RSME-SMM-2012 17-20 ene 2012, Torremolinos

S24. Topología de Conjuntos. SALA M1

Coordinada por: **Manuel Sanchís**, U. Jaume I; **Richard Wilson**, UAM.

PROGRAMA

mar17 15:00-15:40 →MANUEL SANCHÍS, U. Jaume I
Algunos problemas abiertos en la teoría de subconjuntos acotados.

mar17 15:40-16:20 →RICHARD WILSON, U. Autónoma Metropolitana
Topologías determinadas por subespacios discretos.

mar17 16:20-17:00 →SALVADOR ROMAGUERA BONILLA, U. Politècnica Valencia
Sobre los teoremas del punto fijo para aplicaciones φ-contractivas en espacios métricos.

mar17 17:00-17:40 →ISABEL PUGA ESPINOSA, UNAM
Compactificaciones en límites inversos generalizados.

mié18 15:00-15:40 →JORGE GALINDO PASTOR, U. Jaume I
Conjuntos de interpolación y compactaciones mediante semigrupo de grupos localmente compactos.

mié18 15:40-16:20 →FERNANDO HERNÁNDEZ HERNÁNDEZ, Fac. Ciencias Físico Matemáticas
El producto de dos ordinales es hereditariamente dualmente discreto.

mié18 16:20-17:00 →JAVIER GUTIÉRREZ GARCÍA, U. País Vasco
Algunos resultados sobre inserción de funciones continuas retículo-valuadas.

mié18 17:00-17:40 →ALEJANDRO ILLANES MEJÍA, IM UNAM
Encajes de productos simétricos en espacios euclidianos.

RESÚMENES

Ponente: MANUEL SANCHÍS U. Jaume I
Título: *Algunos problemas abiertos en la teoría de subconjuntos acotados*
Hora: (M1) mar17 15:00-15:40

Resumen: Dado un espacio topológico de Tychonoff X, un subconjunto B de X se denomina *acotado* (en X) si toda función real continua en X está acotada en B. Esta nocíon de acotación generaliza el concepto de pseudocompacidad introducido por Hewitt [2] ya que un espacio X es pseudocompacto si es acotado en sí mismo. Este concepto está implícito en el teorema de de Nachbin-Shirota que caracteriza cuándo el espacio de las funciones reales continuas definidas en un espacio X es tonelado (cuando se le considera dotado de la topología compacta abierta). La definición anterior aparece en un artículo de Isiwata [3] (quien denomina a este tipo de subconjuntos relativamente pseudocompactos) en el que se investiga las denominadas Z-funciones, WZ-funciones y la extensión de funciones abiertas. La denomianción de *acotado* se debe a Buchwalter [1]. Esta noción de acotación aparece de forma natural en diversos campos de la Matemática: C_p-teoría, grupos topológicos, distribución del funtor de la compleción de Dieudonné, etc... (el lector interesado puede consultar [4]).
En esta plática analizaremos algunos problemas relacionados con la noción de conjunto acotado. La mayor parte son problemas abiertos desde hace varias décadas. También analizaremos algunos resultados recientes en este campo.

[1] H. Buchwalter, *Topologies et compactologies*, Publ. Dép. Math. (Lyon) **6(2)** (1969), 1-74.
[2] E. Hewitt, *Rings of real-valued continuous functions. I*, Trans. Amer. Math. Soc. **64** (1948), 45-99.
[3] T. Isiwata, *Mappings and spaces*, Pacific J. Math. **20** (1967), 455-480.
[4] M. Sanchis, *Problems on Bounded Subsets*, Questions and Answers in General Topology **28** (2010), 65-79.

Investigación parcialmente financiada por el Ministerio de Ciencia e Innovación de España mediante el proyecto MTM2009-12872-C02-01.

sanchis@mat.uji.es

Ponente: RICHARD WILSON U. Autónoma Metropolitana
Título: *Topologías determinadas por subespacios discretos*
Hora: (M1) mar17 15:40-16:20

Resumen: Si (X,τ) es un espacio topológico y $A \subseteq X$, se define la *d-cerradura de* A, $[A]_d = \bigcup\{\mathrm{cl}(D) : D \subseteq A$ y D es discreto$\}$. Un espacio X es *discretamente generado* si $[A]_d = \mathrm{cl}(A)$ para cada $A \subseteq X$ y es *débilmente discretamente generado* si para cada $A \subseteq X$, A es cerrado si y solo si $[A]_d = A$. En esta plática discutiremos algunos resultados nuevos y problemas abiertos relacionados con estas clases de espacios.

[1] A. Bella and P. Simon, *Spaces which are generated by discrete sets*, Topology and its Applications **135** (2004), 87-99.

[2] A. Dow, M.G. Tkachenko, and R.G. Wilson, *Topologies generated by discrete subspaces*, Glasnik Mat., Ser. III **37** (2002), no. 1, 187-210.

[3] V.V. Tkachuk and R.G. Wilson, *Box products are often discretely generated*, Topology and its Applications **159** (2012), 272-278.

rgw@xanum.uam.mx

Ponente: Salvador ROMAGUERA BONILLA U. Politècnica Valencia

Título: *Sobre los teoremas del punto fijo para aplicaciones φ-contractivas en espacios métricos*

Hora: (M1) mar17 16:20-17:00

Resumen: Sea T una aplicación de un espacio métrico (X,d) en sí mismo. Dada una función $\varphi:[0,\infty)\to[0,\infty)$, con $\varphi(t)<t$ para todo $t>0$, decimos que T es φ -contractiva si para todo $x,y\in X$ se verifica

$$d(Tx,Ty)\leq\varphi(d(x,y)).$$

Por el Principio de Contracción de Banach sabemos que si (X,d) es completo y $\varphi(t)=at$, $a\in[0,1)$ constante, entonces T tiene un único punto fijo.

En los 50 últimos años, muchos autores han investigado el problema de extender el Principio de Contracción de Banach utilizando funciones φ-contractivas que verifiquen condiciones razonables suficientemente generales.

En esta dirección, destacan los teoremas del punto fijo de Boyd y Wong [1, Theorem 1] y Matkowski [4, Theorem 1.2]. Jachymski demostró en [2] que dichos teoremas son independientes uno del otro. Además, los conocidos teoremas del punto fijo de Rakotch, Browder, Dugundji y Granas, y Krasnoselskij y Stetsenko, se pueden obtener como consecuencia de ambos.

Durante los 5 últimos años se ha producido un incremento notable la publicación de teoremas del punto fijo tanto para espacios métricos completos como para espacios métricos completos dotados de una relación de orden así como para algunas estructuras de espacio métrico generalizado (espacios cono-métricos, espacios parcialmente métricos, etc.), en algunos casos bajo condiciones aparentemente más generales que las de tipo φ-contractivo descrita anteriormente. En [3] se puede encontrar un estudio comparativo interesante de varios de tales teoremas.

En la presente charla haremos un recorrido por estos resultados, analizaremos sus relaciones y plantearemos algunos enfoques que permitan un tratamiento unificado de los teoremas del punto fijo para espacios métricos y para espacios métricos provistos de un orden.

[1] D.W. Boyd and J.S.W. Wong, *On nonlinear contractions*, PAMS **20** (1969), 458-464.

[2] J. Jachymski, *Equivalence of some contractivity properties over metrical structures*, PAMS **125** (1997), 2327-2335.

[3] ______, *Equivalent conditions for generalized contractions on (ordered) metric spaces*, Nonlinear A.: Theory, Methods and Appl. **74** (2011), 768-774.

[4] J. Matkowski, *Integrable solutions of functional equations*, Diss. Math. **127** (1975), 1-68.

Investigación parcialmente financiada por el Ministerio de Ciencia e Innovación de España mediante el proyecto MTM2009-12872-C02-01.

sromaguera@mat.upv.es

Ponente: Isabel PUGA ESPINOSA UNAM

Título: *Compactificaciones en límites inversos generalizados*

Hora: (M1) mar17 17:00-17:40

Resumen: (Este es un trabajo que he realizado en colaboración con el prof. Carlos Islas)

Los límites inversos generalizados utilizan como funciones de ligadura funciones cuyos valores son conjuntos compactos y son semicontinuas superiormente Resultados que son vílidos en el contexto de límites inversos no lo son en este nuevo contexto. En particular en lo referente a compactificaciones. En esta plática se presentarán ejemplos que ilustran esta situación.

ispues@yahoo.com.mx

Ponente: Jorge GALINDO PASTOR U. Jaume I

Título: *Conjuntos de interpolación y compactaciones mediante semigrupo de grupos localmente compactos*

Hora: (M1) mié18 15:00-15:40

Resumen: Trabajo conjunto con Mahmoud Filali.

Los conjuntos de interpolación constituyen una herramienta básica en muchas construcciones relacionadas con las álgebras de funciones sobre grupos y las compactaciones que éstas definen.

Si $\mathscr{X}$ es una subálgebra de $\mathcal{CB}(G)$, el álgebra de las funciones continuas y acotadas sobre un grupo topológico G, se dice que un subconjunto $T\subset G$ es un conjunto de $\mathscr{X}$-interpolación si toda función acotada f definida en T puede ser extendida a una función $\bar{f}\in\mathscr{X}$. En las aplicaciones de los conjuntos de interpolación, es a menudo necesario reforzar esta definición y exigir que, además, toda función sobre G cuyo soporte se "concentre" alrededor de T sea automáticamente un miembro de $\mathscr{X}$.

A los conjuntos de $\mathscr{X}$-interpolación que poseen esta propiedad adicional, les damos el nombre de *conjuntos de $\mathscr{X}$-interpolación aproximables*. A lo largo de la charla daremos una definición precisa de estos conjuntos y exploraremos sus propiedades para diversas álgebras de funciones sobre grupos localmente compactos, entre ellas el álgebra de las funciones casi periódicas, $\mathcal{AP}(G)$, el álgebra de las funciones débilmente casi periódicas, $\mathcal{WAP}(G)$ o el álgebra de las funciones uniformemente continuas por la izquierda, $\mathcal{LUC}(G)$. Para algunas de estas álgebras, se mostrarán caracterizaciones completas de los conjuntos de de $\mathscr{X}$-interpolación aproximables, tanto en términos del grupo topológico G (con un cariz combinatorio) como en términos de las compactaciones correspondientes.
Si el tiempo disponible lo permite, incluiremos asimismo alguna de las aplicaciones de los conjuntos de interpolación a la estructura de las álgebras de funciones y de las compactaciones mediante semigrupo.

jgalindo@mat.uji.es

Ponente: Fernando HERNÁNDEZ HERNÁNDEZ Fac. Ciencias Físico Matemáticas

Título: *El producto de dos ordinales es hereditariamente dualmente discreto*

Hora: (M1) mié18 15:40-16:20

Resumen: Recientemente los espacios dualmente discretos han despertado interés quizá en buena medida por su cercanía a los D-espacios y el recobrado interés en el problema de van Douwen que pregunta si los espacios (hereditariamente) Lindelöf son D-espacios. Ese problema también está abierto en la clase de los espacios dualmente discretos. Un espacio es dualmente discreto si para cada asignación de vecindades existe un subespacio discreto de modo que las vecindades asociadas a los puntos de él forman una cubierta del espacio. Si pedimos que dicho subespacio discreto sea también cerrado entonces estaremos definiendo a los D-espacios.
L.X. Peng ha publicado varios artículos sobre espacios dualmente discretos estableciendo, por ejemplo, que todo espacio subordenable es un espacio dualmente discreto. Peng también preguntó si el producto de dos ordinales es un espacio dualmente discreto. En la charla presentamos la solución a ese problema, entre otras cosas.

fhernandez@fismat.umich.mx

Ponente: Javier GUTIÉRREZ GARCÍA U. País Vasco

Título: *Algunos resultados sobre inserción de funciones continuas retículo-valuadas*

Hora: (M1) mié18 16:20-17:00

Resumen: En el caso de las funciones con valores reales, la posibilidad de insertar una función continua entre funciones comparables refleja y caracteriza propiedades de tipo topológico y también permite deducir resultados de extensión de funciones continuas. Por todo ello las técnicas de inserción han resultado ser una herramienta importante en topología.
Propotipo de estas técnicas es el desarrollado por Katětov en su caracterización de los espacios normales como aquellos en los que para cada par de funciones reales f semicontinua superiormente y g semicontinua inferiormente y tales que $f \le g$, siempre existe una función continua h tal que $f \le h \le g$.
En la presente charla nos planteamos extender el uso de estas técnicas al caso en el que las funciones consideradas tomen valores en un conjunto parcialmente ordenado más general que el de los números reales. Como corolario obtenemos también algunos resultados de extensión para este tipo de funciones.
Los resultados presentados se deben a una investigación conjunta llevada a cabo con los profesores Tomasz Kubiak (Universidad Adam Mickiewicz, Poznan, Polonia) y M. Ángeles de Prada Vicente (UPV/EHU).

[1] J. Gutiérrez García, T. Kubiak, and M.A. de Prada Vicente, *Insertion of lattice-valued and hedgehog-valued functions*, Topology Appl. **153** (2006), no. 9, 1458–1475.

[2] ______, *Generating and inserting continuous functions with values in bounded complete domains and hedgehog-like structures*, Houston J. Math. **34** (2008), no. 1, 123–144.

[3] ______, *Controlling disjointness with a hedgehog*, Houston J. Math. **35** (2009), no. 2, 469–484.

[4] M. Katětov, *Correction to "On real-valued functions in topological spaces" (Fund. Math. 38 (1951), pp. 85–91)*, Fund. Math. **40** (1953), 203–205. MR0060211 (15,640e)

Investigación parcialmente financiada por el Ministerio de Ciencia e Innovación de España mediante el proyecto MTM2009-12872-C02-02.

javier.gutierrezgarcia@ehu.es

Ponente: Alejandro ILLANES MEJÍA IM UNAM

Título: *Encajes de productos simétricos en espacios euclidianos*

Hora: (M1) mié18 17:00-17:40

Resumen: Dado un espacio métrico X, se define su n-ésimo producto simétrico $F_n(X)$ como el hiperespacio de los subconjuntos no vacíos de X con a lo más n elementos, a $F_n(X)$ se le considera con la métrica de Hausdorff. Desde que fueron introducidos por K. Borsuk y S. Ulam en 1931, un problema central en este tema ha sido el de mostrar cuándo un producto simétrico $F_n(X)$ puede ser encajado en un espacio euclidiano R^n. En esta platica mostraremos los resultados que se han obtenido sobre este problema, los ejemplos más significativos y los problemas abiertos que aún subsisten.

illanes@matem.unam.mx