \rightarrow y_P = 2,14\text{m} \\ M_{yP} = 0 &\Rightarrow 400 - 70 \cdot x_P = 0 \rightarrow x_P = 5,71\text{m} \end{aligned}$$

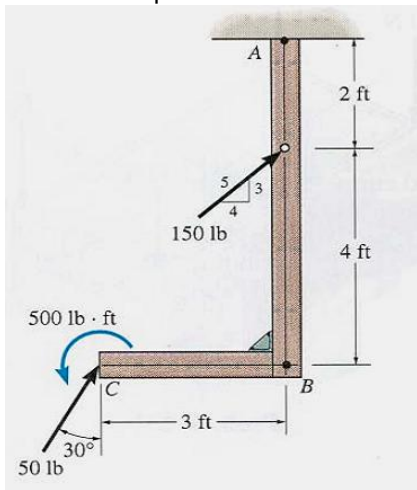
OBS: na determinação de x_A e y_A foi empregada a análise escalar; e os sentidos dos momentos foram identificados pela regra da mão direita. Pode ser empregada a análise vetorial:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_P = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} &= (-150\mathbf{i} + 400\mathbf{j}) + (\mathbf{r}_{PO}) \times (-70\mathbf{k}) \\ &= (-150\mathbf{i} + 400\mathbf{j}) + (-x_P\mathbf{i} - y_P\mathbf{j}) \times (-70\mathbf{k}) \\ &= (-150\mathbf{i} + 400\mathbf{j}) + [(70x_P)(-\mathbf{j}) + (70y_P)(\mathbf{i})] \\ \curvearrowright 400 - 70x_P &= 0 \rightarrow x_P = 5,71\text{m} \\ \curvearrowright -150 + 70y_P &= 0 \rightarrow y_P = 2,14\text{m} \end{aligned}$$



Exemplo 4

Dado o sistema coplanar de forças e momentos ilustrado, pede-se determinar a força e o momento equivalentes atuando no ponto A.



Exemplo 5

Reduzir o sistema de forças ao ponto O.

