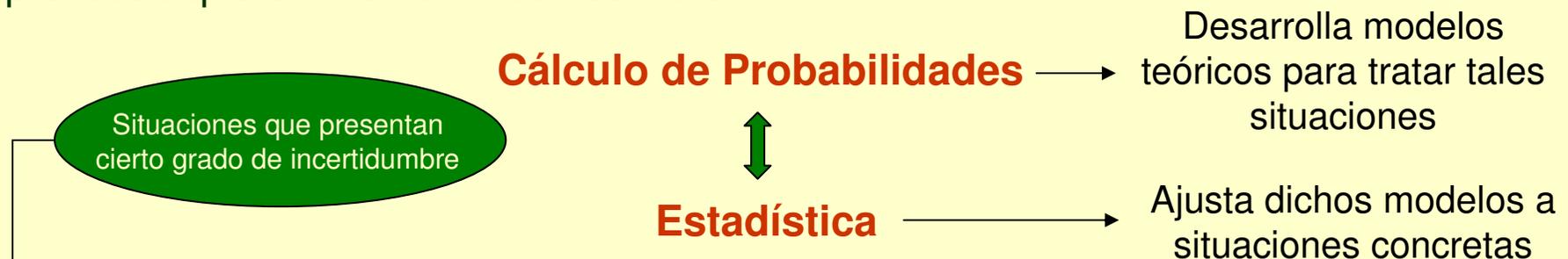


Objetivo del Cálculo de Probabilidades:

“Establecer y desarrollar modelos matemáticos adaptados al estudio de situaciones que presentan cierto grado de incertidumbre”

Definición de **Estadística** (Barnett, 1973): “La Estadística es la ciencia que estudia cómo debe emplearse la información y dar una guía de acción en situaciones prácticas que envuelven incertidumbre”.



Desarrollo del tema 1:

- Nociones básicas para el desarrollo formal del Cálculo de Probabilidades

→ Fenómenos aleatorios

- Interpretaciones y definiciones de Probabilidad (Controversia entre los probabilistas sobre cómo debe interpretarse la probabilidad y dar una definición formal de acuerdo a la interpretación, así como al tipo de situaciones a las que debe aplicarse)
- Definición axiomática de Probabilidad (Proporciona las bases para el desarrollo matemático formal de la Teoría de la Probabilidad)

Fenómenos y experimentos aleatorios:

Tipos de fenómenos:

Determinísticos: Desarrollo perfectamente previsible

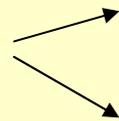
Aleatorios: Se desarrollan en un ambiente de incertidumbre

Imposibilidad de prever el resultado de un fenómeno aleatorio:

- Las leyes que rigen el fenómeno pueden no ser conocidas suficientemente para ser formuladas matemáticamente
- Los factores que intervienen en el desarrollo del fenómeno son muy numerosos, difíciles de apreciar o, incluso, no pueden medirse sin perturbar su desarrollo.

Experimento: Procedimiento u operación que puede dar lugar a distintos resultados, todos ellos perfectamente identificables

Tipos de experimentos



Determinísticos: Dan lugar al mismo resultado siempre que se repitan en idénticas condiciones

Aleatorios: Su resultado puede variar, incluso si el experimento se realiza bajo idénticas condiciones iniciales

Experimento aleatorio

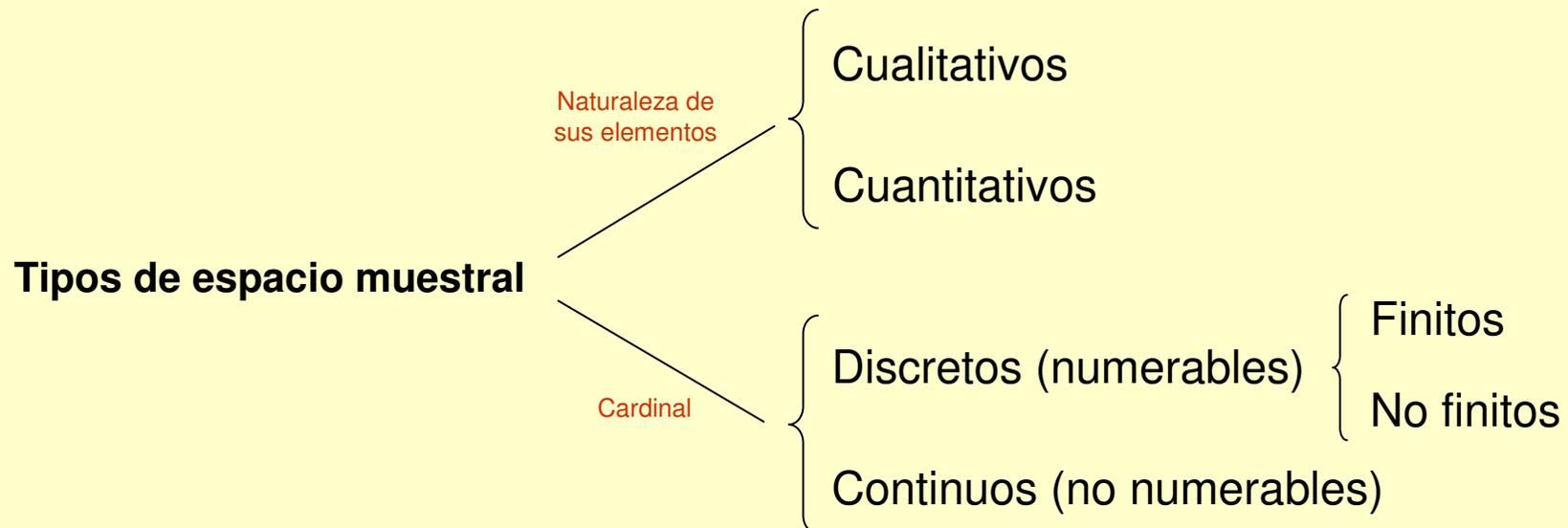
- Todos sus posibles resultados son conocidos de antemano
- Bajo las mismas condiciones, puede dar lugar a distintos resultados
- No puede preverse su resultado en una experiencia particular

Fenómenos y experimentos aleatorios:

Espacio muestral

Suceso elemental: Cada posible resultado que no pueda descomponerse en otros más simples (de forma que no pueden ocurrir dos simultáneamente, pero sí uno necesariamente).

Espacio muestral: El conjunto formado por todos los sucesos elementales.



Fenómenos y experimentos aleatorios:

σ -álgebra de sucesos

Suceso aleatorio: Propiedad de los resultados de un experimento aleatorio, cuyo cumplimiento o no puede verificarse en cada uno de ellos

Todo suceso puede identificarse con un subconjunto del espacio muestral, el conjunto de resultados o sucesos elementales cuya aparición implica la ocurrencia del suceso.

**Uso de la Teoría de Conjuntos
para especificar relaciones y operaciones entre sucesos.**

- Operaciones con sucesos
- Relaciones entre sucesos

Álgebra de Boole (Campo): Una clase no vacía de conjuntos de Ω , $\mathcal{A} \in \mathcal{P}(\Omega)$, tiene estructura de álgebra de sucesos o álgebra de Boole, si es cerrada para uniones finitas y para la operación de complementario, esto es, si

1. $\forall A \in \mathcal{A}$ se verifica que su complementario $A^C \in \mathcal{A}$
2. $\forall A_1, A_2 \in \mathcal{A}$ se verifica que $A_1 \cup A_2 \in \mathcal{A}$

Fenómenos y experimentos aleatorios:

σ -álgebra de sucesos

Suceso aleatorio: Propiedad de los resultados de un experimento aleatorio, cuyo cumplimiento o no puede verificarse en cada uno de ellos

Todo suceso puede identificarse con un subconjunto del espacio muestral, el conjunto de resultados o sucesos elementales cuya aparición implica la ocurrencia del suceso.

Uso de la Teoría de Conjuntos para especificar relaciones y operaciones entre sucesos.

- Operaciones con sucesos
- Relaciones entre sucesos

σ -Álgebra (σ -Campo): Una clase no vacía de conjuntos de Ω , $\mathcal{A} \in \mathcal{P}(\Omega)$, tiene estructura de σ -álgebra si es cerrada para uniones numerables y para la operación de complementario, esto es, si

1. $\forall A \in \mathcal{A}$ se verifica que su complementario $A^C \in \mathcal{A}$
2. $\forall A_1, A_2, \dots \in \mathcal{A}$ se verifica que

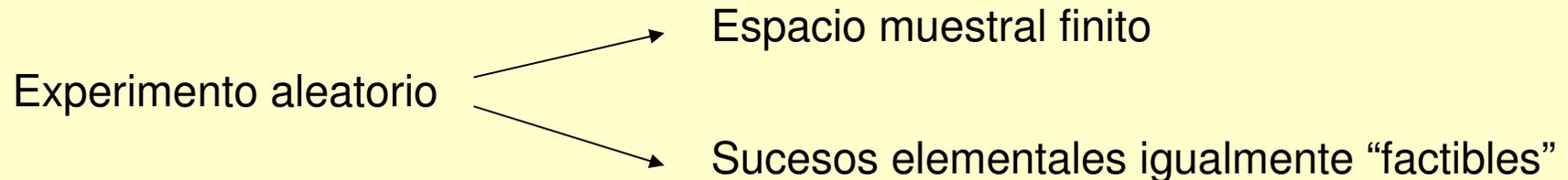
$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \in \mathcal{A}$$

Espacio medible

$$(\Omega, \mathcal{A})$$

Diferentes concepciones de probabilidad:

Definición clásica de probabilidad: regla de Laplace (1812)



Probabilidad de un suceso A

$$P(A) = \frac{\text{Nº de resultados elementales favorables al suceso A}}{\text{Nº de posibles resultados del experimento}}$$

Inconvenientes:

- El espacio muestral ha de ser finito.
- Sólo es aplicable en el caso de resultados elementales equiprobables.
- El concepto de equiprobabilidad se basa, en esencia, en el concepto de probabilidad que queremos definir.
- Para su correcta aplicación hay especificar correctamente las distintas alternativas equiprobables en los resultados del experimento aleatorio.

Diferentes concepciones de probabilidad:

Definición frecuentista de probabilidad

Concepto de **frecuencia relativa** de un suceso A asociado a un experimento aleatorio que puede repetirse indefinidamente en idénticas condiciones.

$$f_N(A) = \frac{N_A}{N} = \frac{\text{Nº de veces que aparece el suceso } A}{\text{Nº de repeticiones del experimento}}$$

Principio de *estabilidad o regularidad de frecuencias*

$$P(A) = \lim_{N \rightarrow +\infty} f_N(A)$$

Inconvenientes:

- Irrelevancia en la realidad (existencia de sucesiones ilimitadas de repeticiones idénticas de un experimento, existencia y valor del límite de frecuencias relativas).
- No es aplicable a situaciones que no sean susceptibles de experimentación.

Axiomática de Kolmogorov

Axiomas de Kolmogorov:

Sea (Ω, \mathcal{A}) el espacio medible asociado a un experimento aleatorio. Una función

$$P: \mathcal{A} \longrightarrow \mathbb{R}$$

es una **función de probabilidad** si es no negativa, asigna el valor 1 a Ω y es σ -aditiva:

$$A1: P(A) \geq 0, \forall A \in \mathcal{A}$$

$$A2: P(\Omega) = 1$$

A3: $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}} \subseteq \mathcal{A}$ y $A_n \cap A_m = \emptyset, \forall n \neq m$, se tiene

$$P\left(\bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n\right) = \sum_{n=1}^{+\infty} P(A_n)$$

Espacio de probabilidad: (Ω, \mathcal{A}, P)

Propiedades básicas de la probabilidad