Seznam otázek ke zkoušce z FYA2

1. **Elektrické pole bodových nábojů ve vakuu**
   (Coulombův zákon, intenzita, konzervativnost, potenciál a napětí, gradient a rotace)
2. **Zobecnění Coulombova zákona**
   (Soustava nábojů, spoj. rozlož. náboje, el. dipól, vliv vnějšího pole)
3. **Gaussův zákon**
   (Tok vektoru, diferenciální tvar, divergence, význam zákona, el. pole vodiče, kapacita)
4. **Základní rovnice elektrostatiky**
   (Poissonova a Laplaceova rovnice, řešení)
5. **Elektrické pole ve hmotném prostředí**
   (Polarizace dielektrika, el. indukce, Gaussův zákon v dielektriku, výsledná intenzita)
6. **Energie elektrického pole**
   (Dva bodové náboje, soustava, spoj. rozlož. náboje, těleso, dielektrikum, hustota energie)
7. **Elektrický proud**
   (Proud, hustota proudu, rovnice kontinuity, dif. tvar, stacionární proudy)
8. **Pohyb nábojů ve vodivém prostředí**
9. **Magnetické pole ve vakuu**
   (Lorentzova síla pro bod. náboj a proud, mg. indukce, Biot-Savartův zákon)
10. **Nekonzervativnost mg. pole a neexistence mg. nábojů**
    (Ampérův zákon, bezejmenný zákon, dif. tvary)
11. **Základní rovnice mg. pole**
    (Vektorový potenciál, analogie s el. potenciálem, využití)
12. **Magnetický dipól**
    (Vektorový potenciál, analogie s el. poetenciálem)
13. **Magnetické pole ve hmotném prosředí**
    (Magnetizace, zavedení mg. intenzity, Ampérův zákon, výsledná mg. indukce)
14. **Energie mg. pole**
15. **Jev elektromagnetické indukce**
    (Faradayův zákon, dif. tvar, vlastní indukce, indukčnost)
16. **Elektromagnetické polel**
    (Maxwellovy rovnice, Maxwellův posuvný proud)
17. **Pojem elektromagnetického vlnění**
    (Maxwellovy rovnice, vlnová rovnice, fázová ryclost, směry vektorů, polarizace vlnění)
18. **Přenos energie elmag. vlněním**
    (Zářivý tok, intenzita záření, zachování v dielektriku)

Obsah

1 Elektrické pole bodových nábojů ve vakuu

1.1 Elektrostatické pole

Silové pole vyvolané existencí volných el. nábojů, veličinou je elektrický náboj 1C.

Vlastnosti el. náboje:

- vždy spojen s hmotným objektem
- nezničitelný
- platí pro něj princip superpozice
- silové účinky popisuje **Coulombův zákon**

1.2 Coulombův zákon

Bodový náboj velikosti Q umístěný ve vakuu v počátku soustavy souřadnic působí na druhý bodový náboj velikosti q silou:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qq}{\vec{r}^2}\vec{r_0}$$

kde ϵ_0 je **permitivita vakua** a kde $\vec{r_0} = \frac{\vec{r}}{r}$ je **jednotkový vektor průvodiče** $\vec{r}$.

1.3 Intenzita elektrického pole

Udává sílu působící na jednotkový zkušební náboj q.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Náboj v počátku souřadnic vytvoří ve svém oklí elektrické pole o intenzitě:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{\vec{r}^3}\vec{r}$$

1.4 Konzervativnost

Zkoumejme práci, kterou vykoná vnější síla pro přenesení q z místa r_1 do r_2, pak:

$$A = \int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} -\vec{F}\vec{dr} = \int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qq}{\vec{r}^2}\vec{r_0}\right)\vec{dr} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}Qq\int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}}\frac{1}{\vec{r}^2}dr = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

Tato práce je tedy nezávislá na vykonané dráze, ale záleží pouze na počátečním a koncovém bodu dráhy.

1.5 Potenciální energie pole

Potenciální energie pole W_p označuje práci, kterou vykoná pole při "zpětném chodu".

$$W_p = \int_{\infty}^{\vec{r_2}} -\vec{F}\vec{dr} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Definujme potenciál jako:

$$\varphi(r) = \frac{W_p(r)}{q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} = -\int_{\infty}^{\vec{r}}\vec{E}\vec{dr}$$

Pro práci platí:

$$A = q\left(\varphi_2 - \varphi_1\right) = -Uq = \int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} -\vec{E}\vec{dr}$$

kde vektor U je napětí.
Protože:

$$\int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} -\vec{E}\vec{dr} = \varphi_2 - \varphi_1 = \int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} d\varphi$$

Odstraníme integrály a odtud dostáváme:

$$\vec{E} = -grad(\varphi)$$

2 Zobecnění Coulombova zákona

Předpokládáme, že všechny náboje mají stejnou velikost q. Potom pro sílu ode všech nábojů platí:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{q_i q}{\vec{r_i^3}}\vec{r_i}$$

a pro intenzitu obdobně:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{\vec{r_i^3}}\vec{r_i}$$

pak pro potenciál platí:

$$\varphi = -\int\limits_{\infty}^{\vec{r_q}} \vec{E}d\vec{r} = -\int\limits_{\infty}^{\vec{r_q}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{\vec{r_i^3}}\vec{r_i}d\vec{r} = \sum_i \varphi$$

V praxi se setkáváme se spojitými tělesy, použijeme tedy limitního přechodu kde

$$\rho = \lim_{dv\to 0}\frac{dQ}{dV}$$

a suma přechází v integrál, pak síla je:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\iiint_V \frac{\rho q}{\vec{r_i^3}}\vec{r}dV$$

intenzita:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\iiint_V \frac{\rho}{\vec{r_i^3}}\vec{r}dV$$

a potenciál:

$$\varphi = \iiint_V \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\rho\left(\frac{1}{r}\right)dV$$

3 Gaussův zákon

3.1 Gaussův zákon elektrostatiky

$$\oiint_S \vec{E}d\vec{S} = \oiint_S \frac{1}{4\pi\epsilon_0}Qd\varpi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}Q4\pi = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

kde Q je náboj obsažený v uzavřené křivce. Pokud je náboj mimo křivku, pak

$$\oiint_S \vec{E}d\vec{S} = 0$$

Gaussův zákon pro skupinu bodových nábojů: Nechť bodové náboje umístěné v uzavřené ploše S vytvářejí pole

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

potom

$$\oiint_S \vec{E}d\vec{S} = \sum_i \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Ve skutečnosti jsou ale el. náboje spojitě rozloženy. Pro objemové rozložení nábojů a hustotu ρ platí:
Celkový náboj v objemu V je

$$\rho = \frac{dQ}{dV} \rightarrow dQ = \rho dV \rightarrow Q = \iiint_V \rho dV$$

po dosazení do gaussovy věty získáme

$$\oiint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{\iiint_V \rho dV}{\epsilon_0}$$

a užijeme Gaussovu-Ostrogardského větu pro levou stranu. Získáme

$$\iiint_V div\vec{E}dV = \frac{\iiint_V \rho dV}{\epsilon_0}$$

odstraníme integrály a dostaneme

$$div\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

což je **Gaussova věta v diferenciálním tvaru**.

3.2 Význam Gaussova zákona

- sestavení **základní rovnice elektrostatiky**
- výpočet elektrických polí jednotlivých konfigurací

3.3 Kapacita

$$C = \frac{Q}{\varphi} \quad [F]$$

1F je kapacita vodiče, který se nabije nábojem 1C. Závisí na tvaru tělesa.
Kondenzátor - vznikne rozdíl potenciálů $C = \frac{Q}{U}$
Tok vektoru - $\iint_S VdS$, kde VdS je objem kapaliny, která proteče ploškou dS za jednotku času

$Q = \iint_S V dS$ - objemový tok vektoru $\vec{A}$ přes plochu S

Těchto integrálů využívá **Gaussova věta:**
Nechť spojitá plocha S uzavírá objem V, pak pro libovolnou spojitou funkci platí:

$$\iint_S AdS = \iiint_V div\vec{A}dV$$

kde divergence vektoru $\vec{A}$ je definována vztahem:

$$div\vec{A} = \left(\frac{\delta A_x}{\delta x} + \frac{\delta A_y}{\delta y} + \frac{\delta A_z}{\delta z}\right)$$

4 Základní rovnice elektrostatiky

Známe dvě rovnice:
$rot\vec{E} = 0$ - *konzervativnost*
$div\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ - *Gaussův zákon*
dále platí $\vec{E} = -grad\varphi$

Po dosazení do rovnic získáme:

$$rot(-grad\varphi) = 0 \tag{1}$$

$$div(-grad\varphi) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \tag{2}$$

Z řešení rovnice (1) dostaneme, že φ je spojitá funkce.
Po vyřešení (2), nám vyjde

$$\triangle\varphi = \frac{-\rho}{\epsilon_0}$$

což je **Poissonova rovnice**.
Pokud je nulová hustota náboje $\rho = 0$), pak platí

$$\triangle\varphi = 0$$

což je **Laplaceova rovnice**.
Tyto rovnice mají obecné řešení

$$\varphi = \iiint_V \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\rho\frac{1}{r - r_1}dV$$

5 Elektrické pole ve hmotném prostředí

5.1 Polarizace dielektrika

V dielektriku je náboj vázán k určitému místu, může se proto vychýlit jen nepatrně ze své základní polohy. Tuto výchylku značíme $\vec{l} = \vec{l_+} - \vec{l_-}$.
V určitém objemu tělesa tedy vzniknou dipóly o dipólovém momentu $\vec{p} = \sum_i \vec{l_i} q_i$.
Definujeme **Polarizaci P** jako hustotu dipólového momentu.

$$\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dV}$$

5.2 Elektrická indukce

V elementárním objemu dV považujeme pole za homogenní pak

$$\vec{P} = \frac{dQ^* \vec{l}}{dV}$$

a platí $P = konst.E$. Po volbě konstanty dostaneme

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$$

kde χ je **dielektrická susceptibilita**.
Pro vektor elektrické indukce platí:

$$\vec{E}\epsilon_0 + \vec{P} = \vec{D} \quad \rightarrow \quad \vec{D} = \vec{E}\epsilon_0 (1 + \chi) = \vec{E}\epsilon$$

5.3 Gaussův zákon pro dielektrikum

$$\oiint_S \vec{D} d\vec{S} = Q = \oiint_S \epsilon \vec{E} d\vec{S} \quad \rightarrow \quad \oiint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon}$$

Gaussuv zákon převedeme do diferenciálního tvaru pomocí Gaussovy-Ostrogardského věty a dostaneme

$$div \vec{D} = \rho$$

Vztah elektrické indukce a intenzity

$$\vec{D} = \vec{E}\epsilon_0 (1 + \chi) = \vec{E}\epsilon$$

6 Energie elektrického pole

6.1 Energie dvou bodových nábojů ve vakuu

Víme, že náboj Q_1 (v místě $\vec{r_1}$) má v poli náboje Q_2 (v místě $\vec{r_2}$) potenciální energii

$$W_p = \frac{1}{2}\left(W_{1,2} + W_{2,1}\right) \tag{3}$$

Práce potřebná pro přenesení náboje Q_1 z nekonečna do místa r_1 je dána vztahem

$$W_{1,2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{|r_1 - r_2|}$$

Vazební energie - práce potřebná k vytvoření soustavy těchto dvou nábojů.

6.2 Soustava elektrických nábojů ve vakuu

Vztah (3) zobecníme pro více nábojů takto:

$$W_p = \frac{1}{2}\sum_i \sum_j W_{i,j} = \frac{1}{2}\sum_i Q_i \sum_j \varphi_i - \varphi_j$$

$$W_p = \frac{1}{2}\sum_i Q_i \varphi_i$$

6.3 Energie spojitě rozložených nábojů ve vakuu

(a) Objemově rozložené s objemovou hustotou

$$\rho = \frac{dQ}{dV} \quad \rightarrow \quad dQ = \rho dV$$

$$W = \frac{1}{2}\int_V \varphi \rho dV$$

(b) Rozložené na ploše

$$W = \frac{1}{2}\int_S \varphi \tau dS$$

kde $\tau = \frac{dQ}{dS}$ je plošná hustota

6.4 Energie nabitého tělesa

$$W = \frac{1}{2}\int_V \varphi \rho dV + \frac{1}{2}\int_S \varphi \tau dS$$

6.5 Energie spojitě rozloženého náboje v dielektriku

$$W = \frac{1}{2}\int_V \varphi \rho dV$$

6.6 Hustota energie

Energie v objemu dV je dána

$$w = \frac{dW}{dV} \quad \rightarrow \quad w = \frac{1}{2}ED = \frac{1}{2}\epsilon E^2$$

Elektrické pole má nenulovou hustotu energie ve všech místech, kde je intenzita různá od 0.

7 Elektrický proud

7.1 Elektrický proud

Elektrický proud je množství náboje, prošlého plochou S za jednotku času.

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Proud je závislý na ploše. Pro vyloučení této závislosti definujeme proudovou hustotu

$$\vec{i} = \frac{dI}{d\vec{S}}$$

kde dI je proud ploškou S a dS je velikost plošky S.
Celkový proud prošlý celou plochou S je

$$I = \oiint_S dI = \oiint_S \vec{i} d\vec{S}$$

7.2 Rovnice kontinuity elektrického proudu

Mějme uzavřenou plochu S kolem tělesa, pak proud touto plochou je $I = \oiint_S \vec{i} d\vec{S}$ a to znamená, že těleso opustí náboj Q. Způsobí změnu náboje $\frac{dQ}{dt} = -I$ a tedy

$$\oiint_S \vec{i} d\vec{S} = -\frac{dQ}{dt} = \iiint_V \frac{\delta\rho}{\delta t} dV$$

což je **Rovnice Kontinuity**.
Převedeme ji do diferenciálního tvaru přes Gaussovu větu $\iiint_V div(\vec{i}) dV = -\iiint_V \frac{\delta\rho}{\delta t} dV$ a dostaneme diferenciální tvar:

$$div(\vec{i}) = -\frac{\delta\rho}{\delta t}$$

Pokud $div(\vec{i}) = 0$ mluvíme o stacionárním proudění a tedy $\oiint_S \vec{i} d\vec{S} = 0$, t.j. *náboj, který těleso opustí, do něj zase vstoupí.*

8 Pohyb nábojů ve vodivém prostředí

9 Magnetické pole ve vakuu

9.1 Lorentzova síla

Magnetostatické pole: časově neměnné pole, které je způsobeno proudy (stacionárními) nebo zmagnetovanými látkami.
Základní vztah pro sílu působící na náboj q, který se pohybuje rychlostí $\vec{v}$ je **Lorentzova síla:**

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

kde $\vec{B}$ je vektor magnetické indukce magnetického pole. Pokud působí i pole elektrostatické, pak

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Lorentzova síla na vodič s proudem:
Vodičem prochází proud I. $dQ = \rho d\vec{S} d\vec{l}$ a $I = \frac{dQ}{dt}$ a tedy

$$d\vec{F} = dQd\vec{v} \times \vec{B} = \rho d\vec{S} d\vec{l} d\vec{v} \times \vec{B} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

po integraci dostaneme

$$\vec{F} = \int_l Id\vec{l} \times \vec{B}$$

Rovnici upravíme pro homogenní pole $\vec{B} = konst.$ a stálý proud $\vec{I} = konst.$ a přímý vodič $\vec{l} \times \vec{B} = konst.$ a dostaneme

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$$

9.2 Biot-Savartův zákon

Nechť l je vodič, jímž protéká proud I, pak jeho element $d\vec{l}$ přispívá k magnetické indukci v bodě A hodnotou $d\vec{B}$:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^2} (d\vec{l} \times \vec{r_0}) \qquad (4)$$

kde μ je permeabilita vakua.
Integrací (4) získáme vektor magnetické indukce

$$\vec{B} = \int_l \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^2} (d\vec{l} \times \vec{r_0})$$

Slouží pro výpočet magnetického pole od libovolné proudové konfigurace. Ze vztahu pro Lorentzovu sílu je zřejmé, že magnetické pole není konzervativní.

10 Nekonzervativnost magnetického pole a neexistence magnetických nábojů

10.1 Ampérův zákon

Z **Lorentzovy síly** vyplívá, že magnetické pole není konzervativní. Práce vnější síly $A = \int -\vec{F}d\vec{r}$ závisí na rychlosti i směru, tzn. *neexistuje (skalární) potenciál.*
Nechť S je spojitá ohraničená plocha uzavřená křivkou l, pak platí:

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 I$$

což je **Ampérův zákon**, kde I je celkový protékající proud plochou S.
Dosazením $I = \oiint_s \vec{i}d\vec{S}$ do pravé strany a po úpravě levé strany ampérova zákona stokesovou větou dostaneme

$$\oiint_s rot(\vec{B})d\vec{S} = \mu_0 \oiint_s \vec{i}d\vec{S} \quad \rightarrow \quad rot(\vec{B}) = \mu_0\vec{i}$$

což je **Ampérův zákon v diferenciálním tvaru**.

10.2 Bezejmenný zákon

Podobně jako v elektrickém poli, lze zkoumat tok vektoru magnetické indukce libovolnou plochou S. Dostáváme **magnetický indukční tok** ϕ.

$$\phi = \iint_s \vec{B}d\vec{S}$$

Je to tok pole $\vec{B}$ plochou S. Pro uzavřené plochy platí obdoba Gaussova zákona:

$$\oiint_s \vec{B}d\vec{S} = 0$$

což je **Bezzejmený zákon** a tedy:

$$div\vec{B} = 0$$

což je **diferenciální tvar Bezejmenného zákona**.

11 Základní rovnice magnetického pole

11.1 Vektorový potenciál

Máme dvě základní rovnice magnetického pole:

1. Diferenciální tvar **Bezejmenného zákona**:

$$div\vec{B} = 0 \tag{5}$$

2. Diferenciální tvar **Ampérova zákona**:

$$rot\vec{B} = \mu_0\vec{i} \tag{6}$$

Stejným způsobem jako v elektrostatice převedem tyto dvě rovnice na jedinou, tj. zadefinujeme vektorovou funkci $\vec{A}(\vec{r})$ aby platilo: $\vec{B} = rot\vec{A}$. $\vec{A}(\vec{r})$ nazýváme **vektorový potenciál**.

Dosadíme za $\vec{B}$ do (5): $div(rot\vec{A}) = 0$. Tato rovnice je vždy splněna.
Dosadíme-li za $\vec{B}$ do (6):

$$rot(rot\vec{A}) = \mu_0\vec{i} \quad \rightarrow \quad grad(div\vec{A}) - \triangle\vec{A} = \mu_0\vec{i} \quad \rightarrow \quad \triangle\vec{A} = -\mu_0\vec{i}.$$

Tato rovnice je analogická rovnici pro **Elektrostatické pole** (viz. str. 4.): $\varphi = \iiint_V \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\rho\left(\frac{1}{r}\right) dV$.
Analogicky dostáváme:

$$\vec{A} = \iiint_V \frac{\mu_0}{4\pi}\vec{i}\left(\frac{1}{\vec{r}}\right) dV$$

12 Magnetický dipól

12.1 Magnetický dipól

Magnetické pole "malé smyčky" lze popsat vektorovým potenciálem:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3}$$

kde $\vec{m}$ je definováno: $\vec{m} = I.\vec{S}$ a nazýváme ho jako *magnetický dipólový moment.*

Tento výraz je formálně *podobný* pro potenciál el. dipólu:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{p}\vec{r}}{r^3}$$

proto malou proudovou smyčku nazýváme **magnetický dipól**.

12.2 Podobnost s el. dipólem

Podobnost s el. dipólem je i v následujících vztazích:

veličina	el. dipól	mag. dipól
síla	$\vec{p}.grad\vec{E} = \vec{F}$	$\vec{F} = \vec{m}.grad\vec{B}$
moment síly	$\vec{p} \times \vec{E} = \vec{M}$	$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$
energie v poli	$-\vec{p}.\vec{E}$	$-\vec{m}.\vec{B}$

Tzn., že i v homogenním magnetickém poli (kdy je síla nulová) působí na dipól moment síly, který se snaží natočit magnetický dipól do směru magnetického pole.

13 Magnetické pole ve hmotném prostředí

13.1 Magnetizace

Při popisu tohoto prostředí tvoří hlavní význam magnetické dipóly. Ve hmotném prostředí je jich samozřejmě velký počet. Pak tedy definujeme celkový **magnetický moment** jako:

$$d\vec{m} = \vec{m}_1 + \vec{m}_2 + ... + \vec{m}_i = \sum_i \vec{m}_i$$

kde $\vec{m} = I_e.\vec{S}$ a dále veličinu

$$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV}$$

což je **vektor magnetizace**.

Pro *homogenní látku* bude platit:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV} = \frac{\sum_i \vec{m}_i}{dV} = n.I_e.\vec{S}$$

kde n je koncentrace magnetických dipólů v jednotce objemu.

Magnetizace látky při neexistenci magnetického pole je u většiny látek nulová, $\vec{M} = 0$. Jsou to tzv. *magneticky měkké látky.*

Pozn.: Magneticky tvrdé látky (*magnety*) mají $\vec{M} \neq 0$ i v nulovém poli.

13.2 Zavedení magnetické intenzity, Ampérův zákon

Zvolme uzavřenou spojitou a ohraničnou plochu S. Víme, že v látce existují *mikroskopické proudy* (pohyb nábojů). Celkový proud plochou S je dán součtem všech příspěvků podél celé křivky l, tedy:

$$I_{mikro} = \oint_l \vec{M} d\vec{l} \qquad (7)$$

kde $\vec{M} = I_e.n.d\vec{S}$.
V obecnosti ještě předpokládáme, že plochou S teče nějaký "obyčejný" proud volných nábojů I. Celkový proud je potom:

$$I + I_{mikro} = I_{celk.}$$

a použijeme **Ampérův zákon**:

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_{celk.} = \mu_0(I + I_{mikro})$$

Ze (7) dosadíme za mikroskopický proud. Z toho nám vyjde:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

což je **magnetická intenzita** a

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = I$$

což je **Ampérův zákon ve hmotném prosředí**.
Pokud dosadíme za I podle odstavce "Elektrický proud (viz. str. 10.)", tak pomocí stokesovy věty dostaneme **Ampérův zákon ve hmotném prostředí v diferenciálním tvaru**, a to:

$$rot\vec{H} = \vec{i}$$

13.3 Magnetická indukce

Z definice *magnetické intenzity* vypočítejme indukci $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}$, kde $\vec{M} = \chi \vec{H}$ (χ je *magnetická susceptibilita*).

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi \vec{H} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H}$$

z čehož vyplívá, že **magnetická indukce** je definována jako:

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

Magnetická klasifikace látek:

Diamagnetické ... $\mu < 0$ ($\mu \approx 0$), tyto látky magnetické pole lehce zeslabují

Paramagnetické ... $\mu > 0$, tyto látky magnetické pole zesilují

Feromagnetické ... $\mu < 0$, tyto látky magnetické pole velmi zesilují

14 Energie magnetického pole

Analogicky jako u elektrického pole je i s magnetickým polem spojena energie, jejíž **objemová hustota energie** je:

$$w = \frac{1}{2}\vec{B}\vec{H}$$

15 Jev elektromagnetické indukce

Pokud se těleso (s klidovými náboji q pevně spojenými s tělesem v magnetickém poli) dá do pohybu, pohybuje se i s náboji → na klidové náboje působí **Lorentzova síla**:

$$\vec{F} = q.\vec{v} \times \vec{B}$$

vzniklo tedy tzv. **indukované el. pole** o intenzitě:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{q.\vec{v} \times \vec{B}}{q} = \vec{v} \times \vec{B}$$

V obecnosti je jev elektromagnetické indukce popsán **Faradayovým zákonem**.

15.1 Faradayův zákon

Ve skoro uzavřené křivce l, ohraničující plochu S, se v magnetickém poli indukuje napětí:

$$U_i = -\frac{d\phi}{dt}$$

kde ϕ je **magnetický indukční tok** plochou S jejíž je l hranicí:

$$\phi = \iint_S \vec{B} d\vec{S} \tag{8}$$

Časová změna indukčního toku ϕ se realizuje:

(a) pohybem vodiče l

(b) pohybem magnetického pole (pohyb zdrojů pole)

(c) časově proměnným magnetickým polem

Rovnici pro magnetický indukční tok (8) dosadíme do Faradayova zákona:

$$U_i = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} d\vec{S}$$

a podle definice dosadíme za U_i:

$$\oint_l \vec{E} d\vec{r} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} d\vec{S}$$

a použijeme Stokesovu větu:

$$\iint_S rot\vec{E} d\vec{S} = -\iint_S \frac{\delta \vec{B}}{\delta t} d\vec{S} \quad \rightarrow \quad rot\vec{E} = -\frac{\delta \vec{B}}{dt}$$

což je **Faradayův zákon v diferenciálním tvaru**.

15.2 Jev vlastní indukce

Zdrojem vlastní indukce je uzavřená proudová smyčka l. Podle Biot-Savartova zákona vzniká v každém místě prostoru magnetické pole:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint_l \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^2} = I.K(\vec{r})$$

a existuje tedy i magnetický indukční tok:

$$\phi = \iint_S \vec{B} d\vec{S} = \iint_S I.K(\vec{r}) d\vec{S} = I(t) \iint_S \vec{K} d\vec{S} = I.L$$

kde L je **vlastní indukčnost smyčky**.

Pak tedy při každé změně indukčního toku se indukuje napětí:

$$U_i = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(I.L) = -L\frac{dI}{dt}$$

a je to tzv. **samoindukované napětí**.

16 Elektromagnetické pole

16.1 Maxwellovy rovnice

Z **Faradayova zákona** plyne, že elektrické a magnetické pole jsou zřejmě dva projevy obecnějšího pojmu **- elektromagnetické pole**. Fyzikové chtěli, aby při jeho popisu byly použity již zavedené veličiny $\vec{E}$, $\vec{D}$, $\vec{B}$, $\vec{H}$ a byly zobecněny již známé rovnice.

Maxwell sepsal tyto rovnice:

1. Konzervativnost
$$rot\vec{E} = 0$$
2. Gaussův zákon
$$div\vec{D} = \rho$$
3. Ampérův zákon
$$rot\vec{H} = \vec{i}$$
4. Bezejmenný zákon
$$div\vec{B} = 0$$
5. Faradayův zákon
$$rot\vec{E} = -\frac{\delta\vec{B}}{\delta t}$$

Rovnice (1) je speciální případ rovnice (5), proto ji škrtl. Rovnice (3) není obecná, zobecnění:

$$rot\vec{H} = \vec{i} \quad \rightarrow \quad divrot\vec{H} = div\vec{i} \quad \rightarrow \quad div\vec{i} = 0$$

což je **rovnice kontinuity pro stacionární proudy**.
Požijeme obecný tvar této rovnice:

$$div\vec{i} = -\frac{\delta\rho}{\delta t} \quad \rightarrow \quad div\vec{i} + \frac{\delta\rho}{\delta t} = 0 \quad \rightarrow \quad div\vec{i} + div\frac{\delta\vec{D}}{\delta t} = 0 \quad \rightarrow \quad div\left(\vec{i} + \frac{\delta\vec{D}}{\delta t}\right) = 0$$

což je rovnice pro **Maxwellův posuvný proud**. Maxwell předpokládal, že tento proud generuje elektromagnetické stejně jako obyčejný proud. Z toho plyne zobecnění pro **Ampérův zákon**:

$$rot\vec{H} = \vec{i} + \vec{i_p} = \vec{i} + \frac{\delta\vec{D}}{\delta t}$$

Roku 1864 tak vznikly Maxwellovy rovnice:

$$1) \quad div\vec{D} = \rho$$
$$2) \quad div\vec{B} = 0$$
$$3) \quad rot\vec{H} = \vec{i} + \frac{\delta\vec{D}}{\delta t}$$
$$4) \quad rot\vec{E} = -\frac{\delta\vec{B}}{\delta t}$$

Význam Maxwellových rovnic:

(a) Zobecnily obrovské množství poznatů z elektřiny a magnetismu

(b) Ukazují naprostou rovnocennost elektrického a magnetického pole (časová změna kteréhokoliv z nich vyvolá pole druhé)

(c) Předpověděli nové vlastnosti elektromagnetického pole

(d) Byl to obrovský úspěch klasické fyziky a také uspěch poslední

17 Pojem elektromagnetického vlnění

17.1 Maxwellovy rovnice

Maxwellovy rovnice dokázaly předpovědět existenci dosud neznámého jevu - **elektromagnetické vlnění**, teprve později dokázaného experimentálně (Hertz, r. 1867). Pro nejjednodušší případ *homogenního izotropního* prostředí bez volných nábojů a proudů (*dielektrikum*): $\rho = 0$, $\vec{i} = 0$, $D = \epsilon E$, $H = \frac{B}{\mu}$.

Maxwellovy rovnice zde mají tvar:

$$1)\quad div\vec{D} = 0$$

$$2)\quad div\vec{B} = 0$$

$$3)\quad rot\vec{H} = \frac{\delta\vec{D}}{\delta t}$$

$$4)\quad rot\vec{E} = -\frac{\delta\vec{B}}{\delta t}$$

17.2 Vlnová rovnice

Do (4) dosadíme za $\vec{H}$ a $\vec{D}$:

$$rot\frac{\vec{B}}{\mu} = \epsilon\frac{\delta}{\delta t}\vec{E} \quad\rightarrow\quad rot\vec{B} = \epsilon\mu\frac{\delta\vec{E}}{\delta t} \quad\rightarrow\quad \frac{\delta}{\delta t}rot\vec{B} = \epsilon\mu\frac{\delta^2\vec{E}}{\delta t^2} \quad\rightarrow\quad rot\frac{\delta\vec{B}}{\delta t} = \epsilon\mu\frac{\delta^2\vec{E}}{\delta t^2}$$

a dosadíme za B

$$rot(-rot\vec{E}) = \epsilon\mu\frac{\delta^2\vec{E}}{\delta t^2} \quad\rightarrow\quad \triangle\vec{E} = \epsilon\mu\frac{\delta^2\vec{E}}{\delta t^2}$$

což je **vlnová rovnice**.
Analogicky lze odvodit:

$$\triangle\vec{B} = \epsilon\mu\frac{\delta^2\vec{B}}{\delta t^2}$$

17.3 Fázová rychlost

Předešlé dvě rovnice porovnáme s vlnovou rovnicí mechaniky:

$$\triangle\vec{u} = \frac{1}{c^2}\frac{\delta^2\vec{u}}{\delta t^2}$$

která popisuje libovolné *postupné mechanické vlnění*, šířící se fázovou rychlostí c.

Předešlé dvě rovnice pro $\vec{E}$ a $\vec{B}$ popisují zřejmě nějaké vlnění které probíhá v elektromagnetickém poli.
... nazýváme **elektromagnetické vlnění**.

Porovnáním pravých stran dostaneme vztah pro **fázovou rychlost**:

$$\epsilon\mu = \frac{1}{c^2} \quad\rightarrow\quad c = \sqrt{\frac{1}{\epsilon\mu}}$$

z toho vyplývá tvrzení, že *světlo je elektromagnetické vlnění*.

17.4 Směry vektorů

Intenzity $\vec{B}$ a $\vec{E}$ jsou na sebe kolmé a dále jsou kolmé na směr rychlosti a platí:

$$E = c.B$$

17.5 Polarizace vlnění

Při polarizaci se řeší rovnice:

$$\triangle\vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\delta^2\vec{E}}{\delta t^2}$$

tzn., že máme 3 skalární rovnice:

$$\triangle\vec{E_x} = \frac{1}{c^2}\frac{\delta^2\vec{E_x}}{\delta t^2} \quad , \quad \triangle\vec{E_y} = \frac{1}{c^2}\frac{\delta^2\vec{E_y}}{\delta t^2} \quad , \quad \triangle\vec{E_z} = \frac{1}{c^2}\frac{\delta^2\vec{E_z}}{\delta t^2}$$

Rešení je:

$$\left(\frac{E_y}{A}\right)^2 - 2.\left(\frac{E_y}{A}\right).\left(\frac{E_z}{B}\right).\cos\varphi + \left(\frac{E_z}{B}\right)^2 = \sin^2\varphi$$

což je **eliptická polarizace elektromagnetického vlnění**.
Dále máme:

$$E_{2y} + E_{2z} = A_2$$

což je **kruhová polarizace** a:

$$E_y = \pm\left(\frac{A}{B}\right).E_z$$

což je **lineární polarizace**. Obyčejné vlnění (např. žárovka) není polarizované vůbec.

18 Přenos energie elektromagetickým vlněním

18.1 Zářivý tok

S postupným vlněním je vždy spojen přenos energie. Tento přenos energie patří do obecné kategorie *přenos fyzikální veličiny*.

Definujme následující veličiny:
Nechť S je spojitá plocha v prostoru, kde prochází elektromagnetické vlnění. Označme dW energii, která prošla plochou za čas dt. Pak:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

... nazýváme **zářivý tok**.

18.2 Intenzita záření

Intenzitu záření stanovíme jako plošnou hustotu zářivého toku:

$$\vec{I} = \frac{dP}{d\vec{S}}$$

kde dS je plocha kolmá ke směru přenosu energie a směr $\vec{I}$ je totožný jako směr rychlosti $\vec{c}$

Objemová hustota energie v prostoru:

$$w = \frac{dW}{dV}$$

a dále:

$$\vec{I} = w.\vec{c}$$

Aplikace na elektromagnetické vlnění:

$$w = \frac{1}{2}\left(\vec{E}\vec{D} + \vec{B}\vec{H}\right)$$

platí pro elektromagnetické pole.
Poté vypočítáme **intenzitu záření**:

$$\vec{I} = w.\vec{c} = \frac{1}{2}\left(\vec{E}\vec{D} + \vec{B}\vec{H}\right).\vec{c} = E.H.\vec{i}$$

Protože $\vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{I}$ lze psát:

$$\vec{I} = \vec{E} \times \vec{H}$$

což je **Pointingův vektor**.

Dále si vyjádříme **zářivý tok** přes libovolnou plošku dS:

$$dP = \vec{I}.d\vec{S}$$

a dále zářivý tok přes celou plochu S:

$$P = \iint_S dP = \iint_S \vec{I} d\vec{S}$$

18.3 Zachování energie

Vyjádříme **zákon zachování elektromagnetické energie** v dielektriku. Zvolíme spojitou uzavřenou plochu S:

$$P = \oiint_S \vec{I} d\vec{S}$$

je to energie, která za jednotku času projde danou plochou S, ve směru $d\vec{S}$, tj. z vnitřku (objemu V) ven. Z toho vyplívá, že nastane úbytek *celkové energie* W v objemu V. Její změna je dána:

$$-\oiint \vec{I} d\vec{S} = \frac{dW}{dt}$$

což je **zákon zachování elektromagnetické energie**. A jeho **diferenciální tvar** je:

$$-div\vec{I} = \frac{\delta w}{\delta t}$$