

## Article scientifique

### La thermométrie du bruit de Johnson

#### Résumé

Cet article discute de technique de mesure du bruit thermique et de la théorie qui entoure la base du sujet. À la suite de cette lecture, une intuition sur le sujet, aidé de quelques exemples, devrait être acquise par le lecteur, et lui permettre de savoir si le sujet l'intéresse.

#### Article

Pour pouvoir bien comprendre le texte qui suit, il faut commencer par quelques notions de base.

Premièrement, toute mesure assez précise est bruyante. Élaborons quelque peu cette idée.

Lorsque l'on fait allusion à une mesure, on pense instinctivement à une longueur, une tension, une température, etc. En dehors de la marge d'erreur expérimentale, qui surpasse généralement par plusieurs ordres de magnitude le bruit qui nous intéresse, chacune de ces mesures se veut imprécise à partir d'un certain niveau. Si l'on tente de mesurer la longueur d'un objet, ou une distance, la vibration de chaque atome qui constitue l'objet fait que, pendant un court instant, il est plus long et un instant après, il est plus court. Il en va de même pour la distance entre deux objets, ou encore, pour l'outil qu'on utilise pour prendre la mesure !

Dans le cas d'une tension, le même concept s'applique, aux électrons plutôt qu'aux atomes. Cela implique que tout ce qu'il y a d'électronique autour de nous, très sensible à la tension et au courant électrique, ne peuvent pas savoir précisément quelle tension ou courant ils reçoivent ! La température en est un autre excellent exemple. Comment dire avec précision quelle est la température d'un objet ? On met un thermomètre en contact avec l'objet et on attend une lecture. Mais comme nous le savons, la chaleur se transmet par collision entre atome. Si chaque atome vibre de façon aléatoire, comment garantir que la température que l'on mesure n'est pas dû à une très grande quantité d'atome, qui à un instant donné, ont tous transféré leur chaleur au thermomètre ?

Suivant ces observations, un doute profond sur la validité des lectures que l'on utilise comme référence serait normal. Comment définir un mètre ou un degré Celsius ? Il reste néanmoins une facette qui n'a pas été explorée, soit la taille de ces fluctuations. Dans le cas de la vibration d'un atome, la sphère dans laquelle peut se déplacer l'atome se tient dans les environs de  $10^{-11}$  m. Pour la tension, ces variations

sont de l'ordre de  $10^{-9}$  V, et pour le courant, autour de  $10^{-11}$  A. Toutes ces valeurs sont approximatives, mais elles exhibent l'information qui nous intéresse. La conclusion que l'on en tire est que ces variations sont négligeables au quotidien, et dans la majorité des mesures qui peuvent être prises. Pourquoi s'en préoccuper alors ?

Une des raisons d'explorer le bruit, et la raison qui motive cet article est qu'au travers du bruit électronique, il est possible d'avoir une fenêtre dans le monde des électrons, et ce, sans les influencer ou modifier leurs propriétés. On doit cette capacité au fait que le bruit électronique, comme stipulé précédemment, provient directement de la vibration des électrons. Le phénomène à l'origine de ce bruit est le mouvement brownien, qui est un phénomène bien connu et qui a été étudié en profondeur. Ainsi, avec de l'équipement assez sensible, il est possible d'écouter le résultat de l'agitation des électrons.

Ensuite, il faut explorer la physique statistique de ce phénomène. Comme le bruit est un phénomène aléatoire, toute mesure qui en découle n'est pas nécessairement bonne, ou précise. D'après la théorie des distributions statistiques, il faut prendre plusieurs mesures pour obtenir une moyenne, et c'est cette moyenne qui nous renseigne sur ce que nous observons. Par plusieurs mesures, il est important de spécifier qu'il nous faut plus que 1 ou 2 mesures. La précision d'une valeur moyenne va comme

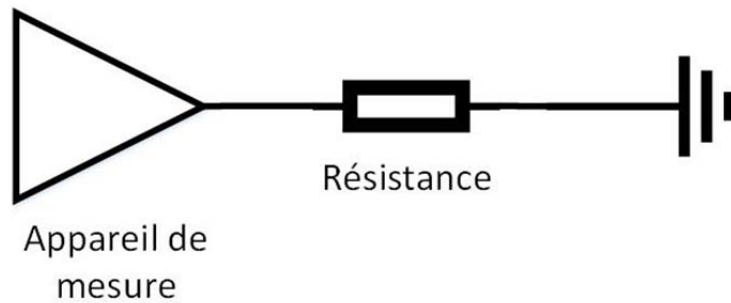
$1/\sqrt{n}$ , où  $n$  est le nombre de mesure prise pour obtenir la valeur moyenne. Il est donc souvent nécessaire de prendre plus de 100 mesures de la même valeur pour avoir une marge d'erreur raisonnable. C'est ce qui est à l'origine de la difficulté de mesurer le bruit électronique : de par sa dépendance aux distributions statistiques, toute valeur mesurée est par définition imprécise, et nécessite plusieurs mesures pour converger vers la vraie valeur.

Maintenant, rentrons plus dans le vif du sujet, la thermométrie de Johnson. Il existe un théorème qui a été écrit par Harry Nyquist peu de temps après que son collègue, John Bertrand Johnson, a observé du bruit sur une résistance. Ce théorème, que l'on nomme "Théorème de Nyquist", à la forme suivante :

$$\langle P \rangle = k_B T \Delta f$$

Où  $\langle P \rangle$  est la puissance moyenne mesurée,  $k_B$  est la constante de Boltzmann,  $T$  est la température des électrons qui émettent le signal, et  $\Delta f$  est la bande passante observée. Ainsi, grâce à ce théorème, il est possible de relier directement une mesure de la puissance émise par une résistance, et de savoir la température de ses électrons ! Maintenant que le théorème à la base des mesures de thermométrie est spécifié, passons à la mesure elle-même.

Pour prendre une mesure du bruit de Johnson, il nous faut un circuit de la forme :



Dû moins, en théorie, ce circuit devrait être parfait pour faire ce genre de mesure. Par contre, comme le bruit est intrinsèque à chaque élément sur un circuit électronique, toute composante sur un circuit de mesure rajoute son bruit à la mesure. Cela nous donne une formule de cette forme :

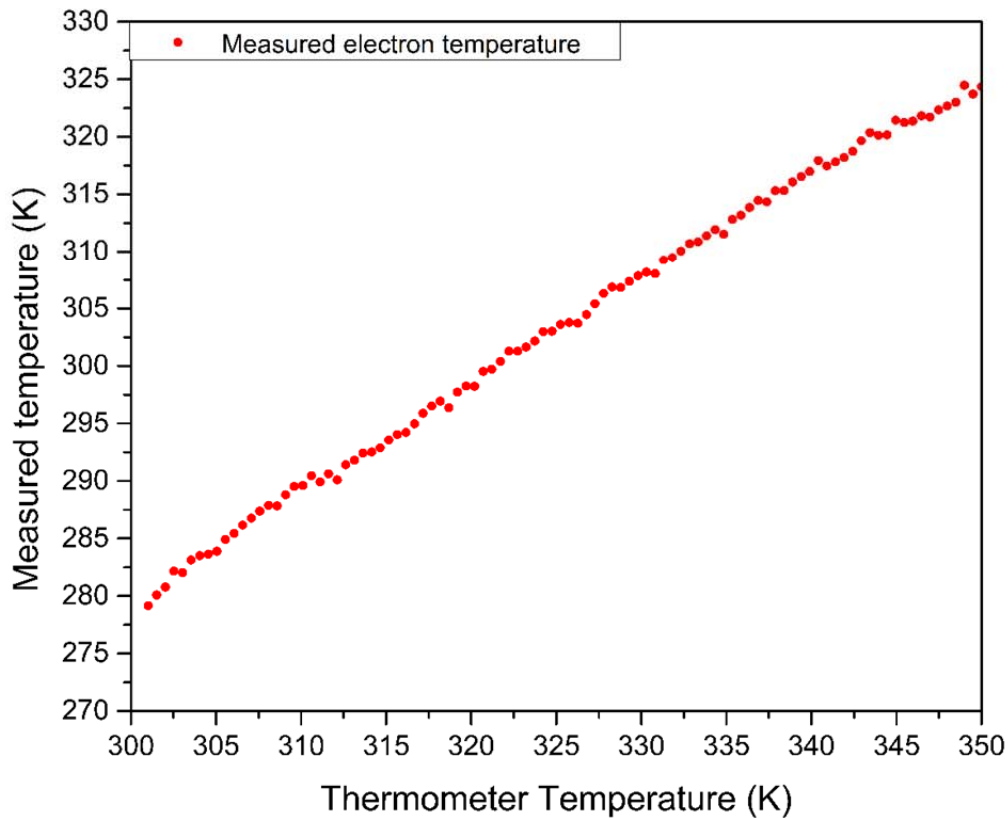
$$\langle P_{total} \rangle = \langle P_{circuit} \rangle + \langle P_{résistance} \rangle$$

Dans ce cas, si nous voulions mesurer le bruit seulement de la résistance, la valeur que nous donnerais notre appareil de mesure serait celle de  $\langle P_{total} \rangle$ . Comment différencier le bruit de la résistance de celui du circuit? C'est ici qu'intervient une technique de mesure développer pour ce genre de cas, et qui se base aussi sur le théorème de Nyquist : la technique du facteur Y. Cette technique utilise le fait que le bruit provenant d'une résistance varie linéairement avec la température. Donc :

$$\langle P_{total} \rangle = \langle P_{circuit} \rangle + \langle P_{résistance}(T) \rangle$$

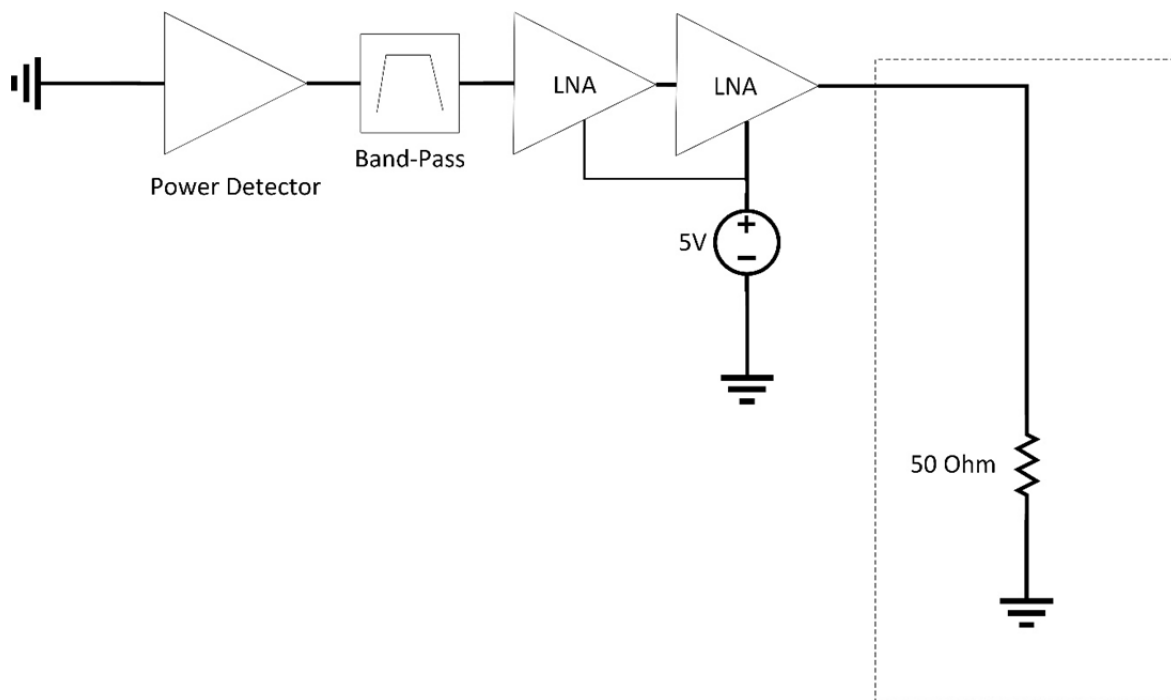
Si nous faisons varier la température de la résistance sur le circuit, la puissance totale mesurée devrait varier aussi. Comme la formule est linéaire, une simple régression linéaire sur la puissance mesurée nous donne la portion qui est due au circuit de mesure, et nous permettent ainsi de la retirer de toute les mesures faites avec ce circuit. En fait, le résultat de faire varier le bruit d'une résistance de cette façon est que le bruit du circuit de mesure complet est mesuré, et on peut ainsi calibrer les futures mesures.

Autrement, sans cette calibration, il n'est pas inhabituel de mesurer une température de 4000K, tandis que rien sur le circuit ne se trouve à cette température. Une fois la calibration faite, il est possible de retirer une mesure comme celle-ci :



La différence entre la mesure du thermomètre est probablement due à une composante sur le circuit dont la calibration n'a pas été faite parfaitement. Par contre, le concept est démontré par ce graphique, car la droite suit avec une pente de , qui se rapproche de 1 si on force le point de 300K sur l'axe des x à être à 300K sur l'axe des y. Cela signifie qu'il existe une erreur systématique qui c'est glissé quelque part dans le circuit de mesure.

Parlant du circuit de mesure, celui qui a été utilisé pour prendre ces mesures est décrit par le schéma suivant :



La présence de deux amplificateurs (LNA) sur le circuit de mesure est pour garantir que le signal de la résistance de 50 Ohm ne se fait pas engloutir par le bruit du circuit de mesure.

Finalement, grâce à cette technique de mesure, il est possible de faire un thermomètre dont le fondement même est une mesure de premier ordre, chose qui, il y a quelques années, semblait impossible. Ce genre de connaissance technique nous permet de commencer à explorer les caractéristiques du graphène, comme la conductivité thermique, qui dépend de la façon dont les électrons se dispersent, ou la conductivité électrique, qui a plusieurs fois été reliée théoriquement à la température.