

CONJUNTOS DE MUESTREO Y DE INTERPOLACIÓN UNIVERSALES EN GRUPOS LOCALMENTE
COMPACTOS ABELIANOS

Expositor: María Guadalupe García (CMaLP-FCE-UNLP, mggarcia82@gmail.com)

Autor/es: María Guadalupe García (CMaLP-FCE-UNLP, mggarcia82@gmail.com); Jorge Antezana (CMaLP-FCE-UNLP, IAM-CONICET, jaantezana@gmail.com)

Sean G un grupo LCA y Ω un subconjunto precompacto medible Borel de \widehat{G} , el grupo dual de G . Un conjunto $\Lambda \subseteq G$ se denomina conjunto estable de muestreo para el espacio de Paley Wiener PW_Ω si las evaluaciones en elemento de Λ forman un marco. Por otra parte, un conjunto Γ se dice conjunto de interpolación estable para PW_Ω si para cualquier $\{c_\gamma\}_{\gamma \in \Gamma} \in \ell^2(\Gamma)$ el problema de interpolación

$$f(\gamma) = c_\gamma$$

tiene una solución $f \in PW_\Omega$. Landau probó 1967 que un conjunto de muestreo $\Lambda \subset \mathbb{R}^d$ (resp. interpolación Γ) para PW_Ω satisface que $\mathcal{D}^-(\Lambda) \geq |\Omega|$ (resp. $\mathcal{D}^+(\Gamma) \leq |\Omega|$), donde \mathcal{D}^- (\mathcal{D}^+) denota la densidad inferior (superior) de Beurling. En 2008 dichas condiciones fueron extendidas por Gröchenig, G. Kutyniok y K. Seip a grupos LCA. Cuando $\mathcal{D}^+(\Lambda) = \mathcal{D}^-(\Lambda)$ se dice que el conjunto Λ tiene densidad uniforme y la denotamos \mathcal{D} . Si Λ cumple esta última condición y es de muestreo estable (resp. interpolación estable) para cualquier PW_Ω , tal que $|\Omega| < \mathcal{D}(\Lambda)$ (resp. $|\Omega| > \mathcal{D}(\Lambda)$), se denomina universal. En [2] se probó que los grupos que admiten un cuasi-cristal simple poseen conjuntos de muestreo (resp. interpolación) universales, ya que los cuasi-cristales simples poseen dicha propiedad. Sin embargo, no todo grupo localmente compacto abeliano admite cuasi-cristales simples, como por ejemplo, el grupo $\mathbb{R} \times \mathbb{Z}_2^3$. En esta charla hablaremos sobre la existencia de conjuntos de muestreo y de interpolación universales para grupos que no poseen cuasi-cristales simples. Más aún, en [1] se probó la existencia de conjuntos de muestreo e interpolación arbitrariamente cercanos a la densidad crítica $m_{\widehat{G}}(\Omega)$ para PW_Ω . Luego, también comentaremos que tales conjunto no sólo existen, sino que también se los pueden construir con la propiedad de universalidad.

Referencias

- [1] E. Agora, J. Antezana and C. Cabrelli, *Multi-tiling sets, Riesz bases, and sampling near the critical density in LCA groups*, Adv. Math. **285** (2015) 454-477.
- [2] E. Agora, J. Antezana, C. Cabrelli and Basarab Matei, *Existence of quasicrystals and universal stable sampling and interpolation in LCA groups*, Trans. Amer. Math. Soc. (2019).